Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matematica e Estatística - IME
Sociedade Brasileira de Matematica - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

JAMILE CECI DOS SANTOS ROCHA

GEOMETRIA E AS ILUSÕES: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Salvador - Bahia
2025

JAMILE CECI DOS SANTOS ROCHA

GEOMETRIA E AS ILUSÕES: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Recurso Educacional apresentado à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Juan Andrés Gonzalez Marin

Salvador - Bahia

2025

Lista de Figuras

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho refere-se a dissertação de Mestrado da autora cujo objetivo é apresentar uma sequência didática sobre as transformações geométricas por meio da experimentação e construção de modelos de ilusão com um grupo de alunos da 1ª (Primeira) Série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual. De forma específica, identificar os conceitos relacionados à Geometria plana e espacial que se pretendem abordar na sequência didática; verificar a usabilidade dos materiais recicláveis, das ferramentas de desenho e dos softwares de geometria dinâmica para construção dos modelos. Além desses objetivos, listam-se: avaliar qualitativamente a sequência didática e sua aplicação; identificar e caracterizar os interesses e resistências dos estudantes participantes da pesquisa sobre as experimentações, materiais concretos (estáticos e dinâmicos) e interdisciplinaridade no ensino de Matemática.

Em termos teóricos, a pesquisa se justifica ao ampliar as discussões sobre as possibilidades metodológicas e a diversidade de materiais didáticos que um professor de matemática pode dispor na sua prática docente para incentivar os estudantes à aprendizagem de Geometria. Cabe destacar que outros objetos de conhecimento da área de Matemática e suas Tecnologias também podem contribuir para o processo de construção dos modelos.

Os motivos de ordem prática estão relacionados a necessidade de subsídios (ou ampliá-los) para aprendizagens mediadas nos espaços de popularização das ciências como os museus interativos de ciência e tecnologias, laboratórios de ensino de matemática e feiras de matemática. Esse intercâmbio de conhecimentos e experiências não deve ocorrer apenas em ambiente externo à escola, mas também no próprio ambiente escolar, incentivando, por exemplo, a construção dos próprios laboratórios de ensino de matemática (fixos ou itinerantes), a produção colaborativa dos acervos pelos estudantes e professores e a divulgação dos projetos elaborados.

Esse Recurso Educacional (RE) consiste em uma sequência didática composta por três blocos de atividades com o tema Geometria e as ilusões com duas versões: o guia do professor, com comentários e sugestões da organização da aula e a folha do estudante com espaços para os registros escritos. O Recurso Educacional possui alguns limites como a ordenação das atividades dentro de cada bloco e a impossibilidade de aplicação em estruturas escolares que não dispõem, minimamente, de tecnologias digitais e conectividade como ferramentas educacionais. No entanto, com as ideias propostas no RE, o professor poderá remixar o material e propor a construção dos modelos apenas com ferramentas de desenho, plano com o sistema de coordenadas impresso e materiais recicláveis.

Consideram-se, na pesquisa, os aspectos teóricos sobre sequência didática segundo Antoni Zabala (1998). Define-se uma sequência didática, com base nos seus elementos constituintes, como um "*conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos*" (Zabala, 1998, p. 20).

2 PLANO DE AULA

Título da aula: Geometria e as ilusões
Autora: Jamile Ceci dos Santos Rocha (PROFMAT - UFBA)
Perfil da escola: Escola da Rede Estadual de Ensino
Modalidade/Nível de Ensino: 1ª Série do Ensino Médio Regular
Componente(s) Curricular(es): Matemática
Tema: Transformações Geométricas.

Dados da(s) Aula(s)

O que o estudante poderá aprender com essa aula
Objetivo Geral: Investigar e articular os saberes matemáticos sobre transformações geométricas na experimentação com modelos baseados na Sala de Ames, uma ilusão geométrica, nos Padrões moiré e nas Anamorfoses Cilíndricas.

Objetivos Específicos:

- Compreender as transformações geométricas (homotetia, translação e rotação), seus elementos e características;
- Explorar as representações geométricas e algébricas dos entes matemáticos com uso de tecnologias digitais (GeoGebra);
- Utilizar as noções de transformações isométricas e transformações homotéticas para analisar diferentes produções humanas como obras de arte e outras aplicabilidades;
- Explorar e construir modelos semelhantes às exposições interativas do Museu das Ilusões com o uso de tecnologias digitais;
- Desenvolver a produção colaborativa e contribuir para a popularização das ciências a partir da divulgação dos conhecimentos apreendidos.

Duração da atividade: 6 horas-aulas, podendo ampliar no caso da apresentação para outros grupos (feiras escolares ou outros formatos).

Conhecimentos prévios: Noção sobre os segmentos proporcionais e sequência. E familiaridade com o uso de tecnologias.

Estratégias e recursos da(s) aula(s):
Em síntese, a sequência didática proposta segue as seguintes etapas: 1. Apresentação por parte do professor, por meio de fotos, imagens, vídeos e animações, da situação problemática (diferenças de percepção da forma geométrica, dos padrões ou tamanho de objetos e/ou pessoas) com o tema ilusão; 2. Proposição de hipóteses pelos estudantes sobre a situação problemática (coletiva e individualmente); 3. Construção dos modelos de ilusão por meio de *softwares* de geometria dinâmica (GeoGebra) e criação de anamorfoses (*Anamorph Me!*), imagens impressas, cilindros reciclados e outros materiais; 4. Registro das observações com questões pré-definidas; 5. Elaboração das conclusões sobre a situação problemática e as transformações geométricas; 6. Generalização e síntese pelo professor com base na contribuição do grupo; 7. Exposição pelos estudantes e/ou gravação de vídeo para outros grupos; 8. Autoavaliação e avaliação da sequência didática; 9. Avaliação, pelo professor, da participação do grupo e das aprendizagens realizadas.

Recursos utilizados: *Chromebooks*, mouses, materiais reciclados em formato cilíndrico, tesoura, régua, esquadro, *insulfilm* espelhado, atividades ordenadas e imagens impressas, lousa e marcador de quadro branco.

Avaliação: Autoavaliação e avaliação da sequência didática e da usabilidade dos materiais recicláveis e dos softwares de geometria dinâmica para construção dos modelos (questionário digital). Avaliação, pelo professor, da participação do grupo e das aprendizagens realizadas (registro escrito nas atividades ordenadas, observação e diálogos entre professor e alunos).

Referências
LIMA, Elon. **Isometrias**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996. (Coleção do Professor de Matemática)

3 FOLHA DO ESTUDANTE

Obs.: Sequência didática elaborada pela Profª. Jamile Ceci Rocha

Atividade 1. Apresentação da situação problemática (registro individual)

Figura 3.1: Ilusão da Sala de Ames

FONTE: (Rocha; Gouveia Júnior, 2024, p. 12)

a) Nessas fotografias, quais são os efeitos observados?

___

___

___

b) Você conhece a Sala de Ames? Descreva essa experiência.

___

___

___

c) Desenhar, com ferramentas como régua e esquadro, uma representação que justifique os efeitos observados na sala, considerando a visualização a partir de um orifício limitado a um único olho.

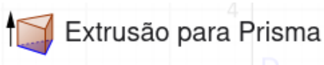
A Sala de Ames, uma ilusão geométrica, foi inventada pelo oftalmologista norte-americano Adelbert Ames em 1946. “[...] um espaço construído a partir de uma determinada forma geométrica e que aos olhos do observador tem outra configuração distinta da real, criando deste modo uma ilusão de óptica” (Quarto [...], 2012).

Atividade 2. Construção do modelo da Sala de Ames por meio do *software* de geometria dinâmica.

