PPGECM
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

UEPS para o ensino de Geometria Plana

Construindo significados por meio do desenho

Adalgisa Maria de Oliveira
Luiz Marcelo Darroz

2026

FICHA CATALOGRÁFICA

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

O48u Oliveira, Adalgisa Maria de

UEPS para o ensino de geometria plana [recurso eletrônico] : construindo significados por meio do desenho / Adalgisa Maria de Oliveira, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: EDIUPF, 2026.

7.6 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecm.

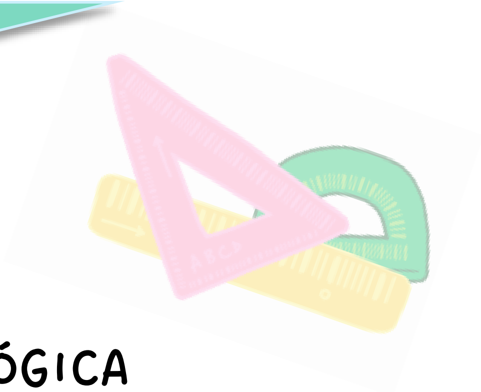
Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino Médio) - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem significativa. 3. Geometria plana. 3. Desenho 5. Material didático. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

SUMÁRIO



CONHEÇA SUA GUIA PEDAGÓGICA

Olá! Eu sou a **Profª Isa**!

Este material foi elaborado para ser utilizado com os alunos, mas foi pensado especialmente para apoiar você, professor, na condução das atividades em sala de aula.

Ao longo do processo, vou acompanhar seu trabalho com orientações práticas, sugestões de mediação pedagógica e observações importantes para potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Sempre que você me encontrar, estarei oferecendo direcionamentos que podem ajudar na aplicação das propostas, na adaptação às necessidades da turma e na condução das discussões matemáticas.

Estou aqui para caminhar com você durante todo o percurso.

APRESENTAÇÃO

Caro professor(a),

Apresento este produto educacional, em forma de guia didático, resultante da tese de doutorado desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo, intitulada *Unidades de Ensino Potencialmente Significativas envolvendo o desenho como recurso mediador: contribuições para a Aprendizagem Significativa de Geometria Plana no Ensino Médio*, sob orientação do professor Dr. Luiz Marcelo Darroz. O objetivo deste material é apresentar uma proposta didática composta por três Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), que utilizam o desenho como recurso mediador da aprendizagem significativa de Geometria Plana.

O guia foi organizado com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel (1963–2003), e nos passos estruturantes das UEPS sistematizados por Marco Antonio Moreira (2011). As atividades propostas contemplam conteúdos e habilidades matemáticas previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), como áreas e perímetros, razão e proporção, ângulos de polígonos e semelhança de figuras planas, mediados por estratégias de desenho, tais como método do quadriculado, homotetias e ladrilhamentos, conforme apresentado no quadro a seguir:

Quadro 1 – Temáticas das UEPS

ATIVIDADE	TÉCNICA DE DESENHO	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS	HABILIDADES BNCC
UEPS 1	Método do quadriculado	Áreas, perímetros, proporções e escalas	(EF07MA29) (EM13MAT506)
UEPS 2	Homotetias	Semelhança de figuras planas	(EM13MAT105)
UEPS 3	Ladrilhamentos	Ângulos dos polígonos, áreas e perímetros	(EF07MA27) (EM13MAT505)

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

Cada UEPS foi planejada com materiais potencialmente significativos, para desenvolvimento em aproximadamente 10 horas/aula, seguindo os oito passos propostos: apresentação do tema, questionário diagnóstico, organizadores prévios, diferenciação progressiva, abordagem mais complexa, reconciliação integrativa, avaliação da aprendizagem e avaliação da própria UEPS. Das três unidades elaboradas, foram efetivamente implementadas em sala de aula apenas as UEPS 1 e 3, com uma turma de 1º ano do Ensino Médio no CEEP Antônio Gentil Dantas Sobrinho no município de Pimenteiras Piauí, conforme indicado no quadro, cujos resultados e discussões encontram-se detalhadamente apresentados na tese à qual este produto educacional está vinculado.

Nos capítulos seguintes, descrevo cada uma dessas etapas à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, apresentando três UEPS que podem ser utilizadas de forma independente ou sequencial. Embora a aplicação tenha ocorrido apenas nas UEPS 1 e 3, a UEPS 2 segue o mesmo roteiro das demais. Em cada uma, articulam-se conteúdos de Geometria Plana às técnicas de desenho, oferecendo ao professor diferentes possibilidades de organização do trabalho pedagógico, conforme os objetivos da aula. Para cada etapa, são apresentadas orientações para a intervenção docente, e as soluções das atividades encontram-se ao final do guia.

A proposta deste material visa subsidiar o trabalho do professor de Matemática do Ensino Médio, oferecendo estratégias detalhadas que favoreçam a aprendizagem significativa de conceitos fundamentais de Geometria Plana. O guia, bem como os resultados, as etapas de aplicação e os detalhamentos da pesquisa descritos na tese, encontra-se disponível em acesso aberto no portal EduCAPES e na página de teses e dissertações do PPGECM da Universidade de Passo Fundo, podendo ser adaptado a diferentes contextos escolares, desde que devidamente referenciado.

Nos próximos capítulos, apresento brevemente os fundamentos teóricos que sustentam este material, bem como a proposta didática, as UEPS produzidas, as atividades e as orientações correspondentes a cada etapa de implementação. As atividades foram elaboradas em formato adequado para impressão ou utilização em PDF, contribuindo para que os professores possam aplicar as ideias apresentadas em suas práticas pedagógicas. Além disso, os materiais estão disponíveis por meio de links de acesso que permitem seu download e edição, possibilitando ao professor adaptá-los conforme as necessidades específicas de sua turma e de seu contexto de ensino.

Desejo a você uma experiência produtiva, reflexiva e repleta de aprendizagens significativas com seus estudantes. Conte comigo ao longo deste percurso!

Profª Isa.

Mas o que é a Aprendizagem Significativa?

A Teoria da Aprendizagem Significativa

David Ausubel
(1918 - 2008)

David Paul Ausubel (Nova York, 1918-2008), foi um psicólogo e pedagogo estadunidense que desenvolveu a Teoria da Aprendizagem Significativa, centrada na ideia de que a aprendizagem ocorre de forma duradoura quando o novo conhecimento se relaciona de maneira substantiva aos conhecimentos prévios do aluno.

Diferenciando-se da memorização mecânica, Ausubel destacou a importância de organizadores prévios, estratégias que apresentam informações introdutórias antes do conteúdo principal para facilitar a integração de conceitos. Sua teoria enfatiza a organização hierárquica do conhecimento, do geral ao específico, promovendo compreensão .profunda e aplicação prática dos conceitos.

A Teoria da Aprendizagem Significativa está fundamentada na psicologia do Cognitivismo, que é uma corrente de pensamento que se ocupa em compreender os mecanismos da mente envolvidos no constructo do conhecimento e na conduta.

Aprendizagem Significativa é um processo em que uma nova informação se relaciona de modo substantivo (não-literal) e não arbitrário a conceitos pré-existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, os conhecimentos prévios ou subsunçores, e interagindo com eles, ancora-se, produzindo significado (AUSUBEL, 1980, 2003).

Segundo sua teoria, sempre que um indivíduo entra em contato com um novo conceito, as suas estruturas mentais já existentes (subsunçores) sofrem uma reconfiguração ou reorganização, tornando-se mais complexas. Ausubel defende que nosso conhecimento é formado por estruturas organizadas e hierarquizadas que vão sendo continuamente desenvolvidas e reestruturadas à medida que novos conceitos e ideias são assimilados.

subsunçor → conjunto de conhecimentos organizado de maneira hierárquica preexistente na estrutura cognitiva do aprendiz

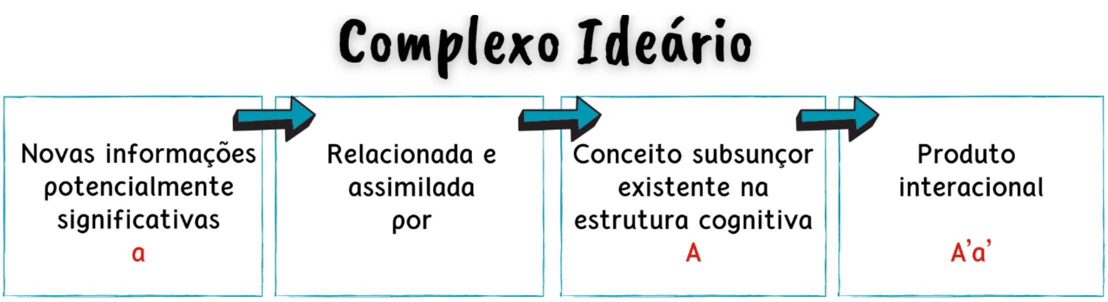
Ausubel (2003, p. 72) assume que "a essência do processo de aprendizagem significativa consiste no fato de que novas ideias expressas de forma simbólica se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe".

Teoria da Assimilação

A Teoria da Assimilação explica como novos conceitos ou proposições potencialmente significativos do material de estudo se relacionam, de modo seletivo, com ideias relevantes mais gerais, estáveis e inclusivas, presentes na estrutura cognitiva do aprendiz. As novas informações relacionam-se com os subsunçores relevantes ancorados e dessa interação resultam significados que serão armazenados e retidos (intervalo de memória) de acordo com a correspondência das ideias ancoradas.

Quando uma nova ideia *a* é aprendida, por meio da interação com uma ideia preexistente relevante *A* ancorada na estrutura cognitiva do aprendiz, as duas ideias sofrem alteração e a nova ideia "*a"* assimila-se à ideia ancorada "*A"*, formando o produto interativo A'a'.

Moreira (1999, p. 24), ilustra esse complexo ideacional na figura 1:



Fonte: adaptado de Moreira (1999, p.24)

Esse produto interacional é, por suposição, mais amplo e mais complexo que as ideias originalmente descritas, tanto o conceito original (a), como a ideia pré-estabelecida e ancorada (A) sofrem alterações indicadas pelo apóstrofo (a'; A'), o novo significado a' dissocia-se de *(a)* a partir da ideia ancorada alterada (A') originando o processo de retenção. Assim, o produto interativo $A'a'$ inclui os dois significados alterados e forma uma unidade compósita (complexo ideário) coextensiva das partes, com sentido mais completo e complexo.

Ausubel (2003), explica que a assimilação na aprendizagem significativa pode ocorrer de maneira subordinada (por subsunção), subordinante ou combinatória:

Figura 2: Teoria da Assimilação

Fonte: Autores, baseado em Ausubel (2003)

À medida em que vão decorrendo assimilações, por meio de interações sucessivas com novos materiais de aprendizagem potencialmente significativos, os conceitos e proposições sofrem a *diferenciação progressiva* e o consequente aperfeiçoamento dos significados, fortalecendo a ancoragem para aprendizagens significativas futuras. Quando se aprendem novos conceitos e proposições por meio de processos sucessivos de aprendizagem de subsunção, subordinante ou combinatória, podem emergir significados diferenciados e por vezes conflitantes, cabendo o processo de *reconciliação integradora* como possiblidade para resolver essas oposições.

A diferenciação Progressiva é um princípio por meio do qual se programa o material de estudo, introduzindo - se no primeiro as ideias mais gerais e inclusivas, que serão progressivamente diferenciadas no sentido de detalhamento.

A reconciliação integradora, é o princípio que orienta que a programação do material de instrução deve ser feita com o intuito de explorar ideias relacionadas para se identificar características significativas de similaridades e diferenças, reconciliar inconsistências reais ou aparentes e realizar a combinação lógica de ideias semelhantes (MOREIRA, 1999).

Indícios de Aprendizagem Significativa

Segundo Ausubel (2003), para verificar se os estudantes realmente aprenderam de forma significativa, não basta pedir que apenas repitam conceitos ou definam ideias; é preciso que eles apliquem os conhecimentos em diferentes contextos e linguagens, como em textos, verbalizações ou testes objetivos.

A resolução de problemas é uma estratégia eficaz para avaliar a aprendizagem significativa, desde que os problemas exijam mais do que apenas a memorização do conteúdo: criatividade, raciocínio, improviso e flexibilidade na busca de soluções. Se o aluno consegue resolver usando apenas exemplos repetidos ou por tentativa e erro, a aprendizagem ainda é mecânica.

Ausubel recomenda que os problemas sejam apresentados de forma gradativa e sequencial, ou seja, cada novo desafio depende da compreensão do anterior: "apresenta-se ao aprendiz uma passagem de aprendizagem nova e sequencialmente dependente, que não pode, de forma alguma, ser dominada se não houver uma compreensão genuína da tarefa de aprendizagem anterior" (AUSUBEL, 2003, p. 131).

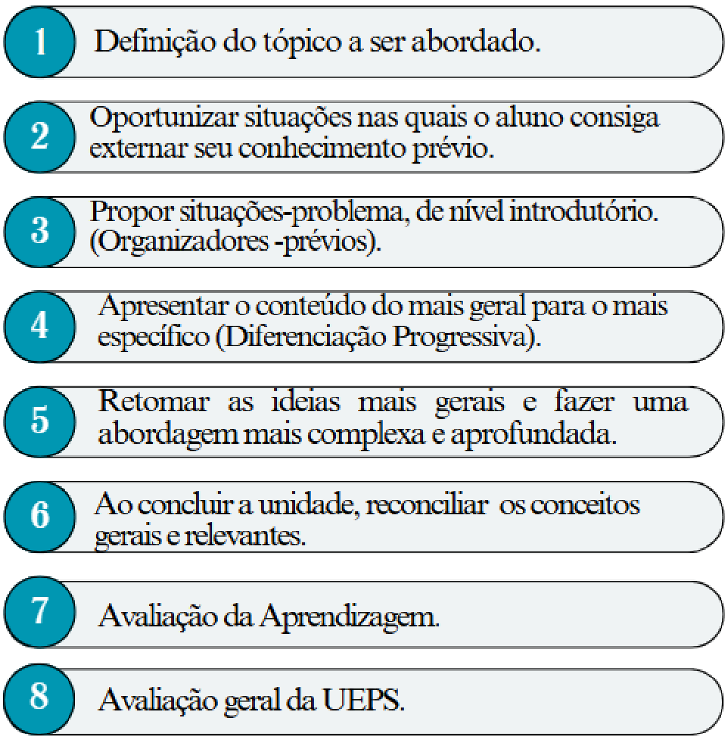
Portanto, para se verificar se houve indícios de aprendizagem significativa, as atividades, questionamentos e problemas devem ser diversos e desafiadores, exigindo que os estudantes ressignifiquem ou transformem os conhecimentos aprendidos.

Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS

Com a intenção de contribuir na implementação da aprendizagem significativa em sala de aula, Moreira (2011), propõe a construção de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) que são sequências didáticas que têm a finalidade de facilitar a aprendizagem significativa, não mecânica, de tópicos específicos do conhecimento declarativo e/ou procedimental e estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula (MOREIRA, 2011, p. 43).

Para isso, Moreira (2011), estabelece oito passos orientadores para construção e aplicação de uma UEPS, adaptável a qualquer unidade temática de ensino, e que se desenvolvidos corretamente, tem o potencial de produzir resultados satisfatórios com evidências de aprendizagem significativa:

Figura 3: Passos para a criação e aplicação de uma UEPS



Fonte: adaptado de Moreira (2011)

Agora, vamos conhecer as três UEPS desenvolvidas, organizadas conforme esses oito passos apresentados!

UEPS I

MÉTODO DO QUADRICULADO

REDUÇÃO, AMPLIAÇÃO, ÁREAS E PERÍMETROS

UEPS 1 – Método do quadriculado

Título da UEPS: Aprendizagem Significativa de Áreas e Perímetros por meio da ampliação e redução de desenhos em malha quadriculada.

Objetivo Geral:

Incentivar a aprendizagem significativa dos conceitos de área e perímetro por meio da manipulação, ampliação e redução de desenhos em malha quadriculada, estimulando o conhecimento espacial e matemático pré-existente dos estudantes.

Objetivos Específicos:

- Investigar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre áreas e perímetros.
- Compreender, com base em construções de desenhos e nas ideias pré-existentes, a relação entre a ampliação/redução de figuras e suas áreas e perímetros.
- Desenvolver progressivamente as habilidades de estimativa e cálculo de área e perímetro usando a malha quadriculada.
- Fortalecer os conceitos e definições, a criatividade e o raciocínio lógico na resolução de problemas envolvendo razões de proporcionalidade e área de superfícies.
- Reconciliar as aprendizagens adquiridas com as anteriores.
- Apresentar indícios de aprendizagem significativa ao final da UEPS sobre os conceitos de áreas e perímetros e suas aplicações em problemas diversos.

O quadro 2, apresenta a organização dos passos dessa UEPS em 6 encontros:

Quadro 2 – Estrutura da UEPS 1

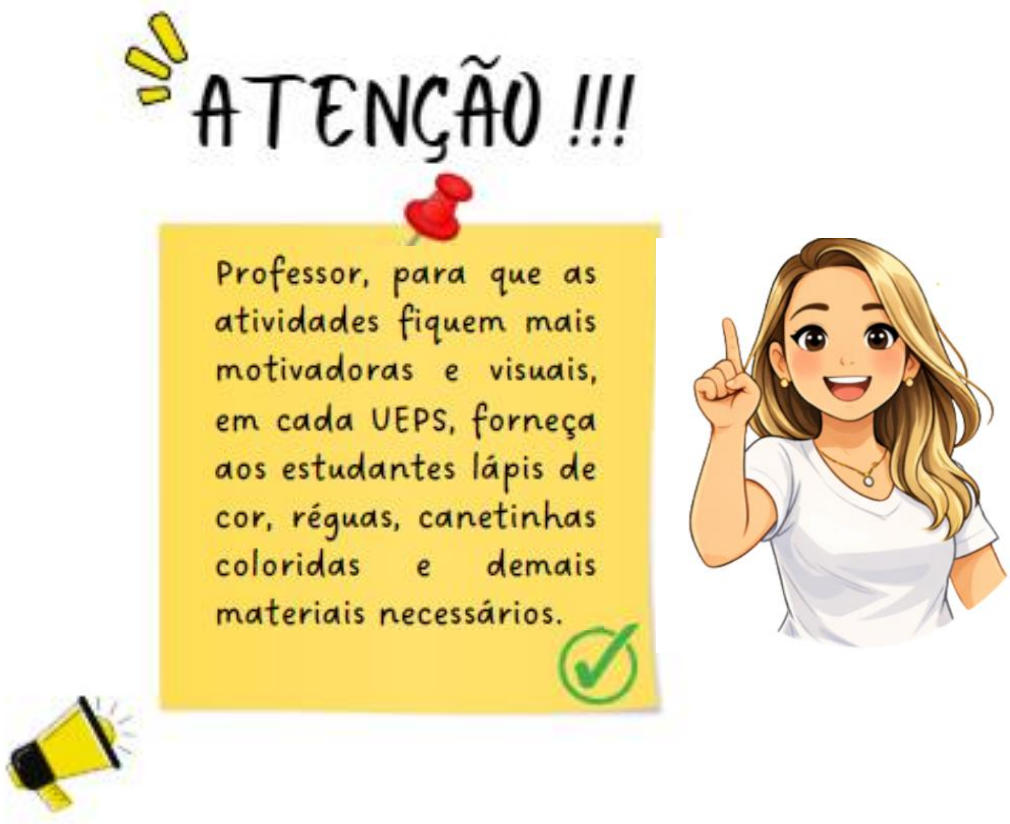
Passos	Atividade	Descrição	Tempo
1 e 2	Tema	Apresentação do tema e objetivos do encontro para os estudantes.	1 h/aula
	Questionário Diagnóstico	Aplicação de questionário com objetivo de reconhecer os elementos subsunçores que já integravam a estrutura cognitiva dos estudantes.	
3	Organizador Prévio	Atividade de nível introdutório sobre ampliação e redução de figuras em malha quadriculada.	1h30min

4	Diferenciação Progressiva	Atividade para desenvolver conceitos mais gerais como áreas, perímetros e mais específicos como razão de semelhança.	2h/aula
5	Abordagem mais aprofundada	Atividade de nível mais complexo envolvendo escalas, áreas e perímetros.	2h/aula
6	Reconciliação Progressiva	Retomada dos principais conceitos, discussão de ideias e construção de mapa conceitual em grupos, reconciliando os conceitos mais gerais e relevantes estudados.	2h/aula
7 e 8	Avaliação da Aprendizagem	Reaplicação do questionário Diagnóstico. Tem por objetivo evidenciar a evolução dos conhecimentos preexistentes.	1h30min
	Avaliação da UEPS	Avaliação da metodologia aplicada e autoavaliação por meio de questionário qualitativo.	

