

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE TECNOLOGIA

# PEÇAS COMPOSTAS EM ESTRUTURAS DE MADEIRA

(com exercícios resolvidos)

**Luciano Barbosa dos Santos**

Professor da Universidade Federal de Alagoas

[lbsantos@ctec.ufal.br](mailto:lbsantos@ctec.ufal.br)

Maceió, AL

(junho de 2026)



O trabalho “Peças compostas em estruturas de madeira” está licenciado em nome de Luciano Barbosa dos Santos com uma Licença [Creative Commons - Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



Aos meus alunos, com carinho.  
Aos meus professores, com gratidão.  
A todos os que se interessam por  
estruturas de madeira.

LUCIANO BARBOSA DOS SANTOS



# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b>	<b>07</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>09</b>
<b>2. PEÇAS COM SOLIDARIZAÇÃO CONTÍNUA</b>	<b>13</b>
2.1. Módulo de deslizamento	13
2.2. Exemplos de aplicação	11
Exemplo 1: viga com seção transversal em I	22
Exemplo 2: viga com seção transversal em T	25
Exemplo 3: pilar com seção transversal caixão	29
<b>3. PEÇAS COM SOLIDARIZAÇÃO DESCONTÍNUA</b>	<b>33</b>
3.1. Disposições construtivas	33
3.2. Influência da quantidade de espaçadores	33
3.3. Expressões adotadas pela NBR 7190	36
3.4. Exemplos de aplicação	37
Exemplo 3.1: pilar composto com espaçadores interpostos parafusados	37
Exemplo 3.2: efeito da inserção de mais uma peça na seção	40
Exemplo 3.3: efeito da inserção de mais um espaçador interposto	42
Exemplo 3.4: pilar composto com chapas laterais pregadas/coladas	44
<b>4. MADEIRA LAMELADA COLADA (MLC)</b>	<b>47</b>
4.1. Introdução	47
4.2. Critérios de verificação	48
4.3. Exemplos de aplicação	51
Exemplo 4.1: banzo comprimido de treliça	51
Exemplo 4.2: viga de seção transversal retangular	54
Exemplo 4.3: viga com variação nos valores do módulo de elasticidade	58
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>61</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>63</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>64</b>



## APRESENTAÇÃO

A madeira é um material extremamente versátil, sustentável, de fácil utilização e que apresenta excelentes propriedades mecânicas quando comparada aos demais materiais estruturais. Pode ser utilizada na forma maciça, especialmente no formato de madeira roliça ou serrada, e também na forma engenheirada, entre as quais se destaca a madeira lamelada colada (MLC).

A madeira maciça é responsável pelas aplicações mais tradicionais, entre elas os telhados compostos por treliças, terças, caibros e ripas. Já a madeira engenheirada tem propiciado aplicações tão criativas e arrojadas que vêm ampliado significativamente o campo de aplicação da madeira como solução estrutural.

Um arranjo bastante comum consiste na composição de barras de seção transversal composta, obtidas a partir da união de duas ou mais peças de madeira serrada, com a ligação entre elas sendo feita por meio de pinos metálicos ou cola.

Este texto trata justamente das peças de seção composta, contemplando, de forma bastante resumida, aquelas cuja solidarização é feita de forma contínua por meio de pregos, descontínua por meio de espaçadores interpostos ou chapas laterais, e também a madeira lamelada colada.

Tendo em vista que a última revisão da NBR 7190 alterou significativamente os procedimentos de cálculo das peças compostas e que há relativamente pouca bibliografia técnica sobre estruturas de madeira no Brasil – sendo essa escassez ainda maior após a revisão de 2022 – acreditamos que o presente trabalho possa ser útil a estudantes e profissionais como uma introdução ao assunto.

O texto apresenta vários exercícios resolvidos que ilustram as marchas cálculo recomendadas pela norma para diferentes arranjos de peças compostas, sendo recomendável que o leitor refaça, revise e avalie criticamente os cálculos aqui apresentados. Os valores obtidos podem variar conforme as ferramentas e a precisão adotadas.

Sugestões e críticas são bem-vindas e poderão embasar futuras revisões deste trabalho.

Bons estudos!

Luciano Barbosa dos Santos  
lbsantos@ctec.ufal.br



## 1. INTRODUÇÃO

Nas estruturas em madeira (e também nas estruturas em aço) é muito comum a composição de peças a partir da união de dois ou mais elementos, os quais podem ser ligados entre si de forma contínua ou descontínua. Trata-se de uma estratégia que costuma ser utilizada quando não se dispõe de seções transversais serradas com as dimensões desejadas ou quando há a necessidade de reforçar as propriedades geométricas de uma determinada seção.

A Figura 1.1 ilustra alguns arranjos possíveis, onde os dois primeiros (Figuras 1.1(a) e 1.1(b)) mostram peças solidarizadas continuamente por meio de pregos, os dois seguintes mostram peças ligadas de forma descontínua com o auxílio de elementos interpostos (Figuras 1.1(c) e 1.1(d)) e dos últimos mostram peças ligadas com chapas laterais (Figuras 1.1(e) e 1.1(f)). As ligações das barras com espaçadores interpostos podem ser feitas com pregos, parafusos ou cola; enquanto as ligações com chapas laterais podem ser coladas ou pregadas.

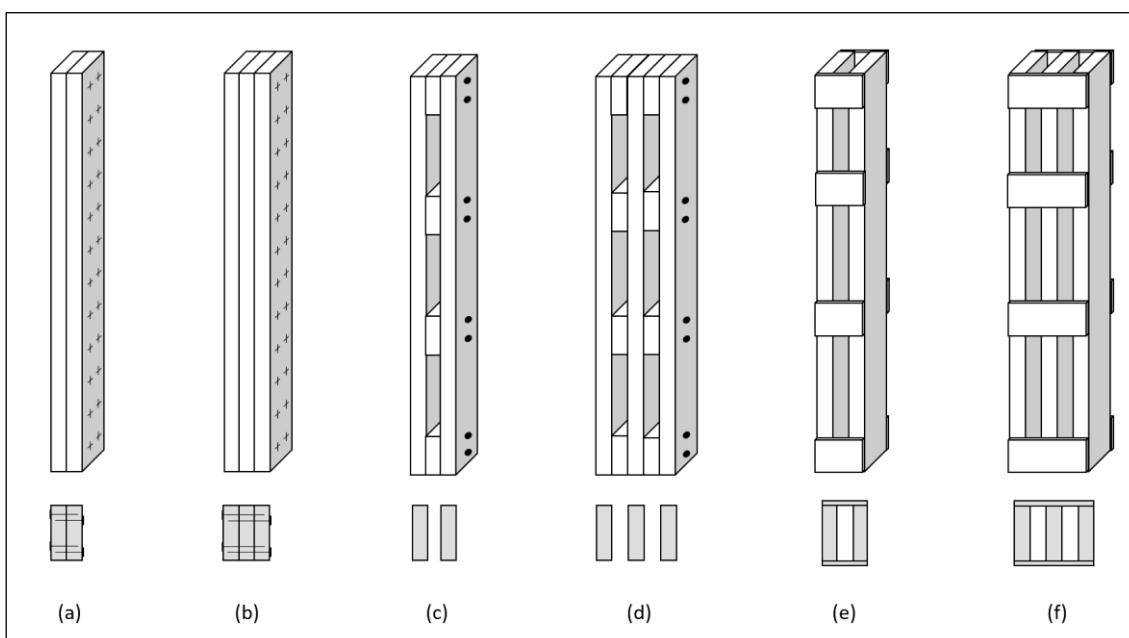


Figura 1.1 – Arranjos usuais para pilares de seção composta

Outros arranjos usuais estão indicados na Figura 1.2, que mostram, respectivamente, seções transversais em T, I e caixão; as quais podem ser utilizados tanto à compressão quanto à flexão simples ou flexão composta.

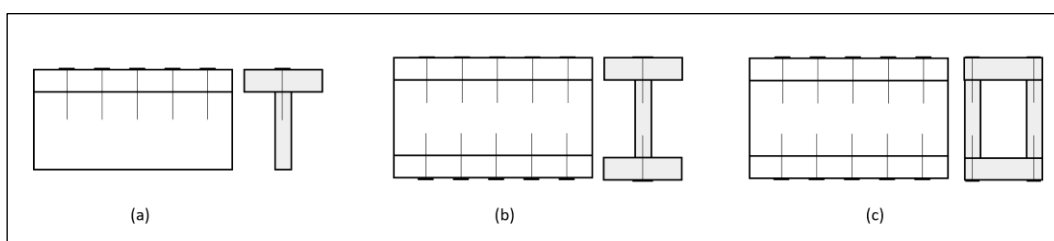


Figura 1.2 – Outros arranjos usuais para peças de seção composta

É também na categoria de peças compostas que se enquadram as barras formadas por lamelas de madeira colada, como a MLC (madeira lamelada colada), e as peças formadas por alma em treliça.

Para iniciarmos a discussão sobre as peças de seção composta, observe a Figura 1.3, que ilustra o comportamento de diferentes arranjos submetidos à flexão simples no plano indicado na figura. Essa flexão tanto pode ser provocada por forças laterais quanto por uma força axial de compressão capaz de provocar instabilidade por flexão nas barras.

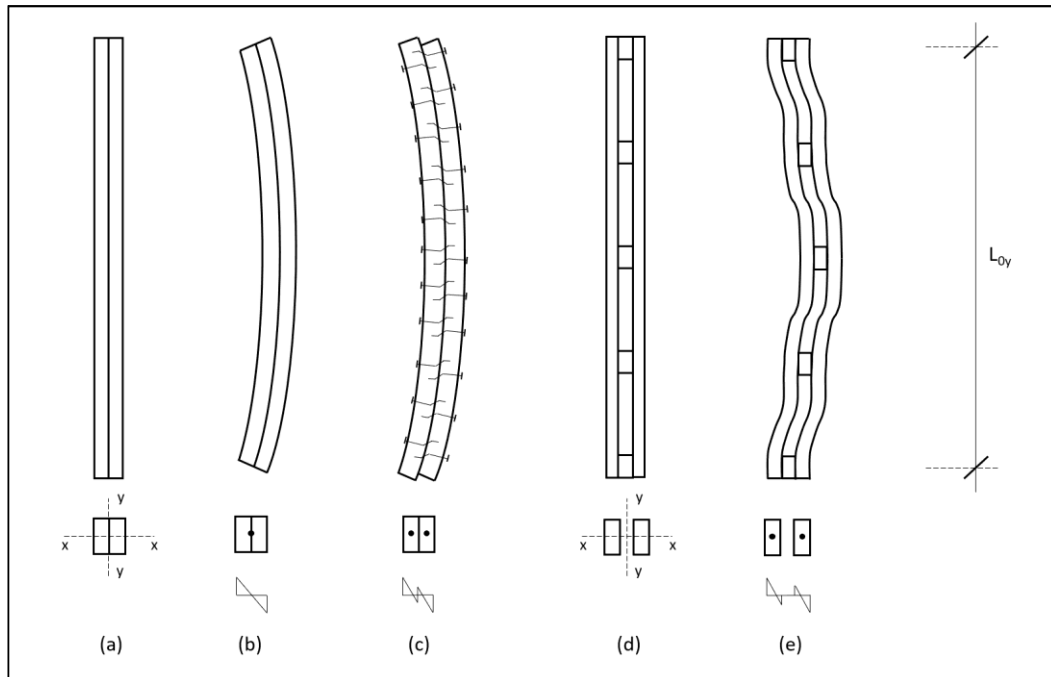


Figura 1.3 – Instabilidade em peças de seção composta ligadas descontinuamente

Quando a ligação entre as peças é feita de forma contínua por meio de cola, como no arranjo mostrado na Figura 1.3(a), não ocorre deslizamento entre as interfaces e, assim, as peças se comportam como se fossem um conjunto maciço, com o centroide da seção transversal coincidindo com o centroide do conjunto e as tensões se distribuindo de forma linear, conforme mostrado na Figura 1.3(b).

Contudo, quando a ligação é feita por meio de conectores (pregos, por exemplo), ocorre um deslizamento entre as interfaces que implica na descontinuidade na distribuição de tensões ao longo da seção transversal, conforme mostrado na Figura 1.3(c).

Quando a ligação é feita de forma intermitente, conforme mostrado na Figura 1.3(d), além da deformação lateral por flexão e do deslizamento entre as interfaces ocorrem também deformações por cisalhamento, conforme mostrado na Figura 1.3(e).

De acordo com a NBR 7190, peças compostas por elementos justapostos solidarizados continuamente podem ser consideradas como se fossem peças maciças, exceto nos casos indicados a seguir:

- Peças compostas de seção T, I ou caixão, ligadas por pregos;
- Peças compostas com alma em treliça;
- Peças formadas por lamelas de madeira colada.

Tanto no caso da ligação contínua por meio de pinos metálicos quanto no caso de ligações descontínuas, a abordagem geral da NBR 7190 consiste na aplicação de fatores de redução às propriedades geométricas da seção transversal composta ou no ajuste da esbeltez, o que permite a verificação da segurança seguindo os mesmos critérios adotados para as peças maciças, o que simplifica o processo e padroniza a marcha de cálculo.

Com relação à madeira lamelada colada, a norma especifica uma série de disposições construtivas e um fator de modificação adicional ( $k_{mod3}$ ), o qual deve ser aplicado em conjunto com os outros dois ( $k_{mod1}$  e  $k_{mod2}$ ), de modo a incorporar no processo de verificação os aspectos específicos que precisam ser levados em consideração no caso da MLC.



## 2. PEÇAS COM SOLIDARIZAÇÃO CONTÍNUA

Peças solidarizadas continuamente são compostas por elementos justapostos de madeira serrada, normalmente ligados por pregos, com o objetivo de produzir seções transversais maiores ou de maior resistência mecânica. Havendo compatibilidade entre as espécies, existe a possibilidade de se trabalhar com diferentes madeiras na confecção de uma mesma peça, como no caso das vigas cujas mesas<sup>1</sup> podem ser confeccionadas em um material mais resistente, ou mais rígido, do que aquele adotado na alma.

Existe também a possibilidade de se fazer peças compostas com diferentes materiais, como a madeira e o concreto armado, por exemplo, o que dá origem às vigas mistas de madeira e concreto utilizadas em pontes, passarelas e em edificações cujas vigas de madeira interagem com as lajes em concreto. Neste trabalho não trataremos das vigas mistas de madeira e concreto.

A Figura 2.1 apresenta uma viga com seção I ligada por pregos. Tratam-se de peças de baixo custo e de fácil fabricação, mas cujo comprimento costuma estar limitado a algo em torno de 6m, pois não permitem emendas longitudinais. Eventualmente, dependendo do fornecimento de matéria-prima, pode-se atingir vãos maiores.

Durante a produção é recomendável que as peças passem por pré-furação, de modo a evitar o fendilhamento do material.



Figura 2.1 – Viga composta de seção I ligada por pregos (Fonte: GOES (2002))

### 2.1. Módulo de deslizamento

Observe a barra composta ligada por pregos com seção transversal em I mostrada na Figura 2.2. Dependendo da direção de aplicação de forças laterais, esta barra pode sofrer flexão em relação aos eixos x-x e y-y (Figura 2.2(a) e 2.2(b), respectivamente). Comportamento semelhante a este também pode ocorrer caso a barra seja submetida a uma força axial de compressão capaz de provocar instabilidade por flexão em relação aos eixos principais.

Note que o deslizamento decorrente da flexão em relação ao eixo x-x leva à deformação da seção transversal, o que implica na perda de eficiência e na redução da capacidade resistente da barra. Com relação à flexão em torno do eixo y-y, como os conectores estão localizados na linha neutra da seção, a tendência é que as peças não apresentem deslocamento relativo entre si e a barra se comporte como se fosse maciça.

Já para a seção caixão (Figura 2.2(c)), como ambas as linhas de pregos estão afastadas da linha neutra, ocorre deslizamento relativo entre em relação a ambos os eixos.

---

<sup>1</sup> Dependendo da região do país, ou mesmo da literatura consultada, as mesas das seções I ou T costumam ser chamadas de abas ou flanges.

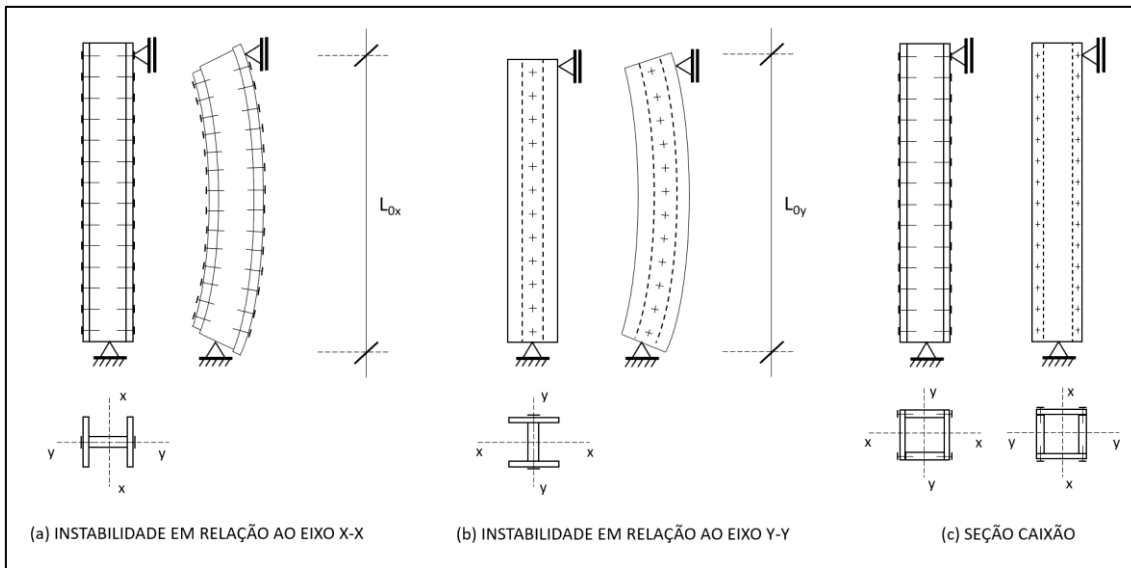


Figura 2.2 – Instabilidade em barra com seção transversal em I com peças pregadas

Observe também a Figura 2.3, que mostra uma viga composta por duas peças de seção retangular sobrepostas uma sobre a outra.

Se houver uma ligação contínua e perfeita entre elas (Figura 2.3(a)), surgem tensões cisalhantes na interface que impedem o deslizamento entre as peças e mantêm as seções planas.

Por outro lado, se não houver ligação alguma entre as partes (Figura 2.3(b)), elas se comportam de forma independente, havendo deslizamento relativo e as seções planas permanecendo planas apenas em cada peça isoladamente.

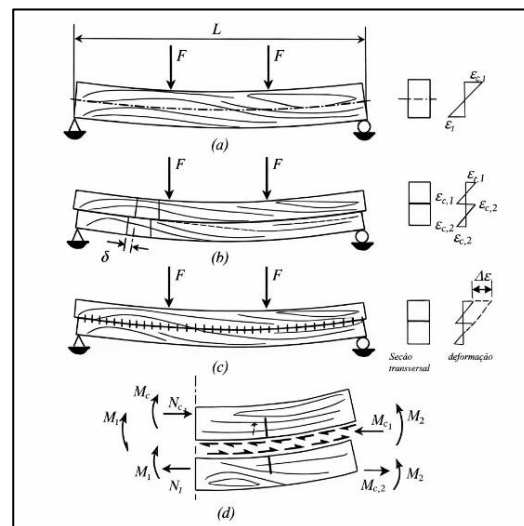


Figura 2.3 – Comportamento de barra composta fletida (Fonte: ALVIN (2002))

A introdução de ligações por pinos metálicos entre as peças implica em um comportamento intermediário, de natureza semirrígida, na qual são mobilizadas forças de atrito na interface que promovem um comportamento solidário entre elas, mas com algum deslizamento relativo entre as partes (Figuras 2.3(c) e (d)).

