



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL**  
**CAMPUS CHAPECÓ**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM**  
**REDE NACIONAL - PROFMAT**

**SAMUEL DA SILVA MARQUES**

**ROBÓTICA EDUCACIONAL E MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA**  
**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EXPLORAR O MOVIMENTO PARABÓLICO NO**  
**ENSINO MÉDIO UTILIZANDO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS**

Orientador(a): Prof. Dr. Milton Kist

**CHAPECÓ - SC**  
**2026**

**Título do produto educacional:** ROBÓTICA EDUCACIONAL E MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EXPLORAR O MOVIMENTO PARABÓLICO NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS

**Título da dissertação:** ROBÓTICA EDUCACIONAL E MODELAGEM MATEMÁTICA: TEORIA E PRÁTICA DESENVOLVIDAS ATRAVÉS DA INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS

Autor(a): SAMUEL DA SILVA MARQUES

Orientador(a): MILTON KIST

## **1. APRESENTAÇÃO**

Caro(a) professor(a),

Este recurso educacional foi desenvolvido no contexto da dissertação de mestrado do autor apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e tem como objetivo oferecer uma proposta didática integrada para o ensino do movimento parabólico no Ensino Médio. A sequência didática aqui apresentada articula robótica educacional, modelagem matemática e a metodologia da Instrução pelos Colegas, buscando promover uma aprendizagem mais ativa, investigativa e significativa.

A proposta parte da constatação de que o ensino de tópicos clássicos da Física, como o lançamento de projéteis, muitas vezes se restringe à aplicação mecânica de fórmulas, dissociada de contextos experimentais e de discussões conceituais mais profundas. Nesse sentido, este material propõe atividades que integram teoria e prática, utilizando um robô didático para realizar lançamentos controlados de projéteis, aliado ao uso de ferramentas digitais de análise e simulação.

O produto foi pensado para professores de Matemática e Física do Ensino Médio que desejam explorar abordagens interdisciplinares, alinhadas às metodologias ativas e ao uso pedagógico de tecnologias educacionais, respeitando as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

## 2. ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

A sequência didática fundamenta-se em três eixos metodológicos principais:

- **Modelagem Matemática**, entendida como um processo de investigação que parte de situações reais para a construção, análise e validação de modelos matemáticos;
- **Robótica Educacional**, utilizada como meio experimental para explorar conceitos físicos e matemáticos associados ao movimento parabólico;
- **Instrução pelos Colegas (Peer Instruction)**, metodologia ativa que privilegia a discussão conceitual entre estudantes, mediada pelo professor.

As atividades foram planejadas para serem desenvolvidas em grupos heterogêneos, favorecendo a troca de ideias, a argumentação e a superação de concepções alternativas. O professor assume o papel de mediador do processo, propondo situações-problema, conduzindo discussões e auxiliando na sistematização dos conceitos.

A proposta combina momentos de:

- exposição dialogada;
- trabalho em grupo;
- experimentação;
- uso de simulações computacionais;
- análise gráfica e interpretação de resultados.

O público-alvo são estudantes do Ensino Médio, podendo a sequência ser adaptada para outros níveis conforme o contexto escolar.

O tempo estimado para aplicação é de aproximadamente 14 aulas de 45 minutos.

### 3. CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional consiste em uma sequência didática estruturada em atividades investigativas, acompanhada de orientações para a programação e utilização de um simulador de alcances de projéteis baseado no arduino.

São utilizados os seguintes recursos didáticos:

- **Materiais concretos:** projéteis leves (bolinha de tênis ou até mesmo de papel), trena ou fita métrica;
- **Dispositivos digitais:** computadores ou notebooks, projetor e smartphone ou tablet;
- **Softwares e aplicativos:**
  - *GeoGebra* (análise gráfica e modelagem);
  - *Plickers* (aplicação de testes conceituais);
  - *Tracker* (videoanálise do movimento);
  - *PhET Colorado* (simulações interativas);
  - *Tinkercad* (visualização e discussão do funcionamento do robô);
- **Materiais escritos:** roteiros de atividades e códigos de programação.

A utilização de cada um dos aplicativos citados é explicada no produto, permitindo que eles possam ser utilizados também individualmente em outras propostas pedagógicas.

O produto foi pensado para aplicação em aulas presenciais, podendo ser parcialmente adaptado para contextos híbridos.

#### 4. ATIVIDADES DE ENSINO

##### ATIVIDADE 1 – Diagnóstico Conceitual Inicial

###### Objetivos:

- Identificar concepções prévias dos estudantes sobre o movimento de projéteis;

###### Materiais:

- Questionário diagnóstico;

**Tempo estimado:** 1 aula.

###### Procedimentos:

1. Aplicar o questionário diagnóstico (**APÊNDICE A**) individualmente;
2. Coletar as respostas e baseado no desempenho de cada estudante, criar grupos heterogêneos de estudantes, mesclando estudantes com melhor e pior desempenho para a próxima atividade;

**OBS:** Não divulgar (ainda) o resultado final do questionário. Isso evita que os estudantes respondam corretamente por simples memorização.

##### ATIVIDADE 2 – Introdução aos conceitos físicos e matemáticos relacionados movimento de projéteis

###### Objetivos:

- Introduzir os principais conceitos físicos e matemáticos relacionados ao movimento de projéteis;

###### Materiais:

- Computador com acesso a *internet*;
- *Smartphone* ou *tablet* com acesso a *internet*;
- Apresentação disponível no link:

 OFICINA ROBÓTICA EDUCACIONAL PROFMAT

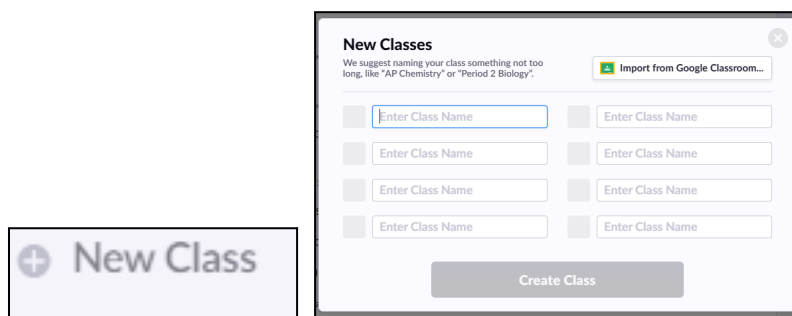
**Tempo estimado:** 4 aulas.

## Procedimentos:

1. Utilizando os slides sugeridos na subseção **Materiais**, desenvolva uma introdução ao lançamento de projéteis, abordando uma breve evolução histórica, conceitos estruturantes e exemplos simples, mas sem responder de forma objetiva às questões do formulário diagnóstico.
2. Aplique os testes conceituais utilizando o *Plickers*, seguindo as instruções:
  - a. Faça o cadastro na plataforma do [Plickers](#);
  - b. Crie as perguntas clicando em “Your Library” depois em “New Set”;

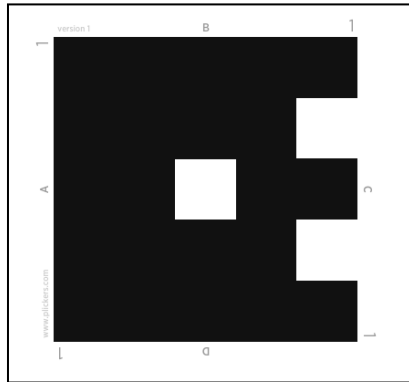


- c. Pode utilizar as perguntas sugeridas no **OFICINA ROBÓTICA EDUCACIONAL PROFMAT** ou criar as suas próprias;
- d. Além disso, se estiver interessado em obter resultados individuais de desempenho dos estudantes, você pode criar uma turma, na seção “New Class” e adicionando os estudantes:

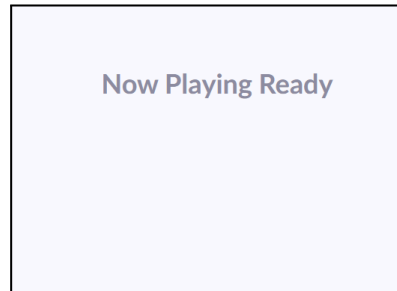
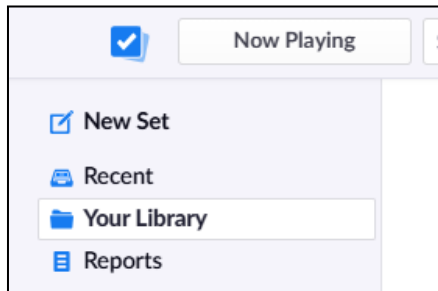


- e. Você deve fazer o download e imprimir os “Plickers Cards”, que serão utilizados pelos estudantes para responder as perguntas;
- f. Você deve baixar o app *Plickers* no seu telefone, buscando na sua loja de aplicativos e fazendo login com as mesmas credenciais que utilizou no site;
- g. Você deve imprimir (ou se quiser comprar os cartões de PVC) os cartões no site [Get Plickers Cards – Plickers](#). Eles são necessários para os

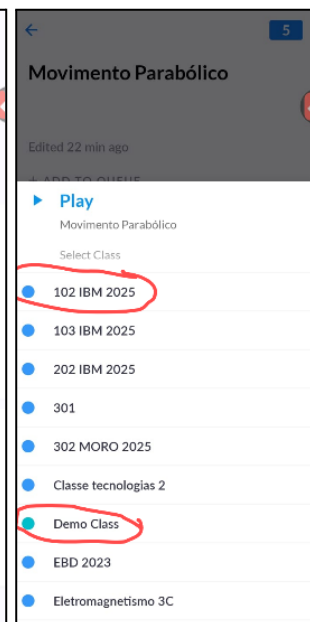
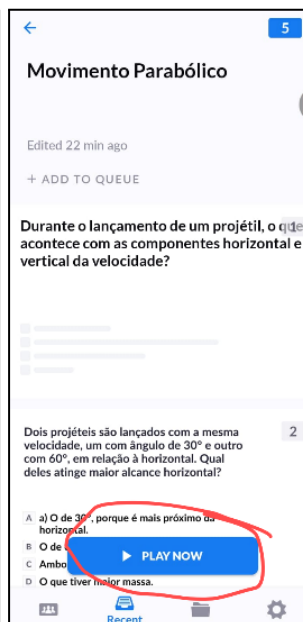
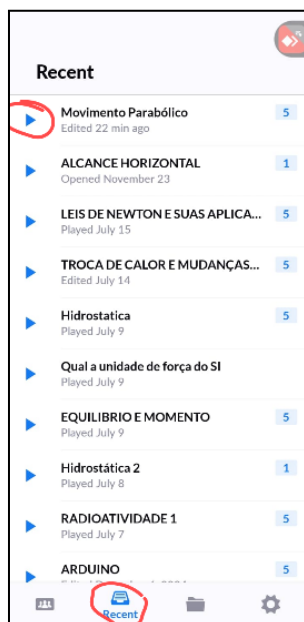
estudantes responderem as perguntas. Há vários packs, com até 60 cartões diferentes, iguais ao da imagem abaixo:



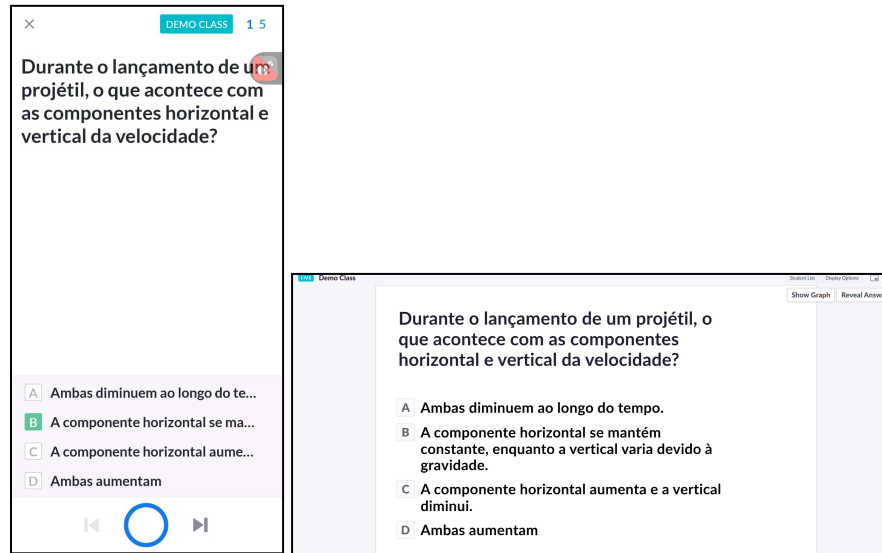
- h. Para aplicar os testes, basta abrir o site do *Plickers* no computador e clicar em “Now Playing” e assim que a mensagem “Now Playing Ready” aparecer, acesse o aplicativo no celular:



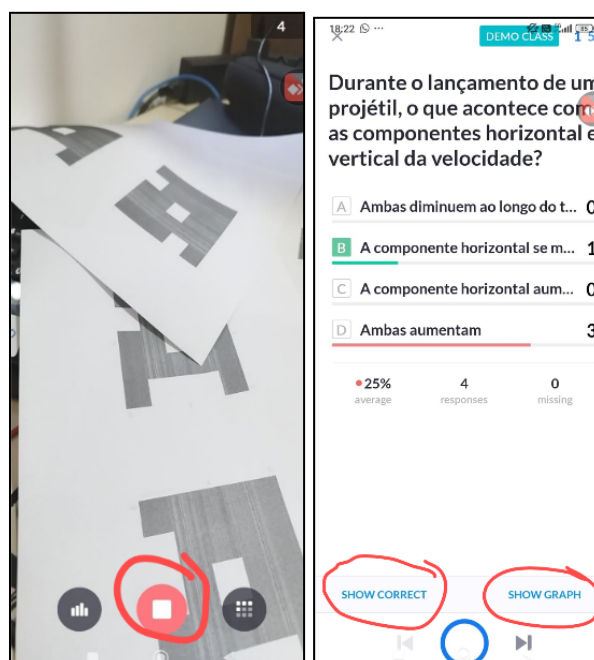
- i. Já no celular, basta seguir a sequência para iniciar a aplicação dos testes, clicando em “Recent”, depois escolhendo os testes, clicando em “PLAY NOW”, escolhendo a turma, caso tenha criado uma turma no computador ou clicando em “Demo Class”:



- j. Depois que escolher a turma, devem aparecer as perguntas no seu telefone e na apresentação do computador. Depois selecione o ícone da câmera e peça aos estudantes que apontem os qr codes de acordo com as alternativas de resposta.



- k. Assim que pressionar no ícone “stop” para parar de escanear os qr codes, você verá o relatório. Você pode escolher entre mostrar a resposta correta ou mostrar o gráfico, conforme preferir. Sugerimos que mostre apenas o gráfico, sem revelar a resposta correta, dando um minuto para os estudantes discutirem em pares e depois re-coletando as respostas. Sugiro realizar prints das telas com os percentuais antes de coletar as respostas novamente, pois o app só salva relatórios da última aplicação.



1. É possível tabelar os resultados antes e depois da discussão para realizar as análises que julgar pertinentes.

ATIVIDADE 3 – Exploração Experimental e vídeo análise.

**Objetivos:**

- Observar experimentalmente o movimento parabólico;
- Relacionar variáveis do problema físico com o modelo matemático.