Fonte: Autores (2025).

Exploraremos cada um desses passos, trazendo atividades e orientações para condução dos trabalhos.

Baixe as atividades da UEPS I: 



PASSO 1 – Tema da UEPS

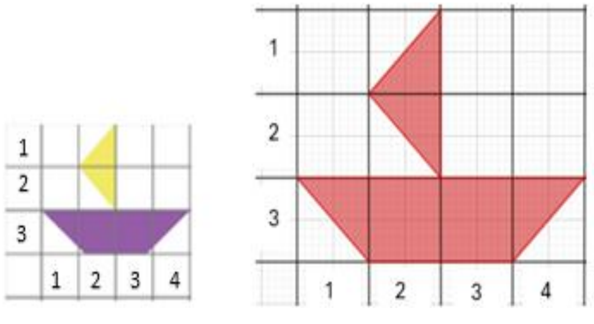
O método do quadriculado é uma ferramenta eficaz para desenvolver a habilidade de observação e aplicar diferentes tipos de escalas na reprodução, ampliação ou redução de figuras sejam elas geométricas, ou não. O uso da malha quadriculada facilita a visualização e o entendimento de conceitos geométricos, permitindo que os estudantes percebam as mudanças na área e no perímetro de forma concreta e lúdica.

O processo de reprodução de um desenho seja para manter, ampliar ou reduzir suas dimensões, por meio do método do quadriculado, é um processo bastante simples, conforme explica Santos (2011):

1) **Estabelecidas as dimensões do desenho original $m_x n$ (comprimento e largura), e quadriculando este, ou já estando disposto em malha quadriculada, define-se a escala "k" a ser utilizada.**
2) **O próximo passo é desenhar uma grade de $(k.m)$ de comprimento por $(k.n)$ de largura, e se repete o mesmo processo de quadriculação realizado inicialmente.**
3) **As linhas e colunas dos quadriculados, tanto o original quanto a grade de transferência, podem ser numerados, para facilitar a orientação do desenho que vai sendo transferido quadro a quadro.**

Observe na imagem 3, um exemplo dessa construção:

Figura 3: Ampliação de imagem em malha quadriculada



Fonte: Adaptado de São Paulo (2022)

Na figura, observamos a ampliação de um desenho em escala 2:1, pois o comprimento dos lados da imagem original que ocupa cada quadrinho foi transferido para uma dimensão 2 vezes maior (dois quadrinhos).

A seguir, sugere-se um questionário diagnóstico sobre áreas e perímetros que deve ser proposto aos estudantes antes de qualquer explicação sobre o conteúdo. Para Moreira (2011), no segundo passo, devem ser apresentadas situações que levem a externalização do que o aluno já sabe de relevante sobre a temática.

PASSO 2 - Questionário Diagnóstico

Vivencie a seguinte situação:

Marta deseja reformar sua sala e jardim e para isso contratou um pedreiro, João, para colocar um novo revestimento em ambos os espaços. João perguntou a Marta qual a área da sala e do jardim para que ele pudesse fazer o orçamento da despesa e do material. Marta mediu com uma fita métrica a largura e o comprimento da sala que foi de 10 m e 5m, respectivamente. E o jardim, em formato triangular, mediu 8 m de comprimento (base) por 6 m de largura (altura).

Responda:

1. De acordo com sua percepção e suas experiências de vida, diga o que você entende por área? Relacione esse conceito com situações concretas do seu dia a dia.

2. Você consegue determinar qual seria a área da sala de Marta?

3. Se João cobra R$ 90,00 por metro quadrado(m^2) quanto você acha que Marta irá gastar com o serviço do pedreiro na reforma da sala?

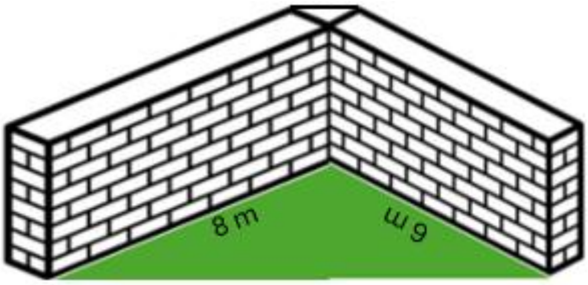
4. João pediu que Marta comprasse cerâmicas extras para colocar no rodapé da sala. Para isso, Marta deve medir o perímetro da sala.
O que você entende por perímetro?

5. Determine quantos metros de rodapé o João irá precisar para colocar na sala.

6. Suponha agora, que Marta deseje ampliar a sua sala, dobrando as medidas de suas dimensões (comprimento e largura). O que ocorre com a nova área e perímetro da sala?

   a) A área e o perímetro vão dobrar de tamanho
   b) A área vai dobrar, mas o perímetro continuará o mesmo de antes
   c) A área será 4 vezes maior e o perímetro 2 vezes maior
   d) A área e o perímetro aumentam quatro vezes
   e) não sei responder

O jardim de Marta possui o formato triangular, conforme ilustrado na figura:



7. Qual a área ocupada pelo jardim?

a) 48 m^2
b) 24 m^2
c) 22 m^2
d) 14 m^2
e) Não sei dizer
Outra: ___________

8. Se 1 m^2 de grama custa R$ 10,00, qual o valor será gasto para revestir todo o jardim?

a) R$ 480,00
b) R$ 240,00
c) R$ 220,00
d) R$ 140,00
e) Não sei dizer
Outro valor: ____________

9. Marta deseja colocar ladrilhos de mármore ao redor de todo o jardim. Quantos metros desse ladrilho serão necessários?

a) Exatamente 14 metros
b) Menos de 20 metros
c) 20 metros
d) Mais de 22 metros e menos que 28 metros
e) Mais de 28 metros

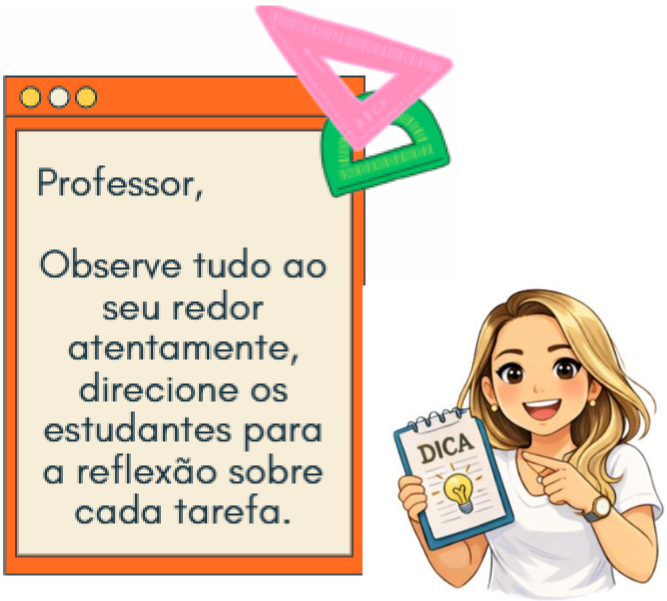
10. Se ela desejar tornar esse jardim três vezes maior, qual será o novo valor a ser gasto com grama e ladrilhos?

a) 3 vezes mais com os dois
b) 3 vezes mais com ladrilhos e 6 vezes mais com grama
c) 3 vezes mais com ladrilhos e 9 vezes mais com grama
d) 9 vezes mais com ladrilhos e grama
e) Não sei dizer

PASSO 3 – Organizador Prévio

O terceiro passo da UEPS, conforme explica Moreira (2011), consiste em preparar a estrutura cognitiva do aprendiz para receber as informações que se pretende ensinar. As situações-problema apresentadas devem situar-se em um nível bastante básico, considerando os subsunçores identificados pelo professor no segundo passo, e podem funcionar como organizadores prévios — isto é, situações que atribuem sentido às novas informações — por meio de demonstrações, vídeos, programação e simulações digitais, problemas da realidade, entre outros recursos.

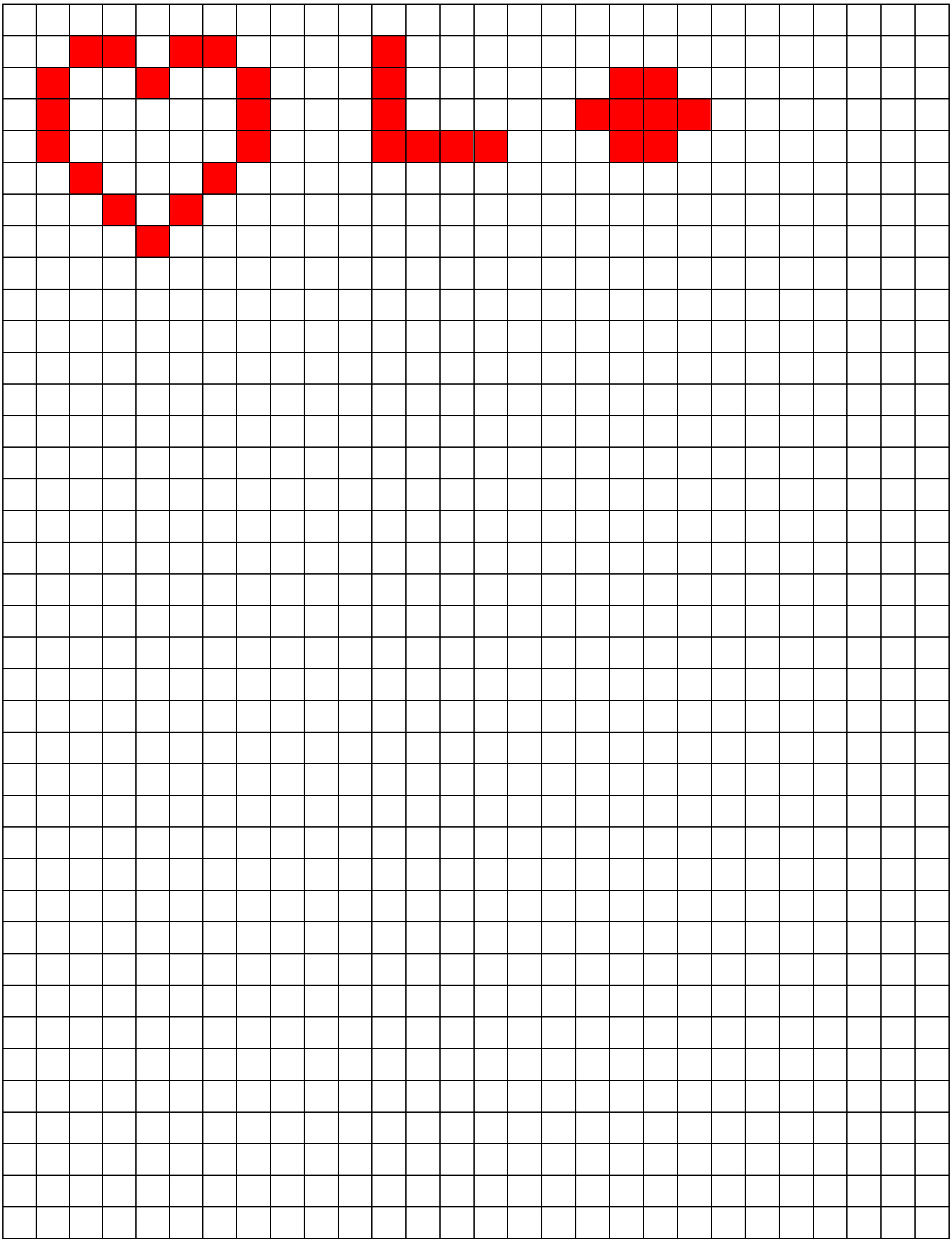
Neste momento, será utilizada como organizador prévio o recurso do desenho em malha quadriculada, com o objetivo de ampliar algumas imagens e observar o que ocorre com as dimensões da figura, bem como com o perímetro e a área, nas representações inicial e ampliada.



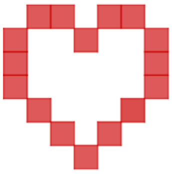
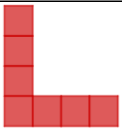
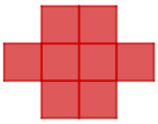
- Incentive a colaboração entre os estudantes
- Monitore todas as etapas da atividade e peça que os alunos tomem nota das principais dúvidas ou descobertas.
- faça pequenas intervenções sempre que necessário, direcionando os estudantes para os resultados esperados.
- Ao final dessa atividade, construa com os estudantes um conceito para área e perímetro.

ATIVIDADE 2: ORGANIZADOR PRÉVIO

1. Amplie as figuras em malha quadriculada com escala 2:1, ou seja, duas vezes maior que o tamanho original.



2 - Considerando que cada quadrado da malha equivale a uma unidade de área, calcule a área e o perímetro de cada uma das figuras (original e ampliada).

Figura	**Área Original**	**Área Ampliada**	**Perímetro original**	**Perímetro ampliado**
				
				
				

3 - Quantas vezes a área aumentou, no processo de ampliação? E o perímetro?

4 - E se as imagens fossem ampliadas em 3 vezes, qual seriam os valores das novas áreas e do perímetro?

5 – Reflita sobre as construções realizadas e crie um conceito para área e perímetro.

PASSO 4 – DIFERENCIÇÃO PROGRESSIVA

No quarto passo, após o processo inicial de identificação e organização dos conhecimentos prévios, visando à recepção de novas aprendizagens, realiza-se a diferenciação progressiva dos conteúdos abordados.

Moreira (2011) sugere, por exemplo, uma abordagem que se inicie com a exposição oral dos conteúdos mais gerais, seguida da exemplificação por meio de conceitos específicos e da realização de atividades colaborativas em pequenos grupos, finalizando com a socialização e a discussão em grande grupo.

Orientações para o professor:

Na atividade a seguir, buscamos fortalecer as noções de área e perímetro por meio da observação de desenhos, correlacionando essas representações às fórmulas já sistematizadas nos livros didáticos.

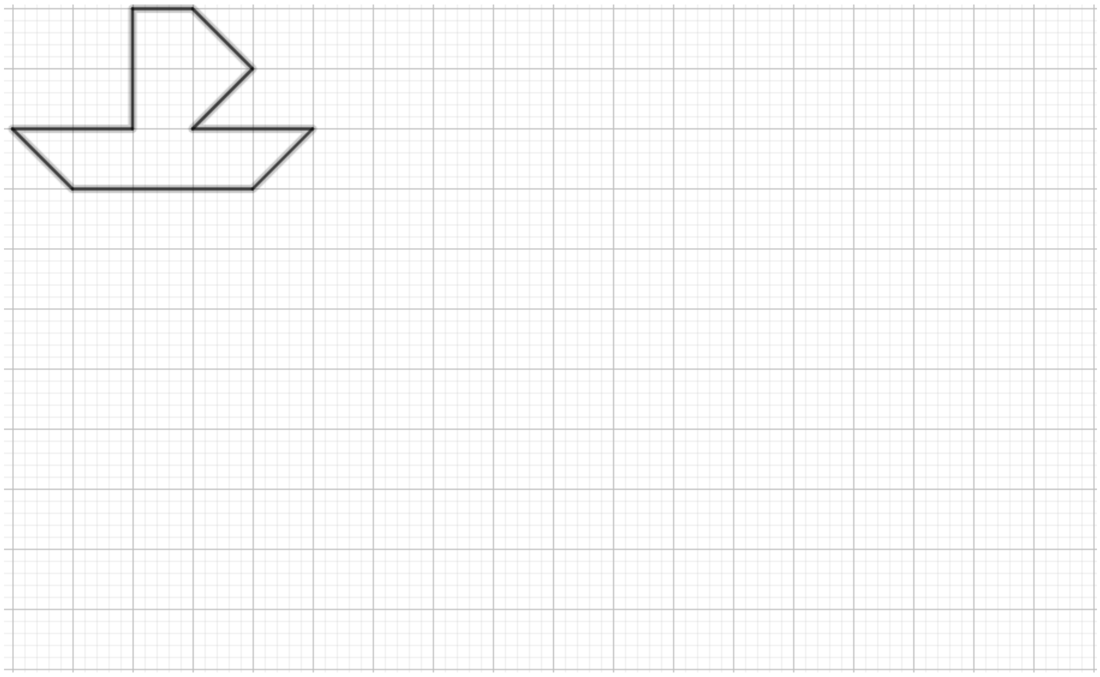
Pretende-se também avançar para conceitos mais específicos, como a constante de proporcionalidade nos processos de ampliação e redução de figuras, bem como suas implicações para a variação da área nas representações ampliadas ou reduzidas.

Queremos que ao final da atividade o estudante:

- consiga ampliar as figuras corretamente (tornando todas as dimensões proporcionais)
- Calcular a área e o perímetro dos desenhos usando fórmulas de figuras geométricas conhecidas.
- Entender que se a constante de ampliação ou redução é k, a área da nova figura será a multiplicação da área original por k^2.

ATIVIDADE 3 – DIFERENCIAÇÃO PROGRESSIVA

1. Observe a imagem abaixo, o número que multiplicamos cada dimensão para ampliar ou reduzir a imagem é chamado de constante de proporcionalidade (k).

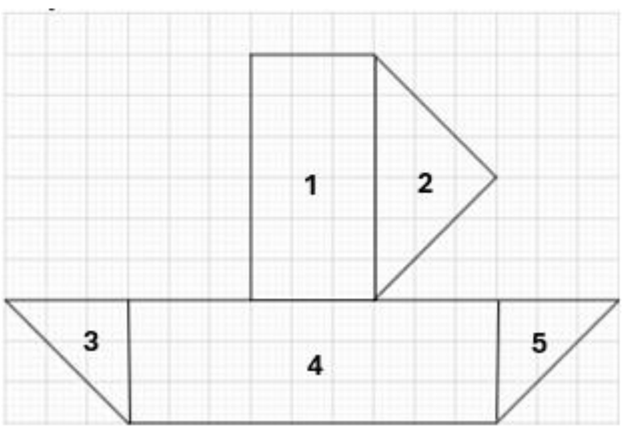


a) Amplie a imagem, na malha quadriculada, em três vezes, ou seja, use k=3.

b) Qual a área e o perímetro das duas figuras?

Área inicial	Área ampliada	Perímetro Inicial	Perímetro ampliado

c) A figura está dividida em triângulos e retângulos, calcule a área por meio da conjectura de fórmulas.



Dimensões da figura 1:

Base ☐ altura ☐

Área: b x h = ________

Dimensões da figura 2:

Base ☐ **altura** ☐

Área: (b x h): 2 = ________

Dimensões da figura 3:

Base ☐ **altura** ☐

Área: (b x h): 2 = __________

Dimensões da figura 4

Base ☐ **altura** ☐

Área: b x h = __________

Dimensões da figura 5

Base ☐ **altura** ☐

Área: (b x h): 2 = __________

Área total (A1+A2+A3 +A4 +A5) = ____

2. Com base na primeira imagem, construa uma figura semelhante sendo a nova área 2 vezes maior que a original, ou seja, k=2.

Observando as áreas e perímetros da figura original e das ampliadas em k=2 e k=3, complete as lacunas:

a) Quando k=2, a área da figura gerada foi maior ____________ vezes que a área original.
b) Quando k= 3, a área da figura gerada foi maior ___________ vezes que a área original.
c) Assim, quando uma figura for ampliada k vezes em relação a original, significa dizer que sua área será maior ___________ vezes que a original, o mesmo ocorre com uma área reduzida.

3. Um terreno possuía área de 1600 m^2, teve suas dimensões reduzidas à sua quarta parte, ou seja, k=1/4. Utilizando a ideia da constante de proporcionalidade deduzida no item anterior, qual a nova área do terreno?

