

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto

LEONARDO BACCO STEIN

PRODUTO EDUCACIONAL: O JOGO “BATALHA DO MDC”

São José do Rio Preto

2026





Esta obra é licenciada sob uma licença **Creative Commons Atribuição (CC BY 4.0)**. Esta licença permite a cópia e redistribuição do material, em qualquer suporte ou formato, bem como sua tradução, adaptação e outras modificações, para qualquer fim, mesmo que comercial, desde que o crédito seja atribuído ao autor e que as alterações, se houver, sejam informadas. Os termos da licença são detalhados em <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.pt>.

STEIN, Leonardo Bacco. Uso do jogo "Batalha do MDC" na perspectiva da Resolução de Problemas como recurso para o ensino do máximo divisor comum. 2026. 77 p. Dissertação (mestrado profissional) - **Universidade Estadual Paulista (UNESP)**, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, 2026.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas

Stein, Leonardo Bacco

Produto educacional: o jogo "Batalha do MDC" [recurso eletrônico] / Leonardo Bacco Stein. — São José do Rio Preto, 2026.

27 p. ; PDF

Recurso educacional derivado de dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Orientado por Evelin Meneguesso Barbaresco.

1. Matemática 2. Jogos no ensino de matemática 3. Resolução de problemas

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	2
2 PÚBLICO-ALVO	2
3 OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	3
4 MATERIAIS NECESSÁRIOS	3
5 DURAÇÃO ESTIMADA	4
6 DESCRIÇÃO DO JOGO	4
7 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O TRABALHO COM O JOGO “BATALHA DO MDC”	6
7.1 PRIMEIRO ENCONTRO: COMPREENSÃO DAS REGRAS E EXECUÇÃO DO JOGO	6
7.2 SEGUNDO ENCONTRO: QUESTIONAMENTOS PARA EXPLORAÇÃO DO CONTEÚDO.....	7
7.3 TERCEIRO ENCONTRO: FORMALIZAÇÃO DO CONCEITO	8
8 RELATO DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE.....	11
8.1 PRIMEIRO ENCONTRO.....	11
8.2 SEGUNDO ENCONTRO.....	15
8.3 TERCEIRO ENCONTRO	20
APÊNDICE A – REGRAS DO JOGO.....	23
APÊNDICE B – MATERIAIS DO JOGO	24
APÊNDICE C – QUESTIONAMENTOS	27

1 INTRODUÇÃO

Este material é dedicado à descrição do produto educacional desenvolvido junto à dissertação intitulada “Uso do jogo ‘Batalha do MDC’ na perspectiva da resolução de problemas como recurso para o ensino do máximo divisor comum”.

A experiência em sala de aula frequentemente revela que os alunos enfrentam dificuldades significativas na compreensão do máximo divisor comum (MDC), muitas vezes o confundindo com outros conceitos ou aplicando algoritmos de forma mecânica, sem uma compreensão conceitual sólida. A memorização de procedimentos, desvinculada de um entendimento significativo, pode levar à desmotivação e à percepção da matemática como uma disciplina abstrata e desinteressante.

Diante desses desafios, e reconhecendo a importância de abordagens pedagógicas que promovam a construção ativa do conhecimento, propomos o jogo “Batalha do MDC” como um recurso didático alternativo sob a perspectiva da metodologia de Resolução de Problemas. Este jogo é uma proposta autoral, concebida e desenvolvida pelo autor, com o objetivo de transformar o processo de aprendizagem do MDC em uma experiência interativa e colaborativa, estimulando a argumentação, a tomada de decisões e a construção coletiva de estratégias entre os alunos. Acreditamos que, ao engajar os estudantes em um contexto de jogo, é possível promover uma aprendizagem mais significativa e duradoura, onde o conceito do MDC é apresentado através da exploração.

O presente produto educacional visa oferecer um guia detalhado para os professores dos anos finais do Ensino Fundamental que desejam replicar o jogo “Batalha do MDC” em suas salas de aulas. Estruturado como uma sequência didática, este material detalha o passo a passo para a implementação do jogo, desde a organização inicial até a formalização do conceito matemático. Nosso objetivo é inspirar outros educadores a adaptarem e aperfeiçoarem essa proposta em seus próprios contextos, fortalecendo metodologias que estimulem a participação ativa dos estudantes, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

2 PÚBLICO-ALVO

Este material destina-se aos professores dos anos finais do Ensino Fundamental, sobretudo aos que lecionam para turmas de 6º e 7º ano.

3 OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao final desta sequência didática, é esperado que os alunos sejam capazes de:

- Compreender o conceito do máximo divisor comum (MDC) por meio de uma abordagem prática e investigativa.
- Desenvolver habilidades de raciocínio lógico, argumentação e tomada de decisão em grupo.
- Calcular o MDC entre dois números naturais.

4 MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para a aplicação do jogo “Batalha do MDC”, serão necessários os seguintes materiais:

- Tabuleiro quadriculado 8x8
- 60 peças de duas cores diferentes (30 de cada cor)
- Tabela de registros
- Dois dados, sendo um tradicional de seis faces (numeradas de 1 a 6) e o outro com cinco faces numeradas de 1 a 5 e a sexta face contendo um símbolo.

Figura 1 – Materiais do jogo



Fonte: Elaborado pelo autor

Observação: Todos os materiais confeccionados estão disponíveis para download através deste [link](#).

5 DURAÇÃO ESTIMADA

A sequência didática está organizada em três encontros, cada um com duração de 2 aulas, totalizando 6 aulas.

6 DESCRIÇÃO DO JOGO

O jogo “Batalha do MDC” é uma atividade que permite ao aluno explorar o conceito do máximo divisor comum (MDC) de forma prática. O princípio do jogo baseia-se na propriedade de que o MDC de dois números pode ser determinado por meio de subtrações sucessivas. Ilustrando, supondo $a \leq b$, $mdc(a, b) = mdc(a, b - a)$.

As equipes, compostas por dois integrantes, lançam os dados para determinar a quantidade de peças a serem dispostas no tabuleiro e, em seguida, batalham para capturar as peças do adversário, seguindo as regras descritas a seguir. O objetivo é capturar todas as peças do oponente, restando algumas de suas próprias peças no tabuleiro.

Regras do Jogo

1. As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.
2. A equipe que iniciar o jogo escolhe a cor das suas peças e faz o lançamento dos dois dados (se no lançamento do dado que contém 5 números sair a face contendo o símbolo, esse dado deverá ser lançado novamente). O produto obtido na multiplicação dos números resultantes do lançamento dos dados será a quantidade de peças que a equipe irá dispor no tabuleiro.
3. Em seguida, a outra equipe lança os dois dados e dispõe no tabuleiro a quantidade de peças igual ao produto obtido na multiplicação dos números que saíram nos dados.
4. Cada equipe deve anotar na tabela de registros o número de peças que irá dispor no tabuleiro.
5. As equipes devem posicionar suas peças aleatoriamente sobre as casas vazias do tabuleiro.
6. A partir de agora começa a batalha. A equipe que tivera menor quantidade de peças inicia, avançando todas as suas peças sobre as do adversário. Para isso, deve capturar do tabuleiro as peças do adversário e colocar suas peças na mesma posição. Caso as duas equipes obtenham o mesmo produto no lançamento dos dados, a equipe que iniciou o jogo deve iniciar também a batalha.

