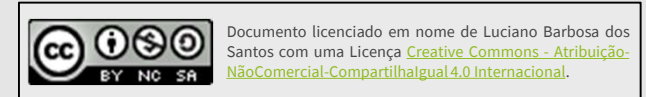


UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
CENTRO DE TECNOLOGIA – CTEC
ECIV059 – ESTRUTURAS DE AÇO

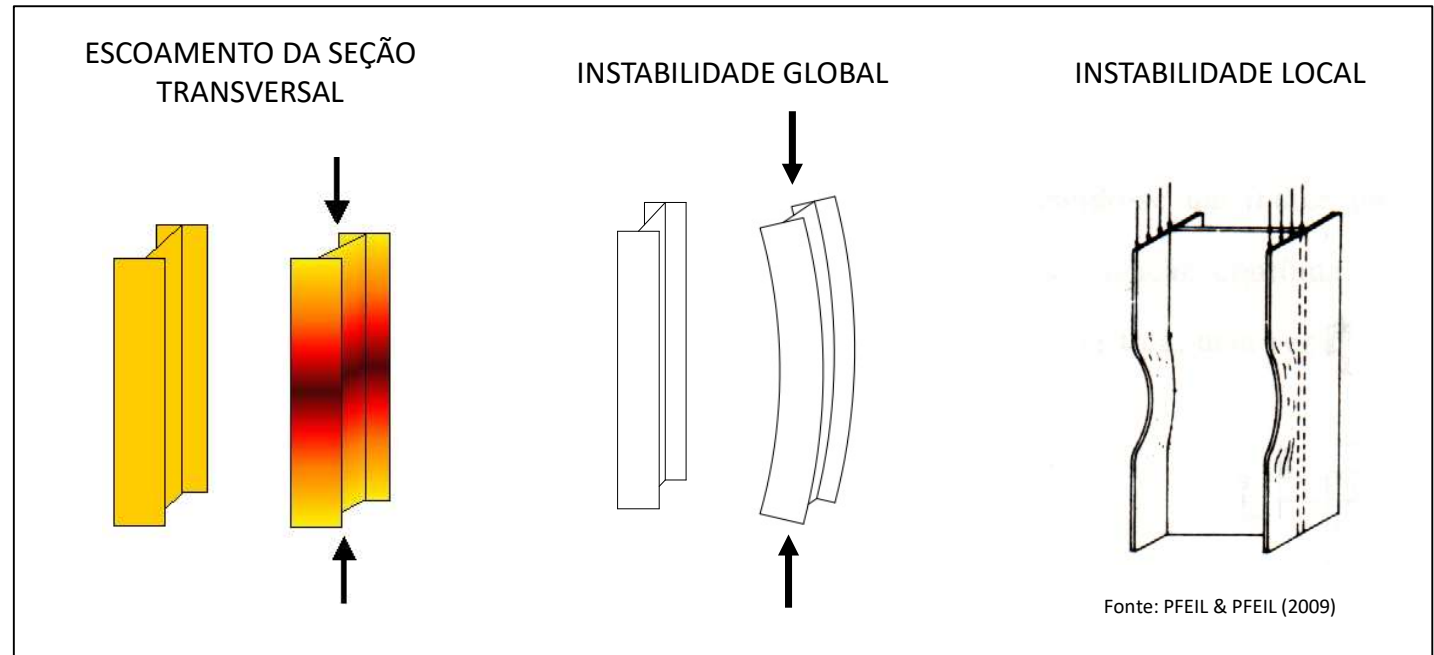
ELEMENTOS COMPRIMIDOS

Prof. Luciano Barbosa dos Santos

(04/2026)



1. ESTADOS-LIMITE ÚLTIMOS EM PEÇAS SOB COMPRESSÃO AXIAL



Esforço Resistente de Projeto



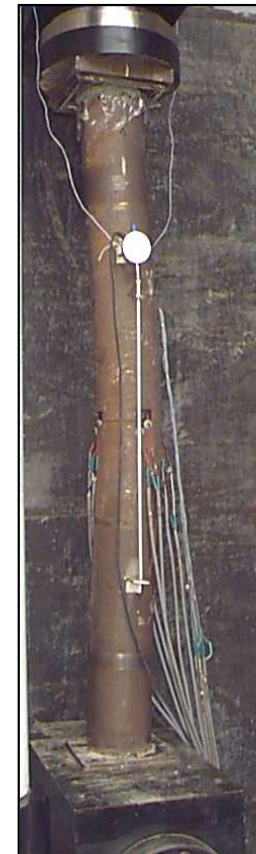
$$N_{c,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{a1}}$$

($\gamma_{a1} = 1,10$)

3.1. Exemplos de instabilidade global



Fonte: Acervo SET/EESC/USP



Fonte: Acervo SET/EESC/USP

3.2. Exemplos de instabilidade local



Fonte: CHODRAUI (2006)



Fonte: CHODRAUI (2006)

2. FATORES QUE AFETAM O COMPORTAMENTO À COMPRESSÃO

Tensões Residuais



Fonte: DIAS(1997)

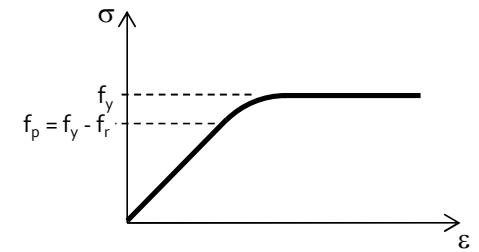


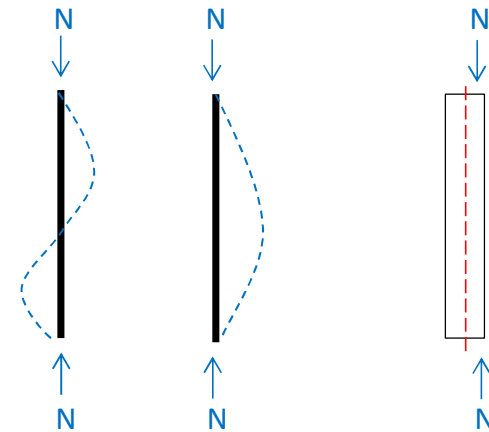
Diagrama tensão-deformação teórico para o aço com tensão residual

Fonte: SILVA & FRUCHTENGARTEN (2009)

Imperfeições Geométricas

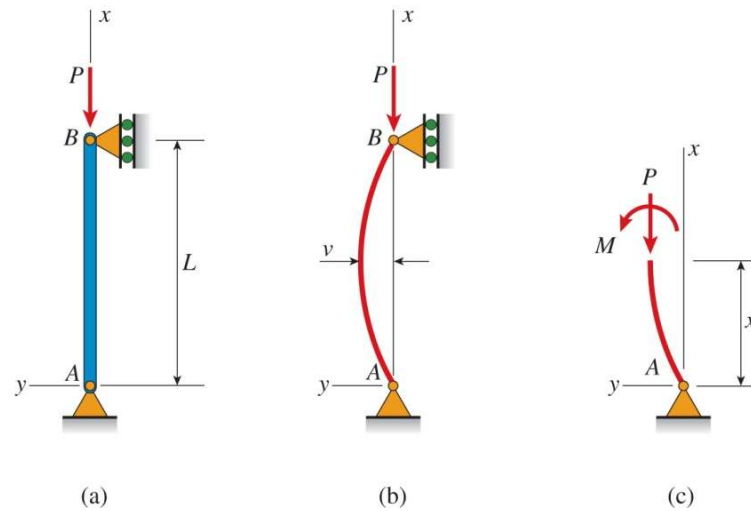
Peças com curvatura inicial

Forças não centradas



3. INSTABILIDADE GLOBAL

FLAMBAGEM ELÁSTICA DE EULER



Fonte: GERE & GOODNO(2017)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{Py}{EI}$$



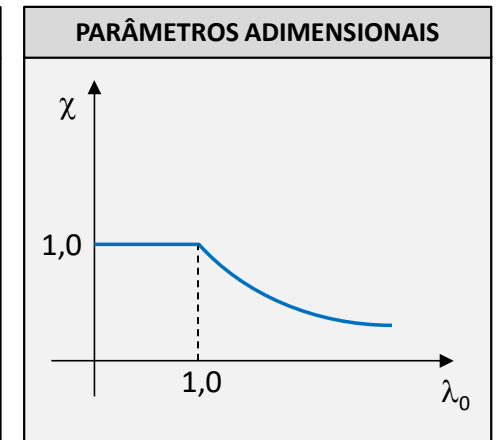
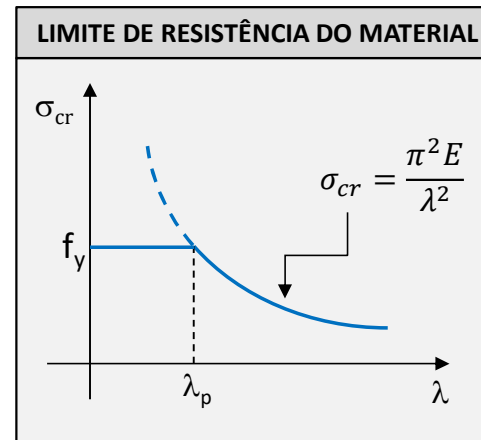
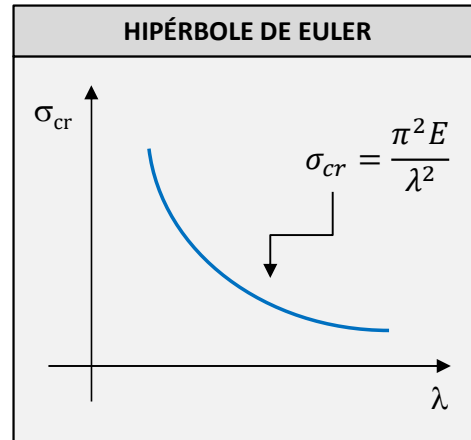
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$\lambda = \frac{kL}{r}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