**Materiais:**

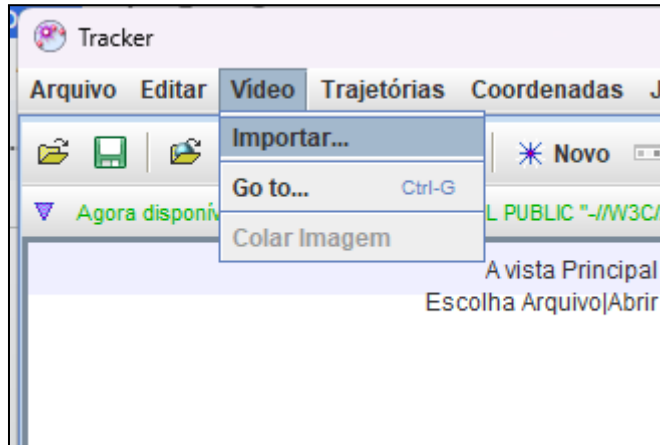
- Projétil (bola de tênis ou papel);
- Trena;
- Smartphone para gravação;
- Notebook ou computador com software *Tracker* instalado e acesso a internet para utilizar o *GeoGebra* online;
- Projetor.

**Tempo estimado:** 2 aulas.

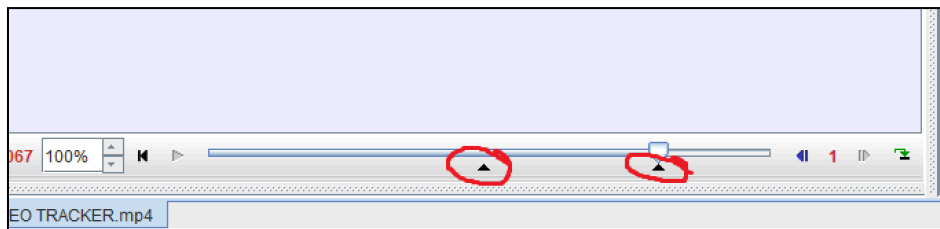
**Procedimentos:**

1. Encontre um local (parede lisa por exemplo) que possa ter um bom contraste com a cor do projétil;
2. Encontre algum ponto de referência na parede e meça-o para depois utilizar como referência para as medidas no *Tracker*;
3. Peça para que algum estudante ou você mesmo realize um lançamento do projétil e grave com o melhor telefone ou câmera que tiver disponível (quanto melhor a taxa de quadros e a resolução, melhores serão os resultados).
4. Depois do vídeo gravado, você precisa instalar o aplicativo *Tracker*, disponível em [Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education](#).

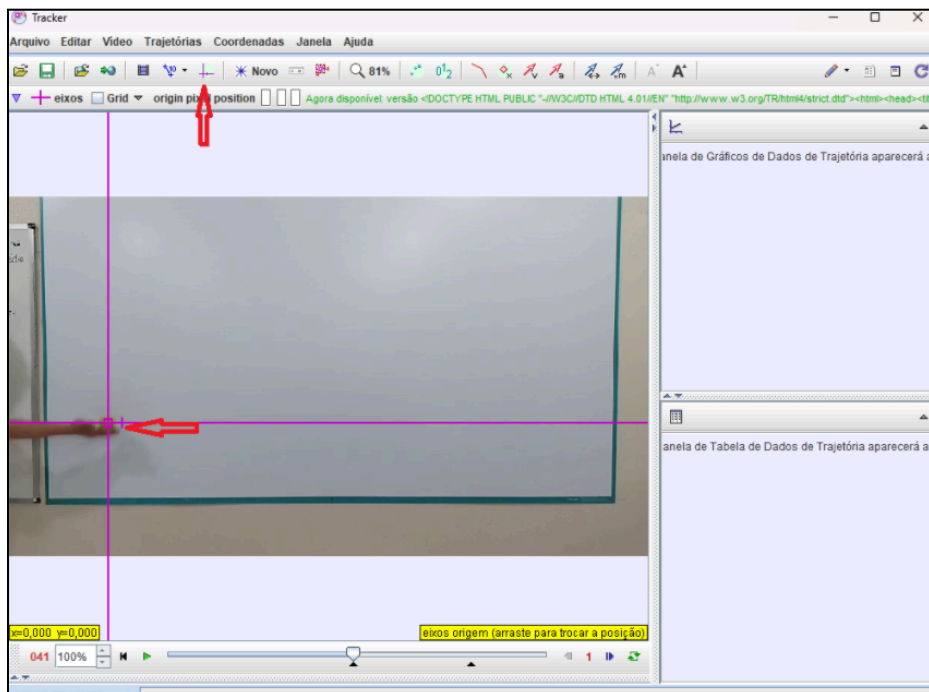
- a. Importe o vídeo da sua biblioteca:



- b. Arraste os marcadores dessa barra para delimitar a parte do vídeo que irá analisar:

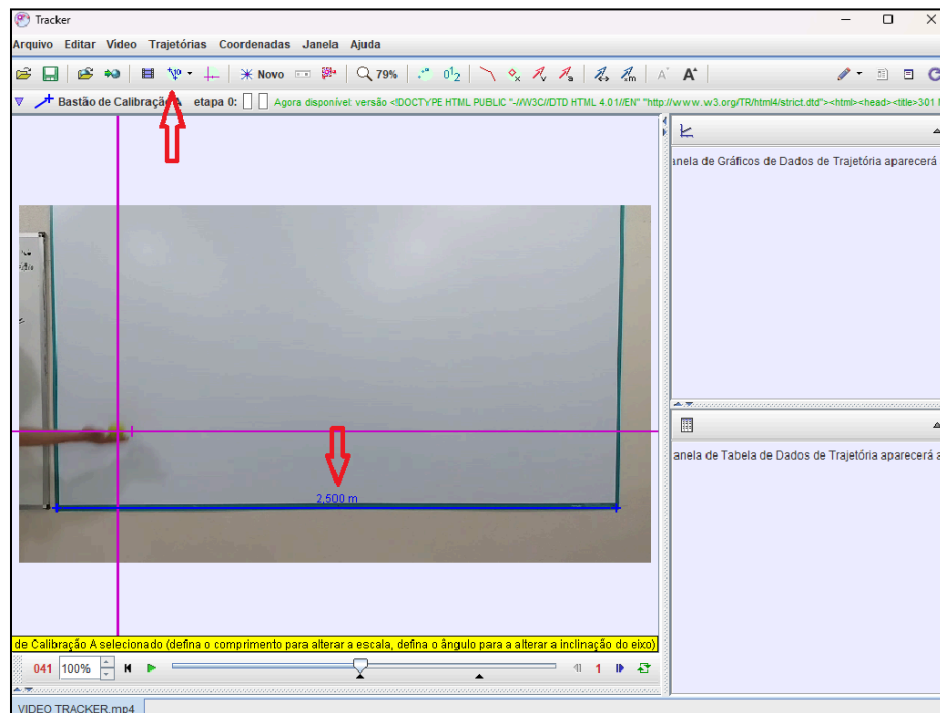


- c. Adicione o eixo de coordenadas:

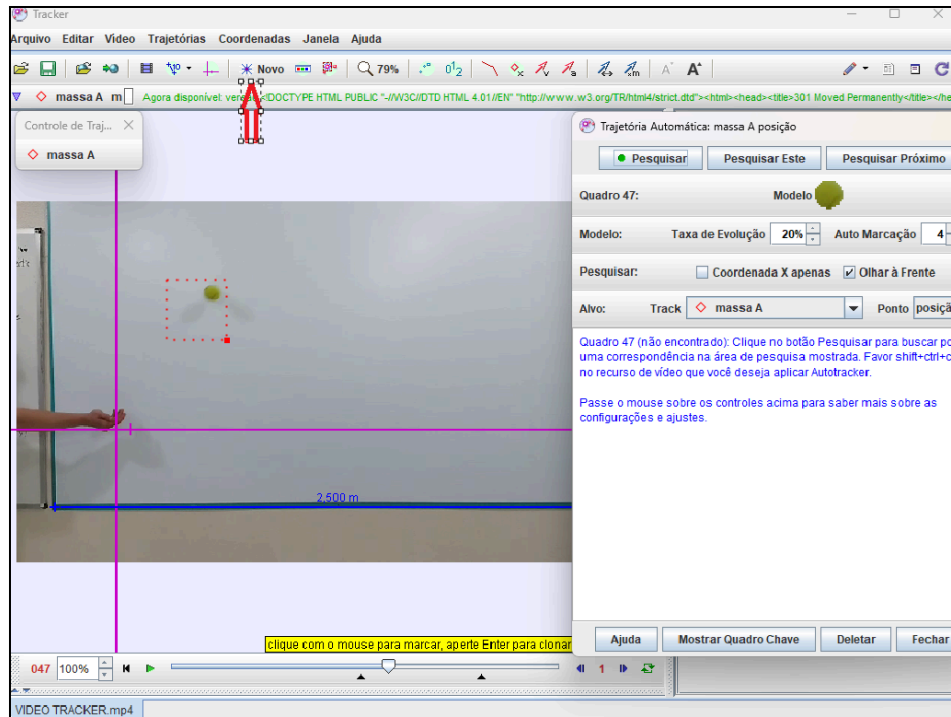


- d. Adicione um bastão de calibração, marcando o início e o fim coincidindo com algum objeto o qual você conheça as medidas. Nesse caso, marcamos o quadro, que mede 2,50 m. Para inserir os pontos inicial e

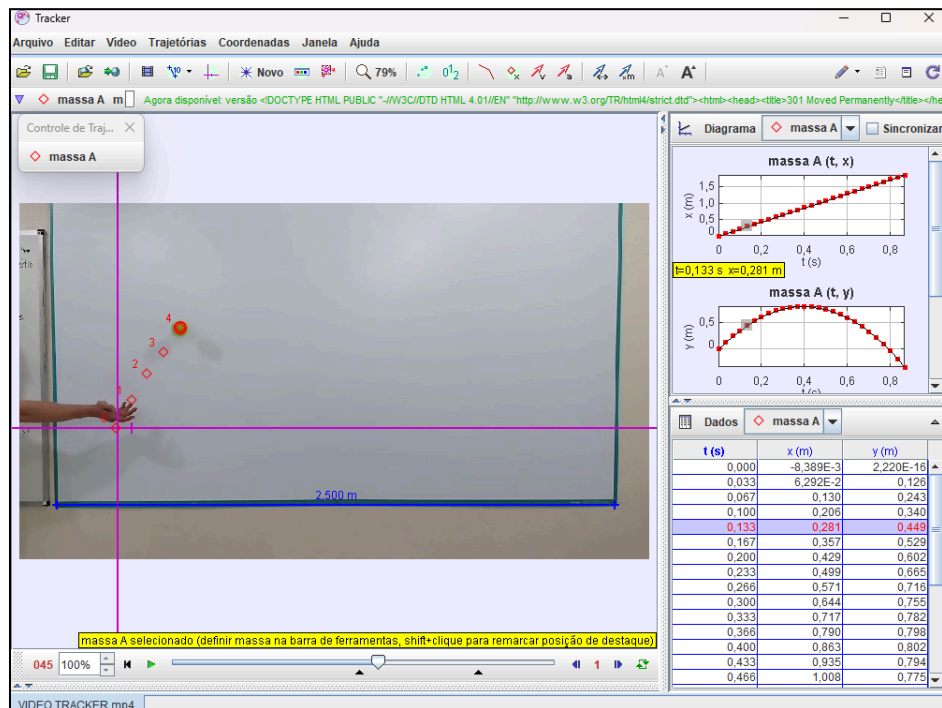
final, é necessário segurar a tecla “shift” e clicar sobre os pontos, depois editar a medida:



- e. Para rastrear o objeto, você precisa clicar na ferramenta Novo>Ponto de massa>Trajetória automática. Segure as teclas ctrl+shift e clique em cima do objeto a ser rastreado. O software vai identificar o modelo e depois você precisa clicar em “Pesquisar”. O software vai pesquisar todos os frames em que o objeto aparece e cria tabelas. Se houver algum frame que não foi rastreado, provavelmente é porque ele não conseguiu detectar (isso ocorre principalmente no primeiro frame, pois a bolinha está na mão). Para resolver isso você pode marcar manualmente o objeto, segurando a tecla shift e clicando sobre o objeto. Automaticamente essa posição será adicionada à tabela.



- f. Aqui você já verá as tabelas prontas. Clicando em diagrama pode escolher mostrar o gráfico da posição em x ou em x e y em relação a t, além de ver para cada frame onde o projétil está.



#### ATIVIDADE 4 – Vídeo Análise e Modelagem

#### Objetivos:

- Construir modelos matemáticos a partir de dados experimentais;
- Interpretar gráficos e equações.

**Materiais:**

- Computadores;
- Software Tracker;
- GeoGebra.

**Tempo estimado:** 3 aulas.

**Procedimentos:**

1. A partir daqui, você já pode seguir, se julgar pertinente, o roteiro do **APÊNDICE C**, utilizando os dados disponíveis no *Tracker*, colocando os pontos manualmente no *GeoGebra*. É possível fazer a análise diretamente no *Tracker*, mas não recomendamos pois a interface não é tão intuitiva quanto no *GeoGebra*.

**ATIVIDADE 5 – Simulador *Phet* e *ThinkerCAD***

**Objetivos:**

- Observar como funciona um robô baseado em *Arduíno* e personalizar códigos;
- Desenvolver habilidades relacionadas a computação;
- Comparar dados obtidos com o simulador *Phet* com a programação em *Arduíno*.

**Materiais:**

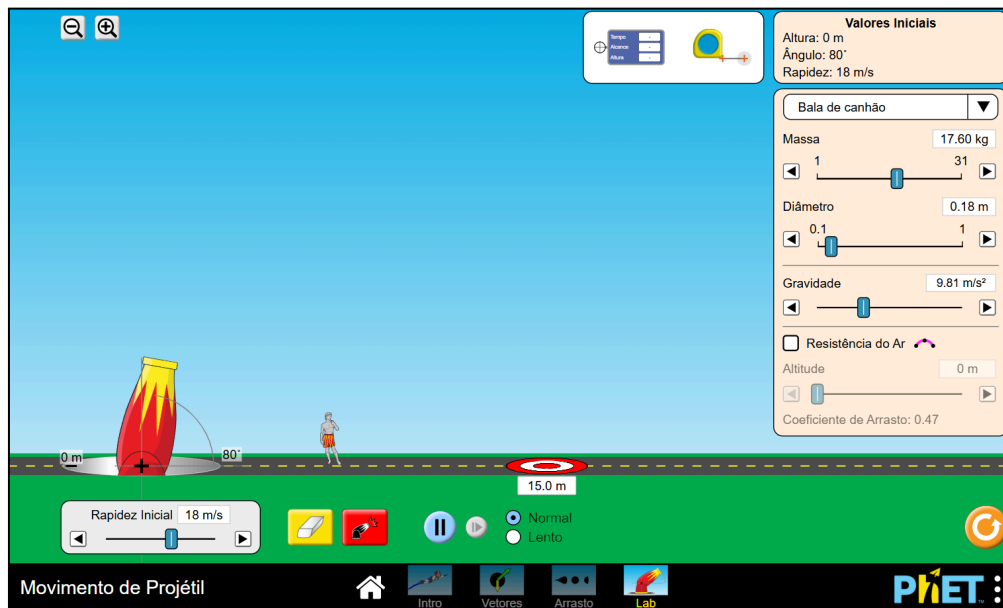
- Computador com internet;
- Projetor.