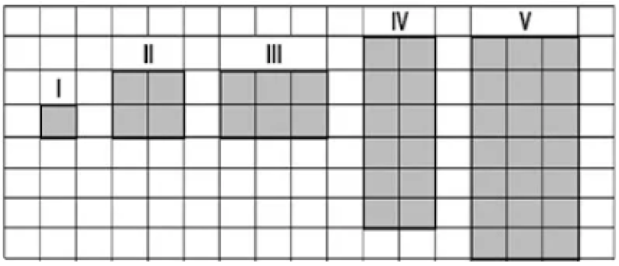
PASSO 5 – ABORDAGEM DE NÍVEL MAIS APROFUNDADO

Nesta etapa, professor, é importante retomar os conteúdos que se pretende ensinar por meio de uma abordagem de maior nível de complexidade. Recomenda-se propor situações-problema com níveis crescentes de dificuldade, apresentar novos exemplos e incentivar a diferenciação dos conteúdos, bem como a negociação de significados por meio de atividades colaborativas.

Como complemento, sugere-se a realização da Atividade 4:

ATIVIDADE 4 – NÍVEL MAIS COMPLEXO

1. Observe as figuras na malha quadriculada.



Qual das imagens é a redução da figura II?

a) III.

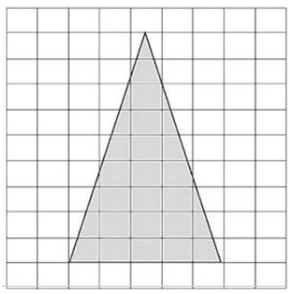
b) I.

c) V.

d) IV.

d) Nenhuma das alternativas

2. A imagem abaixo mostra o projeto inicial da torre da igreja de Letícia. Como consideraram a torre muito grande, resolveram fazer um novo projeto, de modo que suas dimensões ficassem duas vezes menor que a do projeto original. Portanto, no novo projeto, as dimensões foram:



a) divididas por 1.

b) divididas por 2.

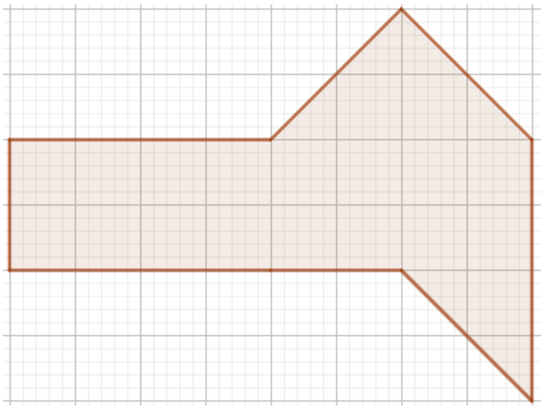
c) divididas por 3.

d) divididas por 4.

e) divididas por 5

Disponível: https://www.tudosaladeaula.com/2022/10/atividade-sobre-ampliacao-e-reducao-de-figuras-planas-4o-e-5o-ano/

3. A figura abaixo representa um projeto de construção da praça de uma cidade. Sabendo que ela será construída com dimensões 3 vezes maiores, calcule a área final dessa praça. Considere cada quadrado com 1 m^2 de lado.



a) 22 m^2
b) 66 m^2
c) 198 m^2
d) 200 m^2
e) 230 m^2

4. (Toda Matéria - adaptada) Juliana possui dois tapetes de mesma área. O tapete quadrado possui lado de 4 m e o tapete retangular tem altura de 2 m e base de 8 m. Sobre essas informações é correto afirmar:

a) O tapete quadrado possui maior perímetro
b) O tapete retangular possui maior área
c) O tapete quadrado possui maior área
d) O tapete retangular possui maior perímetro
c) Os perímetros e áreas são iguais

5. (ENEM – 2024) O estádio do Maracanã passou por algumas modificações estruturais para a realização da Copa do Mundo de 2014, como, por exemplo, as dimensões do campo retangular. Para se adaptar aos padrões da Fifa, as dimensões do campo foram reduzidas de 110 m x 75 m para 105 m x 68 m.

Disponível em: http://virgula.uol.com.br. Acesso em: 14 ago. 2013 (adaptado).

Em quantos metros quadrados a área do campo do Maracanã foi reduzida?

A) 24
B) 35
C) 555
D) 1110
E) 1145

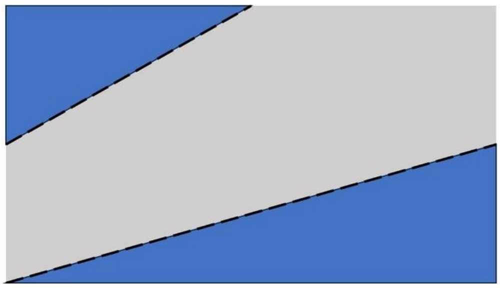
6. (ENEM – 2022) Um agricultor utilizava toda a área de uma região plana, em formato retangular, com 50 m de largura e 240 m de comprimento, para o plantio de mudas. Seguindo recomendações técnicas, cada muda é plantada no centro de uma pequena região retangular de 10 cm de largura por 20 cm de comprimento.

Esse agricultor decidiu ampliar a área destinada ao plantio de mudas, utilizando agora um terreno, também plano, em formato retangular, com 100 m de comprimento por 200 m de largura. As mudas deverão ser plantadas respeitando-se as mesmas recomendações técnicas.

Com o aumento da área destinada ao plantio, a quantidade máxima de mudas que poderão ser plantadas a mais é

a) 100 000.
b) 400 000.
c) 600 000.
d) 1 000 000.
e) 1 600 000.

7. Para produzir uma escultura em aço, uma placa retangular com medidas de 0,8 m de largura e 1,2 m de comprimento foi cortada nas linhas tracejadas. Um corte foi realizado entre os pontos médios da largura e do comprimento, o outro, de um vértice até a metade da largura. A área cinza da placa da escultura possui quantos centímetros quadrados? Disponível: https://www.todamateria.com.br/area-e-perimetro-exercicios/



a) 6000 cm²
b) 5200 cm²
c) 5000 cm²
d) 4850 cm²
e) 4200 cm²

PASSO 6 – RECONCILIAÇÃO INTEGRATIVA

O sexto passo consiste na reconciliação integrativa dos conteúdos mais relevantes, etapa que marca o início da conclusão da unidade de ensino. Nesse momento, realiza-se uma nova apresentação dos significados dos conteúdos trabalhados, evidenciando semelhanças e diferenças, que são discutidas em grande grupo com a mediação do professor (Moreira, 2011).

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

Para a Reconciliação Integrativa desta UEPS, sugere-se a realização de uma atividade dinâmica em grupo, estruturada em três provas ou etapas que integrem jogos e desafios, estimulando a cooperação, a motivação e a criatividade dos participantes:

PROVA 1: Jogo de Verdadeiro ou Falso com afirmações elaboradas em pares;
PROVA 2: Produção de um cartaz ou de um mapa conceitual;
PROVA 3: Elaboração e resolução de problemas — o professor solicita que cada grupo crie um problema para ser resolvido por outro grupo.

O detalhamento de cada prova, as orientações e sugestões para professor podem ser acessados no Apêndice A ou aqui Download

Checklist de materiais para este encontro:

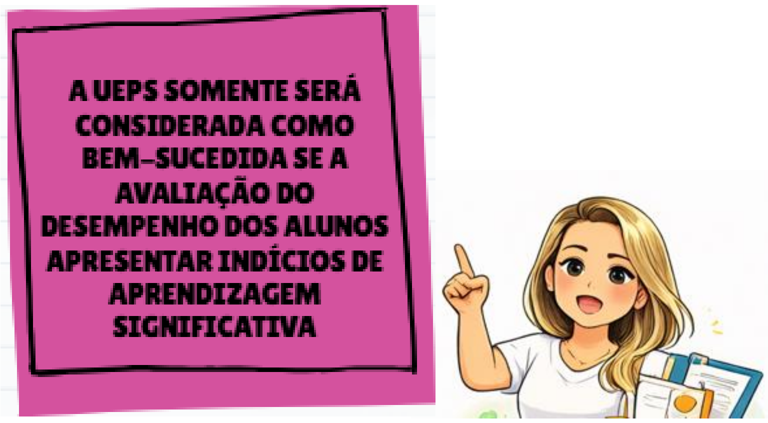
Checklist

- Cartolinas
- Pinceis e lápis de cor
- réguas
- Papeis coloridos

PASSO 7 e 8- AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E DA UEPS

O processo avaliativo na UEPS é realizado ao longo das atividades propostas e é concluído nos dois últimos passos. Moreira (2011) afirma que a avaliação da aprendizagem deve ocorrer por meio de registros que possam ser considerados indícios de aprendizagem significativa, coletados durante todo o desenvolvimento da UEPS, e também, uma avaliação somativa no sétimo passo, com testes e situações-problema que evidenciem a compreensão e capacidade de transferência do conhecimento.

A avaliação do desempenho do aluno na UEPS deverá estar baseada nos aspectos qualitativos da avaliação formativa (atividades desenvolvidas individuais e em grupo, registros do professor) e quantitativos (avaliação somativa).



Desse modo, como parte da avaliação da aprendizagem sugerimos a reaplicação do questionário diagnóstico e uma avaliação final referente à metodologia aplicada.

PASSO 7 – **Reaplicação do Questionário Diagnóstico 1**

PASSO 8 - **Questionário de AVALIAÇÃO DA UEPS**

A seguir, propomos um modelo da avaliação final da UEPS.

Questionário de Avaliação - UEPS 1

1. Leia com atenção cada afirmativa e marque a opção que melhor representa o seu nível de entendimento e participação na atividade. Use a escala progressiva de 1 a 5 onde representam: **(1)** ***"Discordo totalmente"*** e **(5)** ***"Concordo totalmente".***

Com a participação na UEPS:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Compreendi o que significa ampliar ou reduzir uma imagem usando malha quadriculada.					
Consegui identificar a razão de proporcionalidade usada na ampliação ou redução.					
Entendi como a razão entre lados influencia a área e o perímetro da figura.					
Percebi que a área cresce de forma diferente do perímetro durante a ampliação/redução.					
Fui capaz de desenhar corretamente figuras ampliadas ou reduzidas na malha.					
Consegui calcular corretamente o perímetro das figuras antes e depois da transformação.					
Consegui calcular corretamente a área das figuras antes e depois da transformação.					
Usei os conceitos de proporção para justificar minhas respostas ou construções.					
Relacionei a atividade com situações do cotidiano (como mapas, escalas, desenhos).					
Senti que a atividade com a malha me ajudou a entender melhor os conceitos de área e perímetro.					
Aprendi algo novo com a atividade que não sabia antes.					
Consegui perceber meus erros e melhorar minha compreensão ao longo da atividade.					
Participei ativamente das discussões e atividades em grupo.					
Ajudei colegas e também fui ajudado(a) por eles durante a atividade.					
Demonstrei interesse e curiosidade ao realizar a atividade.					

3. O que foi mais fácil para você durante as atividades? O que foi mais difícil ou desafiador?

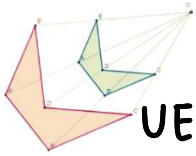
4. A forma como os conteúdos foram apresentados na UEPS ajudou você a aprender melhor os conceitos e ideias sobre área, perímetro e proporcionalidade?

5. Como você avaliaria essa UEPS?

UEPS II

HOMOTETIAS

SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS



UEPS II– *Homotetias e a Semelhança de Figuras*

PASSO 1: Tema da UEPS

1. **Título:**

Transformações geométricas: a homotetia como caminho para compreender a semelhança de figuras planas.

2. Objetivo Geral:

Facilitar a aprendizagem significativa do conceito de semelhança de figuras planas por meio da construção e exploração de homotetias em diferentes contextos geométricos e artísticos.

2. **Objetivos Específicos:**

- Identificar elementos subsunçores que caracterizam figuras semelhantes (ângulos congruentes e lados proporcionais);
- Agregar aos conhecimentos existentes a compreensão da transformação geométrica denominada homotetia e suas aplicações em situações práticas cotidianas.
- Construir homotetias a partir de centro e razão definidos e utilizar os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas.
- Estabelecer critérios de semelhança de triângulos a partir da homotetia e do raciocínio lógico dedutivo.
- Conceituar e justificar as técnicas mobilizadas para resolver problemas envolvendo figuras semelhantes.
- Ampliar os conceitos e ideias iniciais sobre os temas estudados.

A UEPS deve começar com uma breve apresentação do tema, dos objetivos e do cronograma. Depois, inicia-se o desenvolvimento dos passos, com duração total prevista de 10 horas/aula. No quadro a seguir, sugiro um exemplo de cronograma para a realização dos encontros e atividades:

4. Programação sugerida:

Passos	Atividade	Descrição	Tempo
1 e 2	Tema	Apresentação do tema e objetivos do encontro.	1 h/aula
	Questionário Diagnóstico	Aplicação de questionário para identificar os conhecimentos prévios sobre proporcionalidade, figuras semelhantes e a técnica de homotetia.	
3	Organizador Prévio	Atividade de nível introdutório usando construções homotéticas para organizar os conceitos de proporcionalidade e semelhanças de triângulos.	1h30min
4	Diferenciação Progressiva	Atividade para desenvolver conceitos mais gerais de semelhança de figuras e mais específicos como casos de semelhança de triângulos	2h/aula
5	Abordagem mais aprofundada	Atividade de nível mais complexo envolvendo razões de semelhança, medidas desconhecidas de dimensões de polígonos	2h/aula
6	Reconciliação Progressiva	Atividade em grupos. Retomada dos principais conceitos, discussão de ideias e construção de cartazes.	2h/aula
7e 8	Avaliação da Aprendizagem	Reaplicação do questionário 1	1h30min
	Avaliação da UEPS	Avaliação da metodologia aplicada e autoavaliação	

Baixe as atividades da UEPS II: Download

PASSO 2: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Ainda no primeiro encontro, após a apresentação geral do tema e da proposta didática (sem detalhamentos) é importante identificar o que os alunos já sabem sobre o tema e quais são suas dificuldades. O questionário diagnóstico ajuda a mapear esses conhecimentos prévios, servindo como ponto de partida para planejar intervenções mais eficazes. Ele também permite ao professor perceber possíveis concepções equivocadas e direcionar melhor as explicações ao longo da UEPS.

PASSO 2: Questionário diagnóstico

1. Uma grandeza "é tudo aquilo que pode ser medido e possibilita que tenhamos características baseadas em informações numéricas e/ou geométricas." Desse modo, o que significa dizer que duas grandezas são proporcionais? Com o que você relaciona essa ideia? Pode dar um exemplo prático?

2. Como é chamado o resultado da **divisão entre dois lados correspondentes** de duas figuras semelhantes?

   a) razão de semelhança
   b) raio
   c) constante
   d) pi
   e) não sei responder

3. Quando duas figuras são semelhantes:

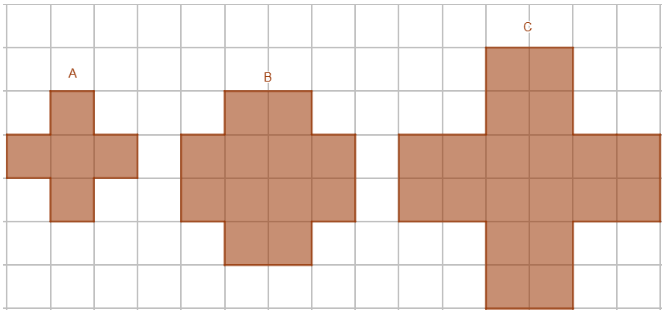
   a) Seus lados correspondentes são proporcionais e seus ângulos são iguais
   b) Seus lados são iguais e os ângulos são diferentes
   c) As figuras devem ter a mesma área
   d) As figuras devem ter o mesmo perímetro
   e) As medidas dos lados e os ângulos devem ser iguais, apenas a posição pode ser diferente

4. Você se lembra de algum critério que determina quando dois triângulos são semelhantes? Se respondeu sim, escreva abaixo um dos critérios que conhece:

   ____

   ____

5. Observe as imagens abaixo. Quais são semelhantes? Justifique sua resposta.



   a) A e B
   b) B e C
   c) A e C
   d) A, B e C
   e) Nenhuma

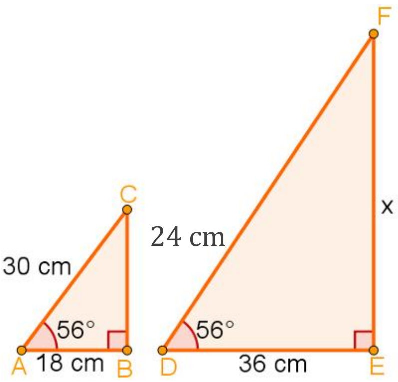
   ____

   ____

6. Se em uma figura, o lado mede 4 cm e na figura semelhante esse mesmo lado mede 10 cm, qual é a razão de semelhança?

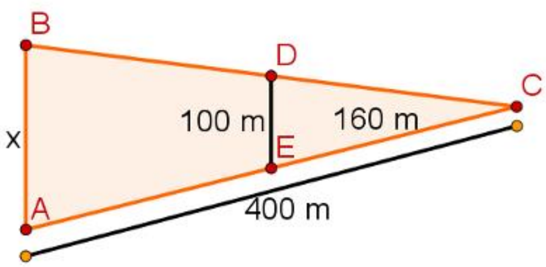
a) 4:10 = 0,4
b) 10 + 4 = 14
c) 10.4 = 40
d) 10 – 4 = 6
e) Não sei identificar

7. (Brasil Escola – adaptada) Qual o valor de x no triângulo a seguir?



a) 60 cm
b) 48 cm
c) 36 cm
d) 24 cm
e) 20 cm

8. (Brasil Escola) Na imagem a seguir, é possível perceber dois triângulos que compartilham parte de dois lados. Sabendo que os segmentos BA e DE são paralelos, qual a medida de x?



a) 210 m
b) 220 m
c) 230 m
d) 240 m
e) 250 m

9. Se dois triângulos são semelhantes e a razão entre os lados é 2, então a razão entre as áreas será:

a) 2
b) 4
c) 8
d) 10
e) Não sei

10. Você já precisou ampliar ou reduzir uma imagem usando uma escala, por exemplo, uma maquete ou desenho no papel? Se sim, explique qual o método que você utilizou para manter o resultado semelhante ao original?

11. Você já ouviu falar no termo **homotetia**?
( ) Sim
( ) Não
Se respondeu "sim", escreva o que lembra sobre o conceito:

12. Quando aplicamos uma homotetia a uma figura, o que acontece?

a) A figura muda de forma
b) A figura gira no plano
c) A figura aumenta ou diminui, mantendo a forma
d) A figura apenas cresce
e) Não sei

13. O que representa o **centro de uma homotetia**?

a) O ponto de interseção entre os lados da figura
b) O ponto de partida para o redimensionamento da figura
c) Um ponto aleatório dentro da figura
d) É o ponto que mede a metade da distância entre as duas figuras
e) Nunca ouvi falar sobre isso

14. Quando aplicamos uma homotetia com razão 2 a um triângulo, o que acontece com os lados da figura?

a) Duplicam de tamanho
b) Permanecem iguais
c) Diminuem duas unidades
d) Diminui pela metade
e) Não sei

15. Complete com suas palavras:
A proporcionalidade é importante no estudo da geometria porque...

PASSO 3 – Organizador Prévio

Após a identificação dos subsunçores, iniciaremos a organização das ideias sobre semelhança de figuras, por meio da técnica de homotetia.

Professor,

apresente a Homotetia e explique os tipos e como se realizam as construções. Agregue exemplos práticos, se possível com imagens ou vídeos reais de situações do cotidiano em que essa técnica é utilizada.

A partir daí, os estudantes serão incentivados a fazerem construções homotéticas e observarem características nos polígonos reproduzidos e a formularem conceitos sobre semelhanças e proporcionalidade.

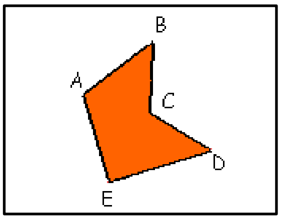
O QUE É HOMOTETIA?

Homotetia é a ampliação ou a redução de distâncias e áreas a partir de um ponto fixo. O termo é devido ao matemático francês Michel Chasles, em 1827, derivado do grego como composto de *homo* (similar) e *tetia* (posição).