Neste contexto, a NBR 7190 apresenta o conceito de módulo de deslizamento (K), replicando o modelo adotado pelo EUROCODE 5, que leva em consideração a existência de deslocamentos relativos entre as partes que integram a seção transversal composta. São duas as situações a considerar:

- a)  $K = K_{ser}$ , para estados limites de serviço (N/mm);
- b)  $K = K_{ult}$ , para estados limites últimos (N/mm).

onde:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.1)} \right.$$

A Figura 2.4(a) apresenta uma típica curva força-deslocamento do pino (conector) nesse tipo de ligação, cujo comportamento depende da resistência da madeira ao embutimento e da resistência à flexão do pino. Define-se como módulo de deslizamento a inclinação da reta tangente para um dado valor de força. Assim, o módulo de deslizamento instantâneo para estados limites de serviço ( $K_{ser}$ ) é assumido como sendo o módulo secante da curva força-deslocamento para aproximadamente 40% da força máxima da ligação, pois, abaixo desse nível de carregamento o comportamento linear que se observa é considerado aceitável para fins de dimensionamento (GOES (2002)).

O módulo de deslizamento instantâneo para estados limites últimos ( $K_u$ ) é assumido como sendo o módulo secante da curva força-deslocamento a um nível de carga de aproximadamente 70% da força máxima, conforme pode ser visto na Figura 2.4(b).

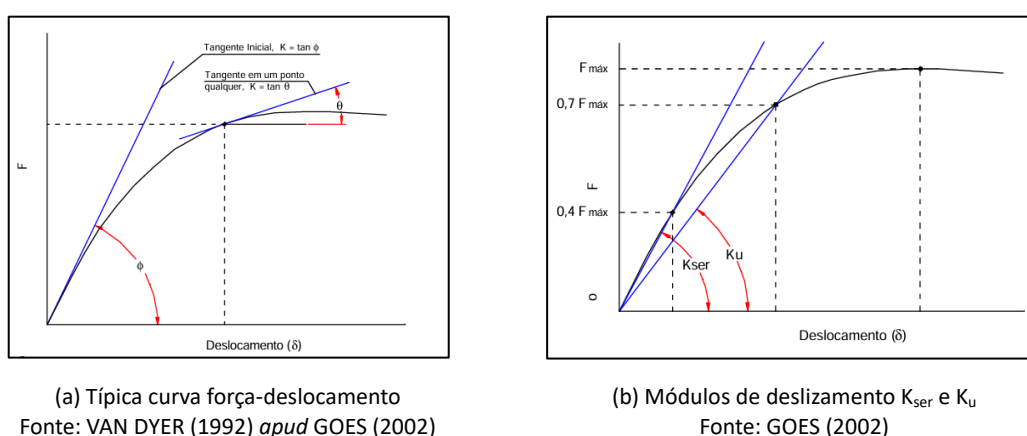


Figura 2.4 – Módulo de deslizamento

A relação entre  $K_{ser}$  e  $K_u$ , é dada por  $K_u = (2/3) K_{ser}$ , cujos resultados apresentam uma precisão aceitável (GOES (2002)).

Para peças compostas com seções em T, I e caixão ligadas por pregos, o valor de serviço do módulo de deslizamento ( $K_{ser}$ ) depende da densidade média da madeira ( $\rho_{med}$ ) e do diâmetro (d) do pino utilizado. As expressões recomendadas pela NBR 7190 estão indicadas na Tabela 2.1.

Se as peças apresentarem densidades diferentes deve-se utilizar uma densidade equivalente dada por:

$$\rho_k = \sqrt{\rho_{k1} \times \rho_{k2}} \quad (kg/m^3) \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.2)} \right.$$

A relação entre a densidade específica média ( $\rho_{med}$ ) e a densidade aparente característica ( $\rho_k$ ) é dada por  $\rho_{med} = 1,20 \times \rho_k$  em  $kg/m^3$ .

De acordo com a NBR 7190, o fator de redução da inércia do conjunto ( $\gamma$ ) é aplicado ao material que apresentar o maior módulo de elasticidade e seu valor é calculado conforme indicado nas Eqs. 2.3 e 2.4. Na literatura técnica esse método de cálculo é conhecido como “método  $\gamma$ ” (ver SEIM (2024)).

$$\gamma_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s_i}{K_i L_{ef}^2}\right)}, \text{ para } i = 1 \text{ e } 3 \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.3)}\right.$$

$$\gamma_i = 1, \text{ para } i = 2 \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.4)}\right.$$

onde:

- $i$  é o índice que indica os vários elementos que integram a seção transversal. No caso de uma seção em I, por exemplo, indicam as mesas e a alma, com a mesa superior recebendo o índice 1, a alma o índice 2 e a mesa inferior o índice 3;
- $E_i$  é o módulo de elasticidade de cada elemento da seção transversal;
- $A_i$  é a área de cada elemento da seção transversal;
- $s_i$  é o espaçamento dos pregos na interface do elemento  $i$  com o elemento 2;
- $K_i$  é o módulo de deslizamento da ligação do elemento  $i$  com o elemento 2;
- $L_{ef}$  é o vão efetivo da viga:
  - para vigas biapoiadas:  $L_{ef} = L$ ;
  - para vigas contínuas:  $L_{ef} = 0,8 \times L$ ;
  - para vigas em balanço:  $L_{ef} = 2 \times L$ .

Tabela 2.1 – Valores de  $K_{ser}$  para conectores

CONECTORES		$K_{ser}$
Pinos	Parafusos de porca e arruela com ou sem folga <sup>(a)</sup> Parafuso autoatarraxante Pregos (com pré-furação)	$K_{ser} = \rho_{med}^{1,5} \frac{d}{23}$
	Pregos (sem pré-furação)	$K_{ser} = \rho_{med}^{1,5} \frac{d^{0,8}}{30}$
Anel metálico		$K_{ser} = \frac{\rho_{med} d_c}{80}$
<sup>(a)</sup> A folga pode ser adicionada separadamente da deformação		
<b>Legenda:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– <math>K_{ser}</math> é a rigidez de serviço de uma seção de corte de um pino metálico, expresso em Newton por milímetros (N/mm);</li> <li>– <math>\rho_{med}</math> é a densidade específica média em kg/m<sup>3</sup>, dada pela multiplicação da densidade aparente característica (<math>\rho_k</math>) pelo valor 1,20;</li> <li>– <math>d</math> é o diâmetro efetivo do pino metálico, expresso em milímetros (mm).</li> </ul>		

O espaçamento ( $s$ ) entre os pregos pode ser uniforme ou variar conforme a força de cisalhamento, indo de um valor mínimo ( $s_{mín}$ ) a um valor máximo ( $s_{máx}$ ), porém devendo atender a limitação  $s_{máx} \leq 4 \times s_{mín}$ . Neste caso, se o espaçamento for variável, deve-se calcular um espaçamento efetivo dado por:

$$s_{ef} = 0,75 \times s_{mín} + 0,25 \times s_{máx} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.5)}\right.$$

A Figura 2.5 apresenta as seções transversais compostas que constam na NBR 7190 e suas respectivas distribuições de tensões.

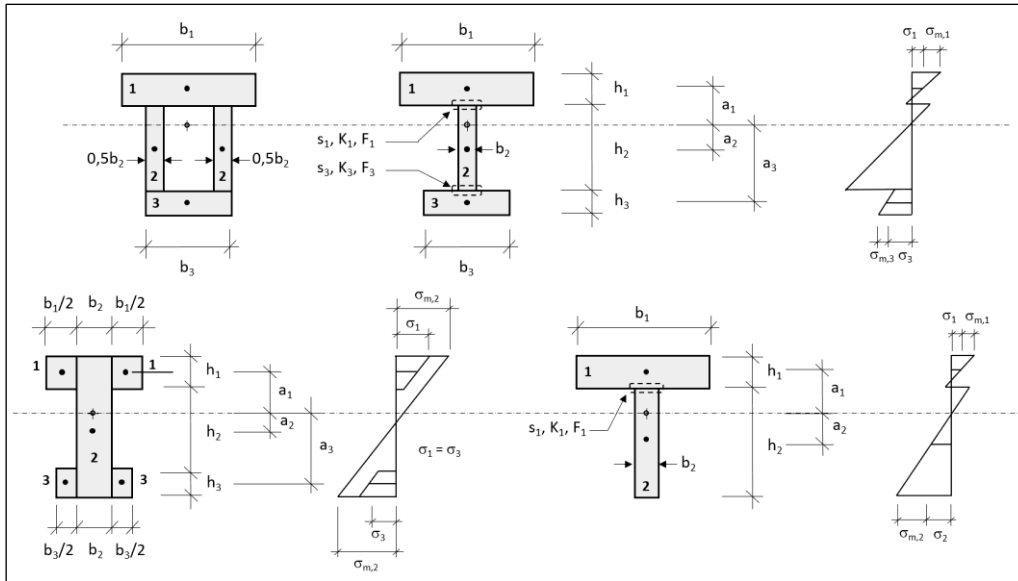


Figura 2.5 – Seções transversais de peças compostas usuais

As distâncias  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  indicadas na Figura 2.5 medem as distâncias do centroide das partes integrantes da seção transversal (partes 1, 2 e 3, respectivamente) à linha neutra x-x da seção transversal total e são dados por:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.6)} \right.$$

$$a_1 = \left( \frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.7)} \right.$$

$$a_3 = \left( \frac{h_2 + h_3}{2} \right) + a_2 \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.8)} \right.$$

onde:

$h_i$  é a altura de cada parte dos elementos componentes da seção transversal, com  $h_3$  nulo para seção T;

$b_i$  é a largura de cada parte dos elementos componentes da seção transversal, com  $b_3$  nulo para seção T;

$A_i$  é a área de cada parte dos elementos componentes da seção transversal;

$E_i$  é o módulo de elasticidade dos elementos componentes da seção transversal.

Assim, a rigidez efetiva é determinada por meio da seguinte expressão:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.9)} \right.$$

onde  $I_i$  é o momento de inércia de cada elemento componente da seção transversal, cujo valor é dado por  $I_i = b_i h_i^3 / 12$ . Caso todos os elementos que integram a seção tenham o mesmo módulo de elasticidade ( $E$ ) este termo pode ser cancelado na expressão acima, o que facilita o cálculo das propriedades efetivas da seção.

Para as seções indicadas na Figura 2.5 as tensões normais devem ser calculadas somando-se as duas parcelas indicadas a seguir:

$$\sigma_i = \gamma_i E_i a_i \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.10)} \right.$$

$$\sigma_{m,i} = 0,5 E_i h_i \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.11)} \right.$$

onde:

M é o momento fletor;

$\sigma_i$  é a tensão no centroide do elemento i;

$\sigma_{m,i}$  é a parcela da tensão normal na extremidade do elemento i;

A tensão normal máxima na peça composta ( $\sigma_{m\acute{a}x}$ ) ocorre nas extremidades do elemento e é calculada fazendo-se:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_i + \sigma_{m,i} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.12)} \right.$$

A tensão cisalhante máxima ( $\tau_{m\acute{a}x}$ ) ocorre na alma da viga (elemento 2), no local onde a tensão normal é nula. O cálculo é feito com a expressão clássica da Mecânica dos Sólidos, dada a seguir, a qual é adaptada para levar em consideração o deslizamento entre as partes que integram a seção composta.

$$\tau = \frac{VQ}{bI} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.13)} \right.$$

onde:

$\tau$  é a máxima tensão de cisalhamento atuante;

V é a força cortante atuante;

b é a largura da seção transversal na posição considerada;

I é o momento de inércia da seção transversal;

Q é o momento estático da parte da seção transversal (em relação ao seu centro de gravidade) situada abaixo (ou acima, conforme o caso) da posição na qual se determina a tensão de cisalhamento.

Da Mecânica dos Sólidos temos também que os momentos estáticos (ou momentos de primeira ordem) de uma área em relação aos eixos x e y são dados por:

$$Q_y = \int x dA = \bar{x}A \quad \text{e} \quad Q_x = \int y dA = \bar{y}A$$

De onde percebemos que o momento estático pode ser obtido fazendo-se o produto da área pelas coordenadas do seu centroide.

Para o caso de seções I e T, observe a Figura 2.6, que ilustra as áreas para as quais devemos calcular o momento estático.

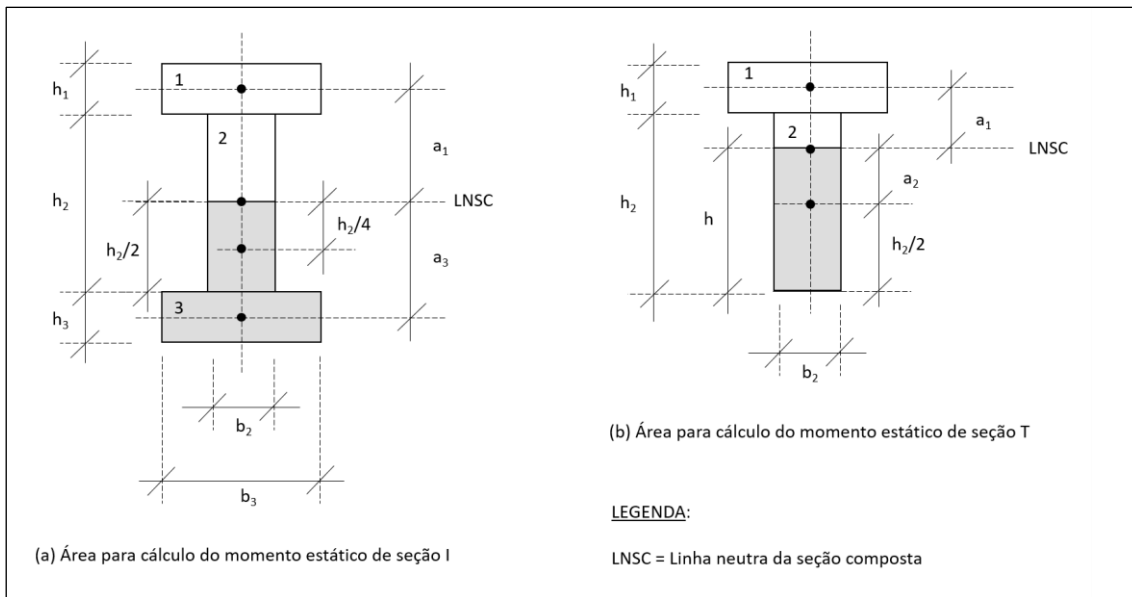


Figura 2.6 – Áreas para cálculo do momento estático em seções I e T

Assim, para uma barra composta com seção transversal I duplamente simétrica:

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = \frac{VQ}{bI} = (\gamma_3 E_3 Q_3 + E_2 Q_2) \frac{V}{b_2 (EI)_{ef}}$$

onde:

$$Q_3 = b_3 h_3 a_3 \quad \text{e} \quad Q_2 = b_2 \frac{h_2}{2} \frac{h_2}{4} = \frac{b_2 h_2^2}{8}$$

Com isso, a tensão cisalhante máxima para seção composta I duplamente simétrica resulta em:

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = \left( \gamma_3 E_3 b_3 h_3 a_3 + \frac{E_2 b_2 h_2^2}{8} \right) \frac{V_{Sd}}{b_2 (EI)_{ef}} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.14)} \right.$$

Para a seção composta em T, temos:

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = \frac{VQ}{bI} = (E_2 Q_2) \frac{V}{b_2 (EI)_{ef}}$$

onde:

$$Q_2 = b_2 h \frac{h}{2} = \frac{b_2}{2} h^2 = \frac{b_2}{2} \left( \frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2$$

Com isso, a tensão cisalhante máxima para uma seção composta T é dada por:

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = \frac{E_2}{2} \left( \frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \frac{V_{Sd}}{(EI)_{ef}} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.15)} \right.$$

A força aplicada no conector ( $F_i$ ), ou seja, seu esforço solicitante, é calculada pela expressão a seguir, para  $i = 1$  e  $3$ .

$$F_i = \gamma_i E_i A_i a_i s_i \frac{V}{(EI)_{ef}} \quad \left| \quad \text{(Eq. 2.16)} \right.$$

Já o esforço resistente de cálculo do conector, ou seja, o quanto ele é capaz de suportar, é estudado em textos específicos sobre ligações e não será abordado neste trabalho.

PORTEUS & KERMANI (2013) apresentam expressões para o cálculo das seções caixão duplamente simétricas mostradas na Figura 2.7, as quais foram adaptadas e inseridas na Tabela 2.2. Há que se observar que nesse tipo de seção o efeito do deslizamento ocorre em relação a ambos os eixos.

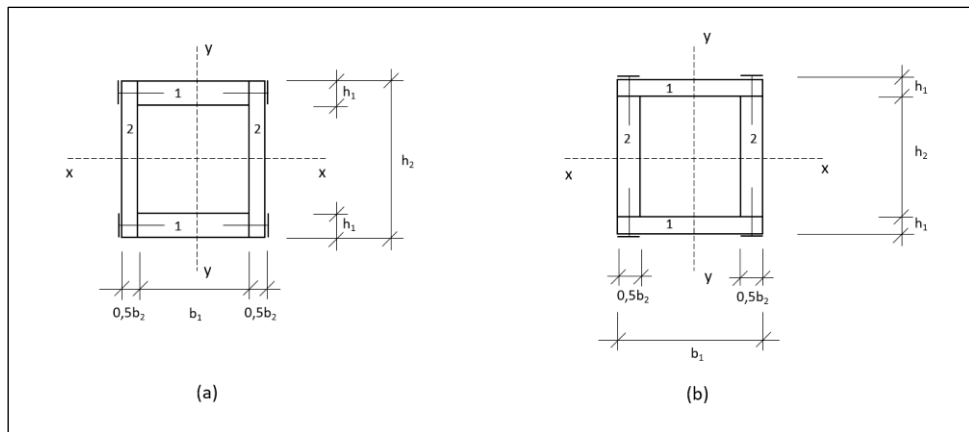


Figura 2.7 – Seções caixão duplamente simétricas

Tabela 2.2 – Expressões para seções caixão duplamente simétricas

Seção (a)	$\gamma_{1,x} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 (b_1 h_1) s_1}{2K_1 L_{ef}^2}}$ $(EI)_{ef,x} = 2E_1 \frac{b_1 h_1^3}{12} + E_2 \frac{b_2 h_2^3}{12} + 2(\gamma_{1,x}) E_1 (b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} - \frac{h_1}{2} \right)^2$
	$\gamma_{1,y} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_2 (0,5b_2 h_2) s_1}{2K_1 L_{ef}^2}}$ $(EI)_{ef,y} = 2E_1 \frac{h_1 b_1^3}{12} + 2E_2 \frac{h_2 (0,5b_2)^3}{12} + 2(\gamma_{1,y}) E_2 \left( \frac{b_2 h_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} \right)^2$
Seção (b)	$\gamma_{1,x} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 (b_1 h_1) s_1}{2K_1 L_{ef}^2}}$ $(EI)_{ef,x} = 2E_1 \frac{b_1 h_1^3}{12} + E_2 \frac{b_2 h_2^3}{12} + 2(\gamma_{1,x}) E_1 (b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} + \frac{h_1}{2} \right)^2$
	$\gamma_{1,y} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_2 (0,5h_2 b_2) s_1}{2K_1 L_{ef}^2}}$ $(EI)_{ef,y} = 2E_1 \frac{h_1 b_1^3}{12} + 2E_2 \frac{h_2 (0,5b_2)^3}{12} + 2(\gamma_{1,y}) E_2 \left( h_2 \frac{b_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{4} \right)^2$

Quando o esforço que solicita a barra é uma força axial de compressão o esforço solicitante no conector ( $F_{v,1,Sd}$ ) é calculado em função de uma força cortante convencional ( $V_{Sd}$ ), cujo valor depende da esbelteza efetiva do eixo crítico ( $\lambda_{ef}$ ) e do valor de projeto do esforço de compressão solicitante ( $N_{c,Sd}$ ). As expressões adotadas pelo EUROCODE 5 e replicadas pela NBR 7190 estão indicadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Valores de  $V_{Sd}$  em função de  $\lambda_{ef}$ 

Se $\lambda_{ef} < 30$	Se $30 \leq \lambda_{ef} < 60$	Se $\lambda_{ef} \geq 60$
$V_{Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{120k_c}$	$V_{Sd} = \frac{N_{c,Sd} \times \lambda_{ef}}{3600k_c}$	$V_{Sd} = \frac{N_{S,Rd}}{60k_c}$

Conhecida a força cortante, pode-se calcular o esforço no conector por meio do valor crítico fornecido pelas equações apresentadas na Tabela 2.4, as quais, para simplificar o cálculo, admitem que todos os elementos que integram a seção possuem o mesmo módulo de elasticidade.