Para construção, em grupo, do modelo da Sala de Ames no GeoGebra, indicam-se os seguintes passos:

- Na interface do GeoGebra, na aba **Exibir** selecionar a **Janela de Visualização 3D**. Na aba **Configurações**, selecionar **Idioma: Portuguese/ Português (Brasil)** e **Rotular: Apenas para os Pontos Novos**;
- Inserir, na Janela de Álgebra, os pontos $A = (0, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (2, 3)$ e $D = (0, 3)$;
- Para construir o quadrilátero ABCD, selecionar a ferramenta 

e, em seguida, selecionar, nessa ordem, os pontos A, B, C, D, A;
- Com a ferramenta 

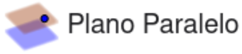
, acionar a Janela de Visualização 3D para a mudança das ferramentas;
- Para construir o paralelepípedo reto-retângulo ABCDEFGH, selecionar a ferramenta 

e, em seguida, selecionar o quadrilátero ABCD e marcar a altura do paralelepípedo reto-retângulo para 2 unidades de comprimento;
- Para indicar o ponto de observação da Sala de Ames, selecionar a ferramenta 

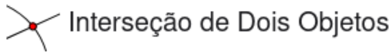
e, em seguida, marcar o ponto I no centro do quadrilátero ABEH;
- Selecionar a ferramenta 

e, em seguida, construir oito semirretas com origem no ponto I ligando aos vértices do paralelepípedo;
- Selecionar a ferramenta 

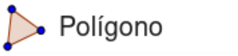
, marcando os pontos J e K, dois pontos aleatórios contidos, respectivamente, nas semirretas S_{IG} e S_{IF}. O segmento $\overline{JK}$ não é paralelo a aresta $\overline{GF}$ do paralelepípedo;

- Selecionar a ferramenta 

 e, em seguida, selecionar o ponto J e o quadrilátero ADGH. Analogamente, selecionar o ponto K e o quadrilátero BCFE;

- Selecionar a ferramenta 

 e, em seguida, selecionar os pontos de interseção dos planos com as semirretas para marcar os vértices da Sala de Ames. Realizar esse processo seis vezes;

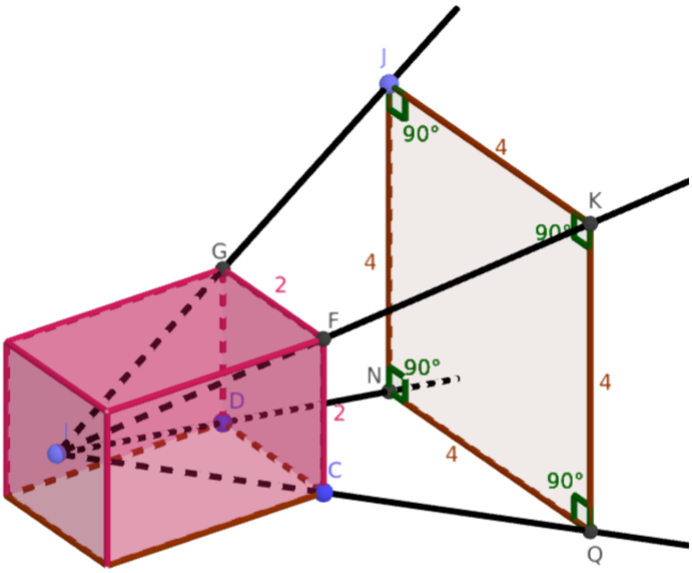
- Desativar os planos construídos na Janela de Álgebra, selecionar a ferramenta 

 e construir os quadriláteros que formam as faces da Sala de Ames.

Atividade 3. Registro das observações e conclusões (em grupo)

a) Modificando a construção para que o segmento $\overline{JK}$ seja paralelo a aresta $\overline{GF}$ do paralelepípedo, o que é possível observar sobre o quadrilátero NQKJ em relação ao quadrilátero DCFG conforme a figura 3.2?

Figura 3.2: Homotetia no Espaço Tridimensional I



FONTE: Autoral

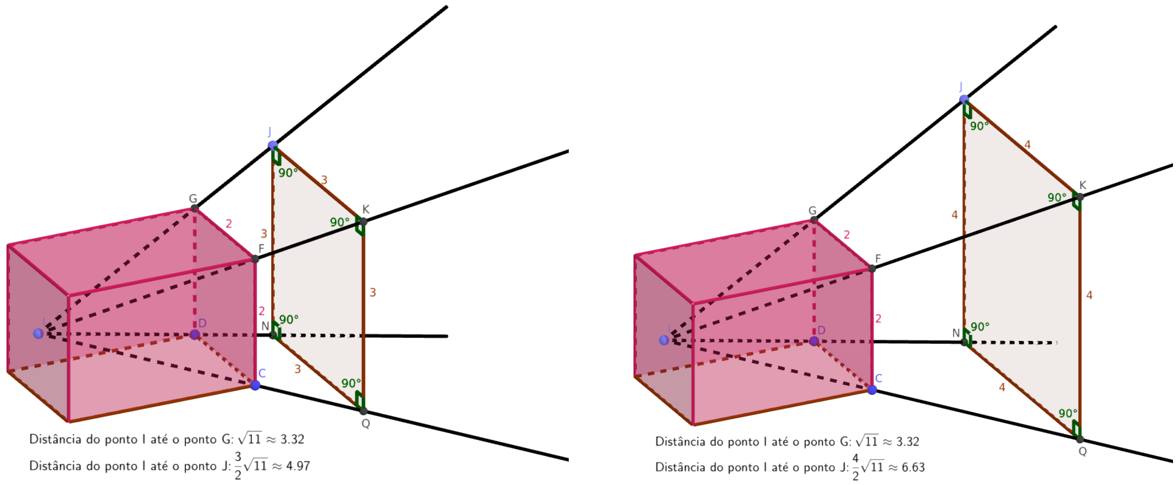
____

____

____

b) Com base na figura 3.3 e nos dados apresentados, qual é a relação entre as medidas dos segmentos correspondentes dos quadriláteros e as distâncias entre os pontos I e G e também entre os pontos I e J?

Figura 3.3: Homotetia no Espaço Tridimensional II

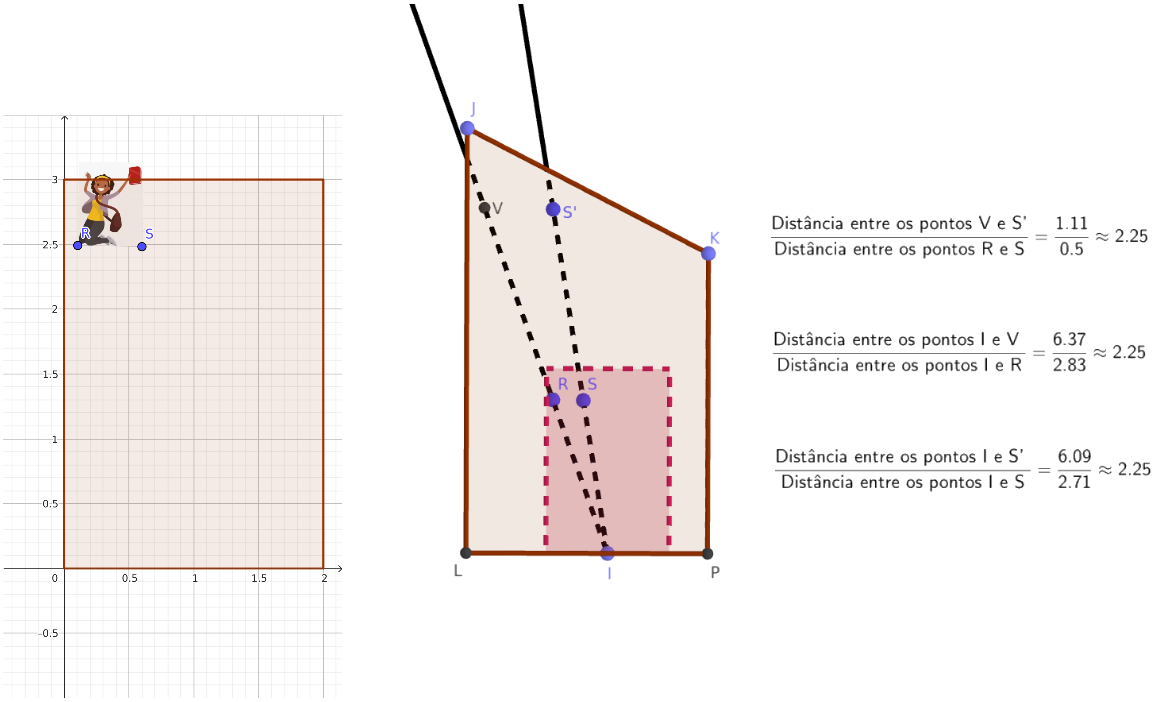


FONTE: Autoral

---

c) Com base na figura 3.4 e nos dados apresentados, qual é a relação entre a homotetia e os efeitos observados na Sala de Ames, considerando a visualização a partir de um orifício limitado a um único olho?

Figura 3.4: Representações da Sala de Ames no GeoGebra I



FONTE: Autoral

Atividade 4. Apresentação da situação problemática (registro individual)

a) Quais são os efeitos observados nessa animação?

____

____

____

b) Você conhece os padrões moiré? Descreva essa experiência.