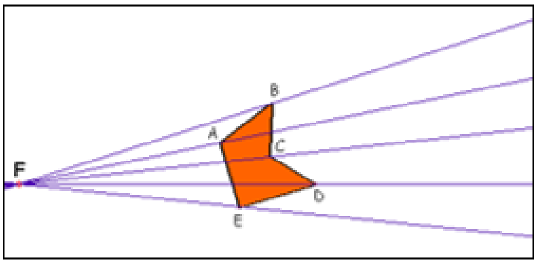
Schimidt (2002), explica que uma homotetia é definida pelo seu centro O e razão k de homotetia e é a aplicação linear tal que a cada ponto P faz corresponder o ponto P' :

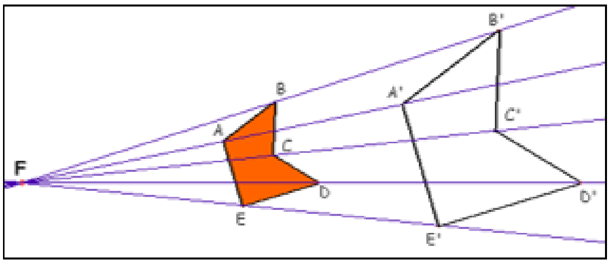
$$\overrightarrow{OP'} = k \cdot \overrightarrow{OP}$$

Como exemplo, vamos ampliar o polígono ABCDE e em seguida reduzi-lo.

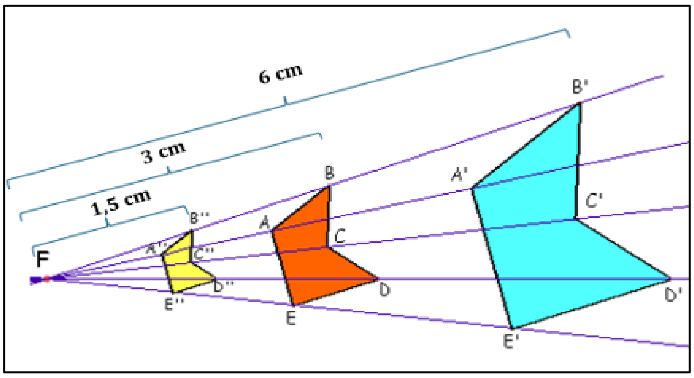


- Marcamos um ponto F (foco) qualquer.
- Traçamos as retas: FA, FB, FC, FD e FE.
- Marcamos um ponto A' sobre a reta FA, de modo que FA' = k.FA (k= razão de semelhança).
- Marcamos um ponto B' sobre a reta FB, de modo que FB' = k.FB (mesma razão de semelhança usada para marcar o ponto A'). Procedemos da mesma maneira marcando os pontos C', D' e E'.
- Traçamos os segmentos: A'B', B'C', C'D' e E'A' e obtemos o polígono A'B'C'D'E' ampliação de ABCDE, isto porque neste caso a razão de semelhança é k > 1.





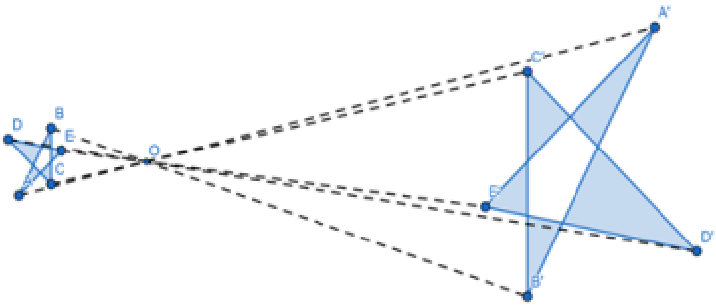
Procedemos da mesma maneira para reduzirmos o polígono, tomando neste caso a razão de semelhança k < 1. No exemplo se tomarmos $k_1 = ½$ e $k_2 = 2$, teríamos:



FB'' = ½ FB	FB'= 2 FB
FA'' = ½ FA	FA'= 2FA
FC'' = ½ FC	FC' = 2FC
FD'' = ½ FD	FD' = 2FD
FE'' = ½ FE	FE' = 2FE

Imagens disponíveis: www.mat.ufrgs.br/~edumatec/atividades_diversas/ativ20/semelh/homot.htm

A figura abaixo mostra a multiplicação da imagem por um fator **k < 0** (homotetia inversa). Nesse caso, as semirretas cruzam o centro da homotetia para gerar a nova imagem. No caso da imagem abaixo, k= - 3/4.

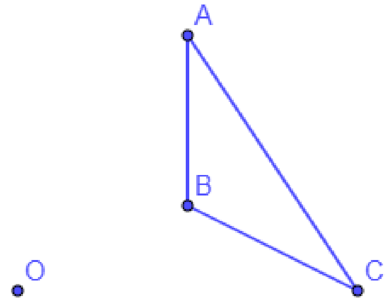


A técnica da homotetia pode ser aplicada para ampliar ou reduzir qualquer tipo de imagem, basta escolhemos pontos quaisquer na figura a ser reproduzida e estipulando um foco (F) e uma razão de semelhança (k) quaisquer!

Proponho, a seguir, a atividade de nível introdutório para que se acesse e organize as ideias iniciais e mais gerais sobre semelhanças de figuras planas.

ATIVIDADE: Organizador Prévio

1) Construa o triângulo A'B'C', homotético do triângulo ABC, com centro de homotetia O, por um fator multiplicativo k = 2.



Sobre os triângulos ABC e A'B'C', é correto afirmar:

a) Sobre as medidas dos lados

( ) aumentou proporcionalmente
( ) aumentou de forma aleatória (um lado mais que outros)
( ) diminuiu
( ) permaneceu igual

b) Sobre os ângulos:

( ) aumentou de acordo com os lados
( ) os ângulos não alteraram
( ) diminuíram
( ) foram invertidos

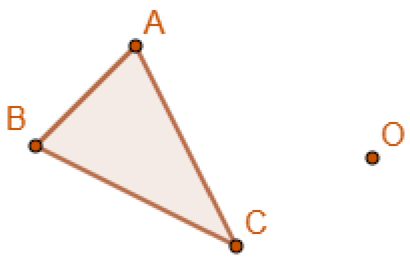
c) Quantas vezes as novas dimensões aumentaram ou diminuíram em relação ao triângulo inicial?

( ) aumentou 2 vezes
( ) aumentou 3 vezes
( ) Diminuiu 2 vezes
( ) Diminuiu 3 vezes

d) Sobre a área:

( ) aumentou proporcionalmente 2 vezes mais
( ) aumentou proporcionalmente 4 vezes mais
( ) diminuiu
( ) permaneceu igual

2) Construa o triângulo **A'B'C'**, homotético do triângulo **ABC** com centro de homotetia **O**, por um fator multiplicativo **k = -2.**



Observando a construção homotética realizada, responda:

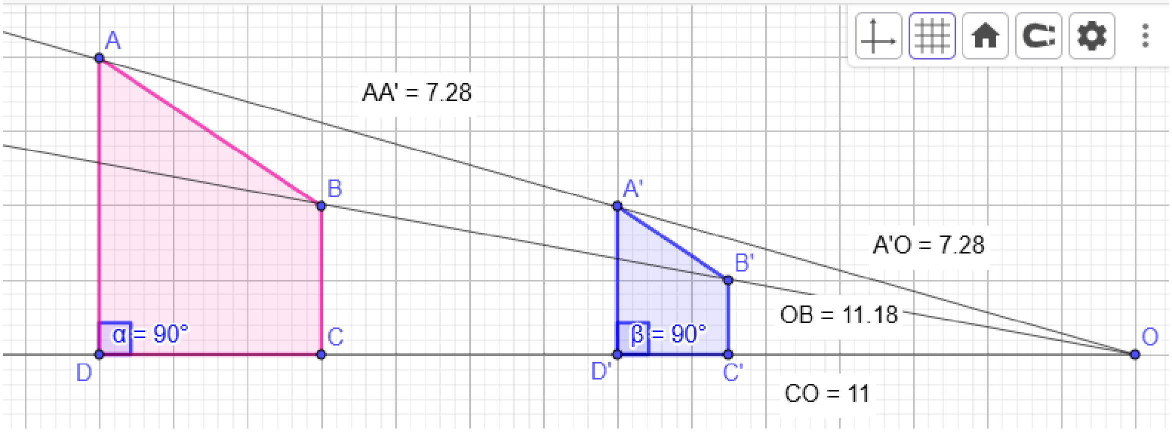
a) O que acontece com os lados e ângulos quando a razão k é menor que 0?

.

b) As retas que ligam os vértices correspondentes passam pelo centro da homotetia?

c) O que mais você observou que muda na homotetia inversa, ou seja, quando a razão k é menor que 0?

3. **O**bserve a homotetia e responda:



c) Qual a razão de semelhança empregada na transformação do polígono ABCD em A'B'C'D'?

d) Sabendo que o ângulo DÂB é 45°, calcule o ângulo A'$\widehat{B}$'C'.

e) Preencha a tabela com as medidas que se pede:

Medidas dos lados		Razão	Distância até o ponto O		Razão
A'D'=	AD =	$\frac{A'D'}{AD}$ =	OA' =	OA =	$\frac{OA'}{OA}$=
C'D'=	CD=	$\frac{C'D'}{CD}$=	OB' =	OB =	$\frac{OB'}{OB}$ =
B'C'=	BC=	$\frac{B'C'}{BC}$=	OC'=	OC =	$\frac{OC'}{OC}$ =
A'B'=	AB=	$\frac{A'B'}{AB}$=	OD'=	OD =	$\frac{OD'}{OD}$ =
Área de ABCD:		Área de A'B'C'D':		Perímetro de ABCD:	Perímetro de A'B'C'D':

4 Marque as opções corretas: Em uma relação de semelhança (ampliação ou redução de imagem):

a) Mantém o tamanho da figura original

b) Os ângulos se mantêm iguais

c) Os lados aumentam ou diminuem proporcionalmente

d) Têm áreas iguais.

e) Têm o mesmo perímetro.

f) A razão de semelhança é a divisão das medidas correspondentes nas figuras

PASSO 4 – Diferenciação Progressiva

Nesta etapa, vamos explorar por meio da homotetia, conceitos mais gerais sobre proporcionalidade e semelhanças de figuras e ideias mais específicas, como os casos de semelhança de triângulos.

Professor,
por meio da atividade, direcione os estudantes à formalização dos casos de semelhanças de triângulos e ajude-os a perceberem como identificar essa semelhança facilita na resolução de vários tipos de problemas.

Casos de Semelhanças de Triângulos:

- AA – Se os triângulos tiverem dois ângulos iguais, implica dizer que o terceiro também é igual, já que a soma é 180° e portanto, os lados são proporcionais o que evidencia a semelhança dos triângulos.
- LLL – Se os três lados das figuras são proporcionais, implica dizer que os ângulos são iguais e que os triângulos são semelhantes.
- LAL – Se os triângulos possuem dois lados proporcionais, e o ângulo entre eles for igual, temos a semelhança pois o ângulo igual implica que o lado corresponde a este nas duas figuras é também proporcional.

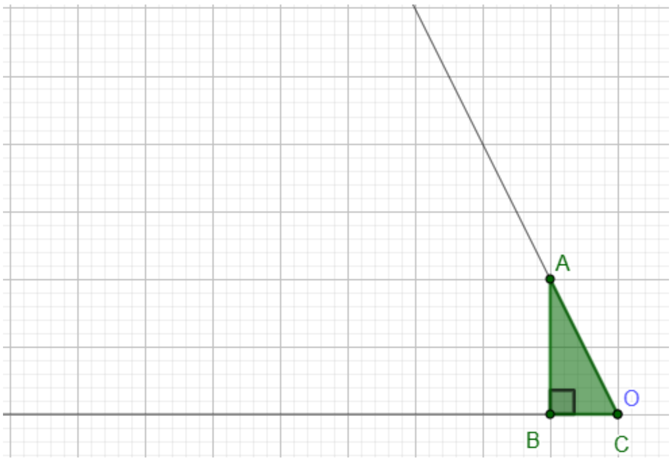
Acesse o vídeo para melhor compreensão da temática: Download

PASSO 5: ABORDAGEM MAIS ABRANGENTE

No quinto passo, a atividade contempla problemas mais contextualizados e complexos e trazem uma abordagem mais abrangente sobre as ideias apresentadas anteriormente.

A seguir, propomos as atividades do Passo 4 – Diferenciação Progressiva e do Passo 5 – Abordagem mais abrangente.

1) Construa o triângulo **A'B'C'**, por meio da homotetia do triângulo **ABC** com centro de homotetia **O** que coincide com o Ponto C, com uma razão de **k = 3**.



a) Observando os triângulos, podemos afirmar que o ângulo $\hat{B} = \widehat{B}' = 90°$ e que o ângulo C = C' pois são coincidentes. A partir de dois ângulos iguais (congruentes) podemos afirmar que os três ângulos são iguais? Justifique

b) Observando os triângulos na malha quadriculada onde cada quadro representa 1 unidade, podemos observar as medidas dos lados BC = 1 e B'C' = 3, AB = 2 e A'B' = 6, que são proporcionais (multiplicação por 3) e o ângulo igual entre eles $\hat{B} = \widehat{B'} = 90°$. Com essas informações, Lado-ângulo – Lado (LAL) é possível dizer que os dois triângulos são semelhantes? Justifique.

c) Determine as medidas de comprimento de AC e A'C' e verifique se também são proporcionais.
Se a resposta for sim, os três lados são proporcionais, então é possível afirmar que os triângulos são semelhantes, mesmo sem conhecer os ângulos? Justifique.

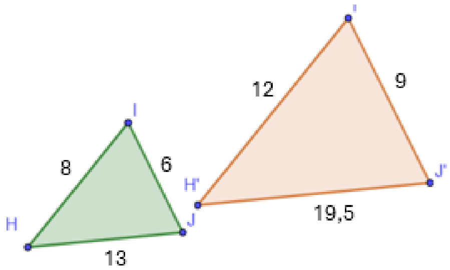
d) Escreva os três casos de semelhança de triângulos observados.

Questão 2
Como vimos na atividade anterior podemos definir que dois triângulos são semelhantes sem ter de analisar a proporcionalidade de todos os lados e, ao mesmo tempo, as medidas de todos os ângulos desses triângulos. A respeito desses casos, assinale a alternativa correta:

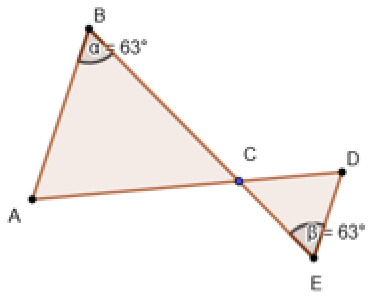
a) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham um ângulo correspondente congruente.
b) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham dois lados proporcionais e um ângulo congruente, em qualquer ordem.
c) Para que dois triângulos sejam congruentes, basta que eles tenham os três lados correspondentes com medidas proporcionais.
d) Dois triângulos que possuem dois lados correspondentes proporcionais não serão semelhantes em qualquer hipótese.
e) Dois triângulos que possuem apenas dois ângulos correspondentes congruentes não podem ser considerados semelhantes.

Questão 3 - Verifique se os triângulos abaixo são semelhantes e identifique o caso de semelhança:

a)

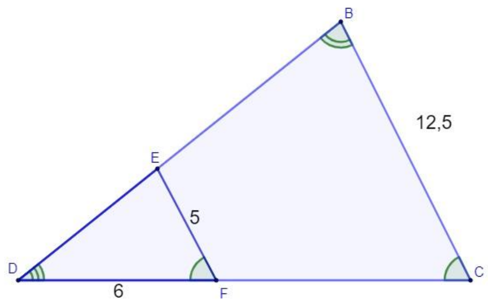


b)

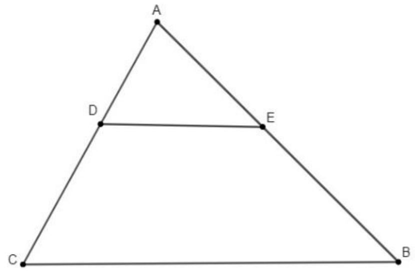


Questão 4 – (Mundo Educação) Analisando os triângulos BCD e EFD a seguir e sabendo que a medida dos seus lados foi dada em centímetros, então a medida do segmento FC é igual a:

A) 6 cm.
B) 8 cm.
C) 9 cm.
D) 10 cm.
E) 15 cm.

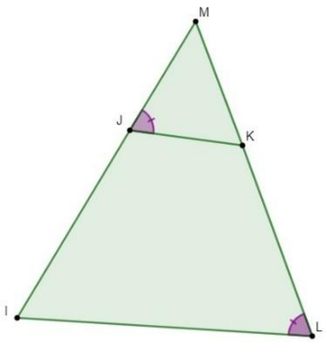


1) (Mundo Educação) Dado o triângulo a seguir e sabendo que o segmento DE é paralelo à base CB e que AC mede 10 cm, AD mede 4 cm e AE é igual a 5 cm, então podemos afirmar que o segmento BE mede:



A) 11 cm.
B) 10,5 cm.
C) 9,5 cm.
D) 8,0 cm.
E) 7,5 cm.

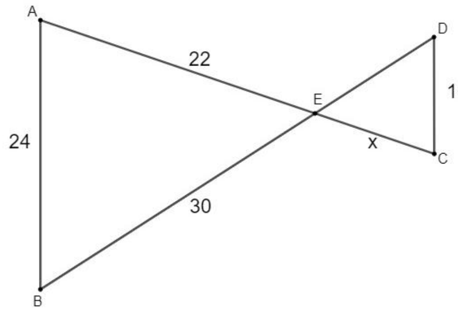
2) (PUC-Campinas) Os triângulos MIL e MKJ, representados na figura a seguir, são semelhantes, sendo os ângulos L e J congruentes.



Se IL = 16 cm, ML = 20 cm, MJ = 10 cm e MK = 10,4 cm, o perímetro do quadrilátero ILKJ, em centímetros, é:

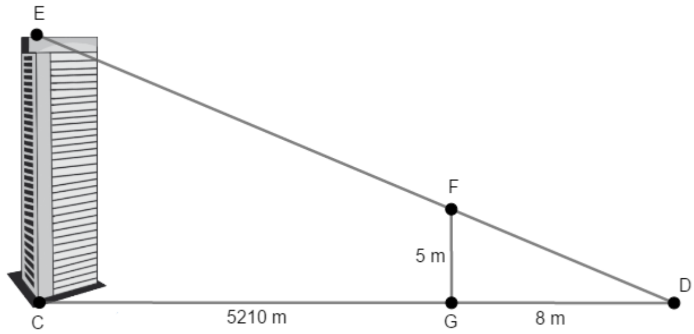
A) 32,6.
B) 36,4.
C) 40,8.
D) 42,6.
E) 44,4.

3) Analisando os triângulos a seguir, sabendo que AB é paralelo a DC, então podemos afirmar que x é igual a:

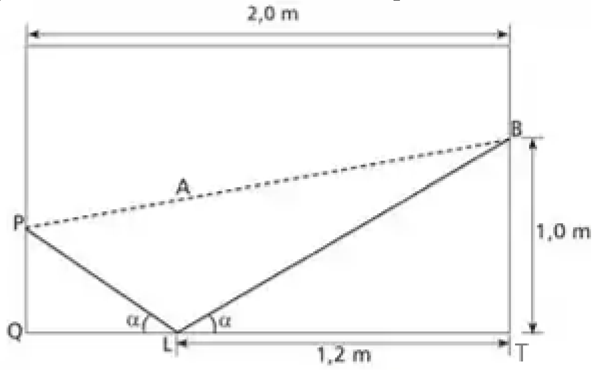


A) 9,2
B) 9,6
C) 10, 5
D) 10,8
E) 11,0

4) Determine a altura do prédio da imagem a seguir, sabendo que os lados EC e FG são perpendiculares a CD; e EC e FG são paralelos entre si.