7. *Esse processo deve ser repetido enquanto a quantidade de peças da equipe da vez for menor ou igual a quantidade de peças da equipe adversária.*
8. *Quando o número de peças da equipe da vez ficar maior que da equipe adversária, a equipe passa a vez.*
9. *A equipe da vez deve repetir os passos 6, 7 e 8 até que uma das equipes consiga capturar todas as peças da equipe adversária.*
10. *Vence a rodada a equipe que conseguir capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. Essa quantidade de peças restantes no tabuleiro deve ser registrada na tabela, juntamente com a equipe vencedora da rodada.*
11. *Ganha o jogo a equipe que vencer a melhor de três rodadas.*


Figura 2 – Regras do jogo entregue aos alunos


REGRAS

MATERIAL: Tabuleiro quadriculado 8x8; 60 peças de duas cores diferentes, sendo 30 de cada cor; tabela de registros e dois dados de 6 faces, sendo um deles com as faces numeradas de 1 a 6 e outro com as faces numeradas de 1 a 5 e uma das faces contendo um símbolo qualquer.

PARTICIPANTES: Duas equipes, que alternam as jogadas.

OBJETIVO: Capturar todas as peças do adversário.





<p>01 As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.</p> <p>02 A equipe que iniciar o jogo escolhe a cor das suas peças e faz o lançamento dos dois dados (se no lançamento do dado que contém 5 números sair a face contendo o símbolo, esse dado deverá ser lançado novamente). O produto obtido na multiplicação dos números resultantes do lançamento dos dados será a quantidade de peças que a equipe irá dispor no tabuleiro.</p> <p>03 Em seguida, a outra equipe lança os dois dados e dispõe no tabuleiro a quantidade de peças igual ao produto obtido na multiplicação dos números que saíram nos dados.</p> <p>04 Cada equipe deve anotar na tabela de registros o número de peças que irá dispor no tabuleiro.</p> <p>05 As equipes devem posicionar suas peças aleatoriamente sobre as casas vazias do tabuleiro.</p>	<p>06 A partir de agora começa a batalha. A equipe que tiver a menor quantidade de peças inicia, avançando todas as suas peças sobre as do adversário. Para isso, deve capturar do tabuleiro as peças do adversário e colocar suas peças na mesma posição. Caso as duas equipes obtenham o mesmo produto no lançamento dos dados, a equipe que iniciou o jogo deve iniciar também a batalha.</p> <p>07 Esse processo deve ser repetido enquanto a quantidade de peças da equipe da vez for menor ou igual a quantidade de peças da equipe adversária.</p> <p>08 Quando o número de peças da equipe da vez ficar maior que da equipe adversária, a equipe passa a vez.</p> <p>09 A equipe da vez deve repetir os passos 6, 7 e 8 até que uma das equipes consiga capturar todas as peças da equipe adversária.</p> <p>10 Vence a rodada a equipe que conseguir capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. Essa quantidade de peças restantes no tabuleiro deve ser registrada na tabela, juntamente com a equipe vencedora da rodada.</p> <p>11 Ganha o jogo a equipe que vencer a melhor de três rodadas.</p>
--	--

Fonte: Elaborado pelo autor

7 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O TRABALHO COM O JOGO “BATALHA DO MDC”

7.1 Primeiro encontro: compreensão das regras e execução do jogo

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Objetivo: proporcionar a exploração inicial do material do jogo, a compreensão das regras e a aplicação prática do jogo.

Procedimentos:

1. **Organização dos grupos:** organize os alunos em grupos, com duas equipes de dois integrantes cada. Isso favorece a interação e a argumentação.
2. **Leitura das regras:** distribua as regras impressas aos grupos para que cada aluno possa realizar a leitura individual das regras do jogo. Permita que esclareçam as dúvidas entre si e promova uma discussão coletiva, esclarecendo dúvidas e realizando uma leitura em voz alta para garantir o entendimento.
3. **Questionamentos para compreensão das regras:** conduza questionamentos estratégicos para verificar a compreensão das regras. Caso haja respostas incorretas, oriente os alunos a relerem a regra correspondente. Abaixo, seguem os questionamentos sugeridos bem como as respostas esperadas pelos alunos:
 1. Como se define quem inicia o jogo?
R.: As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.
 2. Como as equipes se preparam para iniciar a “batalha”?
R.: Cada equipe faz o lançamento dos dois dados, obtém o produto dos números resultantes desse lançamento e dispõe essa quantidade de peças sobre o tabuleiro.
 3. Como se define quem começa a batalha?
R.: A equipe que tiver a menor quantidade de peças.
 4. Quantas peças do adversário a equipe deve capturar na sua vez?
R.: A mesma quantidade de peças que a equipe da vez possui.
 5. Em que situação a equipe passa a sua vez?
R.: Quando a sua quantidade de peças for maior que a quantidade de peças da equipe adversária.
 6. Quando a rodada termina?
R.: Quando uma das equipes consegue capturar todas as peças da equipe adversária.
 7. Quem vence a rodada?
R.: A equipe que terminar com alguma quantidade de peças sobre o tabuleiro.
 8. Quem vence o jogo?
R.: A equipe que vencer a melhor de três rodadas.

4. **Início do Jogo:** após a compreensão das regras, as equipes podem iniciar o jogo de forma autônoma, realizando até três rodadas por disputa. Os resultados devem ser registrados na tabela fornecida.
5. **Papel do professor:** durante as partidas, o professor deve circular pela sala, observando as estratégias e intervindo apenas quando necessário, com questionamentos que estimulem a reflexão. Promova trocas entre as equipes para compartilhamento de observações.
6. **Coleta de materiais:** ao término da atividade, recolha todos os materiais, incluindo as tabelas de registros, que serão utilizadas no próximo encontro.

7.2 Segundo encontro: questionamentos para exploração do conteúdo

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Objetivo: explorar o conteúdo a partir da discussão coletiva dos resultados, promovendo a reflexão sobre as estratégias e os conceitos utilizados.

Procedimentos:

1. **Discussão Coletiva:** inicie o encontro com uma discussão coletiva dos resultados obtidos no primeiro encontro. Projete uma tabela de registros em branco e preencha-a com exemplos selecionados das rodadas dos grupos.
2. **Questionamentos para exploração do conteúdo:** proponha questionamentos orientadores para estimular a reflexão e o debate. Abaixo estão os questionamentos sugeridos e as respostas esperadas.
 1. Quem tem mais peças sempre ganha?
R.: Não necessariamente. Ter mais peças não garante a vitória.
 2. É possível iniciar o jogo com zero peças?
R.: Pelas regras não, pois não é possível obter zero na multiplicação dos números dos dados.
 3. O que aconteceria se alguma equipe iniciasse o jogo com zero peças?
R.: A batalha nem seria iniciada, pois só haveria peças no tabuleiro de uma das equipes, sendo esta a equipe vencedora.
 4. Quantas peças restam no tabuleiro quando os dois números iniciais são pares?
R.: É sempre uma quantidade par de peças.
 5. Quantas peças restam no tabuleiro quando um dos números é múltiplo do outro?

R.: Sobra no tabuleiro a quantidade de peças igual ao menor dos dois números, ou seja, o número que é divisor do outro.