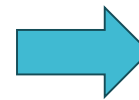
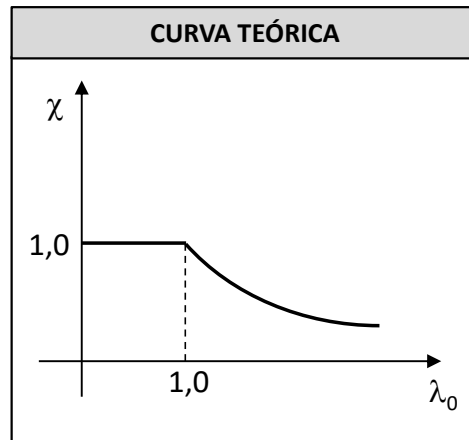
3. INSTABILIDADE GLOBAL



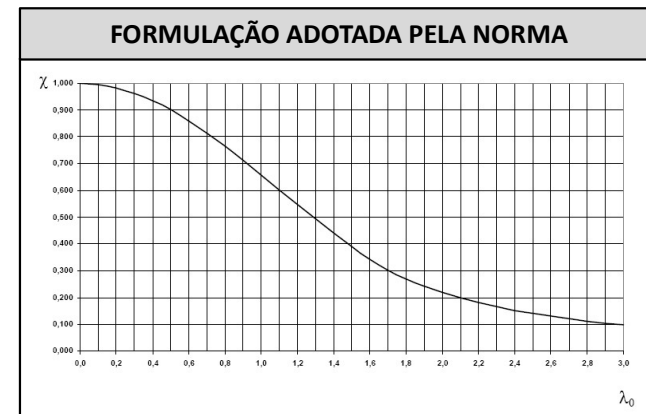
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_p^2} = f_y$$
$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$$

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y}$$
$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\lambda_p}$$

3. INSTABILIDADE GLOBAL



Estudos Experimentais
+
Ajustes na Formulação



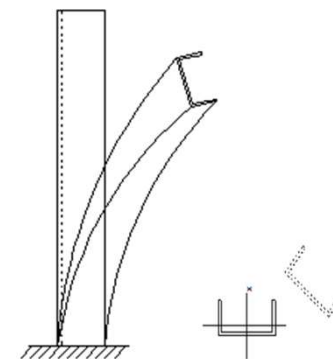
3.1. Tipos de flambagem



INSTABILIDADE POR FLEXÃO



INSTABILIDADE POR TORÇÃO



INSTABILIDADE POR FLEXO-TORÇÃO

**CASO GERAL DE FLAMBAGEM
PARA BARRA DE SEÇÃO
ASSIMÉTRICA**



A força crítica é a menor raiz da equação cúbica dada a seguir:

$$r_0^2(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{ex})y_0^2 = 0$$

3.2. Forças críticas de flambagem elástica

SEÇÕES DUPLAMENTE SIMÉTRICAS

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(k_x L_x)^2}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(k_y L_y)^2}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(k_z L_z)^2} + GI_t \right]$$

$$N_e = \text{menor}(N_{ex}, N_{ey}, N_{ez})$$

SEÇÕES MONOSSIMÉTRICAS

a) Quando o eixo x é o eixo de simetria

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(k_y L_y)^2}$$

$$N_{exz} = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2 \left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0} \right)^2 \right]} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ex}N_{ez} \left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0} \right)^2 \right]}{(N_{ex} + N_{ez})^2}} \right]$$

$$N_e = \text{menor}(N_{ey}, N_{exz})$$

b) Quando o eixo y é o eixo de simetria

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(k_x L_x)^2}$$

$$N_{eyz} = \frac{N_{ey} + N_{ez}}{2 \left[1 - \left(\frac{y_0}{r_0} \right)^2 \right]} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ey}N_{ez} \left[1 - \left(\frac{y_0}{r_0} \right)^2 \right]}{(N_{ey} + N_{ez})^2}} \right]$$

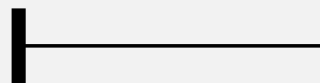
$$N_e = \text{menor}(N_{ex}, N_{eyz})$$

3.3. Flambagem por torção

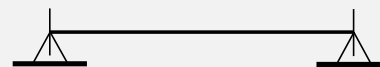
$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + G I_t \right]$$

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$$

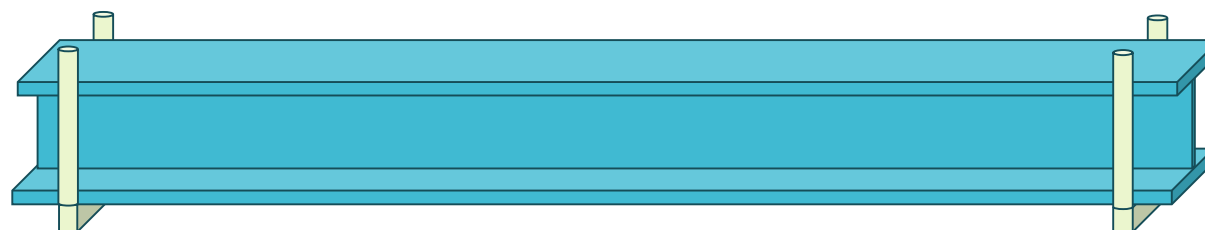
COEFICIENTES DE FLAMBAGEM POR TORÇÃO (k_z)



$k_z = 2,0$

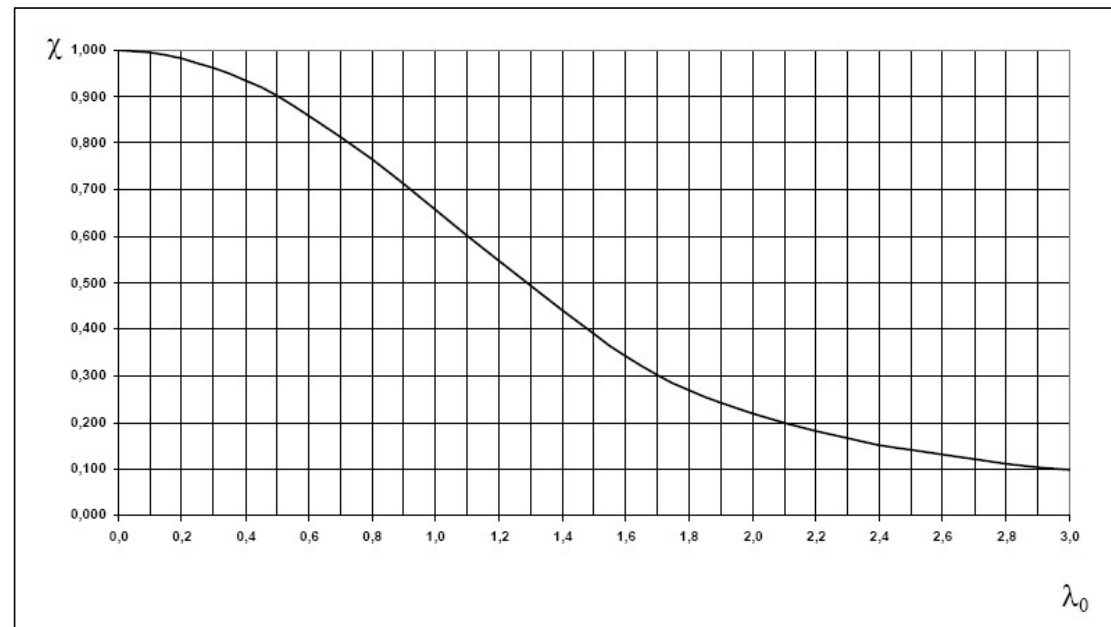


$k_z = 1,0$



4. FORMULAÇÃO DA NBR 8800:2024 PARA INSTABILIDADE GLOBAL

FORMULAÇÃO ADOTADA PELA NBR 8800:2024



$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A_g f_y}{N_e}}$$

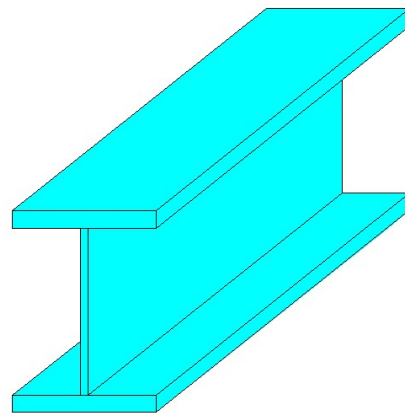
Para $\lambda_0 \leq 1,50$:

$$\chi = 0,658 \lambda_0^2$$

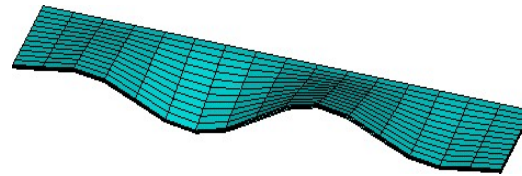
Para $\lambda_0 > 1,50$:

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2}$$

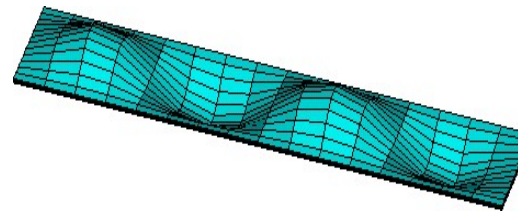
5. INSTABILIDADE LOCAL



Elemento AL (Apoiado/Livre)

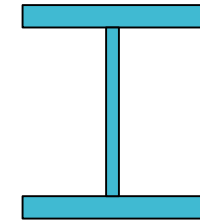


Elemento AA (Apoiado/Apoiado)

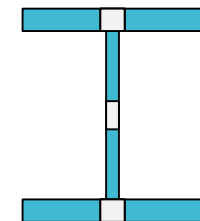


$$N_{c,Rd} = \frac{\chi A_{ef} f_y}{\gamma_{a1}}$$

Área Bruta (A_g)



Área Efetiva (A_{ef})



5.1. FORMULAÇÃO DA NBR 8800:2024 PARA A INSTABILIDADE LOCAL

Tabela 4 – Valores de $(b/t)_{lim}$

| Elementos Grupo | Descrição dos elementos | Alguns exemplos com indicação de b e t | $(b/t)_{lim}$ |
|--------------------|--|--|-----------------------------------|
| AA | - Mesas ou almas de seções tubulares retangulares (ver 5.1.3) - Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas | | $1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |
| | - Almas de seções I, H ou U de seção-caixão - Todos os demais elementos que não integram o Grupo 1 | | $1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |
| AL | - Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas espaçadoras | | $0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |
| | - Mesas de seções I, H, T ou U laminadas - Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas - Chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas | | $0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |
| | - Mesas de seções I, H, T ou U soldadas ^a | | $0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}}$ |
| | - Almas de seções T | | $0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ |

^a $k_c = 4/\sqrt{h/t_w}$, sendo $0,35 \leq k_c \leq 0,76$

Tabela 5 – Fatores c_1 e c_2 para cálculo de flambagem local

| Elemento | c_1 | c_2 |
|--|-------|-------|
| AA (exceto paredes de seções tubulares retangulares) | 0,18 | 1,31 |
| Paredes de seções tubulares retangulares | 0,20 | 1,38 |
| AL | 0,22 | 1,49 |

Fonte: NBR 8800 (2024)

$$\text{Se } \frac{b}{t} \leq \frac{(b/t)_{lim}}{\sqrt{\chi}}: \quad b_{ef} = b$$

$$\text{Se } \frac{b}{t} > \frac{(b/t)_{lim}}{\sqrt{\chi}}: \quad b_{ef} = b \left(1 - c_1 \sqrt{\frac{\sigma_{el}}{\chi f_y}} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{el}}{\chi f_y}}$$

onde:

$$\sigma_{el} = \left(c_2 \frac{(b/t)_{lim}}{b/t} \right)^2 f_y$$

Se todos os elementos da seção transversal tiverem relação (b/t) menor ou igual a $(b/t)_{lim}$:

$$A_{ef} = A_g$$

Contudo, se algum elemento da seção transversal tiver relação (b/t) maior que $(b/t)_{lim}$:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b - b_{ef}) \times t$$

6. ESBELTEZ MÁXIMA

Recomendação da NBR 8800:2024:

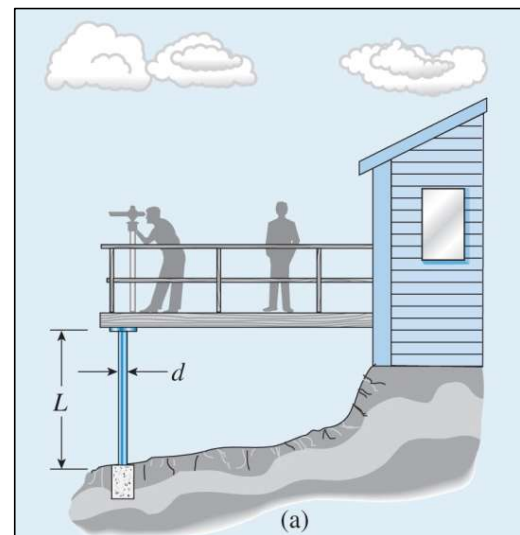
$$\lambda_{\text{máx}} \leq 200$$

Lembrando que:

$$\lambda = kL/r$$

Importante:

É necessário analisar a esbeltez em relação a todos os eixos principais da barra.



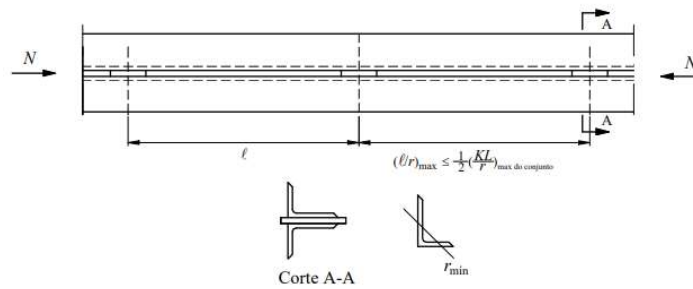
Fonte: GERE & GOODNO (2017)



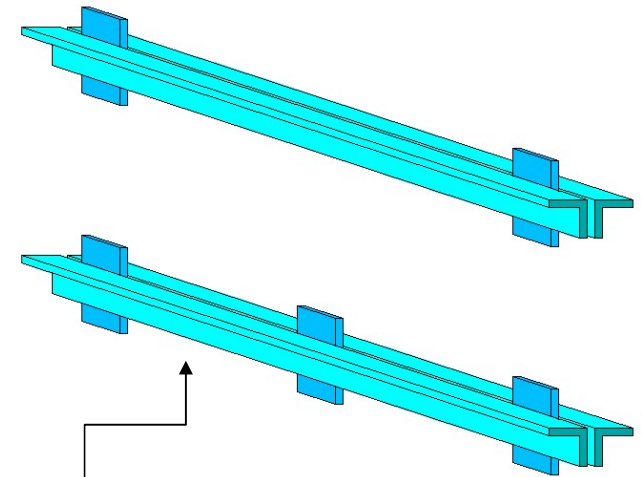
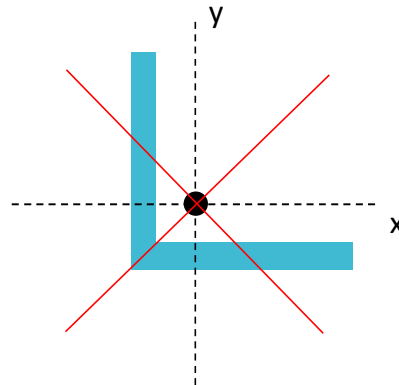
Fonte: GERE & GOODNO (2017)