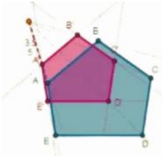


5) (Cefet 2015) A ilustração a seguir representa uma mesa de sinuca retangular, de largura e comprimento iguais a 1,5 e 2,0 m, respectivamente. Um jogador deve lançar a bola branca do ponto B e acertar a preta no ponto P, sem acertar em nenhuma outra, antes. Como a amarela está no ponto A, esse jogador lançará a bola branca até o ponto L, de modo que a mesma possa rebater e colidir com a preta.



Se o ângulo da trajetória de incidência da bola na lateral da mesa e o ângulo de rebatimento são iguais, como mostra a figura, então a distância de P a Q, em cm, é aproximadamente:

A) 67
B) 70
C) 74
D) 81
E) 90



PASSO 6: RECONCILIAÇÃO INTEGRADORA

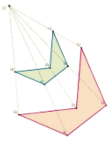
Para fechamento da temática retomamos os principais conceitos e ideias, reconciliando os saberes pré-existentes dos estudantes com as novas ideias que foram agregadas, para isso, propomos um debate ou roda de conversa orientada.

Perguntas para discussão:

- O que mudou na sua compreensão sobre homotetia e semelhança após essa atividade?
- Por que é importante entender que a homotetia é um caso especial dentro do conceito mais geral de semelhança?
- Em que situações práticas seria útil saber disso?

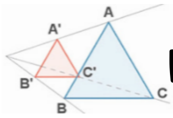
Produto final esperado:

- Um esquema ou mapa conceitual com as relações entre *homotetia* e *semelhança*;
- Um texto-síntese ou apresentação explicando com exemplos reais essas relações;
- Compreensão integrada, superando visões fragmentadas dos conceitos.



PASSO 7- AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Nesse momento, o questionário diagnóstico inicial é reaplicado para avaliação das aprendizagens que foram adquiridas, conceitos que foram modificados ou ampliados após a participação nas atividades.



PASSO 8 - AVALIAÇÃO DA UEPS

Para avaliação final da UEPS, sugere-se a aplicação de um questionário avaliativo, com perguntas abertas e fechadas onde os estudantes podem identificar em que aspectos a metodologia aplicada contribuiu para o desenvolvimento de aprendizagens potencialmente significativas.

Questionário de Avaliação - UEPS 2

1. Leia com atenção cada afirmativa e marque a opção que melhor representa o seu nível de entendimento e participação na atividade. Use a escala progressiva de 1 a 5 onde representam: **(1)** ***"Discordo totalmente"*** e **(5)** ***"Concordo totalmente".***

Com a participação na UEPS:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Compreendo o conceito de **homotetia** como uma transformação geométrica que amplia ou reduz figuras a partir de um ponto fixo.					
Sei identificar se dois triângulos são **semelhantes** analisando ângulos e proporções entre os lados.					
Compreendo como a **homotetia** pode ser usada para gerar triângulos semelhantes					
Consigo aplicar as **propriedades dos triângulos semelhantes** para resolver problemas geométricos.					
Consigo construir figuras utilizando homotetia com régua e compasso					
Compreendo a relação entre **proporcionalidade** e figuras semelhantes.					
A UEPS com construções homotéticas facilitou a compreensão dos conceitos sobre semelhanças de figuras					
Sinto-me capaz de resolver diversos problemas usando semelhança de triângulos					

2) O que mais gostei de aprender nesta unidade?

3) O que tive mais dificuldade em entender ou aplicar?

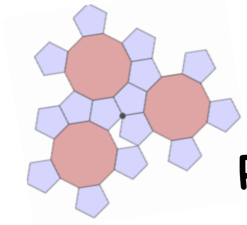
4) Sinto que aprendi algo significativo nesta unidade? Explique por quê.

5) Qual a sua opinião sobre a metodologia aplicada?

UEPS III

LADRILHAMENTOS

ÂNGULOS DOS POLÍGONOS



PASSO 1: TEMA DA UEPS

1. **Título da UEPS:** Explorando os ângulos dos polígonos com ladrilhamentos.
2. **Objetivo Geral:** Promover situações que favoreçam a aprendizagem significativa de ângulos dos polígonos e suas aplicações em diversos contextos, investigando e compreendendo a relação entre os ângulos internos dos polígonos e sua capacidade de formar ladrilhamentos.
3. **Objetivos Específicos:**
   - Identificar os conhecimentos prévios acerca de ângulos e polígonos e a partir desses e de observações de padrões de ladrilhamentos no cotidiano, nomear e caracterizar os polígonos regulares e irregulares.
   - Expandir os conceitos e compreender a relação entre os ângulos internos dos polígonos e a possibilidade de formação de ladrilhamentos regulares.
   - Aplicar os conhecimentos em diversos contextos, resolvendo problemas que envolvem ladrilhamentos, áreas de polígonos e ângulos.

:

👉 Clique aqui **para baixar as atividades**

O quadro 4, apresenta o cronograma de execução dos passos da UEPS:

Passos da UEPS	Descrição	Duração
1. Definição do tema	Apresentação do tema e objetivos da UEPS.	1 h/aula
2. Conhecimentos prévios	Questionário diagnóstico inicial sobre conceitos e características de ângulos, polígonos e técnicas de ladrilhamento.	
3. Organizadores prévios	Situações problemas de nível introdutório sobre conceitos de ângulos e sobreposição de espaços com formas geométricas.	1h30min
4. Diferenciação Progressiva	Apresentação de conceitos mais gerais sobre ângulos: raso, obtuso, agudo, reto; para os mais específicos como relações de complemento e suplemento, soma de ângulos externos.	2 h/aula
5. Abordagem mais complexa	Conjectura de fórmula para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono por meio de ladrilhamentos com triângulos.	2 h/aula
6. Reconciliação Integradora	Atividade em grupos para retomada dos pontos principais e reconciliação de ideias. Produção textual e socialização em grupos.	3 h/aula
7. Avaliação da Aprendizagem	Reaplicação do questionário inicial para avaliar as aprendizagens adquiridas.	1h30min
8. Avaliação da UEPS	Aplicação questionário avaliativo da UEPS.	

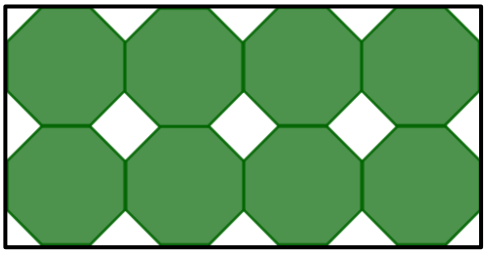
Passo 2: Questionário Diagnóstico

No passo 2, propomos o **Questionário Diagnóstico: Explorando Ângulos e Ladrilhamentos.**

1. Azulejo designa peça de cerâmica vitrificada e/ou esmaltada usada, sobretudo, no revestimento de paredes. A origem das técnicas de fabricação de azulejos é oriental, mas sua expansão pela Europa traz consigo uma diversificação de estilos, padrões e usos, que podem ser decorativos, utilitários e arquitetônicos.

Disponível em: www.itaucultural.org.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

Azulejos no formato de **octógonos regulares** serão utilizados para cobrir um painel retangular conforme ilustrado na figura.



Entre os octógonos e na borda lateral dessa área, será necessária a colocação de 15 azulejos de outros formatos para preencher os 15 espaços em branco do painel. Uma loja oferece azulejos nos seguintes formatos:

1 - Triângulo retângulo isósceles;
2 - Triângulo equilátero;
3 - Quadrado.

Os azulejos necessários para o devido preenchimento das áreas em branco desse painel são os de formato

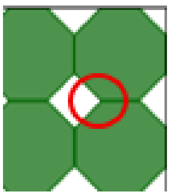
a) 1. b) 3. c) 1 e 2. d) 1 e 3. e) 2 e 3.

2. Como se percebe na imagem anterior, o revestimento do piso com os azulejos se encaixa perfeitamente e sem sobreposição, isso é possível devido a composição dos Ângulos das formas geométricas escolhidas.

a) De acordo com o seu conhecimento, o que são os ângulos?

b) Você sabe diferenciar a definição de um ângulo reto para um obtuso, agudo ou raso? Defina os que souber.

c) Qual deve ser a soma total dos ângulos das figuras para que se encaixem perfeitamente?



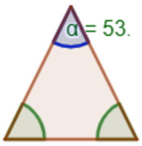
Nas figuras apresentadas, quais são os ângulos internos das figuras?

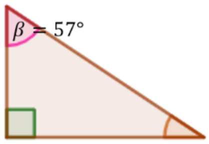
3. Correlacione as características com o tipo de triângulo:

(1) Triângulo equilátero ( ) Dois lados e dois ângulos iguais (congruentes)
(2) Triângulo Isósceles ( ) Possui um ângulo reto (90º)
(3) Triângulo retângulo ( ) Os três lados e os três ângulos são diferentes
(4) Triângulo escaleno ( ) Os três lados e os três ângulos são iguais

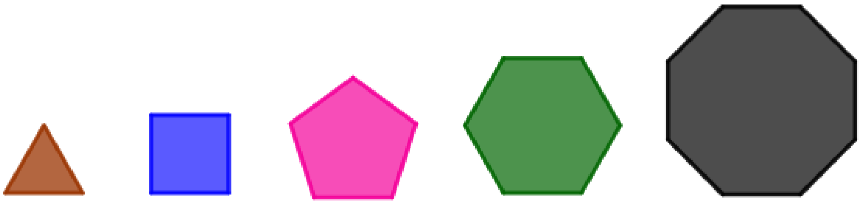
4. A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Com base nisso determine o valor de cada ângulo interno dos triângulos que se pede:

a) Triangulo equilátero b) Triângulo Isósceles c) Triângulo retângulo





5. Das figuras geométricas apresentadas abaixo, responda as que são possíveis de encaixar para ladrilhar um plano. Se possível faça o desenho para mostrar que a combinação das peças é possível.



6. Calcule a soma dos ângulos internos e externos de cada polígono do item c.

7. (OBMEP – 2022) A arte do ladrilhamento consiste no preenchimento do plano, por moldes, sem superposição ou buracos. Ela existe desde que o homem começou a usar pedras para cobrir o chão e as paredes de sua casa e continuou com a aplicação de cores, desenhos ou figuras para deixar os ladrilhos mais agradáveis. Mosaicos quase-regulares ou arquimedianos são aqueles em que os ladrilhos são polígonos regulares. A intersecção de dois polígonos é sempre um lado ou um vértice ou vazia e o tipo de cada vértice é sempre o mesmo, isto é, a distribuição ao redor de cada vértice é sempre a mesma, sendo os polígonos regulares não necessariamente congruentes.

Considere que a padronagem a seguir foi usada para ladrilhar uma calçada de dimensões 1,60 m por 1,02 m. E utilizou hexágonos regulares de lado 20 cm e altura 34 cm.

Quantos triângulos foram necessários para ladrilhar a área da calçada, em branco?

Passo 3: Organizador Prévio

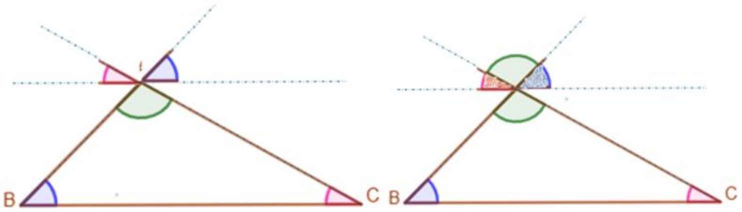
Nesse passo, vamos propor situações problemas de nível introdutório sobre soma dos ângulos internos dos polígonos e para isso vamos usar a ideia de sobreposição de espaços com triângulos para conjecturar uma fórmula genérica.

Queremos que ao final da atividade os estudantes entendam melhor os ângulos e consigam calcular as medidas e as somas dos ângulos internos e externos dos polígonos.

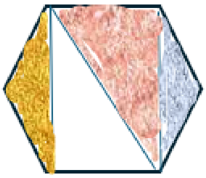
Orientações para a atividade:

Na tarefa 1, queremos que o aluno siga os procedimentos sugeridos para compreender o que a soma dos ângulos de um triângulo qualquer sempre totaliza 180°.

A construção final esperada dos ângulos transportados deve formar uma semicircunferência (180°) conforme mostra a figura:



Na tarefa 2, sugere-se que os polígonos sejam triangulados, ou seja, sejam divididos em triângulos formados apenas por vértices do polígono, conforme segue o exemplo:



Número de lados 6, número de triângulos 4.

Os alunos devem ser levados a perceberem que em qualquer polígono o número de triângulos é duas unidades a menos que o número de lados (n). Dessa forma, a Soma dos ângulos internos é Si= (n-2). 180°.

Professor, para que a atividade fique mais prazerosa, forneça aos estudantes lápis de cor, réguas, canetinhas coloridas para que façam suas descobertas utilizado a pintura e o desenho.

Atividade – Organizador Prévio

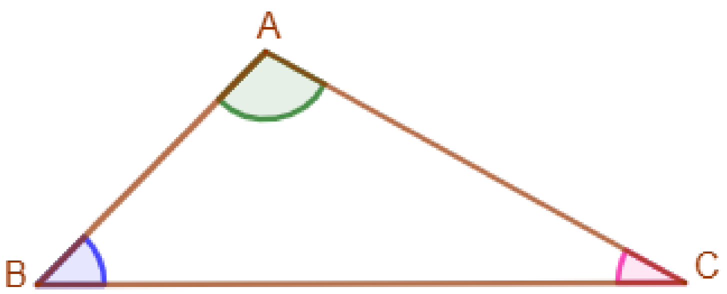
1. Compreendendo a soma dos ângulos do triângulo por meio do desenho:

Instruções:
1 – Prolongue os segmentos de reta que compõe os lados dos triângulos que passam pelo ponto A.

2 – Trace uma paralela a segmento BC que passe pelo ponto A.

3- Transporte os ângulos em torno do vértice A.

4- Observe o ângulo total formado e deduza a soma dos ângulos internos do triângulo

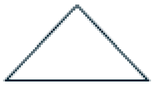
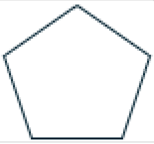
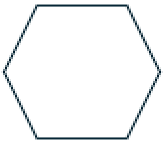
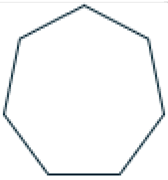


Conclusão da atividade
A soma dos ângulos internos do triângulo é: ______________________.

2. Descobrindo o valor de um ângulo interno dos outros polígonos:

Tomando como ponto de partida a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer da atividade anterior, a ideia agora, é subdividir a área de cada polígono regular em triângulos (formado pelos vértices do polígono), sem sobreposição, ou espaços. Basta então contar a quantidade de triângulos da figura de acordo com o número de lados n, multiplicar pela soma dos ângulos internos de um triângulo e conjecturar uma fórmula para qualquer polígono regular.

Desse modo, triangule as figuras, anote suas observações e procure um padrão:

	Soma dos ângulos internos: ________
	Nº de lados ___________ quantidade de triângulos: _________ Soma dos ângulos internos: Valor do ângulo interno:
	Nº de lados ___________ quantidade de triângulos: ________ Soma dos ângulos internos: Valor do ângulo interno:
	Nº de lados ___________ quantidade de triângulos: ________ Soma dos ângulos internos: Valor do ângulo interno:
	Nº de lados ___________ quantidade de triângulos: ________ Soma dos ângulos internos: Valor do ângulo interno:

Agora imagine que um polígono possui n lados, qual a quantidade de triângulos que ele forma em sua triangulação?

Com base nisso, determine:

a) uma fórmula que calcule a soma dos ângulos internos de um polígono (S_i) e o ângulo interno (a_i).

b) Utilize a fórmula para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono com 8, 10, 12 e 20 lados.

Passo 4: Diferenciação Progressiva

Nesta etapa na UEPS, vamos lembrar as características de alguns polígonos regulares, tipos de triângulos, tipos específicos de ângulos como: reto, agudo, obtuso, raso. Além de ideias de completo e suplemento e soma dos ângulos externos de um polígono.

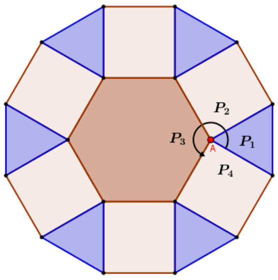
O ladrilhamento será tomado como ponto de partida para visualizar todos esses conceitos.

Orientações para a atividade:

- Comece o encontro discutindo o conceito de ladrilhamento com os estudantes.
- Traga exemplos e imagens de ladrilhamentos encontrados no cotidiano.

Sugestão de Slide: Download

O ladrilhamento é uma técnica que une a Arte e a Matemática e consiste em cobrir com formas geométricas, um determinado plano, sem que haja sobreposição ou espaço entre elas. Mello (2015), afirma que o estudo desses padrões, o levantamento dos conhecimentos prévios do estudante e a experimentação de hipóteses precedem as descobertas de ladrilhamentos possíveis, de forma significativa, não sendo necessário memorizar definições.



O ponto de partida para se configurar um ladrilhamento, sem sobreposição é agrupar formas geométricas em torno de um ponto de modo que a soma dos ângulos forme um círculo completo = 360°.

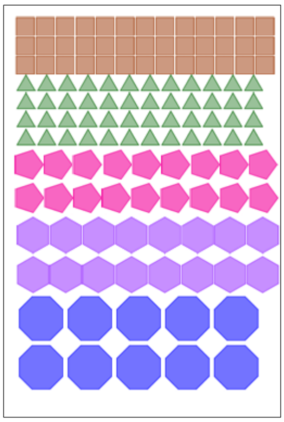
A nomenclatura do ladrilhamento diz respeito ao número de lados de cada polígono que forma essa composição no sentido anti-horário. No caso da figura acima, temos que P_1 = 3 lados, P_2= 4 lados, P_3= 6 lados e P_4 = 4 lados, portando o ladrilho é do tipo (3,4,6,4). E se faz necessário saber os ângulos internos de cada polígono P_1=60°, P_2= 90°, P_3= 120° e P_4= 90° cuja soma totaliza = 360°.

Para realizar a atividade se necessita da mobilização dos conhecimentos à cerca das características e propriedades dos polígonos regulares para que sejam deduzidos os padrões que possibilitarão o encaixe dessas formas no plano. Além das fórmulas conjecturadas na atividade anterior.

Algumas orientações importantes:

Para tornar a atividade de diferenciação progressiva mais motivadora, sugere-se a utilização de recortes e colagens de figuras planas para a construção de ladrilhamentos, especialmente nas questões 3 e 4.

Para isso, disponibilizam-se folhas previamente preparadas com figuras elaboradas no GeoGebra, cujas arestas possuem o mesmo comprimento, possibilitando a construção dos ladrilhamentos solicitados. O trabalho com recortes também favorece a experimentação de novos padrões de ladrilhamento, além de estimular a percepção visual e a criatividade.

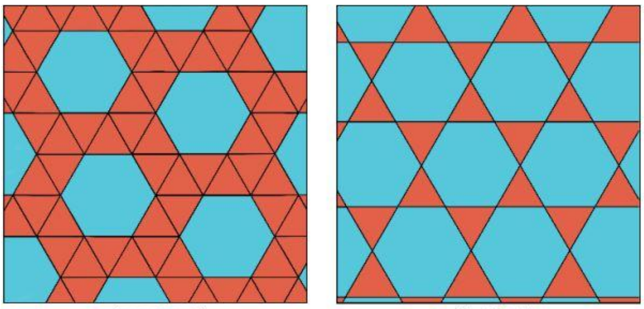


Pode ser entregue uma folha para cada aluno para que ele recorte e construa seus ladrilhamentos, veja apêndice E.

Baixe aqui o material para impressão: 

Vamos para a atividade!

1. (FUVEST 2023) Um ladrilhamento é chamado de uniforme se é composto por polígonos regulares que preenchem todo o plano sem sobreposição e, além disso, o padrão é o mesmo em cada vértice. Para classificá-los, utilizamos uma notação dada por uma sequência de números que é definida desta forma: escolhemos um vértice qualquer e indicamos o número de lados de cada polígono que contém este vértice, seguindo o sentido anti-horário, iniciando com os polígonos de menos lados, conforme os exemplos:

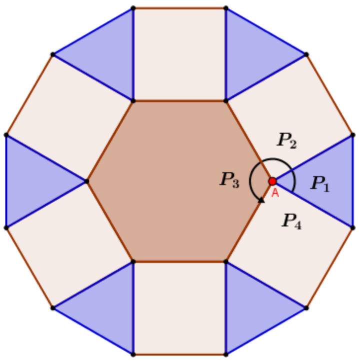

(3.3.3.3.6) (3.6.3.6)

A foto mostra o piso de um museu em Sevilha.