6. Quantas peças restam no tabuleiro se as duas equipes iniciarem com a mesma quantidade de peças?

R: Sobram todas as peças da equipe que iniciou a batalha.

7. Se uma das equipes iniciar a rodada com 5 peças e a outra com 10 peças, qual será a quantidade de peças que irá restar no tabuleiro?

R: Irá sobrar 5 peças, ou seja, o maior divisor entre 5 e 10.

8. Se uma das equipes iniciar a rodada com 15 peças e a outra com 18 peças, qual será a quantidade de peças que irá restar no tabuleiro?

R: Irá sobrar 3 peças, que é o maior divisor entre 15 e 18.

9. Qual a relação existente entre a quantidade de peças que resta no tabuleiro e os dois números iniciais?

R: A quantidade de peças que sobra no tabuleiro é sempre o maior divisor de ambos os números.

- 3. Papel do professor:** conduza a discussão gradualmente, incentivando os alunos a testar hipóteses e a justificar suas respostas. Proponha novas simulações com valores diferentes se surgirem respostas incorretas. Destaque relações específicas, como quando os números iniciais são múltiplos entre si.
- 4. Análise de situações particulares:** para combinações específicas (ex: 5 e 10, 15 e 18), oriente a análise para que os alunos percebam que a quantidade de peças restantes corresponde ao máximo divisor comum (MDC) entre os dois números iniciais. Sugira listar divisores para facilitar a compreensão.
- 5. Desafio:** proponha um desafio investigativo para o fechamento, convidando os alunos a refletir sobre estratégias que garantam a vitória no jogo, considerando o que foi aprendido.

7.3 Terceiro encontro: Formalização do conceito

Duração: 2 aulas de 50 minutos


Objetivo: sistematizar os conhecimentos construídos e promover a consolidação do aprendizado do conceito de MDC.

Procedimentos:

- 1. Retomada:** organize novamente as equipes e retome as descobertas do encontro anterior propondo um novo desafio, incentivando a formulação de novas estratégias para a vitória.
- 2. Atualização das regras:** apresente uma nova versão das regras do jogo, alterando o item 3. Agora, a segunda equipe tem a possibilidade de escolher a quantidade de peças a partir do número obtido pela primeira equipe.

Figura 3 – Atualização das regras do jogo

REGRAS





MATERIAL: Tabuleiro quadriculado 8x8; 60 peças de duas cores diferentes, sendo 30 de cada cor; tabela de registros e dois dados de 6 faces, sendo um deles com as faces numeradas de 1 a 6 e outro com as faces numeradas de 1 a 5 e uma das faces contendo um símbolo qualquer.

PARTICIPANTES: Duas equipes, que alternam as jogadas.

OBJETIVO: Capturar todas as peças do adversário.

01 As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.

02 A equipe que iniciar o jogo escolhe a cor das suas peças e faz o lançamento dos dois dados (se no lançamento do dado que contém 5 números sair a face contendo o símbolo, esse dado deverá ser lançado novamente). O produto obtido na multiplicação dos números resultantes do lançamento dos dados será a quantidade de peças que a equipe irá dispor no tabuleiro.

03 Em seguida, a outra equipe pode escolher a quantidade de peças que irá dispor no tabuleiro.

04 Cada equipe deve anotar na tabela de registros o número de peças que irá dispor no tabuleiro.

05 As equipes devem posicionar suas peças aleatoriamente sobre as casas vazias do tabuleiro.

06 A partir de agora começa a batalha. A equipe que tiver a menor quantidade de peças inicia, avançando todas as suas peças sobre as do adversário. Para isso, deve capturar do tabuleiro as peças do adversário e colocar suas peças na mesma posição. Caso as duas equipes obtenham o mesmo produto no lançamento dos dados, a equipe que iniciou o jogo deve iniciar também a batalha.

07 Esse processo deve ser repetido enquanto a quantidade de peças da equipe da vez for menor ou igual a quantidade de peças da equipe adversária.

08 Quando o número de peças da equipe da vez ficar maior que da equipe adversária, a equipe passa a vez.

09 A equipe da vez deve repetir os passos 6, 7 e 8 até que uma das equipes consiga capturar todas as peças da equipe adversária.

10 Vence a rodada a equipe que conseguir capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. Essa quantidade de peças restantes no tabuleiro deve ser registrada na tabela, juntamente com a equipe vencedora da rodada.

11 Ganha o jogo a equipe que vencer a melhor de três rodadas.

Fonte: Elaborado pelo autor

- 3. Exploração de estratégias:** ouça as hipóteses dos alunos. Se necessário, proponha um questionamento: "O que aconteceria se a segunda equipe escolhesse um número que fosse um múltiplo do número escolhido pela primeira equipe, acrescido de uma unidade?"
- 4. Simulação de jogadas:** oriente as equipes a simular novas rodadas com essa estratégia. Espera-se que percebam que essa escolha garante a vitória, pois, quando os números

iniciais são consecutivos (um múltiplo mais um do outro), o resultado final é sempre uma peça restante no tabuleiro.

- 5. Formalização do MDC:** conduza os alunos à formalização do conceito do máximo divisor comum, destacando que a quantidade de peças que resta no tabuleiro é exatamente o maior divisor entre os dois valores iniciais. Projete novamente a tabela de registros e introduza a notação do MDC para os valores obtidos durante as partidas.

Por exemplo, se em uma das situações registradas na tabela uma das equipes iniciou a batalha com 8 peças e a outra com 6, naturalmente restaram peças no tabuleiro ao fim da rodada. Logo, é recomendado que se utilize a notação $mdc(8,6) = 2$.

- 6. Sistematização:** Sistematize as principais observações em linguagem acessível aos alunos, conectando as experiências do jogo com a definição formal do MDC, como o que segue abaixo:

- a. O MDC entre qualquer número e zero é o próprio número;
- b. O MDC entre qualquer número e um é sempre um;
- c. O MDC entre dois números consecutivos é sempre um;
- d. O MDC entre dois números múltiplos entre si é o menor deles;
- e. O MDC entre um número e ele mesmo é o próprio número.

Em seguida, recomenda-se que o professor proponha algumas situações para ilustrar o processo de determinação do MDC a partir do contexto do jogo. Por exemplo, para calcular o máximo divisor comum entre os números 4 e 10, o professor pode relacionar os valores iniciais à quantidade de peças de cada uma das equipes disputando a batalha. Então, naturalmente, a equipe com 4 peças inicia, já que possui a menor quantidade, deixando a outra equipe com 6 peças.