6. ESBELTEZ MÁXIMA

VERIFICAÇÃO DA ESBELTEZ DE PEÇAS COMPOSTAS



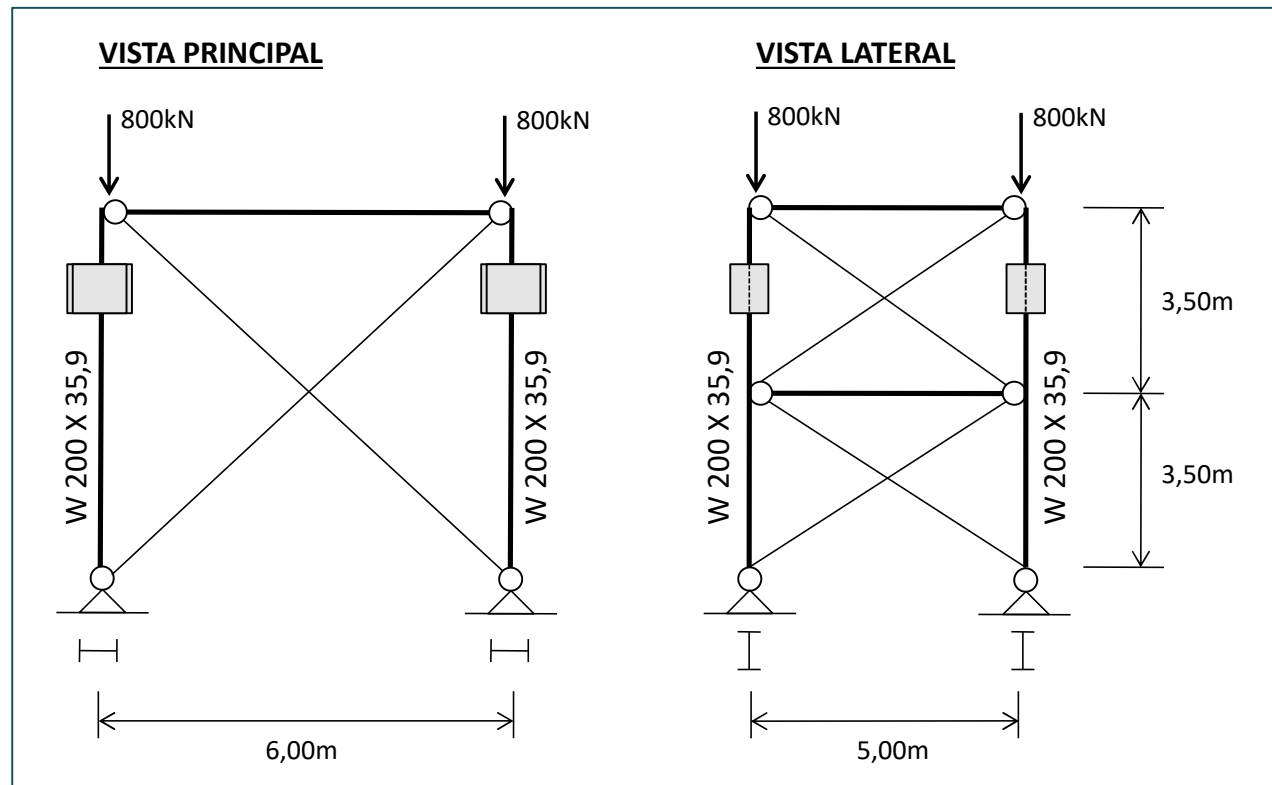
Fonte: NBR 8800 (2024)



$$\lambda_{\max, \text{trecho}} \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max, \text{conjunto}}$$

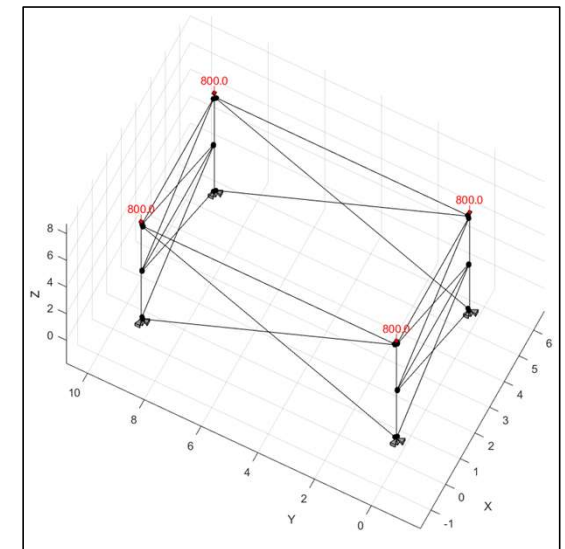
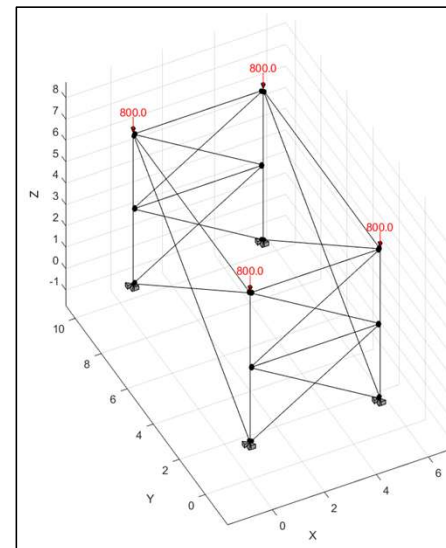
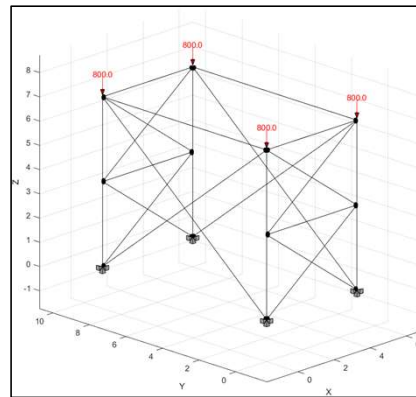
7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

EXEMPLO 1: Verifique os pilares da estrutura a seguir para um esforço de cálculo de 800kN. Admita que nos apoios e no topo dos pilares a rotação em torno do eixo longitudinal está impedida e o empenamento está livre, enquanto no ponto travado lateralmente tanto a rotação quanto o empenamento estão livres. Adote aço AR345.



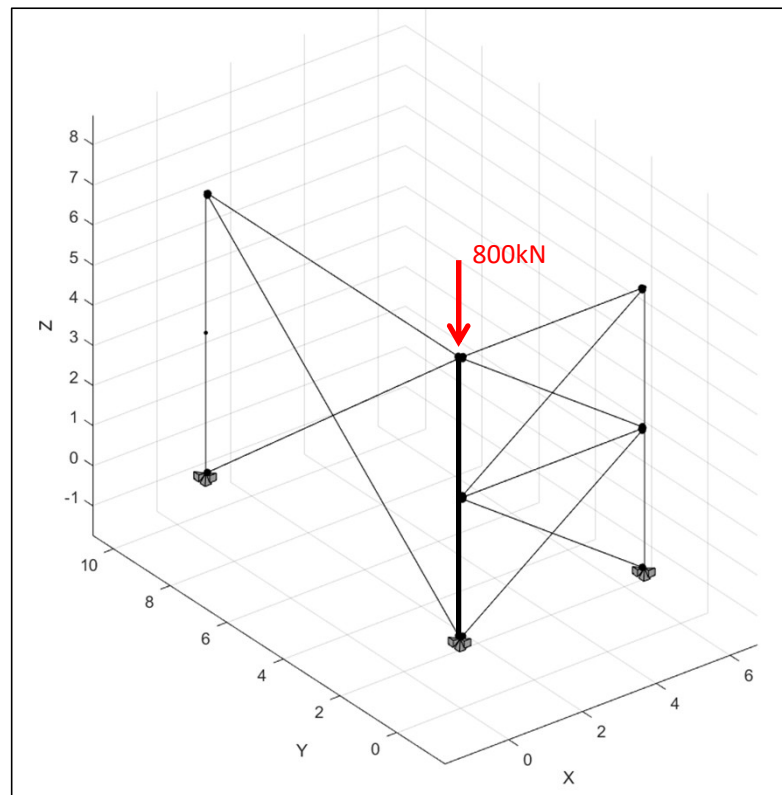
7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

EXEMPLO 1: Verifique os pilares da estrutura a seguir para um esforço de cálculo de 800kN. Admita que nos apoios e no topo dos pilares a rotação em torno do eixo longitudinal está impedida e o empenamento está livre, enquanto no ponto travado lateralmente tanto a rotação quanto o empenamento estão livres. Adote aço AR345.