A notação que representa o padrão do ladrilhamento do piso é:

a) (3,3,3,4)
b) (3,3,4,6)
c) (3,4,4,4)
d) (3,4,4,6)
e) (3,4,6,4)

2. Determine o valor de cada ângulo interno dos polígonos indicados no ladrilhamento:



Sobre esses ângulos é correto afirmar que :

a) o ângulo interno do quadrado é:
( ) agudo ( ) reto ( )obtuso ( ) raso

b) o ângulo interno do triângulo é:
( ) agudo ( ) reto ( )obtuso ( ) raso

c) o ângulo interno do hexágono é:
( ) agudo ( ) reto ( )obtuso ( ) raso

d) o triângulo apresentado é:
( ) isósceles ( ) equilátero ( )retângulo

e) em quais polígonos, seus ângulos combinados formam um suplemento?
( ) P_1 e P_2 ( ) P_3 e P_2 ( ) P_2 e P_4 ( ) P_1 e P_3 ( ) P_1 e P_4

3. Construa ladrilhamento, de acordo com os padrões indicados abaixo, em seguida indique os ângulos internos de cada polígono:

a) 4,3,3,3,4

b) 3,6,3,6

4- Uma arquiteta deseja utilizar um desenho em forma de ladrilhamento pra revestir uma parede, que contenha quadrado, hexágono, quadrado e outra figura, nessa ordem. Qual deve ser a figura utilizada para que o ladrilhamento seja possível? Use sua criatividade e construa esse ladrilhamento.

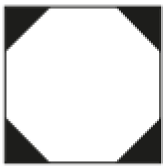
PASSO 5: Abordagem mais avançada

Objetivo: Utilizar os conceitos aprendidos para resolver problemas mais complexos e contextualizados. Retomamos aqui a ideia de área da UEPS 1 e agregamos a ideia de revestimento.

ATIVIDADE

1. (OBMEP-2024) Ladrilhos quadrados com 1 metro de lado, como o da figura, foram utilizados para fazer um piso retangular. Quando se juntam quatro desses ladrilhos com um vértice em comum, sem sobreposição, forma-se um quadrado preto central. Se o piso mede 20 metros por 30 metros, qual é o número de quadrados pretos formados nesse piso?

   a) 551
   b) 600
   c) 580
   d) 504
   e) 560



2. José pretende ladrilhar com piso cerâmico retangular o chão de sua casa. Para isso, ele calculou as medidas e concluiu que a área a ser ladrilhada corresponde a $120m^2$. Suponha que não haja desperdício de material e que as dimensões das peças de cerâmica sejam 40cm×40cm.

Quantas caixas de peças de cerâmica serão necessárias, sabendo-se que cada caixa contém 15 **peças?**

   a) 50
   b) 45
   c) 40
   d) 37
   e) 32

3 ENEM 2023(adaptada) - Um cliente vai a uma loja de materiais de revestimento cerâmico para adquirir porcelanato para a substituição do piso de uma sala com formato retangular, com dimensões 4m por 2m. O vendedor dessa loja lhe oferece o seguinte projeto:

- Porcelanato quadrado, com 0,40 m de diagonal, para ser disposto de maneira que a diagonal do quadrado seja paralela ao contorno da sala. Custo da caixa com 10 peças: R$ 60,00.

O vendedor informa que a fábrica recomenda a compra de uma quantidade adicional do número de peças para eventual necessidade de cortes e para reserva. No caso desse projeto, devem ser adquiridos 20% a mais.
Qual a quantidade de caixas de porcelanato que o cliente irá comprar e qual o seu custo mínimo?

a) 4 caixas
b) 5 caixas
c) 6 caixas
d) 7 caixas
e) 8 caixas

4. ENEM 2012 - Vítor deseja revestir uma sala retangular de dimensões 3 m x 4 m, usando um tipo de peça de cerâmica. Em uma pesquisa inicial, ele selecionou cinco tipos de peças disponíveis, nos seguintes formatos e dimensões:

- Tipo I: quadrados, com 0,5 m de lado.
- Tipo II: triângulos equiláteros, com 0,5 m de lado.
- Tipo III: retângulos, com dimensões 0,5 m x 0,6 m.
- Tipo IV: triângulos retângulos isósceles, cujos catetos medem 0,5 m.
- Tipo V: quadrados, com 0,6 m de lado.

Analisando a pesquisa, o mestre de obras recomendou que Vítor escolhesse um tipo de piso que possibilitasse a utilização do menor número de peças e não acarretasse sobreposições ou cortes nas cerâmicas.

Qual o tipo de piso o mestre de obras recomendou que fosse comprado?
Alternativas

a) Tipo I.
b) Tipo II.
c) Tipo III.
d) Tipo IV.
e) Tipo V.

5 Durante uma aula de geometria, a professora Ana propôs um desafio aos seus alunos:

"Vocês devem construir um ladrilhamento com apenas um polígono, de modo que a soma dos ângulos internos seja exatamente quatro vezes a soma dos ângulos internos de um triângulo. Qual é o nome desse polígono e qual é o valor de cada ângulo interno, sabendo que ele é **regular**?"

a) Quantos lados tem esse polígono?

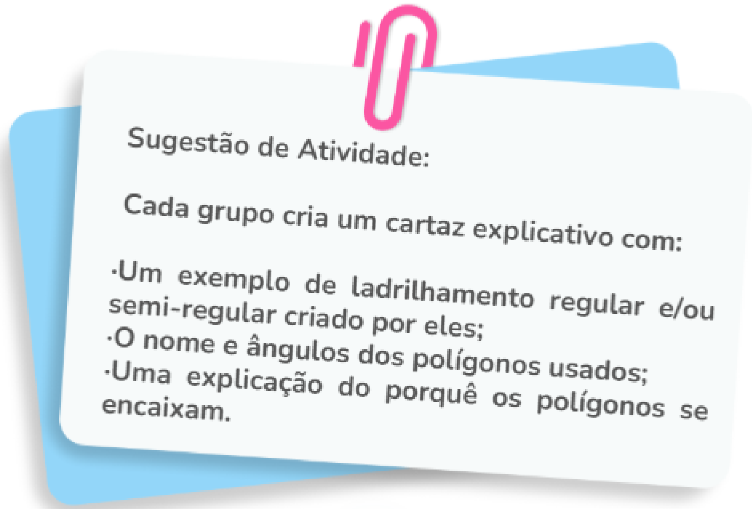
b) Qual é a medida de cada ângulo interno, supondo que o polígono é regular?

c) Como você chegou a essa conclusão? Justifique usando fórmulas e conceitos de ângulos.

Passo 6: Reconciliação Integradora

Neste passo, devemos:

- Sistematizar: *"Para que um polígono forme um ladrilhamento regular, seus ângulos devem ser divisores exatos de 360°."*
- Relacionar os conceitos: *ângulo interno, soma dos ângulos internos, classificação dos polígonos e possibilidade de ladrilhamento*.



O ladrilhamento pode ser construído pelos grupos na forma de um painel ou "tela", que pode ser confeccionado, por exemplo, com isopor para a base e EVA para a composição dos polígonos regulares.

Observe alguns exemplos dessas produções:

Se possível, professor(a), leve para a aula diferentes polígonos regulares já recortados em EVA e disponibilize-os aos grupos. Dessa forma, os estudantes poderão construir os ladrilhamentos e justificar suas escolhas com base na soma dos ângulos internos das figuras selecionadas. Baixe aqui as formas(Apêndices B a D): Download

Passo 7 e 8: Avaliação

Avaliação da Aprendizagem:

- **Reaplicação do questionário diagnóstico**
- Participação nas atividades e discussões;
- Precisão nos cálculos e justificativas geométricas;
- Clareza na apresentação do produto final;
- Aplicação dos conceitos de ângulos e polígonos nos ladrilhamentos.

Avaliação da UEPS:

- Conversa com os estudantes
- Aplicação de questionário avaliativo final

Questionário Avaliativo da UEPS III

1. Leia com atenção cada afirmativa e marque a opção que melhor representa o seu nível de entendimento e participação na atividade. Use a escala progressiva de 1 a 5 onde representam: **(1)** ***"Discordo totalmente"*** e **(5)** ***"Concordo totalmente".***

Com a participação na UEPS:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Eu compreendi o que é um polígono regular e como identificá-lo.					
Sei calcular os ângulos internos dos polígonos regulares					
Entendo por que alguns polígonos conseguem preencher o plano (ladrilhar) sem deixar espaços.					
Consigo justificar, com base nos ângulos, se um polígono pode ou não formar um ladrilhamento.					
Fui capaz de montar ou desenhar ladrilhamentos usando polígonos					
Trabalhei bem com minha equipe (ou individualmente) e participei ativamente das atividades.					
Usei linguagem matemática (como "ângulo interno", "soma dos ângulos", "simetria") nas minhas explicações.					
Após essa sequência de aulas, sinto que **aprendi algo novo e significativo sobre ângulos e ladrilhamentos**.					
O uso de desenhos e mosaicos me ajudou a compreender melhor os conteúdos de geometria.					

1. O que eu mais gostei de aprender?

2. O que eu ainda gostaria de entender melhor?

3. Como você avalia esta UEPS?

Concluímos nossas atividades!

Espero que este percurso tenha sido proveitoso e tenha proporcionado boas experiências e aprendizagens aos seus alunos.

Desejo que as UEPS mediadas pelo desenho tenham sido motivadoras, favorecendo a mobilização dos conhecimentos já adquiridos pelos estudantes e incentivando o desenvolvimento de novos conceitos e ideias, evidenciando, assim, o processo de aprendizagem significativa.

A seguir, apresento a solução das atividades desenvolvidas ao longo do percurso.

Obrigada!

SOLUÇÕES DAS ATIVIDADES

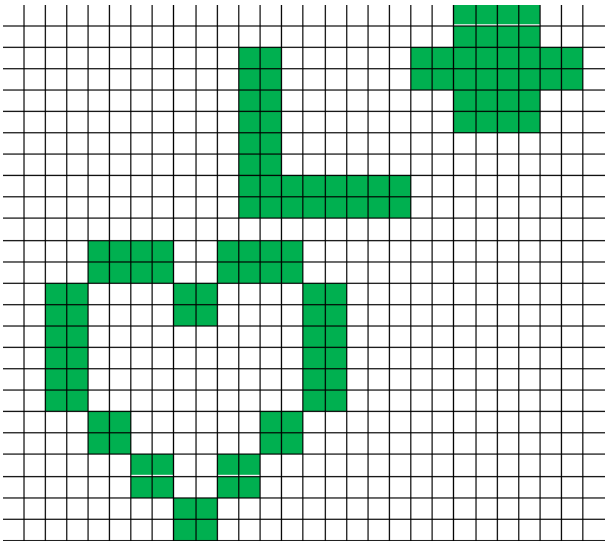
SOLUÇÕES UEPS 1

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

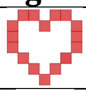
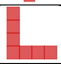
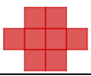
1.) Área é a medida da superfície de um espaço, calculada em unidades quadradas.
2.) 50 m^2
3.) R$ 4500,00 com a sala
4.) Perímetro é a soma das medidas dos lados de um espaço fechado.
5.) 10+10+5+5 = 30 m
6.) Letra c
7.) 24 m^2
8.) Letra b
9.) O lado que falta é maior que 8 e menor que a soma 8+6, portanto, o perímetro deve estar entre 22 e 28. Letra d
10.) Letra c

ATIVIDADE – ORGANIZADOR PRÉVIO

1) Figuras ampliadas. OBS: precisa duplicar largura e altura 1 quadro fica 4



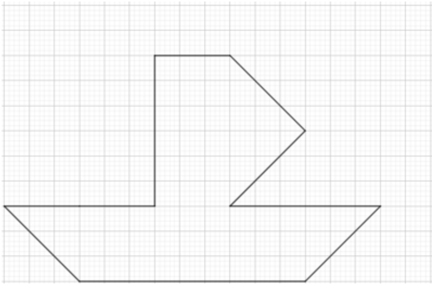
2)

Figura	Área 1	Área 2	Perímetro 1	Perímetro 2
	34 u^2	136 u^2	30 u	60 u
	7 u^2	28 u^2	16u	32u
	8 u^2	32 u^2	14 u	28 u

3) 4 vezes; 2 vezes
4) área 9 vezes maior e perímetro 3 vezes maio
5) Pessoal. Sugestão: Área é um espaço preenchido em duas direções (bidimensional) e perímetro é o contorno

ATIVIDADE 3 – DIFERENCIAÇÃO PROGRESSIVA

1) a)



b)

Área inicial	Área ampliada	Perímetro Inicial	Perímetro ampliado
9	63	$10 + 4\sqrt{2}$	$29 \; +12\sqrt{2}$

2) Figura 1: b=3 e h= 6, área = 18. Figura 2: b= 6, h= 3, área = 9. Figura 3 e 5: b= 3, h= 3, área = 4,5 x 2 = 9. Figura 4: b= 9, h= 3, área= 27. Área Total = 63

3) a) 4 vezes que a área original.
   b) 9 vezes que a área original.
   c) k^2 vezes maior que a original.

4) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \,.\, 1600 = 100 \text{ m}^2$

ATIVIDADE 4: NÍVEL MAIS AVANÇADO

1) Letra b
2) Letra b
3) Letra c. Área da figura: 22 m^2, ampliada 3 vezes = 9. 22 = 198 m^2
4) Letra d. Quadrado: A= 16m^2 e P= 16 m; Retângulo: A= 16 m^2, P= 20m.
5) Letra d. Veja que 110x75 = 8250 m^2; 105x68 = 7140 m^2 e 8250-7140 = 1110.
6) Letra b.

   Área anterior: 50 x 240 = 12000m^2, Área de cada muda 0,10 x 0,20 = 0,02 m^2

   Total de mudas plantadas: 12000: 0,02 = 600.000 mudas

   Nova área: 100 x 200 = 20000 m^2. Total de mudas plantadas 20000: 0,02 = 1.000.000 mudas, logo são 400.000 mudas a mais.
7) Letra a. Calculamos a área do Retângulo em cm: 80 x 120 = 9600 cm^2 e retiramos as áreas dos triângulos azuis. Como os pontos marcados pelas retas passam no ponto médio do retângulo temos que o triângulo superior tem 40cm por 60 cm e área: 40x60:2 = 1200 cm^2. O triângulo inferior tem medidas 120cm por 40cm e área 120x40:2 = 2400 cm^2. Assim a área cinza será 9600 – 1200 – 2400 = 6000 cm^2

SOLUÇÕES UEPS 2

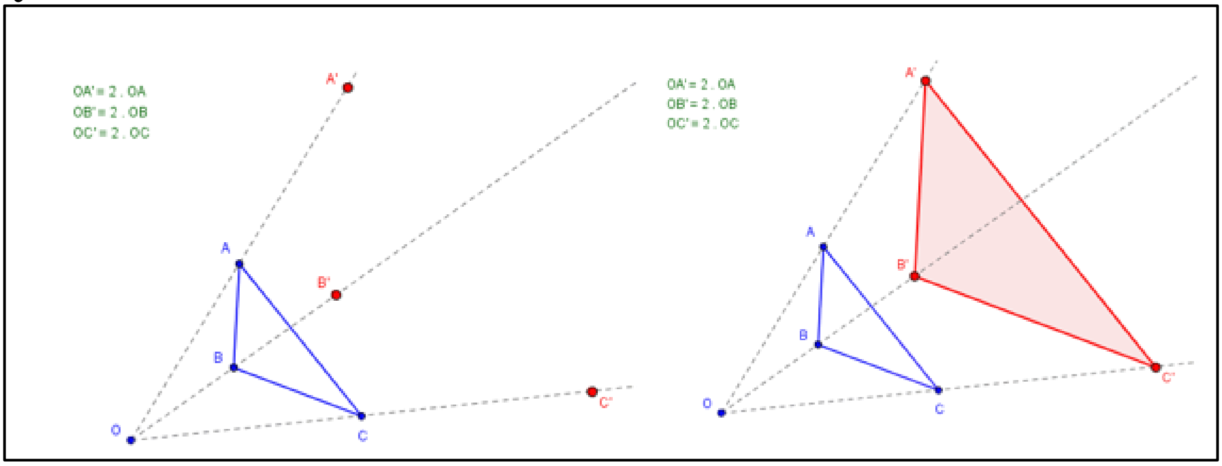
QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

1) Letra A.
2) Letra A.
3) Letra A.
4) Pessoal
5) Letra C. A imagem C dobrou cada dimensão da imagem A, portanto são proporcionais.
6) Letra A.
7) Letra B.
8) Letra E. Os triângulos são semelhantes, podemos fazer a proporção:
   $\frac{x}{100} = \frac{400}{160}$ x = 4000/160 = 250 m

9) Letra B.
10) Pessoal
11) Pessoal
12) Letra C.
13) Letra B.
14) Letra A.
15) Pessoal.

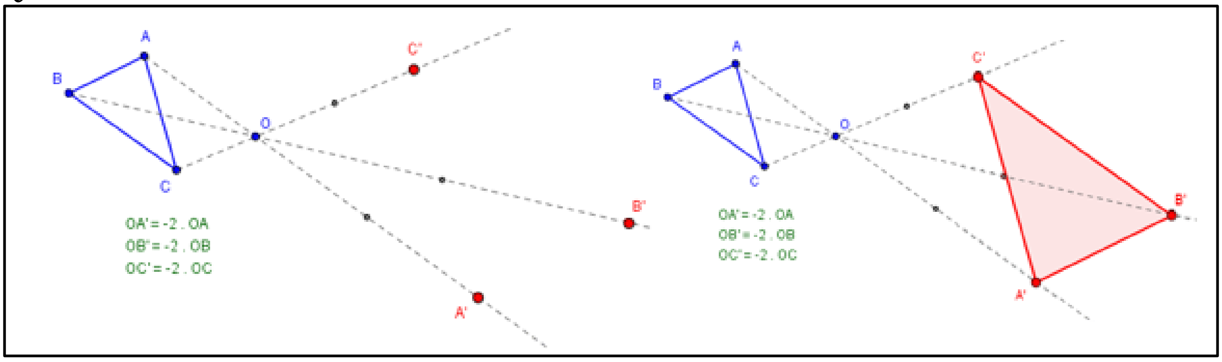
ATIVIDADE 2: ORGANIZADOR PRÉVIO

Questão 1



a) as medidas dos lados aumentaram proporcionalmente
b) os ângulos não alteraram
c) As dimensões aumentaram duas vezes
d) A área aumentou proporcionalmente 4 vezes mais

Questão 2



a) As dimensões dos lados são multiplicadas pela razão positiva. Já os ângulos são iguais.
b) Sim
c) A figura gerada pela homotetia com razão negativa fica invertida.