Tabela 2.4 – Expressões para seções caixão duplamente simétricas

Seção (a)	$F_{vd,1,x} = \gamma_{1,x}(b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} - \frac{h_1}{2} \right) \frac{s}{2} \frac{V_{Sd}}{I_{ef,x}}$
	$F_{vd,1,y} = \gamma_{1,y} \left( \frac{b_2 h_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} \right) \frac{s}{2} \frac{V_{Sd}}{I_{ef,y}}$
Seção (b)	$F_{vd,1,x} = \gamma_{1,x}(b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} + \frac{h_1}{2} \right) \frac{s}{2} \frac{V_{Sd}}{I_{ef,x}}$
	$F_{vd,1,y} = \gamma_{1,y} \left( h_2 \frac{b_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{4} \right) \frac{s}{2} \frac{V_{Sd}}{I_{ef,y}}$

## 2.2. Exemplos de aplicação

Nos três exercícios apresentados neste capítulo adotaremos madeira serrada, classe de resistência D40 de florestas nativas, classe de umidade 2, combinação de longa duração e local com alta circulação de pessoas. Assim, as propriedades adotadas em todos os exercícios são:

Dados da Madeira D40 – FN	Coefficientes
$f_{c0,k} = 40 \text{ MPa} = 4,0 \text{ kN/cm}^2$ $f_{v,k} = 6,0 \text{ MPa} = 0,6 \text{ kN/cm}^2$ $E_{med} = 14.500 \text{ MPa} = 1.450 \text{ kN/cm}^2$ $\rho_{med} = 750 \text{ kg/m}^3$	Coeficiente de modificação: $k_{mod} = 0,70 \times 0,90 = 0,63$ Coeficiente de minoração da resistência: $\gamma_{w1} = 1,40$ Coeficiente de minoração da resistência $\gamma_{w2} = 1,80$ ; Coeficiente de fluência: $\phi = 0,80$
<b>Propriedades de resistência e de rigidez</b>	
$f_{c0,d} = f_{t0,d} = f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{w1}} = 0,63 \times \frac{4,0}{1,40} = 1,80 \text{ kN/cm}^2$	
$f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_{w2}} = 0,63 \times \frac{0,6}{1,80} = 0,21 \text{ kN/cm}^2$	
$E_{0,05} = 0,70 \times E_{0,med} = 0,70 \times 1.450 = 1.015 \text{ kN/cm}^2$	

### Exemplo 2.1: viga com seção transversal em I

Verifique a viga de seção composta em I mostrada a seguir. As mesas são compostas por duas peças de 250mm x 60mm e a alma por uma peça de 220mm x 100mm, ligadas por duas linhas de pregos PB58 (170 x 76) espaçados a cada 100mm. A viga tem um vão livre de 6,0m. As ações atuantes são:

- Peso próprio de estrutura de madeira:  $g_0 = 0,50 \text{ kN/m}$
- Sobrecarga no piso:  $q = 3,75 \text{ kN/m}$

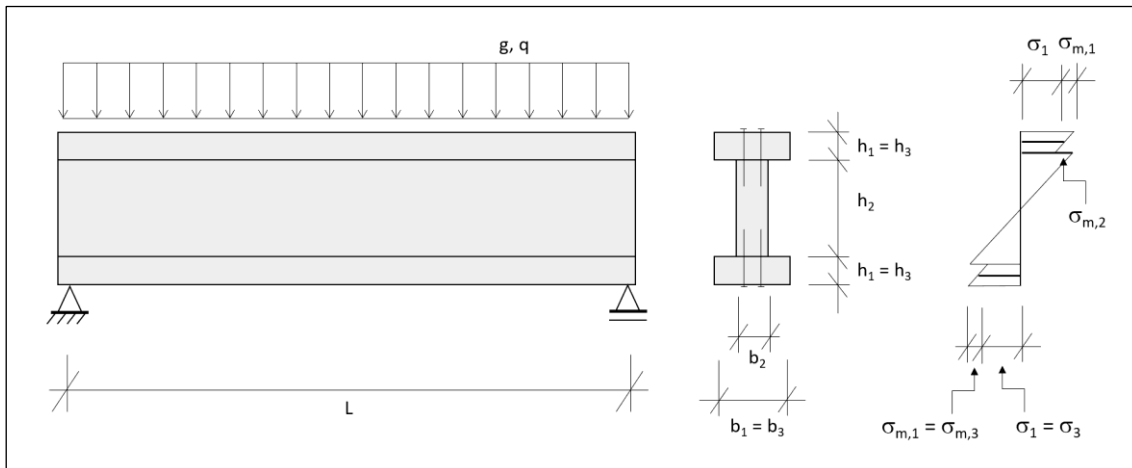


Figura 2.8 – Verificação com seção composta em I ligada por pregos

## RESOLUÇÃO

### 1. Dados da questão

#### Propriedades da madeira

Conforme informado anteriormente.

#### Seção Transversal

Mesa superior:  $b_1 = 250 \text{ mm}$ ;  $h_1 = 60 \text{ mm}$ ;

Alma:  $b_2 = 100 \text{ mm}$ ;  $h_2 = 220 \text{ mm}$ ;

Mesa inferior:  $b_3 = 250 \text{ mm}$ ;  $h_3 = 60 \text{ mm}$ ;

#### Ações atuantes e seus fatores de ponderação e combinação

Peso próprio da estrutura de madeira:  $g_0 = 0,50 \text{ kN/m}$  ( $\gamma_g = 1,30$ )

Sobrecarga no piso:  $q = 3,75 \text{ kN/m}$  ( $\gamma_q = 1,50$  /  $\psi_2 = 0,40$ )

#### Viga

Viga simplesmente apoiada, vão livre:  $L = 6,0 \text{ m}$

#### Pregos PB58 (170 x 76)

Diâmetro:  $d = 7,6 \text{ mm}$

Espaçamento:  $s = 100 \text{ mm}$

2 linhas de pregos nas ligações mesa/alma

Pregos instalados com pré-furação

### 2. Esforços de projeto

$$q_d = \gamma_g \times g_0 + \gamma_q \times q = 1,30 \times 0,50 + 1,50 \times 3,75 = 6,28 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd} = q_d L^2 / 8 = 6,28 \times 6^2 / 8 = 28,26 \text{ kN.m} = 2.826 \text{ kN.cm}$$

$$V_{sd} = q_d L / 2 = 6,28 \times 6 / 2 = 18,84 \text{ kN}$$

### 3. Módulo de deslizamento para um prego

$$K_{ser} = \rho_{med}^{1,5} \frac{d}{23} = 750^{1,5} \times \frac{7,6}{23} = 6.787 \frac{N}{mm} = 67,87 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} = \frac{2}{3} \times 6.787 = 4.525 \text{ N/mm} = 45,25 \text{ kN/cm}$$

### 4. Verificação dos estados limites últimos

#### 4.1 Fator de redução da inércia do conjunto

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 25 \times 6 = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 10 \times 22 = 220 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = b_3 \times h_3 = 25 \times 6 = 150 \text{ cm}^2$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = 1.450 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s}{K_u L_{ef}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1.450 \times 150 \times 10}{2 \times 45,25 \times 600^2}} = 0,603$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

$$\gamma_3 = \gamma_1 = 0,603$$

Obs.: a ligação entre as mesas e a alma tem duas linhas de pregos, por isso o módulo de deslizamento foi multiplicado por dois.

#### 4.2 Distância do centroide das partes integrantes da seção à linha neutra do conjunto

$a_2 = 0$ , pois a seção é simétrica em relação ao eixo x-x.

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{6 + 22}{2} - 0 = 14 \text{ cm}$$

$$a_3 = \frac{h_2 + h_3}{2} + a_2 = \frac{22 + 6}{2} + 0 = 14 \text{ cm}$$

#### 4.3 Momento de inércia efetivo

Como todas as peças têm o momento módulo de elasticidade, pode-se cancelar o termo “E” da Eq. 2.9 e determinar diretamente o momento de inércia efetivo. Assim:

$$I_{x,ef} = 2 \times \frac{b_1 h_1^3}{12} + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \gamma_1 \times 2 \times A_1 \times a_1^2$$

$$I_{x,ef} = 2 \times \frac{25 \times 6^3}{12} + \frac{10 \times 22^3}{12} + 0,603 \times 2 \times 150 \times 14^2 = 45.229,73 \text{ cm}^4$$

Em todo caso, para conhecermos a rigidez efetiva  $(EI)_{ef}$  basta fazer:

$$(EI)_{ef} = 1.450 \times 45.229,73 = 65,58 \times 10^6 \text{ kN/cm}^2$$

#### 4.4 Tensão máxima nas mesas da viga

$$\sigma_1 = \gamma_1 a_1 \frac{M_{sd}}{I_{x,ef}} = 0,603 \times 14 \times \frac{2.824}{45.229,73} = 0,53 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m,1} = 0,5 \times h_1 \times \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} = 0,5 \times 6 \times \frac{2.824}{45.229,73} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m\acute{a}x,mesas} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} = 0,53 + 0,19 = 0,72 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.5 Tensão máxima na alma da viga

$$\sigma_{2,alma} = \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} \times \frac{h_2}{2} = \frac{2.824}{45.229,73} \times \frac{22}{2} = 0,69 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.6 Tensão cisalhante máxima

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = \left( \gamma_3 A_3 a_3 + \frac{b_2 h_2^2}{8} \right) \frac{V_{Sd}}{b_2 I_{x,ef}} = \left( 0,603 \times 150 \times 14 + \frac{10 \times 22^2}{8} \right) \times \frac{18,83}{10 \times 45.229,73}$$

$$\tau_{2,m\acute{a}x} = 0,08 \text{ kN/cm}^2 < f_{v,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.7 Força máxima aplicada no pino

$$F_{v,sd,1} = \gamma_1 A_1 a_1 \frac{s V_{Sd}}{2 I_{x,ef}} = 0,603 \times 150 \times 14 \times \frac{10}{2} \times \frac{18,83}{45.217,85} = 2,64 \text{ kN}$$

Esse valor precisa ser comparado com o esforço resistente do pino, o leitor deverá consultar textos específicos sobre ligações em estruturas de madeira para determinação desse valor.

### 5. Verificação dos estados limites de serviço

#### 5.1 Determinação do fator de redução da inércia do conjunto

$$K_{ser} = 6.787 \text{ N/mm} = 67,87 \text{ kN/mm} \quad (\text{ver item 3})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s}{k_{ser} L_{ef}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1450 \times 150 \times 10}{2 \times 67,87 \times 600^2}} = 0,695$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

$$\gamma_3 = \gamma_1 = 0,695$$

#### 5.2 Distâncias do centroide das partes integrantes da seção à linha neutra do conjunto

Valem os mesmos valores determinados anteriormente.

#### 5.3 Determinação do momento de inércia efetivo da seção composta

$$I_{x,ef} = 2 \times \frac{b_1 h_1^3}{12} + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \gamma_1 \times 2 \times A_1 \times a_1^2$$

$$I_{x,ef} = 2 \times \frac{25 \times 6^3}{12} + \frac{10 \times 22^3}{12} + 0,695 \times 2 \times 150 \times 14^2 = 50.639,33 \text{ cm}^4$$

#### 5.4 Verificação da flecha instantânea

$$\delta_{g,k} = \frac{5g L^4}{384 E I_{x,ef}} = \frac{5 \times \left( \frac{0,5}{100} \right) \times 600^4}{384 \times 1450 \times 50.639,33} = 0,11 \text{ cm}$$

$$\delta_{q,k} = \frac{5qL^4}{384EI_{x,ef}} = \frac{5 \times \left(\frac{3,75}{100}\right) \times 600^4}{384 \times 1450 \times 50.639,33} = 0,86 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} = \delta_{g,k} + \delta_{q,k} = 0,11 + 0,86 = 0,97 \text{ cm}$$

Admitindo que seja possível trabalhar como valores menos rigorosos para os deslocamentos limites:

$$\Delta_{inst} = \frac{L}{300} = \frac{600}{300} = 2,00 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} \leq \Delta_{inst} \quad \text{Atende!}$$

### 5.5 Verificação da flecha final

$$\delta_{fin,g,k} = \delta_{inst,g,k}(1 + \phi) = 0,11 \times (1 + 0,8) = 0,20 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin,q,k} = \delta_{inst,q,k}(1 + \psi_2\phi) = 0,86 \times (1 + 0,4 \times 0,8) = 1,14 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} = \delta_{fin,g,k} + \delta_{fin,q,k} = 0,20 + 1,14 = 1,34 \text{ cm}$$

Admitindo que seja possível trabalhar como valores menos rigorosos para os deslocamentos limites:

$$\Delta_{fin} = \frac{L}{250} = \frac{600}{150} = 4,00 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} \leq \Delta_{fin} \quad \text{Atende!}$$

### Exemplo 2.2: viga com seção transversal em T

Verifique a viga de seção composta em T mostrada a seguir. A mesa é composta por uma peça de 160mm x 50mm e a alma por uma peça de 200mm x 80mm, ambas ligadas por uma linha de pregos PB58 (110 x 54) espaçados a cada 100mm. A viga tem um vão livre de 4,0m.

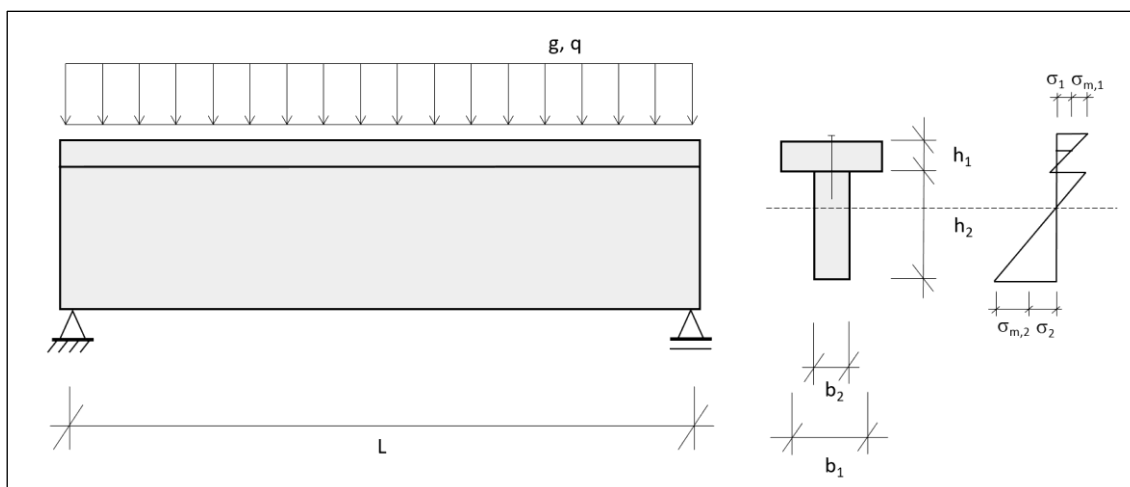


Figura 2.9 – Verificação com seção composta em T ligada por pregos

**RESOLUÇÃO****1. Dados da questão**Propriedades da madeira

Conforme informado anteriormente.

Seção Transversal

Mesa:  $b_1 = 160 \text{ mm}$ ;  $h_1 = 50 \text{ mm}$ ;

Alma:  $b_2 = 80 \text{ mm}$ ;  $h_2 = 200 \text{ mm}$ ;

Ações atuantes e seus fatores de ponderação e combinação

Peso próprio da estrutura de madeira:  $g_0 = 0,50 \text{ kN/m}$  ( $\gamma_g = 1,30$ )

Sobrecarga no piso:  $q = 3,75 \text{ kN/m}$  ( $\gamma_q = 1,50$  /  $\psi_2 = 0,40$ )

Viga

Viga simplesmente apoiada, vão livre:  $L = 4,0 \text{ m}$

Pregos PB58 (110 x 54)

Diâmetro:  $d = 5,4 \text{ mm}$

Espaçamento:  $s = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$

1 linha de pregos na ligação mesa/alma

Pregos instalados com pré-furação

**2. Esforços de projeto**

$$q_d = \gamma_g \times g_0 + \gamma_q \times q = 1,30 \times 0,50 + 1,50 \times 3,75 = 6,28 \text{ kN/m}$$

$$M_{Sd} = q_d L^2 / 8 = 6,28 \times 4^2 / 8 = 12,56 \text{ kN.m} = 1.256 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd} = q_d L / 2 = 6,28 \times 4 / 2 = 12,56 \text{ kN}$$

**3. Módulo de deslizamento para um prego**

$$K_{ser} = \rho_{med}^{1,5} \frac{d}{23} = 750^{1,5} \times \frac{5,4}{23} = 4.822,34 \text{ N/mm} = 48,22 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} = \frac{2}{3} \times 4.822,34 = 3.214,89 \text{ N/mm} = 32,15 \text{ kN/cm}$$

**4. Verificação dos estados limites últimos****4.1 Fator de redução da inércia do conjunto**

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 16 \times 5 = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 8 \times 20 = 160 \text{ cm}^2$$

$$E_1 = E_2 = 1.450 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s}{K_u L_{ef}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1.450 \times 80 \times 10}{32,15 \times 400^2}} = 0,310$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

$$\gamma_3 = \gamma_1 = 0,310$$

#### 4.2 Distância do centroide das partes integrantes da seção à linha neutra do conjunto

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 \times (\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2)} = \frac{0,310 \times 80 \times (5 + 20)}{2 \times (0,31 \times 80 + 1,00 \times 160)} = 1,68 \text{ cm}$$

pois  $E_1 = E_2$ .