**Tempo estimado:** 2 aulas.

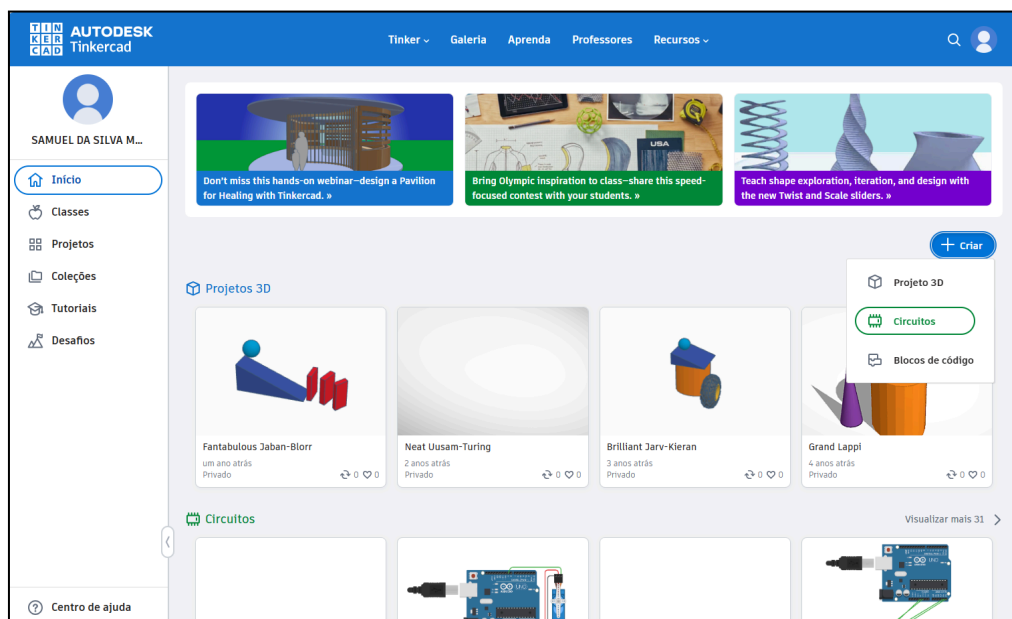
**Procedimentos:**

AULAS 1 e 2:

1. Acessar o laboratório de lançamento de projéteis do PhET em [Movimento de Projétil](#). Nessa tela é possível ajustar vários parâmetros, como massa do projétil, diâmetro, gravidade e resistência do ar.

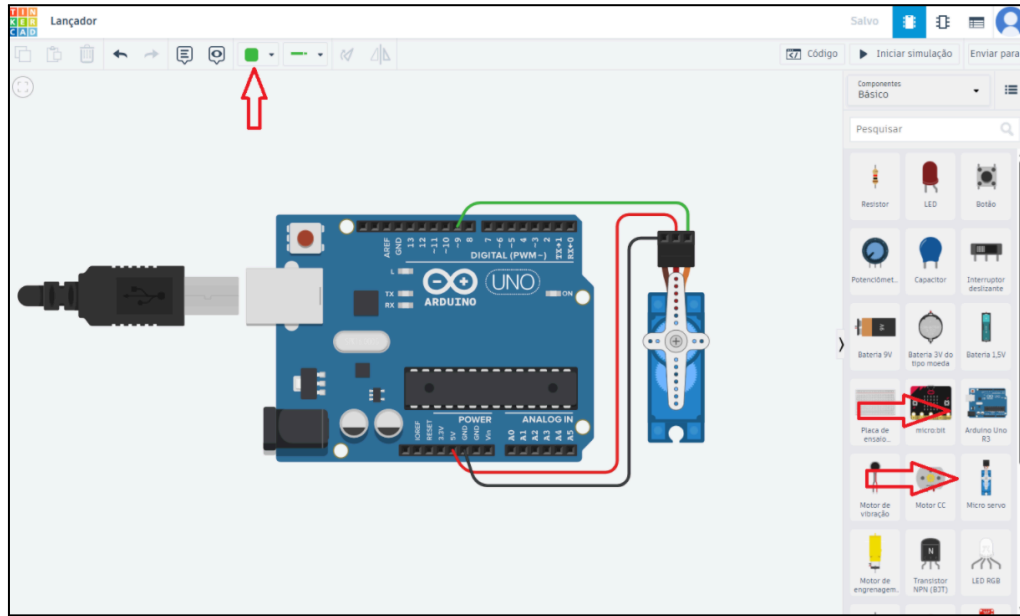


2. Acessar também o *ThinkerCAD* em [Painel - Tinkercad](#). Depois de criar sua conta, clique em criar>circuitos.

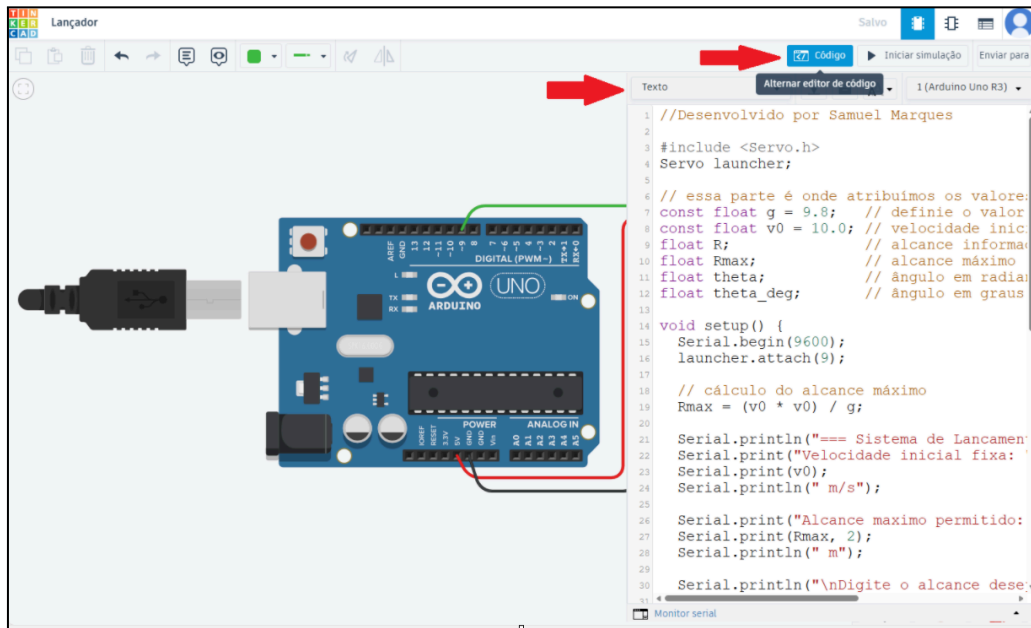


3. Crie um projeto adicionando um Arduino Uno R3 igual ao exibido na imagem e um Micro Servo. Faça as ligações dos componentes como indicado. Para ligar

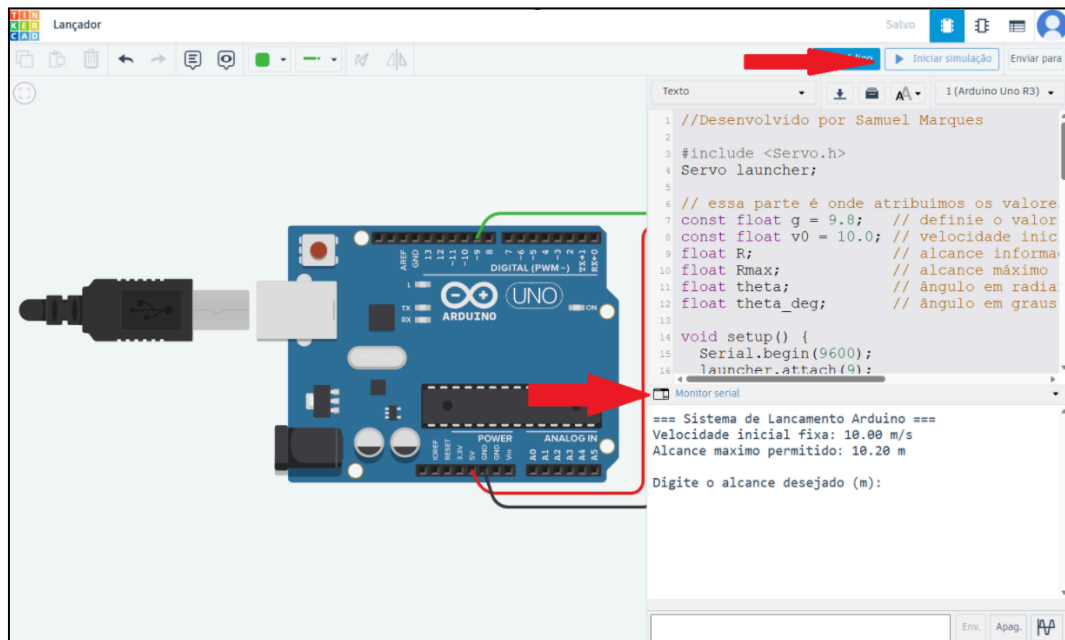
um componente a outro, basta clicar no conector de um e de outro.