____

____

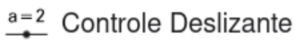
____

O efeito moiré é um fenômeno visual que ocorre quando estruturas repetitivas (como telas, grades ou redes) são sobrepostas ou vistas uma contra a outra, criando um novo padrão de áreas escuras e claras alternadas diferente das estruturas originais (Amidror, 2009).

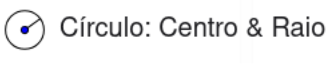
Atividade 5. Construção do modelo Padrão moiré por meio do *software* de geometria dinâmica.

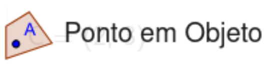
a) Como construir, no GeoGebra, o padrão moiré apresentado na animação? Quais os objetos/elementos serão necessários?

Para construção, em grupo, do modelo Padrões moiré no GeoGebra, indicam-se os seguintes passos:

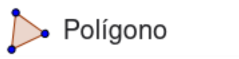
- Na interface do GeoGebra, inserir, na Janela de Álgebra, os pontos $A = (0, 0)$ e $B = (1, 0)$;
- Na aba **Configurações**, selecionar **Idioma: Portuguese/ Português (Brasil)** e **Rotular: Menos para os Objetos Novos**;
- Selecionar a ferramenta 

 e com um clique na **Janela de Visualização**, alterar as configurações. **Nome: r; min: 0.1; max: 1, incremento: 0.1** e confirmar. Repetir esse procedimento para novo controle deslizante, porém alterar as configurações. **Nome: h; min: 1; max: 30, incremento: 1** e confirmar;
- Selecionar a ferramenta 

, marcando o ponto C sobre o EixoX (reta horizontal) para abscissa maior que 2;
- Selecionar a ferramenta 

, acionar o ponto C e digitar o raio **r**;
- Selecionar a ferramenta 

 e, em seguida, selecionar um dos pontos de interseção da circunferência com o EixoX;
- Inserir, na Janela de Álgebra, os pontos $E = (x(D), h)$ e $F = (x(C), h)$

- Para construir o quadrilátero CDEF, selecionar a ferramenta 

e, em seguida, selecionar, nessa ordem, os pontos C, D, E, F, C;

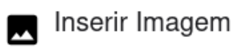
- Selecionar o quadrilátero CDEF e mudar a sua cor para preta e opaca;

- Selecionar a ferramenta 

e, em seguida, acionar, nessa ordem os pontos A e B;

- Inserir na **Entrada** o comando: Sequência(Transladar(q1, k*u),k,1,60,1);

- Selecionar a sequência **l1** e mudar a sua cor para preta e opaca;

- Selecionar a ferramenta 

e carregar a imagem obtida em Mentrard (2024) sem as grades;

- Com a ferramenta 

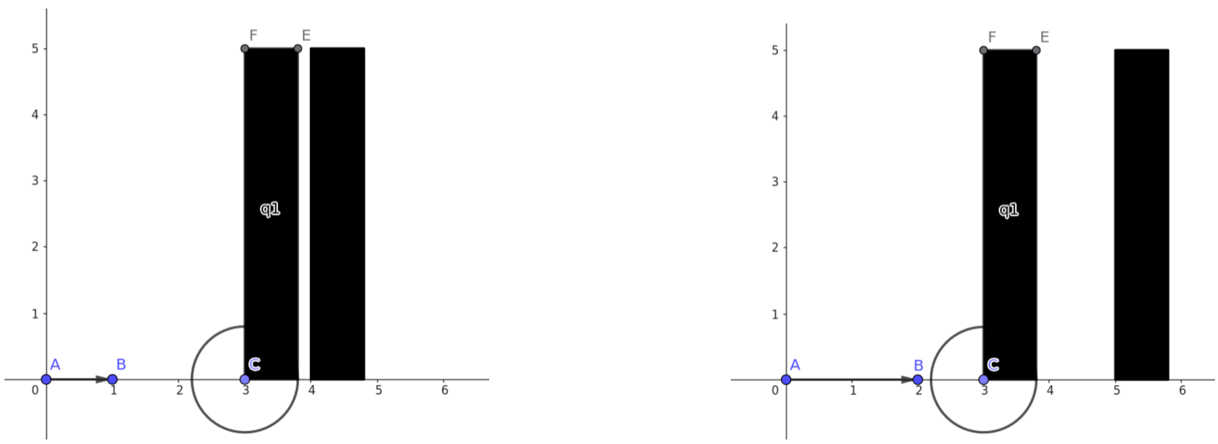
, ampliar ou reduzir a figura por meio dos pontos G e H;

- Mover o ponto C para gerar o efeito moiré.

Atividade 6. Registro das observações e conclusões (em grupo)

a) Com base na figura 3.5, o que significa transladar o polígono **q1** que aparece nos passos de construção do modelo? Além do polígono, qual outro objeto matemático é importante na realização da translação de figuras geométricas?

Figura 3.5: Construção no GeoGebra (Padrões moiré) V



FONTE: Autoral

Atividade 7. Apresentação da situação problemática (registro individual)

Figura 3.6: Anamorfose Monalisa

FONTE: Kent (2020)

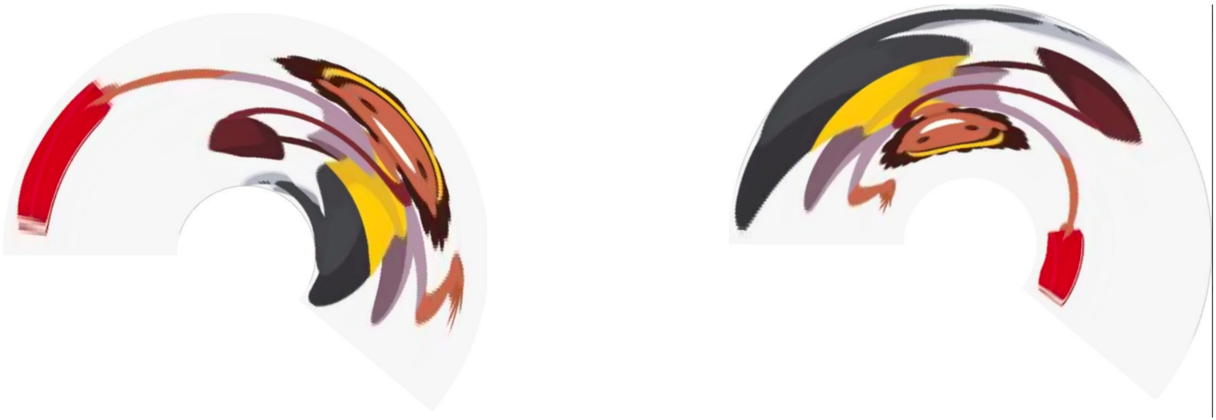
a) Quais são os efeitos observados nessa imagem?

b) Você conhece a técnica anamorfose? Descreva essa experiência.

c) Como restituir a imagem original da Monalisa?

Atividade 8. Registro das observações e conclusões (em grupo)

Figura 3.7: Anamorph Me! I



FONTE: Autoral

a) Antes da anamorfose cilíndrica, qual modificação foi realizada na imagem original para resultar na segunda anamorfose?

b) Antes da anamorfose cilíndrica, foi realizada uma transformação geométrica que preserva a forma e o tamanho da figura?