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{5 + 20}{2} - 1,68 = 10,82 \text{ cm}$$

#### 4.3 Momento de inércia efetivo

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2)$$

$$I_{x,ef} = \frac{b_1 h_1^3}{12} + \gamma_1 \times A_1 \times a_1^2 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \gamma_2 \times A_2 \times a_2^2$$

$$I_{x,ef} = \frac{16 \times 5^3}{12} + 0,310 \times 80 \times 10,82^2 + \frac{8 \times 20^3}{12} + 1,0 \times 160 \times 1,68^2 = 8.854,98 \text{ cm}^2$$

#### 4.4 Tensão máxima nas mesas da viga

$$\sigma_1 = \gamma_1 a_1 \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} = 0,310 \times 10,82 \times \frac{1.256}{8.854,98} = 0,48 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m,1} = 0,5 \times h_1 \times \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} = 0,5 \times 5 \times \frac{1.256}{8.854,98} = 0,35 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{máx,mesas}} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} = 0,48 + 0,35 = 0,83 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.5 Tensão máxima na alma da viga

$$\sigma_2 = \gamma_2 a_2 \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} = 1,0 \times 1,68 \times \frac{1.256}{8.854,98} = 0,24 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{m,2} = 0,5 h_2 \frac{M_{Sd}}{I_{x,ef}} = 0,5 \times 20 \times \frac{1.256}{8.854,98} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{máx,alma}} = \sigma_2 + \sigma_{m,2} = 0,24 + 1,42 = 1,66 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.6 Tensão cisalhante máxima

$$\tau_{2,\text{máx}} = 0,5 b_2 \left( \frac{h_2}{2} + a_2 \right) \frac{V_{Sd}}{b_2 I_{x,ef}} = 0,5 \times 8 \times \left( \frac{20}{2} + 10,82 \right) \times \frac{12,56}{8.854,98}$$

$$\tau_{2,\text{máx}} = 0,12 \text{ kN/cm}^2 < f_{v,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 4.7 Força máxima aplicada no pino

$$F_{v,sd,1} = \gamma_1 A_1 a_1 s \frac{V_{Sd}}{I_{x,ef}} = 0,310 \times 80 \times 10,82 \times 10 \times \frac{12,56}{8.854,98} = 3,80 \text{ kN}$$

## 5. Verificação dos estados limites de serviço

### 5.1 Determinação do fator de redução da inércia do conjunto

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 S}{k_{ser} L^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1450 \times 80 \times 10}{48,22 \times 400^2}} = 0,403$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

### 5.2 Distâncias do centroide das partes integrantes da seção à linha neutra do conjunto

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 \times (\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2)} = \frac{0,403 \times 80 \times (5 + 20)}{2 \times (0,403 \times 80 + 1,00 \times 160)} = 2,10 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{5 + 20}{2} - 2,10 = 10,40 \text{ cm}$$

### 5.3 Determinação do momento de inércia efetivo da seção composta

$$I_{x,ef} = \frac{b_1 h_1^3}{12} + \gamma_1 \times A_1 \times a_1^2 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \gamma_2 \times A_2 \times a_2^2$$

$$I_{x,ef} = \frac{16 \times 5^3}{12} + 0,403 \times 80 \times 10,40^2 + \frac{8 \times 20^3}{12} + 1,0 \times 160 \times 2,10^2 = 9.692,68 \text{ cm}^2$$

### 5.4 Verificação da flecha instantânea

$$\delta_{g,k} = \frac{5gL^4}{384EI_{x,ef}} = \frac{5 \times \left(\frac{0,50}{100}\right) \times 400^4}{384 \times 1450 \times 9.692,68} = 0,12 \text{ cm}$$

$$\delta_{q,k} = \frac{5qL^4}{384EI_{x,ef}} = \frac{5 \times \left(\frac{3,75}{100}\right) \times 400^4}{384 \times 1450 \times 9.692,68} = 0,89 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} = \delta_{g,k} + \delta_{q,k} = 0,12 + 0,89 = 1,01 \text{ cm}$$

$$\Delta_{inst} = \frac{L}{300} = \frac{400}{300} = 1,33 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} \leq \Delta_{inst} \quad \text{Atende!}$$

### 5.5 Verificação da flecha final

$$\delta_{fin,g,k} = \delta_{inst,g,k} (1 + \phi) = 0,12 \times (1 + 0,8) = 0,22 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin,q,k} = \delta_{inst,q,k} (1 + \psi_2 \phi) = 0,82 \times (1 + 0,4 \times 0,8) = 1,08 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} = \delta_{fin,g,k} + \delta_{fin,q,k} = 0,22 + 1,08 = 1,30 \text{ cm}$$

$$\Delta_{fin} = \frac{L}{250} = \frac{400}{150} = 2,67 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} \leq \Delta_{fin} \quad \text{Atende!}$$

### Exemplo 2.3: pilar com seção transversal caixão

Verifique o pilar de seção caixão indicado a seguir para uma força de compressão axial centrada de 100kN (valor de cálculo). As peças são todas de 150mm x 30mm, dispostas conforme mostrado na Figura 9.18 e ligadas por pregos PB38 (60 x 34) a cada 75mm.

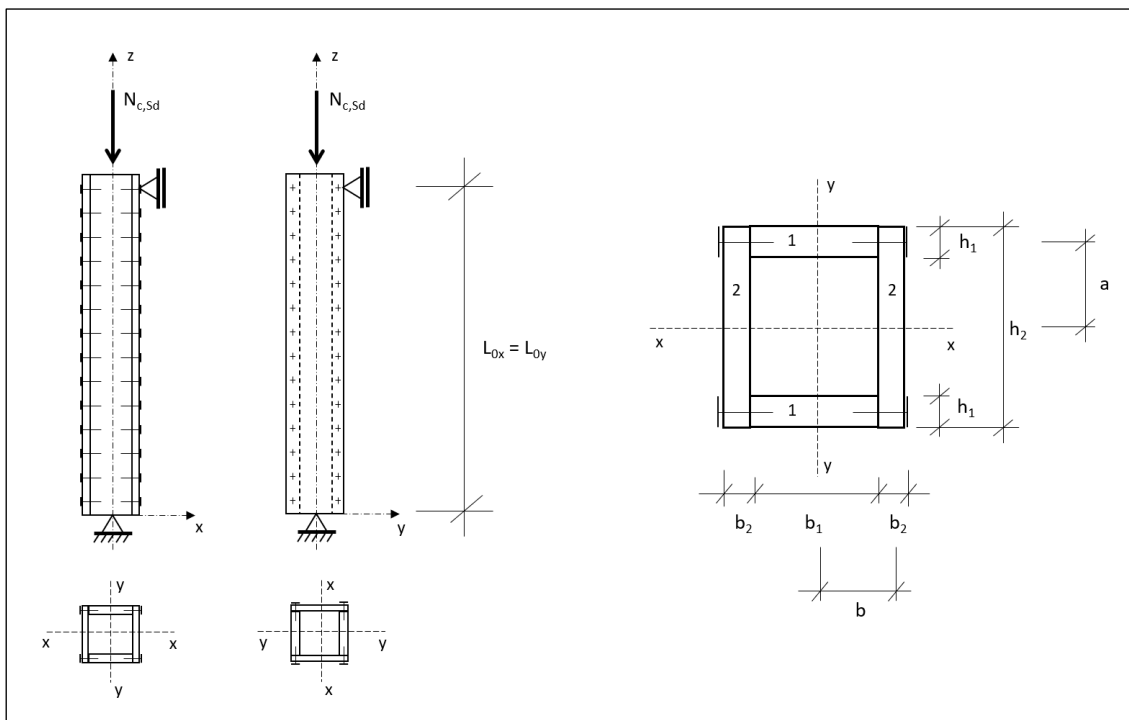


Figura 2.10 – Verificação de pilar com seção transversal caixão

## RESOLUÇÃO

### 1. Dados da questão

#### Propriedades da madeira

Dados informados anteriormente.

#### Seção Transversal

Mesas:  $b_1 = 150 \text{ mm}$ ;  $h_1 = 30 \text{ mm}$ ;

Alma:  $b_2 = 60 \text{ mm}$ ;  $h_2 = 150 \text{ mm}$  (em duas tábuas de 30mm de espessura);

#### Ações atuantes e seus fatores de ponderação e combinação

Esforço de compressão (valor de projeto):  $N_{c,Sd} = 100 \text{ kN}$

#### Comprimentos de flambagem

$L_{0x} = L_{0y} = L = 300 \text{ cm}$

#### Pregos PB38 (60 x 34)

Diâmetro:  $d = 3,4 \text{ mm}$

Espaçamento:  $s = 75 \text{ mm}$

Pregos instalados com pré-furação

## 2. Módulo de deslizamento para um prego

$$K_{ser} = \rho_{med}^{1,5} \frac{d}{23} = 750^{1,5} \times \frac{3,4}{23} = 3.036,29 \text{ N/mm} = 30,36 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} = \frac{2}{3} \times 30,36 = 20,24 \text{ kN/cm}$$

## 3. Fatores de redução da inércia do conjunto

$$E_1 = E_2 = 1.450 \text{ kN/cm}^2$$

$$L_{ef} = L = 300 \text{ cm}$$

$$\gamma_{1,x} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 b_1 h_1 s}{K_u L_{ef}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1.450 \times (3 \times 15) \times 7,5}{2 \times 20,24 \times 300^2}} = 0,430$$

$$\gamma_{1,y} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_2 (0,5 b_2 h_2) s}{K_u L_{ef}^2}} = \frac{1}{1 + \frac{3,14^2 \times 1.450 \times (0,5 \times 6 \times 15) \times 7,5}{2 \times 20,24 \times 300^2}} = 0,430$$

## 4. Momentos de inércia efetivos

Como o módulo de elasticidade é o mesmo para todas as peças podemos cortar o termo “E” das equações. Assim:

$$I_{ef,x} = 2 \frac{b_1 h_1^3}{12} + \frac{b_2 h_2^3}{12} + 2(\gamma_{1,x})(b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} - \frac{h_1}{2} \right)^2$$

$$I_{ef,x} = 2 \times \frac{15 \times 3^3}{12} + \frac{6 \times 15^3}{12} + 2 \times 0,43 \times (3 \times 15) \times \left( \frac{15}{2} - \frac{3}{2} \right)^2 = 3.148,20 \text{ cm}^4$$

$$I_{ef,y} = 2 \frac{h_1 b_1^3}{12} + 2 \frac{h_2 (0,5 b_2)^3}{12} + 2(\gamma_{1,y}) \left( \frac{b_2 h_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} \right)^2$$

$$I_{ef,y} = 2 \times \frac{3 \times 15^3}{12} + 2 \times \frac{15 \times (0,5 \times 6)^3}{12} + 2 \times 0,43 \times \left( \frac{6 \times 15}{2} \right) \left( \frac{15}{2} + \frac{6}{4} \right)^2 = 4.889,70 \text{ cm}^4$$

## 5. Verificação da tensão de compressão

$$A_{tot} = 2b_1 h_1 + b_2 h_2 = 2 \times 3 \times 15 + 6 \times 15 = 180 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{c,sd} = \frac{N_{c,sd}}{A_{tot}} = \frac{100}{180} = 0,56 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

## 6. Verificação da esbeltez máxima

Eixo X-X

$$\lambda_{x,ef} = L_{0x} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{x,ef}}} = 300 \times \sqrt{\frac{180}{3.148,20}} = 71,73 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,x,ef} = \frac{\lambda_{x,ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{71,73}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 1,43 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

### Eixo Y-Y

$$\lambda_{y,ef} = L_{0y} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{y,ef}}} = 300 \times \sqrt{\frac{180}{4.889,70}} = 57,56 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,y,ef} = \frac{\lambda_{y,ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{57,56}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 1,15 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

## 7. Verificação da estabilidade

### Eixo X-X

$$k_{x,ef} = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,x,ef} - 0,3) + \lambda_{rel,x,ef}^2]$$

$$k_{x,ef} = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (1,43 - 0,3) + 1,43^2] = 1,64$$

$$k_{cx,ef} = \frac{1}{k_{x,ef} + \sqrt{k_{x,ef}^2 - \lambda_{rel,x,ef}^2}} = \frac{1}{1,64 + \sqrt{1,64^2 - 1,43^2}} = 0,409$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cx,ef} f_{c0,d}} = \frac{0,56}{0,409 \times 1,80} = 0,76 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

### Eixo Y-Y

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y,ef} - 0,3) + \lambda_{rel,y,ef}^2]$$

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (1,43 - 0,3) + 1,43^2] = 1,25$$

$$k_{cy,ef} = \frac{1}{k_{y,ef} + \sqrt{k_{y,ef}^2 - \lambda_{rel,y,ef}^2}} = \frac{1}{1,25 + \sqrt{1,25^2 - 1,15^2}} = 0,575$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cy,ef} f_{c0,d}} = \frac{0,56}{0,575 \times 1,80} = 0,54 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

Para conhecer o esforço resistente de projeto basta fazer:

$$k_c = \text{Menor}(k_{cx}, k_{cy}) = 0,410$$

$$N_{c,Rd} = k_{c,ef} A_{tot} f_{c0,d} = 0,409 \times 180 \times 1,80 = 132,52 \text{ kN}$$

Obs.: como não há momentos fletores atuantes na barra e a força axial está aplicada de forma centrada as parcelas  $\sigma_{Mx}$  e  $\sigma_{My}$  são nulas ( $\sigma_{Mx} = \sigma_{My} = 0$ ).

## 8. Esforço de cisalhamento no conector

Eixo X-X:

$\lambda_{x,ef} = 71,73 > 60$ , assim:

$$V_{Sd,x} = \frac{N_{c,Sd}}{60 \times k_{cx,ef}} = \frac{100}{60 \times 0,409} = 4,07 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd,1,x} = \gamma_{1,x}(b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} - \frac{h_1}{2} \right) \frac{s V_{Sd,x}}{2 I_{x,ef}}$$

$$F_{v,Sd,1,x} = 0,430 \times (15 \times 3) \times \left( \frac{15}{2} - \frac{3}{2} \right) \times \frac{7,5}{2} \times \frac{4,07}{3.148,20} = 0,56 \text{ kN}$$

Eixo Y-Y:

$30 \leq \lambda_{y,ef} = 57,56 < 60$ , assim:

$$V_{Sd,y} = \frac{N_{c,Sd} \times \lambda_{y,ef}}{3600 \times k_{cy,ef}} = \frac{100 \times 57,56}{3600 \times 0,575} = 2,76 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd,1,y} = \gamma_{1,y} \left( \frac{b_2 h_2}{2} \right) \left( \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} \right) \frac{s V_{Sd,y}}{2 I_{y,ef}}$$

$$F_{v,Sd,1,y} = 0,430 \times \left( \frac{6 \times 15}{2} \right) \times \left( \frac{15}{2} + \frac{6}{4} \right) \times \frac{7,5}{2} \times \frac{2,76}{4.889,70} = 0,37 \text{ kN}$$

Assim:

$$F_{v,Sd,1} = \text{Maior}(F_{v,Sd,1,x}; F_{v,Sd,1,y}) = 0,56 \text{ kN}$$

Esse valor precisa ser comparado ao esforço resistente de projeto do pino ( $F_{v,Rd,1}$ ), o que requer o estudo de ligações em estruturas de madeira.

### Critério alternativo

Durante o dimensionamento há calculistas que preferem verificar os conectores em relação ao esforço resistente da barra ao invés de verificá-lo ao esforço solicitante. A explicação para isso é bastante simples, pois, como  $N_{c,Rd} \geq N_{c,Sd}$ , isso permite compatibilizar a capacidade dos conectores com a capacidade resistente da barra e, assim, assegurar que o sistema como um todo será capaz de suportar o valor definido em  $N_{c,Rd}$ .

Caso o calculista opte por adotar esse critério, temos, para o eixo crítico (X-X):

$$V_{Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{60 \times k_{cx,ef}} = \frac{132,52}{60 \times 0,409} = 5,44 \text{ kN}$$

$$F_{v,Sd,1} = \gamma_{1,x}(b_1 h_1) \left( \frac{h_2}{2} - \frac{h_1}{2} \right) \frac{s V_{Sd}}{2 I_{x,ef}}$$

$$F_{v,Sd,1} = 0,430 \times (15 \times 3) \times \left( \frac{15}{2} - \frac{3}{2} \right) \times \frac{7,5}{2} \times \frac{5,44}{3.148,20} = 0,75 \text{ kN}$$

### 3. PEÇAS COM SOLIDARIZAÇÃO DESCONTÍNUA

Trataremos nesta seção das peças compostas solidarizadas descontinuamente por espaçadores interpostos ou por chapas laterais. Esses dois arranjos e também a orientação convencionalmente adotada para os eixos principais de inércia estão ilustrados na Figura 3.1.

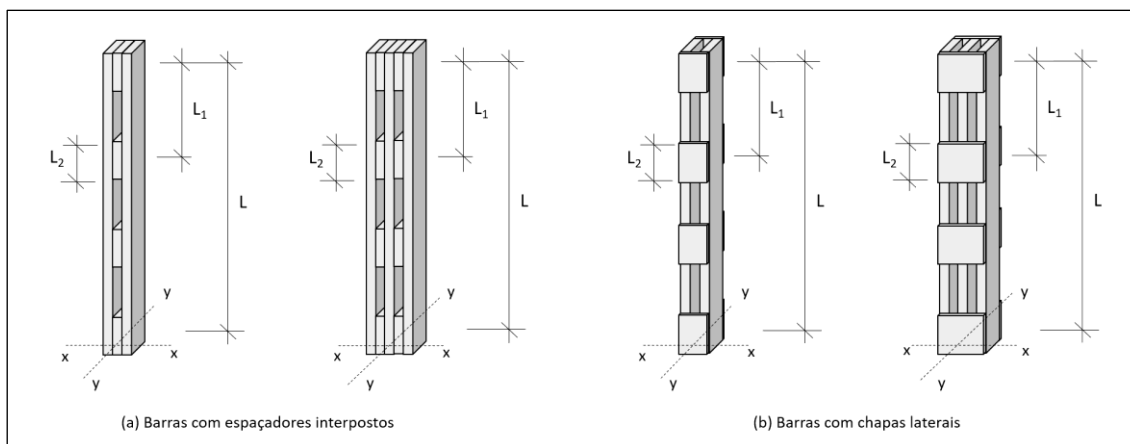


Figura 3.1 – Peças solidarizadas descontinuamente e orientação dos eixos principais de inércia

Quando submetidas à compressão axial essas barras precisam ser verificadas em relação à resistência do material; ou seja, devem atender a condição dada por  $\sigma_{c,Sd} = N_{c,Sd} / A \leq f_{c0,d}$ . Além disso, caso a esbeltez relativa em relação a qualquer um dos eixos principais ultrapasse o limite previsto em norma ( $\lambda_{rel,x} > 0,3$  e/ou  $\lambda_{rel,y} > 0,3$ ), também precisam ser verificadas em relação ao estado limite último de instabilidade. Caso existam excentricidades na aplicação da força axial ou algum momento fletor atuante também devem ser verificadas à flexocompressão. Os critérios são os mesmos aplicáveis às peças de seção transversal simples e a barra composta é verificada como se fosse maciça, porém aplicando-se fatores de ajuste na verificação da instabilidade em relação ao eixo y-y.

#### 3.1. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Há uma série de disposições construtivas que precisam ser atendidas pelas peças solidarizadas descontinuamente, as quais, tendo como referência a Figura 3.2, estão resumidas a seguir:

- Os espaçadores devem estar igualmente espaçados entre si ao longo do comprimento  $L$  da barra;
- As ligações dos espaçadores podem ser feitas com pregos, parafusos ou cola;
- A ligação dos espaçadores pode ser feita com apenas dois parafusos dispostos ao longo da direção longitudinal da barra, afastados entre si de no mínimo  $4d$ , onde  $d$  é o diâmetro do parafuso, e com afastamento mínimo de  $7d$  da borda do espaçador. Neste caso, o comprimento  $L_2$  dos espaçadores deve ser de no mínimo  $18d$  ( $7d + 4d + 7$ );
- O diâmetro dos furos deve ser igual ao diâmetro dos parafusos (furos ajustados);
- Nas peças com espaçadores interpostos o comprimento  $L_2$  desses espaçadores deve atender a relação  $L_2 \leq 1,5a$ ;

- f) Nas peças com chapas laterais o comprimento  $L_2$  das chapas deve atender a relação  $L_2 \leq 2,0a$ .

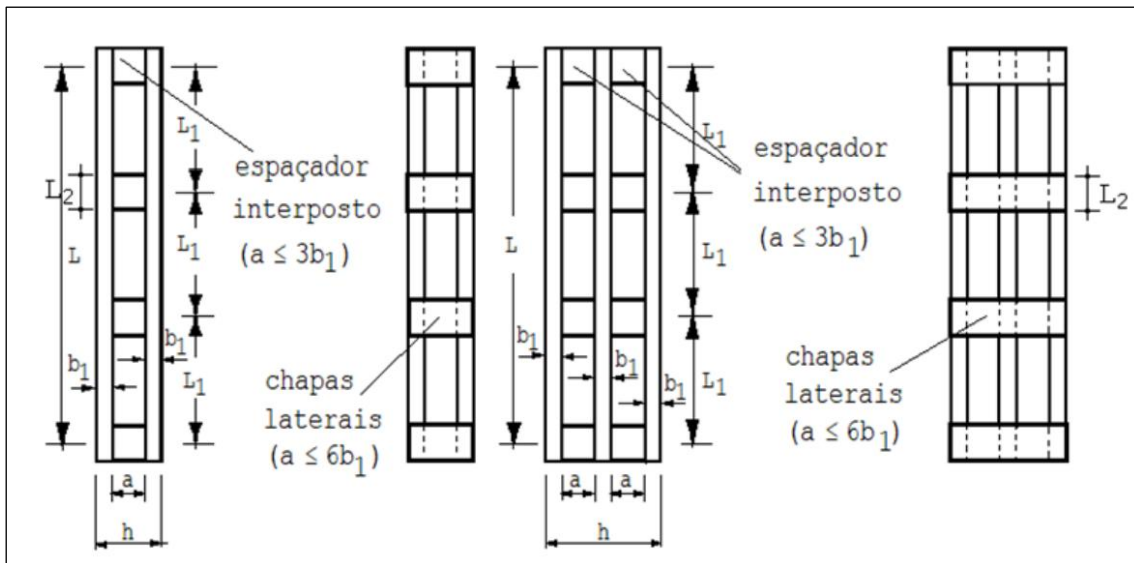


Figura 3.2 – Peças solidarizadas descontinuamente (Fonte: NBR 7190: 2022)

Quando os trechos intermediários de comprimento  $L_1$  são muito longos podem ocorrer problemas de instabilidade local, conforme ilustrado na Figura 3.3, que mostra a diferença entre a instabilidade global da barra em relação ao eixo y-y e a instabilidade local dos trechos intermediários. Para que a instabilidade local não ocorra as seguintes relações devem ser verificadas:

- $9b_1 \leq L_1 \leq 18b_1$ ;
- $a \leq 3b_1$  para o caso de peças com espaçadores interpostos;
- $a \leq 6b_1$  para o caso de peças com chapas laterais.