Para melhor ilustrar a situação, é recomendado utilizar a notação do máximo divisor comum adotada anteriormente e escrever a igualdade

$$mdc(4,10) = mdc(4,6)$$

Agora, a equipe com 4 peças pode novamente capturar 4 peças da equipe adversária, que passa a contar com 2 peças sob o tabuleiro.

$$mdc(4,10) = mdc(4,6) = mdc(4,2).$$

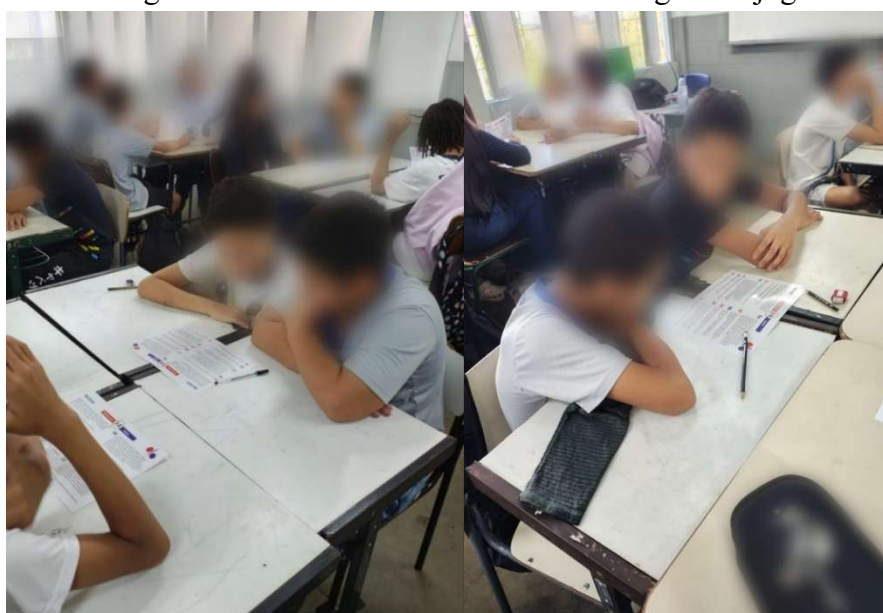
8 RELATO DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade foi desenvolvida com alunos de duas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal, nas quais o autor atuou como docente durante o ano letivo

8.1 Primeiro encontro

Inicialmente, os alunos foram divididos em equipes formadas por dois integrantes e, posteriormente, foram organizados grupos compostos por duas equipes que competiriam entre si. Os alunos receberam as regras impressas, de modo que pudessem realizar a leitura e discutir as possíveis dúvidas, como ilustrado na Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Alunos fazendo a leitura das regras do jogo



Fonte: Arquivo pessoal do autor

Também foi mostrado para os alunos os materiais do jogo, de forma coletiva, conforme eram descritos nas regras. Esse momento mostrou-se fundamental, pois, na ansiedade de começar o jogo, muitos tendem a se concentrar apenas na ordem em que as regras estão descritas sem compreender plenamente o jogo de modo geral.

Durante a leitura das regras, os alunos levantaram dúvidas principalmente sobre quando uma equipe deveria passar a vez. Foi necessário explicar detalhadamente que isso só ocorria quando a equipe adversária possuísse menos peças, já que a regra permitia continuar jogando

enquanto uma equipe tivesse quantidade de peças menor ou igual que a outra. Após esse momento de esclarecimento, realizamos uma série de questionamentos para verificar a compreensão das regras, e a grande maioria conseguiu responder corretamente.

Para a primeira pergunta, sobre quem inicia o jogo, um grupo respondeu que quem iniciaria seria aquela equipe que tirasse o maior número no lançamento do dado enquanto os outros grupos responderam que se definiria no par ou ímpar. Diante da divergência das respostas obtidas, foi esclarecido que aquele grupo decidiu iniciar a jogada fazendo o lançamento de um dado, pois o par ou ímpar não era obrigatório.

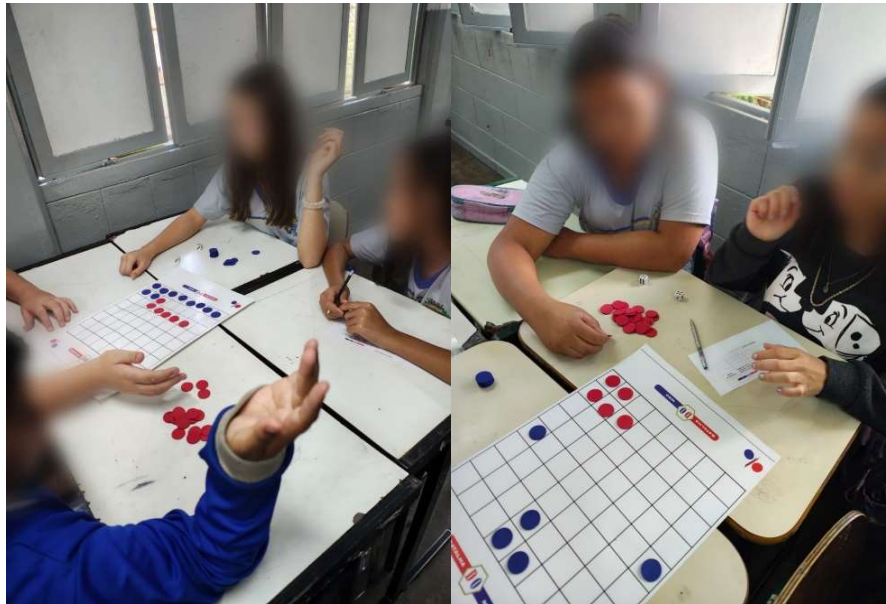
Outro momento que deve ser levado em consideração foi relacionado ao terceiro questionamento, sobre como se define quem iniciaria a batalha. A grande maioria dos alunos respondeu, imediatamente, que a equipe que venceu o par ou ímpar era quem iniciaria. Então, pudemos notar que a sutileza entre o início do jogo e o início da batalha não havia sido percebida pela maioria dos alunos. Nesse momento, houve uma intervenção para esclarecer a diferença entre cada um desses momentos do jogo.

Como houve dúvidas no momento da leitura das regras sobre passar a vez, os alunos foram questionados novamente para verificar a compreensão, destacando a grande importância desse momento do jogo. Para um grupo de alunos em específico isso ainda não estava claro o bastante, e os mesmos responderam que “uma equipe passa a vez quando pegar todas as peças do adversário”. Então, para que não houvessem mais dúvidas quanto ao momento de passar a vez, foi feita uma representação do tabuleiro no quadro para simular uma situação de jogo.

Após essa explicação, finalmente foi compreendido que a equipe passa a vez somente quando ficar com mais peças do que a equipe adversária. Dúvidas adicionais, inclusive algumas que já tinham sido esclarecidas anteriormente, foram sanadas por meio de situações hipotéticas, construídas coletivamente, e por meio de consulta às regras.

Em seguida, cada equipe recebeu o restante do material: tabuleiro, peças e a tabela de registros. Alguns grupos solicitaram uma rodada-teste sob supervisão do professor, enquanto outros, mais confiantes, iniciaram o jogo de imediato. O professor circulou pela sala durante o desenvolvimento do jogo, acompanhando os grupos, observando como os alunos lidavam com o desafio e intervindo apenas quando necessário. Na Figura 5, é possível observar os alunos jogando o jogo, enquanto o professor circula pela sala, acompanhando o desenvolvimento das rodadas.

Figura 5 – Alunos interagindo durante a execução do jogo



Fonte: Arquivo pessoal do autor

Um ponto interessante a observar foi a atenção inicial dos alunos em relação a quais peças deveriam ser retiradas, ainda que já tivesse sido discutido que a disposição das peças no tabuleiro deveria ser feita de forma aleatória. Com o avanço da atividade, compreenderam que o aspecto relevante não era a posição das peças, mas sim a quantidade. A presença de dois integrantes em cada equipe também colaborou para a garantia da correta execução dos movimentos, permitindo que um aluno acompanhasse e conferisse as retiradas realizadas pelo adversário, assegurando assim a fidelidade às regras do jogo.