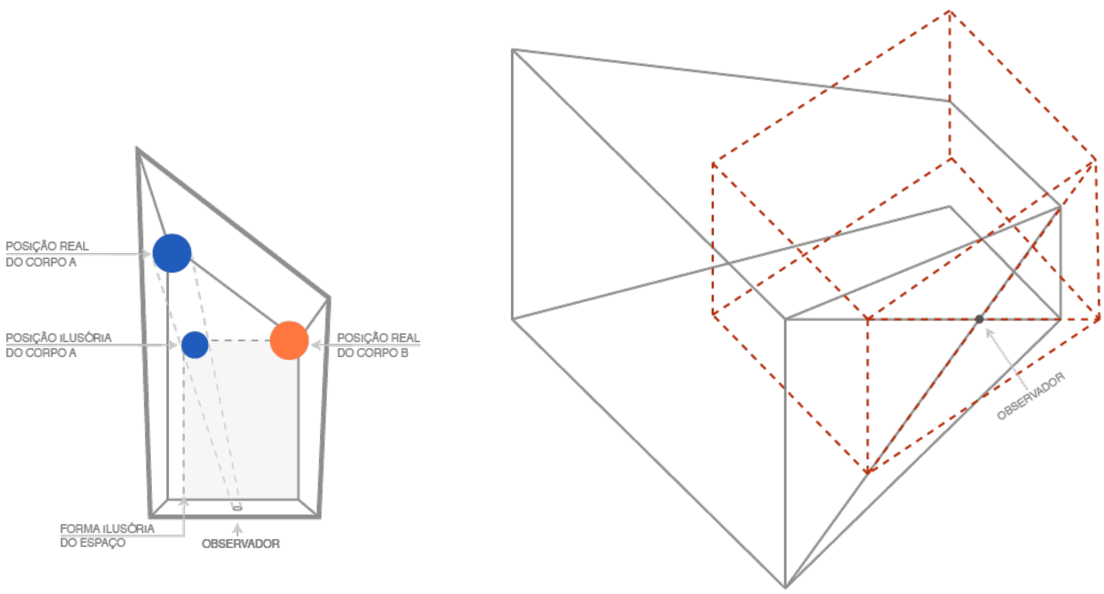
4 GUIA DO PROFESSOR

Entende-se por materiais didáticos (MD) qualquer recurso/instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem (Lorenzato, 2012; Aragão Filho, 2017). Cabe destacar que os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo que se deseja, porém não garante, apenas com seu uso, um bom ensino e nem aprendizagem significativa (Lorenzato, 2012). Além disso, o professor continua como mediador da aprendizagem.

4.1 SALA DE AMES

No primeiro momento, mostrar para os alunos a figura 3.1, nomeando a Sala de Ames sem descrevê-la e propor, individualmente, algumas questões (itens **a** e **b** da Atividade 1). Em seguida, apresentar a descrição da Sala de Ames conforme Quarto [...] (2012) e propor, individualmente, a atividade de representação da mesma (item **c** da Atividade 1).

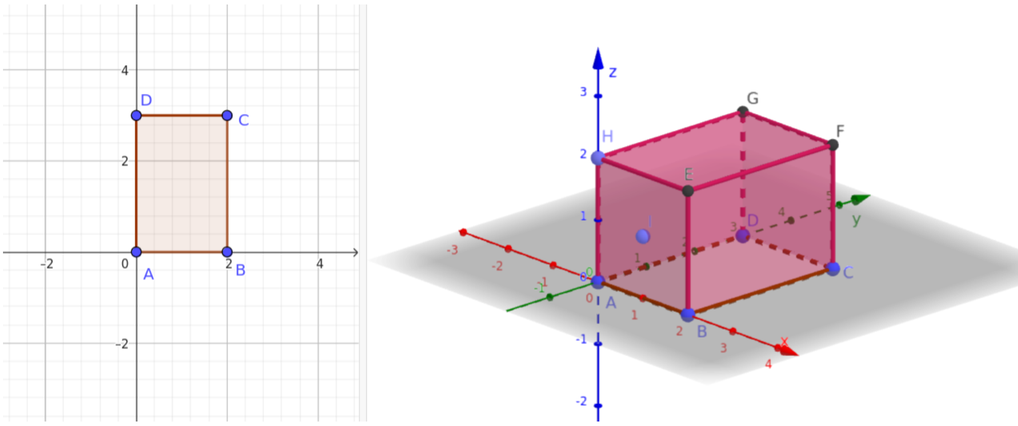
Figura 4.1: Representação da Sala de Ames



FONTE: (Quarto [...], 2012)

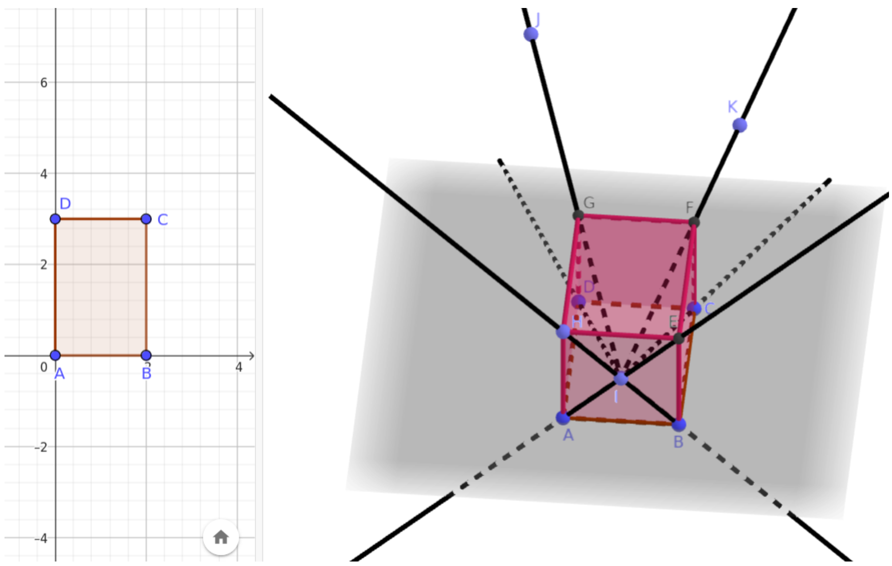
Após os registros, apresentar brevemente a interface do GeoGebra e os comandos/ferramentas que serão utilizados. Para ajudar na construção, em grupo, do modelo da Sala de Ames no GeoGebra, as figuras 4.2, 4.3 e 4.4 representam algum dos passos indicados.

Figura 4.2: Construção no GeoGebra (Sala de Ames) I



FONTE: Autoral

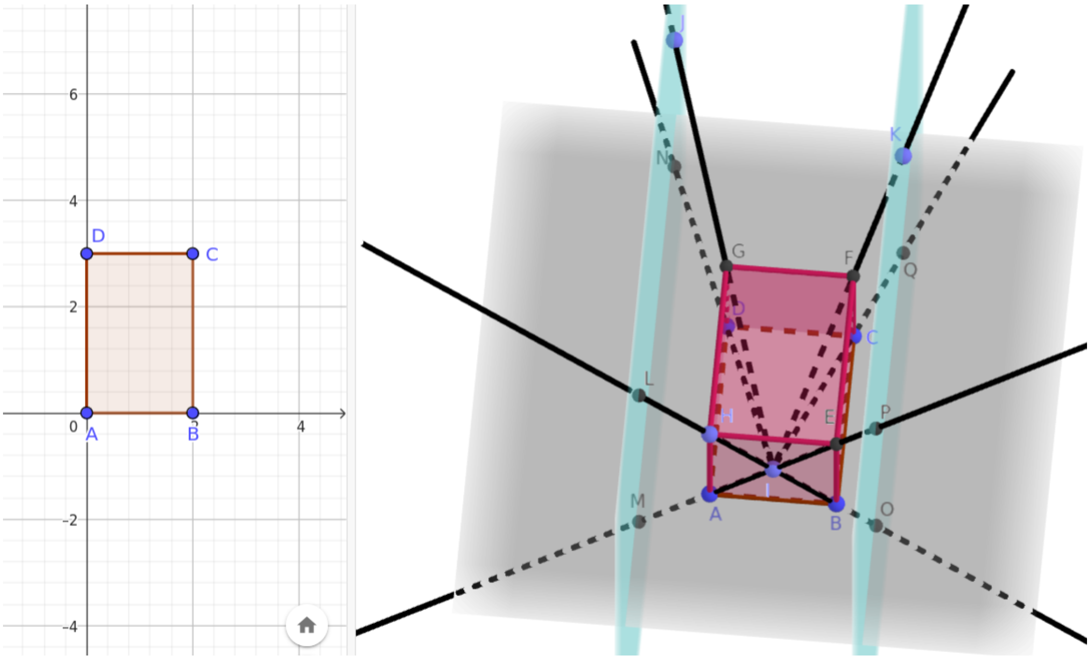
Figura 4.3: Construção no GeoGebra (Sala de Ames) II



FONTE: Autoral

Muitas representações dos entes matemáticos são realizadas nos passos de construção da Sala de Ames, possibilitando a abstração dos mesmos. Representações de pontos, semirretas, segmentos de reta, planos, planos paralelos, pontos pertencentes ao plano, interseção de semirretas e planos, polígonos, paralelepípedo reto-retângulo e poliedros. A abordagem desses objetos de conhecimento, portanto, relaciona-se com os objetivos es-