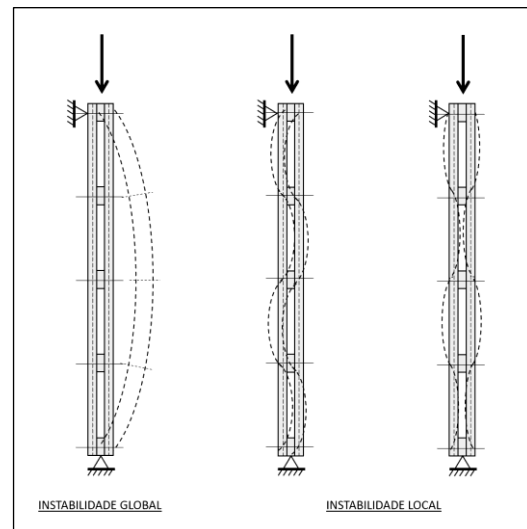


Figura 3.3 – Instabilidades global e local

Na prática, isso equivale a limitar a esbeltez dos trechos intermediários a valores que não levem a instabilidades locais.

## 3.2. INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DE ESPAÇADORES

Na verificação da instabilidade em relação ao eixo x-x, a qual implica em deslocamentos na direção do eixo y-y (ver Figura 3.4(a)), a capacidade resistente da barra composta corresponde à soma da capacidade de cada elemento analisado individualmente; pois, neste caso, o comportamento não é afetado pela quantidade de espaçadores existentes ou pelo tipo de ligação empregada.

Contudo, na verificação da instabilidade em relação ao eixo y-y, à qual correspondem deslocamentos na direção do eixo x-x, conforme pode ser visto na Figura 3.4(b), o comportamento da barra é afetado por diversos fatores, entre eles:

- A quantidade de elementos presentes na seção transversal;
- O tipo de ligação entre as peças; ou seja, se são feitas com espaçadores interpostos ou com chapas laterais;
- A quantidade de espaçadores e a distância entre eles (distância  $L_1$ );
- A forma como a ligação é feita, se com parafusos, pregos ou cola.

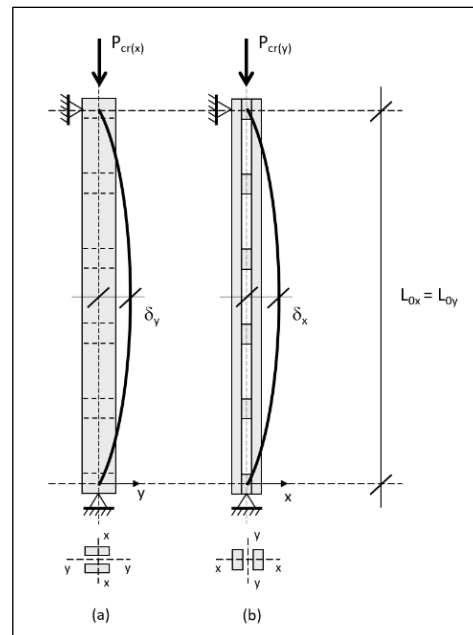


Figura 3.4 – Eixos de flambagem e direção dos deslocamentos transversais correspondentes

A quantidade de espaçadores interpostos ou de chapas laterais que integram a barra composta tem influência direta na capacidade resistente da barra em relação à instabilidade no eixo y-y; pois, quanto maior for a quantidade desses elementos (ou seja, quanto menores forem os trechos de comprimento  $L_1$ ), mais rígida será a barra para flexão em relação a esse eixo e maior será a força crítica suportada.

Desconsiderando a possibilidade de instabilidade local nos trechos de comprimento  $L_1$  e de instabilidade global em relação ao eixo x-x, a influência da quantidade de espaçadores interpostos ou de chapas laterais está didaticamente ilustrada na Figura 3.5.

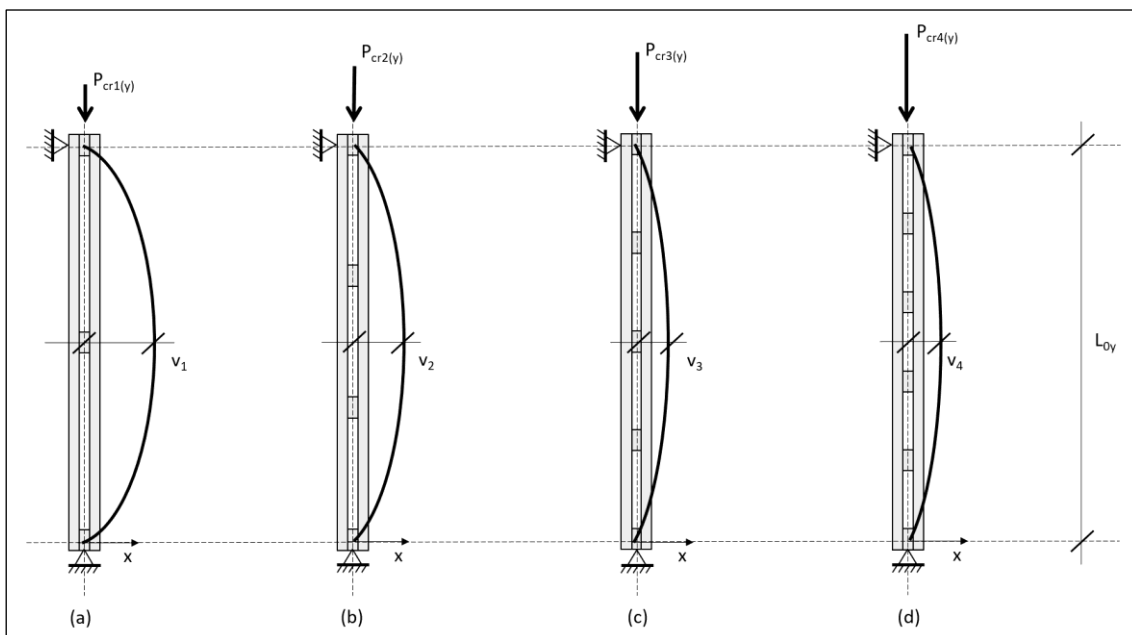


Figura 3.5 – Ilustração didática da influência da quantidade de espaçadores na força crítica em relação ao eixo y-y

Note que, para um mesmo comprimento  $L_{0y}$ , quanto maior a quantidade de espaçadores mais rígido é o comportamento da barra, pois  $v_1 > v_2 > v_3 > v_4$ , e maior é a força crítica suportada, pois  $P_{cr1} < P_{cr2} < P_{cr3} < P_{cr4}$ .

Por questões construtivas, é importante adotar no mínimo dois espaçadores interpostos (ou chapas laterais) nos terços de vão, conforme ilustrado na Figura 3.5(b).

### 3.3. EXPRESSÕES ADOTADAS PELA NBR 7190

As expressões fornecidas pela NBR 7190 para verificação da instabilidade em relação ao eixo y-y para seções com dois e três elementos simples na seção transversal (Figura 3.6) estão resumidas no Quadro 3.1 e na Tabela 3.1.

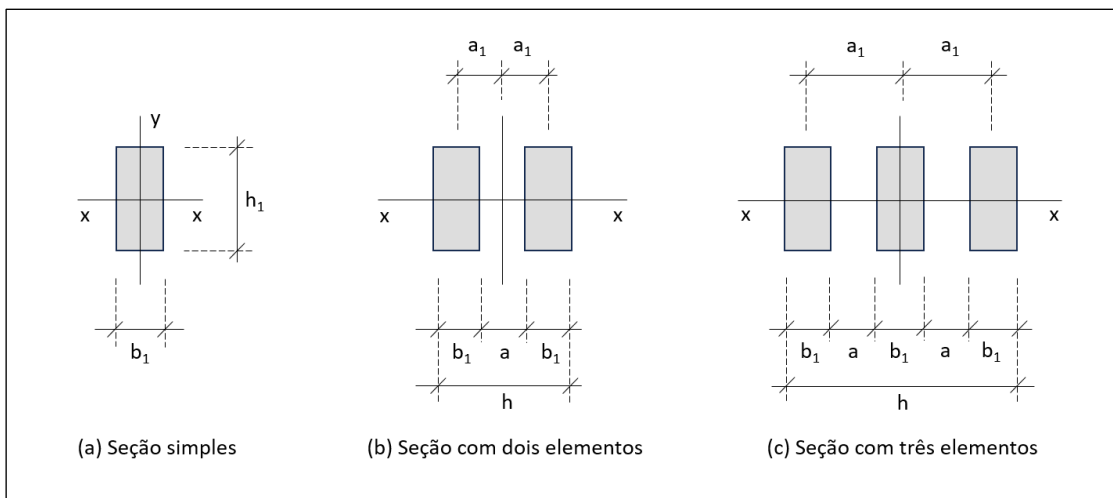


Figura 3.6 – Seções compostas a partir de dois e três elementos simples

Quadro 3.1 – Expressões para determinação da esbeltez efetiva em relação ao eixo y-y para peças compostas solidarizadas descontinuamente com espaçadores interpostos e com chapas laterais

<b>Seção com um elemento</b>	<b>Seção com dois elementos</b>	<b>Seção com três elementos</b>
$A_1 = b_1 \times h_1$	$A_{tot} = 2A_1$	$A_{tot} = 3A_1$
$I_{x1} = \frac{b_1 h_1^3}{12}$	$I_{x,tot} = 2I_{x1}$	$I_{x,tot} = 3I_{x1}$
	$I_{y,tot} = \frac{h_1[(2b_1 + a)^3 - a^3]}{12}$	$I_{y,tot} = \frac{h_1[(3b_1 + 2a)^3 - (b_1 + 2a)^3 + b_1^3]}{12}$
<b>Índice de esbeltez efetivo referente à instabilidade em relação ao eixo y-y</b>		
$\lambda_{ef,y} = \sqrt{(\lambda_y)^2 + n \frac{\beta}{2} (\lambda_1)^2}$		
$\lambda_y = L \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{y,tot}}}$		
$\lambda_1 = 2\sqrt{3} \frac{L_1}{b_1}$		

Nas expressões do Quadro 3.1,  $L$  é o comprimento destravado da barra,  $n$  é a quantidade de elementos constituintes da seção transversal composta e  $\beta$  é um fator que depende dos espaçadores adotados e está definido na Tabela 10.1.

Tabela 3.1 – Valores do fator  $\beta$ 

Classe de Carregamento	Espaçadores Interpostos			Chapas Laterais	
	Colados	Pregados	Parafusados	Coladas	Pregadas
Permanente ou longa duração	1,0	4,0	3,5	3,0	6,0
Média duração ou curta duração	1,0	3,0	2,5	2,0	4,5

### 3.4. VERIFICAÇÃO DOS ESPAÇADORES E SUAS LIGAÇÕES

Tal qual ocorreu com as peças com solidarização contínua, a verificação dos espaçadores e suas ligações é feita para uma força cortante cujo valor convencional é calculado conforme critério indicado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores de  $V_{Sd}$  em função de  $\lambda_{ef,y}$ 

Se $\lambda_{ef,y} < 30$	Se $30 \leq \lambda_{ef,y} < 60$	Se $\lambda_{ef,y} \geq 60$
$V_{Sd} = \frac{N_{c,Rd}}{120k_{cy}}$	$V_{Sd} = \frac{N_{c,Rd} \times \lambda_{ef,y}}{3600k_{cy}}$	$V_{Sd} = \frac{N_{c,Rd}}{60k_{cy}}$

Conhecida a força cortante, o esforço cisalhante nos pinos é determinado por meio da Eq. 3.1.

$$F_{V,d} = V_{Sd} \frac{L_1}{a_1} \quad \text{(Eq. 3.1)}$$

### 3.5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

#### Exemplo 3.1: pilar composto com espaçadores interpostos

Verifique o pilar mostrado na Figura 3.7 para uma força de compressão axial centrada de 65kN (valor de cálculo).

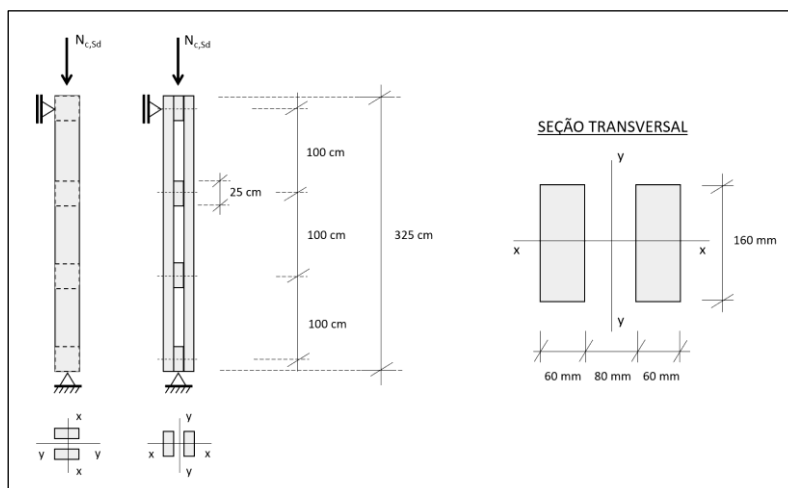


Figura 3.7 – Exemplo de aplicação: pilar de seção composta com espaçadores interpostos parafusados

Adote a mesma madeira e as mesmas condições dos exercícios do capítulo anterior. As ligações dos espaçadores com as peças principais são feitas com dois parafusos de 12,5mm instalados em furos ajustados.

## **RESOLUÇÃO**

### **1. Dados da questão**

Propriedades da madeira (ver exercícios do capítulo anterior)

$$f_{c0,d} = f_{t0,d} = f_{m,d} = 1,80 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,05} = 1.015 \text{ kN/cm}^2$$

Seção Transversal

$$b_1 = 60 \text{ mm}; h_1 = 160 \text{ mm}; a = 80 \text{ mm}.$$

Comprimentos

$$L_{0x} = k_{E,x} \times L = 1,0 \times 300 \text{ cm}$$

$$L_{0y} = k_{E,y} \times L = 1,0 \times 300 \text{ cm}$$

$$L_1 = 100 \text{ cm}$$

$$L_2 = 25 \text{ cm}$$

Ação atuante

$$\text{Esforço de compressão axial centrada (valor de projeto): } N_{c,Sd} = 65 \text{ kN}$$

Parafusos

2  $\phi$  12,5 mm instalados em furos ajustados

### **2. Verificação das disposições construtivas**

Espaçadores igualmente espaçados ( $L_1 = 1.000 \text{ mm}$ ) - Ok!

Ligação dos espaçadores com no mínimo dois parafusos - Ok!

Parafusos instalados em furos ajustados - Ok!

$L_2 = 250 \text{ mm} > 1,5a$  (onde  $1,5a = 1,5 \times 80 = 120 \text{ mm}$ ) - Ok!

$L_2 = 250 \text{ mm} > 18d$  (onde  $18d = 11 \times 12,5 = 225 \text{ mm}$ ) - Ok!

$a = 80 \text{ mm} < 3b_1$  (onde  $3b_1 = 3 \times 60 = 180 \text{ mm}$ ) - Ok!

$9b_1 = 540 \text{ mm} \leq L_1 = 1.000 \text{ mm} \leq 18b_1 = 1.080 \text{ mm}$  - Ok!

### **3. Propriedades geométricas da seção transversal**

$n = 2$  (seção transversal composta por duas peças)

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 6 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$$

$$I_{x1} = \frac{b_1 h_1^2}{12} = \frac{6 \times 16^3}{12} = 2.048 \text{ cm}^4$$

$$A_{tot} = nA_1 = 2 \times 96 = 192 \text{ cm}^2$$

$$I_{x,tot} = nI_{x1} = 2 \times 2.048 = 4.096 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,tot} = \frac{h_1 [(2b_1 + a)^3 - a^3]}{12} = \frac{16 \times [(2 \times 6 + 8)^3 - 8^3]}{12} = 9.984 \text{ cm}^4$$

#### 4. Verificação da tensão de compressão

$$\sigma_{c,Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{A_{tot}} = \frac{65}{192} = 0,34 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,Sd} < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

#### 5. Verificação da esbeltez máxima

##### Eixo X-X

$$L_{0x} = k_{E,x} \times L = 1,0 \times 300 = 300 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = L_{0x} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{x,tot}}} = 300 \times \sqrt{\frac{192}{4.096}} = 64,95 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{64,95}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 1,30 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

##### Eixo Y-Y

$$L_{0y} = k_{E,y} \times L = 1,0 \times 300 = 300 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = L_{0y} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{y,tot}}} = 300 \times \sqrt{\frac{192}{9.984}} = 41,60$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{3} \frac{L_1}{b_1} = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{100}{6} = 57,74$$

$$\lambda_{y,ef} = \sqrt{\lambda_y^2 + n \frac{\beta}{2} \lambda_1^2} = \sqrt{41,60^2 + 2 \times \frac{3,50}{2} \times 57,74^2} = 115,76 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,y,ef} = \frac{\lambda_{y,ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{115,76}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 2,31 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

#### 6. Verificação da estabilidade

##### Eixo X-X

$$k_x = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,x} - 0,3) + \lambda_{rel,x}^2] = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (1,30 - 0,3) + 1,30^2] = 1,44$$

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{k_x^2 - \lambda_{rel,x}^2}} = \frac{1}{1,44 + \sqrt{1,44^2 - 1,30^2}} = 0,486$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cx} f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,486 \times 1,80} = 0,39 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

Eixo Y-Y

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y,ef} - 0,3) + \lambda_{rel,y,ef}^2]$$

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (2,31 - 0,3) + 2,31^2] = 3,37$$

$$k_{cy,ef} = \frac{1}{k_{y,ef} + \sqrt{k_{y,ef}^2 - \lambda_{rel,y,ef}^2}} = \frac{1}{3,37 + \sqrt{3,37^2 - 2,31^2}} = 0,172$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cy,ef} f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,172 \times 1,80} = 1,10 > 1,0 \quad \text{Não atende!}$$

**7. Esforço resistente de projeto**

Caso se deseje conhecer o esforço resistente de projeto:

$$k_c = \text{menor } (k_{cx}; k_{cy,ef}) = 0,172$$

$$N_{c,Rd} = k_c \times A_{tot} \times f_{c0,d} = 0,172 \times 192 \times 1,80 = 59,44 \text{ kN}$$

**8. Determinação da força atuante nos pinos**

Para  $\lambda_{y,ef} > 60$ :

$$V_{Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{60 \times k_{cy,ef}} = \frac{60}{60 \times 0,172} = 5,81 \text{ kN}$$

$$a_1 = \frac{b_1}{2} + \frac{a}{2} = \frac{6}{2} + \frac{8}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$F_{V,d} = V_{Sd} \frac{L_1}{a_1} = 5,81 \times \frac{100}{7} = 83 \text{ kN}$$

**9. Conclusão da questão**

O arranjo adotado não atendeu as condições especificadas pela NBR 7190. Neste caso, como o eixo crítico foi o eixo y-y, pode-se testar duas soluções:

- Acrescentar mais uma peça, trabalhando com  $n = 3$  ao invés de  $n = 2$ ;
- Acrescentar mais um espaçador, trabalhando com  $L_1 = 75 \text{ cm}$  ao invés de  $L_1 = 100 \text{ cm}$ .

Nos próximos exercícios verificaremos essas duas soluções e discutiremos os resultados.

**Exemplo 3.2: pilar composto com três peças**

Refaça a verificação do pilar do exemplo 3.1 adotando três peças ao invés de duas e determine o esforço resistente de projeto. Os demais dados devem ser mantidos. O novo arranjo está indicado na Figura 3.7.

