UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FRANCIELLE CARMO SANTOS

UM ESTUDO DAS OPERAÇÕES NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

CATALÃO
2026

UFCAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020
Telefone: - - https://www.ufcat.edu.br

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA)

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Catalão (UFCAT) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFCAT), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFCAT é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o(a) autor(a) e o(a) orientador(a) Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação ou Tese?

Dissertação

2. Nome completo do autor: FRANCIELLE CARMO SANTOS

Nome completo do(a) orientador(a):ÉLIDA ALVES DA SILVA

3. Título do trabalho

Título: UM ESTUDO DAS OPERAÇÕES NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento: [x] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

FRANCIELLE CARMO SANTOS

UM ESTUDO DAS OPERAÇÕES NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Dissertação apresentada ao Programa Pós-Graduação em Matemática em Rede, do Instituto de Matemática e Tecnologia, da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), como requisito para obtenção do título de Mestra em Matemática.
Área de concentração: Matemática na Educação Básica.
Orientadora: Prof.ª Drª. Élida Alves da Silva

CATALÃO
2026

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFCAT.

Santos, Francielle Carmo.
Um estudo das operações na perspectiva da matemática de Singapura : resolução de problemas de multiplicação e divisão / Francielle Carmo Santos. - 2026.
145 f.: il.

Orientadora: Profa. Dra. Élida Alves da Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Catalão, Instituto de Matemática e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede, Catalão, 2026.
Bibliografia. Anexos. Apêndice.
Inclui siglas, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Multiplicação. 2. Divisão. 3. Matemática. 4. Singapura. I. Silva, Élida Alves da, orient. II. Título.

CDU 37.016:51

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020
Telefone: - - https://www.ufcat.edu.br

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata da sessão de Defesa de Dissertação de **Francielle Carmo Santos**, que confere o título de Mestre(a) em Matemática, na área de concentração em **Matemática na Educação Básica.**

Aos dezesseis dias do mês de março de dois mil e vinte e seis, às 14h, via webconferência <meet.google.com/mpn-qpni-yjr>, reuniram-se os componentes da banca examinadora, docentes **Dra. Élida Alves da Silva (PROFMAT/IMTec/UFCAT), orientadora, Dr. Thiago Porto de Almeida Freitas (PROFMAT/IMTec/UFCAT) e Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues (UnB)**, para, em sessão pública, procederem a avaliação da Dissertação intitulada "UM ESTUDO DAS OPERAÇÕES NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO", de autoria de **Francielle Carmo Santos**, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFCAT. A sessão foi aberta pela presidente, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida à discente, que procedeu com a apresentação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu a examinanda. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerada **aprovada**. Cumpridas as formalidades de pauta, a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, lavrou-se a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora.

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **ELIDA ALVES DA SILVA**, **Orientador(a)**, em 16/03/2026, às 15:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 16/03/2026, às 15:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **LUCIANA MARIA DIAS DE AVILA RODRIGUES**, **Usuário Externo**, em 16/03/2026, às 15:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Dedico este trabalho à minha família,
cujo apoio foi fundamental para que eu
me tornasse quem sou.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me concedeu saúde, força e sabedoria ao trilhar o caminho acadêmico.

A Nossa Senhora, que sempre encaminhou meus passos pelos caminhos corretos.

Ao meu esposo e aos meus filhos, pelo incentivo, compreensão e paciência nos momentos de ausência, sendo alicerce fundamental durante toda essa trajetória.

Aos meus pais, ao meu irmão e à minha cunhada, pelo constante apoio e suporte emocional ao longo de todo percurso.

Aos meus avós, pelo amor, pelos ensinamentos e pelos valores transmitidos ao longo da vida, que contribuíram de forma significativa para minha formação pessoal e para a construção de quem sou hoje.

A todos os meus familiares, que jamais me permitiram desistir, envolvendo-me sempre em suas orações e em seus gestos de cuidado.

À minha amiga Andreia Carrijo, que me apresentou essa doce "loucura" da vida acadêmica, com sensibilidade e maestria.

Aos meus colegas de turma, pelo companheirismo e apoio, que me fizeram sentir amparada durante estes anos de estudo.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Catalão, pelas contribuições acadêmicas e pela dedicação à formação docente.

À minha orientadora, Profª. Drª. Élida Alves da Silva, por seu carinho, incentivo e apoio constantes, que tornaram claro que eu seria capaz de concluir este trabalho.

Aos professores da banca examinadora, pelas valiosas contribuições e correções que me possibilitaram o aprimoramento e o desenvolvimento deste trabalho.

À Secretaria Municipal de Educação de Goiânia, pela autorização do afastamento profissional, tornando possível a realização desta pesquisa.

À CAPES pelo suporte financeiro concedido durante o desenvolvimento do curso.

RESUMO

Reconhecida internacionalmente pelos elevados desempenhos em avaliações educacionais, especialmente em Matemática, Singapura consolidou um sistema de ensino que prioriza a resolução de problemas, a compreensão conceitual e a progressão do concreto ao abstrato no processo de ensino-aprendizagem. Nesse contexto, as metodologias utilizadas nesse processo apresentam-se como uma alternativa com impacto potencialmente positivo no ensino das operações de multiplicação e divisão. Este trabalho é resultado da investigação com alunos de uma escola estadual da cidade de Goiânia, no estado de Goiás, promovida no âmbito de um projeto de pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Catalão. O objetivo é analisar e refletir sobre as experiências e práticas do ensino das operações de multiplicação e divisão, sob a perspectiva do método de ensino-aprendizagem de Matemática utilizado em Singapura. A pesquisa é qualitativa do tipo estudo de caso, cujo desenvolvimento se deu a partir da aplicação de sequências didáticas, planejadas para melhorar as habilidades dos participantes para a resolução de problemas envolvendo as operações matemáticas básicas. A perspectiva teórica da pesquisa envolve trabalhos de estudiosos da Matemática de Singapura como Yuriko Yamamoto Baldin e Ricardo Teixeira Santos. Os dados foram coletados utilizando, como instrumentos, questionários e o material produzido pelos participantes e foram analisados a partir da criação de eixos e categorias de análise definidos a partir do material obtido. Como resultado, destaca-se a elaboração do produto educacional, composto por uma sequência didática estruturada e validada em contexto real de sala de aula, evidenciando avanços na aprendizagem dos estudantes, especialmente no desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, na compreensão das operações de multiplicação e divisão e no uso de estratégias de resolução de problemas fundamentadas no método de Singapura.

Palavras-chave: Multiplicação. Divisão. Matemática. Singapura.

ABSTRACT

Internationally recognized for its high performance in educational assessments, especially in Mathematics, Singapore has consolidated an education system that prioritizes problem-solving, conceptual understanding, and the progression from concrete to abstract in the teaching and learning process. In this context, the methodologies employed present themselves as an alternative with potentially positive impact on the teaching of multiplication and division operations. This study results from an investigation conducted with students from a public state school in the city of Goiânia, in the state of Goiás, developed within the scope of a research project of the Professional Master's Program in Mathematics in National Network (PROFMAT) at the Federal University of Catalão. The objective is to analyze and reflect on the experiences and teaching practices related to multiplication and division operations, from the perspective of the Singapore Mathematics teaching and learning method. The research adopts a qualitative approach, characterized as a case study, whose development took place through the implementation of didactic sequences designed to improve participants' skills in solving problems involving basic mathematical operations. The theoretical framework is based on studies in Singapore Mathematics, with emphasis on authors such as Yuriko Yamamoto Baldin and Ricardo Teixeira Santos. Data were collected through questionnaires and materials produced by the participants and were analyzed based on the construction of analytical axes and categories derived from the collected data. As a result, the development of an educational product stands out, consisting of a structured didactic sequence validated in a real classroom context, evidencing improvements in students' learning, especially in the development of multiplicative reasoning, in the understanding of multiplication and division operations, and in the use of problem-solving strategies grounded in the Singapore method.

Keywords: Multiplication. Division. Mathematics. Singapore.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 - Ensino da Matemática segundo o DC-GO..19
Figura 2 – Representação de competências gerais. 21
Figura 3 - Processos matemáticos segundo o DC – GO...22
Figura 4 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo da adição de parcelas iguais..................25
Figura 5 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo da combinação. 26
Figura 6 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo de configuração retangular. 27
Figura 7 - Situação-problema ilustrativa dos sentidos da divisão. 29
Figura 8 - Modelo dos componentes da resolução de problemas segundo o currículo de Matemática de Singapura. 32
Figura 9 - Exemplo de modelo de barras (parte-todo). 41
Figura 10 - Exemplo de modelos de barras (comparação). 41
Figura 11 - Representação da estratégia de números ligados para a resolução do problema apresentado na Figura 9. 42
Figura 12 - Resolução da situação-problema apresentada na Figura 10. 43
Figura 13 - Faixa etária dos participantes...50
Figura 14 - Esquema de objetivos da atividade diagnóstica...52
Figura 15 - Situação-problema 1. 59
Figura 16 - Imagem utilizada na situação-problema 3. 60
Figura 17 - Aula 2: questão (a)...61
Figura 18 - Aula 2: questão (b). 62
Figura 19 - Exemplo de resolução de multiplicação pelo método de áreas. 63
Figura 20 - Itinerário para a resolução de problemas. 65
Figura 21 - Exemplo de resolução de situação-problema 66
Figura 22 - Resposta do aluno C. 67
Figura 23 - Modelo de divisão pelo método dos números ligados. 68
Figura 24 - Resposta do aluno E...69
Figura 25 - Aula 5: situação-problema 1. 70
Figura 26 - Aula 5: situação-problema 2. 71
Figura 27 - Situações-problema da aula 6. 72
Figura 28 - Resposta do aluno G. 73
Figura 29 - Aula 7: situações-problema 1 e 2..74
Figura 30 - Resposta do aluno K. 75

Figura 31 - Aula 7: situações-problema 3 e 4 76
Figura 32 - Comparativo das soluções do aluno A. 83
Figura 33 - Comparativo das respostas do aluno E. 84
Figura 34 - Resposta do aluno I na atividade final. 85
Figura 35 - Resposta do aluno B. 86
Figura 36 - Resposta do aluno E. 87
Figura 37 - Resposta do aluno H. 88
Figura 38 - Resposta do aluno A. 93
Figura 39 - Gráfico sobre a frequência dos alunos. 94

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Multiplicação e divisão no currículo brasileiro 23
Quadro 2 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 1............................. 35
Quadro 3 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 2............................. 35
Quadro 4 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 3............................. 36
Quadro 5 - Comparativo do desempenho dos estudantes por questão (atividade diagnóstica e final) 78
Quadro 6 - Análise individual do progresso 80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CPA – Concreto–Pictórico–Abstrato (abordagem metodológica do ensino de Singapura)

DC-GO – Documento Curricular para Goiás

DCN's – Diretrizes Curriculares Nacionais

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB - Lei de Diretrizes e Bases

MEC – Ministério da Educação

MOE – Ministry of Education (Ministério da Educação de Singapura)

PISA – Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes)

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SAEB – Sistema de Avaliação do Ensino Básico

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UFCAT – Universidade Federal de Catalão

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16
2 O ENSINO DAS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO 19
2.1 O ensino das operações de multiplicação e divisão no contexto curricular brasileiro 19
2.1.1 Os sentidos da operação de multiplicação 24
2.1.2 Os sentidos da operação de divisão 28
2.2 O ensino de matemática em Singapura 30
2.2.1 O método Singapura e as operações básicas 34
2.2.2 A resolução de problemas na perspectiva da Matemática de Singapura 37
2.2.3 Ferramentas da Matemática Singapura: Modelo de barras e Números ligados 39
2.3 Análise comparativa do ensino das operações de multiplicação e divisão no contexto brasileiro e na Matemática de Singapura 44
3 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA 48
3.1 Caracterização da turma 50
3.2 Sequência didática 51
3.2.1 Fase 1: Diagnóstico 51
3.2.2 Fase 2: Intervenção baseada na Matemática Singapura 52
3.2.3 Fase 3: Avaliação dos resultados obtidos 54
4 ANÁLISE DOS DADOS 55
4.1 Desenvolvimento da sequência didática 56
4.1.1 1º encontro: Atividade diagnóstica 56
4.1.2 2º encontro: Multiplicando e conectando os números 57
4.1.3 3º encontro: Multiplicação e os números ligados 60
4.1.4 4º encontro: A multiplicação e o método de barras 64
4.1.5 5º encontro: A divisão e os “números ligados” 68
4.1.6 6º encontro: Resolvendo problemas com divisão 69
4.1.7 7º encontro: Resolvendo problemas com números racionais 71
4.1.8 8º encontro: Multiplicando e dividindo frações 73
4.1.8 9º encontro: Atividade avaliativa **.. 77**
4.2 Resultado quantitativo das avaliações 77
4.3 Categorização e análise dos dados qualitativos 81
4.3.1 Aprendizagem dos objetos de conhecimento 81
4.3.2 Representação e modelos utilizados 88

4.3.3 Engajamento, motivação e interesse para a aprendizagem 91
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS..96
REFERÊNCIAS 100
APÊNDICE A 103
ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA E PESQUISA...............................145

1 INTRODUÇÃO

O cenário educacional brasileiro tem causado preocupação nas últimas décadas. Isso, porque de acordo com os resultados do PISA (Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes), o desempenho dos alunos encontra-se estagnado e muito abaixo do esperado. Segundo o relatório "Nota sobre o Brasil no Pisa 2022" (BRASIL, 2023), apresentado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), os alunos brasileiros obtiveram média de proficiência de 379 pontos, quando a nota máxima seria de 600 pontos, 93 pontos abaixo da média dos estudantes dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Além disso, de acordo com o relatório, os resultados são ainda mais inquietantes no que se refere aos resultados em matemática, 73% dos estudantes não atingiram o nível básico de proficiência. A média do Brasil não teve alterações significativas, desde 2009, e se mantém estatisticamente estável.

A Matemática revela-se como componente curricular de muita resistência entre alunos dos mais variados níveis de ensino. Muitas são as adversidades encontradas, entre elas podemos citar: um pré-conceito, criado desde a mais tenra idade, que a disciplina é difícil de ser aprendida, e a dificuldade de encontrar um motivo e relevância para o estudo, de modo a torná-lo prazeroso. Podemos notar que, durante a fase inicial de aprendizagem, as crianças apresentam maior domínio dos conteúdos, os quais são abordados de forma concreta. Contudo, a partir do momento em que é necessário abstrair, começam as dificuldades.

Aprender não é uma tarefa simples e, para o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas à Matemática, faz-se necessário um processo de ensino-aprendizagem que considere a progressão da manipulação concreta ao amadurecimento cognitivo do estudante, bem como a abordagem dos conteúdos em contextos significativos. Estudos e documentos oficiais apontam que as dificuldades nas operações fundamentais da Matemática emergem já nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, muitas vezes, se perpetuam ao longo da trajetória escolar. De acordo com a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018), a aprendizagem das "quatro operações" não deve se restringir à execução de algoritmos, uma vez que a ausência de compreensão conceitual desde os primeiros anos compromete o desenvolvimento posterior. Dados do PISA (Brasil, 2023) evidenciam que tais defasagens persistem e se refletem nos baixos níveis de proficiência dos estudantes brasileiros em Matemática.

O estudo deixa de ser uma tarefa mecânica quando se transforma em um processo que desperta a motivação e evidencia a relevância do conhecimento para o estudante. Dessa forma, o ensino-aprendizagem deixa de se limitar à mera transmissão de conceitos, regras e procedimentos, passando a assumir um caráter mais significativo, reflexivo e formativo.

A forma como as operações matemáticas são ensinadas atualmente às crianças, em muitos contextos escolares, ainda está centrada na transmissão de procedimentos e na execução de algoritmos padronizados, com pouca ênfase na compreensão conceitual. Predominam metodologias que privilegiam a repetição de exercícios, a memorização de regras e o treino mecânico, o que pode não contemplar as diferentes formas de aprendizagem dos estudantes. Esse cenário favorece o acúmulo de dúvidas sobre os conceitos e procedimentos envolvidos nas operações. Tal problema se intensifica no ensino das operações de multiplicação e divisão.

Nesse contexto, de notórias dificuldades dos educandos nas operações de multiplicação e divisão, percebe-se a relevância do estudo de novas metodologias que possam ajudar na melhora desse déficit. Segundo a BNCC (Brasil, 2018, p.276):

> As habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas "quatro operações", apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo.

O processo de ensino-aprendizagem das operações básicas, pode ser realizado a partir de uma abordagem com a resolução de problemas. De acordo com a BNCC, durante todo o ensino fundamental, a resolução de problemas deve ser considerada estratégia e objeto de aprendizagem extremamente rico para o desenvolvimento cognitivo do aluno, no que diz respeito a Matemática. Diante dessa perspectiva, é que será feita uma apresentação, análise e reflexão sobre o ensino das operações de multiplicação e divisão diante de uma abordagem por meio do método de Singapura, o qual é centrado na resolução de problemas.

Singapura possui um dos melhores resultados quando o assunto é Matemática. O método utilizado por esse país, vem sendo estudado por vários matemáticos e mostra-se bastante eficaz graças a sua estrutura e princípios que tornam alunos protagonistas do próprio aprendizado. As estratégias utilizadas perpassam as resoluções mecânicas, mas incentiva as crianças a resolverem problemas que envolvam imaginação e intuição. De acordo com Baldin (2014, p.2), as características da Matemática de Singapura são:

- Utiliza a abordagem de aprendizagem: Concreto → Pictórico → Abstrato;
- Encoraja o processo de pensamento ativo, comunicação de ideias matemáticas e resolução de problemas;
- Desenvolve fundamentos que os alunos necessitarão para a Matemática mais avançada;
- Enfatiza a Matemática mental e a abordagem por modelo pictórico (Baldin, 2014, p.2).

O método possui objetivos de aprendizagem claros e coesos. Enfatiza o desenvolvimento de habilidades de pensamento, raciocínio, comunicação, aplicação e metacognitivas. Os objetivos do currículo são focados na aprendizagem do aluno, visando que se torne um sujeito ativo na sociedade, capaz de utilizar os conhecimentos matemáticos para transformá-la.

Diante do exposto e da oportunidade proporcionada pela formação docente continuada, optou-se por realizar este estudo, o qual foi orientado pela seguinte questão norteadora: A metodologia utilizada em Singapura pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão nos anos finais do Ensino Fundamental? Ademais, foram estabelecidos dois objetivos: analisar o processo de ensino-aprendizagem e a consolidação do conhecimento sobre as operações básicas de multiplicação e divisão, diante da perspectiva da Matemática de Singapura, a partir de uma investigação realizada em uma turma do ensino fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Goiânia- Go.

O trabalho foi estruturado em quatro capítulos. O primeiro capítulo, de caráter introdutório, apresenta o problema da pesquisa, baseado nas dificuldades recorrentes enfrentadas no processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão nos anos finais do Ensino Fundamental, bem como os objetivos e a justificativa do estudo. O segundo capítulo, apresenta um referencial teórico, abordando o panorama do ensino da matemática no Brasil e em Singapura e suas contribuições para a compreensão conceitual e a resolução de problemas. Já o capítulo 3, detalha os procedimentos metodológicos e os procedimentos adotados para a análise das informações. Por fim, o quarto capítulo, mostra as análises e resultados obtidos, evidenciando as principais contribuições do trabalho para o processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão, à luz da metodologia singapuriana.

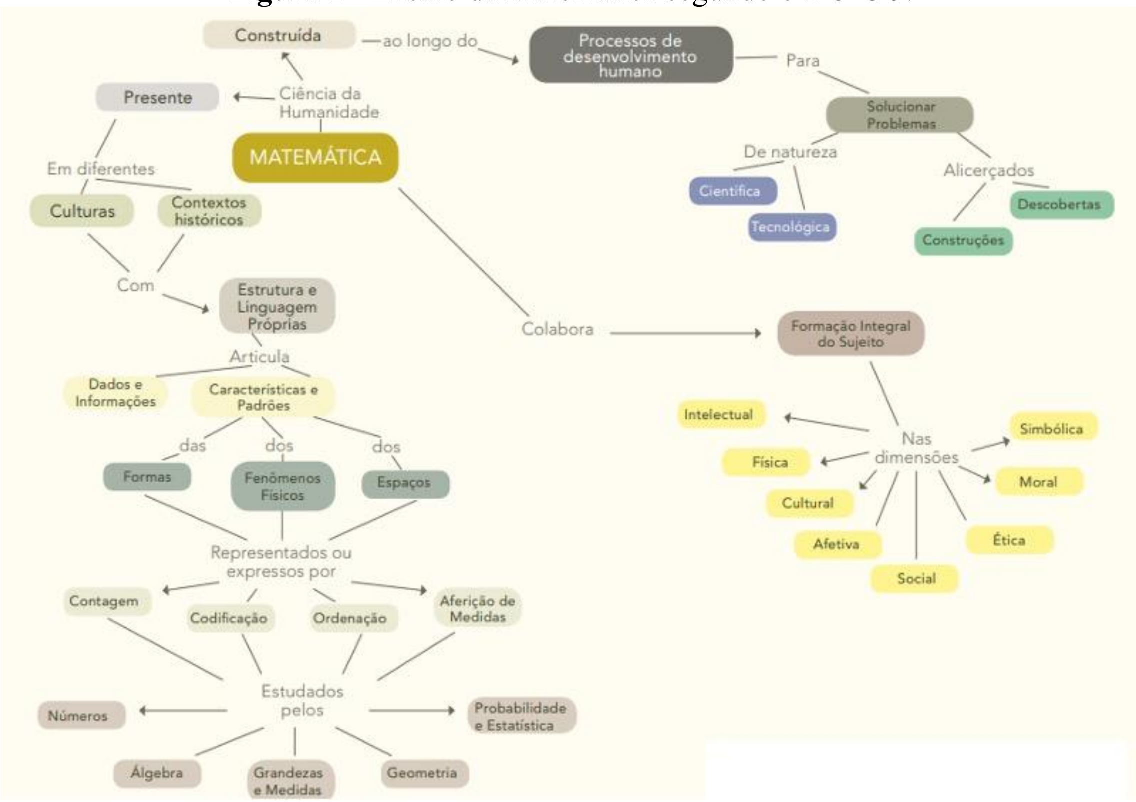
2 O ENSINO DAS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Neste capítulo, será apresentado um panorama sobre o ensino das operações de multiplicação e divisão ao longo do Ensino Fundamental, com ênfase nas orientações propostas pelos documentos curriculares nacionais e estaduais para o desenvolvimento de habilidades e competências imprescindíveis para a formação de indivíduos capazes de transformar a realidade na qual estão inseridos. Inicialmente será discutido como essas operações são abordadas no contexto educacional brasileiro e, e, posteriormente, será realizada uma análise comparativa com a abordagem adotada em Singapura, país que se destaca mundialmente pelos resultados obtidos em matemática e pela coerência de seu sistema educacional, cuja metodologia tem despertado interesse e inspirado práticas em diferentes contextos.