Figura 4.4: Construção no GeoGebra (Sala de Ames) III

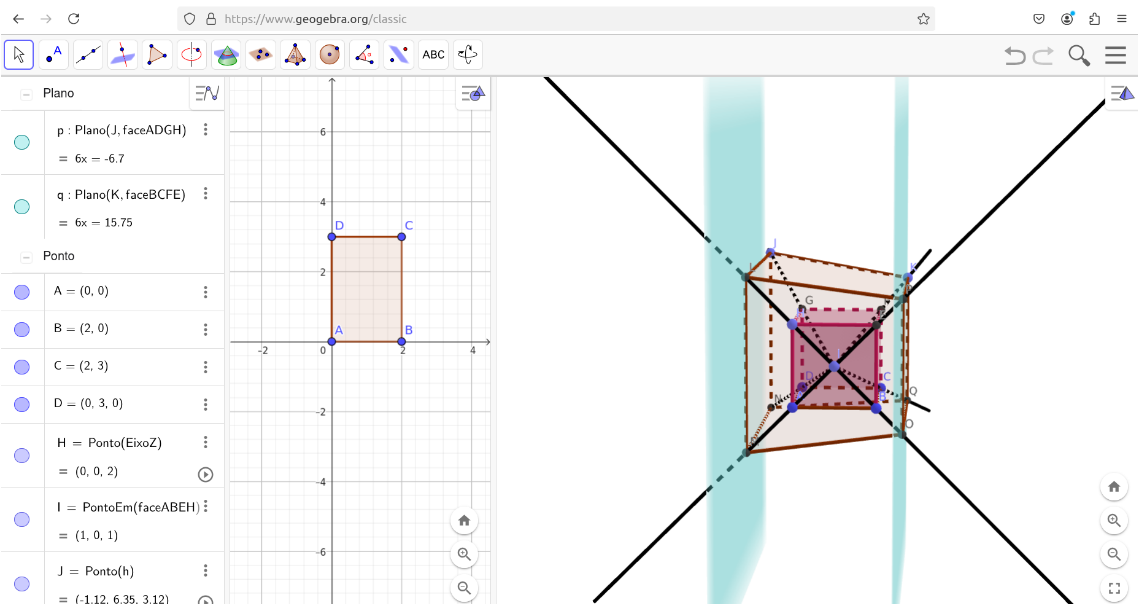


FONTE: Autoral

pecíficos da pesquisa, identificando, além das transformações geométricas, outros conceitos relacionados à Geometria plana e espacial.

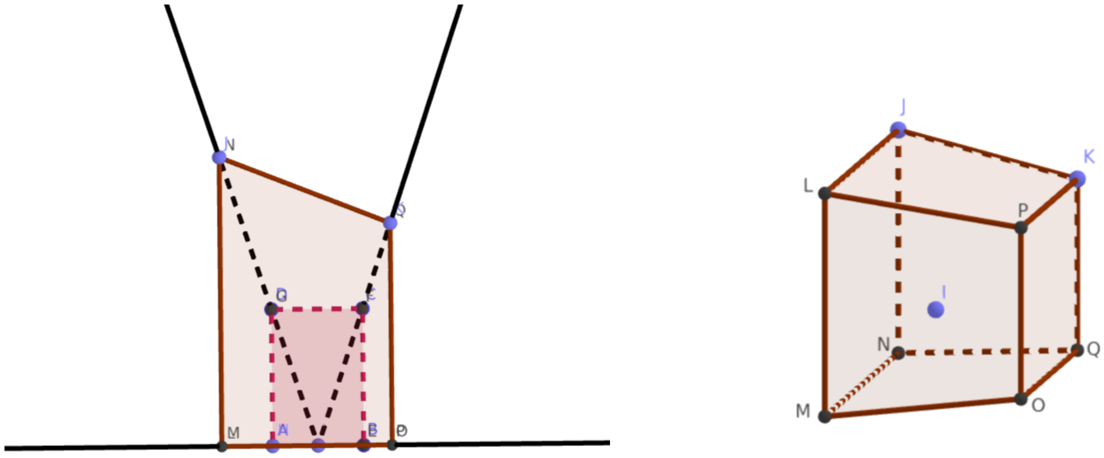
A figura 4.5 ilustra todos os objetos para construção da Sala de Ames no GeoGebra. Na figura 4.6, eliminam-se alguns objetos matemáticos para melhor visualização da Sala de Ames. Cabe salientar que o ponto I representa a posição do observador.

Figura 4.5: Construção no GeoGebra (Sala de Ames) IV



FONTE: Autoral

Figura 4.6: Representações da Sala de Ames no GeoGebra II



FONTE: Autoral

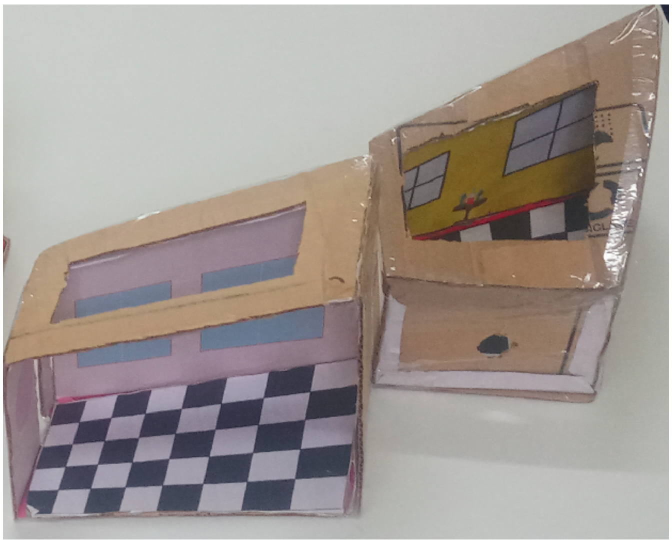
Posterior a etapa de construção, apresenta-se a figura 4.1, representação da Sala de Ames, e propõem-se algumas questões (itens **a**, **b** e **c** da Atividade 3).

Nesse momento, espera-se que os estudantes analisem que ambos os quadriláteros são quadrados e que a medida do segmento $\overline{JK}$ é o dobro da medida do segmento $\overline{GF}$. Analogamente para os outros lados correspondentes dos quadriláteros. Além disso, que os estudantes identifiquem o ponto fixo I (centro de homotetia), a proporcionalidade entre os segmentos correspondentes e o fator de ampliação em cada caso, mesmo que eles não utilizem termos matemáticos adequados. Após os registros, apresenta-se a definição de homotetia, utilizando o arquivo do GeoGebra gerador dessas figuras.

Nessa etapa, há a elaboração das conclusões sobre a situação problemática e as transformações geométricas, em particular, a homotetia e também um momento de generalização e síntese pelo professor com base na contribuição dos grupos.

Para finalizar esse primeiro conjunto de atividades, apresentam-se os modelos da Sala de Ames, conforme a figura 4.7, confeccionados por outro grupo de alunos com base na sequência didática elaborada pela autora desse trabalho e disponível em Rocha e Gouveia Júnior (2024). Essa etapa pode ser excluída da sequência caso não haja disponibilidade ou interesse por parte do professor mediador. Cabe salientar, no entanto, que pode ser um momento com outras formas de experimentação, a saber, com material didático concreto, incluindo papelão e materiais impressos.