Questão 3

a) Razão $k = \frac{A'D'}{AD} = \frac{2}{4}$ $\quad k = \frac{1}{2}$

b) Como é um quadrilátero os ângulos internos somam 360°. Assim, 90° +90° + 45° = 225°. Assim, 360° - 225° = 135°

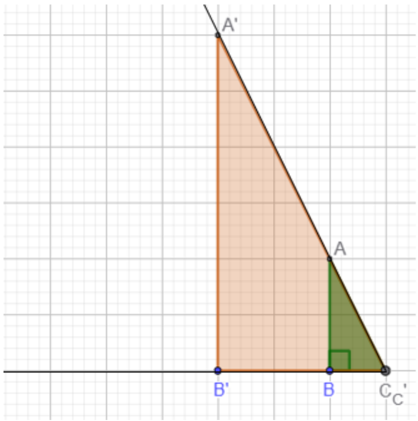
c)

Medidas dos lados		Razão	Distância até o ponto O		Razão
A'D'= 2	AD = 4	$\frac{A'D'}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	OA' = 14,56	OA = 7,28	$\frac{OA'}{OA} = \frac{1}{2}$
C'D'= 1,5	CD= 3	$\frac{C'D'}{CD} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$	OB' = 5,59	OB =11,18	$\frac{OB'}{OB} = \frac{1}{2}$
B'C'= 1	BC= 2	$\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	OC'= 5,5	OC =11	$\frac{OC'}{OC} = \frac{1}{2}$
A'B'=1,8 A'B' = $\frac{1}{2}$AB A'B'= 1,8	AB= 3,6 $(AB)^2 = 2^2 + 3^2$ $(AB)^2 = 13$ AB = 3,6	$\frac{A'B'}{AB} = \frac{1,8}{3,6} = \frac{1}{2}$	OD'=7	OD =14	$\frac{OD'}{OD} = \frac{1}{2}$
Área de ABCD: 9 $\frac{(B+b).h}{2} = \frac{(4+2).3}{2} = 9$		Área de A'B'C'D': 2,25 $\frac{(B+b).h}{2} = \frac{(2+1).1,5}{2} = \frac{4,5}{2} = 2,25$		Perímetro de ABCD: 12,6	Perímetro de A'B'C'D': 6,3

Questão 4 – alternativas b, c, f

ATIVIDADE 3: DIFERENCIAÇÃO PROGRESSIVA

1)



a) Sim, pois a soma dos três ângulos deve totalizar 180°, o que implica que o terceiro ângulo também é igual.

b) Sim, se dois lados são proporcionais, e o ângulo entre eles é igual ao do outro triângulo, implica dizer o lado que corresponde a esse ângulo é proporcional, ou seja, possui mesma abertura referente aos outros lados. Então pode-se afirmar que os três lados são proporcionais

c) Sim, se os lados são proporcionais, implica dizer que os ângulos são iguais nos dois triângulos, caracterizando a semelhança.

d) AA – ângulo-Ângulo, LAL – lado- Ângulo-Lado e LLL – lado – lado – lado.

2) Letra C

3) 1° caso: sim, pois os lados são proporcionais com razão 1,5. Caso LLL.
2º Caso: Sim, pois possuem dois ângulos congruentes, $\hat{B}$=$\hat{E}$= 63°e $\hat{C}$ oposto pelo vértice. Caso AA.
4) Letra C. Os triângulos são semelhantes, então podemos usar a proporção:

$$\frac{DC}{6} = \frac{12,5}{5}$$

DC =75: 5 = 15 FC = DC – 6 FC = 9

ATIVIDADE 4: ABORDAGEM MAIS ABRANGENTE

1) Alternativa E.
Como as bases são paralelas, o triângulo ADE é semelhante ao triângulo ACB.
Por semelhança, primeiro encontraremos o valor de AB, logo:
$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$ $\frac{10}{4} = \frac{AB}{5}$ AB = 50:4 = 12,5

Sabemos que AB = AE + BE, logo: BE = AB – AE, ou seja, BE = 12,5 – 5 = 7,5

2) Alternativa E.

O perímetro é a soma de todos os lados:

P = IL + LK + KJ + IJ

Conhecemos o valor de IL = 16:

Sabemos também que:

LK = ML – MK LK = 20 – 10,4 LK = 9,6

Para encontrar KJ, temos que:

$\frac{IL}{KJ} = \frac{ML}{MJ}$ $\frac{16}{KJ} = \frac{20}{10}$ $KJ = 160{:}\,20 = 8$

Para encontrar IJ:

$\frac{MI}{MK} = \frac{ML}{MJ}$ $\frac{MI}{10{,}4} = \frac{20}{10}$ $MI = 208{:}\,10 = 20{,}8$ IJ = MI – MJ IJ = 20,8 – 10 = 10,8

$$Perímetro{:}\ 16 + 9{,}6 + 8 + 10{,}8 = 44{,}4$$

3) Alternativa A.

Por semelhança de triângulo, temos que:

$\frac{24}{10} = \frac{22}{x}$ x = 220: 24 = 9,2

4) Ao analisar a imagem da questão podemos identificar dois triângulos: CDE e DFG. Veja que a questão afirma que os lados FG e EC são paralelos entre si e perpendiculares a CD, temos então dois ângulos de 90°. Logo, os dois triângulos são semelhantes pelo critério AA~ (ângulo – ângulo).

Para determinarmos a medida da altura do prédio, precisamos determinar a medida do lado EC. Então:

$\frac{EC}{5210+8} = \frac{5}{8}$ $\frac{EC}{5218} = \frac{5}{8}$

Resolvendo, temos então que:

EC . 8 = 5 . 5218 ⇒

EC . 8 = 26090 ⇒

EC = 26090/8 ⇒

EC = 3261,25

Portanto, a altura do prédio é de 3.261,25 metros.

5) Letra A. Sabemos que QL = 2 – 1,2 = 0,8 m

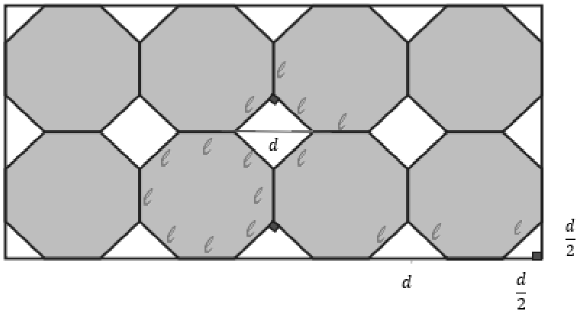
Os triângulos PLQ $\sim BLT$, pelo caso AA, pois possuem um ângulo α *e um de* 90° *congruentes*. Desse modo podemos fazer a proporção:

$\frac{1}{PQ} = \frac{1{,}2}{0{,}8}$ PQ = 0,8:1,2 = 0, 67, ou seja, 67 cm.

SOLUÇÕES UEPS 3

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Questão 1
No octógono regular todos os lados possuem medidas iguais, assim, a forma geométrica do centro da união de quatro octógonos é um quadrado, pois todos os lados (l) são iguais e possui os quatro ângulos de 90°.



Além disso temos outros dois tipos de triângulos, ambos retângulos. Os triângulos que estão nas extremidades centrais, possuem dois lados iguais correspondentes aos octógonos e representam metade do quadrado, portanto tem ângulo de 90º e é um triângulo retângulo isósceles. Os triângulos retângulos que estão dispostos nos cantos da imagem, possuem ângulo de 90° e dois lados que medem d/2 (metade da diagonal do quadrado).
Desse modo os azulejos necessários para o devido preenchimento das áreas em branco desse painel são os de formato:
1 - Triângulo retângulo isósceles; e 3 - quadrado.
Alternativa correta é a letra d)
Questão 2.
a) Ângulo é a abertura de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ângulo.

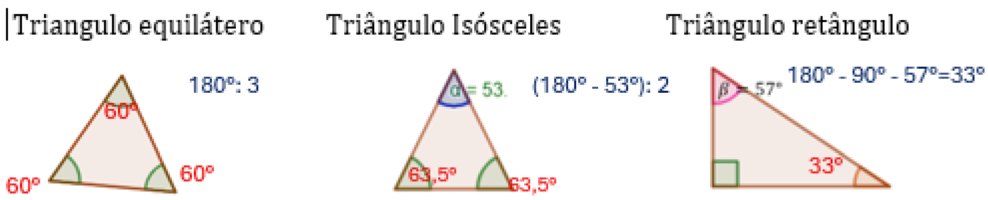
b) Ângulo reto – ângulo de 90°; Ângulo obtuso – ângulo maior que 90°; Ângulo agudo – ângulo menor que 90°; Ângulo raso – ângulo de 180°

c) A soma deve totalizar uma volta completa de 360°

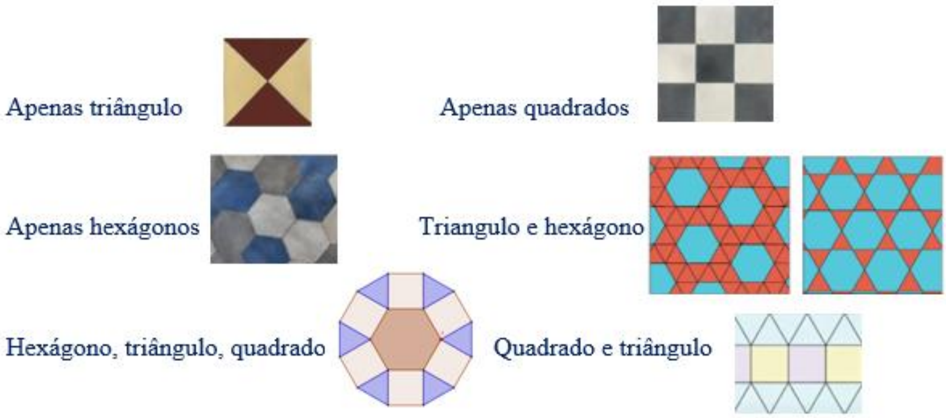
d) Quadrado: 90°; Octógono: 360° - 90° = 270° dividido por 2 = 135°; outra forma (usando a fórmula): Si= (n-2).180° - Octógono: (8-2).180° = 6.180 = 1080° dividido por 8 = 1080/8 = 135°

3. a) a sequência correta é 2,3,4,1

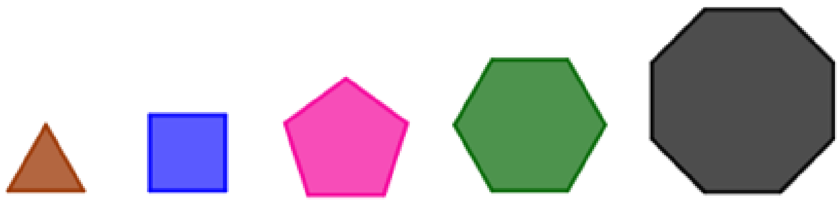
4)



5) Algumas possibilidades de ladrilhamentos usando as figuras indicadas:

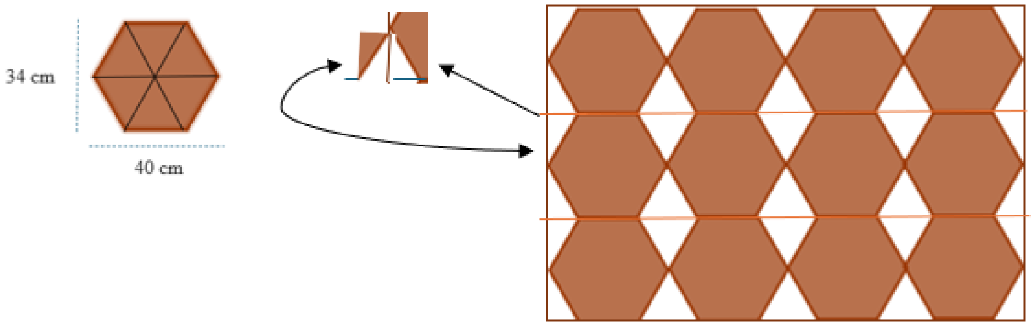


6)



Si= 180°	Si = 360°	Si = 540°	Si= 720°	Si= 1080°
Se=360°	Se= 360°	Se= 360°	Se = 360°	Se = 360°

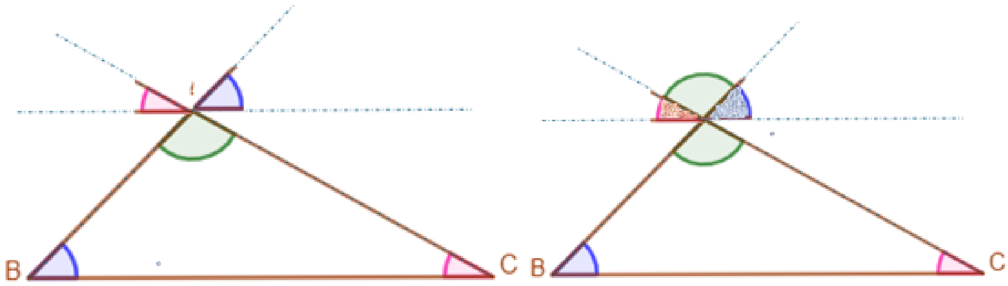
7) É possível resolver construindo o padrão do desenho indicado na figura. Como o hexágono é regular é formado por 6 triângulos retângulos de lado 20 cm, logo seu comprimento é 40 cm, e serão necessários 4 hexágonos iguais para completar os 160 cm 1,60 m e altura 132 cm = 3 x 34 cm.



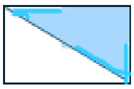
Observe que os triângulos dos cantos, são metade de um triângulo equilátero de lado 20cm, formando assim, dois triângulos equiláteros. Por outro lado, os triângulos que estão marcados por setas na imagem, bastam ser redirecionados que também formam um triângulo equilátero de lado 20 cm. Assim o total geral de triângulos equiláteros de lado 20 cm é 24.

ATIVIDADE 2: ORGANIZADOR PRÉVIO

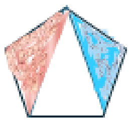
1) Os ângulos formam um semicírculo = 180°



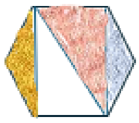
2) Triângulo: Soma dos ângulos internos: 180°



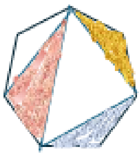
Nº de lados 4 quantidade de triângulos: 2
Soma dos ângulos internos: 2. 180° = 360°
Valor do ângulo interno: 360°: 4 = 90°



Nº de lados 5 quantidade de triângulos: 3
Soma dos ângulos internos: 3. 180° = 540°
Valor do ângulo interno: 540°: 5 = 108°



Nº de lados 6 quantidade de triângulos: 4
Soma dos ângulos internos: 4. 180° = 720°
Valor do ângulo interno: 720°: 6 = 120°



Nº de lados 7 quantidade de triângulos: 5
Soma dos ângulos internos: 5. 180° = 900°
Valor do ângulo interno: 900°:7 = 124, 3°

3) O número de triângulos é a quantidade de lados do polígono menos 2. Então para n lados temos:
Si = (n – 2). 180°
E o valor de um ângulo interno é a soma dos ângulos internos do polígono (Si) dividido pela quantidade de lados (igual a quantidade de ângulos) do polígono.
Ai = Si: n
Soma dos ângulos internos
8 lados: (8-2).180° = 6.180° = 1080°
10 lados: (10-2) .180° = 8.180° = 1240°
12 lados: (12-2).180° = 10.180° = 1800°
20 lados: (20-2).180° = 18.180° = 3240°

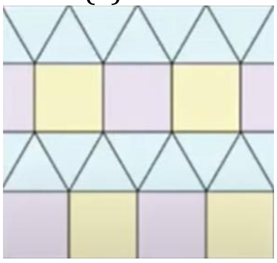
ATIVIDADE 3: DIFERENCIAÇÃO PROGRESSIVA

1) a classificação deve começar com o polígono de menor número de lados no qual o vértice A faça parte e seguir em sentido anti-horário.
Seguindo no sentido anti-horário, percorremos os polígonos P2, P3 e P4 que são, respectivamente, um **quadrado**, um **hexágono regular** e outro **quadrado**. Deste modo,

a sequência de números que sucede o número 3 encontrado inicialmente deve ser **4, 6 e 4.**
Logo, a notação que representa o padrão **(3,4,6,4)**

2) Quadrado (P_2 e P_4): ângulo reto = 90°
Triângulo equilátero(P_1) = 180°:3 = 60° ângulo agudo
Hexágono regular(P_3): (6-2).180° = 720°:6 = 120° ângulo obtuso
Logo, 90° + 60° + 90º + 120° = 360°
O triângulo apresentado é equilátero;
E os ângulos dos polígonos que formam um suplemento é P_2 e P_4

Questão 3.
Letra (a)



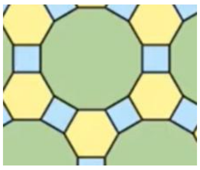
Quadrado: 90°, triângulos: 60°,60°,60°, quadrado: 90°
Total soma dos ângulos: 90°+60°+60°+60°+90° = 360°

Questão 4.

Para encontrar uma figura geométrica que constitui um ladrilhamento com o hexágono regular e quadrado (6,4, X), precisamos calcular o ângulo interno

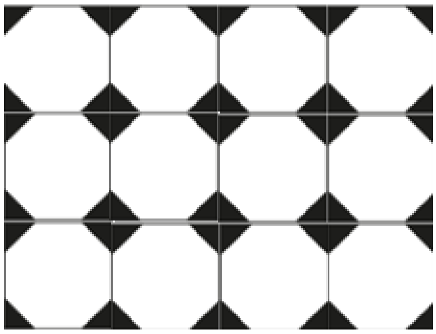
ângulo interno do quadrado: 90°
ângulo interno do hexágono: 120°
Então 120° +90° = 210°
Para formar um ladrilho precisamos totalizar 360°
360° - 210° = 150°
Assim, a figura procurada deve ter ângulo interno de 150°
Vamos substituir na fórmula:

Si = (n-2).180°, mas o Si é a quantidade de ângulos vezes o valor do ângulo interno
n.150° = (n-2).180°
150n= 180n – 360
30n = 360
n = 360/30= 12 lados iguais



ATIVIDADE 5: NÍVEL MAIS AVANÇADO

1) Para resolvermos essa questão devemos construir um pouco desse ladrilhamento para observarmos um padrão:

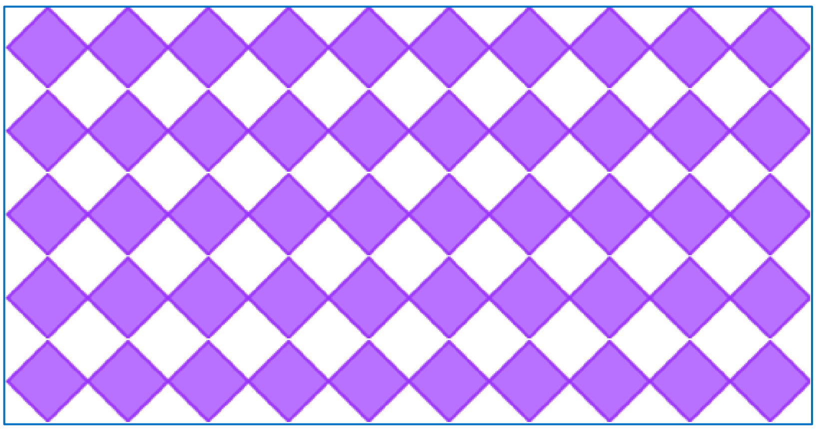


Como o lado de cada ladrilho é 1 m, observamos que para um espaço 3 por 4, foram formados 2 por 3 = 6 quadrados pretos, se aumentarmos essa construção para 4 por 5, observamos que serão formados 3 por 4 =12 quadrados pretos.

Assim, é possível contar os quadrados pretos apenas diminuindo uma unidade no comprimento e outra na largura das dimensões do piso. Ou seja:
20m por 30 m = 19 por 29 = 551 quadrados pretos

2) Inicialmente calculamos a área de cada cerâmica em metros quadrados: 0,40*0,40 = $0{,}16m^2$
Agora dividimos a área total da sala pela área de cada cerâmica para determinarmos a quantidade necessária:
120:0,16 = 750 unidades
Como cada caixa contém 15 unidades, a quantidade de caixas necessárias será:
750: 15 = 50

3) Dividimos as dimensões da sala pelo comprimento da diagonal do ladrilho:
4 m : 0,4 m = 10 peças
2 m : 0,4 m = 5 peças Desse modo, 10*5 = 50 peças



Como cada caixa possui 10 peças, serão necessárias 5 caixas e mais a quantidade extra: 20% de 50 peças = 0,20*50 = 10 peças a mais (1 caixa)

Ou seja, serão necessárias 6 caixas

4) Para esta questão basta analisar o tamanho das áreas das figuras que serão usadas para ladrilhar o piso. Quanto maior a área, menor a quantidade de peças necessárias

- Analisando o item I e II – um triângulo de lado 0,5 m é metade de um quadrado de 0,5 m, descartamos o item I
- Analisando o item II e III– um quadrado de lado 0,5 m é menor que um retângulo de 0,5 m por 0,6m = 0,30m², descartamos II
- O item IV, é ainda menor que o quadrado de lado 0,5m, pois embora a base seja um pouco maior que 0,5m, a altura é menor, e o produto divide por dois.