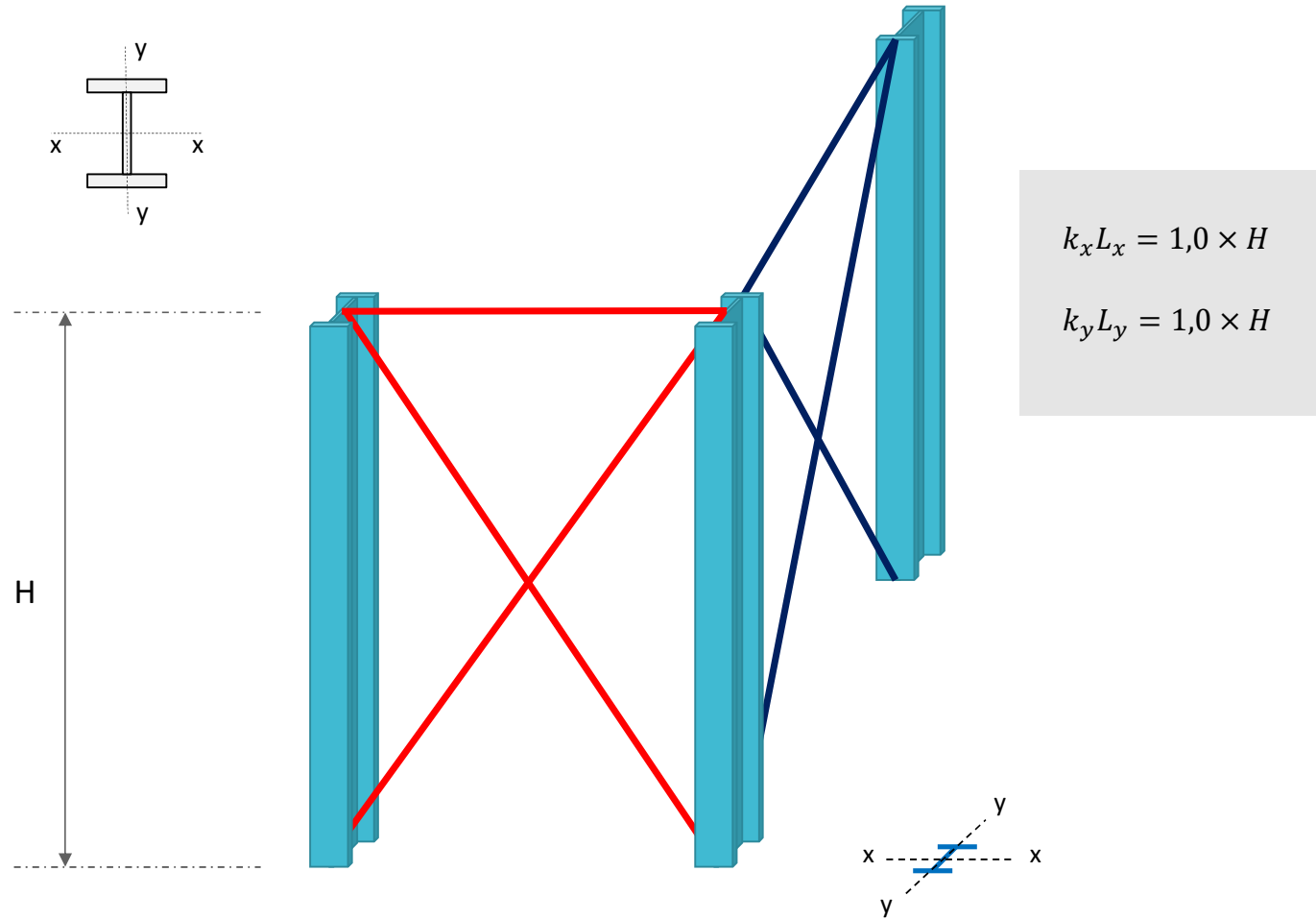


7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

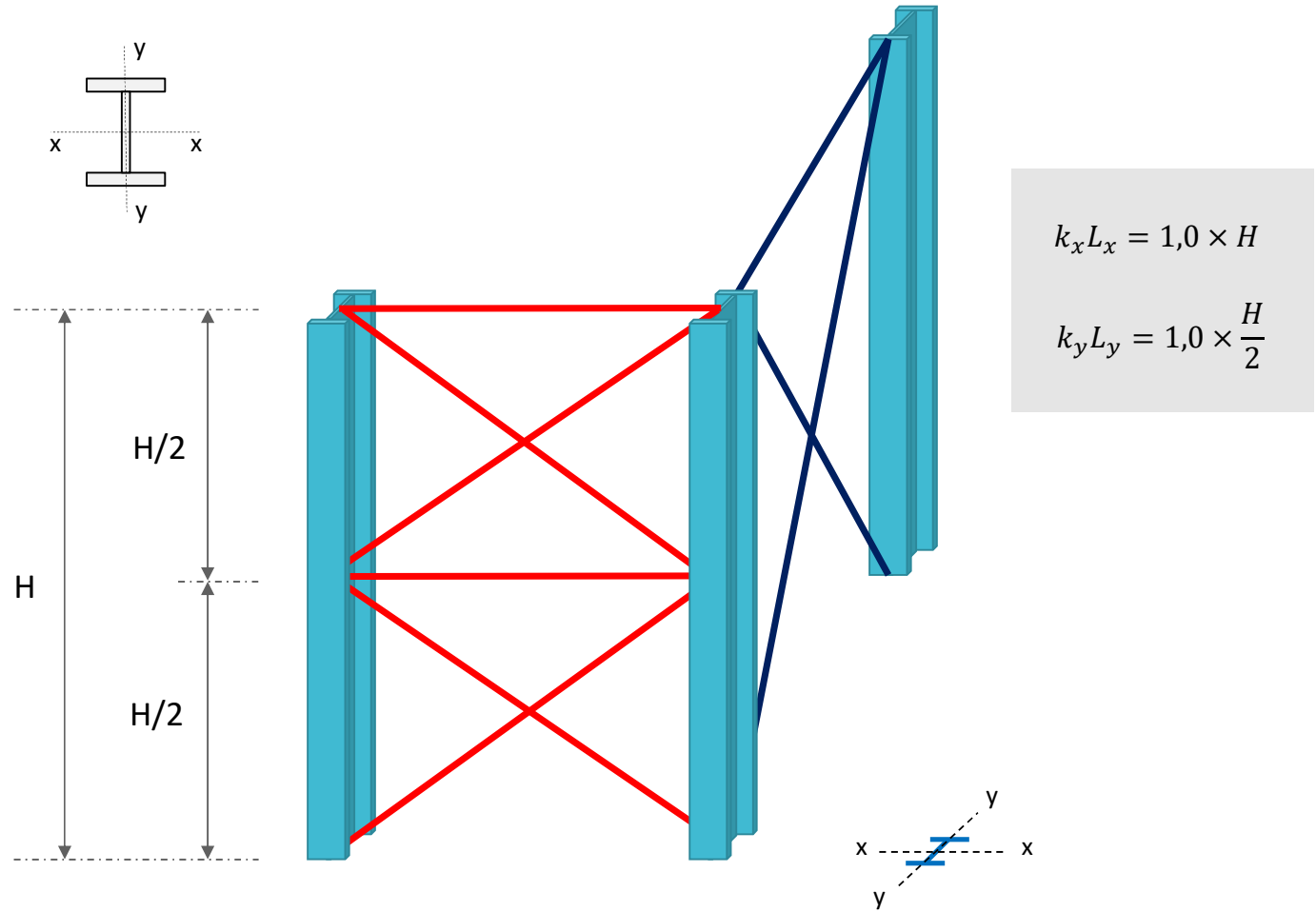
EXEMPLO 1: Verifique os pilares da estrutura a seguir para um esforço de cálculo de 800kN. Admita que nos apoios e no topo dos pilares a rotação em torno do eixo longitudinal está impedida e o empenamento está livre, enquanto no ponto travado lateralmente tanto a rotação quanto o empenamento estão livres. Adote aço AR345.



APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



APROFUNDANDO A DISCUSSÃO

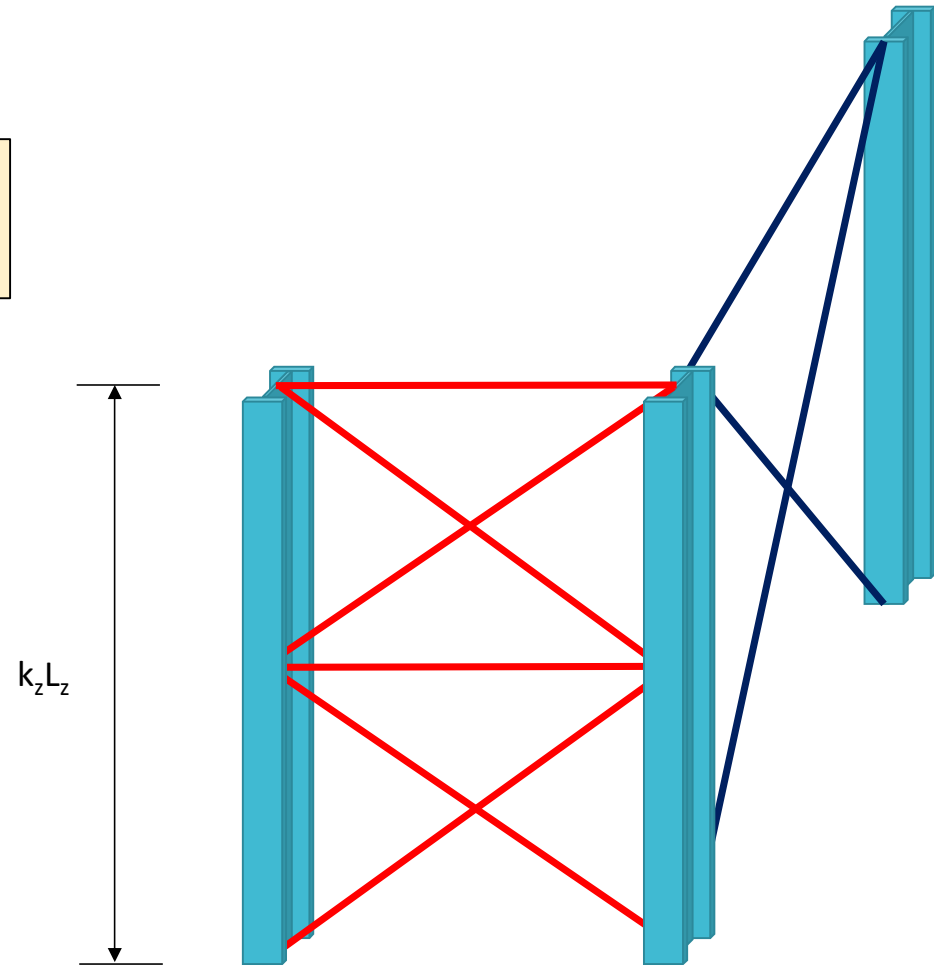


APROFUNDANDO A DISCUSSÃO

FLAMBAGEM POR TORÇÃO

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + G I_t \right]$$

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$$

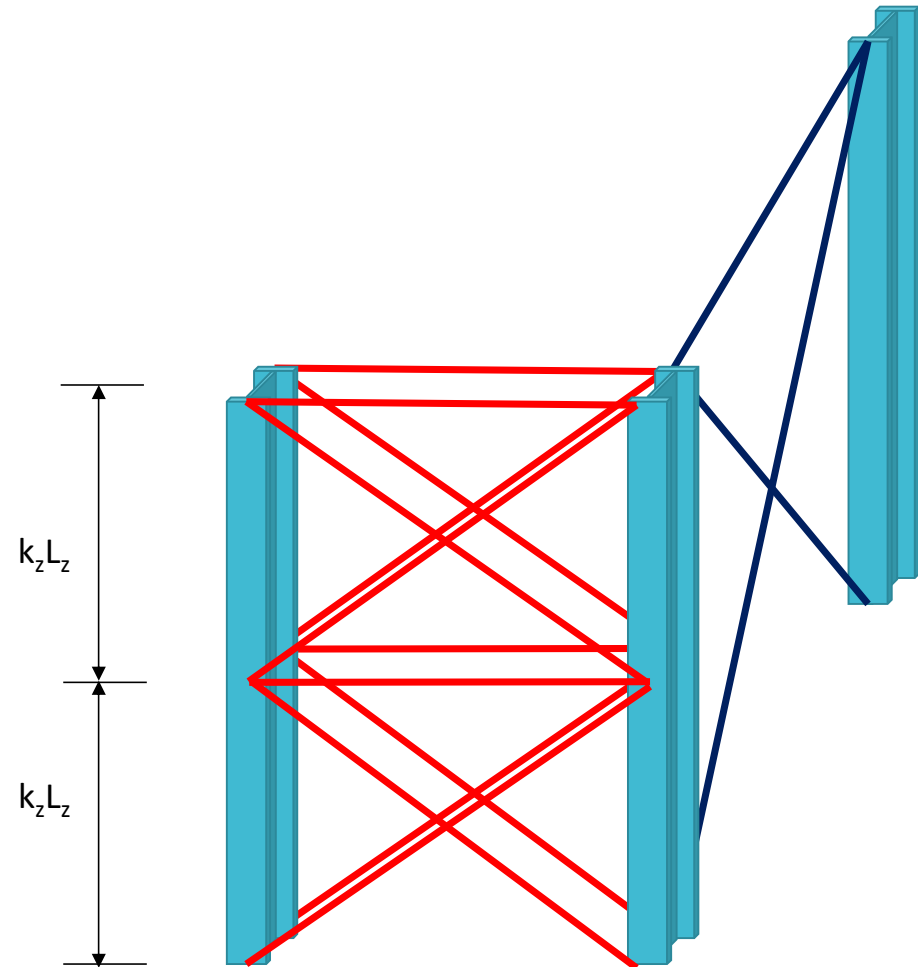


APROFUNDANDO A DISCUSSÃO

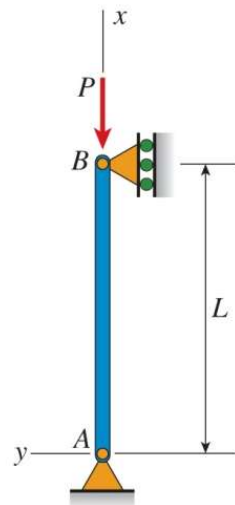
FLAMBAGEM POR TORÇÃO

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L_z)^2} + G I_t \right]$$

$$r_0 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2}$$



APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



(a)

Fonte: GERE & GOODNO(2017)

Tabela E.1 — Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados

| | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
|--|---|------|-----|-----|-----|-----|
| A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem | | | | | | |
| Valores teóricos de K_x ou K_y | 0,5 | 0,7 | 1,0 | 1,0 | 2,0 | 2,0 |
| Valores recomendados | 0,65 | 0,80 | 1,2 | 1,0 | 2,1 | 2,0 |
| Código para condição de apoio | <ul style="list-style-type: none"> Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres | | | | | |

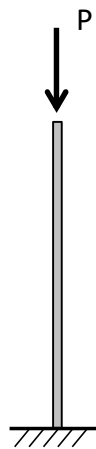
Fonte: NBR 8800 (2024)

APROFUNDANDO A DISCUSSÃO

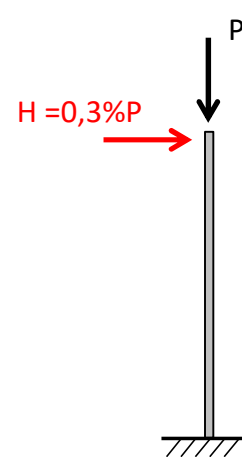
Recomendações
da NBR 8800:2024

Considerar as imperfeições geométricas e
fazer análise de segunda ordem

Adotar
 $k = 1,0$



$k = 2,1$

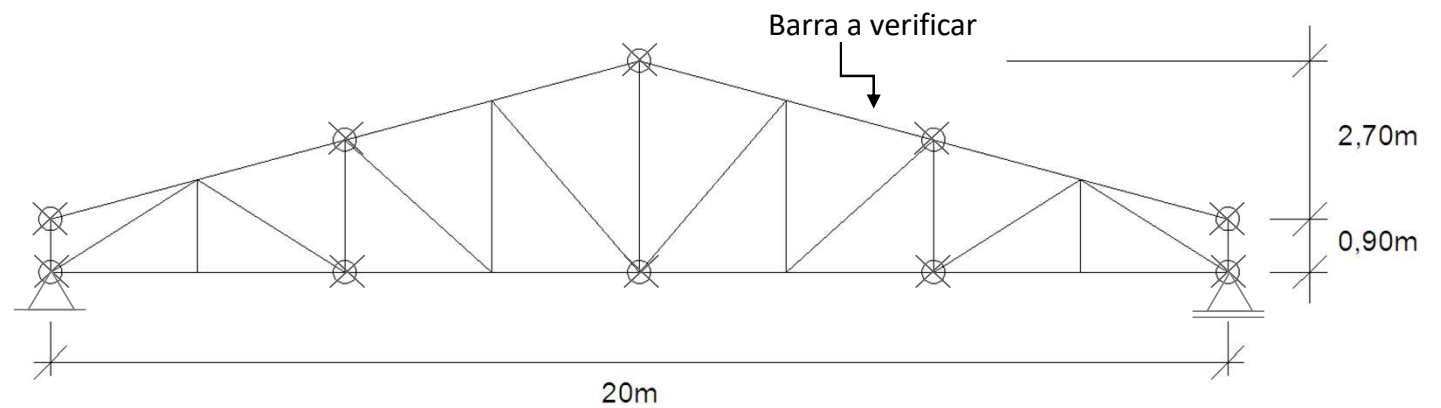


$k = 1,0$

7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

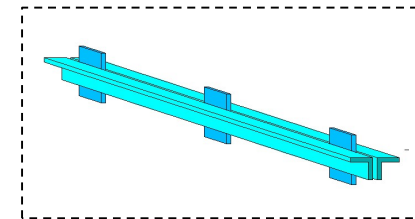
EXEMPLO 2

Verifique a barra indicada na treliça dada a seguir para um esforço de projeto de $-55,00\text{kN}$. Adote perfil 2L 63,5 x 63,5 x 4,75 (T) - Esp. 6,35mm e aço ASTM A36. O que acontece se, ao invés de uma chapa de espaçamento de 6,35mm, for adotada uma chapa com espessura de 8,00mm?



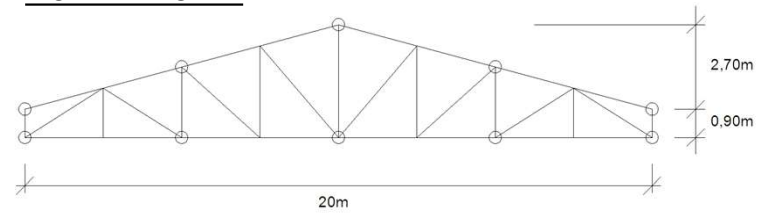
LEGENDA:

⊗ Nós travados lateralmente

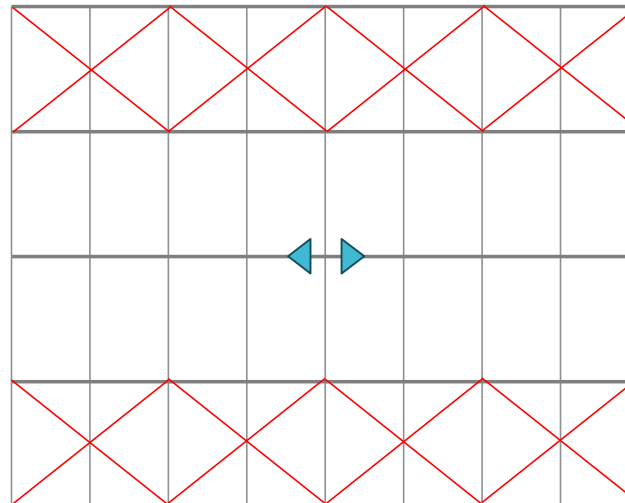


7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

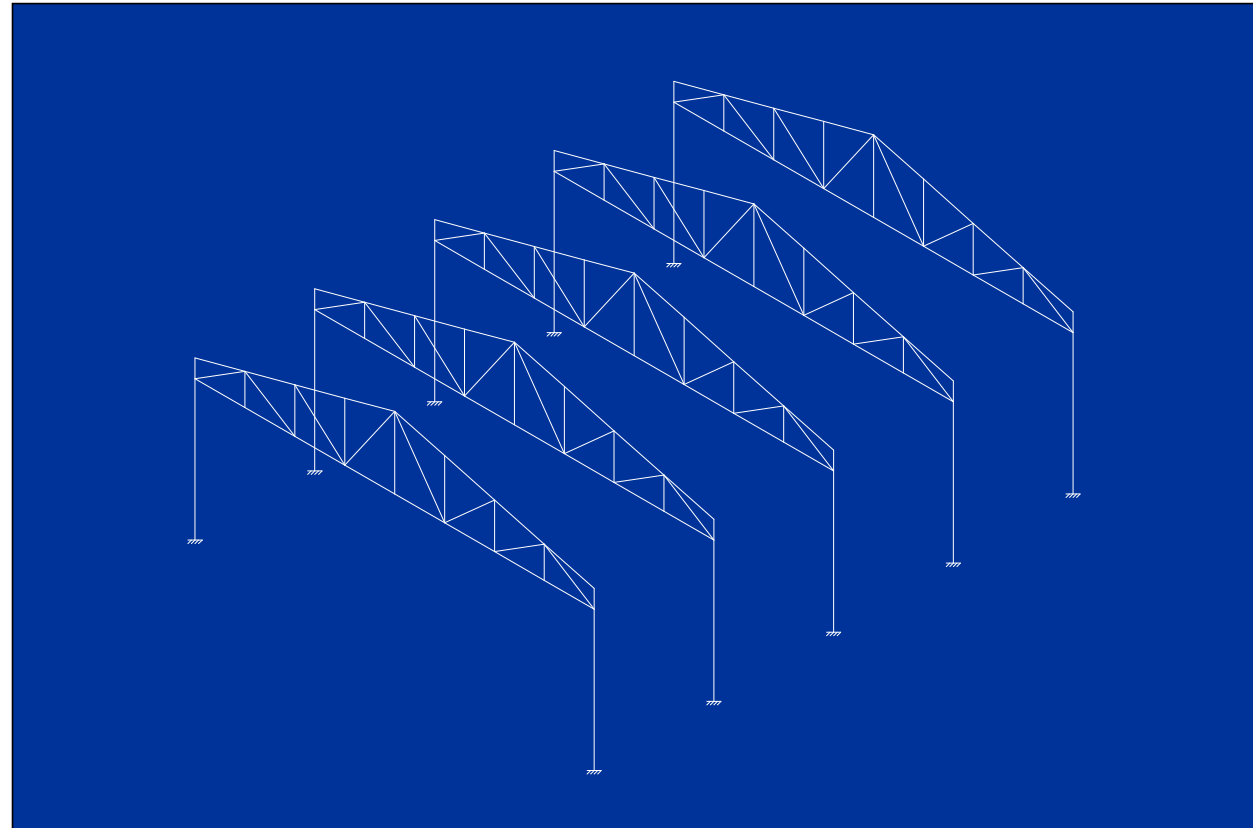
VISTA PRINCIPAL



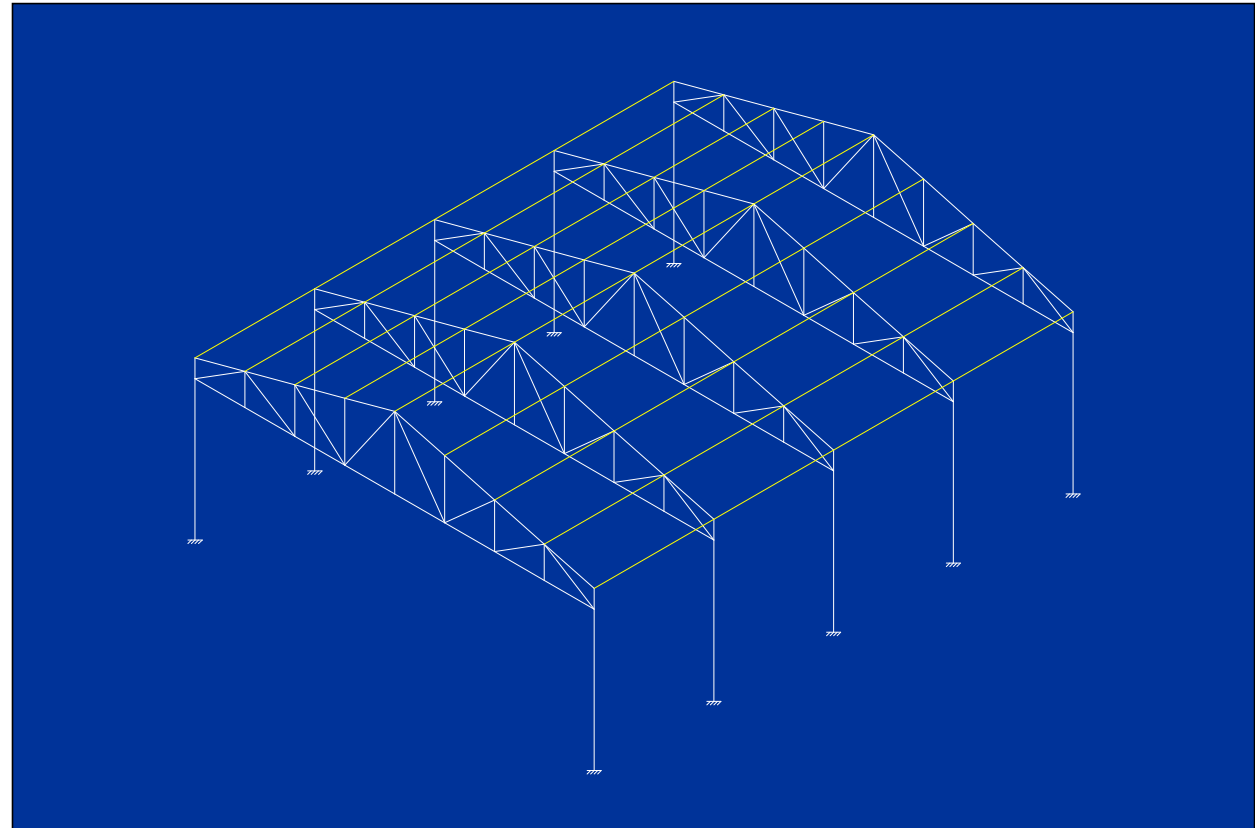
VISTA SUPERIOR



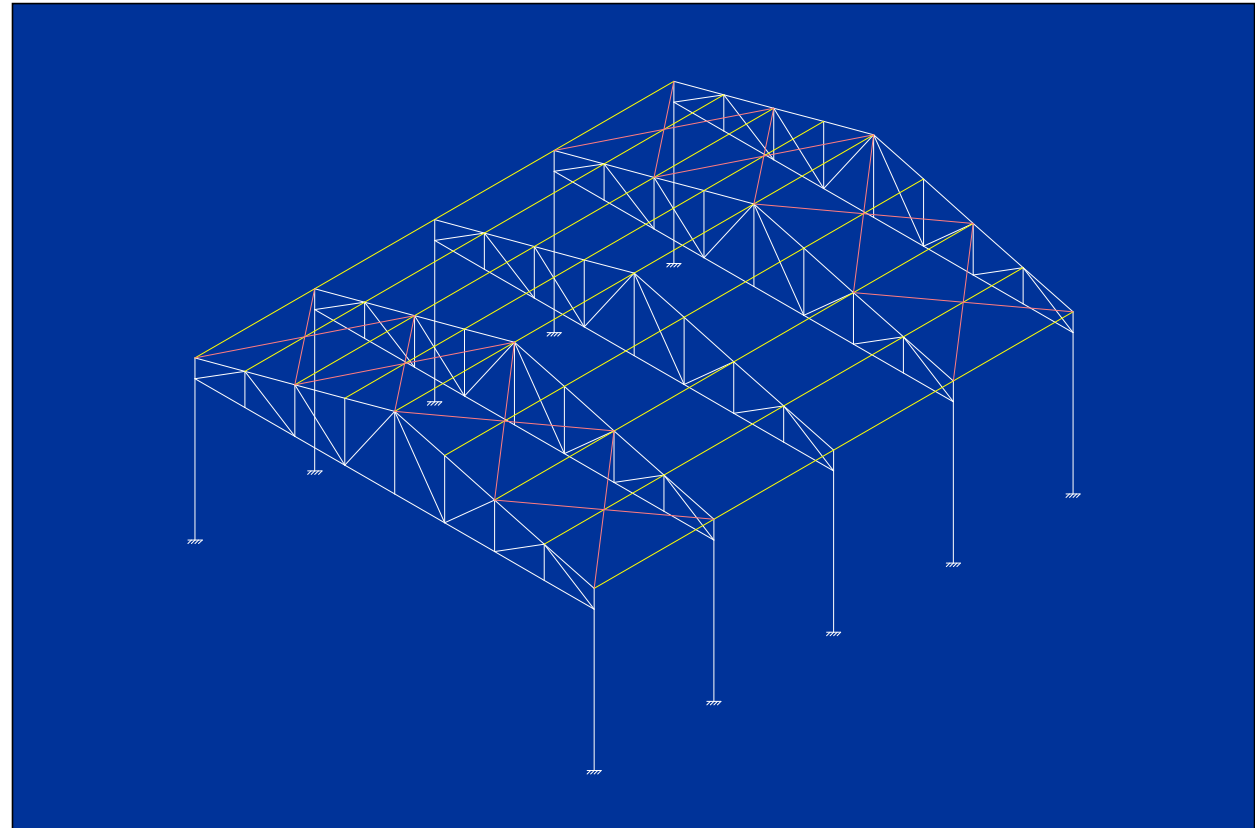
APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