2.1 O ensino das operações de multiplicação e divisão no contexto curricular brasileiro

O Ensino de Matemática pode ser entendido de diversas formas, os autores do Documento Curricular para Goiás (DC-GO), por meio de um mapa conceitual, Figura 1, sintetizaram histórica e culturalmente, uma concepção tendo como referência a BNCC.

Figura 1 - Ensino da Matemática segundo o DC-GO.



Fonte: Goiás (2019, p. 370).

As diretrizes curriculares no Brasil de 1997 até 2017 eram regidas pelos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) e as DCN's (Diretrizes Curriculares Nacionais). Segundo o documento que foi redigido pelo Ministério da Educação (MEC)

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual. (Brasil, 1997, p.13)

O documento que foi elaborado após a aprovação da LDB (Lei de Diretrizes e Bases), pontua que

> apesar de apresentar uma estrutura curricular completa, os Parâmetros Curriculares Nacionais são abertos e flexíveis, uma vez que, por sua natureza, exigem adaptações para a construção do currículo de uma Secretaria ou mesmo de uma escola. Também pela sua natureza, eles não se impõem como uma diretriz obrigatória: o que se pretende é que ocorram adaptações, por meio do diálogo, entre estes documentos e as práticas já existentes, desde as definições dos objetivos até as orientações didáticas para a manutenção de um todo coerente (Brasil, 1997, p.29).

Essa flexibilização dos conteúdos, gerou ao longo do tempo, várias discussões que culminaram na elaboração da BNCC (Brasil, 2018), implementada no ano de 2020. "Este é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem ter ao longo do seu trajeto acadêmico na educação básica brasileira." (Brasil, 2018, p.7). A BNCC visa estabelecer parâmetros para garantir que alunos de uma mesma série desenvolvam competências semelhantes em todo o território brasileiro a cada etapa de ensino.

Neste sentido, o processo de ensino-aprendizagem deve comtemplar dez competências gerais, a fim de propiciar uma formação integral do indivíduo, fomentando valores que contribuam para a vida cotidiana e do mundo do trabalho, transformando a sociedade. A Figura 2 mostra as competências gerais estabelecidas no referido documento.

Contudo, o processo de ensino-aprendizagem de Matemática no Brasil tem se mostrado frágil e com inúmeras deficiências, prova disso é o desempenho dos alunos nas avaliações externas nacionais e internacionais da disciplina. Os alunos têm cada vez maior dificuldade e, a grande maioria, não consegue construir conhecimentos mínimos que permitam o exercício pleno da cidadania. Percebe-se assim, a necessidade de promover um ensino de Matemática acessível a todos os alunos, de forma que possam compreendê-la por meio da experimentação, mas não deixando de lado a fase abstrata da construção e compreensão dos fenômenos associados à disciplina.

Figura 2 – Representação de competências gerais.

Fonte: Brasil (2018, p. 9).

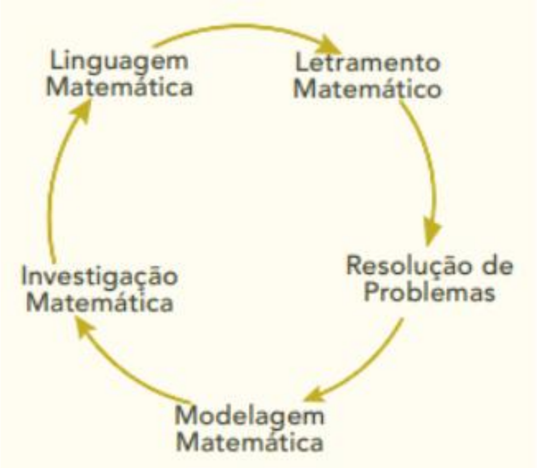
Conforme a BNCC "O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais" (Brasil, 2018, p.263). Assim, é imprescindível que, durante o ensino fundamental, os estudantes tenham acesso ao letramento matemático, que pode ser definido como a aquisição de um conjunto de

> competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (Brasil, 2018, p.264)

O ensino da Matemática tem que proporcionar um saber contextualizado e integrado com todas as áreas do conhecimento, tornando-a um objeto de mudança dos contextos sociais e culturais. O aluno deve entender por que precisa aprender aquele conceito e como ele pode ser usado em seu cotidiano. Além disso, os agentes do Ensino de Matemática precisam "compreender a aprendizagem da Matemática como um processo ativo, em que os estudantes sejam sujeitos que observam, constroem, modificam e relacionam ideias, interagindo com outras pessoas, com materiais diversos e com o mundo físico". (Goiás, 2019, p.370)

Na perspectiva da BNCC, a Matemática é dividida em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Esses eixos foram definidos para facilitar a compreensão das habilidades importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. No que se refere à unidade de números, a dificuldade dos alunos nas operações de multiplicação e divisão é um gargalo. As habilidades referentes a esse tema devem ser trabalhadas de forma gradual, desde a educação infantil até os anos finais do ensino fundamental, com a valorização de situações concretas e utilização de algoritmos e resolução de problemas. Essa progressão está representada na Figura 3.

Figura 3 - Processos matemáticos segundo o DC – GO.



Fonte*:* Goiás (2019, p. 372).

Nos anos iniciais do ensino fundamental espera-se que os alunos aprendam a ideia e os algoritmos relacionados a cada uma das operações básicas, com base na experimentação e na resolução de problemas. Mas é no início dos anos finais que estes algoritmos são consolidados, com a resolução de problemas envolvendo diferentes significados e estratégias, justificando as suas escolhas e os procedimentos inerentes à solução.

As habilidades esperadas estão divididas em cada série de acordo com a "compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas distintas". (Brasil, 2018, p.273). A multiplicação aparece pela primeira vez no currículo no 2º ano do ensino fundamental e a cada ano se aprofunda até que, no 6º ano, as quatro operações são trabalhadas de forma conjunta e com o enfoque na elaboração e resolução de situações-problema. No Quadro 1, consta um resumo sobre como devem ser trabalhadas as operações de multiplicação e divisão, conforme a BNCC.

Quadro 1 - Multiplicação e divisão no currículo brasileiro.

Objetos de conhecimento	**Habilidades**
	2ºano
• Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação) • Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte	• (EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável. • (EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
	3º ano
• Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação; • Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida; • Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte.	• (EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. • (EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. • (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais. • (EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.
	4º ano
• Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10; • Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais; • Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medidas.	•(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo. • (EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo. •(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo. •(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas,

	como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. •(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
5º ano	
• Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais	•(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
6º ano	
•Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; •Divisão euclidiana	•(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Fonte: Elaborado pela autora, com base em Brasil (2018, p. 273-276).

É importante ressaltar que, para desenvolver essas habilidades, é necessário que o estudante compreenda os sentidos das operações, tema que será abordado na próxima seção.

2.1.1 Os sentidos da operação de multiplicação

A compreensão dos sentidos das operações fundamentais é essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático e para a construção de significados que ultrapassam a mera aplicação de algoritmos. No caso específico das operações de multiplicação e divisão, compreender seus diferentes sentidos permite ao aluno estabelecer conexões conceituais, resolver problemas de maneira flexível e compreender relações inversas entre elas.

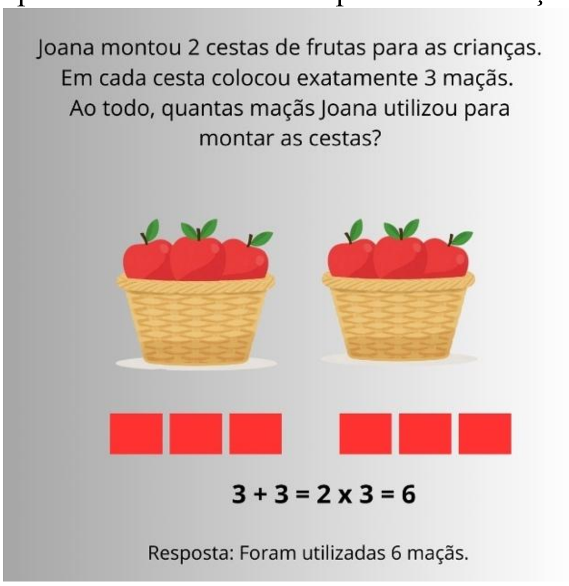
Segundo o DC-GO (Goiás, 2019, p. 377), compreender as diferentes interpretações das operações é essencial para que o aluno desenvolva "estratégias diversas de cálculo e raciocínio, identificando as relações entre adição, subtração, multiplicação e divisão". De modo semelhante, a BNCC destaca que o ensino dos números e das operações deve partir de situações significativas, permitindo a compreensão dos seus sentidos, usos e propriedades (Brasil, 2018, p. 269).

A multiplicação é uma operação que assume múltiplos significados, e compreender essas variações é essencial para desenvolver o pensamento multiplicativo. Segundo Ribeiro e Almeida (2022), atribuir significado à multiplicação significa compreender suas estruturas conceituais e funcionais, que podem assumir diferentes configurações de sentido: adição de parcelas iguais, combinatória e a configuração retangular.

Embora a BNCC amplie os significados da multiplicação ao incluir a proporcionalidade como um de seus sentidos, essa abordagem se baseará no entendimento de Ribeiro e Almeida (2022) e Amorim (2024). Ribeiro e Almeida (2022) adotam uma perspectiva conceitual e estrutural da multiplicação, se concentrando nos sentidos relacionados à organização interna da operação. Por outro lado, Amorim (2024), explicita que não considera a proporcionalidade como um sentido da multiplicação por entender que tal inclusão implica "misturar o entendimento das propriedades com o fenômeno associado à operação que corresponde", o que pode comprometer a compreensão conceitual da operação.

O sentido de adição de parcelas iguais constitui, frequentemente, o primeiro significado da multiplicação trabalhado no contexto escolar. Nesse sentido, multiplicar significa adicionar uma mesma quantidade um determinado número de vezes. Essa concepção é frequentemente introduzida por meio de situações didáticas que envolvem a organização de conjuntos com igual número de elementos, como a contagem de grupos equivalentes, conforme ilustrado na Figura 4. Dessa forma, o aluno passa a compreender a multiplicação como a repetição organizada de um mesmo grupo ou ação.

Figura 4 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo da adição de parcelas iguais.

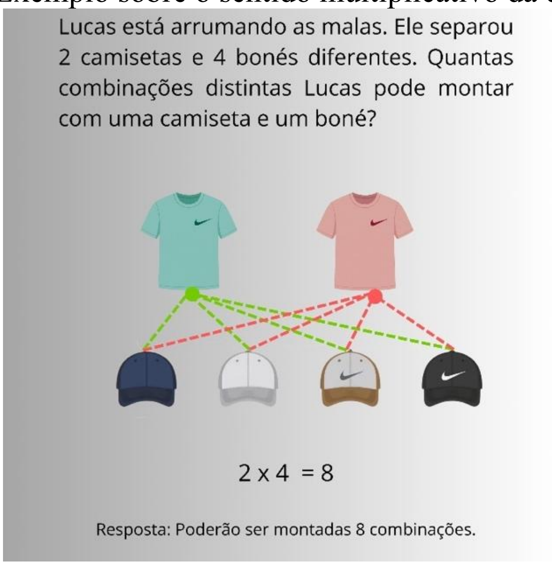


Fonte: Elaborada pela autora

O caráter iterativo da multiplicação se manifesta justamente nessa repetição controlada, em que uma quantidade fixa é aplicada sucessivamente, preservando sua estrutura a cada iteração. Conforme afirmam Ribeiro e Almeida (2022, p. 52), multiplicar implica "repetir uma determinada quantidade natural de vezes outra quantidade qualquer. A primeira quantidade que se considera refere-se ao número de vezes que se irá repetir a segunda quantidade" o que evidencia a distinção entre o número de repetições e a quantidade repetida na determinação do produto. Nessa perspectiva, a multiplicação se configura como uma forma abreviada de expressar uma adição repetitiva favorecendo a construção de um significado lógico e conceitual da operação (Amorim, 2024, p. 25).

O segundo sentido, combinatória, está relacionado à contagem de possibilidades resultantes de diferentes combinações entre elementos de conjuntos disjuntos. Esse tipo de situação amplia o pensamento multiplicativo ao exigir que o aluno estabeleça correspondência entre conjuntos, organizando as possibilidades de forma sistemática. A estrutura combinatória envolve situações de correspondência "para cada um... há vários de ...", nas quais as combinações se formam pela multiplicação das possibilidades de escolha, como o exemplo da Figura 5. Ao trabalhar essas correspondências, o estudante desenvolve formas de organização que contribui para a construção de um raciocínio relacional que ultrapassa a simples ideia de agrupamentos iguais.

Figura 5 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo da combinação.

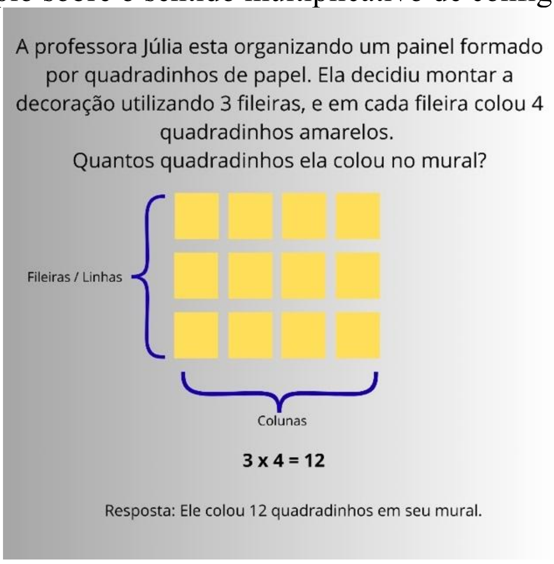


Fonte: Elaborada pela autora.

O terceiro sentido, configuração retangular, associa a multiplicação à organização espacial de objetos dispostos em linhas e colunas, sendo especialmente útil na introdução do conceito de área. Nessa perspectiva, a multiplicação passa a ser interpretada como uma composição de medidas, na qual duas dimensões — comprimento e largura — são articuladas para determinar uma nova grandeza. Assim, a configuração retangular contribui para o desenvolvimento do raciocínio geométrico ao permitir que o aluno visualize a multiplicação como a relação entre duas medidas perpendiculares. A configuração retangular, "consiste em um retângulo com lados de determinado comprimento ou um conjunto de elementos disposto em forma retangular e a questão do problema consiste em determinar a área ou a quantidade de elementos" (Ribeiro e Almeida, 2022, p. 68).

Ao compreender esse sentido da multiplicação, o aluno começa a entender que a multiplicação também expressa a contagem de elementos organizados em padrões bidimensionais, cuja decomposição permite visualizar que o produto de duas medidas pode ser obtido pela soma dos produtos das partes que o compõe. Assim, a percepção da estrutura retangular favorece a compreensão da propriedade distributiva da multiplicação, uma vez que o aluno entende que multiplicar um número por uma soma equivale a multiplicar esse número por cada uma das parcelas separadamente e, posteriormente, somar os resultados. Essa compreensão sustenta o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental baseadas na decomposição de fatores, contribuindo para uma aprendizagem mais flexível e conceitual da multiplicação.

Figura 6 - Exemplo sobre o sentido multiplicativo de configuração retangular.



Fonte: Elaborada pela autora

2.1.2 Os sentidos da operação de divisão

A operação de divisão também apresenta sentidos, sendo os mais recorrentes os de partilha equitativa e medida (ou contagem de grupos). Essa distinção é indispensável para que o aluno compreenda que dividir não se resume apenas em repartir, mas também envolve comparar, medir e determinar quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

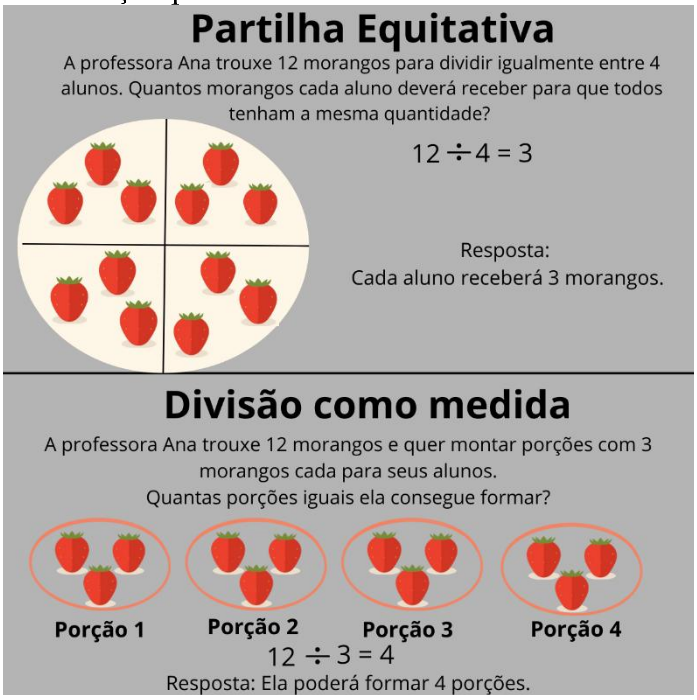
O primeiro sentido da divisão é a partilha equitativa. Nesse tipo de situação, o objetivo é dividir uma quantidade total em partes iguais, determinando quanto cabe em cada grupo. Essa forma de compreender a divisão é mais intuitiva para os alunos dos anos iniciais, pois parte de experiências concretas de distribuição justa, como dividir brinquedos e outros objetos entre colegas. Segundo Policastro e Ribeiro (2021, p. 8), "a partilha equitativa é essencial porque permite à criança entender o significado de igualdade de grupos, o que mais tarde se relacionará à compreensão de frações e proporcionalidade".

O segundo sentido é o da divisão como medida, também chamada de divisão por agrupamentos. Conforme explicam Policastro e Ribeiro (2021, p. 9), "dada uma quantidade inicial (dividendo), pretende-se identificar quantas vezes (quociente) uma outra quantidade (divisor) é necessário para medir a primeira". Essa definição destaca o caráter iterativo da divisão como medida: o aluno precisa compreender que o divisor é uma unidade de referência, isto é, um grupo de tamanho fixo que será repetidamente comparado ao dividendo.

Esse sentido é essencial para a consolidação do raciocínio multiplicativo e proporcional, pois permite ao aluno perceber que dividir envolve também medir e comparar grandezas, e não apenas distribuir elementos de forma justa. Além disso, compreender a divisão como medida facilita a transição para a compreensão de razões, proporções e frações, já que todos esses conceitos envolvem relações entre partes e totalidades.

Para melhor entendimento, podemos exemplificar conforme Figura 7. No primeiro sentido, temos 12 morangos para dividir entre 3 alunos, resultando 4 morangos por aluno. No segundo sentido, temos 12 morangos para dividir em porções com 3 morangos cada, resultando em 4 porções.

Figura 7 - Situação-problema ilustrativa dos sentidos da divisão.



Fonte: Elaborada pela autora

A multiplicação e a divisão constituem um par de operações inversas: enquanto a multiplicação combina quantidades para formar um todo, a divisão opera a partir desse todo, seja repartindo em partes iguais, seja determinando quantas vezes uma quantidade está contida em outra. A compreensão articulada dessas operações é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio proporcional e para a consolidação dos procedimentos de cálculo.

O estudo dos sentidos das operações de multiplicação e divisão tem implicações diretas na prática pedagógica, sobretudo na perspectiva da resolução de problemas. Segundo Baldin (2014, p. 5), a aprendizagem efetiva das operações "requer a construção gradual de significados e sua aplicação em contextos variados". Essa construção ocorre quando o aluno é incentivado a compreender o que cada operação significa em diferentes situações, refletindo sobre suas próprias estratégias e justificando os resultados obtidos.

Portanto, compreender os sentidos das operações é uma condição necessária para que o aluno alcance níveis mais avançados de pensamento matemático, tornando-se capaz de estabelecer relações, justificar estratégias e transferir o conhecimento para novos contextos. A compreensão conceitual contribui para um ensino mais significativo, que privilegia a compreensão em detrimento da memorização e favorece o desenvolvimento de competências previstas nos documentos curriculares brasileiros.

2.2 O ensino de matemática em Singapura

Singapura, pequeno país do Sudeste Asiático, apresenta um dos melhores resultados em Matemática no PISA. De acordo com os resultados mais recentes desse Programa, divulgados em 2023, Singapura ocupa a primeira posição mundial em Matemática, Leitura e Ciências, demonstrando um desempenho consistentemente superior à média dos países da OCDE em todas as áreas avaliadas. Por este motivo, se tornou conhecido internacionalmente, despertando o interesse na implantação de seu método em outros países.

Mas nem sempre foi assim. Segundo o portal Brasil Escola (2025), com base em dados do Fundo Monetário Internacional (FMI), Singapura figura entre os países mais ricos do mundo em termos de Produto Interno Bruto (PIB) per capita, resultado de um processo de desenvolvimento econômico consolidado nas últimas décadas. Contudo, há cerca de cinquenta anos, enfrentava sérias dificuldades econômicas e desafios significativos no campo educacional. Com poucos recursos naturais, teve que se reinventar e produzir grandes mudanças em suas políticas públicas. O excelente sistema educacional despertou o interesse das grandes empresas internacionais, que passaram a investir no país e demonstrar interesse em importar o método para seus países.

O método de ensino que encanta vários educadores não é somente uma metodologia, mas perpassa uma política educacional coerente e estruturada para formar cidadãos para o futuro. Mas antes de analisar o método e suas características, é importante entender como funciona o sistema educacional do país que possui duas referências importantes: a qualidade e valorização do professor e a qualidade do ensino.

O professor é considerado personagem central no sistema educacional de Singapura, desde a formação inicial. No país, os estudantes com melhor desempenho acadêmico são incentivados a ingressar em cursos de licenciatura, e os futuros docentes recebem apoio financeiro durante a formação. Além disso, ao longo da carreira, os professores dispõem de diversas oportunidades para se desenvolver profissionalmente. As políticas educacionais enfatizam a importância de que os docentes tenham tempo e espaço para refletir sobre suas práticas, colaborar com colegas e aprimorar suas abordagens pedagógicas, contribuindo para a formação integral dos alunos (MOE, s.d.).

Outro ponto marcante do sistema educacional é a qualidade do ensino. As escolas de Singapura têm como objetivo principal a formação de indivíduos pensantes e comprometidos com a nação, com capacidades e habilidades para enfrentar desafios futuros. A filosofia educacional é estruturada em três alicerces: a lógica, um currículo coerente e as habilidades necessárias para o desenvolvimento no ensino básico. Além disso, as competências e habilidades estabelecidas para o desenvolvimento durante a vida escolar são pensadas de modo a preparar os indivíduos para enfrentar os desafios do século XXI, ou seja, são baseadas em valores que estão incutidos na sociedade singapuriana.