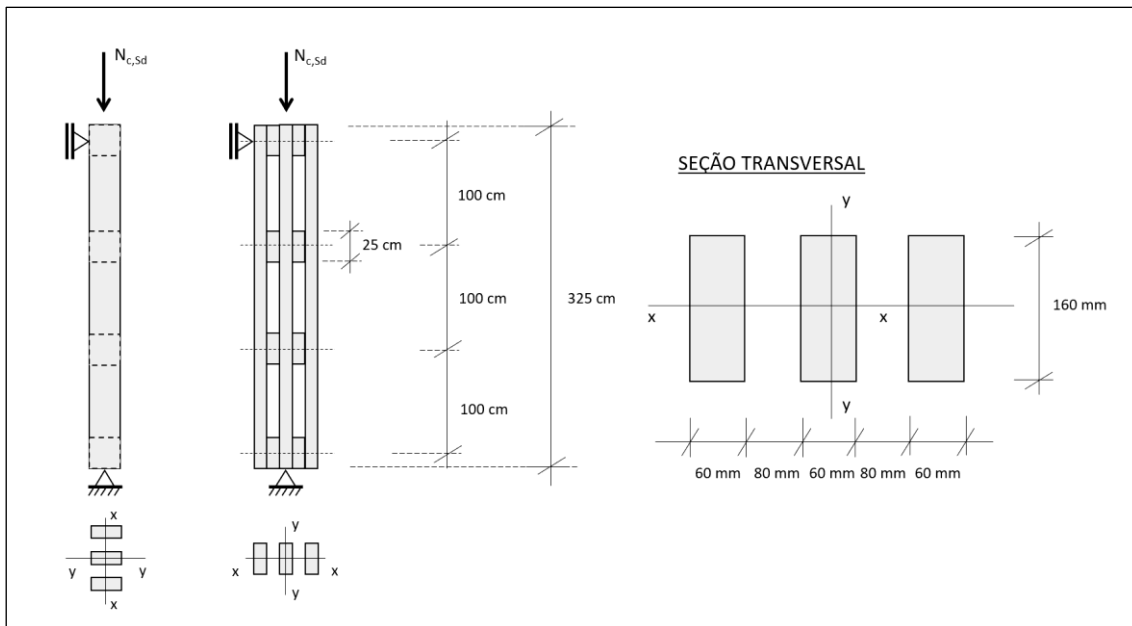


Figura 3.7 – Exemplo de aplicação: pilar com três peças e espaçadores interpostos

## RESOLUÇÃO

### 1. PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO TRANSVERSAL

$n = 3$  (seção transversal composta por três peças)

$$A_{tot} = nA_1 = 3 \times 96 = 288 \text{ cm}^2$$

$$I_{x,tot} = nI_{x1} = 3 \times 2.048 = 6.144 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,tot} = \frac{h_1[(3b_1 + 2a)^3 - (b_1 - 2a)^3 + b_1^3]}{12} = 38.496 \text{ cm}^4$$

### 2. Verificação da tensão de compressão

$$\sigma_{c,sd} = \frac{N_{c,sd}}{A_{tot}} = \frac{65}{288} = 0,23 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,sd} < f_{c0,d} \quad \text{Atende!}$$

### 3. Verificação da esbeltez máxima

Eixo X-X

$$\lambda_x = L_{0x} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{x,tot}}} = 300 \times \sqrt{\frac{288}{6.144}} = 64,95 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{64,95}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 1,30 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

Eixo Y-Y

$$\lambda_y = L_{0y} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{y,tot}}} = 300 \times \sqrt{\frac{288}{38.496}} = 25,95$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{3} \frac{L_1}{b_1} = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{100}{6} = 57,73$$

$$\lambda_{y,ef} = \sqrt{\lambda_y^2 + n \frac{\beta}{2} \lambda_1^2} = \sqrt{25,95^2 + 3 \times \frac{3,50}{2} \times 57,73^2} = 134,80 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,y,ef} = \frac{\lambda_{y,ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{134,80}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 2,69 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

**4. Verificação da estabilidade**Eixo X-X

$$k_x = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,x} - 0,3) + \lambda_{rel,x}^2]$$

$$k_x = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (1,30 - 0,3) + 1,30^2] = 1,44$$

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{k_x^2 - \lambda_{rel,x}^2}} = \frac{1}{1,44 + \sqrt{1,44^2 - 1,30^2}} = 0,486$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cx} f_{c0,d}} = \frac{0,23}{0,486 \times 1,80} = 0,26 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

Eixo Y-Y

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y,ef} - 0,3) + \lambda_{rel,y,ef}^2]$$

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (2,69 - 0,3) + 2,69^2] = 4,36$$

$$k_{cy,ef} = \frac{1}{k_{y,ef} + \sqrt{k_{y,ef}^2 - \lambda_{rel,y,ef}^2}} = \frac{1}{4,36 + \sqrt{4,36^2 - 2,69^2}} = 0,128$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cy,ef} f_{c0,d}} = \frac{0,23}{0,128 \times 1,80} = 1,00 \leq 1,0 \quad \text{Atende!}$$

Para determinação do esforço resistente:

$$N_{c,Rd} = k_{cy,ef} \times A_{tot} \times f_{c0,d} = 0,128 \times 288 \times 1,80 = 66,35 \text{ kN}$$

### Exemplo 3.3: efeito da inserção de espaçador interposto

Refazer a verificação do pilar do exemplo 3.1 adotando mais um espaçador (ver Figura 3.7), de modo a reduzir o comprimento  $L_1$ . Os demais dados devem ser mantidos.

#### RESOLUÇÃO

Neste caso, basta revisar a verificação da estabilidade em relação ao eixo y-y e determinar novamente o esforço nos conectores; pois, as demais condições não serão alteradas pela inserção de mais um espaçador interposto. A expectativa é que a capacidade resistente do pilar aumente com a inserção de mais um espaçador interposto.

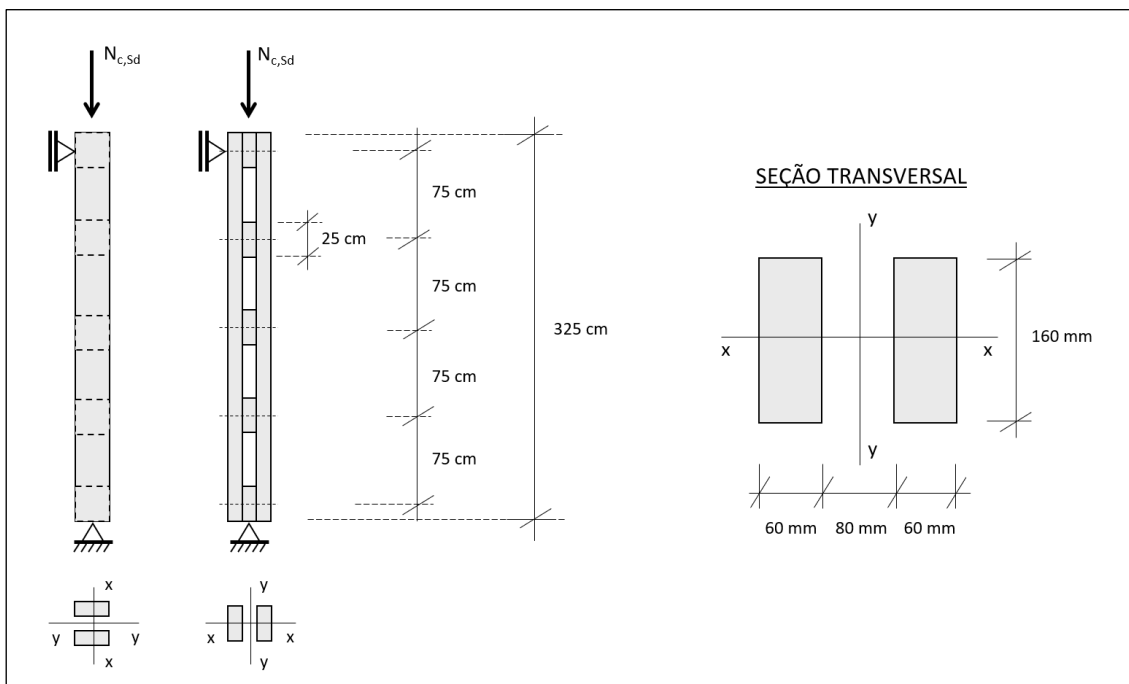


Figura 3.7 – Exemplo de aplicação: pilar de seção composta com ligação descontínua ( $L_1 = 75\text{cm}$ )

#### 1. Revisão da verificação da estabilidade em relação ao eixo y-y

$$L_{0y} = k_{E,y} \times L = 1,0 \times 300 = 300\text{cm}$$

$$\lambda_y = L_{0y} \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{y,tot}}} = 300 \times \sqrt{\frac{192}{9.984}} = 41,60$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{3} \frac{L_1}{b_1} = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{75}{6} = 43,30$$

$$\lambda_{y,ef} = \sqrt{\lambda_y^2 + n \frac{\beta}{2} \lambda_1^2} = \sqrt{41,60^2 + 2 \times \frac{3,50}{2} \times 43,30^2} = 91,06 < 140 \quad \text{Ok!}$$

$$\lambda_{rel,y,ef} = \frac{\lambda_{y,ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{91,06}{3,14} \sqrt{\frac{4,0}{1.015}} = 1,82 > 0,3 \quad \text{Precisa verificar a estabilidade!}$$

$$k_{y,ef} = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y,ef} - 0,3) + \lambda_{rel,y,ef}^2] = 0,5 \times [1 + 0,2 \times (1,82 - 0,3) + 1,82^2] = 2,31$$

$$k_{cy,ef} = \frac{1}{k_{y,ef} + \sqrt{k_{y,ef}^2 - \lambda_{rel,y,ef}^2}} = \frac{1}{2,31 + \sqrt{2,31^2 - 1,82^2}} = 0,268$$

$$\frac{\sigma_{c,Sd}}{k_{cy,ef} f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,268 \times 1,80} = 0,70 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

Caso se deseje conhecer o esforço resistente de projeto:

$$N_{c,Rd} = k_{cy,ef} \times A_{tot} \times f_{c0,d} = 0,268 \times 192 \times 1,80 = 92,62 \text{ kN}$$

## 2. Determinação da força atuante nos pinos

Para  $\lambda_{y,ef} > 60$ :

$$V_{Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{60 \times k_{cy,ef}} = \frac{65}{60 \times 0,268} = 4,04 \text{ kN}$$

$$a_1 = \frac{b_1}{2} + \frac{a}{2} = \frac{6}{2} + \frac{8}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$F_{V,d} = V_{Sd} \frac{L_1}{a_1} = 4,04 \times \frac{75}{7} = 43,29 \text{ kN}$$

## 3. Conclusão da questão

A inserção de mais um espaçador interposto levou a barra a atender as condições da NBR 7190 e reduziu o valor de esforço atuante nos parafusos.

Note que ambas as soluções estudadas, ou seja, tanto a inclusão de mais um espaçador interposto quanto a utilização de mais uma peça, fizeram a barra atender às condições de verificação. Naturalmente, a solução mais simples e mais econômica para o caso em estudo tende a ser a inclusão de mais um espaçador interposto.

Se a verificação for feita com três peças ( $n = 3$ ) e  $L_1 = 75\text{cm}$ , quais será o valor do esforço resistente de projeto? Faça os cálculos e compare os resultados.

### Exemplo 3.4: pilar composto com chapas laterais

Refaça a verificação do pilar do exemplo 3.3 ( $L_1 = 75\text{cm}$ ) e determine o esforço resistente de projeto admitindo que a ligação entre as peças é feita com chapas laterais, conforme mostrado na Figura 3.8.

Admita:

- Chapas laterais pregadas;
- Chapas laterais coladas.

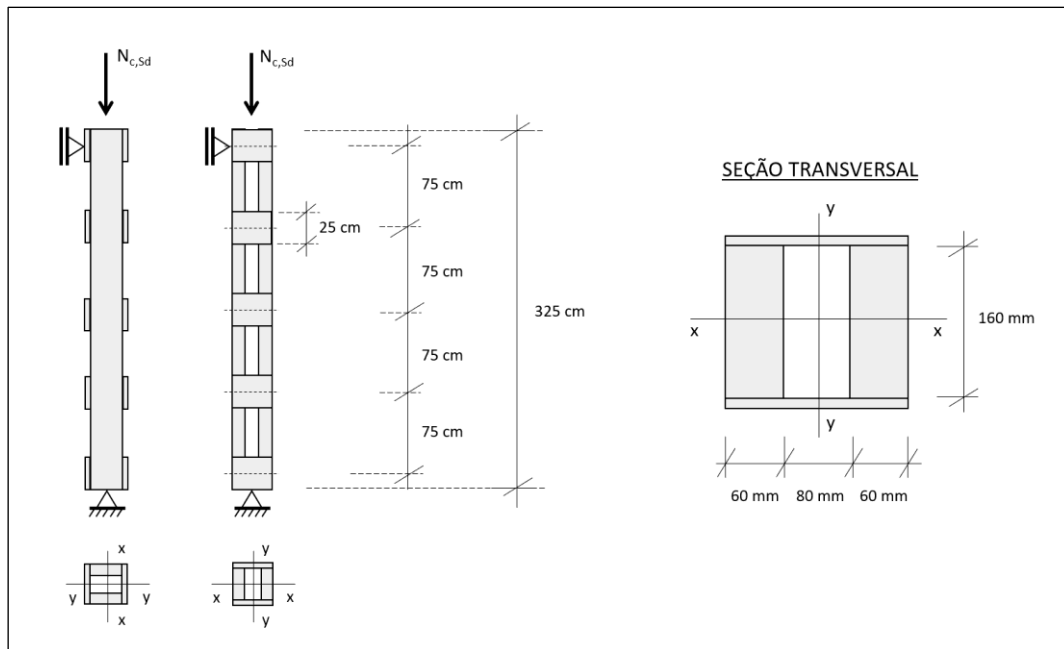


Figura 3.8 – Exemplo de aplicação: pilar de seção composta com chapas laterais

## RESOLUÇÃO

A única diferença consiste no valor adotado para o parâmetro  $\beta$ , o qual é usado na determinação de  $\lambda_{y,ef}$ , conforme pode ser ver nas expressões do Quadro 3.1.

De acordo com a Tabela 3.1, os valores de  $\beta$  para combinações com ações de longa duração são dados por:

- Para espaçadores interpostos parafusados:  $\beta = 3,5$  (foi o valor usado nos exemplos 3.1 a 3.3);
- Para chapas laterais pregadas:  $\beta = 6,0$ ;
- Para chapas laterais coladas:  $\beta = 3,0$ ;

Sendo assim:

Para chapas laterais pregadas:

$$k_{cx} = 0,483$$

$$\frac{\sigma_{c,Nsd}}{k_{cx} f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,483 \times 1,80} = 0,39 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

$$\beta = 6,0$$

$$k_{cy} = 0,177$$

$$\frac{\sigma_{c,Nsd}}{k_{cy} f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,177 \times 1,80} = 1,07 > 1,0 \quad \text{Não tende!}$$

$$k_c = \text{menor} (k_{cx}; k_{cy,ef}) = 0,177$$

$$N_{c,Rd} = k_c \times A_{tot} \times f_{c0,d} = 0,177 \times 192 \times 1,80 = 61,17 \text{ kN}$$

Para chapas laterais coladas:

$$k_{cx} = 0,483$$

$$\frac{\sigma_{c,Nsd}}{k_{cx}f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,483 \times 1,80} = 0,39 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

$$\beta = 3,0$$

$$k_{cy} = 0,299$$

$$\frac{\sigma_{c,Nsd}}{k_{cy}f_{c0,d}} = \frac{0,34}{0,299 \times 1,80} = 0,63 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

$$k_c = \text{menor}(k_{cx}; k_{cy,ef}) = 0,299$$

$$N_{c,Rd} = k_c \times A_{tot} \times f_{c0,d} = 0,299 \times 192 \times 1,80 = 103,33 \text{ kN}$$

Se o cálculo for feito com três peças ( $n = 3$ ), quais serão os valores dos esforços resistentes de projeto? Faça os cálculos e compare os resultados.

### Considerações finais

Os esforços resistentes de projeto para as cinco soluções verificadas neste capítulo estão listados na tabela seguir. Cabe ao engenheiro, diante das condições de projeto em que estiver inserido, determinar qual solução é a mais apropriada.

Tabela 3.4 – Resumo dos resultados obtidos nos exemplos de aplicação do Capítulo 3

Arranjo estrutural	Quantidade de peças (n)	L <sub>1</sub>	N <sub>c,Rd</sub>
Espaçadores interpostos ( $\beta = 3,5$ )	2	100 cm	59,44 kN
Espaçadores interpostos ( $\beta = 3,5$ )	3	100 cm	66,35 kN
Espaçadores interpostos ( $\beta = 3,5$ )	2	75 cm	92,62 kN
Chapas laterais pregadas ( $\beta = 6,0$ )	2	75 cm	61,17 kN
Chapas laterais coladas ( $\beta = 3,0$ )	2	75 cm	103,33 kN

Note que, de uma forma geral, mantidas as mesmas condições, quanto maior o valor de  $\beta$  menor a capacidade resistente do pilar.

## 4. MADEIRA LAMELADA COLADA (MLC)

### 4.1. INTRODUÇÃO

A madeira lamelada colada (MLC) é um produto de madeira engenheirada na qual as lamelas, que são basicamente tábuas de madeira serrada, são coladas umas às outras por meio de processo construtivo industrializado utilizando adesivos estruturais apropriados e equipamentos que pressionam as lamelas umas contra as outras. Trata-se de um produto extremamente versátil e que permite aplicações sofisticadas e arrojadas, motivos pelos quais vem sendo muito utilizada na construção em madeira nos dias atuais. Uma imagem ilustrativa está apresentada na Figura 4.1.

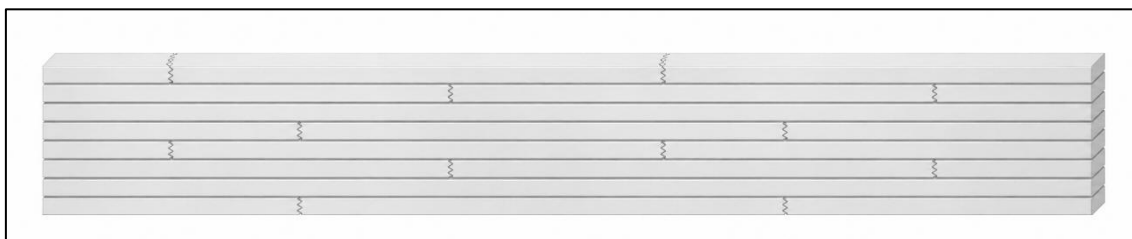


Figura 4.1 – Exemplo de peça em madeira lamelada colada (MLC)

Note que na produção da MLC as lamelas são dispostas no sentido longitudinal, o que permite a confecção de grandes barras, tanto no comprimento quanto na altura, as quais podem ter eixo reto ou curvo. O comportamento mecânico é equivalente ao das peças maciças e podem ser usadas como vigas, pilares e também em barras curvas.

No sentido longitudinal, as lamelas são ligadas por meio de emendas denteadas, conforme ilustrado na Figura 4.2; as quais são necessárias para se atingir o comprimento desejado.