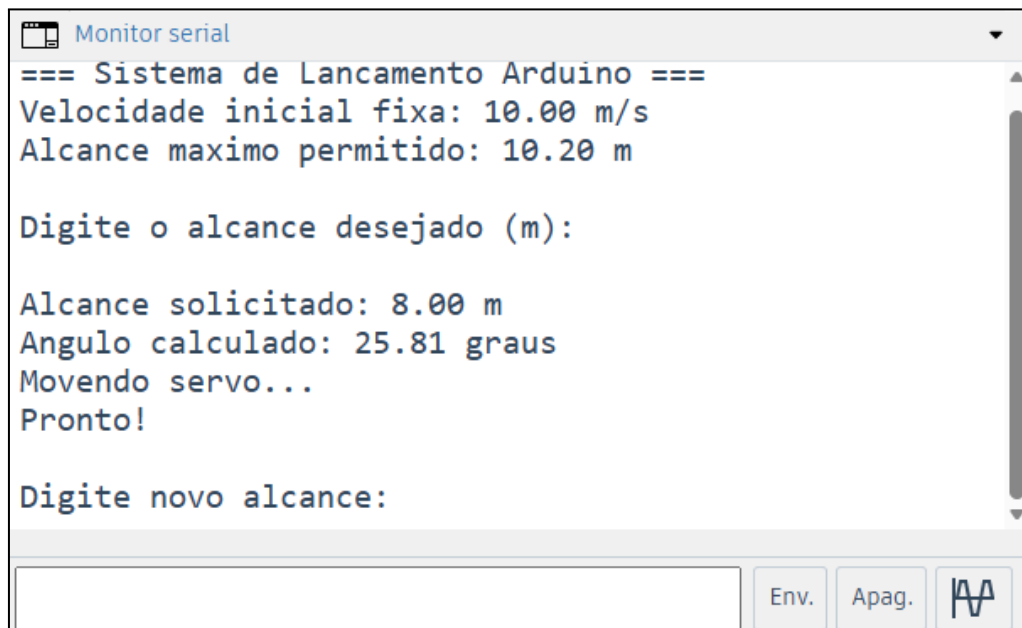
4. Depois que tiver montado o circuito, clique em “Código” e na caixa de seleção logo abaixo, deixe apenas texto (há a opção de deixar blocos e blocos+texto). Apague toda a programação que tiver e substitua pelo código do **APÊNDICE D**.

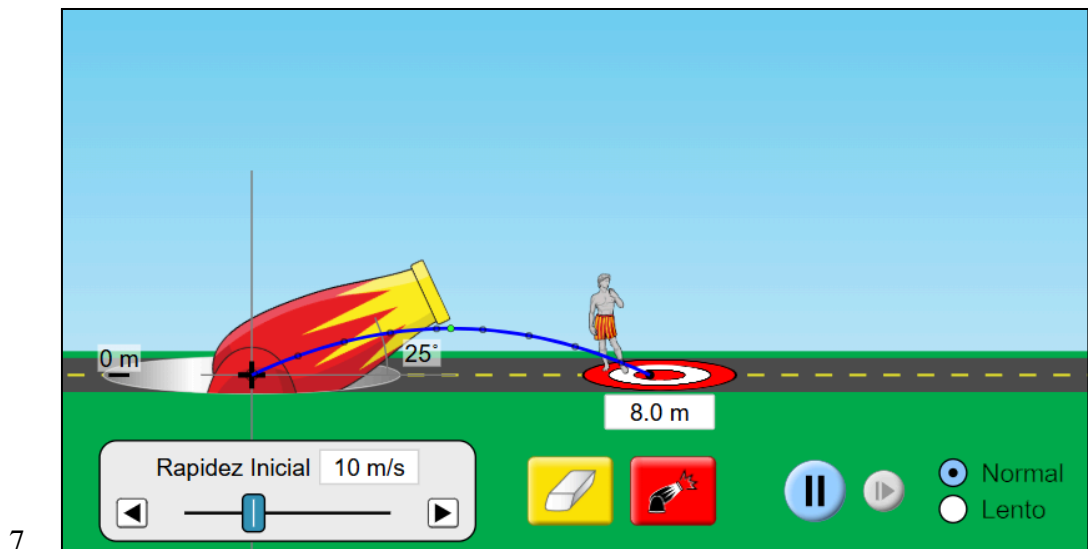


5. Para rodar a aplicação, basta clicar em “Iniciar Simulação”. Clique em “Monitor Serial” para interagir com a aplicação.



6. Compare os resultados obtidos com o simulador dos ângulos obtidos no *ThinkerCAD* com os alcances obtidos usando este mesmo ângulo e velocidade inicial no laboratório de lançamento de projéteis do PhET. No exemplo abaixo, colocamos um alcance de 8m na aplicação do *ThinkerCAD*, que retornou um ângulo de 25.81 graus. Ao ajustar a velocidade inicial e o ângulo de 25 graus (infelizmente só podem ser utilizados ângulos inteiros) no laboratório de lançamento de projéteis do PhET obtém-se a distância de 8 metros.





8. Discuta com os estudantes possíveis discrepâncias nos resultados obtidos e se melhorias podem ser implementadas no código do Arduino no *ThinkerCAD*.

#### ATIVIDADE 6 – Teste e Discussão Final

##### Objetivos:

- Avaliar a aprendizagem conceitual;
- Promover a reflexão coletiva.

##### Materiais:

- Questionário final;
- Projetor.

**Tempo estimado:** 2 aulas.

##### Procedimentos:

AULA 1:

9. Aplique o teste final (**APÊNDICE C**) e compare os resultados. Dividimos em Aula 1 e 2 para que o professor tenha tempo de analisar os resultados e planejar a discussão com os estudantes.

AULA 2:

1. Promover discussão entre os estudantes;

2. Sistematizar os conceitos trabalhados. Se ainda houver conceitos que os estudantes ainda não desenvolveram, é importante retomar estes conceitos neste momento.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A sequência didática apresentada busca contribuir para o ensino do movimento parabólico de forma integrada, articulando experimentação, modelagem matemática e aprendizagem colaborativa. O uso da robótica e de ferramentas digitais mostrou-se um elemento potencializador do engajamento dos estudantes, favorecendo a compreensão conceitual e a participação ativa.

Recomenda-se que o professor adapte as atividades às condições da escola, ao tempo disponível e ao perfil da turma, mantendo o foco na discussão conceitual e na construção coletiva do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

MAZUR, E. *Peer instruction: A user's manual*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.

VALENTE, J. A. *Aprendizagem ativa no ensino superior*. Campinas: Papirus, 2014.