Segundo o Ministério da Educação de Singapura,

> A trajetória escolar no país inicia-se na educação pré-primária (*Preschool*), frequentada, de forma opcional, por crianças a partir de três ou quatro anos, nas etapas de *Nursery* e *Kindergarten* (K1 e K2), voltadas ao desenvolvimento integral segundo o **NEL Framework** (*Nurturing Early Learners*). Em seguida, os alunos ingressam na *Primary School* — ensino obrigatório desde 2003, com duração de seis anos — normalmente aos seis ou sete anos, dividida em *Foundation Stage* (*Primary* 1 a *Primary* 4) e *Orientation Stage* (*Primary* 5 e *Primary* 6). O currículo da educação primária abrange inglês, língua materna (mandarim, malaia, tâmil ou outra língua reconhecida), matemática e ciências (introduzidas a partir do *Primary* 3), além de disciplinas como arte, música e educação física, com apoio estatal e taxas simbólicas para cidadãos (MOE, 2024a, p. 1).

Após o término desse nível, os estudantes fazem uma prova, denominada ***Primary School Leaving Examination*** **(PSLE)**. Esse teste indica as habilidades de cada educando e funciona como um indicador para a flexibilização do currículo. Nessa fase, o aluno tem condições para escolher o caminho que deseja trilhar em sua vida profissional, de acordo com as suas habilidades. Durante o ensino secundário, que leva entre quatro e cinco anos, e corresponde ao ensino médio na educação brasileira, o aluno escolhe a escola em que vai estudar, de acordo com seus pontos fortes e interesses que são valorizados com um estilo de aprendizagem específica.

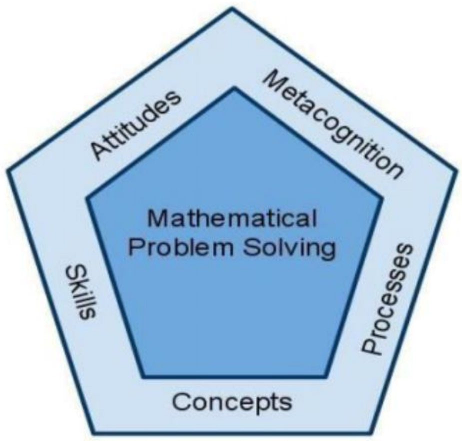
Por fim, a última etapa da escolarização é o nível pós secundário, que compreende os caminhos que poderão ser seguidos após a conclusão do ensino secundário. Há vários tipos de instituições em Singapura e o ingresso em cada uma delas depende da escolha que o aluno fez durante a etapa anterior. Cada instituição tem um objetivo próprio, diferenciando os alunos por suas competências práticas, artísticas, esportivas, matemáticas ou científicas. Porém, durante o decorrer do curso, podem optar por transferência para outra instituição, se descobrirem que aquela não é a sua aptidão.

Além disso, em Singapura existem escolas que são especializadas na capacitação, requalificação e no aprimoramento de adultos e profissionais que já atuam em uma determinada profissão. Isso mostra que o país investe em educação em todos os níveis da sociedade, com várias opções de aprendizagem durante a vida do cidadão.

Em meio a esse cenário, se insere o Método de Singapura no ensino da Matemática. Esse método tem como principal objetivo oferecer aos alunos uma maior diversidade de possibilidades, de modo a atender aos diferentes interesses e às distintas formas de aprendizagem, favorecendo um processo educativo mais flexível e significativo. Contudo, Fernandes (2017, p. 5) ressalta que “não existe o método de Singapura, mas Matemática em Singapura!”.

O método de Singapura é centrado na fundamentação profunda do conhecimento matemático. A sua concepção filosófica é embasada na resolução de problemas e enfatiza a compreensão conceitual, o domínio de habilidades e processos matemáticos com a devida ênfase às atitudes e à metacognição. Na Figura 8 é possível visualizar um esquema sobre essa concepção.

Figura 8 - Modelo dos componentes da resolução de problemas segundo o currículo de Matemática de Singapura.



Fonte: Singapure (2012, p. 6).

Conforme o documento Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática, escrito pelo grupo de trabalhos em Matemática de Portugal (2018, p. 143), os princípios filosóficos adotados em Singapura englobam:

- conceitos (numéricos, algébricos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, analíticos);
- competências (cálculo numérico, manipulação algébrica, visualização espacial, análise de dados, medida, uso de ferramentas matemáticas, estimativa);
- processos (raciocínio, comunicação e conexões; aplicações e modelação; competências de pensamento e heurística);
- metacognição (monitorização do próprio pensamento, autorregulação da aprendizagem);
- atitudes (convicções, interesse, apreço, confiança, perseverança).

Esses princípios são baseados na educação ocidental e desenvolvidos de acordo com a teoria de estudiosos como Jean Piaget, Jerome Bruner, Lev Vygotsky, Zoltan Dienes, George Polya e Richard Skemp. A metodologia indicada por estes estudiosos, propõe três princípios básicos a serem considerados para o estudo dessa concepção. Segundo, Teixeira (2015, p. 17)

> 1) A abordagem Concreto>Pictórico>Abstrato (CPA), que remonta aos trabalhos do psicólogo americano Jerome Bruner;
> 2) Os princípios de variabilidade Matemática e perceptiva, do educador matemático húngaro Zoltán Dienes (o criador dos blocos lógicos), que apontam para a necessidade de se usar diversos exemplos e contextos na aprendizagem de um conceito, assim como múltiplas representações;
> 3) O trabalho do psicólogo inglês Richard Skemp sobre a importância de se estabelecer conexões e de se compreender as relações matemáticas e a sua estrutura, de forma a alcançar um conhecimento profundo e duradouro das matérias (tudo deve estar relacionado) (Teixeira, 2015, p. 17).

De acordo com Baldin (2014, p. 3), os focos da Matemática de Singapura são:

- Habilidade da criança em lidar com a informação → ênfase em problemas literais;
- Habilidade em visualização de situações-problema → modelos de barras para modelizações;
- Habilidade em perceber padrões e realizar generalizações;
- Desenvolver senso numérico por meio de cálculo mental (Baldin, 2014, p. 3).

A educação singapuriana dialoga diretamente com os pilares do aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver e aprender a ser, ainda que sob terminologias próprias. O foco na construção de competências cognitivas sólidas e na compreensão profunda dos conceitos — enfatizado pelo uso de abordagens como a Concreto-Pictórico-Abstrato (CPA) e por currículos estruturados — reflete o aprender a conhecer, entendendo o conhecimento como base para a autonomia intelectual. Já o desenvolvimento de habilidades práticas, resolução de problemas e aplicação de estratégias matemáticas se relaciona ao aprender a fazer, uma vez que o sistema educacional valoriza o domínio procedimental aliado ao raciocínio.

O esforço intencional para formar alunos que saibam trabalhar em equipe, comunicar ideias e colaborar expressa o aprender a conviver. Por fim, a ênfase em valores, caráter, responsabilidade, ética e resiliência, demonstra o compromisso com o aprender a ser, promovendo o desenvolvimento integral do estudante. Dessa forma, a educação singapuriana incorpora e operacionaliza os quatro pilares da educação, reforçando uma formação humana completa e alinhada às demandas contemporâneas.

2.2.1 O método Singapura e as operações básicas

O ensino das operações em Singapura acontece de maneira espiral, com uma abordagem CPA, que motiva os alunos à descoberta dos conteúdos de forma gradual e contínua.

> O objetivo do currículo de Matemática em Singapura é desenvolver a habilidade dos estudantes em aplicar Matemática para resolver problemas através do desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, ajudando-os a adquirir conceitos-chave da Matemática, promovendo atitudes positivas frente à Matemática e encorajando-os a pensar por si mesmos sobre a maneira como aprendem. (IMPA, 2018, p. 17)

Em Singapura, as operações básicas passam a ser trabalhadas de acordo com a teoria CPA, do professor Jerome Bruner, o que permite ao aluno, por meio de metodologias como o modelo de barras e cálculos mentais (*numbers bonds*), obter uma visão geral do problema, manipular e generalizar os conceitos a ele aplicados. Além disso, os conceitos são apresentados de forma simples e lenta, visando uma aprendizagem contínua, que pode ser chamada de espiral, pois o conteúdo vem e volta ao currículo, de forma que se consolidam e o aluno se aprofunda no conhecimento de maneira natural e constante.

Sabemos que a aprendizagem das operações acontece de forma contínua por todo o ensino básico. De acordo com Santos e Teixeira (2015, p. 55), a "abordagem clássica «concreto-pictórico-abstrato» (CPA), de origem em teorias construtivistas, parece ser especialmente indicada para o ensino das primeiras matemáticas".

Em seu artigo, Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo de escola básica: caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura, Baldin (2014) discute a evolução do modelo pictórico pela ótica da formação de professores. Aponta que a dificuldade da conexão entre os anos iniciais e os anos finais do ensino é causada pela falta de comunicação explícita entre os conteúdos. Conclui que é necessária uma integração entre a Matemática escolar e a Matemática que os alunos precisam saber. Ressalta que o método de Singapura, através da resolução de problemas e do uso da abordagem CPA, é uma alternativa às metodologias utilizadas atualmente.

A multiplicação é introduzida associada à tabuada. Primeiramente, apresenta-se a tabuada referente ao número dois. As tabuadas são introduzidas seguindo uma ordem: concretização, resolução de problemas adequados à situação, organização de objetos de 2 em 2, sequência iconográfica gerada pelo operador "+2" e descoberta da regularidade a começar na quantidade dois até ao 20. As tabuadas são apresentadas durante o 2º ano de escolaridade, obedecendo a seguinte ordem: tabuada de 2, 5 e 10. Conforme Fernandes (2018, p. 3), "após a exploração das primeiras três tabuadas, as restantes continuam a ser lecionadas de forma progressiva e gradual, consolidando os conhecimentos com exercícios que relacionem as tabuadas".

As experiências de aprendizagem, referentes à multiplicação e divisão são inseridas no currículo de Singapura de acordo com o nível de escolaridade. No Nível Primário 1, as atividades possuem caráter introdutório com o uso de materiais concreto e de forma a priorizar o caráter de definição dos conceitos básicos das operações.

Quadro 2 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 1.

Conteúdo	**Experiências de Aprendizagem**
3.Multiplicação e divisão 3.1 Conceitos de multiplicação e divisão 3.2 Uso da operação de multiplicação 3.3 Multiplicando até 40 elementos 3.4. Dividindo grupos de até 20 elementos 3.5 Resolvendo situações-problema que podem ser solucionados em uma etapa envolvendo multiplicação e divisão com representação pictórica	Os alunos devem ter oportunidades para: (a) usar objetos concretos, contagem do número total de objetos em grupos iguais usando, por exemplo, a linguagem "2 grupos de 5". (b) partilhar um determinado número de objetos concretos ou figuras e entendendo como a divisão é feita e se os objetos podem ser divididos de forma igualitária. (c) dividir um conjunto de objetos concretos em grupos iguais e discutir os conceitos de agrupamento e compartilhamento na divisão.

Fonte: Singapore (2012, p. 35, **tradução nossa**)

Avançando para o Nível Primário 2, destaca-se o estudo das tabuadas, que agora também aparecem na fase pictórica da aprendizagem, destacando o uso da relação entre multiplicação e divisão. O currículo nesta fase, prioriza o uso do cálculo mental e das aplicações das operações em contextos diversos, bem como na resolução de problemas.

Quadro 3 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 2.

Conteúdo	Experiências de Aprendizagem
3.Multiplicação e divisão 3.1 Tabuada de multiplicação de 2, 3, 4, 5 e 10 3.2 Uso de ÷ 3.3 Relação entre multiplicação e divisão	Os alunos devem ter oportunidades para: (a) trabalhar em grupo para criar histórias de multiplicação e divisão, escrever uma equação de multiplicação ou divisão para cada história e explicar o significado do sinal de igual. (b) usar objetos concretos e representações pictóricas para ilustrar os conceitos de multiplicação e divisão, por exemplo, 'multiplicar 3 por 5' e 'dividir 12 por 4'.

3.4 Multiplicando e dividindo com a tabuada da multiplicação 3.5 Resolvendo situações-problema que podem ser solucionados em uma etapa, envolvendo a multiplicação e divisão, utilizando as tabuadas de multiplicação 3.6 Cálculo mental envolvendo multiplicação e divisão utilizando as tabuadas de multiplicação de 2, 3, 4, 5 e 10	(c) explorar padrões numéricos nas tabelas de multiplicação de 2, 3, 4, 5 e 10 através de atividades como colorir um quadro com os números de um a cem. (d) alcançar o domínio dos fatos sobre multiplicação e divisão - Usando cartões de multiplicação e de divisão. - Utilizando jogos, incluindo jogos digitais. - Escrevendo famílias de 4 fatos básicos das tabuadas de multiplicação (por exemplo, 3 x 4 = 12, 4 x 3 = 12, 12 ÷ 4 = 3 e 12 ÷ 3 = 4 é uma família de fatos da multiplicação e divisão). (e) trabalhar em grupo para criar situações-problema (com representação pictórica, se necessário) envolvendo multiplicação e divisão para outros grupos resolverem. (f) resolver problemas não rotineiros usando heurísticas como 'interpretar e 'desenhar um diagrama' e compartilhar suas ideias.

Fonte: Singapore (2012, p. 38, **tradução nossa**)

Já no Nível Primário 3, as tabuadas são ensinadas aumentando o grau de dificuldade das mesmas. Além disso, percebe-se o uso de divisões com resto e o ensino do algoritmo formal. As resoluções de problemas serão mais complexas, utilizando mais fases e sofisticação do raciocínio logico. Neste nível apresenta-se formalmente a transição do pensamento concreto-abstrato.

Quadro 4 - Conteúdos e experiências de aprendizagem: nível primário 3.

Conteúdo	Experiências de Aprendizagem
3.Multiplicação e divisão 3.1 Tabuada de multiplicação de 6, 7, 8 e 9 3.2 Multiplicando e dividindo com a tabuada da multiplicação 3.3 Divisão com resto 3.4 Algoritmos de multiplicação e divisão (até 3 dígitos por 1 dígito) 3.5 Resolva situações-problema que possam ser resolvidos em duas etapas envolvendo as quatro operações	Os alunos devem ter oportunidades para: (a) trabalhar em grupo para criar histórias de multiplicação e divisão e escrever equações de multiplicação e divisão para as histórias. (b) usar objetos concretos e representações pictóricas para ilustrar os conceitos de multiplicação e divisão tais como 'multiplicar 6 por 5' e 'dividir 49 por 7'. (c) explorar padrões numéricos nas tabuadas de multiplicação de 6, 7, 8 e 9 por meio de atividades como colorir um quadro com os números de um a cem. (d) trabalhar em grupos usando discos numéricos para ilustrar os algoritmos padrão para multiplicação e divisão até 3 dígitos por 1 dígito. (e) dividir objetos concretos em grupos iguais para descobrir que, às vezes, existem objetos restantes, escrever a resposta em função do quociente e resto. (f) alcançar o domínio dos fatos de multiplicação e divisão - usando cartões de multiplicação e de divisão. - utilizando jogos, incluindo jogos digitais.

3.6 Cálculo mental envolvendo multiplicação e divisão com a tabuada da multiplicação	- escrevendo uma família de 4 fatos básicos nas tabuadas de multiplicação (por exemplo, 8 x 4 = 32, 4 x 8 = 32, 32 ÷ 4 = 8 e 32 ÷ 8 = 4 é uma família de fatos de multiplicação da divisão). (g) usar modelos de parte-todo e modelos de comparação para ilustrar os conceitos de multiplicação e divisão e usar os modelos para determinar qual operação (multiplicação ou divisão) usar ao resolver situações-problema que podem ser resolvidos em uma etapa. (h) usar modelos de comparação para reforçar a linguagem da comparação, tal como “Ali tem 3 vezes mais dinheiro que Maria”. (i) trabalhar em grupos para criar situações-problema que podem ser resolvidos em dois passos, que envolvam as 4 operações. (j) resolver problemas não rotineiros usando heurísticas diferentes, como 'interpretar' e 'desenhar um diagrama' e compartilhar ideias.

Fonte: Singapore (2012, p. 43, **tradução nossa**)

Ainda de acordo com o currículo, a partir do nível primário 4, as operações de multiplicação e divisão são trabalhadas juntamente com as operações de soma e subtração, com vistas à resolução de problemas. Isso se dá, de acordo com Teixeira (2015, p.17), pois “só se pode avançar para um tema quando já estiverem devidamente consolidados todos os conceitos necessários para explorar esse tema; não se saltam etapas!”

2.2.2 A resolução de problemas na perspectiva da Matemática de Singapura

A resolução de problemas constitui o eixo central do currículo de matemática de Singapura, orientando todo o processo de ensino-aprendizagem da disciplina. O MOE (2012) propõe um modelo integrado, no qual o desenvolvimento matemático do aluno ocorre pela articulação entre conceitos, habilidades, processos, metacognição e atitudes.

Ainda segundo o MOE (2012, p. 6), “a resolução de problemas matemáticos é o cerne do aprendizado de matemática. Ela envolve a aquisição e aplicação de conceitos e habilidades matemáticas, bem como o desenvolvimento de processos, metacognição e atitudes necessárias para resolver problemas de forma eficaz.” Essa estrutura expressa a ideia de que resolver problemas requer mais que saber algoritmos: envolve compreender conceitos, mobilizar estratégias cognitivas, monitorar o próprio raciocínio e adotar uma postura positiva diante dos desafios.

Os conceitos correspondem às ideias matemáticas fundamentais que permitem ao estudante compreender os significados das operações, propriedades e relações numéricas. Em Singapura, o ensino dos conceitos é estruturado progressivamente, com ênfase na compreensão profunda antes da automatização de procedimentos.

De acordo com Santos e Teixeira (2015, p.55), a abordagem CPA é essencial para a formação conceitual, pois possibilita que o estudante "transite das experiências manipulativas à representação simbólica, construindo significados sólidos e duradouros". Essa perspectiva também é defendida pela BNCC, que ressalta a importância de desenvolver "a compreensão dos conceitos matemáticos como condição para a resolução de problemas e para o uso significativo dos algoritmos" (Brasil, 2018, p. 267).

Em termos pedagógicos, a compreensão conceitual é favorecida quando o aluno é exposto a situações que o desafiam a explicar por que uma operação ou estratégia funciona e não apenas a executá-la. Assim, por exemplo, entender os significados das operações, como "multiplicar é adicionar parcelas iguais" ou "dividir é repartir em partes iguais ou medir", constitui um processo conceitual importante e necessário para a resolução de problemas, pois fornece ao estudante os princípios que sustentam os procedimentos e lhe permitem escolher estratégias adequadas na resolução de problemas. Ao internalizar esses significados, o aluno passa a compreender a lógica das operações, favorecendo um raciocínio lógico mais flexível e autônomo.

As habilidades referem-se à capacidade de aplicar os conceitos e procedimentos matemáticos de forma precisa e adaptada a outros contextos. O currículo de Singapura destaca a importância de desenvolver habilidades que sejam procedimentais e comunicativas, permitindo ao aluno escolher e utilizar estratégias adequadas ao problema proposto. O *Mathematics Syllabus* (MOE, 2012) enfatiza que as habilidades devem ser aprendidas em contexto, de modo que o aluno perceba sua utilidade prática. As habilidades corroboram para que haja uma verdadeira interação entre "o fazer e o compreender", articulando comunicação e raciocínio lógico, buscando competências que ultrapassam a simples resolução de algoritmos.

Os processos matemáticos envolvem as formas de pensar e agir que sustentam a resolução de problemas, como raciocinar, comunicar, fazer conexões e representações. Segundo o MOE (2012), esses processos são o elo entre o conhecimento conceitual e o uso prático da Matemática. Dessa forma, possibilitam ao aluno as possibilidades de raciocinar, argumentar, criar conjecturas e validar suas soluções. Essa é uma competência essencial ao ensino de matemática, pois coloca o aluno na posição de sujeito participante do processo de aprendizagem.

Na prática pedagógica, os processos são evidenciados quando o estudante formula hipóteses, usa as representações visuais e comunica suas estratégias de resolução. Essas ações desenvolvem flexibilidade cognitiva e a capacidade de conectar diferentes representações matemáticas.

A metacognição é o componente que diferencia o modelo de Singapura de abordagens tradicionais de resoluções de problemas. Ela se refere à capacidade do aluno refletir sobre o próprio pensamento, monitorar seu progresso e avaliar a estratégias escolhidas para a resolução. O MOE (2012, p. 7) define metacognição como “a consciência e o controle sobre o próprio processo de pensamento durante a resolução de problemas”. Essa dimensão está intimamente ligada ao desenvolvimento da autonomia e à autorregulação da aprendizagem.

As atitudes matemáticas englobam as disposições afetivas e comportamentais que sustentam o envolvimento do aluno com a disciplina: interesse, perseverança, confiança, entre outros. O MOE (2012) reconhece que atitudes positivas são fundamentais para a aprendizagem efetiva, pois influenciam diretamente o engajamento e a persistência diante de desafios cognitivos.

Os cinco componentes do modelo de resolução de problemas de Singapura interagem de forma sistemática e contínua, pois, estabelecem uma visão integrada do aprendizado. Os conceitos fornecem a base do conhecimento empírico, as habilidades e os processos orientam a aplicação dos conteúdos, a metacognição regula e melhora o raciocínio e as atitudes sustentam a motivação e o engajamento dos estudantes.

2.2.3 Ferramentas da Matemática Singapura: Modelo de barras e Números ligados

As metodologias da Matemática de Singapura são estruturadas de modo a privilegiar a compreensão profunda dos conceitos em detrimento da simples memorização de procedimentos. Dentro dessa lógica, algumas estratégias se destacam como pilares da abordagem. Duas ferramentas merecem atenção especial: o modelo de barras (*bar model*) e os números ligados (*number bonds*).

O modelo de barras constitui uma ferramenta visual que auxilia os alunos a representar, graficamente, relações matemáticas. Com base em diagramas retangulares, o estudante consegue decompor números, comparar quantidades e visualizar operações. Essa estratégia é considerada fundamental para a transição do raciocínio concreto para o abstrato, além de favorecer a resolução de problemas complexos.

Dotti (2016, p.11) caracteriza o modelo de barras como "uma representação geométrica com desenho de barras para quantidades numéricas, utilizada na modelagem algébrica de estratégias na resolução de situações-problema no ensino fundamental." Através desse modelo os estudantes podem adquirir habilidades para interpretar as situações-problema e realizar a escolha correta de operações. A partir dessa ferramenta o aluno pode aprender e compreender de maneira mais eficaz os conceitos das operações usando-os de forma correta e coerente.