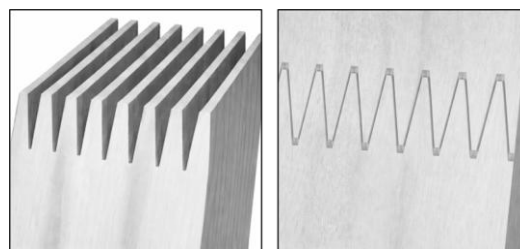


Figura 4.2 – Emenda denteada em peça de MLC

A NBR 7190 apresenta uma série de recomendações para a produção de peças com lamelas de madeira, entre elas:

- Evitar o emprego de diferentes espécies de madeira na composição de um mesmo elemento de MLC. Caso isso ocorra, deve ser comprovada a compatibilidade das propriedades físicas e mecânicas entre as espécies, em especial no que diz respeito aos coeficientes de retração;
- Devem ser empregadas lamelas de madeiras com densidade aparente (para um teor de umidade de 12%) entre  $0,40\text{g/cm}^3$  e  $0,75\text{g/cm}^3$ . Densidades acima desse limite podem ser aceitas mediante avaliação criteriosa do comportamento das juntas;

- c) Devem ser tratadas com produtos e processos que assegurem a durabilidade e a proteção biológica, conforme preconizado pela NBR 16143, e sem prejuízo à aderência da cola;
- d) Deve-se procurar a homogeneização do teor de umidade do lote de tábuas durante o processo de secagem, visando evitar a ocorrência de defeitos prejudiciais à colagem das lamelas;
- e) O lote de madeira do qual serão produzidas as tábuas deve passar pelo enquadramento nas classes de resistência especificadas pela NBR 7190; devendo passar, também, por classificação visual e por classificação do módulo de elasticidade;
- f) A continuidade de cada lamela deve ser assegurada por uniões longitudinais denteadas compatíveis com os esforços estruturais solicitantes;
- g) Deve atender as distâncias mínimas especificadas pela NBR 7190 para emendas entre lamelas, as quais são válidas quando as faces maiores da seção transversal das lamelas estão paralelas à linha neutra (ver Figura 4.3(a));
- h) Quando as faces maiores estão perpendiculares à linha neutra (ver Figura 4.3(b)), ou em combinação as duas disposições, a eficiência da junta deve ser ensaiada em laboratórios idôneos e de reconhecida competência;
- i) A distância mínima entre emendas na mesma lamela é de 80cm para lamelas que compõem as quartas partes mais afastadas do eixo baricêntrico horizontal, e de 50cm para as lamelas que compõem a metade central da seção transversal. Essas duas condições estão indicadas na Figura 4.3(c);
- j) A distância mínima entre lamelas adjacentes que compõem as quartas partes mais afastadas do eixo baricêntrico horizontal é de 20cm. Essa condição está indicada na Figura 4.3(d);
- k) Em hipótese alguma a espessura de lamelas de MLC pode exceder 50mm;
- l) No caso de peças curvas de MLC, a espessura final de cada lamela deve atender também aos seguintes limites máximos:  $1/150$  do raio de curvatura da face interna da lamela para madeiras com densidade aparente até  $0,50\text{g/cm}^3$ ; e  $1/120$  para o caso de madeiras com densidade superior a esse valor;
- m) Os adesivos empregados na produção de MLC devem ser estruturais e apresentar propriedades compatíveis às condições ambientais a que os elementos estruturais estarão submetidos durante toda a sua vida útil;
- n) Na ausência de recomendações mais rigorosas do fabricante da cola ou de comprovação de desempenho da qualidade da cola, na colagem de peças de MLC a junta entre as lamelas deve receber uma pressão mínima especificada pela NBR 7190; devendo, ainda, ser seguidas as recomendações do fabricante do adesivo com relação a tempo, temperatura, pressão e umidade.

Cabe ao fabricante assegurar a qualidade do produto e fornecer documentação comprobatória com eficiência comprovada conforme os métodos de ensaio prescritos pela NBR 7190-6.

## 4.2. CRITÉRIOS DE VERIFICAÇÃO DE PEÇAS EM MLC

A verificação da MLC é feita com os mesmos critérios empregados na verificação de peças de madeira serrada, mas com algumas adaptações. Com relação a peças fletidas, a norma faz as seguintes recomendações:

- a) Em peças de seção constante, a largura mínima deve ser de  $1/7$  da altura da peça;

- b) Em peças de seção variável, as extremidades de menor altura não podem ser inferiores a  $L/30$  e a inclinação não pode ultrapassar 5%.

A norma prevê um coeficiente parcial de modificação  $k_{mod3}$  para peças de MLC definido como:

$$k_{mod3} = C_e \times C_c \times C_t \quad | \quad (\text{Eq. 4.1})$$

onde:

- a)  $C_e$  é um coeficiente de modificação de emenda de entalhes múltiplos dado por  $C_e = 0,95$  para peças com emendas por entalhes múltiplos e  $C_e = 1,00$  para peças sem emendas;
- b)  $C_c$  é um coeficiente de modificação devido à curvatura do eixo da barra, dado por  $C_c = 1,00$  para peças retas e  $C_c = 1 - 2.000 \times (t/r)^2$  para peças curvas, onde  $t$  é a espessura das lamelas e  $r$  é o menor raio de curvatura das lamelas que compõem a seção transversal resistente;
- c)  $C_t$  é um coeficiente de modificação devido à temperatura, o qual deve ser aplicado às peças em MLC expostas a temperaturas elevadas durante o uso. Os valores a serem adotados estão indicados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Fator de Modificação  $C_t$  para peças em MLC

Tipo de propriedade	Teor de umidade da madeira em serviço	Temperatura Ambiente ( $\theta$ )		
		$\theta \leq 38 \text{ }^\circ\text{C}$	$38 \text{ }^\circ\text{C} < \theta \leq 52 \text{ }^\circ\text{C}$	$52 \text{ }^\circ\text{C} < \theta \leq 66 \text{ }^\circ\text{C}$
Tração paralela e módulo de elasticidade	Seca ou úmida	1,0	0,9	0,9
Ligações e demais propriedades	Seca < 16%	1,0	0,8	0,7
	Úmida $\geq 16\%$	1,0	0,7	0,5

Assim, para peças de MLC, o coeficiente de modificação passa a ser dado por:

$$k_{mod3} = k_{mod1} \times k_{mod2} \times k_{mod3} \quad | \quad (\text{Eq. 4.2})$$

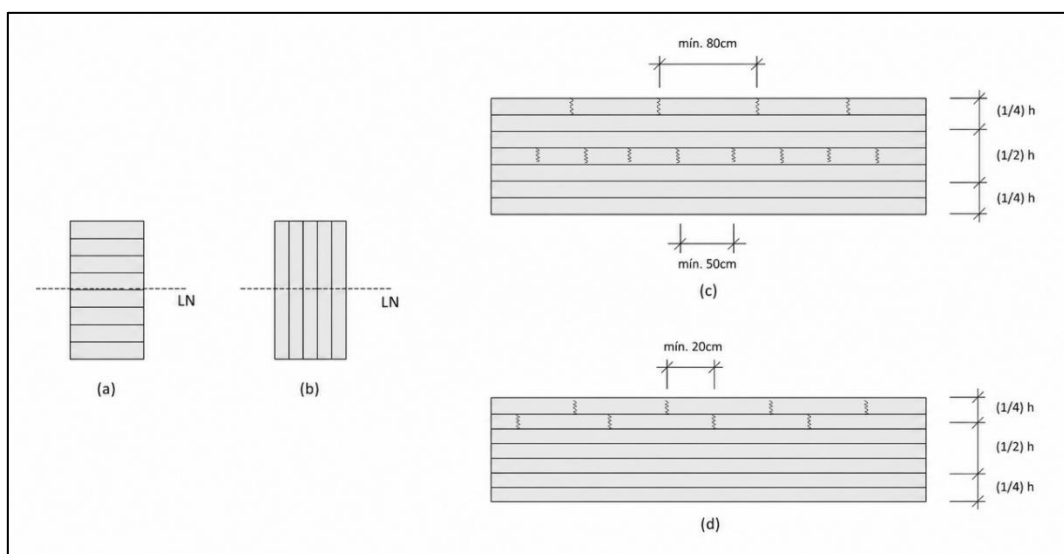


Figura 4.3 – Espaçamentos mínimos entre lamelas

De acordo com a NBR 7190, a rigidez à flexão de uma peça de MLC deve ser calculada pelo método da seção transformada, o qual consiste em transformar uma seção transversal composta por diferentes materiais (ou mesmo composta por um único material, mas com propriedades mecânicas diferentes), em uma seção transversal equivalente composta por um único material.

No caso de uma viga em MLC, por exemplo, pode-se dispor as lamelas de maior rigidez nas extremidades da seção, ou seja, nos trechos onde as tensões costumam ser maiores; e as lamelas com propriedades inferiores na região central, onde as tensões são menores e vão decaindo até se anularem na linha neutra. O arranjo típico está indicado na Figura 4.4 (a), onde as melhores lamelas estão localizadas nas quartas partes mais afastadas da linha neutra.

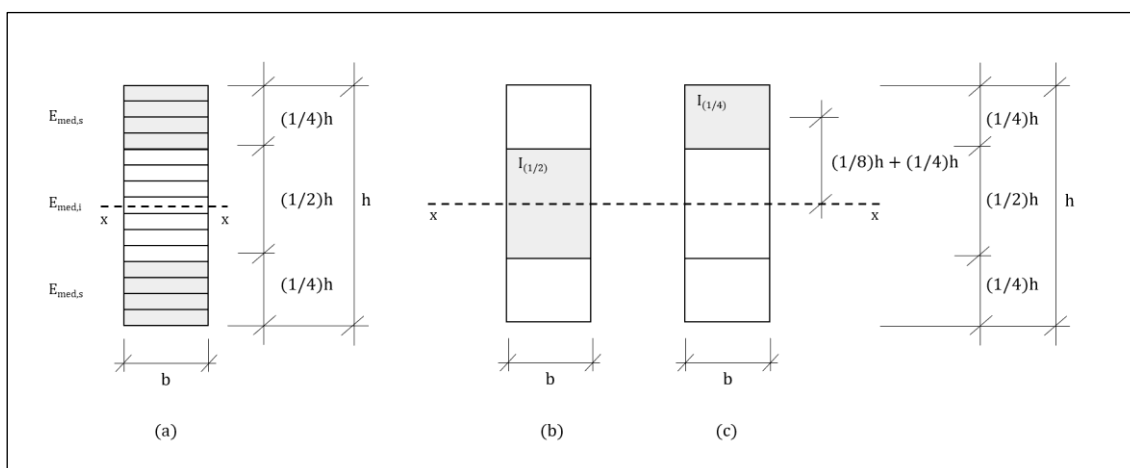


Figura 4.4 – Seção transversal em MLC com combinação de lamelas com diferentes módulos de elasticidade

Caso a peça seja constituída pela combinação de lamelas indicadas na Figura 4.4, ou seja, com o módulo de elasticidade à flexão do lote superior empregado nas quartas partes mais afastadas da linha neutra e o módulo de elasticidade à flexão do lote inferior empregado na metade central (Figura 4.4(a)), o cálculo da rigidez pelo método da seção transformada resulta na Eq. 4.3:

$$EI = 2E_{med,s}I_{(1/4)} + E_{med,i}I_{(1/2)} \quad | \quad (\text{Eq. 4.3})$$

onde:

- $EI$  é a rigidez à flexão do elemento estrutural;
- $E_{med,s}$  é o valor médio dos módulos de elasticidade do lote de valores superior;
- $E_{med,i}$  é o valor médio dos módulos de elasticidade do lote de valores inferior;
- $I_{(1/4)}$  é o momento de inércia da quarta parte mais afastada, em relação ao eixo baricêntrico ( $x$ );
- $I_{(1/2)}$  é o momento de inércia da metade central da seção transversal, em relação ao eixo baricêntrico ( $x$ ).

A partir da Figura 4.4(b) conseguimos determinar o momento de inércia da metade central da seção ( $I_{(1/2)}$ ), o qual é dado por:

$$I_{(1/2)} = \frac{b \left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} = \frac{bh^3}{96} \quad | \quad (\text{Eq. 4.4})$$

Da mesma forma, observando a Figura 4.4(c), podemos determinar o momento de inércia da quarta parte mais afastada da linha neutra, fazendo:

$$I_{(1/2)} = \frac{b \left(\frac{h}{4}\right)^3}{12} + \left(b \frac{h}{4}\right) \left(\frac{h}{8} + \frac{h}{4}\right)^2 = \frac{7bh^3}{192} \quad \text{(Eq. 4.5)}$$

Assim, a Eq. 4.3 resulta em:

$$EI = 2E_{med,s} \left(\frac{7bh^3}{192}\right) + E_{med,i} \left(\frac{bh^3}{96}\right) \quad \text{(Eq. 4.5)}$$

Caso o número de camadas da parte superior seja diferente de  $\frac{1}{4}(h)$ , a rigidez EI pode ser determinada seguindo-se o mesmo procedimento ilustrado anteriormente; ou seja, aplicando o método da seção transformada a diferentes arranjos da seção transversal.

### 4.3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

#### Exemplo 4.1: banzo de treliça

Os banzos da treliça mostrada na Figura 4.5 são em MLC. Verifique a barra central do banzo superior para um esforço de compressão de 150 kN (valor de cálculo).

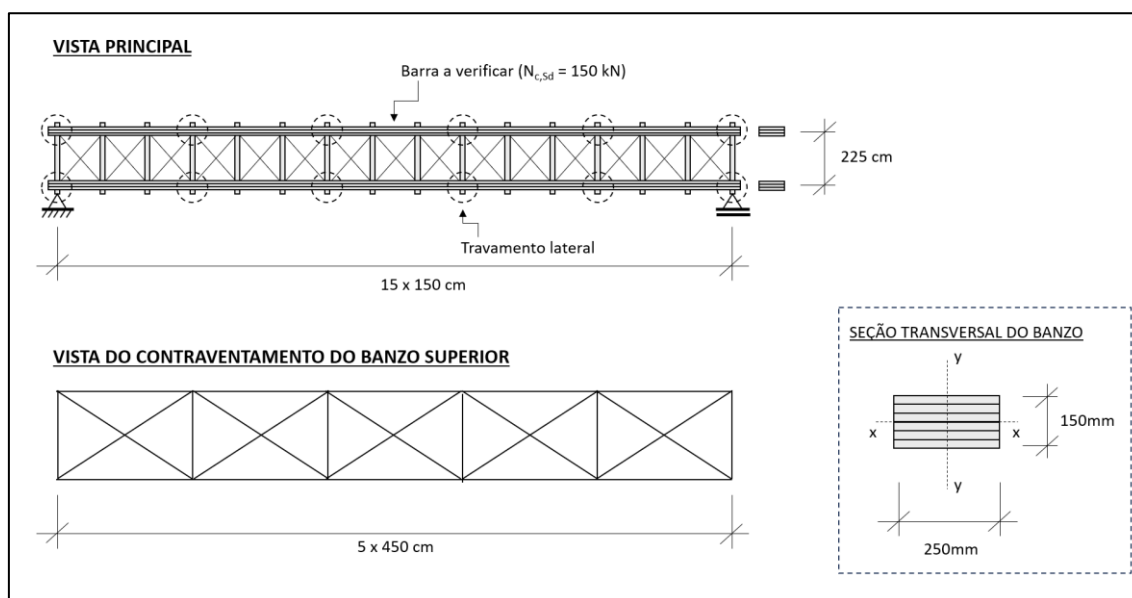


Figura 4.5 – Exemplo de aplicação: viga em MLC

Adote seção transversal de 250mm x 150mm composta por seis lamelas de 25mm de espessura, madeira conífera C40 de florestas plantadas, classe de umidade 1 e combinação de longa duração. A estrutura será submetida a temperaturas de 40 °C ao longo de sua vida útil e será confeccionada com múltiplas emendas, com todas as prescrições construtivas previstas em norma devidamente comprovadas pelo fabricante.

**RESOLUÇÃO****1. Dados da questão**Madeira D40 – FP

$$f_{c0,k} = 26 \text{ MPa} = 2,60 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,m} = 14 \text{ GPa} = 1.400 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,05} = 9,4 \text{ GPa} = 940 \text{ kN/cm}^2$$

Coefficientes de Modificação

$$k_{mod1} = 0,70 \text{ (combinação de longa duração)}$$

$$k_{mod2} = 1,00 \text{ (classe de umidade 1)}$$

$$C_c = 0,95 \text{ (emendas múltiplas)}$$

$$C_e = 1,00 \text{ (barra de eixo reto)}$$

$$C_t = 0,80 \text{ (Propriedades mecânica } f_{c0,d} / \text{ Umidade } < 16\% / \text{ Temperatura de } 40 \text{ }^\circ\text{C)}$$

Os valores do coeficiente  $C_t$  estão indicados na Tabela 4.1 (Tabela 11 da NBR 7190) e variam em função da propriedade que se deseja determinar, do teor de umidade da madeira em serviço e da temperatura ambiente. Para as condições indicadas no exercício e para determinação da propriedade mecânica  $f_{c0,d}$ , a qual será necessária para verificação do esforço de compressão atuante na barra, o valor é dado por 0,8.

Seção Transversal

$$b = 250 \text{ mm} = 25 \text{ cm}$$

$$h = 150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$$

Comprimentos de flambagem

$$L_{0x} = 1,00 \times 150 = 150 \text{ cm}$$

$$L_{0y} = 1,00 \times 450 = 450 \text{ cm}$$

Esforço de projeto

$$N_{c,Sd} = 150 \text{ kN}$$

**2. Propriedades geométricas da seção transversal**

$$A = b \times h = 25 \times 15 = 375 \text{ cm}^2$$

$$r_x = \frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{15}{2\sqrt{3}} = 4,33 \text{ cm}$$

$$r_y = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{25}{2\sqrt{3}} = 7,22 \text{ cm}$$

**3. Propriedades de projeto da madeira**

$$k_{mod3} = C_c \times C_e \times C_t = 0,95 \times 1,00 \times 0,80 = 0,76$$

$$k_{mod} = k_{mod1} \times k_{mod2} \times k_{mod3} = 0,70 \times 1,00 \times 0,76 = 0,532$$

$$f_{c0,d} = k_{mod} \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{w1}} = 0,532 \times \frac{2,6}{1,40} = 0,99 \text{ kN/cm}^2$$

#### 4. Verificação da tensão normal

$$\sigma_{c,Sd} = \frac{N_{c,Sd}}{A} = \frac{150}{375} = 0,40 \frac{kN}{cm^2} < f_{c0,d} \text{ Atende!}$$

#### 5. Verificação da esbeltez

A Figura 4.6(a) mostra a treliça cujo trecho central do banzo superior será verificada. Note que a figura apresenta também os travamentos do banzo superior, os quais funcionam como apoios na direção perpendicular ao plano da treliça.

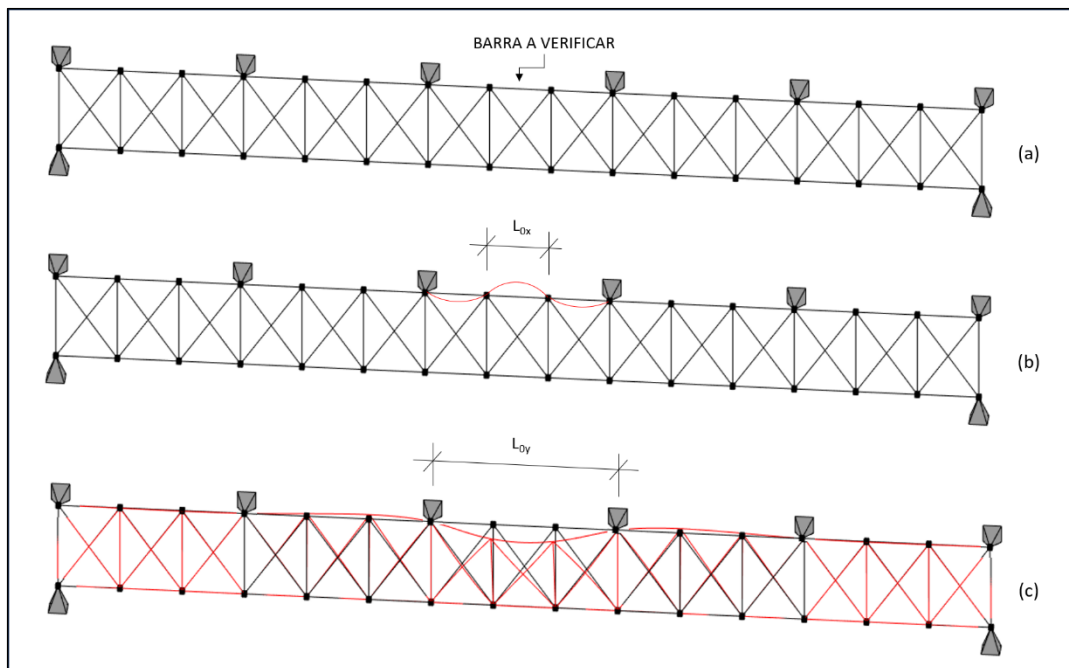


Figura 4.6 – Comprimentos de flambagem da barra do exemplo de aplicação 11.1

Os banzos de treliças podem apresentar instabilidade no próprio plano da estrutura, conforme mostrado na Figura 4.6(b), e fora do plano da treliça (ou seja, no plano do contraventamento), conforme mostrado na Figura 4.6(c).