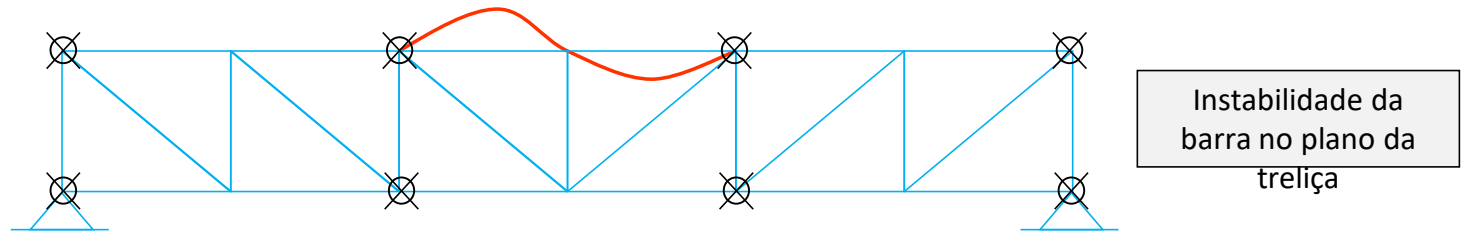
APROFUNDANDO A DISCUSSÃO




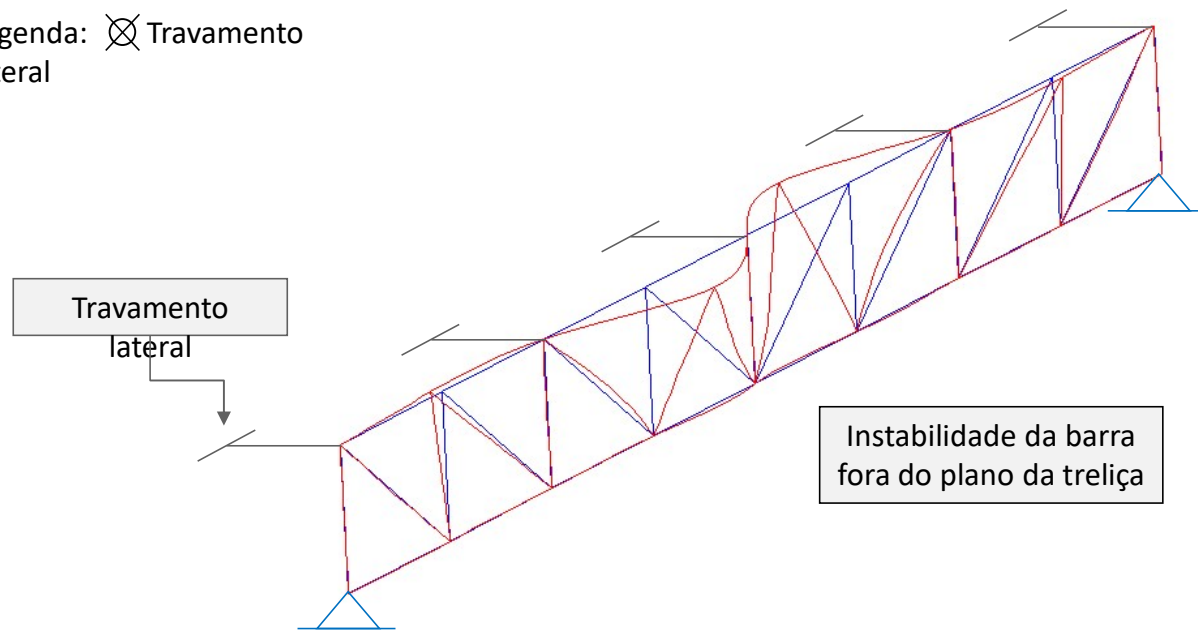
APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



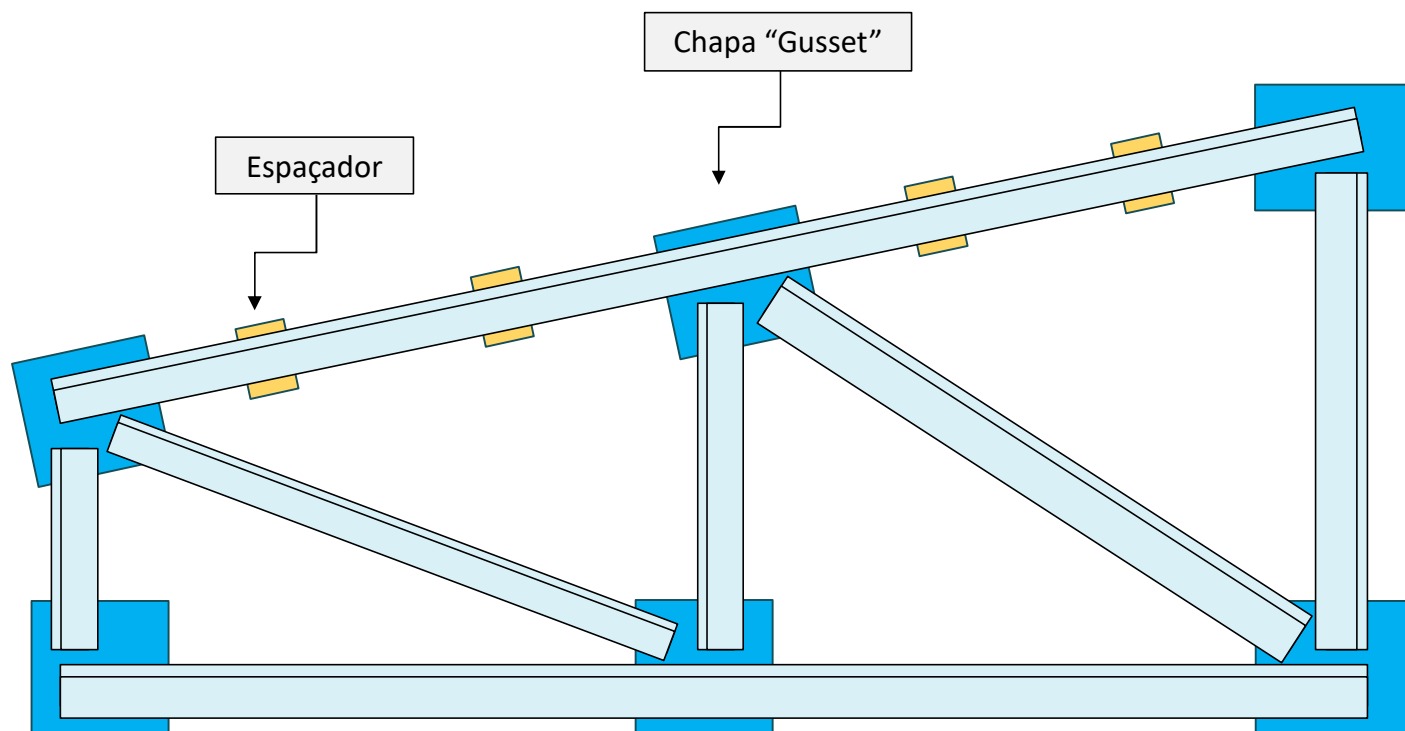
APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



Legenda:  Travamento lateral



APROFUNDANDO A DISCUSSÃO



8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2024). **NBR 8800 – Projeto de estrutura de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, RJ.
- [2] CHODRAUI, G, M. B. (2006). **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, EESC/USP. São Carlos, SP.
- [3] DIAS, L. A. M. (1997). **Estruturas de aço: conceitos, técnica e linguagem**. Zigurate editora.
- [4] GERE, J.M.; GOODNO, B.J. (2017). **Mecânica dos materiais**. Cengage Learning.
- [5] PFEIL, W.; PFEIL, M. (2009). **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. LTC editora.
- [6] Imagens de colapso em barras de aço submetidas à compressão axial. [s.d.]. Fotografia. Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Acervo Técnico Fotográfico.