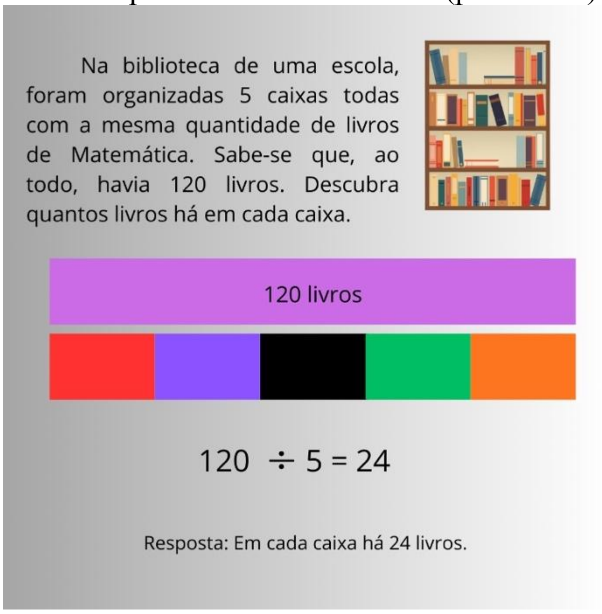
Essa estratégia pode ser utilizada em todas as etapas da escolarização, devido à sua flexibilidade em se adaptar a diversos conteúdos dentro da resolução de problemas. Dessa forma, constitui-se como um processo heurístico, no qual os alunos são incentivados a mobilizar diferentes estratégias de raciocínio, a explorar representações visuais e a construir soluções de maneira reflexiva e fundamentada. Além de favorecer a compreensão conceitual, o uso dessa abordagem amplia a autonomia dos estudantes e contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático crítico.

O modelo de barras é amplamente utilizado para a resolução de problemas, sendo um dos pilares da matemática singapuriana, composto por fases. A primeira fase consiste na exploração das situações-problema por meio de objetos concretos. Em seguida, os alunos partem para o desenho de diagramas, onde se faz a parte pictórica, chegando enfim aos algoritmos e notações abstratas. Segundo Cheong (2002, p. 5):

> O currículo de Singapura organiza o método em dois grandes tipos:
> - **Modelo Parte–Todo (Part-Whole Model):** utilizado para representar a relação entre o todo e suas partes.
> - **Modelo de Comparação (Comparison Model):** usado para comparar duas ou mais quantidades (Cheong, 2002, p.5).

O modelo parte-todo mantém clara a composição das partes e a compara com o todo, mostrando contraste e proporção entre as quantidades e os comprimentos das barras, sendo muito utilizado para resolver situações-problema envolvendo adição e subtração, como também, frações e proporções. Na Figura 9, as partes estão representadas e podem ser comparadas com o todo como pede o exercício, permitindo que o aluno visualize a sua decomposição. Nesse caso, o modelo consolida o desenvolvimento do raciocínio sobre a decomposição numérica.

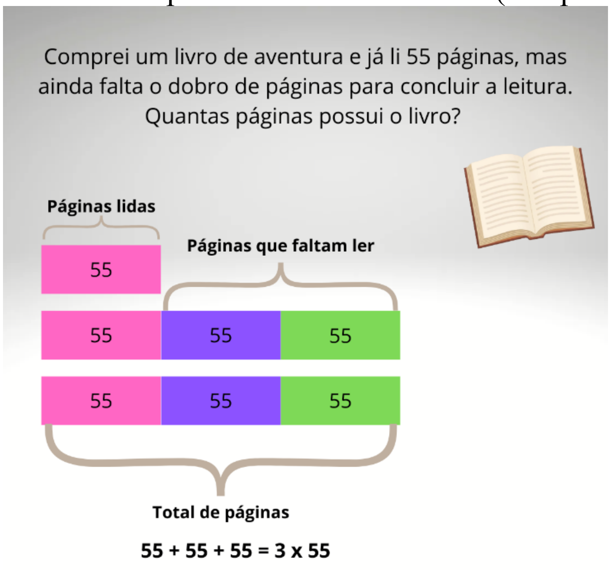
Figura 9 - Exemplo de modelo de barras (parte-todo).



Fonte: Elaborado pela autora.

Já no modelo de comparação, são evidenciadas as comparações entre as quantidades, representando tanto as diferenças absolutas (mais/menos) quanto as diferenças relativas (vezes mais, vezes menos). Ela é muito utilizada para introduzir as noções de proporcionalidade e linguagem comparativa. Esse tipo de modelo, prepara os alunos para o entendimento de raciocínios mais sofisticados, como a álgebra e a resolução de equações.

Figura 10 - Exemplo de modelos de barras (comparação).



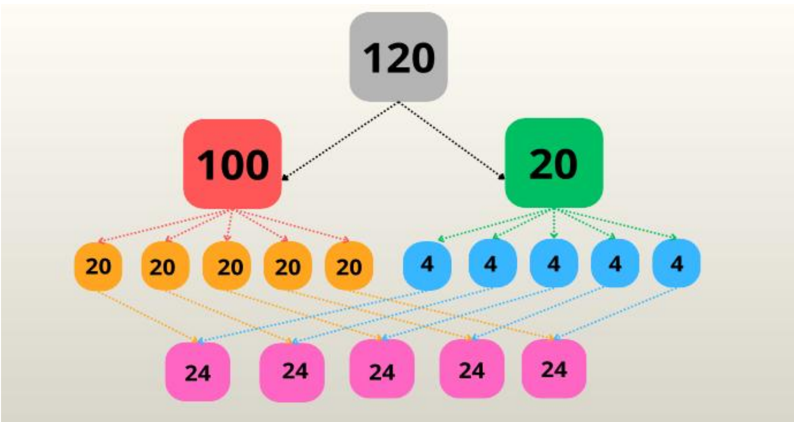
Fonte: Elaborado pela autora.

A ferramenta conhecida como números ligados ou "*Number Bond*" apresenta-se como uma técnica de decomposição numérica. A ideia é mostrar que cada número pode ser decomposto em diferentes combinações, permitindo ao aluno reconhecer padrões e desenvolver maior flexibilidade em cálculos mentais. Essa prática é especialmente relevante nos anos iniciais, pois constrói uma base sólida para operações mais avançadas e para a fluência aritmética. Essa técnica é uma estratégia visual e conceitual, possibilitando uma forma de representar, compor e decompor os números, adequando a compreensão das operações básicas.

Os números ligados surgiram a partir das pesquisas realizadas pelo MOE na década de 1980, quando o país reformulou seu currículo. O método foi concebido para dar ênfase ao desenvolvimento da compreensão conceitual antes da compreensão dos algoritmos. Bruner (1966) defendia que o aprendizado se organiza em três etapas: enativa (ação com objetos concretos), icônica (representações visuais) e simbólica (abstração numérica). Os números ligados se alinham a essa perspectiva, pois oferecem ao aluno a oportunidade de transitar do concreto para o abstrato por meio da decomposição de números em partes menores e manejáveis.

A ideia central dessa estratégia é a decomposição de um número em outros componentes (partes) que, ao se ligarem, formam o número original (todo). A representação pode ser feita por diagramas circulares ou retangulares, em que o todo aparece em destaque e as ramificações representam as partes. Na Figura 11, consta um exemplo a utilização dos números ligados.

Figura 11 - Representação da estratégia de números ligados para a resolução do problema apresentado na Figura 9.

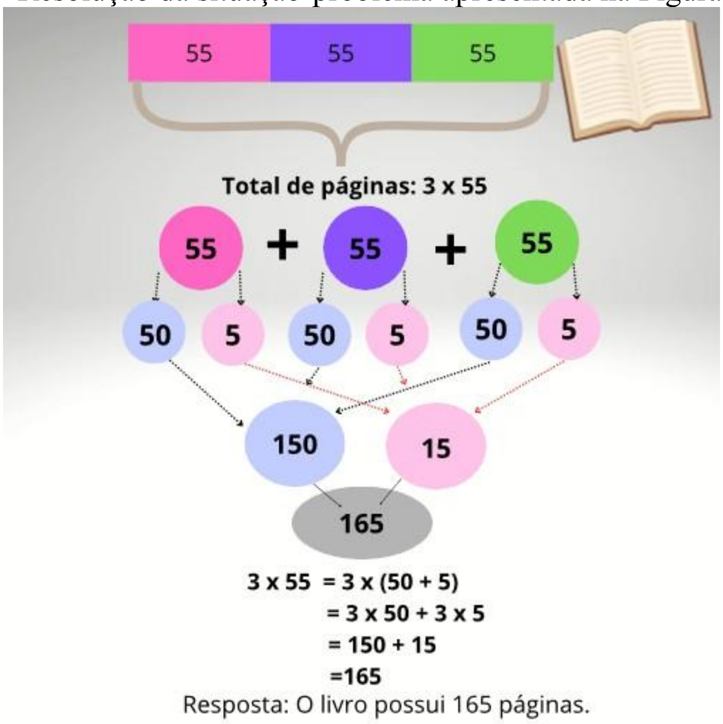


Fonte: Elaborada pela autora

A utilização de números ligados no ensino da matemática apresenta contribuições significativas para o desenvolvimento da fluência numérica e da compreensão das relações entre as operações. De acordo com o currículo de Matemática de Singapura, os números ligados favorecem a ampliação do repertório de estratégias de cálculo, permitindo ao aluno estabelecer conexões entre adição, subtração, multiplicação e divisão, o que contribui para o desenvolvimento do cálculo mental (Singapore, 2012). No currículo de Singapura, desde os primeiros anos (Primary 1 e Primary 2), os números ligados são utilizados. Inicialmente são trabalhados números pequenos (até 10) e gradualmente, os alunos passam a lidar com decomposições maiores e relações multiplicativas.

O MOE (2012, p. 26) destaca que os números ligados não se restringem à adição e à subtração, mas constituem um alicerce para as demais operações, pois consolidam a ideia de que "números podem ser decompostos em partes para facilitar a compreensão e a resolução de problemas". Com o uso dos números ligados, pode-se resolver as operações usando a decomposição e generalizar as situações matemáticas, fazendo assim a passagem da fase pictórica para a fase abstrata. A Figura 12 corresponde à decomposição do problema apresentado na Figura 10, explicitando a estratégia de números ligados para o cálculo. Nessa representação, a multiplicação é resolvida por meio da decomposição do fator 55 em parcelas, permitindo visualizar a aplicação da propriedade distributiva e favorecendo a construção de estratégias de cálculo mental.

Figura 12 - Resolução da situação-problema apresentada na Figura 10.



Fonte: Elaborada pela autora

Nesse aspecto, essa abordagem auxilia o aluno na concretização da abstração. São flexibilizados também os caminhos para a visualização do resultado, mostrando que são várias as formas de encontrar a resposta correta. essa relação é enfatizada no currículo de Singapura, que aponta que o uso sistemático dos números ligados "desenvolve a fluência no cálculo mental e a flexibilidade em estratégias de resolução de problemas" (MOE, 2012, p. 27).

Os números ligados e o modelo de barras se complementam na formação do pensamento numérico e sustentam a transição para situações mais elaboradas. Os números ligados favorecem a construção da base conceitual e da flexibilidade de cálculo mental enquanto o modelo de barras, aparece como uma ferramenta visual para organização e estruturação do pensamento matemático.

De acordo com o currículo de Matemática de Singapura, "o modelo de barras é uma ferramenta essencial para a representação visual de problemas aritméticos e algébricos, auxiliando os alunos na compreensão conceitual das operações" (Singapore, 2012, p. 7).

2.3 Análise comparativa do ensino das operações de multiplicação e divisão no contexto brasileiro e na Matemática de Singapura

Do ponto de vista da pesquisadora, baseando-se nas experiências vivenciadas como professora, observa-se que as diferenças em relação ao cenário brasileiro não se concentram propriamente nos objetivos curriculares — que, em diversos aspectos, dialogam com aqueles propostos pela BNCC —, mas em um conjunto de fatores que envolvem a organização do ensino, a coerência metodológica, a centralidade atribuída à aprendizagem matemática e a valorização da carreira docente.

No sistema singapuriano, a matemática é compreendida como um componente fundamental para o desenvolvimento acadêmico dos estudantes e para sua atuação na vida cotidiana. Essa compreensão se reflete na forma rigorosa e intencional com que o ensino é estruturado desde os anos iniciais da escolarização, com atenção especial ao desenvolvimento das capacidades de compreensão, argumentação e comunicação matemática. Os estudantes são sistematicamente incentivados a apresentar respostas completas, explicitar os procedimentos utilizados e atribuir significado às soluções encontradas, o que contribui para o fortalecimento do raciocínio matemático e da autonomia intelectual.

Nesse contexto, a habilidade de interpretar problemas, propor estratégias de resolução e justificar os caminhos percorridos assume papel central no processo de aprendizagem. A resolução de problemas deixa de ser compreendida como etapa final ou aplicação de conteúdos previamente ensinados e passa a constituir o ponto de partida para a introdução e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Essa concepção se concretiza em um currículo que, embora apresente aproximações com as orientações da BNCC, distingue-se pela coerência metodológica com que seus princípios são operacionalizados. Embora a BNCC proponha explicitamente um currículo em espiral e a valorização da resolução de problemas como eixo estruturante do ensino de Matemática, tais princípios nem sempre se concretizam de forma sistemática na prática pedagógica. Essa percepção é corroborada pelo recente lançamento do "Compromisso Nacional Toda Matemática" uma política organizada para assegurar o direito a um ensino de Matemática de qualidade.

No Brasil, em muitos contextos, observa-se a coexistência entre propostas conceituais e abordagens tradicionais, o que resulta em uma fragmentação metodológica: a resolução de problemas aparece como complemento, enquanto o algoritmo permanece como finalidade central do ensino das operações. Enquanto em Singapura, a introdução da multiplicação e da divisão ocorre por meio de situações contextualizadas que exigem dos estudantes a análise das relações envolvidas, a representação das quantidades e a reflexão sobre os significados das operações, antes da formalização de algoritmos.

Tal organização se materializa de forma consistente por meio do percurso CPA, perceptível na estrutura das atividades propostas nos materiais didáticos. Inicialmente, os estudantes recorrem a esquemas, desenhos e representações visuais, avançando gradativamente para registros simbólicos. Essa progressão está em consonância com os princípios discutidos por Bruner (1966) acerca dos diferentes modos de representação do conhecimento e favorece a construção gradual e significativa dos conceitos matemáticos.

O uso sistemático da abordagem CPA, pode ser apontado como um dos diferenciais metodológicos do ensino singapuriano em relação ao contexto brasileiro, pois orienta todo o percurso de aprendizagem das operações matemáticas. Embora a BNCC também reconheça a importância do uso de diferentes representações e da progressão conceitual, essas orientações nem sempre se concretizam como um princípio organizador do ensino, sendo comum a introdução precoce de registros simbólicos e algoritmos, com o uso de recursos concretos de forma pontual ou ilustrativa.

Na abordagem da Matemática de Singapura, conforme analisa Dotti (2016), a teoria CPA não se limita ao uso de materiais manipuláveis, mas constitui uma organização que fundamenta a construção dos conceitos matemáticos. Inicialmente, os estudantes exploram as situações-problema por meio de ações concretas, que lhes permitem vivenciar as relações envolvidas nas operações de multiplicação e divisão. Em seguida, essas ações são representadas por meio de esquemas e registros pictóricos, como o modelo de barras, que funcionam como uma ponte cognitiva entre a experiência concreta e a formalização simbólica. Somente após esse percurso é que os algoritmos são introduzidos, como síntese de um processo previamente compreendido.

Essa organização contrasta com práticas recorrentes no ensino brasileiro, nas quais o algoritmo tende a assumir o papel central desde os primeiros contatos com as operações, reduzindo o espaço para a construção gradual dos significados. Como consequência, muitos estudantes passam a executar procedimentos sem compreender as relações matemáticas que os sustentam. A CPA, ao contrário, favorece a compreensão conceitual, pois permite que o aluno transite entre diferentes representações, estabeleça conexões entre elas e atribua sentido às operações antes de formalizá-las.

Nesse sentido, a diferença entre os dois contextos não se restringe à escolha de recursos didáticos, mas à adoção de uma concepção de aprendizagem fundamentada em teorias cognitivas, nas quais a construção do conhecimento ocorre por meio da progressão entre modos de representação. Ao materializar de forma consistente essa progressão nos currículos e nos livros didáticos, o ensino singapuriano promove uma aprendizagem mais significativa das operações matemáticas, evidenciando o papel central da abordagem CPA como elemento estruturante do método.

Destaca-se, nesse processo, o uso sistemático do modelo de barras para construção do raciocínio matemático. Longe de ser um apoio ocasional, essa representação desempenha papel central na explicitação dos sentidos da multiplicação e da divisão, permitindo aos estudantes visualizar relações proporcionais, comparar quantidades e compreender as relações entre as grandezas envolvidas, o que contribui para a organização do pensamento matemático e para a resolução de problemas.

Os materiais didáticos singapurianos evidenciam uma organização sistemática do ensino das operações matemáticas, articulando problemas, representações e formalizações de maneira coerente. Essa estrutura didática materializa princípios amplamente discutidos no campo da educação matemática e se apresenta como um contraponto relevante a práticas ainda marcadas pela fragmentação e pela centralidade excessiva em procedimentos.

Outros aspectos muito relevantes do contexto singapuriano dizem respeito à valorização do professor e à compreensão do ensino como uma prática profissional fundamentada em estudo, pesquisa e aprimoramento contínuo. A docência é entendida como uma atividade que exige formação sólida, atualização permanente e reflexão sistemática sobre a prática. Os professores participam de programas contínuos de formação e avaliação, dedicando tempo ao estudo de métodos e técnicas de ensino, bem como à análise de suas próprias práticas pedagógicas. As políticas educacionais do país criam condições institucionais, como tempo, espaços de formação, apoio profissional e remuneração proporcional às responsabilidades atribuídas aos professores. Assim, os docentes podem refletir, aprimorar e ressignificar suas práticas, o que contribui para a efetividade das propostas curriculares no cotidiano escolar.

Desta forma, a comparação entre os contextos brasileiro e singapuriano evidencia que as diferenças mais significativas no ensino das operações matemáticas não decorrem da ausência de orientações curriculares no Brasil, mas das condições metodológicas e estruturais que sustentam sua implementação. Enquanto no contexto brasileiro princípios como resolução de problemas, currículo em espiral e compreensão conceitual aparecem como intenções curriculares, em Singapura esses mesmos princípios se materializam como práticas estruturantes, sustentadas por um método consistente, por materiais didáticos alinhados e por políticas de valorização e formação docente.

3 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A investigação proposta envolve a análise do processo de aprendizagem e consolidação das operações de multiplicação e divisão, segundo o Método de Singapura, em uma turma do ensino fundamental, de uma escola pública estadual goiana.

A pesquisa é de cunho qualitativo, na forma de um estudo de caso. De acordo com Neves (1996, p. 1) "a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa do mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem". E, segundo, Gil (2002, p. 54), o estudo de caso "consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento". Ainda segundo o autor

> Como o estudo de caso vale-se de procedimentos de coleta de dados os mais variados, o processo de análise e interpretação pode, naturalmente, envolver diferentes modelos de análise. Todavia, é natural admitir que a análise dos dados seja de natureza predominantemente qualitativa. Gil (2002, p.141)

Essas escolhas são adequadas, pois a investigação foi realizada com uma única turma, de forma aprofundada, buscando "investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria" (Fiorentini & Lorenzato, 2009, p. 110).

Inicialmente, a pesquisa foi focada na pesquisa bibliográfica à cerca da Matemática de Singapura e dos estudos já desenvolvidos na área, com o objetivo de compreender os fundamentos teóricos, as abordagens metodológicas e as contribuições apontadas pela literatura. Esse procedimento caracteriza-se como um estudo exploratório, uma vez que buscou oferecer subsídios para a delimitação do objeto de pesquisa e para a construção do referencial teórico. Ou seja, "proporcionar familiaridade com a área de estudo na qual o pesquisador está inserido, bem como contribuir para sua delimitação" (GIL, 2002, p. 61).

Foi realizado um estudo aprofundado dos documentos curriculares que orientam o ensino da Matemática no Brasil e no estado de Goiás, como a BNCC e o Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás. Também foram consultados os referenciais teóricos da metodologia de Singapura, com destaque para o uso dos números ligados e do modelo de barras como estratégias heurísticas para a compreensão das operações de multiplicação e divisão (Singapore, 2012).

Além disso, foram planejadas as atividades a serem aplicadas nas intervenções. A sequência didática resultante é uma proposta metodológica para o ensino das operações de multiplicação e divisão, segundo as perspectivas da Matemática de Singapura, para o ensino fundamental. Foi construída priorizando o raciocínio visual, a decomposição numérica e a resolução de problemas por meio de representações gráficas. A proposta foi adaptada à realidade da turma participante, considerando o nível de aprendizagem dos alunos, as dificuldades diagnosticadas no início da pesquisa.

Cada aula seguiu uma estrutura que envolvia:

(i) apresentação de uma situação-problema;

(ii) exploração de estratégias com materiais concretos e modelos visuais;

(iii) registro das soluções;

(iv) socialização das diferentes estratégias entre os colegas;

(v) sistematização coletiva das conclusões.

As atividades foram aplicadas durante as aulas de matemática da turma. Inicialmente, foi feita a apresentação da pesquisadora e os alunos foram esclarecidos sobre os seus papéis na pesquisa e assinaram o TALE (Termo de Assentimento Livre e Esclarecido). Os responsáveis já haviam assinado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido TCLE (Termo de Assentimento Livre e Esclarecido). Posteriormente, foram expostos a justificativa, os objetivos e a metodologia a ser utilizada, além de uma breve explicação sobre as atividades a serem desenvolvidas. Ao final, foi aplicada a avaliação diagnóstica, que se configura a primeira etapa da sequência didática em questão.

Os dados foram coletados através de material produzido pelos participantes no desenvolvimento das oficinas, questionários diagnósticos prévios e finais, atividades específicas baseadas em modelos aplicados no SAEB (Sistema de Avaliação do Ensino Básico) com os seus respectivos descritores. As produções escritas dos alunos foram recolhidas ao final de cada encontro e organizadas em portfólios individuais. A pesquisadora manteve fotografias e um diário de campo com anotações sobre o comportamento dos alunos, as dificuldades observadas, as estratégias utilizadas e os avanços identificados ao longo do processo. A professora regente também contribuiu com registros reflexivos, colaborando para uma análise mais ampla das aprendizagens mobilizadas. Por fim, foram analisados os dados coletados, buscando ponderar sobre a eficácia do método na aprendizagem dos alunos e na prática docente.

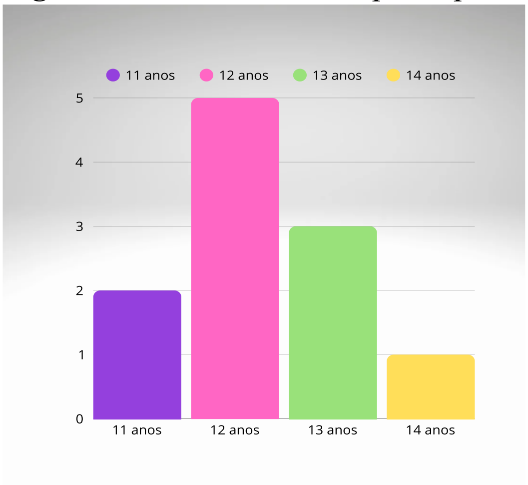
3.1 Caracterização da turma

A turma participante da pesquisa é composta por estudantes do 6º e 7º anos do ensino fundamental de uma escola pública estadual de tempo integral, localizada na cidade de Goiânia (GO). Os alunos frequentam uma disciplina eletiva destinada ao reagrupamento por nível de aprendizagem, inserida no contexto da política de recomposição das aprendizagens da Secretaria de Estado da Educação de Goiás. Essa disciplina tem como objetivo possibilitar a retomada de conteúdo essenciais em Matemática, considerando as defasagens identificadas no percurso escolar dos estudantes e assegurar que os estudantes avancem de maneira mais consistente em suas trajetórias escolares.