Figura 4.7: Modelos da Sala de Ames com Materiais Recicláveis

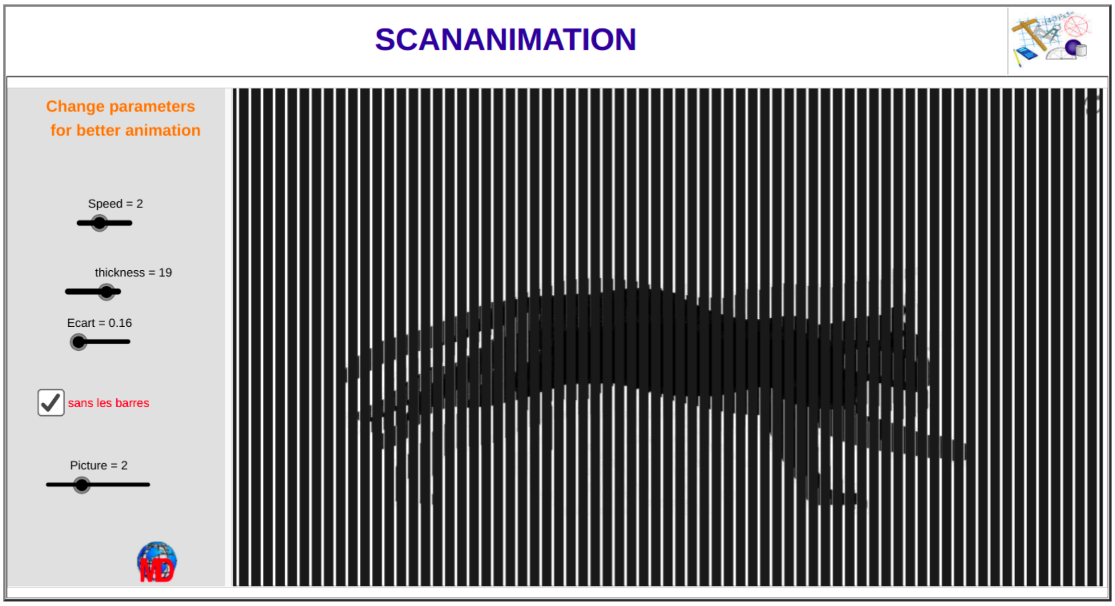


FONTE: Autoral

4.2 PADRÕES MOIRÉ

O segundo conjunto de atividades refere-se aos Padrões moiré. Inicia-se com a apresentação, em grupo, da animação conforme figura 4.8 e propõe-se a interação dos alunos com a animação por meio dos controles deslizantes. Nomeia-se como padrões moiré sem descrevê-los e, individualmente, indicam-se algumas questões (itens **a** e **b** da Atividade 4). Novamente buscando os conhecimentos prévios dos estudantes.

Figura 4.8: Animação Padrões moiré



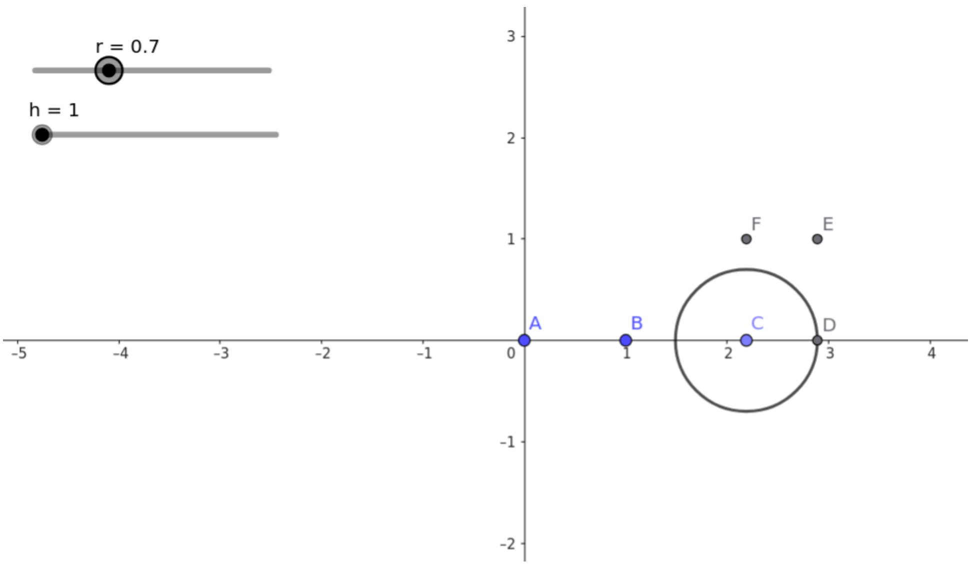
FONTE: Mentrard (2024)

Após os registros, apresenta-se a definição do efeito moiré conforme Amidror (2009). Em seguida, em grupo, questiona-se sobre a construção dessa animação no GeoGebra (item **a** da Atividade 5).

Na descrição, prevê-se a construção de grades em formato de retângulos, um conjunto de imagens em grade de um animal, objeto ou pessoas em sequência, formando vários frames cuja combinação gera o movimento, assim como a existência de um modulador da velocidade.

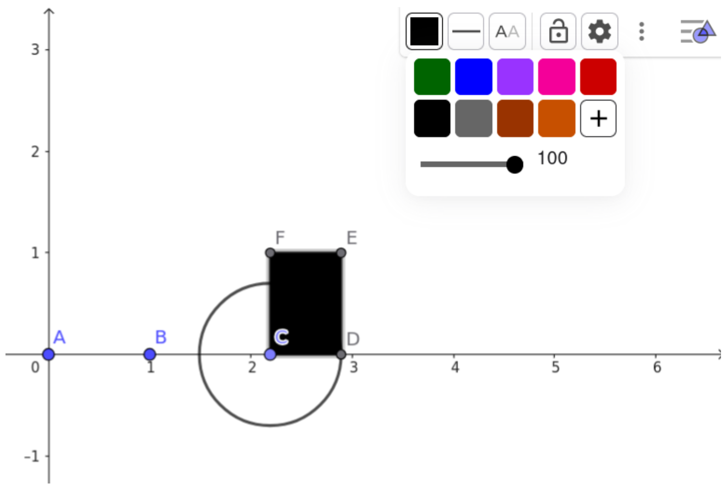
As figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12 auxiliam na compreensão dos passos da construção, em grupo, do modelo Padrões moiré no GeoGebra.

Figura 4.9: Construção no GeoGebra (Padrões moiré) I



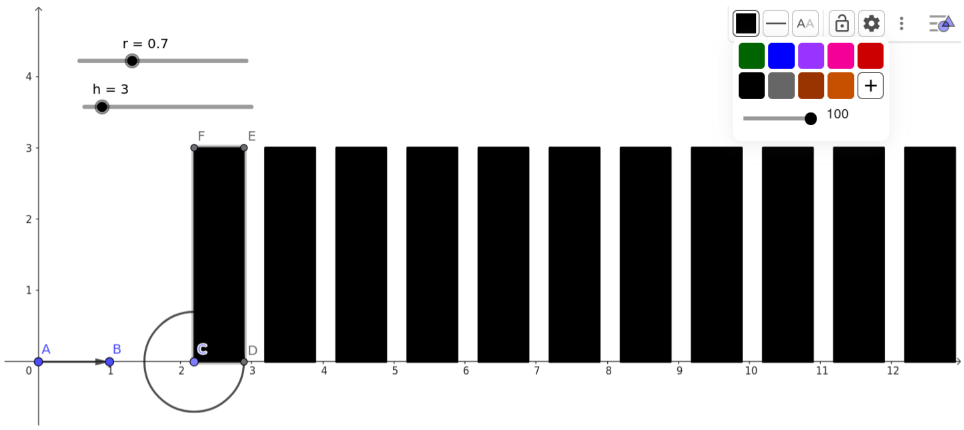
FONTE: Autoral

Figura 4.10: Construção no GeoGebra (Padrões moiré) II



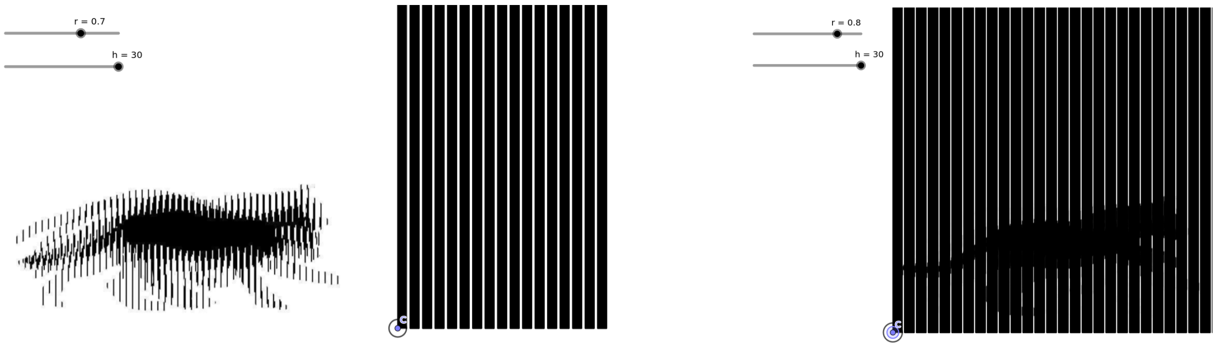
FONTE: Autoral

Figura 4.11: Construção no GeoGebra (Padrões moiré) III



FONTE: Autoral

Figura 4.12: Construção no GeoGebra (Padrões moiré) IV



FONTE: Autoral

Cabe informar que há perdas de nitidez do efeito moiré ao realizar as tentativas de ajuste da imagem sem determinação das medidas exatas ou aproximadas, considerando essas etapas de construção do modelo. A elaboração da imagem é uma possibilidade, porém dispensada nessa sequência em virtude do aumento de passos, comandos e o uso de outras tecnologias digitais.