MORAN, J. M. *Metodologias ativas para uma educação inovadora*. Porto Alegre: Penso, 2018.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

### PROJETO DE PESQUISA – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

**Título da pesquisa:** *Robótica educacional e modelagem matemática: teoria e prática desenvolvidas através da instrução pelos colegas no ensino de Física*

**Pesquisador:** Samuel da Silva Marques

**Estudante:**

---

#### Instruções:

Este questionário tem como objetivo diagnosticar conhecimentos prévios e percepções dos estudantes sobre o conteúdo de movimento de projéteis, modelagem matemática, robótica educacional e trabalho em grupo. As respostas são confidenciais e serão utilizadas exclusivamente para fins de pesquisa educacional.

#### 1. Como podemos descrever o movimento de um projétil?

- a) Um movimento em linha reta, influenciado pela gravidade.
- b) Um movimento que ocorre em duas dimensões, com uma componente horizontal e outra vertical influenciada pela gravidade.
- c) Um movimento circular ao redor de um ponto fixo.
- d) Um movimento retilíneo uniforme sem influência da gravidade.

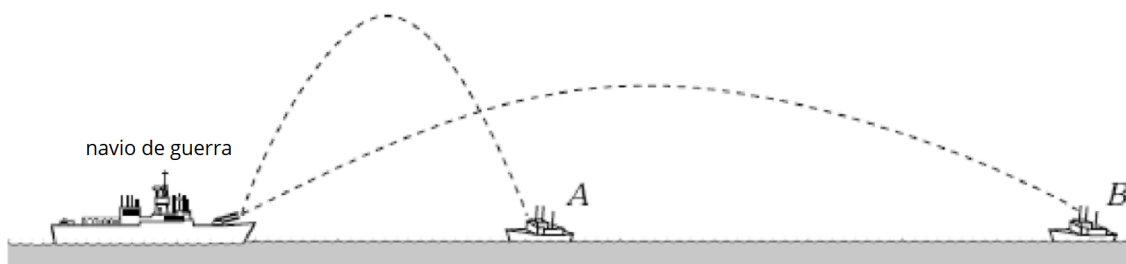
#### 2. Como a gravidade afeta o movimento de um projétil?

- a) Atua apenas na componente horizontal do movimento.
- b) Afeta apenas a velocidade inicial do projétil.
- c) Atua continuamente na direção vertical, causando uma aceleração constante para baixo.
- d) Não tem efeito sobre o movimento.

#### 3. Para representar a gravidade $g$ atuando em um projétil por meio de uma equação, qual deve ser o sinal?

- a) Positivo.
- b) Negativo.
- c) Positivo na subida e negativo na descida.
- d) Negativo na subida e positivo na descida.

#### 4. Um navio de guerra dispara simultaneamente dois projéteis contra navios inimigos. Se os projéteis seguem trajetórias parabólicas diferentes, qual navio é atingido primeiro?



- a) A
- b) Os dois ao mesmo tempo.

- c) B
- d) Precisa de mais informação.

**5. Um experimento consiste em disparar um projétil contra um alvo suspenso. No momento exato do disparo, o alvo é solto e começa a cair. O que acontece?**

- a) O projétil atinge o alvo, independentemente da velocidade inicial.
- b) O projétil atinge o alvo apenas se a velocidade for suficientemente alta.
- c) O projétil passa abaixo do alvo.
- d) O projétil erra o alvo.

**6. Você já ouviu falar sobre modelagem matemática no contexto escolar?**

- a) Sim, já usei em aulas de Física ou Matemática.
- b) Já ouvi falar, mas não sei bem o que é.
- c) Não, nunca ouvi falar.
- d) Acho que sim, mas não lembro o conteúdo.

**7. Em sua opinião, modelar matematicamente um fenômeno significa:**

- a) Resolver cálculos para decorar fórmulas.
- b) Representar uma situação real com equações e gráficos.
- c) Utilizar computadores para desenhar figuras geométricas.
- d) Imitar um fenômeno usando brinquedos ou simulações.

**8. Você já teve contato com robôs ou kits de robótica educacional?**

- a) Sim, já participei de aulas ou oficinas.
- b) Sim, mas apenas como observador.
- c) Não, mas tenho interesse.
- d) Não, e não vejo utilidade nisso.

**9. Você se sentiria mais motivado a estudar Física com o uso de robôs e experimentos práticos?**

- a) Sim, com certeza.
- b) Talvez, se forem bem explicados.
- c) Não vejo diferença.
- d) Prefiro apenas teoria e exercícios.

**10. Em trabalhos em grupo, você costuma:**

- a) Preferir trabalhar sozinho.
- b) Ajudar e aprender com os colegas.
- c) Fazer sua parte separadamente.
- d) Esperar que alguém lidere.

## APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL

**Título da pesquisa:** *Robótica educacional e modelagem matemática: teoria e prática desenvolvidas através da instrução pelos colegas no ensino de Física*

**Pesquisador:** Samuel da Silva Marques

**Estudante:**

---

### Instruções:

Este questionário tem como objetivo de revelar conhecimentos adquiridos e percepções dos estudantes sobre o conteúdo de movimento de projéteis, modelagem matemática, robótica educacional e trabalho em grupo além de percepção dos estudantes sobre as atividades realizadas. As respostas são confidenciais e serão utilizadas exclusivamente para fins de pesquisa educacional.

### 1. Como podemos descrever o movimento de um projétil?

- a) Um movimento em linha reta, influenciado pela gravidade.
- b) Um movimento que ocorre em duas dimensões, com uma componente horizontal e outra vertical influenciada pela gravidade.
- c) Um movimento circular ao redor de um ponto fixo.
- d) Um movimento retilíneo uniforme sem influência da gravidade.

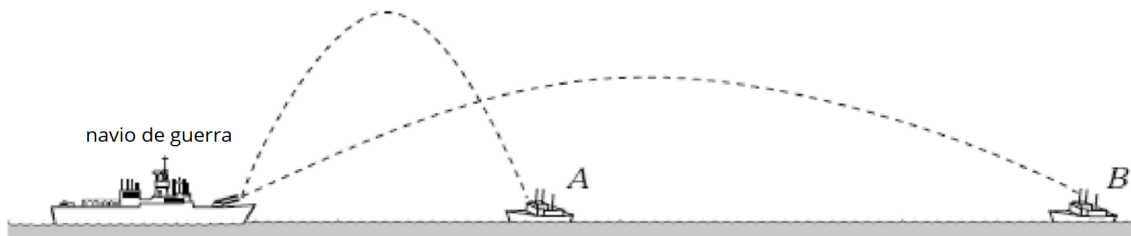
### 2. Como a gravidade afeta o movimento de um projétil?

- a) Atua apenas na componente horizontal do movimento.
- b) Afeta apenas a velocidade inicial do projétil.
- c) Atua continuamente na direção vertical, causando uma aceleração constante para baixo.
- d) Não tem efeito sobre o movimento.

### 3. Para representar a gravidade $g$ atuando em um projétil por meio de uma equação, qual deve ser o sinal?

- a) Positivo.
- b) Negativo.
- c) Positivo na subida e negativo na descida.
- d) Negativo na subida e positivo na descida.

### 4. Um navio de guerra dispara simultaneamente dois projéteis contra navios inimigos. Se os projéteis seguem trajetórias parabólicas diferentes, qual navio é atingido primeiro?



- a) A
- b) Os dois ao mesmo tempo.
- c) B
- d) Precisa de mais informação.

**5. Um experimento consiste em disparar um projétil contra um alvo suspenso. No momento exato do disparo, o alvo é solto e começa a cair. O que acontece?**

- a) O projétil atinge o alvo, independentemente da velocidade inicial.
- b) O projétil atinge o alvo apenas se a velocidade for suficientemente alta.
- c) O projétil passa abaixo do alvo.
- d) O projétil erra o alvo.