De acordo com a professora regente, os estudantes apresentavam dificuldades significativas em conteúdos matemáticos básicos, como operações fundamentais, em especial multiplicação e divisão. Essa conjuntura compromete a compreensão de tópicos mais complexos do currículo, fato que justifica a pertinência da intervenção pedagógica voltada à recomposição curricular.

A sequência didática foi aplicada a toda a turma, porém aceitaram participar do projeto apenas 11 alunos, 5 do sexo feminino e 6 do sexo masculino, portanto o material analisado refere-se apenas a esses participantes. A faixa etária dos estudantes situa-se entre 11 e 14 anos, correspondendo ao perfil esperado para os anos finais do ensino fundamental, conforme mostra a Figura 13. Contudo, a heterogeneidade no domínio dos conteúdos indica trajetórias de aprendizagem distintas, com alguns estudantes apresentando maior autonomia para desenvolver estratégias e outros ainda necessitando de apoio intensivo.

Figura 13 - Faixa etária dos participantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

3.2 Sequência didática

Segundo Zabala (1998, p. 18), “a sequência didática é compreendida como um conjunto de atividades organizadas, estruturadas e interligadas, elaboradas com o objetivo de alcançar determinados propósitos educacionais, possuindo um início e um fim previamente conhecidos por professores e alunos”. Nesse propósito, a sequência didática foi planejada como uma opção de instrumento para aplicação da metodologia de Singapura no processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão.

As atividades contam com diagnóstico sobre a dificuldade dos alunos nos conceitos que foram utilizados no desenvolvimento das atividades, bem como com o estabelecimento de metas para superação de cada uma delas. Também foram escrutinadas a concepção e a análise a priori das situações elaboradas. Esse produto educacional está disponível no apêndice A e, a seguir, consta uma breve descrição dele.

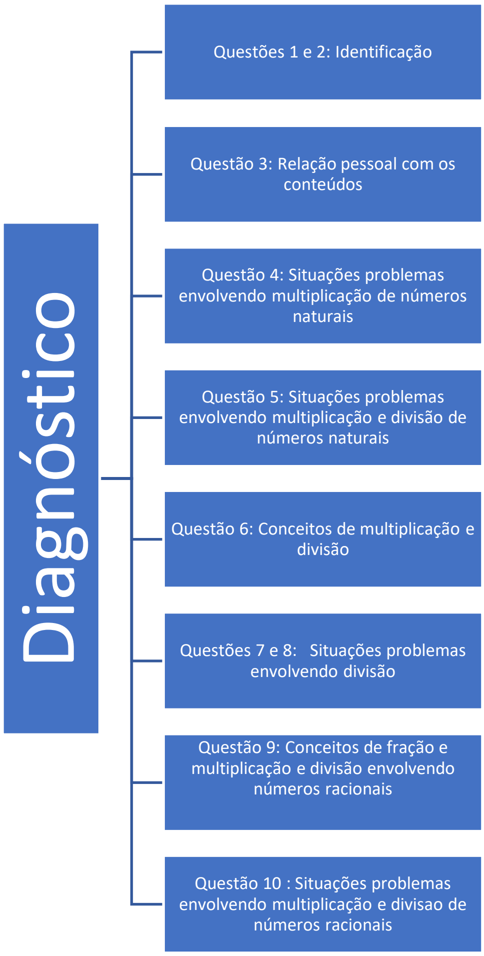
O trabalho foi dividido em três fases. A primeira consiste no diagnóstico, que tem por objetivo verificar os conceitos construídos anteriormente, com foco na resolução de problemas. A segunda etapa foi a aplicação das atividades com enfoque na metodologia da Matemática de Singapura, com o uso dos números ligados e do método de barras. Por fim, a terceira etapa, que consiste na avaliação dos resultados obtidos, por meio das metodologias adotadas.

3.2.1 Fase 1: Diagnóstico

O primeiro momento consistiu no diagnóstico de conhecimentos prévios dos alunos sobre as operações fundamentais, com enfoque principal nas operações de multiplicação e divisão. O objetivo dessa aula foi diagnosticar as maiores dificuldades dos alunos e promover o envolvimento dos mesmos, garantindo assim o maior desempenho nas atividades propostas.

A atividade foi norteada pelos fundamentos teóricos da resolução de problemas, de forma a levar o aluno a pensar como se sente em relação ao conteúdo e a maneira que se relaciona com os conceitos relacionados. As atividades do questionário foram divididas de acordo com o esquema constante na Figura 14.

Figura 14 - Esquema de objetivos da atividade diagnóstica.



Fonte: Elaborado pela autora.

3.2.2 Fase 2: Intervenção baseada na Matemática Singapura

Após a avaliação diagnóstica, foram realizadas atividades com base nas metodologias da Matemática de Singapura, com o objetivo de reforçar conceitos e algoritmos das operações de multiplicação e divisão. Foram aplicadas duas ferramentas que são utilizadas pelos educadores singapurianos: os “números ligados” e o “modelo de barras”. Foram sete atividades sendo três delas relacionadas a multiplicação com números naturais, duas relacionadas à divisão de números naturais e duas referentes as operações com números racionais. Elas foram subdivididas da seguinte forma:

a) Aula 1: Multiplicando e conectando números

O objetivo dessa atividade é proporcionar ao aluno o entendimento das principais ideias da multiplicação e como elas se conectam para formar as tábuas ou tabuadas como conhecem.

Ao entender as tábuas principais, a partir da etapa concreta, estes conceitos poderão ser utilizados com maior familiaridade.

b) Aula 2: Multiplicação e os números ligados

A finalidade dessa atividade é capacitar o aluno a realizar a multiplicação com estratégias de cálculo variadas, usando a fase pictórica com o uso dos "números ligados", sendo apresentado aos estudantes um modelo pictórico de esquema multiplicativo.

c) Aula 3: A multiplicação e o método de barras

O intuito dessa atividade é levar o estudante a identificar e resolver situações problemas que envolvam a operação de multiplicação, por meio de cálculo mental, de estimativa ou por meio de algoritmos. Fortalecer habilidades inerentes à compreensão do problema enfatizando os problemas literais, a visualização do problema através de esquemas e modelos matemáticos, a percepção de padrões e generalizações e o desenvolvimento do senso numérico através de cálculos mentais. A construção dessas habilidades, se norteiam a partir da abordagem CPA e objetivam que a resolução de problemas seja adequada.

d) Aula 4: A divisão e os "números ligados"

O objetivo dessa atividade é a compreensão da divisão com estratégias de cálculo variadas, usando a fase pictórica com o uso dos "números ligados". Essa é uma das estratégias utilizadas no método Singapura, e se torna uma das alternativas para que o aluno possa analisar e escolher a que melhor se adapta à resolução do problema proposto.

e) Aula 5: Resolvendo problemas com divisão

Por meio dessa atividade, pretende-se capacitar o aluno a resolver as situações-problema propostas, utilizando as etapas descritas para a metodologia, desenvolvendo o raciocínio lógico matemático, com o uso de material dourado, "*números ligados*" e o método de barras.

f) Aula 6: Resolvendo problemas com números racionais

A atividades dessa aula têm como finalidade levar os alunos a identificar e representar as situações em que são usadas frações, utilizando a abordagem CPA.

g) Aula 7: Multiplicando e dividindo frações

As atividades propostas nesta aula têm como objetivo desenvolver a compreensão dos processos de multiplicação e divisão de frações. A construção desse conhecimento envolve duas dimensões complementares: a dimensão procedimental, relacionada ao saber fazer, e a dimensão conceitual, que consiste em compreender o sentido das operações, isto é, porque determinados procedimentos funcionam.

3.2.3 Fase 3: Avaliação dos resultados obtidos

Nesta fase, pretende-se avaliar a aprendizagem dos estudantes e o seu desenvolvimento de acordo com as atividades propostas. É importante estabelecer uma avaliação contínua através da observação para que se possa aferir o quanto os alunos se apropriaram e ampliaram seus conhecimentos. Será importante verificar se eles estão compartilhando as estratégias de resolução encontradas e se estão encontrando dificuldades em resolver as questões propostas. Dessa forma, a avaliação se dará por meio da participação dos alunos, de autoavaliação aplicada a cada aula e de avaliação escrita ao final do processo.

A atividade da avaliação escrita final, conta com questões propostas durante o diagnóstico, já que desta maneira pode-se avaliar o crescimento do aluno, durante o período. É necessário ressaltar aos alunos a importância de resolver o questionário com um olhar reflexivo, para que não só fosse avaliado pela professora, mas também se tornasse um avaliador próprio do conhecimento adquirido durante o período, tornando-se agente do próprio aprendizado.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Esse capítulo tem como objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos a partir das atividades desenvolvidas junto aos estudantes, na aplicação da sequência didática elaborada como produto desta pesquisa. A análise está centrada nas produções escritas dos estudantes, nos registros de observações em diário de campo e nos relatos da professora regente. A análise teve como pressuposto compreender como se deu o processo de ensino-aprendizagem, focando nos avanços, nas estratégias e as dificuldades encontradas pelos estudantes.

A análise dos dados foi conduzida a partir de uma abordagem predominantemente qualitativa, uma vez que buscou compreender os significados atribuídos pelos estudantes às situações de aprendizagem propostas, valorizando os processos, as interações e as estratégias mobilizadas ao longo do desenvolvimento da sequência didática. Conforme destacam Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 133), a organização e o tratamento de dados constituem etapas fundamentais da investigação, pois “dela depende a obtenção de resultados consistentes e de respostas convincentes às questões formuladas no início da investigação”.

Os dados foram organizados e analisados por meio de uma categorização transversal, considerando as estratégias utilizadas pelos alunos, as dificuldades recorrentes e os avanços ao longo da aplicação da sequência didática. Essa escolha metodológica se justifica pelo caráter exploratório e interpretativo da pesquisa, que visa não apenas examinar os resultados finais, mas compreender os caminhos percorridos pelos estudantes durante o processo de aprendizagem.

A análise será dividida em três partes. Inicialmente, serão descritos os encontros desenvolvidos durante a pesquisa, com ênfase nas atividades propostas, nos recursos metodológicos empregados e nas respostas apresentadas pelos alunos. Em seguida haverá a uma análise quantitativa dos dados, apresentando um panorama da aplicação por meio de estatísticas. Por fim, a categorização dos dados buscando estabelecer relações entre a prática pedagógica e os pressupostos da metodologia de Singapura.

Para preservar a identidade dos participantes, cada estudante foi identificado por uma letra (Aluno A, Aluno B, Aluno C, etc.), sem qualquer relação com seus nomes reais. Essa codificação foi utilizada em todas as análises, descrições e transcrições apresentadas nesta pesquisa.

4.1 Desenvolvimento da sequência didática

O objetivo geral da aplicação da sequência didática consistiu em investigar de que forma a utilização das representações visuais propostas pela metodologia de Singapura, em especial os números ligados e a modelagem de barras, poderia contribuir para a aprendizagem dos conceitos de multiplicação e divisão de números racionais por estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

Pretendeu-se, com isso, favorecer a superação das dificuldades recorrentes observadas nesse conteúdo, promovendo uma transição mais significativa entre as representações concretas, pictóricas e simbólicas. Além disso, buscou-se verificar se a abordagem estruturada em etapas e apoiada em recursos visuais poderia potencializar a compreensão conceitual dos alunos, desenvolvendo não apenas a habilidade de efetuar cálculos, mas também de interpretar situações-problema e justificar procedimentos, em consonância com as competências previstas na BNCC e nas Diretrizes Curriculares de Goiás.

Em todas as aulas buscou-se utilizar a resolução de situações-problema contextualizados, visando aproximar o conceito matemático do cotidiano dos estudantes. A proposta metodológica foi alinhada à abordagem CPA. Além disso, ao final de cada aula, as respostas foram discutidas coletivamente, de modo que diferentes estratégias pudessem ser compartilhadas e analisadas.

4.1.1 Encontro 1: Atividade diagnóstica

Essa atividade teve duração de uma hora aula e foi aplicada da seguinte forma:

a) Explicação oral dos objetivos da atividade.

Nessa etapa os alunos foram motivados pela professora a participarem com comprometimento e atenção, a fim de que eles entendessem a importância da participação com honestidade para que os objetivos fossem alcançados.

b) Leitura do questionário diagnóstico da sequência didática.

Foi realizada a leitura coletiva do questionário diagnóstico, elaborado para subsidiar a aplicação da sequência didática, com foco na identificação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre multiplicação e divisão. A professora deixou claro aos alunos a importância de que eles entendessem do que se tratava cada uma das questões. Nessa fase, os alunos foram ouvidos e as dúvidas compartilhadas com a turma.

c) Preenchimento do questionário.

Nesse momento, cada aluno resolveu as questões propostas individualmente. Ressaltou-se a importância da resolução com cálculos de forma clara, para que pudessem ser diagnosticados os erros e dificuldades.

Dessa forma, durante o primeiro encontro foi possível identificar com clareza o ponto de partida da turma em relação as operações de multiplicação e divisão. Observou-se que muitos estudantes possuíam insegurança diante de problemas contextualizados. As questões que possuíam interpretação de enunciados mais complexos foram as mais desafiadoras, seguidas daquelas que incluíam em sua resolução números fracionários.

4.1.2 Encontro 2: Multiplicando e conectando os números

No segundo encontro começaram a ser realizadas as intervenções com as metodologias singapurianas. Este encontro concentrou-se no trabalho com a multiplicação e o estudo das tabuadas. O objetivo principal foi levar os estudantes a reconhecer e compreender as tábuas multiplicativas como fundamentais para a resolução de multiplicações com fatores maiores. Assim, destaca-se a importância da compreensão da tabuada, não apenas como exercício de memorização, mas como recurso que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a agilidade na resolução de problemas matemáticos.

No primeiro momento desse encontro, foi proposta uma roda de conversa com os estudantes, sobre os significados da multiplicação, visando propor aplicações da operação em seu cotidiano. Foram realizadas perguntas como:

- Você sabe o que é multiplicação?
- Você já usou a multiplicação em alguma situação? Se sim, descreva.
- Seria possível resolver essa situação sem usar a multiplicação? Como?

Esta estratégia permitiu ativar os conhecimentos prévios dos alunos e valorizar as suas experiências pessoais, criando um ambiente de participação coletiva. É importante ressaltar que a professora teve papel de mediadora da conversa, intervindo para que todos participassem, escolhendo situações apresentadas pelos estudantes e exaltando as colaborações de cada aluno.

Durante a roda de conversa, os estudantes apresentaram respostas variadas as perguntas iniciais. Quando questionado, o aluno F afirmou: "*Multiplicação é quando a gente repete um valor várias vezes*". Embora essa fala faça referência à ideia de repetição, ela não caracteriza conceitualmente a multiplicação, uma vez que repetir um número, por si só, não implica a realização de uma operação multiplicativa. A simples repetição de símbolos numéricos, como na escrita de um mesmo número várias vezes, não configura multiplicação, mas apenas uma justaposição de algarismos.

As tabuadas de 2, 3, 4, 5 e 10, foram apresentadas em três estágios. No primeiro estágio as atividades foram apresentadas como contagem de grupos de mesmas quantidades seguidos da contextualização destes resultados com a multiplicação. Aqui se esperava que o estudante compreendesse a representação matemática da multiplicação e a ideia da soma de parcelas iguais. No segundo estágio foram apresentados fatos multiplicativos na forma de representação retangular. Neste momento, foi importante deixar claro ao estudante a representação matemática ligada ao modelo geométrico da multiplicação.

O terceiro estágio visava contemplar a abstração, ou seja, neste momento o estudante já havia compreendido a multiplicação e pode então fazer generalizações abstratas. Desta forma, o preenchimento das tabuas de multiplicação mostrou sentido real, deixando de ser somente uma repetição ou memorização sem sentido.

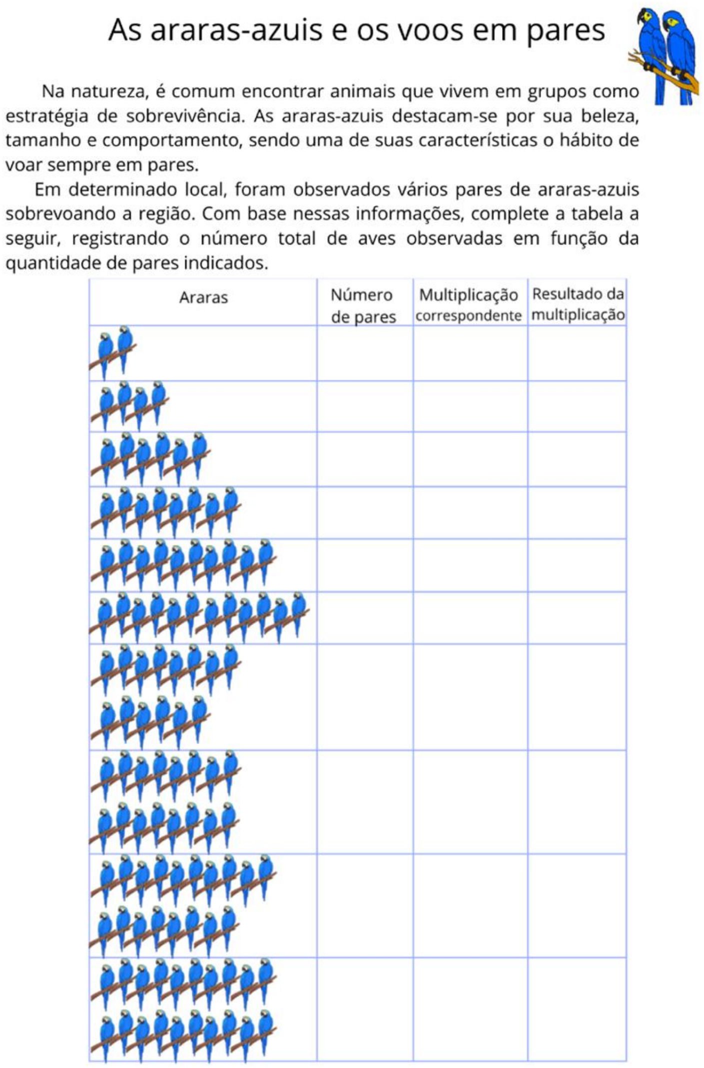
No decorrer da aula, as tabuadas de 6, 7, 8 e 9 foram retomadas a partir daquelas já consolidadas em momentos anteriores, favorecendo a construção progressiva do conhecimento. Coube à professora instigar os estudantes a estabelecerem correspondências entre os fatos numéricos, por meio de questionamentos direcionados, de modo a evidenciar a propriedade comutativa da multiplicação.

Na Situação-Problema 1, apresentada na Figura 15, alguns alunos conseguiram preencher corretamente a tabela reconhecendo que cada par de araras correspondia a dois indivíduos.

À medida que os alunos foram reconhecendo essa característica, tornaram-se capazes de compreender que os cálculos ainda não memorizados poderiam ser resolvidos a partir de duas estratégias principais: a decomposição numérica e o uso das relações de metade e dobro. Essa abordagem contribuiu para que a exploração da tábua pitagórica ocorresse com maior clareza e significado. Para sistematizar as aprendizagens, foi proposta uma atividade impressa, na qual as duplas de estudantes registraram suas conclusões, favorecendo tanto a consolidação individual quanto a aprendizagem colaborativa.

Os estudantes identificaram a sequência de números pares (2, 4, 6, 8, …), evidenciando a compreensão inicial da ideia de multiplicação como adição de parcelas iguais, ao considerar sucessivas adições do número 2, correspondente a cada par observado (2 + 2 + 2 + …), caracterizando a ideia de “2 x número de pares encontrados”. Contudo, um grupo de estudantes limitou-se a dizer que “foi só somar”, sem estabelecer relação com o conceito de multiplicação.

Figura 15 - Situação-problema 1.



As araras-azuis e os voos em pares

Na natureza, é comum encontrar animais que vivem em grupos como estratégia de sobrevivência. As araras-azuis destacam-se por sua beleza, tamanho e comportamento, sendo uma de suas características o hábito de voar sempre em pares.

Em determinado local, foram observados vários pares de araras-azuis sobrevoando a região. Com base nessas informações, complete a tabela a seguir, registrando o número total de aves observadas em função da quantidade de pares indicados.

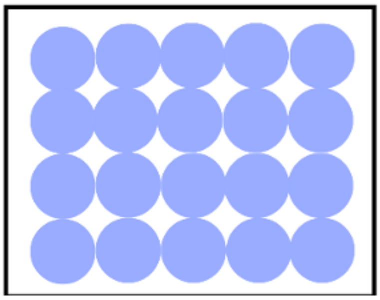
Araras	Número de pares	Multiplicação correspondente	Resultado da multiplicação

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Situação-Problema 2, era necessário identificar o número de lados de figuras geométricas, a maioria dos alunos conseguiu organizar as informações e estabelecer a correspondência entre a soma e a multiplicação. Por exemplo, um estudante afirmou que “se são três triângulos, cada um com três lados, então dá 3 × 3 = 9”. Essa resposta revelou avanço no uso da multiplicação como estratégia de contagem rápida. Entretanto, alguns alunos confundiram quadriláteros e pentágonos, o que sugeriu a necessidade de retomar conceitos geométricos em paralelo ao trabalho com as operações.

Na Situação-Problema 3, foi dada a Figura 16 e solicitado que os estudantes identificassem o número de linhas e colunas e usando essa organização identificassem o número total de círculos. Grande parte dos estudantes conseguiu relacionar o arranjo de colunas e linhas com a ideia de multiplicação. O aluno B destacou: “tem 5 colunas e 4 linhas, então dá 5 × 4 = 20 círculos”. Essa formulação mostrou indícios de compreensão da estrutura retangular, fundamental para a construção posterior da tabuada. Alguns alunos, porém, preferiram contar um a um os círculos, demonstrando insegurança em usar a multiplicação como forma de agilizar o cálculo.

Figura 16 - Imagem utilizada na situação-problema 3.



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Situação-Problema 4, foi dado um novo quadro com bolinhas, mas apresentando apenas 2 linhas e 4 colunas, e foi solicitado que os estudantes passassem para a fase abstrata, indicando qual a operação poderia representar o que estava descrito na figura. As respostas revelaram avanços mais consistentes: muitos alunos reconheceram que a disposição retangular das bolinhas poderia ser representada por apenas uma escrita multiplicativa, 2 x 4.

Por fim, foi proposto o preenchimento da Tábua de Pitágoras, mobilizando as relações multiplicativas entre os números. Alguns reconheceram padrões, como o crescimento dos resultados em linhas e colunas, e relacionaram com as tabuadas já conhecidas. Essa atividade permitiu consolidar o raciocínio multiplicativo e funcionou como síntese das aprendizagens das situações anteriores, preparando o terreno para o avanço às tabuadas de maior complexidade.