As representações de pontos, polígonos, circunferência dado o centro e a medida do raio, interseção de entes geométricos, vetor, sequência e translação são contempladas nessa construção do modelo Padrões moiré no GeoGebra. Posteriormente, apresenta-se a figura 3.5, propondo algumas questões sobre translação nesse contexto (item **a** da Atividade 6).

4.3 ANAMORFOSE

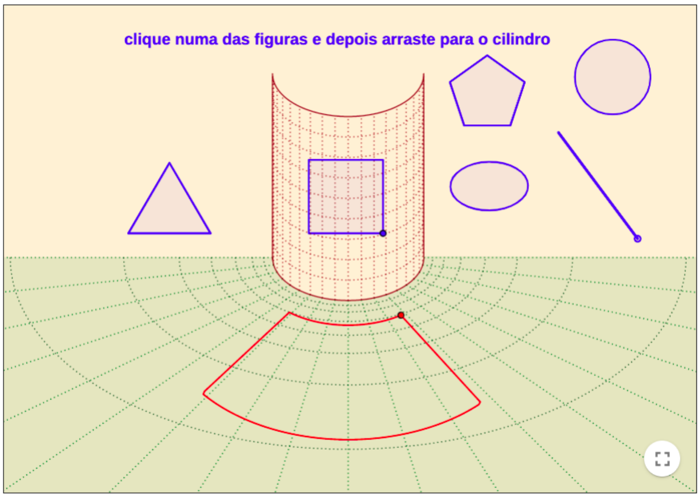
O terceiro conjunto de atividades refere-se à anamorfose cilíndrica. Inicia-se com a apresentação da figura 3.6 e, individualmente, indicam-se algumas questões (itens **a**, **b** e **c** da Atividade 7).

Nesse momento, espera-se o relato de vivências em Museus, espaços físicos ou digitais de publicização e incentivo da Ciência. Além disso, perceber a compreensão dos estudantes sobre as superfícies especulares, suas formas e características.

As anamorfoses são "imagens que se apresentam normalmente distorcidas, uma vez vistas frontalmente e de vários ângulos, mas que vistas de um determinado lugar e a partir de um centro de projeção privilegiado, [...] se restituem perspectivamente"(Trindade, 2015, p. 87). Acrescenta-se também a utilização de superfícies especulares, de forma e curvatura variada que dão origem às anamorfoses poliédricas, cilíndricas, cônicas e esféricas, onde as imagens se restituem através dos espelhos com as mesmas características que geraram a anamorfose (Trindade, 2015).

Após o registro e a socialização para o grupo, apresenta-se a animação ilustrada na figura 4.13 para experimentação pelos estudantes, indicando a necessidade de uma superfície especular cilíndrica. Apresenta-se o *software Anamorph Me!* cuja interface está representada na figura 4.14, especificamente para construção de anamorfose cilíndrica. As duas entradas de dados para essa função são o raio do círculo que forma a base do espelho cilíndrico e o ângulo da imagem resultante da anamorfose.

Figura 4.13: Animação Anamorfose

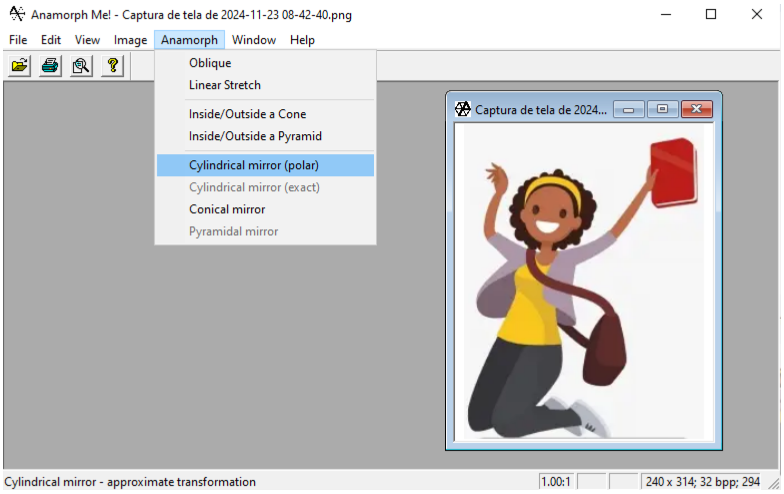


FONTE: Manetta (2017)

Caso não haja equipamentos compatíveis com o *software*, propõe-se a exposição dessa ferramenta e o acesso às anamorfoses resultantes por meio das impressões. Em seguida, levantam-se alguns questionamentos a partir da figura 3.7 (itens **a** e **b** da Atividade 8).

Nessa etapa, os estudantes podem trazer o conceito da rotação de figuras no plano, indicando as características e os elementos relacionados como ângulo e centro de rotação.

Figura 4.14: Anamorph Me! II



FONTE: Autoral

Eles também podem usar termos mais simples como "girar de cabeça para baixo" a imagem original. Cabe salientar para os alunos que a primeira imagem da figura 3.7 representa, em tamanho reduzido, a anamorfose resultante quando se insere, no *software*, os seguintes dados na entrada: 125 *pixels*, a medida do raio do círculo que forma a base do espelho cilíndrico e 220º, o ângulo da imagem.

O próximo passo refere-se a construção das superfícies especulares cilíndricas com o uso de recipientes de alimentos (batata chips), copos e garrafas de acrílico rachadas, *insulfilm* espelhado e tesoura. Depois de confeccionadas pelos estudantes, testá-las com as anamorfoses, identificando as correspondentes. Dessa maneira, as imagens geradoras são restituídas.

Os objetos matemáticos contemplados nesse bloco de atividades são as figuras geométricas, projeção, rotação, ângulo, círculo e cilindro. Existem outras possibilidades de abordagem como o sistema de coordenadas retangulares e polares como nas sequências didáticas de Iavorski (2014). Finaliza-se o terceiro conjunto de atividades com as imagens sobre as aplicações das anamorfoses nas sinalizações de trânsito, nos estádios de futebol e nas representações dos mapas.

Sugerem-se a generalização e síntese pelo professor com base na contribuição do grupo nas atividades realizadas e sobre o tópico transformações geométricas. Além disso, dispor de um momento de exposição pelos estudantes e/ou gravação de vídeo para outros grupos com a utilização da aba Protocolo de Construção no caso das experimentações no GeoGebra e/ou apresentação dos materiais concretos.

5 QUESTIONÁRIO

Prezado(a) participante,

Você está sendo convidado(a) a responder a esse questionário sobre a sua participação e aprendizagem, assim como sobre as metodologias e abordagens realizadas na pesquisa "Geometria e as Ilusões: uma proposta interdisciplinar nas aulas de Matemática", desenvolvida por Jamile Ceci dos Santos Rocha, discente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal da Bahia - UFBA, sob orientação do Professor Juan Andrés Gonzalez Marin.

1) Selecione os blocos de atividades que você participou:

- Bloco 1 - Sala de Ames
- Bloco 2 - Padrões moiré
- Bloco 3 - Anamorfose Cilíndrica

2) Qual foi o seu grau de envolvimento nas atividades selecionadas? Por quê?

3) Como você avalia a sua aprendizagem nessas aulas?

4) Nas aulas, a professora propôs experimentações com o uso de tecnologias digitais e materiais concretos. Qual é a sua opinião sobre o uso desses recursos nas aulas de Matemática?

5) Para você, quais outras disciplinas ou saberes estavam articulados com a Matemática nessas atividades?

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática foi dividida em três blocos de atividades com base no modelo de ilusão explorado, a saber, Sala de Ames, Padrões moiré e Anamorfose Cilíndrica. As atividades realizadas contemplaram as etapas de apresentação da situação problemática, construção dos modelos de ilusão e registro das observações e conclusões com questões pré-definidas. Além disso, foi proposto um questionário para autoavaliação e avaliação da sequência didática pelos estudantes.

Os pressupostos teóricos que fundamentam a sequência didática são conforme Zabala (1998). O autor considera alguns aspectos para validar a sequência didática, tais como os conhecimentos prévios, que foram amplamente trabalhados ao longo de toda a sequência, e os conteúdos significativos e funcionais, pois estes se articularam com a popularização da Ciência e a valorização dos espaços de divulgação, como as feiras escolares e os museus. Outro aspecto foi quanto a adequação das atividades ao nível de desenvolvimento de cada aluno que também foi observado. Além disso, um desafio alcançável, respeitando o tempo de aprendizagem. As atividades foram motivadoras, estimularam a autoestima em relação às aprendizagens e valorizaram o desenvolvimento da autonomia do aprender. Acredita-se, com base nos pressupostos teóricos de Zabala (1998), que houve validação da sequência didática. Sugere-se a escolha de apenas uma ilusão a depender da organização escolar.