As disputas foram organizadas em até três rodadas, sendo considerada vencedora a equipe que obtivesse vantagem em duas delas, e rapidamente os alunos perceberam que, no momento em que sobrava apenas uma peça em uma das equipes, esta automaticamente se tornava vencedora, já que conseguiria capturar todas as peças adversárias com essa única peça, conforme ilustrado na Figura 6 a seguir. Essa observação levou vários grupos a chamar o professor para validar sua conjectura, sendo incentivados a testá-la repetidamente até consolidar a conclusão.

Figura 6 – Alunos observando situação particular do jogo



Fonte: Arquivo pessoal do autor

Outra percepção que os alunos tiveram foi a de que, quando ambas as equipes iniciavam a batalha com a mesma quantidade de peças, a equipe que começava a rodada sempre vencia, pois poderia capturar todas as peças do adversário em uma única jogada. Os alunos relataram, com suas próprias palavras, que nesse caso particular, “quem coloca as peças no tabuleiro primeiro ganha e também fica com todas (as peças) no tabuleiro”.

Inicialmente, o professor não confirmou essa observação. Os alunos foram incentivados a testá-la em mais rodadas para validar essas constatações e sempre eram questionados pelo professor se o que haviam percebido estava sendo comprovado.

Em uma das turmas, surgiu uma situação particular: um dos grupos obteve números múltiplos entre si no lançamento dos dados de todas as rodadas, o que levava à vitória a equipe que começava com menos peças. Intuitivamente, observaram que “quem tem menos sempre ganha”.

O professor aproveitou a oportunidade para explicar que isso acontecia porque os números obtidos por eles eram números bem peculiares e foi rapidamente interrompido por um aluno que disse: “são múltiplos”. Então, o grupo foi desafiado a jogar novamente para verificar se a quantidade inicial de peças pode determinar o vencedor. Já na primeira rodada, as equipes obtiveram os números 8 e 9, que são consecutivos, e a equipe com maior número de peças venceu, contrariando a hipótese inicial. A experiência foi recebida com entusiasmo, e mesmo

após o término das três rodadas previstas, os alunos desejaram continuar jogando, investigando quais condições poderiam garantir a vitória, além da situação já consolidada de quando se iniciava com apenas uma peça. As equipes seguiram disputando outras rodadas até o fim do período de aulas, quando se deu o fim da atividade. Os materiais do jogo foram recolhidos juntamente com as tabelas de registros preenchidas para que fosse feita a exploração do conceito do máximo divisor comum, como ilustrado na Figura 7 abaixo.

Figura 7 – Aluna preenchendo a Tabela de Registros



Fonte: Arquivo pessoal do autor

8.2 Segundo encontro

Nas duas aulas do dia seguinte foi realizada uma discussão coletiva sobre as observações que tiveram acerca do jogo. Para orientar a discussão, foram feitos alguns questionamentos para exploração do conteúdo juntamente com a projeção no quadro da tabela de registros, que foi preenchida com algumas situações vivenciadas pelos grupos, para ilustrar o que se queria validar.

Em relação ao primeiro questionamento, sobre a equipe vencedora ser a que possui mais peças, quase todas as equipes observaram situações em suas rodadas que respondiam corretamente a essa pergunta. Então, para que não houvesse dúvidas de que iniciar a rodada com mais peças não garante a vitória, foi utilizado o projetor para exibir a tabela de registros

que foi preenchida com alguns exemplos das rodadas disputadas pelas equipes, como na Figura 8 a seguir.

Figura 8 – Projeção da Tabela de Registros

Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1	5	12	1	Vermelha
2	25	6	1	Vermelha
3	8	12	4	Azul

VENCEDOR EQUIPE Vermelha

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Destacar essa questão mostrou-se importante, pois, intuitivamente, os participantes tendem a acreditar que iniciar a partida com mais peças representa uma vantagem, considerando que o objetivo do jogo é capturar todas as peças do adversário.

Ao serem questionados sobre a possibilidade de iniciar o jogo com zero peças, os alunos afirmaram de forma categórica que isso não seria possível, justificando que o número zero não poderia ser obtido na multiplicação dos valores sorteados nos dados. Então, foi feito o terceiro questionamento, que considera a situação hipotética de se iniciar a rodada com zero peças.

Inicialmente, os alunos demonstraram estranhamento e não conseguiram deduzir o que deveria ser feito nesse caso. Para auxiliá-los na reflexão, o professor releu a regra 10, que estabelece que a equipe vencedora será aquela que capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. A partir dessa releitura, os alunos concluíram que a batalha não seria iniciada, uma vez que apenas uma das equipes teria peças no tabuleiro, sendo, portanto, declarada vencedora.

No momento do quarto questionamento, que trata da quantidade de peças restantes quando os dois valores iniciais são pares, o professor apresentou algumas jogadas realizadas pelas equipes cujos números iniciais atendiam a essa condição, registrando-as na tabela

projetada no quadro. Coincidentemente, os resultados observados terminavam com duas peças restantes no tabuleiro. Diante disso, os alunos foram levados a concluir, de forma equivocada, que sempre restariam duas peças quando ambos os números iniciais fossem pares. A Figura 9 a seguir ilustra essa situação.

Figura 9 – Projeção da Tabela de Registros com números iniciais pares

Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1	8	10	2	Azul
2	6	4	2	Vermelha
3	10	12	2	Azul

VENCEDOR: EQUIPE Azul

Fonte: Arquivo pessoal do autor

A fim de esclarecer o equívoco, o professor sugeriu novas combinações numéricas, e os alunos realizaram a simulação das jogadas. Primeiramente, consideraram a situação em que uma equipe possuía 4 peças e a outra, 12, observando que, nesse caso, restariam 4 peças no tabuleiro, contrariando a hipótese anterior. Em seguida, simularam uma nova configuração com 6 e 24 peças, percebendo novamente que o resultado não correspondia a duas peças, mas que o número de peças restantes se mantinha par. A partir dessas observações, os alunos reformularam sua conclusão, compreendendo que, quando ambos os números iniciais são pares, o número de peças que permanecem no tabuleiro também é par, embora não necessariamente igual a dois.

Aproveitando os dois exemplos que já estavam registrados no quadro, o professor apresentou o quinto questionamento: “*Quantas peças restam no tabuleiro quando um dos números é múltiplo do outro?*”. Rapidamente, a equipe que havia identificado esse padrão durante as jogadas respondeu que, nesses casos, sempre restaria no tabuleiro o número de peças

correspondente ao menor dos dois números iniciais. Esta situação está ilustrada na Figura 10 a seguir.

Figura 10 – Projeção da Tabela de Registros com números iniciais múltiplos entre si

Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1	4	12	4	Vermelha
2	6	24	6	Vermelha
3				

VENCEDOR: EQUIPE Vermelha

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Para que os demais alunos se convencessem dessa relação, o professor sugeriu a realização de novas simulações. A repetição das jogadas confirmou a regularidade observada, fortalecendo a compreensão de que, quando um número é múltiplo do outro, o número de peças restantes ao final da rodada corresponde ao menor valor entre eles.