4.1.3 Encontro 3: Multiplicação e os números ligados

Nesse encontro foram abordadas questões em três momentos principais: A identificação de padrões em sequências numéricas, o entendimento de esquemas no formato de números ligados e a resolução de multiplicações com o apoio da decomposição. O objetivo da atividade era propor uma nova experiência com a operação, detalhando suas propriedades e a importância da multiplicação em cada um dos seus sentidos.

O primeiro momento da aula consistiu na construção coletiva de um mapa mental com os conceitos, definições e significados da multiplicação dentro dos seus variados contextos. Os alunos mostraram-se participativos, destacando variadas situações cotidianas do uso da operação, revelando que conseguem atribuir sentido a multiplicação. Foi possível observar avanços em relação á síntese das ideias matemáticas. Muitos alunos conseguiram identificar propriedades e exemplos, mesmo que sem linguagem matemática adequada. Dessa forma, a construção do mapa mental favoreceu a expressão coletiva, permitindo que cada contribuição e participação fosse registrada, discutida e valorizada.

Conforme apresentado na Figura 17, a primeira atividade proposta aos estudantes solicitava que os estudantes descobrissem o padrão e continuassem a escrever as sequências numéricas. A maioria dos alunos conseguiu reconhecer os padrões, compreendidos como a estrutura que se repete ou se organiza ao longo da sequência, como nos casos dos múltiplos de 2, 3 e 5. Entretanto, embora alguns estudantes tenham completado corretamente as sequências, nem todos foram capazes de explicitar a regularidade, ou seja, a regra de formação que explica o padrão identificado, se limitando à reprodução dos termos. Essa dificuldade evidencia obstáculos no processo de generalização, aspecto central no trabalho com sequências, consideradas como a disposição ordenada de termos que manifestam determinado padrão (CIESPMAT,s.d.). Tal situação reforça a importância de estimular a verbalização das estratégias utilizadas, favorecendo a explicitação do raciocínio matemático envolvido.

Figura 17 - Aula 2: questão (a).

3	6	9							

4	8	12							

6	12	18							

7	14	21							

8	16	24							

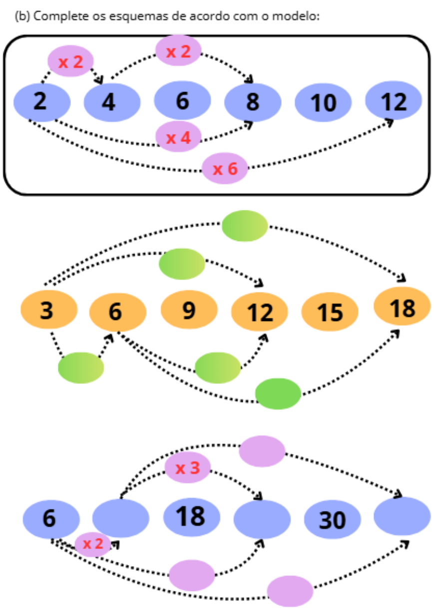
9	18	27							

Fonte: Elaborado pela autora.

A segunda atividade, mostrada na Figura 18, envolvia completar os esquemas de acordo com o modelo, usando números ligados para decompor fatores, a partir da análise de um esquema pictórico de natureza multiplicativa. Inicialmente, a professora reproduziu o modelo no quadro, incentivando a observação coletiva. A discussão foi orientada por questões norteadoras: *"O que está acontecendo nessa figura?", "O que a seta indica?", "Qual a operação está sendo feita?", "Por que o resultado indicado no último círculo é 12?", "Existe outra operação cujo resultado seria 12?" e "O que está acontecendo com os números nos círculos rosa?".*

As respostas revelaram diferentes níveis de compreensão. Ao analisar o segundo esquema, um grupo de alunos relacionou a figura à multiplicação, afirmando que "3 vezes 4 dá 12", o que indica que parte dos estudantes conseguiu associar os elementos do esquema ao conceito de produto. Por outro lado, alguns alunos revelaram dificuldades, mostrando que nem todos conseguiram entender o papel da decomposição e, por vezes, confundindo a multiplicação com adição. De modo geral, houve o interesse e a participação da maioria, permitindo que conceitos como a decomposição e a propriedade comutativa emergissem durante a discussão.

Figura 18 - Aula 2: questão (b).

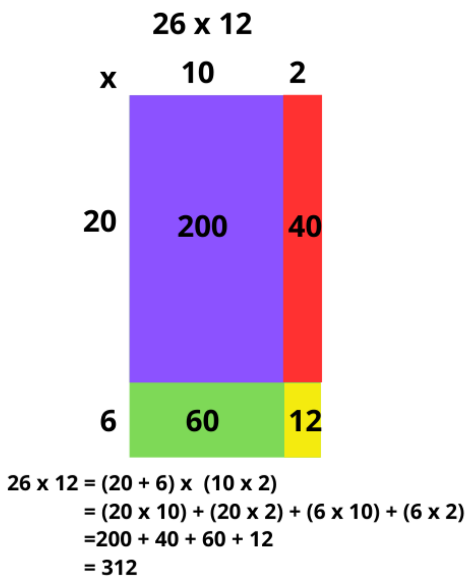


Fonte: Elaborado pela autora.

Já na questão (c), como mostra a Figura 19, os alunos foram desafiados a resolver multiplicações com números maiores utilizando o método das áreas, característico da abordagem de Singapura. A escolha do método das áreas se deu por conta do seu potencial para tornar visível a estrutura da multiplicação, ao articular decomposição numérica, representação pictórica e cálculo. Esse método interpreta o produto como a área de um retângulo, permitindo que os estudantes compreendam a multiplicação como a combinação de partes menores, e não apenas como a aplicação mecânica de um algoritmo. Além disso o método das áreas estabelece relação direta com a estratégia dos números ligados, uma vez que ambos se baseiam na decomposição dos fatores em valores mais acessíveis e na recomposição do resultado final por meio da soma de produtos parciais. Essa abordagem favorece a transição do nível pictórico para o abstrato, em consonância com a abordagem CPA.

A atividade foi introduzida com o exemplo de 26 x 12, em que os fatores foram decompostos (26 = 20 + 6; 12 = 10 + 2) e posicionados nas laterais de um retângulo, como indicado na Figura 19. A partir disso, os alunos compreenderam que o produto total poderia ser obtido pela soma das áreas parciais correspondente as multiplicações (20 × 10, 20 × 2, 6 × 10 e 6 × 2), favorecendo a visualização do processo multiplicativo, da distributividade e a compreensão do cálculo envolvido.

Figura 19 - Exemplo de resolução de multiplicação pelo método de áreas.



Fonte: Elaborado pela autora.

As respostas encontradas indicaram diferentes níveis de apropriação do método. Parte da turma conseguiu realizar corretamente a decomposição, preenchendo os retângulos menores e somando os resultados parciais até chegar ao resultado final. O aluno F destacou: "*Fica mais fácil quando separa em dezenas e unidades, por que os cálculos ficam menores*". Essa percepção revelou que a estratégia foi compreendida como forma de simplificar cálculos mais complexos.

Entretanto, alguns estudantes demonstraram insegurança diante do novo procedimento. O aluno E, após resolver duas multiplicações com o método indicado, optou por resolver as multiplicações pelo algoritmo usual, pois segundo o mesmo, era mais rápido e fácil, desta maneira. Esse fato indica que, para esse estudante, o método das áreas foi compreendido como uma estratégia alternativa de resolução, mas ainda preferia o método já conhecido.

Também foram observadas dificuldades no registro. Alguns alunos confundiram a disposição das parcelas no retângulo, trocando os fatores entre linhas e colunas ou esquecendo de somar as áreas menores. Essas falhas indicam a necessidade da ênfase na organização do cálculo e na clareza da representação gráfica.

De modo geral, a observação e a análise das respostas à questão (c) mostram que o método das áreas foi bem aceito por parte da turma, sobretudo pelos alunos que já dominavam as tabuadas tradicionais. A visualização da multiplicação como composição de áreas facilitou a compreensão da decomposição numérica e aproximou os estudantes do raciocínio algébrico. Por outro lado, a dificuldade de alguns em registrar corretamente ou em confiar no novo método indica que a atividade deve ser retomada em etapas graduais, para que o conceito se consolide sem gerar insegurança ou abandono da estratégia.

4.1.4 Encontro 4: A multiplicação e o método de barras

O quarto encontro foi organizado a partir da perspectiva do método de barras, sob os aspectos da filosofia de ensino que está centrada na resolução de problemas e no desenvolvimento progressivo da compreensão matemática. O objetivo principal da atividade foi levar os alunos a resolverem diferentes situações-problema envolvendo a operação de multiplicação, explorando as estratégias de cálculo mental e do uso de algoritmos escritos.

Com o objetivo de orientar o raciocínio dos estudantes e favorecer a reflexão sobre o processo de resolução, os alunos receberam um itinerário estruturado, Figura 20. Esse itinerário foi utilizado em todas as atividades, possibilitando que os alunos ampliassem a compreensão sobre as fases envolvidas na resolução de problemas matemáticos.

Figura 20 - Itinerário para a resolução de problemas.

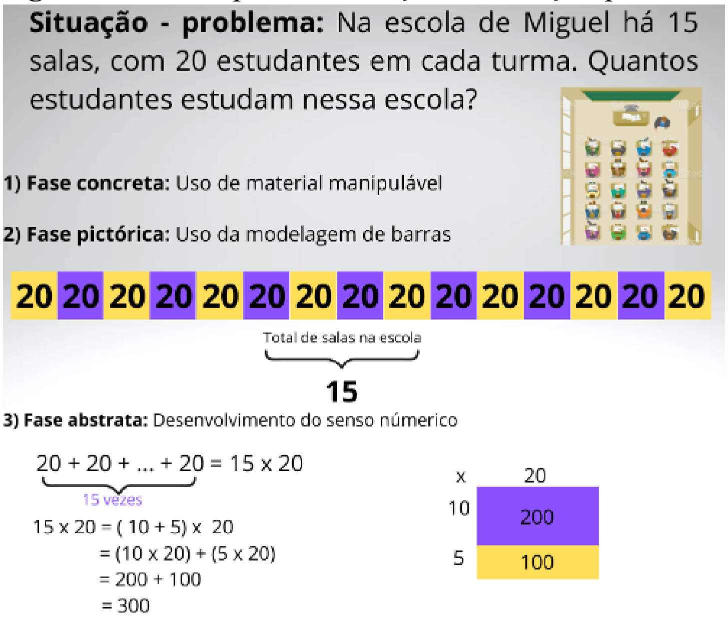
Fonte: Elaborado pela autora.

A cada situação-problema iniciou-se pela leitura atenciosa por cada estudante, com o objetivo de identificar as informações principais. Logo após, durante a compreensão do problema, os estudantes foram estimulados a realizarem uma análise coletiva por meio de questionamentos sobre o contexto, os dados apresentados e a pergunta a ser respondida. Este passo se mostrou decisivo para ampliar a percepção dos alunos acerca do contexto e para a construção do significado do problema. Posteriormente, a visualização concreta foi apoiada em representações materiais, sempre utilizando exemplos próximos a realidade.

A próxima etapa da resolução consistiu na representação pictórica da situação, com o uso do método de barras. Foi nesse passo, que se pode perceber a maior diversidade de raciocínio entre os estudantes. Este é o ponto alto da resolução do problema que permite aos alunos representarem graficamente suas ideias, seja por meio de diagramas de barras, tabelas ou desenhos. Este processo facilitou a organização das informações e evidenciou as diferentes formas de raciocínio e resolução de uma mesma situação.

O avanço para o raciocínio abstrato ocorreu de maneira mais consistente quando os registros pictóricos serviram de ponte para a identificação da multiplicação como estratégia adequada, permitindo a escolha consciente entre cálculo mental, estimativa ou algoritmo escrito. Por fim, o momento de sistematização e verificação teve papel central na consolidação das aprendizagens, na medida em que promoveu a socialização das diferentes estratégias e a validação coletiva dos resultados, reforçando a importância da argumentação matemática e da comparação entre procedimentos, conforme mostra a Figura 21.

Figura 21 - Exemplo de resolução de situação-problema

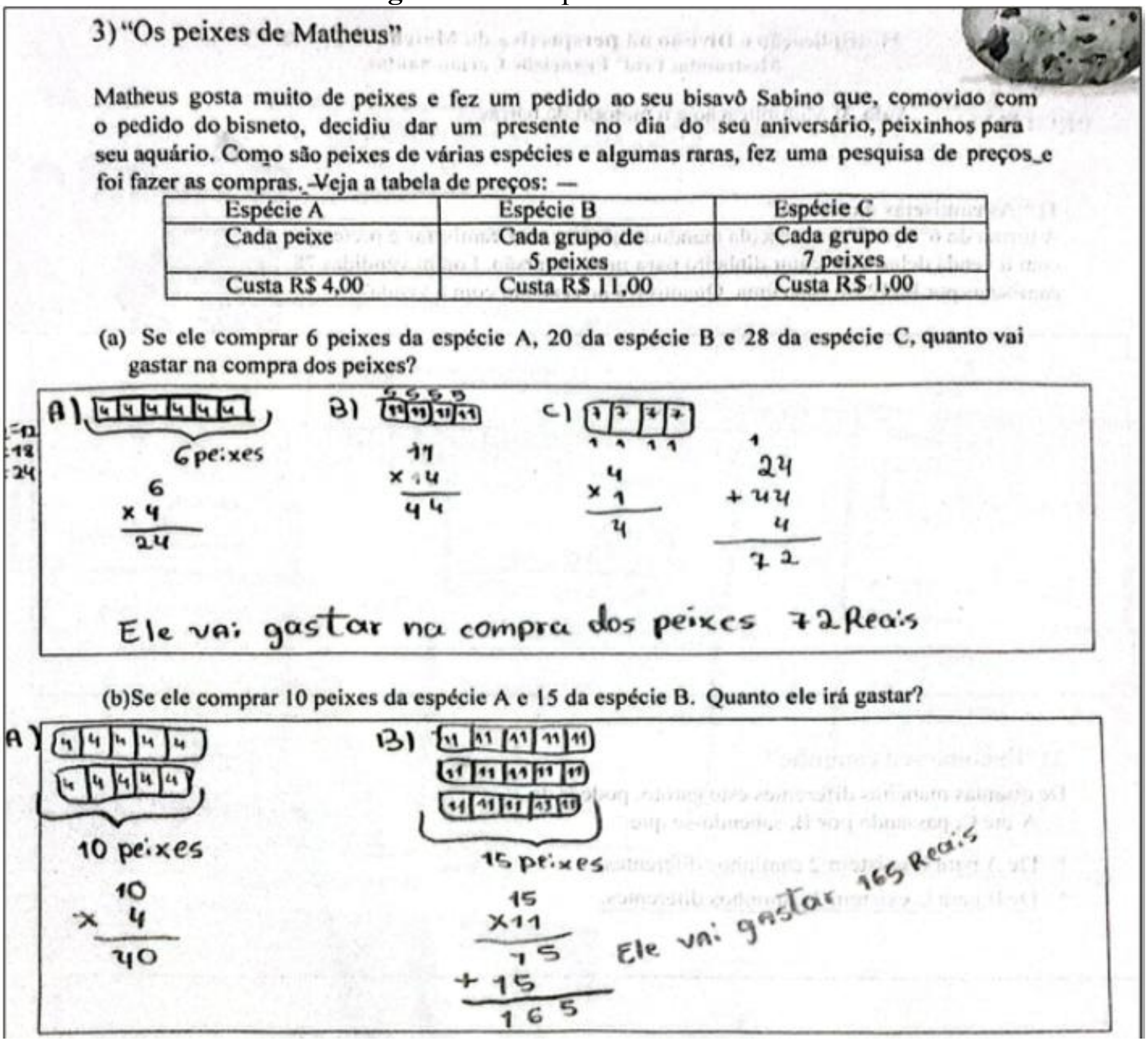


Fonte: Elaboração própria

Foi possível observar que os estudantes, quando colocados em interação com seus pares, conseguiram trocar ideias e discutir estratégias de forma mais espontânea. Muitos recorreram às representações pictóricas previamente exploradas, desenhando barras, tabelas ou esquemas para organizar as informações, enquanto outros optaram pela utilização do cálculo mental e outros ao algoritmo usual. Contudo parte dos estudantes mostraram fragilidades na resolução dos problemas. Podemos exemplificar com a resolução apresentada na Figura 22.

O aluno organizou as informações do problema representando adequadamente os agrupamentos das espécies A e B, atribuindo a cada unidade da barra o valor correspondente a um grupo de peixes, conforme indicado no enunciado. Entretanto, ao representar a espécie C, o estudante demonstrou inconsistência na construção do modelo, ao considerar que cada unidade da barra correspondia a sete peixes, diferentemente do critério adotado nas representações anteriores. Essa contradição sugere que, embora o aluno tenha recorrido ao modelo de barras e alcançado o resultado correto, ainda apresenta fragilidades a serem trabalhadas. Já na questão (b), o estudante equivoca-se com o agrupamento dos peixes, o que pode ter ocorrido por falta de atenção, visto que utilizou os grupos corretamente na questão (a).

Figura 22 - Resposta do aluno C.



3) "Os peixes de Matheus"

Matheus gosta muito de peixes e fez um pedido ao seu bisavô Sabino que, comovido com o pedido do bisneto, decidiu dar um presente no dia do seu aniversário, peixinhos para seu aquário. Como são peixes de várias espécies e algumas raras, fez uma pesquisa de preços e foi fazer as compras. Veja a tabela de preços:

Espécie A	Espécie B	Espécie C
Cada peixe	Cada grupo de 5 peixes	Cada grupo de 7 peixes
Custa R$ 4,00	Custa R$ 11,00	Custa R$ 1,00

(a) Se ele comprar 6 peixes da espécie A, 20 da espécie B e 28 da espécie C, quanto vai gastar na compra dos peixes?

A) 6 peixes
6 × 4 = 24
B) 11 × 4 = 44
C) 4 × 1 = 4
24 + 44 + 4 = 72

Ele vai gastar na compra dos peixes 72 Reais

(b) Se ele comprar 10 peixes da espécie A e 15 da espécie B. Quanto ele irá gastar?

A) 10 peixes
10 × 4 = 40
B) 15 peixes
15 × 11 = 165

Ele vai gastar 165 Reais

Fonte: Acervo da autora.

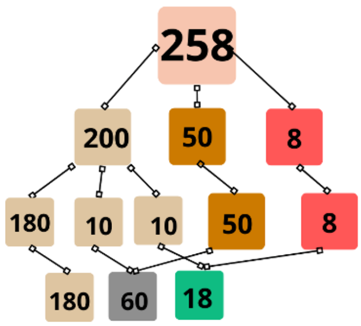
Houve uma diversidade de caminhos para a resolução da situação-problema "os peixes de Matheus" o que deu indícios de que a proposta metodológica favoreceu a autonomia das escolhas das estratégias. Na fase de sistematização e verificação, ao confrontar seus raciocínios com os dos colegas, muitos alunos perceberam inconsistências em seus registros e foram capazes de corrigi-los de forma autônoma, fortalecendo a aprendizagem pela troca de experiências. Do ponto de vista pedagógico, essa etapa mostrou-se essencial para consolidar a passagem do concreto para o pictórico e, em seguida, para o abstrato, conforme prevê a abordagem CPA. Além disso, permitiu que fossem diagnosticados avanços individuais e coletivos, bem como lacunas conceituais que ainda precisavam ser retomadas em aulas posteriores.

4.1.5 Encontro 5: A divisão e os “números ligados”

O quinto encontro teve como foco a introdução e a exploração da operação de **divisão** a partir da lógica da decomposição numérica, utilizando os *números ligados* como recurso didático. A proposta buscou consolidar a compreensão da divisão não apenas como procedimento algorítmico, mas como processo que pode ser visualizado e justificado em diferentes etapas, favorecendo o raciocínio conceitual dos estudantes. Essa abordagem se alinha ao sentido da divisão como medida, uma vez que os alunos são levados a pensar na relação inversa da multiplicação e a determinar quantas vezes um número está contido em outro, por meio de agrupamentos e decomposições sucessivas.

A atividade foi estruturada a partir de um exemplo inicial (258 ÷ 3), resolvido coletivamente com a mediação da professora. O procedimento foi explicado passo a passo, mostrando como o dividendo poderia ser decomposto (180 + 60 + 18) e, em seguida, cada parte dividida pelo divisor, como na Figura 23. Essa estratégia explicitou o raciocínio distributivo da divisão e permitiu aos alunos compreenderem que o cálculo poderia ser feito em etapas mais acessíveis.

Figura 23 - Modelo de divisão pelo método dos números ligados.



258 ÷ 3

258 ÷ 3 = (180 +60 + 18) ÷ 3

258 ÷ 3 = (180 ÷ 3) + (60 ÷ 3) + (18 ÷ 3)

258 ÷ 3 = 60 + 20 + 6

258 ÷ 3 = 86

Fonte: Elaborado pela autora.

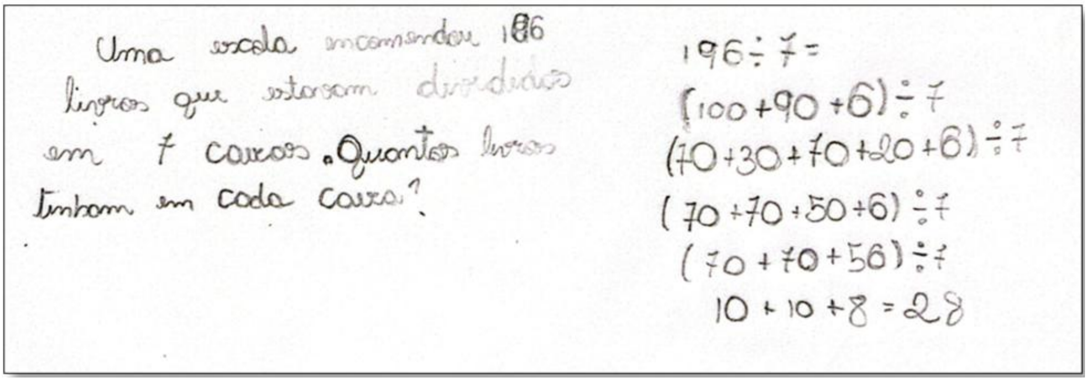
Após essa etapa, os estudantes foram convidados a resolver, em duplas, novas divisões, aplicando a mesma estratégia de decomposição. Vários alunos mostraram segurança e clareza. Entretanto, surgiram dúvidas relevantes, na decomposição dos números, onde alguns se confundiram quanto às dezenas e unidades.

Por fim, os alunos foram incentivados a criar situações-problema que pudessem ser representadas por esquemas semelhantes, reforçando a importância de relacionar a matemática à realidade e promovendo a habilidade de formular enunciados e não somente resolvê-los.