Em relação aos conceitos relacionados à Geometria plana e espacial, as transformações geométricas (homotetia, translação e rotação) foram objetos centrais, cada uma dessas transformações abordada em um modelo de ilusão. Outros conceitos, no entanto, foram trabalhados na sequência didática sobre Sala de Ames, tais como representação de pontos, retas, semirretas e planos, planos paralelos, pontos pertencentes ao plano, interseção de semirretas e planos, polígonos, paralelepípedo reto-retângulo e poliedros.

Nas atividades sobre Padrões moiré, exploraram também as representações de pontos, polígonos, circunferência dado o centro e a medida do raio, interseção de entes geométricos, vetor e sequência. Nas atividades sobre Anamorfose cilíndrica, os outros objetos matemáticos contemplados foram as figuras geométricas, projeção, ângulo, círculo e cilindro.

Conclui-se que o presente recurso educacional é um incentivo aos pares que buscam novas metodologias de ensino de Matemática, ferramentas práticas para as suas aulas, ideias para projetos em feiras de ciências e estímulos às aprendizagens em museus, a exemplo dos museus interativos.

REFERÊNCIAS

AMIDROR, Isaac. **The theory of the Moiré phenomenon**. 2 ed. London: Springer, 2009. (Volume I: Periodic Layers)

ARAGÃO FILHO, Osvaldo. Materiais didáticos (MD) como recursos didáticos em um laboratório de ensino de matemática (LEM). In: MÜLLER, Gessilda; HETKOWSKI, Tânia; PINHEIRO, Gerusa (Org.). **Estratégias de ensino da matemática:** entrelaçando saberes para a educação básica. Salvador: EDUNEB, 2017. p. 277-294.

IAVORSKI, Claudio. **Anamorfose**: uma arte no ensino de matemática e sua aplicação em atividades interdisciplinares. 2014. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Curitiba, 2014.

KENT, Phillip. **Art of anamorphosis:** software. [S.l.], 2020. Disponível em: <https://www.anamorphosis.com/software.html>. Acesso em: 2 maio 2025.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: ___ (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 3-37. (Coleção formação de professores)

MANETTA, Marco. **Anamorfose cilíndrica**, [S.l.], 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/NutDxCTY>. Acesso em: 2 maio 2025.

MENTRARD, Daniel. **Scananimation**,[S.l.], 2024. Disponível em: <http://dmentrard.fr.fr/GEOGEBRA/Maths/geogebrclassic/ScanimatMD.html>. Acesso em: 2 maio 2025.

QUARTO de Ames. Mestrado em Ensino de Artes Visuais 2012-2013. [S.l.], 2012. Disponível em: <http://meav2012-2013.blogspot.com/2012/12/quarto-de-ames.html?view=magazine>. Acesso em: 5 abr. 2024.

ROCHA, Jamile Ceci; GOUVEIA JÚNIOR, Josaphat Ricardo. **Geometria e as ilusões**: uma proposta interdisciplinar sobre o conceito de poliedros e suas relações. 2024. 20 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Salvador, 2024.

TRINDADE, António. A concepção de uma Anamorfose, do séc. XVI ao séc. XX. requisitos, técnicas e uma demonstração prática. In: MARQUES, António (coord.) **As**

idades do desenho. Lisboa : Universidade de Lisboa, 2015. p. 85 - 102.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução Ernani F. Rosa. Artmed, 1998.

APÊNDICE A - Anamorfose Cilíndrica (Anamorph Me!)

Figura 6.1: Anamorfose para impressão

FONTE: Autoral

ANEXO A - Aplicações de Anamorfoses

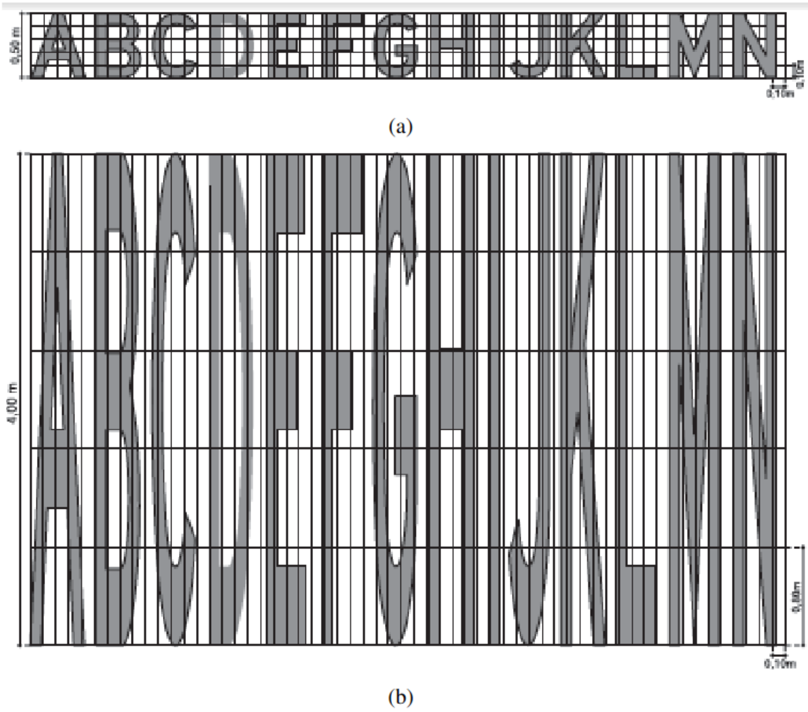
Figura 6.2: Placas de *marketing* no futebol

FONTE: Iavorski (2014)

Figura 6.3: Sinalizações horizontais de trânsito

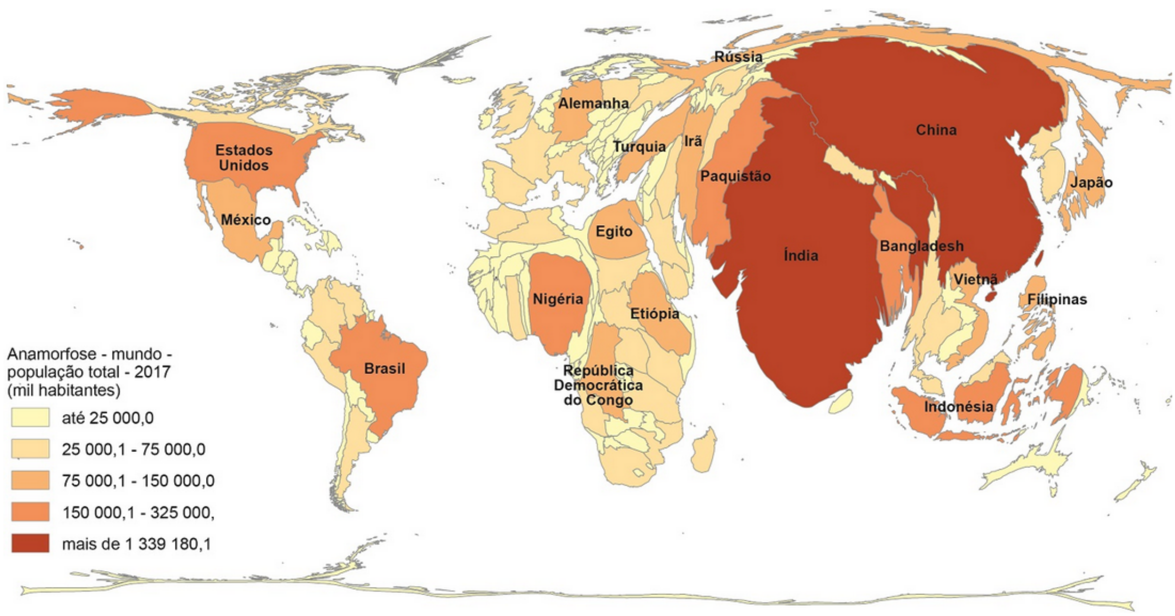
FONTE: Iavorski (2014)

Figura 6.4: Modelos de sinalizações horizontais de trânsito



FONTE: Iavorski (2014)

Figura 6.5: Anamorfose nas representações de mapas



Fonte: World Population Prospects: the 2017 revision, United Nations (UN).

FONTE: IBGEeduca