No plano da treliça o comprimento de flambagem é dado pela distância entre os nós, enquanto fora do plano da treliça (no plano do contraventamento) esse comprimento é dado pela distância entre os pontos contraventados.

Sendo assim, para a barra em estudo, temos  $L_{0x} = 150$  cm e  $L_{0y} = 450$  cm. Com isso:

$$\lambda_x = \frac{L_{0x}}{r_x} = \frac{150}{4,33} = 34,64 \leq 140$$

$$\lambda_y = \frac{L_{0y}}{r_y} = \frac{450}{7,22} = 62,33 \leq 140$$

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{34,64}{3,14} \sqrt{\frac{2,6}{940}} = 0,580$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{62,33}{3,14} \sqrt{\frac{2,6}{940}} = 1,044$$

Vê-se que  $\lambda_{rel,x}$  e  $\lambda_{rel,y}$  são maiores que 0,3. Logo, será necessário verificar a estabilidade da barra em relação a ambos os eixos.

## 6. Verificação da estabilidade

Para MLC temos  $\beta_c = 0,1$ .

### 6.1. Estabilidade em relação ao eixo x-x

$$k_x = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2] = 0,5 \times [1 + 0,1 \times (0,580 - 0,3) + (0,580)^2] = 0,682$$

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 - (\lambda_{rel,x})^2}} = \frac{1}{0,682 + \sqrt{(0,682)^2 - (0,580)^2}} = 0,961$$

$$\frac{\sigma_{Nc,Sd}}{k_{cx} f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,Sd}}{f_{m,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,Sd}}{f_{m,d}} = \frac{0,40}{0,961 \times 0,99} = 0,42 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

### 6.2. Estabilidade em relação ao eixo y-y

$$k_y = 0,5 \times [1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2] = 0,5 \times [1 + 0,1 \times (1,044 - 0,3) + (1,044)^2] = 1,082$$

$$k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 - (\lambda_{rel,y})^2}} = \frac{1}{1,082 + \sqrt{(1,082)^2 - (1,044)^2}} = 0,732$$

$$\frac{\sigma_{Nc,Sd}}{k_{cy} f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,Sd}}{f_{m,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,Sd}}{f_{m,d}} = \frac{0,40}{0,732 \times 0,99} = 0,55 < 1,0 \quad \text{Ok!}$$

## Exemplo 4.2: viga de grande vão

Verifique a viga em MLC mostrada na Figura 4.7. Adote seção transversal de 250mm x 600mm composta por 12 lamelas de 50mm de espessura. Adote o mesmo material e as mesmas condições do exercício anterior. As ações atuantes estão listadas a seguir, considere-as agrupadas e admita local com alto fator de ocupação de pessoas. A viga está travada lateralmente apenas nos apoios.

- Peso próprio da estrutura de madeira:  $g_0 = 0,50$  kN/m
- Peso próprio de elementos construtivos industrializados:  $g_1 = 1,50$  kN/m
- Ação variável vertical:  $q = 4,50$  kN/m

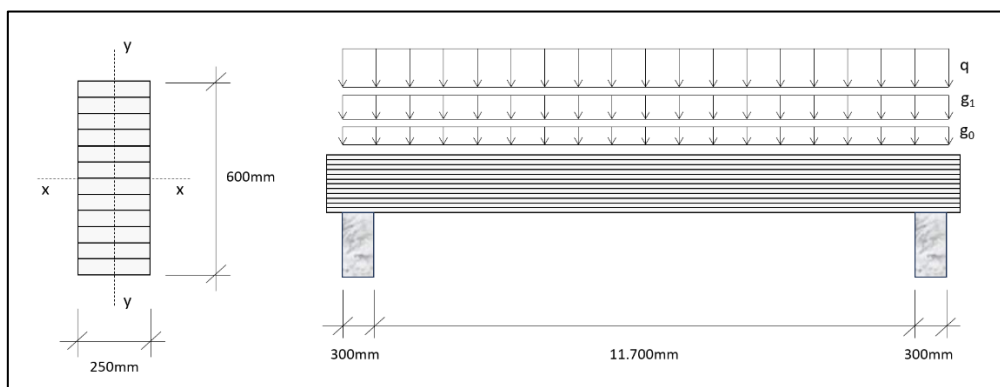


Figura 4.7 – Exemplo de aplicação: viga em MLC

**RESOLUÇÃO****1. Dados da questão**Madeira D40 – FP

$$f_{m,k} = 40 \text{ MPa} = 4,00 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{c0,k} = 26 \text{ MPa} = 2,60 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{v,k} = 4 \text{ MPa} = 0,40 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,m} = 14 \text{ GPa} = 1.400 \text{ kN/cm}^2$$

Coefficientes de Modificação

$$k_{mod1} = 0,70 \text{ (combinação de longa duração)}$$

$$k_{mod2} = 1,00 \text{ (classe de umidade 1)}$$

$$C_c = 0,95 \text{ (emendas múltiplas)}$$

$$C_e = 1,00 \text{ (barra de eixo reto)}$$

$$C_t = 0,80 \text{ (Propriedade } f_{m,d} \text{ e } f_{v,d} \text{ / Umidade } < 16\% \text{ / Temperatura de } 40 \text{ }^\circ\text{C)}$$

$$C_t = 0,90 \text{ (Propriedade módulo de elasticidade / Umidade } < 16\% \text{ / Temperatura de } 40 \text{ }^\circ\text{C)}$$

Note que, de acordo com a Tabela 4.1, o coeficiente  $C_t$  é igual a 0,80 para determinação das resistências à flexão e ao cisalhamento, as quais serão utilizadas na verificação das tensões normais às fibras e das tensões cisalhantes. Para determinação do módulo de elasticidade efetivo, o qual será utilizado na verificação da estabilidade lateral da viga, o valor é dado por 0,90.

Coefficiente de fluência

$$\text{MLC / Classe de umidade 1: } \phi = 0,60$$

Seção Transversal

$$b = 250 \text{ mm} = 25 \text{ cm}$$

$$h = 600 \text{ mm} = 60 \text{ cm}$$

$$\text{Largura mínima da seção: } b = 25 \text{ cm} > (1/7)h = 8,60 \text{ cm} \quad \text{Ok!}$$

Vão da Viga

$$L_0 = 11,70 \text{ m} + 0,15 \text{ m} + 0,15 \text{ m} = 12 \text{ m}$$

$$L_1 = 11,70 \text{ m} + 0,60 \text{ m} = 12,30 \text{ m}$$

$$L_2 = 11,70 \text{ m} + 0,10 \text{ m} = 11,80 \text{ m}$$

$$\text{De acordo com a NBR 7190: } L = \text{Menor}(L_0, L_1, L_2) = 11,80 \text{ m}$$

Em se tratando de uma viga de grande vão, adotaremos  $L = 12 \text{ m}$  (distância entre eixos).

Ações atuante

$$\text{Peso próprio da estrutura de madeira: } g_0 = 0,50 \text{ kN/m} \text{ (} \gamma_g = 1,40 \text{)}$$

$$\text{Peso próprio de elementos construtivo industrializados: } g_1 = 1,50 \text{ kN/m} \text{ (} \gamma_g = 1,40 \text{)}$$

$$\text{Ação variável vertical: } q = 4,50 \text{ kN/m} \text{ (} \gamma_q = 1,50 \text{ / } \psi_2 = 0,40 \text{)}$$

**2. Propriedades geométricas da seção transversal**

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \times 60^3}{12} = 450.000 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{25 \times 60^2}{6} = 15.000 \text{ cm}^3$$

### 3. Propriedades de projeto da madeira

Determinação de  $f_{m,d}$ ,  $f_{c0,d}$ ,  $f_{c90,d}$  e  $f_{v,d}$ :

$$k_{mod3} = C_c \times C_e \times C_t = 0,95 \times 1,00 \times 0,80 = 0,76$$

$$k_{mod} = k_{mod1} \times k_{mod2} \times k_{mod3} = 0,70 \times 1,00 \times 0,76 = 0,532$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_{w1}} = 0,532 \times \frac{4,0}{1,40} = 1,52 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{w2}} = 0,532 \times \frac{0,40}{1,80} = 0,12 \text{ kN/cm}^2$$

### 4. Esforços de projeto da viga

$$q_d = 1,40 \times (0,50 + 1,50) + 1,50 \times 4,50 = 9,55 \text{ kN/m}$$

$$M_{x,Sd} = \frac{9,55 \times 12^2}{8} = 171,90 \text{ kN.m} = 17.190 \text{ kN.cm}$$

$$V_{y,Sd} = \frac{9,55 \times 12}{2} = 57,30 \text{ kN}$$

### 5. Verificação da tensão normal

$$\sigma_{Mx,Sd} = \frac{M_{x,Sd}}{W_x} = \frac{17.190}{15.000} = 1,15 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{\sigma_{Mx,Sd}}{f_{m,d}} = \frac{1,15}{1,52} = 0,76 < 1,0 \quad \text{Atende!}$$

### 6. Verificação da tensão cisalhante

$$\tau_{y,Sd} = \frac{3 V_{y,Sd}}{2 bh} = \frac{3}{2} \times \frac{57,30}{25 \times 60} = 0,06 \text{ kN/cm}^2 < f_{v,d} \quad \text{Atende!}$$

### 7. Verificação da flecha instantânea

$$\delta_{inst,g} = \frac{5(g_0 + g_1)L^4}{384EI_x} = \frac{5 \times \left(\frac{0,50 + 1,50}{100}\right) \times 1.200^4}{384 \times 1.400 \times 450.000} = 0,86 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst,q} = \frac{5(q)L^4}{384EI_x} = \frac{5 \times \left(\frac{4,50}{100}\right) \times 1.200^4}{384 \times 1.400 \times 450.000} = 1,93 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} = \delta_{inst,g} + \delta_{inst,q} = 0,86 + 1,93 = 2,79 \text{ cm}$$

Admitindo que seja possível adotar limites menos restritivos para a verificação do deslocamento máximo instantâneo:

$$\Delta_{inst} = \frac{L}{300} = \frac{1.200}{300} = 4,00 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} < \Delta_{inst} \quad \text{Atende!}$$

E se houve materiais frágeis ligados à estrutura?

O item 8.2 da NBR 7190 indica que, havendo materiais frágeis ligados à estrutura (como pisos, forros e divisórias cuja fissuração não possa ser evitada por meio de disposições construtivas adequadas) as flechas instantâneas decorrentes apenas das ações variáveis não podem ultrapassar 1/500 do vão (ou 1/250 do comprimento dos balanços correspondentes) nem o valor absoluto de 15mm.

Assim, caso existam materiais frágeis ligado à estrutura:

$$\delta_{inst,q} = 1,93 \text{ cm} < \frac{L}{500} = \frac{1.200}{500} = 2,40 \text{ cm} \quad \text{Atende!}$$

$$\delta_{inst,q} = 1,93 \text{ cm} > 1,50 \text{ cm} \quad \text{Não atende!}$$

Para adequar a viga a essa exigência é necessário acrescentar mais duas lamelas à seção transversal, passando a altura para 70cm. Com isso:

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \times 70^3}{12} = 714.583,33 \text{ cm}^4$$

$$\delta_{inst,g} = \frac{5(g_0 + g_1)L^4}{384EI_x} = \frac{5 \times \left(\frac{0,50 + 1,50}{100}\right) \times 1.200^4}{384 \times 1.400 \times 714.583,33} = 0,54 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst,q} = \frac{5(q)L^4}{384EI_x} = \frac{5 \times \left(\frac{4,50}{100}\right) \times 1.200^4}{384 \times 1.400 \times 714.583,33} = 1,21 \text{ cm} < 1,50 \text{ cm} \quad \text{Atende!}$$

Assim:

$$\delta_{inst} = \delta_{inst,g} + \delta_{inst,q} = 0,54 + 1,21 = 1,75 \text{ cm}$$

Neste caso, será necessário adotar valores mais restritivos para os deslocamentos:

$$\Delta_{inst} = \frac{L}{300} = \frac{1.200}{500} = 2,40 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} < \Delta_{inst} \quad \text{Atende!}$$

## 8. Verificação da flecha final

$$\delta_{fin,g} = \delta_{inst,g}(1 + \phi) = 0,86 \times (1 + 0,6) = 1,38 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin,q} = \delta_{inst,q}(1 + \psi_2\phi) = 1,93 \times (1 + 0,4 \times 0,6) = 2,39 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} = \delta_{fin,g} + \delta_{fin,q} = 1,38 + 2,39 = 3,77 \text{ cm}$$

Admitindo que seja possível adotar limites menos restritivos para a verificação do deslocamento máximo final:

$$\Delta_{fin} = \frac{L}{150} = \frac{1.200}{150} = 8,00 \text{ cm}$$

$$\delta_{fin} < \Delta_{fin} \quad \text{Atende!}$$

E se houver materiais frágeis ligados à estrutura, qual a influência disso na verificação dos deslocamentos finais? Faça os cálculos e discuta os resultados.

### 9. Verificação da estabilidade lateral

Para a verificação da estabilidade o coeficiente  $C_t$  para cálculo do coeficiente  $k_{mod3}$  é diferente, sendo assim:

$$k_{mod3} = C_c \times C_e \times C_t = 0,95 \times 1,00 \times 0,90 = 0,855$$

$$k_{mod} = k_{mod1} \times k_{mod2} \times k_{mod3} = 0,70 \times 1,00 \times 0,95 = 0,599$$

$$E_{c0,ef} = k_{mod} \times E_{0,m} = 0,599 \times 1.400 = 838,60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\beta_m = \frac{4,0 \beta_E}{\pi \gamma_f} \frac{\left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{\left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}} = \frac{4,0}{3,14} \times \frac{4,0}{1,4} \times \frac{\left(\frac{60}{25}\right)^{3/2}}{\left(\frac{60}{25} - 0,63\right)^{1/2}} = 10,17$$

$$\frac{E_{0,ef}}{\beta_m f_{m,d}} = \frac{838,60}{10,17 \times 1,52} = 54,25$$

$L_1 = 1.200 \text{ cm}$  (viga travada lateralmente apenas nos apoios)

$$\frac{L_1}{b} = \frac{1.200}{25} = 48$$

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{0,ef}}{\beta_m f_{m,d}} \quad \text{Atende!}$$

### Exemplo 4.3: influência da variação do módulo de elasticidade

Após classificação mecânica do material utilizado na fabricação da viga do exercício anterior percebeu-se diferenças nos valores do módulo de elasticidade de modo que:

- O módulo de elasticidade à flexão do lote empregado nas quartas partes mais afastadas da linha neutra foi 5% maior que o valor médio tabelado;
- O módulo de elasticidade à flexão do lote empregado na parte central foi 5% menor que o valor médio tabelado.

Verifique novamente a viga com base nessa informação.

### RESOLUÇÃO

No caso da questão anterior, como não foi considerada variação significativa nos valores do módulo de elasticidade à flexão, a rigidez efetiva foi dada por:

$$EI = 1.400 \times 450.000 = 63,00 \times 10^7 \text{ kN/cm}^2$$

Com essa rigidez o deslocamento instantâneo obtido foi de 2,79 cm.

Na questão atual, como os módulos de elasticidade dos lotes empregados nas quartas partes mais afastadas da linha neutra e na parte central são diferentes, será necessário aplicar o método

da seção transformada para determinação da rigidez efetiva e fazer uma nova verificação dos deslocamentos.

Com base nos dados fornecidos na questão, temos:

$$E_{m,s} = 1,05 \times 1.400 = 1.470 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{m,i} = 0,95 \times 1.400 = 1.330 \text{ kN/cm}^2$$

Assim:

$$EI = 2E_{med,s} \left( \frac{7bh^3}{192} \right) + E_{med,i} \left( \frac{bh^3}{96} \right)$$

$$EI_{ef} = 2 \times 1.470 \times \left( \frac{7 \times 25 \times 60^3}{192} \right) + 1.330 \times \left( \frac{25 \times 60^3}{96} \right) = 65,36 \times 10^7 \text{ kN/cm}^2$$

Vê-se que a rigidez efetiva obtida foi maior, o que vai implicar em valores menores para os deslocamentos.

Para os deslocamentos instantâneos:

$$\delta_{inst,g} = \frac{5(g_0 + g_1)L^4}{384(EI_x)_{ef}} = \frac{5 \times \left( \frac{0,50 + 1,50}{100} \right) \times 1.200^4}{384 \times (6,54 \times 10^8)} = 0,83 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst,q} = \frac{5(q)L^4}{384(EI_x)_{ef}} = \frac{5 \times \left( \frac{4,50}{100} \right) \times 1.200^4}{384 \times (6,54 \times 10^8)} = 1,86 \text{ cm}$$

$$\delta_{inst} = \delta_{inst,g} + \delta_{inst,q} = 0,83 + 1,86 = 2,69 \text{ cm}$$

Deixamos a critério do leitor a verificação do efeito da variação do módulo de elasticidade nos deslocamentos finais da viga.

E se houver materiais frágeis ligados à estrutura, qual o efeito disso nos deslocamentos instantâneos e finais? Faça os cálculos e discuta os resultados.



## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto apresentou os aspectos principais do comportamento das peças compostas em estruturas de madeira, abrangendo aquelas com solidarização contínua e descontínua e também a madeira lamelada colada (MLC).

Trata-se, obviamente, de trabalho introdutório que nem de longe esgota o assunto ou contempla as várias tipologias possíveis, mas que pode servir como ponto de partida para estudos mais avançados. CALIL *et al.* (2019), PFEIL & PFEIL (2003), PORTEUS & KERMANI (2013) e SEIM (2024) são referências importantes que podem ajudar no aprendizado.

Com relação às marchas de cálculo recomendadas pela NBR 7190, foram apresentados vários exemplos de aplicação. Uma boa estratégia consiste em implementá-las em *softwares* matemáticos, tais como o *MathCad* e o *Excel*, de modo a: (a) automatizar o processo de verificação; (b) avaliar a influência das muitas variáveis envolvidas no cálculo e; (c) permitir a comparação de diferentes soluções em si.

O trabalho de um engenheiro de estruturas não resume, obviamente, ao dimensionamento ou a verificação da segurança de elementos estruturais; antes disso, entre outros aspectos, envolve uma série de estudos para escolha das tipologias mais adequadas, dos arranjos mais eficientes e econômicos para a estrutura em estudo. Sendo assim, quanto mais conhecimento técnico o profissional tiver, maiores suas chances de sucesso.

É justamente nesse contexto que as peças compostas se apresentam como uma alternativa interessante e versátil, capaz de viabilizar a aplicação da madeira nas mais diversas situações.



## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (2022). NBR 7190 – Projeto de estruturas de madeira. Parte 1: critérios de dimensionamento. Rio de Janeiro, RJ.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (2024). NBR 16143 – Preservação de madeiras – sistema de categoria de uso. Rio de Janeiro, RJ.
- [03] ALVIM, R. C. (2002). A resistência dos pilares de madeira composta. Tese (doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP.
- [04] CALIL JR., C.; LAHR, F. A. R; DIAS, A. A.; MARTINS, G. C. A. (2021). Estruturas de madeira: projetos, dimensionamento e exemplos de cálculo. GEN LTC.
- [05] EN 1995-1-1:2004 (E). EUROCODE 5: Design of timber structures. Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings.
- [06] GOES, J. L. N. (2002). Análise de vigas de madeira pregadas com seção composta I. Dissertação (mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.
- [07] PFEIL, W.; PFEIL, M. (2003). Estruturas de madeira. LTC editora.
- [08] PORTEUS, K; KERMANI, A. (2013). Structural timber design to Eurocode 5. Wiley-Blackwell.
- [09] SEIM, W. (2024). Structural timber design. Ernest & Sohn.
- [10] VAN DYER, D. B. (1992). Slip modulus in bolted timber joints. *Canadian Journal of Civil Engineering*. v.19, n.6, p.960-964. Dec.

## AGRADECIMENTOS

Ao colega Valmir Pedrosa (CTEC/UFAL), pelas sugestões e incentivo. Ao Prof. Júlio Molina (EESC/USP), pelo envio de material para consulta e discussão sobre aspectos normativos da NBR 7190 e do Eurocode 5.