A aplicação desta aula, evidenciou diferentes níveis de apropriação da operação de divisão pelos estudantes. Durante a resolução do exemplo, coletivamente, muitos acompanharam o raciocínio e contribuíram na discussão. Parte da turma conseguiu realizar as decomposições e resolver as divisões consolidando o raciocínio multiplicativo trabalhado anteriormente. Entretanto, alguns estudantes incorreram em erros recorrentes, como decompor números em parcelas inadequadas, esquecer de somar resultados parciais ou mesmo a confusão de estratégia com o algoritmo tradicional.

A resistência de alguns estudantes em abandonar a "conta armada" também ficou evidente especialmente em divisões mais complexas. Por outro lado, a etapa de elaboração de problemas teve grande participação e segue um exemplo na Figura 24 de atribuição de significado prático para a divisão.

Figura 24 - Resposta do aluno E.



Fonte: Acervo da autora.

Embora persistam dificuldades, os resultados mostraram avanços na construção do raciocínio e no sentido da operação de divisão entre os estudantes.

4.1.6 Encontro 6: Resolvendo problemas com divisão

Durante o sexto encontro, as atividades aplicadas tiveram como objetivo aprofundar o estudo da operação de divisão por meio de situações-problema contextualizadas em diferentes cenários. Cada questão foi elaborada de forma a mobilizar diferentes estratégias de resolução como o cálculo de sobras, divisões sucessivas e raciocínio proporcional. O encaminhamento metodológico pressupôs a mediação para estimular a leitura, compreensão, representação e verificação das respostas. A primeira situação tinha como tema “O vendedor de verduras” e é apresentada na Figura 25.

Figura 25 - Aula 5: situação-problema 1.

1) O vendedor de verduras

O verdureiro de uma cidade do interior do estado viaja toda semana para capital para buscar frutas e verduras no Ceasa, chegando lá carrega o caminhão com 954 morangos, 627 maçãs, 128 melões e o restante da carga é composta por verduras. Ele colocará os morangos em 09 caixas, as maçãs em 06 caixas e os melões em 03 caixas, de forma que todas as caixas tenham o maior número de frutas possível e que as caixas com frutas iguais tenham o mesmo número de frutas. As frutas que sobram, ele leva para sua casa.

(a) Quantos morangos couberam em cada caixa?
(b) Quantas maçãs têm em cada caixa?
(c) Quantos melões têm em cada caixa?
(d) Quantas frutas ele vai levar para casa?

Fonte: Elaboração da autora.

A maioria dos alunos conseguiu aplicar corretamente a divisão para distribuir as frutas em caixas. Muitos identificaram, por exemplo, que 954 morangos divididos por 9 resultam em 106 por caixa, e que 627 maçãs divididas por 6 dão 104 por caixa, restando 3. Contudo, alguns se confundiram ao calcular as sobras, anotando apenas o quociente sem verificar o resto da divisão. Isso mostrou a necessidade de reforçar a importância da análise completa do resultado, incluindo quociente e sobra.

Na segunda situação, “Andando pela cidade”, apresentada na Figura 26, os estudantes demonstraram maior dificuldade. Parte da turma compreendeu que o tráfego deveria ser dividido em cada bifurcação, conseguindo calcular que, dos 128 carros iniciais, 64 passariam por B. No entanto, ao avançar para o cálculo de C, alguns alunos perderam o controle das sucessivas divisões, apresentando resultados incorretos. Essa questão evidenciou a necessidade de trabalhar de forma mais sistemática com situações de divisão sucessiva, reforçando o papel dos esquemas pictóricos como apoio visual.

Figura 26 - Aula 5: situação-problema 2.

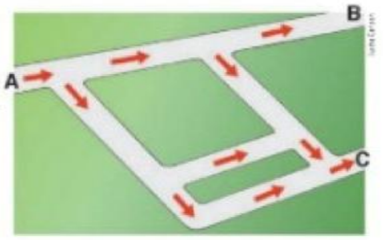
2) Andando pela cidade

A figura seguinte, representa algumas ruas de mão única.

*128 carros entraram no ponto A

*Em toda esquina em que há duas opções de direção, o tráfego se divide igualmente entre elas.

(a) Quantos carros passam por B?
(b) E por C?



Fonte: Elaborado pela autora.

Na terceira situação, foi perguntado “Se uma professora tem 237 balas para dividir igualmente entre seus 31 alunos: quantas balas cada aluno receberá? Quantas balas sobrarão para a professora? Qual o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas sem sobrar nenhuma para ela?

As respostas foram bastante diversificadas. Alguns estudantes aplicaram diretamente a divisão 237 ÷ 31, concluindo que cada aluno receberia 7 balas, restando 20 para a professora. Outros tiveram dificuldade em lidar com a operação. Quando questionados sobre quantas balas adicionais seriam necessárias para que a divisão fosse exata, apenas parte da turma percebeu que seriam 11 balas.

A quarta situação dada foi “Luísa faz duas xícaras de chá por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada xícara de chá. Um açucareiro contém 288 cubos de açúcar: Quantas xícaras de chá Luísa pode fazer com essa quantidade de cubos de açúcar? Quantos dias ela levará para usar todos os cubos de açúcar?

Os alunos apresentaram melhor desempenho. A maioria identificou corretamente que cada xícara de chá consome 3 cubos de açúcar e que, com 288 cubos, poderiam ser preparadas 96 xícaras. Além disso, ao dividir as xícaras pelo consumo diário (2 por dia), os estudantes chegaram ao resultado de 48 dias. Essa questão foi resolvida com relativa facilidade, demonstrando que possuem maior facilidade em divisões exatas. Ficou claro que ainda é necessário retomar e sistematizar aspectos específicos, como o tratamento das sobras, a organização de divisões sucessivas e a generalização para múltiplos comuns.

4.1.7 Encontro 7: Resolvendo problemas com números racionais

Este encontro foi planejado para consolidar o entendimento dos números racionais a partir de situações contextualizadas que exploram a ideia de parte-todo, equivalência e comparação de frações. A Figura 27 apresenta os enunciados das situações-problema utilizadas na aula, que serviram de base para a discussão e a construção dos conceitos trabalhados.

Figura 27 - Situações-problema da aula 6.

(a) Helena possui uma dúzia de ovos para fazer uma determinada receita.

- Se usar 5 ovos, qual a fração que representa a quantidade de ovos utilizada por Helena?
- Qual a fração que representa os ovos que não foram utilizados?

(b) Um livro de colorir possui 24 páginas. Já foram pintadas 15 páginas. Qual a fração representa o número de páginas que faltam ser pintadas?

(c) Compare as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{3}$. Qual delas é maior? Justifique sua resposta.

(d) Carlos possui 9 anos, que é exatamente $\frac{1}{6}$ da idade de seu pai. Qual é a idade do pai de Carlos?

Fonte: Elaborado pela autora.

Na primeira questão, sobre os ovos de Helena, a maioria dos alunos identificou corretamente que usar 5 ovos de uma dúzia corresponde a $\frac{5}{12}$, enquanto os ovos que restaram foram representados por $\frac{7}{12}$. Porém, três alunos, escreveram $\frac{5}{7}$ ou $\frac{7}{5}$, confundindo parte e todo, o que revelou dificuldade em compreender que o denominador deve representar a quantidade total disponível.

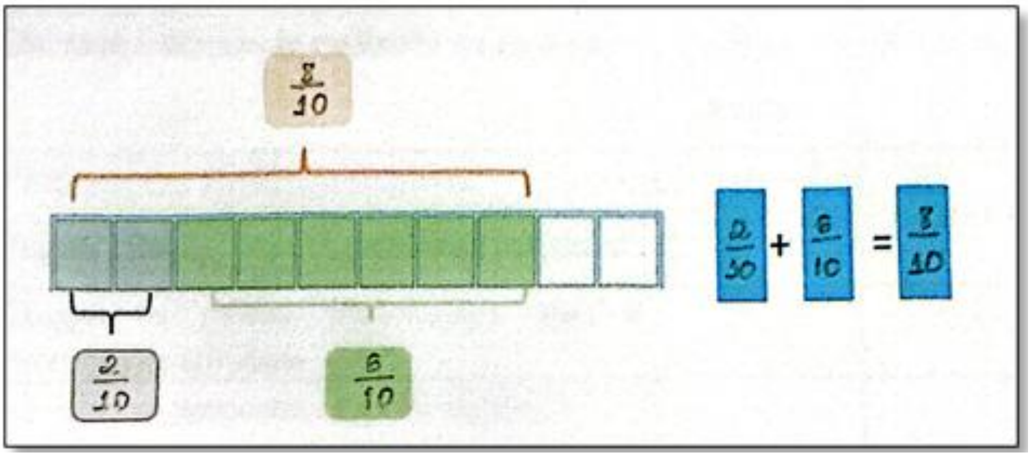
No exercício do livro de colorir, a maior parte da turma conseguiu representar a fração das páginas que faltavam pintar como $\frac{9}{24}$, simplificando-a corretamente para $\frac{3}{8}$. Entretanto, alguns alunos responderam apenas "9" ou "9 páginas", deixando de formalizar a resposta em forma de fração.

Na comparação de frações, surgiram diferentes estratégias. Um grupo utilizou o método do denominador comum para comparar, enquanto outros recorreram à transformação em números decimais. Alguns alunos, no entanto, concluíram apenas pela observação da "aparência" dos números, julgando que $\frac{3}{5} > \frac{1}{3}$ por considerar que "3 é maior que 1", o que evidenciou dificuldades conceituais. Houve ainda, um grupo de alunos que usou o modelo de barras para ilustrar a questão (c) e conseguir visualizar e comparar de forma correta as frações indicadas.

Na questão da idade de Carlos, muitos alunos compreenderam que como 9 anos correspondem a $\frac{1}{4}$ da idade do pai, então para determinar o valor do todo, seria necessário multiplicar 9 por 4, totalizando 36 anos. Esse raciocínio evidencia a compreensão da fração no sentido parte–todo, bem como a utilização da multiplicação como operação inversa da divisão, ainda que, em alguns casos, sem o registro formal da linguagem fracionária. Outros, porém, dividiram 9 por 4, concluindo incorretamente que o pai teria “2,25 anos”, não conseguindo analisar a resposta do ponto de vista lógico, que o pai deve ser mais velho que o filho.

Por fim, na questão que envolvia a ilustração colorida, os estudantes conseguiram representar as frações correspondentes às áreas pintadas e traduziram as representações em operações matemáticas, como mostra a Figura 28. Esse exercício visual contribuiu para fortalecer a compreensão da fração como proporção e não apenas como número isolado.

Figura 28 - Resposta do aluno G.



Fonte: Acervo da autora.

Foram notados avanços na compreensão das frações como representação de partes de um todo, bem como no uso de estratégias para comparação e equivalência. Os alunos demonstraram maior segurança em situações concretas e pictóricas, especialmente quando havia apoio visual. No entanto, ainda foram observadas dificuldades na transição para o nível abstrato, como a confusão entre numerador e denominador e a interpretação inadequada em problemas de proporcionalidade.

4.1.8 Encontro 8: Multiplicando e dividindo frações

Nessa atividade, buscou-se desenvolver a compreensão da multiplicação e da divisão de frações por meio de situações contextualizadas, Figura 29. O objetivo era favorecer a atribuição de significado às expressões numéricas e contribuir para a transição entre a linguagem natural e a linguagem matemática formal, estimulando os alunos a mobilizar estratégias de resolução, como a identificação das grandezas envolvidas e a organização do raciocínio matemático.

Figura 29 - Aula 7: situações-problema 1 e 2.

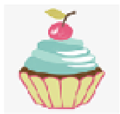
1) Fazendo um bolo

Helena quer fazer um bolo e pesquisou a seguinte receita na internet, conforme apresentada a seguir:

(a) Se Helena quiser triplicar a receita, qual quantidade de cada ingrediente terá que utilizar?

(b) E se Helena quiser reduzir pela metade a receita, quanto de cada ingrediente irá precisar?

Bolo da Vovó



$\frac{1}{6}$ Kg de margarina

$\frac{1}{2}$ Kg de farinha

$\frac{1}{4}$ Kg de açúcar

$\frac{3}{2}$ L de leite

3 ovos

2) Quantidade de água no corpo humano

A água é indispensável para a vida humana e nosso corpo é composto em sua maior parte por essa substância $\frac{3}{5}$ do peso do corpo humano corresponde à água.

(a) Considerando uma pessoa com 70 kg, qual é a quantidade, em quilograms, correspondente à água presente em seu corpo?

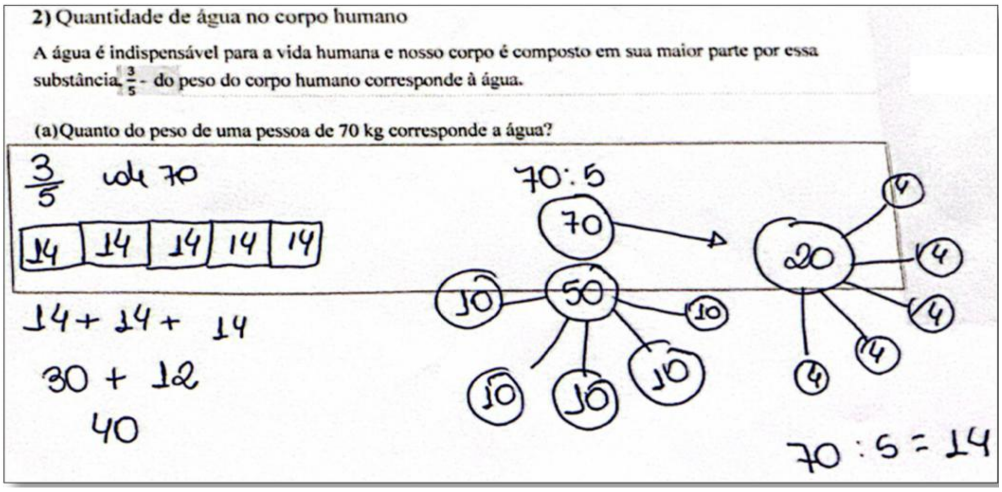
(b) Quanto do peso de uma pessoa que pesa 135 kg não corresponde à água?

Fonte: Elaborado pela autora.

Na questão “Fazendo um bolo”, a maioria dos alunos compreendeu que triplicar a receita implicava em multiplicar cada quantidade por 3, e que reduzí-la à metade correspondia a dividir por 2, porém não conseguiram compreender que essa divisão correspondia a multiplicar por $\frac{1}{2}$. Além disso, alguns apresentaram dificuldade em lidar com símbolos matemáticos, deixando, por exemplo, de registrar uma fração para indicar “meia xícara”.

Na questão “Quantidade de água no corpo humano”, a maior parte da turma conseguiu representar de forma pictórica, pelo método de barras, a situação, chegando ao cálculo correto que uma pessoa de 70 kg possui 42 kg de água no corpo. Podemos ilustrar com a resolução do aluno K, apresentada na Figura 30.

Figura 30 - Resposta do aluno K.



Fonte: Acervo da autora.

O referido aluno aplicou corretamente o conceito, representando $\frac{3}{5}$ de 70 kg por meio do método de barras e decompondo adequadamente o número 70 usando os números ligados. Sua estratégia indica domínio do procedimento conceitual necessário para encontrar a fração de um todo, entretanto, ao realizar a soma final, o aluno cometeu um erro aritmético ao registrar “30 + 12 = 40”, provavelmente resultado de uma falta de atenção. Assim, o equívoco não está na compreensão do conceito de fração ou no processo de decomposição, mas na execução da adição que conclui o problema.

Porém, no que se refere à letra (b), que perguntava: “Quanto do peso de uma pessoa que pesa 135 kg não corresponde à água?”, boa parte deixou de analisar o cálculo da quantidade que não corresponde a água. Durante a socialização dos resultados, ficou claro que os estudantes calcularam $\frac{3}{5}$ de 135 em vez de $(1 - \frac{3}{5})$ de 135, o que pode ser consequência de dificuldades tanto de conteúdos de matemática quanto de interpretação de texto ou desatenção.

Nas atividades “Dividindo a mesada” e “Um caso de herança”, apresentadas na Figura 31, os estudantes demonstraram grandes dificuldades, com muitos deixando inclusive de responder às questões. Esse comportamento sugere que os enunciados exigiram um nível de abstração mais elevado, especialmente por envolverem frações de frações e situações de comparação proporcional, conceitos que ainda não estavam suficientemente consolidados entre a maioria da turma.

Figura 31 - Aula 7: situações-problema 3 e 4.

3) Dividindo a mesada

Dona Ester foi trabalhar e deixou dinheiro para seus filhos, com este bilhete:

"Dividam igualmente o dinheiro. Beijos."

O primeiro filho chegou e pegou $\frac{1}{3}$ do dinheiro e saiu. O segundo chegou e não viu ninguém. Pensando que era o primeiro, pegou $\frac{1}{3}$ do dinheiro que tinha pela frente e saiu. O terceiro encontrou 4 notas de R$ 5,00. Achou que era o último, pegou tudo e saiu.

(a) Que fração do dinheiro deixado pela mãe o segundo filho pegou?
(b) Que fração do dinheiro deixado pela mãe sobrou, quando o segundo filho saiu?
(c) Quanto Dona Ester deixou?
(d) Devido ao engano do segundo filho, alguém saiu beneficiado? E prejudicado? Quem?

4) Um caso de herança

Num filme de TV, o mordomo assassinou seu patrão, porque achava que o patrão iria lhe deixar $\frac{1}{4}$ da herança. No entanto, o patrão deixou $\frac{2}{5}$ da herança para serem igualmente divididos entre os oito empregados da casa (um dos quais é o mordomo). O resto da herança, segundo o testamento, deveria ser doado à polícia.

(a) Que fração da herança foi destinada ao mordomo?
(b) Quantas vezes a quantia destinada ao mordomo cabe na que ele achava que iria receber?

Fonte: Elaborado pela autora.

No caso da questão 3, "Dividindo a mesada", parte dos alunos não conseguiu acompanhar a lógica das divisões sucessivas, confundindo a fração retirada por cada filho e, em alguns casos, tentando resolver a questão apenas por estimativas intuitivas. Esse tipo de erro revela a necessidade de fortalecer o uso de representações pictóricas, como diagramas de barras ou retângulos fracionados, que poderiam auxiliar na visualização do processo de partilha.

Já na questão 4, "Um caso de herança", a dificuldade se intensificou pelo fato de que os alunos precisavam, além de interpretar frações em contextos mais elaborados, estabelecer uma relação comparativa entre a parte recebida e a parte esperada.

Essas dificuldades, embora significativas, demostram que os estudantes ainda necessitam de maior tempo de exposição e prática em atividades que envolvam raciocínio proporcional e frações em níveis mais abstratos. A análise indica que, para avanços mais consistentes, será preciso intensificar o uso de materiais concretos e pictóricos antes de exigir generalizações algébricas, de modo a assegurar que a transição para o nível abstrato ocorra de forma gradual e significativa.

Notou-se que questões com maior nível de dificuldade, causou um grande desinteresse por parte da turma. Não houve engajamento nas discussões coletivas, e muitos estudantes permaneceram em silêncio, evitando expor suas tentativas de resolução. Essa postura pode ser explicada pela insegurança diante de enunciados mais complexos e pela falta de familiaridade em lidar com situações que exigem raciocínio proporcional de maior abstração.

Além disso, observou-se que, diferentemente das atividades anteriores, os alunos recorreram pouco às representações pictóricas, que vinham sendo um recurso importante para apoiar a compreensão. Isso sugere que, quando a dificuldade aumenta, há tendência em abandonar estratégias alternativas e buscar caminhos mais intuitivos ou simplesmente desistir da resolução.

Esse cenário evidenciou a importância de diversificar os exemplos e propor um processo gradual de complexificação, partindo de problemas mais simples de frações de frações até chegar a enunciados como os das questões “Dividindo a mesada” e “Um caso de herança”. A ausência de participação e de socialização das respostas indica que, para atividades futuras, será necessário reforçar o acompanhamento próximo em duplas e pequenos grupos, estimulando a verbalização do raciocínio antes da resolução escrita.

4.1.8 9º encontro: Atividade avaliativa

A atividade avaliativa final foi elaborada com o objetivo de diagnosticar o nível de consolidação dos conteúdos trabalhados ao longo da sequência didática. Para tanto, foram propostas dez questões que buscaram contemplar tanto o domínio procedimental quanto a compreensão conceitual da multiplicação e divisão de números naturais e racionais.

A questão número 1 se referia a identificação do aluno. As questões 2 a 5 avaliaram cálculos diretos e situações-problema de multiplicação e divisão de números naturais, com destaque para problemas de repartição e organização em grupos. As questões intermediárias, 6 a 8, exigiram maior raciocínio lógico e interpretação, envolvendo correção de erros, proporcionalidade e operações com frações. As questões 9 e 10 tiveram caráter reflexivo e metacognitivo, convidando os estudantes a avaliarem seu próprio desempenho e a experiência vivida com a metodologia de Singapura.

4.2 Resultado quantitativo das avaliações

A análise dos resultados foi realizada a partir de dois instrumentos principais: a observação durante os encontros e a comparação entre os resultados obtidos na avaliação diagnóstica e a avaliação final.

Do ponto de vista quantitativo, os resultados indicaram alguns avanços. A turma apresentou no questionário diagnóstico média de 3,2 (três vírgula dois) em 10 (dez) pontos, evidenciando lacunas importantes na compreensão das operações de multiplicação e divisão, principalmente quando se tratava de números racionais em sua representação fracionária. Após a aplicação da sequência, a média elevou-se para 6,8 (seis vírgula oito), revelando uma melhora significativa no desempenho geral. Além disso, o número de estudantes que atingiram média superior a 5,0 (cinco), passou de 18% (dezoito porcento) para 45% (quarenta e cinco porcento), demostrando que quase metade da turma alcançou uma evolução na aprendizagem.

Os estudantes mostraram progressos consistentes, sobretudo na resolução de problemas envolvendo a decomposição de números por meio da metodologia dos números ligados. Além disso, na avaliação diagnóstica não houve nenhum aluno que obtivesse a nota máxima, 10 (dez) pontos, enquanto, na avaliação final, dois alunos alcançaram a referida nota. Outro ponto importante a se abordar foi o aumento da nota mínima que passou de 0,0 (zero) para 3,0 (três) pontos, que, apesar da melhora, sugere que a diferença de desempenho entre os estudantes persiste.

Uma das questões das atividades diagnóstica e final, consistia na percepção e avaliação do estudante acerca dos conteúdos elencados. Durante a atividade inicial, a maioria dos alunos assumiu que sabia multiplicar, mas não conseguia executar operações de divisão. Dos 11 alunos somente 4 (quatro) diziam ter conhecimento e segurança ao realizar essas operações básicas. Porém, ao responderem a mesma pergunta ao final da aplicação da sequência didática, esse número aumentou para 8 (oito) alunos.

Tanto a atividade diagnóstica quanto a atividade final foram compostas por 7 questões, envolvendo situações-problema de multiplicação e divisão de números naturais e fracionários. O Quadro 5 apresenta o percentual de acertos obtidos por questão pelos estudantes na atividade diagnóstica e na atividade final.

Quadro 5 - Comparativo do desempenho dos estudantes por questão (atividade diagnóstica e final).