Portanto, o maior ladrilho é o item V, um quadrado de lado 0,6, cuja área é 0,6*0,6 = 0,36 m². Letra (e)

Questão 6

a) 6 lados. Hexágono
b) 4*180° = 720°: 6 = 120°
c) 4.180°, isso implica que o polígono tem 6 lados pois possui 4 triângulos em sua composição (n-2 = 4)

SOBRE OS AUTORES

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade de Passo Fundo - UPF.
Mestre em matemática – Profmat-Instituto Federal do Piauí – IFPI
Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática e Matemática Financeira - FAEME
Graduada em Lic. Plena em Matemática, pela Universidade Estadual do Piauí – UESPI
Professora do Instituto Federal de Educação do Piauí - IFPI
Email: adalgisa.oliveira@ifpi.edu.br

Doutor em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
Professor de Física na Universidade de Passo Fundo - UPF
Docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Universidade de Passo Fundo - UPF.
E-mail: ldarroz@upf.br

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, David Paul. ***Aquisição e retenção de conhecimentos*****: uma perspectiva cognitiva**. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

ASTH, Rafael C. Exercícios sobre área e perímetro. **Toda Matéria**, 2019. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/area-e-perimetro-exercicios/. Acesso em: 25 jun. 2025.

MELLO, Leila Inês Pagliarini. Ladrilhamento no Plano: uma atividade para o Ensino Médio. **Revista Eletrônica da Matemática - REMAT**, [*s. l.*], v. 1, n. 2, 2015.

MOREIRA, Marco Antonio. **¿Al final, qué es aprendizaje significativo?** ***Revista Qurriculum*****,** La Laguna-Espanha, v. 25, p. 29-56, mar. 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora da UnB, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. ***Aprendizagem significativa*****: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2006.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. Exercícios sobre semelhança de triângulos, **Mundo Educação**, [*s.d*]. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-semelhanca-triangulos.htm. Acesso em: 10 julh 2025.

SANTOS, Jhone Lima; NAGAMINE, André. Mosaicos e ladrilhamentos com o uso do GeoGebra. **Revista professor de Matemática**, [*s. l.*], v. 11, n. 1, 3 fev. 2023. Disponível em: https://www.academia.edu/102280343/Mosaicos_e_ladrilhamentos_com_o_uso_do_GeoGebra. Acesso em: 14 maio 2025.

SCHMIDT, Alexsandra. **Uso da geometria dinâmica na transformação de figuras.** TCC (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Curso de Matemática. 2002.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Exercícios sobre a semelhança entre triângulos. **Brasil Escola**, 2021. Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-semelhanca-entre-triangulos.htm. Acesso em: 20 julho de 2025.

APÊNDICES

APÊNDICE A: DESAFIOS EM GRUPOS

1

DIVIDA A TURMA EM GRUPOS DE ATÉ 8 ESTUDANTES.

Solicite que cada grupo escolha um nome para o grupo. Em seguida, crie um mural (pode ser no quadro branco) com o nome de cada grupo e reserve um local para colocar as pontuações, por exemplo:

GRUPO X	GRUPO Y	GRUPO V	GRUPO W	GRUPO Z

2

PROVA 1: JOGO VERDADEIRO OU FALSO EM PARES

Cada par de perguntas dessa prova vale 1,0 ponto para cada grupo que acertar.

ORIENTAÇÕES:

1. Cada grupo recebe do professor ou confecciona **placas com as opções de resposta: VV, VF, FV e FF** (V = verdadeiro, F = falso). **Sugestão de tamanho:** dividir uma folha A4 ao meio para cada placa.

VV	VF	FV	FF

2. O professor apresenta no quadro ou em um slide **um par de afirmativas** relacionadas aos conceitos matemáticos estudados.
3. Ao comando do professor, **todos os grupos levantam simultaneamente** a placa que representa o par de respostas que consideram correto, respeitando a ordem em que as afirmativas foram apresentadas.

EXEMPLO:

• A área de um quadrado de lado 3 cm, a sua área é 12 cm.
• O perímetro de um retângulo de 4 cm de comprimento e 2 cm de largura é 12 cm.

A placa correta é FV pois a primeira afirmação é falsa e a segunda é verdadeira.

Os grupos que levantaram a placa correta, ganham 1,0 ponto e é colocado no mural para controle do placar

📌 Sugestões de pares de afirmativas

1)

- A área de um retângulo é o produto da base pela altura.
- O perímetro de um retângulo é a soma dos quatro lados.

✅ Resposta: **VV**

2)

- Um quadrado de lado 5 cm tem área igual a 25 cm^2.
- O perímetro desse quadrado é 10 cm.

✅ Resposta: **VF**

3)

- A área de uma sala quadrada de 5 m de lado é 20 m^2.
- O perímetro de uma sala retangular de 5m por 8m é 26 m

✅ Resposta: **FV**

4)

- A área de um triângulo é base × altura ÷ 2.

- Dobrar a base de um triângulo, mantendo a altura, dobra sua área.

  ✅ Resposta: **VV**

5)

- Se dobrarmos todos os lados de um quadrado, seu perímetro dobra.
- Se dobrarmos todos os lados de um quadrado, sua área dobra.

  ✅ Resposta: **VF**

6)

- Uma sala quadrada de 3m de lado tem área maior que uma sala triangular de 4m de base por 4m de altura.
- O perímetro de um retângulo é maior do que o de um quadrado que possuem a mesma área.

  ✅ Resposta: **VV**

7)

- Um estabelecimento depois de ter suas dimensões ampliada em três vezes passou a ter área de 180m^2. Então a área anterior era 20m^2.
- Um estabelecimento depois de ter suas dimensões ampliada em três vezes passou a ter perímetro de 54 m. Então o perímetro anterior era 18m.

  ✅ Resposta: **VV**

8)

- Figuras diferentes podem ter a mesma área e perímetros diferentes.
- Figuras com o mesmo perímetro sempre têm a mesma forma.

  ✅ Resposta: **VF**

9)

- Se a escala de ampliação de uma figura é 3, o perímetro é multiplicado por 3.
- Se a escala de ampliação de uma figura é 3, a área é multiplicada por 9.

  ✅ Resposta: **VV**

10)

- Uma sala retangular de 20 m^2 de área teve suas dimensões ampliadas em duas vezes, a nova área será 40m^2.
- O perímetro de uma sala media 18 m, depois de ter suas dimensões ampliadas em 3 vezes, o novo perímetro passou a ser 36m. ✅ Resposta: **FF**

3 PROVA 2: ELABORAÇÃO DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA

Essa prova vale 5,0 pontos!

Cada grupo deverá elaborar **um problema matemático** relacionado aos conceitos e procedimentos mobilizados ao longo da UEPS, para ser resolvido por outro grupo da turma.

Os problemas devem apresentar nível de dificuldade proporcional ao dos exercícios estudados durante as aulas e serão avaliados previamente pelo professor, que verificará se contêm todas as informações necessárias para sua resolução (dados suficientes, clareza do enunciado e coerência matemática).

Conteúdos que devem aparecer no problema

O enunciado elaborado deve envolver um ou mais dos seguintes temas:

- cálculo de áreas e perímetros de figuras planas (retângulos, quadrados, triângulos etc.);
- ampliação e redução de imagens ou figuras (escala, semelhança);
- constante de proporcionalidade em relações geométricas ou medidas.

Objetivo da atividade

Promover a aplicação dos conceitos estudados, estimular o raciocínio matemático e desenvolver a capacidade de formular problemas claros, completos e desafiadores.

4 PROVA 3: CRIAÇÃO DE CARTAZ

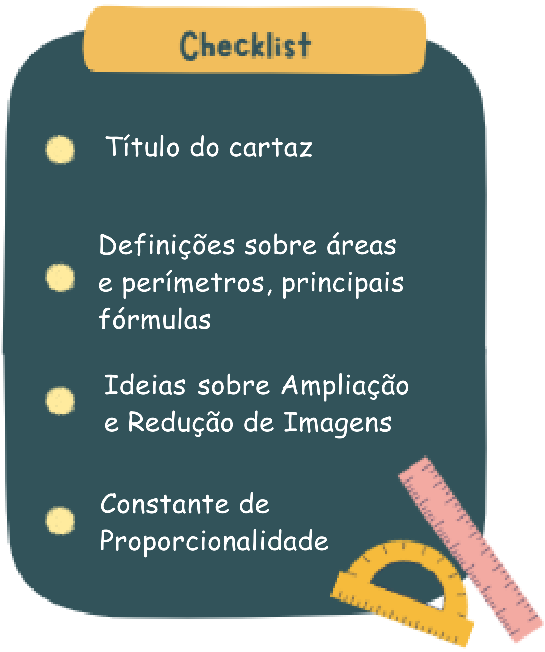
Essa prova vale 5,0 pontos!

Para finalizar, cada grupo deverá elaborar um **cartaz** que apresente os conceitos fundamentais discutidos ao longo das etapas da UEPS.

Nesse momento, os estudantes podem utilizar a criatividade para organizar e representar o que aprenderam. Uma possibilidade é a elaboração de um **mapa conceitual** que sistematize os principais conceitos, relações e procedimentos que consideraram mais significativos durante o processo de aprendizagem.

O cartaz deve evidenciar as ideias centrais trabalhadas, conexões entre os conteúdos e exemplos que ajudem a compreender melhor os temas estudados.

Checklist para criação do cartaz:



IMPORTANTE!!!

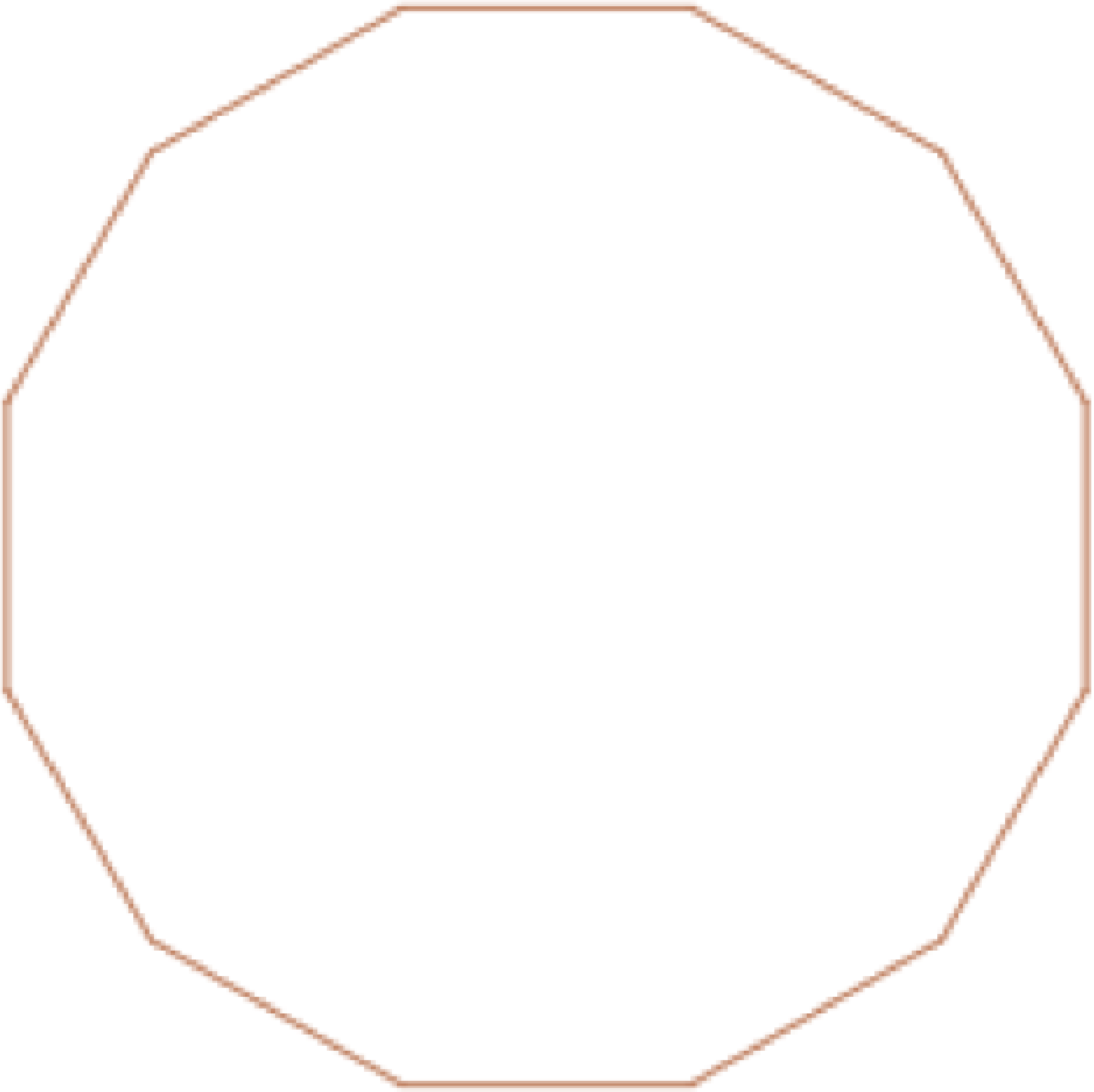
Segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), proposta por David Ausubel, o **mapa conceitual** é um recurso que permite organizar e representar graficamente os significados construídos pelo estudante, evidenciando relações entre conceitos.

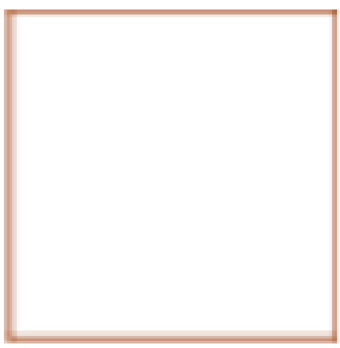
Na perspectiva da TAS, aprender de forma significativa significa relacionar novos conhecimentos aos conhecimentos prévios de maneira lógica e não arbitrária. O mapa mental ajuda justamente nesse processo, pois:

- organiza ideias de forma hierárquica ou conectada;
- explicita relações entre conceitos (semelhanças, diferenças, dependências);
- favorece a compreensão global de um tema;
- torna visível como o estudante estrutura o próprio conhecimento.

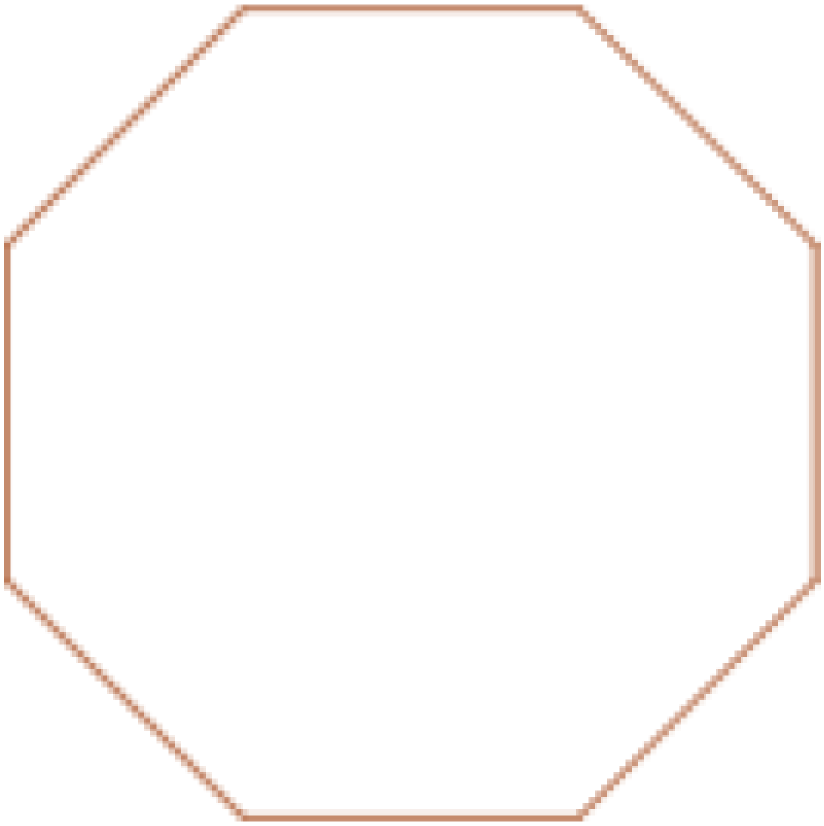
BOM ENCONTRO!

APÊNDICE B: Formas para Ladrilhamento

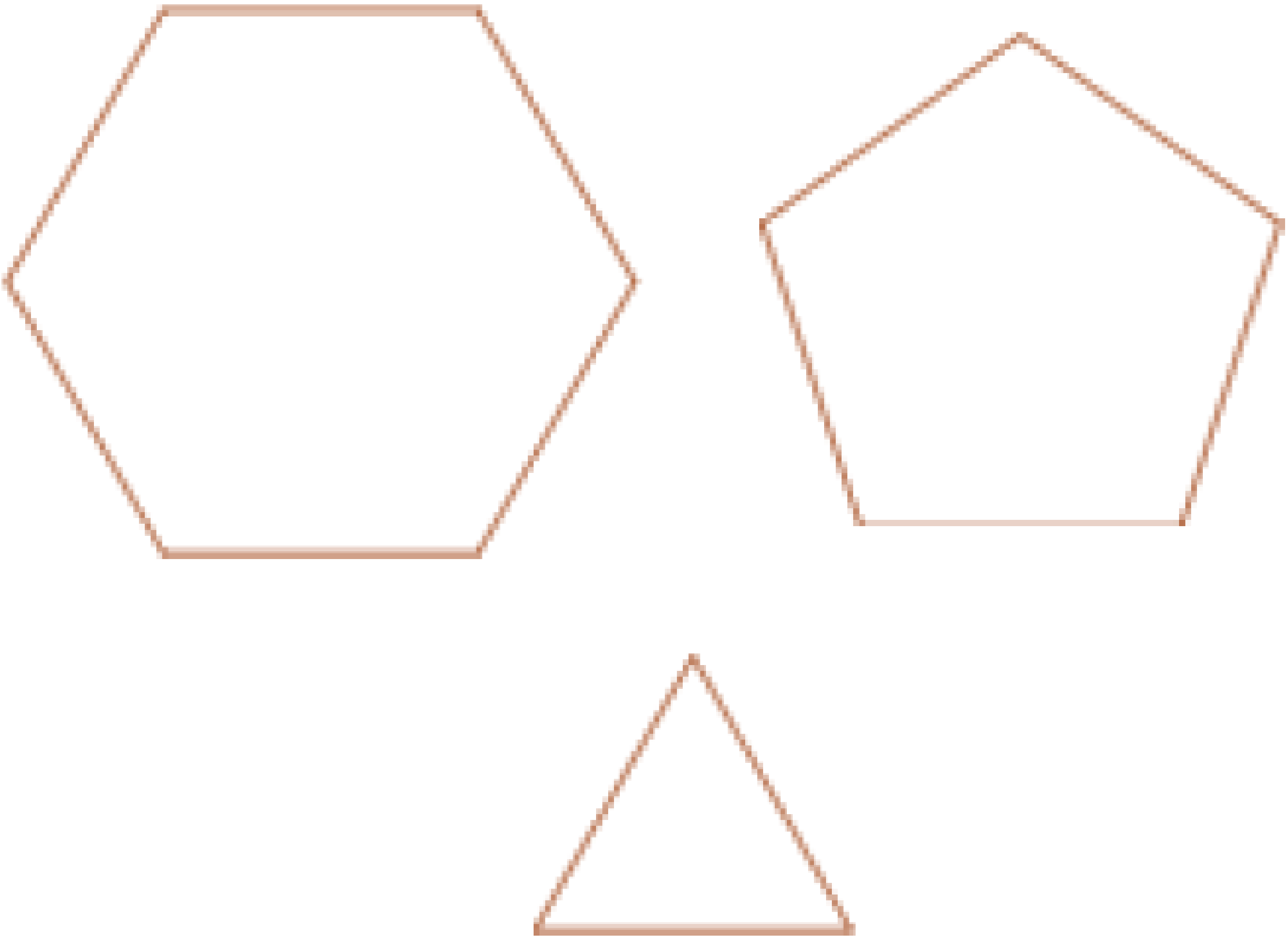




APÊNDICE C: Formas para Ladrilhamento



APÊNDICE D: Formas para Ladrilhamento



APÊNDICE E: Formas para Ladrilhamento