Quando questionados sobre quantas peças permaneceriam no tabuleiro caso as duas equipes iniciassem com a mesma quantidade de peças, os alunos responderam prontamente que sobrariam todas as peças da equipe que iniciou a jogada. Essa resposta foi imediata, pois algumas equipes já haviam percebido esse fato durante as partidas anteriores. Assim, concluiu-se que, quando os dois números iniciais são iguais, a quantidade de peças restantes corresponde ao próprio número, e o vencedor será aquele que conseguir dispor suas peças primeiro sobre o tabuleiro.

Os questionamentos 7 e 8 fazem referência a novas combinações de valores iniciais que os alunos foram incentivados a testar. As duplas de números escolhidas, 5 e 10 e 15 e 18, foram selecionadas intencionalmente, de modo a favorecer a percepção de que a quantidade de peças que permanece no tabuleiro ao final da rodada corresponde ao maior divisor comum entre os

dois números. Essa escolha deve-se ao fato de serem números cujos divisores comuns podem ser identificados com relativa facilidade.

Em seguida, foi apresentado o questionamento 9, que trata explicitamente da relação entre os números iniciais e a quantidade de peças restantes no tabuleiro. Inicialmente, os alunos não conseguiram estabelecer tal relação. Para auxiliá-los, o professor propôs que, para cada combinação de números, fossem listados os divisores de ambos, identificados os divisores comuns e, por fim, verificado que o maior entre eles correspondia exatamente ao número de peças restante no tabuleiro, como na Figura 11 abaixo.

Figura 11 – Projeção da Tabela com a lista de divisores de cada valor inicial

Divisores de 5: 1, 5
Divisores de 10: 1, 2, 5, 10

Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1	4	12	4	Vermelha
2	6	24	6	Vermelha
3	5	10	5	Vermelha

VENCEDOR: EQUIPE _____

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Ao final da exploração do conteúdo, foi proposto aos alunos um desafio antes do encerramento do período de aulas. Eles foram convidados a refletir sobre possíveis estratégias que pudessem garantir a vitória no jogo e informados de que, no dia seguinte, haveria uma nova disputa com uma pequena modificação nas regras. A alteração consistia em que, após a primeira equipe realizar o lançamento dos dados e dispor no tabuleiro a quantidade de peças correspondente ao produto dos números obtidos, a segunda equipe poderia escolher quantas peças colocaria, tendo como referência a quantidade da primeira equipe.

8.3 Terceiro encontro

No dia seguinte, na primeira aula, os alunos foram novamente organizados em equipes e receberam o arquivo com as regras atualizadas, contendo a modificação no item 3 das regras.

A partir das experiências anteriores, os estudantes já haviam identificado que a equipe com apenas uma peça sempre seria a vencedora, uma vez que, com essa única peça, era possível capturar todas as peças do adversário. Também recordaram que, nos casos em que os números eram múltiplos entre si, a equipe com menor número de peças sairia vencedora.

Diante disso, o professor lançou um novo desafio, pedindo que pensassem em outras estratégias, além das já conhecidas, que pudessem garantir a vitória. Imediatamente, um dos alunos afirmou que “não poderia pegar um múltiplo da outra equipe”, demonstrando compreensão do conceito anteriormente trabalhado e reconhecendo que, nessa situação, a vantagem seria do oponente.

As equipes buscaram diferentes estratégias para assegurar a vitória, mas inicialmente não obtiveram êxito. Em seguida, o professor interveio retomando o comentário do colega sobre os múltiplos e acrescentando uma nova provocação: “*O que aconteceria se a segunda equipe escolhesse um múltiplo mais um da quantidade do adversário?*”. A partir dessa sugestão, os alunos organizaram novas rodadas seguindo a regra modificada e observaram que, ao adotar essa estratégia, a equipe conseguia, de fato, garantir a vitória.

Para finalizar, o professor apresentou um último questionamento: “*Quantas peças restam no tabuleiro quando os dois números iniciais são consecutivos?*”. Destacou-se, nesse momento, que o fato de os números serem consecutivos implica que um deles é um múltiplo mais um do outro, uma vez que, ao dividir o maior pelo menor, o quociente é igual a 1 e o resto também é 1. Assim, os alunos foram levados a inferir que, nessas situações, sempre restará uma peça no tabuleiro, independentemente dos números escolhidos.

Quando a exploração do conteúdo foi finalizada, os alunos foram conduzidos à formalização do conceito de máximo divisor comum (MDC), compreendendo que, por meio da dinâmica do jogo, seria possível determinar o MDC de quaisquer dois números naturais. O professor, então, projetou novamente a tabela de registros no quadro e, com base nos valores nela registrados, explicitou a notação do máximo divisor comum entre dois números naturais, como mostra a Figura 12 a seguir.

Figura 12 – Projeção da Tabela de Registros com a notação do MDC

TABELA DE REGISTROS				
Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1	5	6	1	Azul
2	4	3	1	Vermelha
3				

$mdc(5,6) = 1$
 $mdc(4,3) = 1$

VENCEDOR: EQUIPE _____

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Em seguida, o professor retomou as discussões e sistematizou os resultados em um conjunto de observações que sintetizavam as propriedades identificadas ao longo das jogadas:

1º) O máximo divisor comum entre qualquer número e zero é o próprio número.

$$mdc(a, 0) = a, \forall a \in \mathbb{N}.$$

2º) O máximo divisor comum entre qualquer número e um é sempre um.

$$mdc(a, 1) = 1, \forall a \in \mathbb{N}.$$

3º) O máximo divisor comum entre dois números consecutivos é sempre um.

$$mdc(a, a + 1) = 1, \forall a \in \mathbb{N}.$$

4º) O máximo divisor comum entre dois números múltiplos entre si é sempre o menor deles.

$$b = a \cdot q; q \in \mathbb{N} \Rightarrow mdc(a, b) = a.$$

5º) O máximo divisor comum entre um número e ele mesmo é o próprio número.

$$mdc(a, a) = a, \forall a \in \mathbb{N}.$$

É importante destacar que a linguagem algébrica não foi apresentada aos alunos do sexto ano; as observações anteriores foram registradas apenas em forma textual, de modo acessível à faixa etária. A partir desse momento, o cálculo do MDC passou a ser explorado de maneira prática, com base nas situações vivenciadas durante o jogo.

Para exemplificar o procedimento, o professor propôs o cálculo do MDC entre dois números quaisquer. O primeiro exemplo, cujos valores foram escolhidos pelos próprios alunos, foi calcular o máximo divisor comum entre os números 6 e 10.

O professor, então, simulou uma situação no contexto do jogo, dizendo: “Imaginem que essa é uma rodada em que uma equipe possui 6 peças e a outra, 10. Qual das equipes vai ser a primeira a jogar? A que possui 6 ou a que possui 10 peças?” Os alunos responderam prontamente: “O 6 começa porque tem menos.”