**6. Em sua opinião, modelar matematicamente um fenômeno significa:**

- a) Resolver cálculos para decorar fórmulas.
- b) Representar uma situação real com equações e gráficos.
- c) Utilizar computadores para desenhar figuras geométricas.
- d) Imitar um fenômeno usando brinquedos ou simulações.

**Instruções:** Nas próximas questões, marque a alternativa que melhor representa sua opinião sobre a experiência vivenciada durante as aulas sobre lançamento de projéteis com robótica e modelagem matemática.

1. As atividades práticas com o robô ajudaram a entender melhor o conteúdo de movimento de projéteis:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

2. O trabalho em grupo contribuiu para minha aprendizagem:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

3. A metodologia usada (instrução pelos colegas) me ajudou a aprender com meus colegas:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

4. O uso da robótica tornou as aulas mais interessantes:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

5. A modelagem matemática ajudou você a entender melhor o comportamento do projétil lançado pelo robô?

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

6. O conteúdo ficou mais fácil de entender com a ajuda dos experimentos e simulações:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

7. Eu me sentiria motivado a aprender outros temas com esse tipo de abordagem:

- Concordo totalmente
- Concordo parcialmente
- Discordo parcialmente
- Discordo totalmente

8. Você gostaria de fazer mais atividades como essa em outras disciplinas?

- Sim
- Talvez
- Não

9. Deixe um comentário sobre o que você achou mais interessante ou diferente nesta experiência.

## APÊNDICE C – ROTEIRO DE ATIVIDADE PRÁTICA UTILIZANDO RASTREAMENTO DE PROJÉTIL

PROFESSOR SAMUEL MARQUES - UFFS - CAMPUS CHAPECÓ

### OBJETIVOS

Rastrear o movimento de um projétil através do aplicativo *Tracker*;  
Obter tabelas do deslocamento horizontal e vertical, bem como os respectivos intervalos de tempo;  
Criar gráficos utilizando o Google planilhas ou o excel baseado nos dados do tracker;  
Determinar o alcance máximo do projétil na vertical e na horizontal;  
Determinar o tempo de voo do projétil;  
Calcular as componentes da velocidade na horizontal e na vertical;  
Calcular a velocidade inicial do projétil;  
Comparar os dados experimentais com o modelo teórico.

### RECURSOS NECESSÁRIOS

Computador com os aplicativos *Tracker*, *Excel* ou *Google Planilhas* e software gráfico com suporte para inserção de funções, como o *Geogebra* ou o *Desmos*.  
Material escolar convencional; papel, caneta e calculadora (de preferência científica).

### CAMINHO METODOLÓGICO

Em grupos previamente definidos pelo professor, realizem a atividade de acordo com a sequência abaixo, **sempre seguindo as instruções do professor**.

- 1 - Abra o aplicativo *Tracker* e carregue o vídeo a ser analisado;
- 2 - Defina os pontos onde irá começar e terminar a análise do movimento do projétil e utilize a ferramenta régua para dar a referência de medida de algum objeto no local do vídeo do qual se saiba as dimensões;
- 3 - Use a ferramenta de rastreamento para definir o que o aplicativo deve buscar, se for necessário, algumas medidas podem ser feitas manualmente;
- 4 - Obtenha a tabela com os intervalos de tempo e as medidas nos eixos  $x$  e  $y$  e escreva em uma planilha do excel ou do google planilhas;
- 5 - Crie os gráficos  $x$  versus  $t$  e  $y$  versus  $t$  para esses dados;
- 6 - Encontre na tabela as coordenadas correspondentes ao alcance máximo na horizontal, ao alcance máximo na vertical, bem como os intervalos onde esses eventos acontecem;
- 7 - Utilize esses dados para determinar a velocidade média  $v_m$  na horizontal, que também corresponde a velocidade inicial em  $x$   $v_{0x}$  e que pode ser feita dividindo o alcance máximo na horizontal pelo intervalo de tempo  $t_{xmáx}$  onde esse alcance acontece:

$$v_m = v_{0x} = \frac{x_{m\acute{a}x}}{t_{xm\acute{a}x}}$$

8 - Utilize esses dados para determinar a velocidade inicial  $v_{0y}$  na vertical, que pode ser feito de duas maneiras:

a - Utilizando o alcance máximo na vertical  $y_{m\acute{a}x}$  e a gravidade  $g$ , através da **Equação de Torricelli**:

$$v_{0y} = \sqrt{2gy_{m\acute{a}x}}$$

b - Utilizando a fórmula da aceleração:

$$v_{0y} = gt_{ym\acute{a}x}$$

Onde  $t_{xm\acute{a}x}$  é o instante onde ocorre o alcance máximo na vertical  $y_{m\acute{a}x}$

Utilize  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

9 - Utilizando agora os valores de  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$ , obtenha a velocidade inicial  $v_0$  com a qual o projétil foi lançado, através do **Teorema de Pitágoras**:

$$v_0 = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2}$$

10 - Obtenha o cosseno do ângulo  $\cos(\theta)$  com a horizontal com que o projétil foi lançado:

$$\cos(\theta) = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

11 - Obtenha a tangente do ângulo  $\tan(\theta)$ :

$$\tan(\theta) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

12 - Utilize o geogebra ou outro software gráfico para obter a curva de acordo com o modelo teórico, substituindo as variáveis pelos valores que você encontrou:

$$y = y_0 + v_{0y} \frac{x-x_0}{v_{0x}} - \frac{1}{2} g \left( \frac{x-x_0}{v_{0x}} \right)^2$$

13 - Por fim, compare os resultados obtidos com seus colegas. Verifique se há diferenças significativas entre o modelo teórico e os dados obtidos experimentalmente, bem como apontam as possíveis causas dessa discrepância. Uma dica é analisar pontos críticos dos dois gráficos, como alcance horizontal e vertical máximos.

Bom trabalho!

## APÊNDICE D – CÓDIGO BASE PARA APLICAÇÃO ARDUINO

```
//Desenvolvido por Samuel Marques

//inclusão da biblioteca de comando dos servos
#include <Servo.h>
Servo launcher; //dá um nome pro servo

// essa parte é onde atribuímos os valores iniciais e definimos as variáveis
const float g = 9.8; // defina o valor da gravidade
const float v0 = 10.0; // velocidade inicial fixa (m/s)
float R; // alcance informado
float Rmax; // alcance máximo
float theta; // ângulo em radianos
float theta_deg; // ângulo em graus

void setup() {
  Serial.begin(9600); // inicia a comunicação com o monitor serial
  launcher.attach(9); // indica em qual pino o microservo está conectado

  // cálculo do alcance máximo
  Rmax = (v0 * v0) / g; // a partir de v0, calcula qual o alcance máximo

  Serial.println("=== Sistema de Lançamento Arduino ===");
  Serial.print("Velocidade inicial fixa: ");
  Serial.print(v0);
  Serial.println(" m/s");

  Serial.print("Alcance máximo permitido: ");
  Serial.print(Rmax, 2);
  Serial.println(" m");

  Serial.println("\nDigite o alcance desejado (m): ");
}
```

```

void loop() {
  if (Serial.available()) {
    R = Serial.parseFloat();

    if (R <= 0) return;

    Serial.print("\nAlcance solicitado: ");
    Serial.print(R);
    Serial.println(" m");

    // verifica limite
    if (R > Rmax) {
      Serial.println("ERRO: Alcance maior que o permitido!");
      Serial.println("Escolha um valor <= alcance maximo.");
      return;
    }

    // calcula o angulo
    float argument = (g * R) / (v0 * v0);
    theta = 0.5 * asin(argument);
    theta_deg = theta * 180.0 / 3.14159265;

    Serial.print("Angulo calculado: ");
    Serial.print(theta_deg, 2);
    Serial.println(" graus");

    Serial.println("Movendo servo...");
    launcher.write(theta_deg); // envia ângulo ao servo

    Serial.println("Pronto!");
    Serial.println("\nDigite novo alcance: ");
  }
}

```