Em seguida, o professor perguntou: “*Quantas peças vão sobrar para a outra equipe?*”, ao que os alunos responderam: “*Quatro.*”

Dessa forma, o professor registrou no quadro a relação observada:

$$\text{mdc}(6,10) = \text{mdc}(6,4).$$

Repetindo o procedimento, os alunos observaram que, nessa nova situação, a equipe que possuía 4 peças seria a próxima a jogar e retiraria essa mesma quantidade de peças da equipe adversária, que então passaria a ficar com 2 peças. Assim, a sequência de igualdades foi sendo construída no quadro da seguinte forma:

$$\text{mdc}(6,10) = \text{mdc}(6,4) = \text{mdc}(4,2).$$

Nesse momento, o professor retomou a observação de número 4, que tratava do MDC entre dois números múltiplos entre si. Destacou-se que, ao chegar à relação $\text{mdc}(4,2)$, temos exatamente essa situação, pois 4 é múltiplo de 2. Assim, aplicando a conclusão anteriormente estabelecida, os alunos reconheceram que o MDC entre esses dois números seria o menor deles, ou seja, 2.

Com essa análise, os alunos puderam compreender, de maneira intuitiva e contextualizada, o funcionamento do processo de cálculo do máximo divisor comum, percebendo que as etapas sucessivas do jogo reproduzem o raciocínio necessário para sua determinação, ainda que sem o uso formal da linguagem algorítmica.

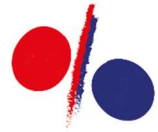
APÊNDICE A – REGRAS DO JOGO

REGRAS

BATALHA

D O

MDC



MATERIAL: Tabuleiro quadriculado 8x8; 60 peças de duas cores diferentes, sendo 30 de cada cor; tabela de registros e dois dados de 6 faces, sendo um deles com as faces numeradas de 1 a 6 e outro com as faces numeradas de 1 a 5 e uma das faces contendo um símbolo qualquer.

PARTICIPANTES: Duas equipes, que alternam as jogadas.

OBJETIVO: Capturar todas as peças do adversário.

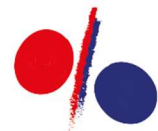
- 01** As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.
- 02** A equipe que iniciar o jogo escolhe a cor das suas peças e faz o lançamento dos dois dados (se no lançamento do dado que contém 5 números sair a face contendo o símbolo, esse dado deverá ser lançado novamente). O produto obtido na multiplicação dos números resultantes do lançamento dos dados será a quantidade de peças que a equipe irá dispor no tabuleiro.
- 03** Em seguida, a outra equipe lança os dois dados e dispõe no tabuleiro a quantidade de peças igual ao produto obtido na multiplicação dos números que saíram nos dados.
- 04** Cada equipe deve anotar na tabela de registros o número de peças que irá dispor no tabuleiro.
- 05** As equipes devem posicionar suas peças aleatoriamente sobre as casas vazias do tabuleiro.
- 06** A partir de agora começa a batalha. A equipe que tiver a menor quantidade de peças inicia, avançando todas as suas peças sobre as do adversário. Para isso, deve capturar do tabuleiro as peças do adversário e colocar suas peças na mesma posição. Caso as duas equipes obtenham o mesmo produto no lançamento dos dados, a equipe que iniciou o jogo deve iniciar também a batalha.
- 07** Esse processo deve ser repetido enquanto a quantidade de peças da equipe da vez for menor ou igual a quantidade de peças da equipe adversária.
- 08** Quando o número de peças da equipe da vez ficar maior que da equipe adversária, a equipe passa a vez.
- 09** A equipe da vez deve repetir os passos 6, 7 e 8 até que uma das equipes consiga capturar todas as peças da equipe adversária.
- 10** Vence a rodada a equipe que conseguir capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. Essa quantidade de peças restantes no tabuleiro deve ser registrada na tabela, juntamente com a equipe vencedora da rodada.
- 11** Ganha o jogo a equipe que vencer a melhor de três rodadas.

REGRAS

BATALHA

D O

MDC



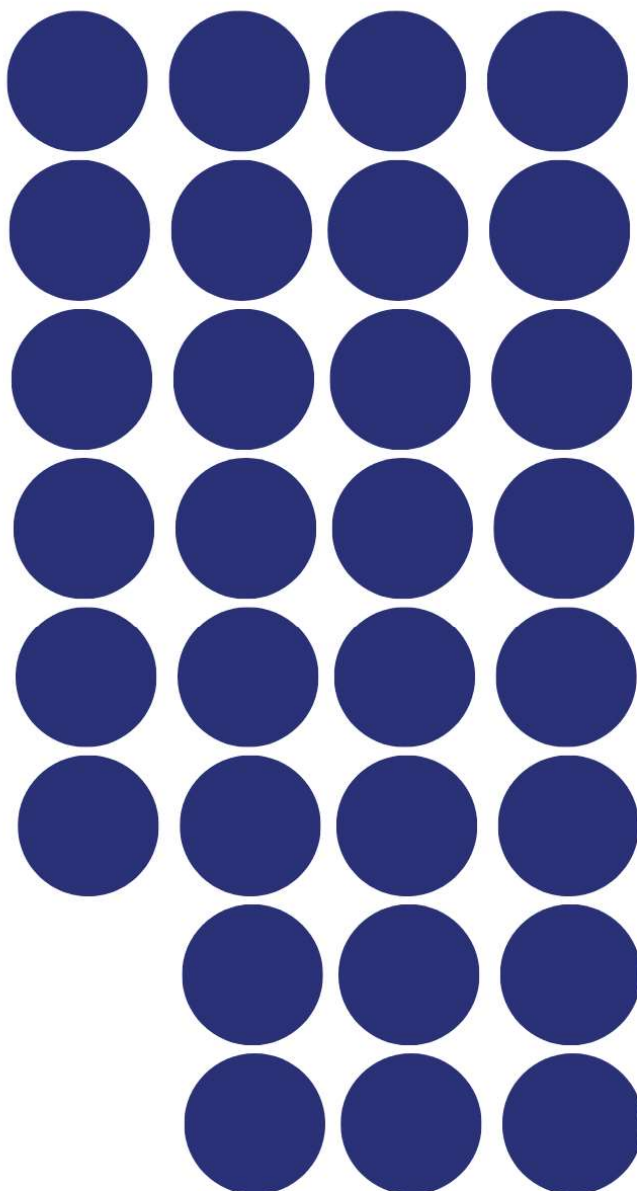
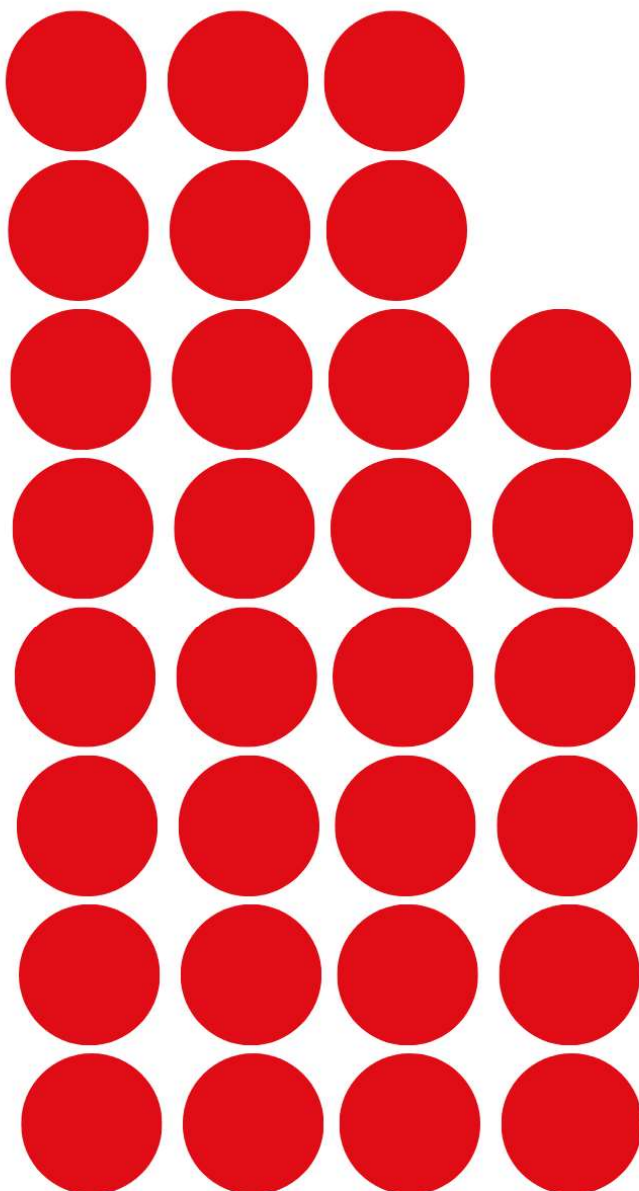
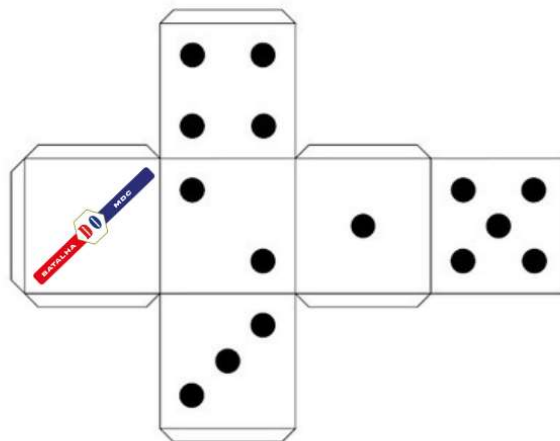
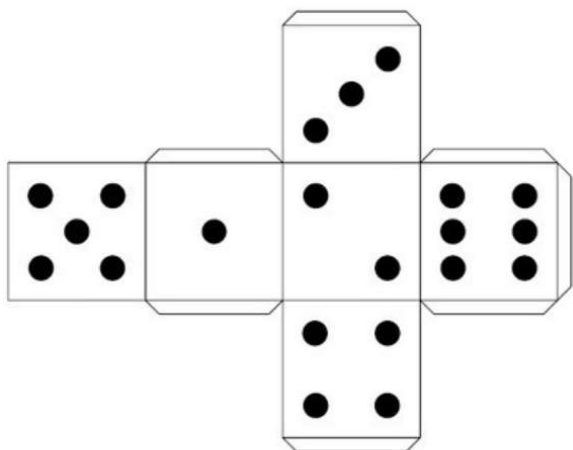
MATERIAL: Tabuleiro quadriculado 8x8; 60 peças de duas cores diferentes, sendo 30 de cada cor; tabela de registros e dois dados de 6 faces, sendo um deles com as faces numeradas de 1 a 6 e outro com as faces numeradas de 1 a 5 e uma das faces contendo um símbolo qualquer.

PARTICIPANTES: Duas equipes, que alternam as jogadas.

OBJETIVO: Capturar todas as peças do adversário.

- 01** As equipes definem quem inicia o jogo, podendo ser no par ou ímpar.
- 02** A equipe que iniciar o jogo escolhe a cor das suas peças e faz o lançamento dos dois dados (se no lançamento do dado que contém 5 números sair a face contendo o símbolo, esse dado deverá ser lançado novamente). O produto obtido na multiplicação dos números resultantes do lançamento dos dados será a quantidade de peças que a equipe irá dispor no tabuleiro.
- 03** Em seguida, a outra equipe pode escolher a quantidade de peças que irá dispor no tabuleiro.
- 04** Cada equipe deve anotar na tabela de registros o número de peças que irá dispor no tabuleiro.
- 05** As equipes devem posicionar suas peças aleatoriamente sobre as casas vazias do tabuleiro.
- 06** A partir de agora começa a batalha. A equipe que tiver a menor quantidade de peças inicia, avançando todas as suas peças sobre as do adversário. Para isso, deve capturar do tabuleiro as peças do adversário e colocar suas peças na mesma posição. Caso as duas equipes obtenham o mesmo produto no lançamento dos dados, a equipe que iniciou o jogo deve iniciar também a batalha.
- 07** Esse processo deve ser repetido enquanto a quantidade de peças da equipe da vez for menor ou igual a quantidade de peças da equipe adversária.
- 08** Quando o número de peças da equipe da vez ficar maior que da equipe adversária, a equipe passa a vez.
- 09** A equipe da vez deve repetir os passos 6, 7 e 8 até que uma das equipes consiga capturar todas as peças da equipe adversária.
- 10** Vence a rodada a equipe que conseguir capturar todas as peças do adversário e ainda possuir peças no tabuleiro. Essa quantidade de peças restantes no tabuleiro deve ser registrada na tabela, juntamente com a equipe vencedora da rodada.
- 11** Ganha o jogo a equipe que vencer a melhor de três rodadas.

APÊNDICE B – MATERIAIS DO JOGO



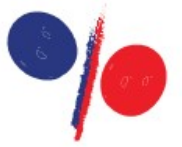





TABELA DE REGISTROS				
Rodada	Número de peças da equipe VERMELHA	Número de peças da equipe AZUL	Número de peças sobre o tabuleiro no final da rodada	Vencedor da rodada
1				
2				
3				

VENCEDOR: EQUIPE _____

APÊNDICE C – QUESTIONAMENTOS

Questionamentos para compreensão das regras

1. *Como se define quem inicia o jogo?*
2. *Como as equipes se preparam para iniciar a batalha?*
3. *Como se define quem começa a batalha?*
4. *Quantas peças do adversário a equipe deve capturar na sua vez?*
5. *Em que situação a equipe passa a vez?*
6. *Quando a rodada termina?*
7. *Quem vence a rodada?*
8. *Quem vence o jogo?*

Questionamentos para exploração do conteúdo

1. *Quem tem mais peças sempre ganha?*
2. *É possível iniciar o jogo com zero peças?*
3. *O que aconteceria se alguma equipe iniciasse o jogo com zero peças?*
4. *Quantas peças restam no tabuleiro quando os dois números iniciais são pares?*
5. *Quantas peças restam no tabuleiro quando um dos números é múltiplo do outro?*
6. *Quantas peças restam no tabuleiro se as duas equipes iniciarem com a mesma quantidade de peças?*
7. *Se uma das equipes iniciar a rodada com 5 peças e a outra com 10 peças, qual será a quantidade de peças que irá restar no tabuleiro?*
8. *Se uma das equipes iniciar a rodada com 15 peças e a outra com 18 peças, qual será a quantidade de peças que irá restar no tabuleiro?*
9. *Qual a relação existente entre a quantidade de peças que resta no tabuleiro e os dois números iniciais?*