Questão	Conteúdo avaliado	% de acertos - Atividade Diagnóstica	% de acertos – Atividade Final
Q4	Multiplicação de números naturais	25%	68%
Q5	Multiplicação e divisão de números naturais	18%	54%
Q6	Conceitos de multiplicação e divisão	32%	71%
Q7	Divisão de números naturais	22%	63%
Q8	Divisão de números naturais	15%	48%
Q9	Conceitos de fração, multiplicação e divisão envolvendo números racionais.	27%	49%

Q10	Multiplicação e divisão de números racionais na representação fracionária.	10%	31%

Fonte: Elaborado pela autora

A análise mostra que houve avanços significativos em todas as questões, com destaque para aquelas em que o uso do modelo pictórico auxiliou os estudantes a relacionarem a abordagem concreta com a abstrata. Por outro lado, as operações com frações ainda se configuram como os maiores desafios a serem superados, revelando dificuldades tanto no raciocínio sobre proporcionalidade quanto na manipulação simbólica e concreta desse tipo de número.

Para fins de análise dos resultados obtidos, adotou-se a classificação dos estudantes em níveis de desempenho, tomando como referência documentos nacionais de avaliação educacional. No contexto brasileiro, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), coordenado pelo INEP, organiza os resultados em padrões de desempenho que variam de “Abaixo do Básico” a “Avançado”, indicando, respectivamente, desde a ausência das competências esperadas para o ano escolar até a superação dos objetivos de aprendizagem (INEP, 2020).

A classificação dos estudantes em níveis de desempenho possibilitou uma análise mais detalhada dos avanços obtidos. Para tanto, adotou-se uma escala de referência inspirada no SAEB, considerando como abaixo do básico os alunos com notas inferiores a 5,0 (cinco); básico, aqueles com notas entre 5,0 (cinco) e 6,9 (seis vírgula nove); proficiente, os que obtiveram entre 7,0 (sete) e 8,9 (oito vírgula nove); e avançado, os que alcançaram 9,0 (nove) ou mais.

Na atividade diagnóstica, a maior parte da turma encontrava-se no nível abaixo do básico, com apenas dois alunos no nível básico e nenhum classificado como proficiente ou avançado, o que evidencia as dificuldades iniciais no trabalho com operações de multiplicação e divisão de números racionais. Após a aplicação da sequência didática, observou-se uma redistribuição: 5 alunos permaneceram abaixo do básico, mas outros 4 atingiram o nível básico, 2 alcançaram o nível proficiente e nenhum estudante chegou ao nível avançado. Esses resultados indicam que, embora ainda haja um contingente relevante de alunos com lacunas de aprendizagem, quase metade da turma superou a condição inicial, alcançando patamares mais elevados de proficiência, o que demonstra o potencial da metodologia de Singapura para promover recomposição das aprendizagens.

A análise individual dos estudantes confirmou esse progresso: sete dos onze alunos (64%) apresentaram evolução positiva, com destaque para os alunos C e K, que atingiram o nível proficiente, e para os alunos B, E, G e I, que avançaram do nível abaixo do básico para o básico. Esses resultados são sistematizados no Quadro 6, que apresenta a análise individual do desempenho dos alunos antes e após a aplicação da sequência didática.

Quadro 6 - Análise individual do progresso.

Aluno	Desempenho diagnóstico	Acertos no Diagnóstico	Acertos na Atividade Avaliativa	Evolução Percentual (média de acertos)	Desempenho final
A	Abaixo do básico	1	2	18%	Abaixo do básico
B	Abaixo do básico	1	3	30%	Básico
C	Básico	2	5	45%	Proficiente
D	Abaixo do básico	1	2	15%	Abaixo do básico
E	Abaixo do básico	1	3	24%	Básico
F	Abaixo do básico	2	1	-10%	Abaixo do básico
G	Abaixo do básico	1	3	28%	Básico
H	Abaixo do básico	0	1	10%	Abaixo do básico
I	Abaixo do básico	1	3	28%	Básico
J	Abaixo do básico	0	1	10%	Abaixo do básico
K	Básico	2	4	35%	Proficiente

Fonte: Elaboração própria

A evolução percentual dos alunos foi calculada a partir da comparação entre a média de acertos obtida na avaliação diagnóstica e a média de acertos registrada na avaliação final. Para cada estudante, considerou-se o número de respostas corretas em relação ao total de questões aplicadas, transformando-se esse valor em percentual. Foi possível observar que a maioria dos alunos apresentou crescimento na média de acertos, com variações positivas que refletem diferentes níveis de progresso. A variação entre os dois momentos avaliativos permitiu identificar o progresso individual, expresso em pontos percentuais, possibilitando uma análise mais precisa dos avanços, das permanências e das eventuais regressões no desempenho dos alunos ao longo da aplicação da sequência didática.

Destaca-se ainda o caso do aluno F, que apresentou evolução percentual negativa (–10%), indicando redução no número de acertos da avaliação diagnóstica para a avaliação final. Esse resultado evidencia que o processo de aprendizagem não ocorre de forma linear para todos os estudantes, podendo ser influenciado por fatores como dificuldades pontuais de compreensão, aspectos emocionais, ausência em momentos do processo ou maior complexidade das situações avaliativas finais. A presença desse dado reforça a necessidade de considerar as especificidades individuais na análise dos resultados.

De forma geral, a análise quantitativa evidencia que a sequência didática aplicada contribuiu para avanços no desempenho dos estudantes, embora ainda exista um grupo significativo de alunos que permanece no nível abaixo do básico. A metodologia de Singapura se mostrou um bom recurso para a recomposição das aprendizagens, uma vez que possibilitou não apenas a elevação das médias gerais da turma, mas também o desenvolvimento de estratégias mais consistentes na resolução de problemas envolvendo multiplicação e divisão de números racionais.

4.3 Categorização e análise dos dados qualitativos

A análise dos dados qualitativos foi desenvolvida à luz das orientações propostas por Fiorentini e Lorenzato (2009), que compreendem o processo analítico como um movimento interpretativo, cíclico e indutivo. Segundo os autores, a análise qualitativa não se resume na descrição dos fatos observados, mas sim na busca da compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos a suas ações, falas e produções, estabelecendo relações entre o particular e o contexto investigado.

Dessa forma, o processo de categorização foi conduzido de forma sistemática e articulada com os objetivos da pesquisa, contemplando tanto categorias derivadas do referencial teórico sobre o processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão, quanto em categorias identificadas no decorrer da leitura e na interpretação de dados empíricos.

Foram elencadas, assim, três categorias de análise: a) aprendizagem dos objetos de conhecimento, b) representações e modelos utilizados, c) engajamento, motivação e interesse para a aprendizagem.

4.3.1 Aprendizagem dos objetos de conhecimento

Na categoria de aprendizagem dos objetos de conhecimento buscou-se compreender o nível de apropriação conceitual dos conteúdos matemáticos trabalhados, de maneira específica as operações de multiplicação e divisão. A análise concentrou-se em verificar como os estudantes interpretaram, identificaram e aplicaram essas operações em situações-problema, bem como a evolução de suas estratégias de resolução ao longo da sequência didática.

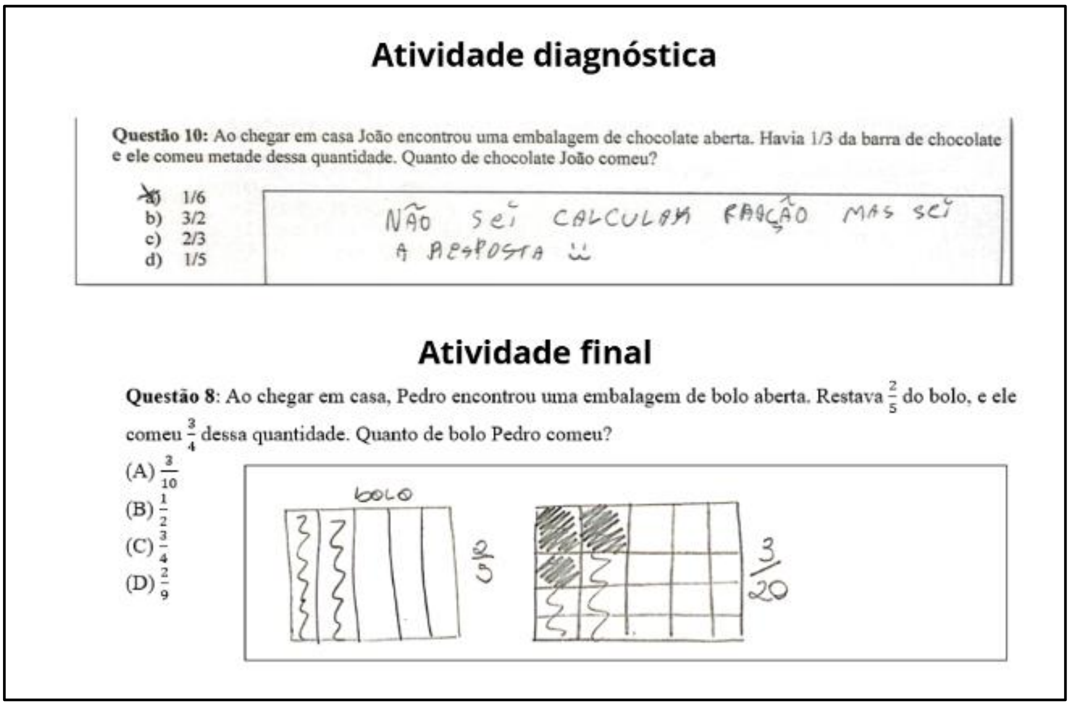
A aplicação do questionário diagnóstico possibilitou observar o desempenho inicial dos estudantes e identificar as principais lacunas de aprendizagem. Foi importante para descobrir o nível de aprendizagem em cada estudante se encontrava e separá-los em duplas com mesmo nivelamento. Durante a realização do teste, verificou-se que a maioria da turma apresentava dificuldade em compreender e interpretar situações-problema, além de se confundirem na resolução dos algoritmos de multiplicação e divisão.

Questões que envolviam a multiplicação de números naturais revelaram-se um pouco mais acessíveis. Já os problemas que envolviam divisão de números naturais e as operações envolvendo frações, mostraram-se como o maior desafio encontrado, com baixo índice de acertos e muitas questões deixadas em branco.

Foi possível observar que durante a atividade diagnóstica predominavam respostas intuitivas, além de que se notou uma preferência pela adição à multiplicação, mesmo quando os cálculos a serem resolvidos se mostravam simples. Ao serem questionados sobre a escolha da operação, alguns alunos afirmaram que se sentiam mais seguros ao realizar a soma do que a multiplicação e que a operação era mais fácil. Esse tipo de resposta sugeria que muitos alunos ainda operavam no campo aditivo, tratando a multiplicação apenas como somas sucessivas. Outros, por sua vez, recorriam à adivinhação, registrando respostas sem justificativas ou coerência matemática.

Um exemplo é o aluno A, que, na atividade diagnóstica, não conseguiu explicitar como chegou à alternativa assinalada, nem por meio de cálculos nem por explicação oral do raciocínio utilizado. Na atividade final, embora sua resolução ainda apresente inconsistências e não conduza ao resultado correto, observa-se um avanço qualitativo: o estudante tentou organizar a situação por meio do método de barras, construindo uma representação pictórica para relacionar as frações envolvidas, como apresentado na Figura 32. Assim, o erro deixa de ser apenas ausência de procedimento e passa a revelar um raciocínio em construção, mediado por uma estratégia de representação, além de ser uma oportunidade para potencializar a aprendizagem do estudante.

Figura 32 - Comparativo das soluções do aluno A.

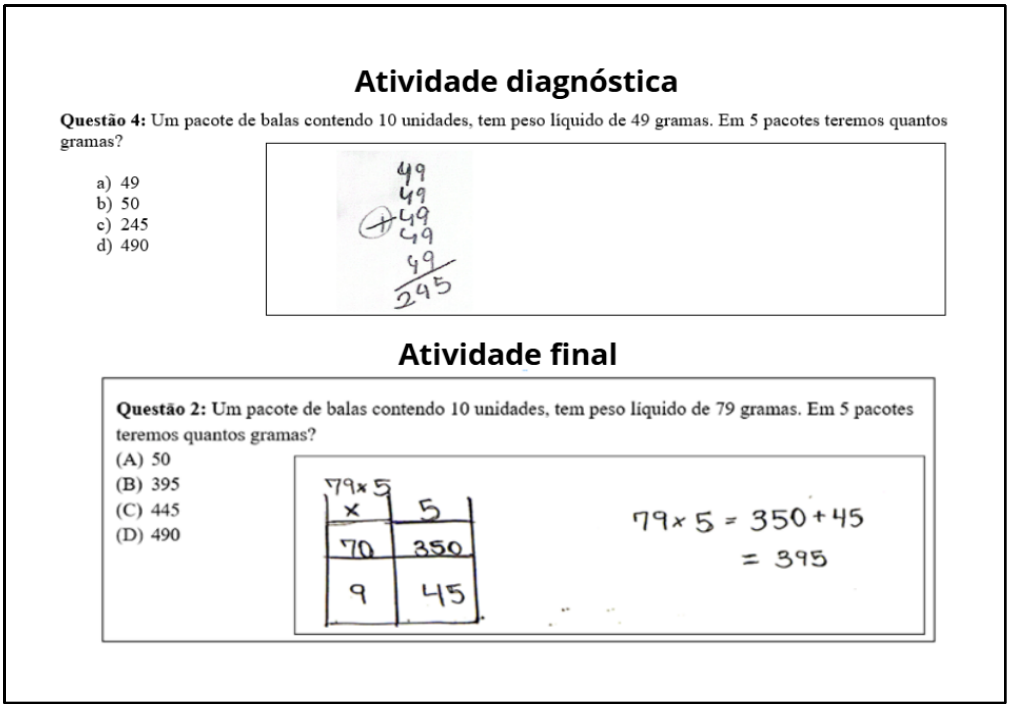


Fonte: Acervo da autora

Outro aspecto analisado foi a dificuldade de transitar entre as operações de multiplicação e divisão. Embora alguns alunos conseguissem resolver as operações simples com números naturais, demonstraram dificuldade e insegurança quando a situação-problema envolvia divisões um pouco mais complexas e números fracionários. Esse comportamento reforça a hipótese de que, antes da intervenção, o grupo apresentava um conhecimento fragmentado, limitado a aplicação de algoritmos, e sem a compreensão conceitual consolidada.

Após a aplicação das atividades da sequência didática, ficou claro que as respostas dos alunos revelaram diferentes níveis de consolidação da aprendizagem. Na atividade final, nas questões de multiplicação e divisão de números naturais, a maioria dos alunos demonstrou segurança, conseguindo aplicar corretamente as operações e justificar suas escolhas, como apresenta a Figura 33.

Figura 33 - Comparativo das respostas do aluno E.



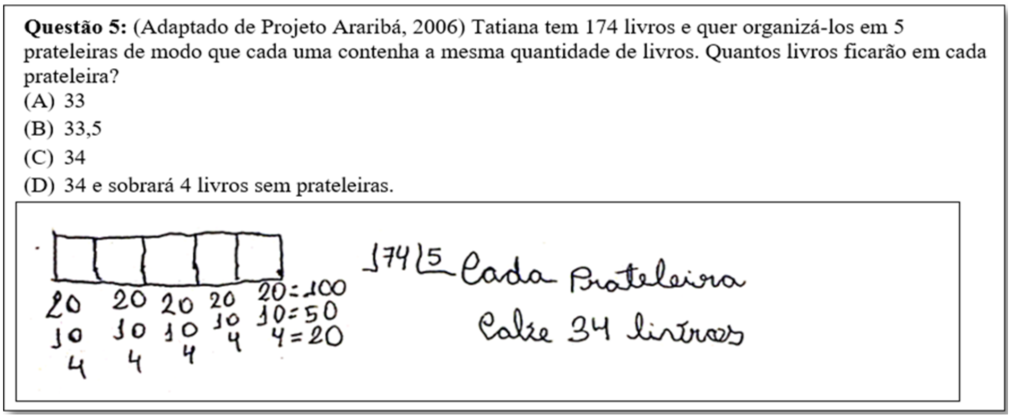
Fonte: Acervo da autora.

A análise comparativa das respostas do aluno A revela progresso na compreensão e na organização do raciocínio multiplicativo, onde o aluno conseguiu interpretar corretamente o enunciado, identificar a operação que melhor resolve a situação, e por fim utilizar as ferramentas apresentadas, como a multiplicação retangular, para chegar ao resultado correto.

Contudo, alguns apresentaram erros ao lidar com sobras, como no problema da organização dos livros em prateleiras, registrando apenas o quociente e esquecendo o resto. Isso demonstra uma compreensão ainda restrita da operação de divisão. Como no caso da Figura 34, onde o aluno I, interpretou a divisão apenas como uma repartição em partes iguais deixando de considerar as situações em que o resultado não é exato, e ignorando o fato de que o resto é uma parte da divisão e não um número que pode ser descartado do dado numérico esperado.

No entanto, ao comparar essa produção com a atividade diagnóstica, observa-se um avanço no desenvolvimento do estudante, uma vez que, anteriormente, ele não havia apresentado qualquer tentativa de organização da situação. Na atividade final, embora a resposta esteja incompleta, o aluno passou a reconhecer a divisão como uma operação que envolve uma relação entre quantidades, ainda que não tenha considerado adequadamente o papel do resto como parte integrante do resultado.

Figura 34 - Resposta do aluno I na atividade final.



Questão 5: (Adaptado de Projeto Araribá, 2006) Tatiana tem 174 livros e quer organizá-los em 5 prateleiras de modo que cada uma contenha a mesma quantidade de livros. Quantos livros ficarão em cada prateleira?

(A) 33
(B) 33,5
(C) 34
(D) 34 e sobrará 4 livros sem prateleiras.

Fonte: Acervo da autora.

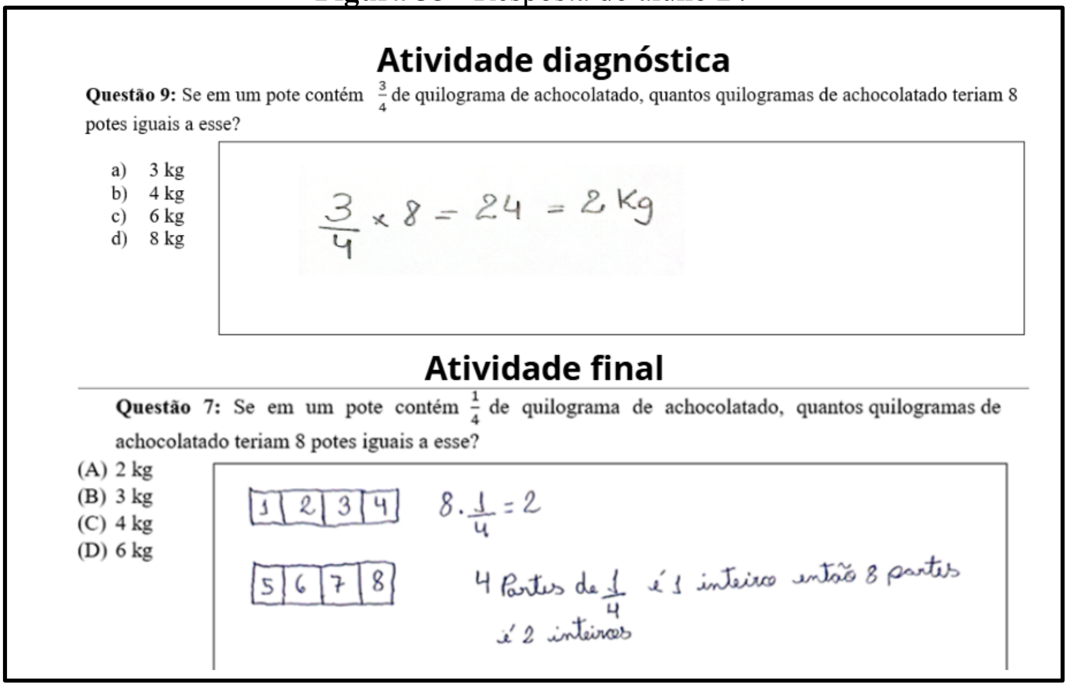
Esse fato, também deixou claro a necessidade da interpretação do resultado encontrado em função do contexto do problema. A falta de entendimento do significado do resultado encontrado para a solução do problema, evidencia que a aprendizagem ainda se encontra em um estágio mecânico em que o foco está na execução do cálculo e não na interpretação do contexto e na resolução do problema.

Nas questões de verdadeiro ou falso, observou-se que boa parte dos alunos reconheceu corretamente propriedades fundamentais, como a comutatividade da multiplicação e a relação de inversão com a divisão. Entretanto, houve respostas equivocadas em itens que envolviam a interpretação de expressões numéricas, indicando fragilidade no cálculo mental.

As maiores dificuldades apareceram nas questões com raciocínio mais elaborado. Muitos estudantes não conseguiram identificar o erro lógico no raciocínio apresentado, ou se confundiram ao calcular frações de frações, optando por alternativas intuitivas. Isso mostrou que, embora a prática com o método de Singapura tenha favorecido avanços, ainda há necessidade de consolidar a segurança na manipulação de frações.

Por outro lado, na questão 7, foi possível observar que o aluno B, ao contrário do que havia apresentado na atividade diagnóstica, conseguiu generalizar o raciocínio e aplicar corretamente a multiplicação, evidenciando progressos no desenvolvimento do senso numérico, como mostra a Figura 35.

Figura 35 - Resposta do aluno B.



Atividade diagnóstica

Questão 9: Se em um pote contém $\frac{3}{4}$ de quilograma de achocolatado, quantos quilogramas de achocolatado teriam 8 potes iguais a esse?

a) 3 kg
b) 4 kg
c) 6 kg
d) 8 kg

$\frac{3}{4} \times 8 = 24 = 2\,Kg$

Atividade final

Questão 7: Se em um pote contém $\frac{1}{4}$ de quilograma de achocolatado, quantos quilogramas de achocolatado teriam 8 potes iguais a esse?

(A) 2 kg
(B) 3 kg
(C) 4 kg
(D) 6 kg

| 1 | 2 | 3 | 4 |

$8 . \frac{1}{4} = 2$

| 5 | 6 | 7 | 8 |

4 Partes de $\frac{1}{4}$ é 1 inteiro então 8 partes é 2 inteiros

Fonte: Acervo da autora.

Poucos alunos conseguiram articular a representação, o cálculo e a explicação verbal do seu raciocínio. A aprendizagem foi internalizada por esses alunos, que conseguiram entender e se apropriar das habilidades propostas. A maioria dos estudantes, demonstraram processos intermediários de aprendizagem, nos quais o raciocínio depende fortemente das representações concretas e visuais para se consolidar. E ainda assim, tivemos alunos que não conseguiram aplicar corretamente os procedimentos apresentados, como forma de resolução das atividades. Houve ainda, um pequeno grupo que apresentou um padrão de aprendizagem mecanizada, em que as operações e os algoritmos foram realizados corretamente, porém não houve a compreensão do significado da operação.

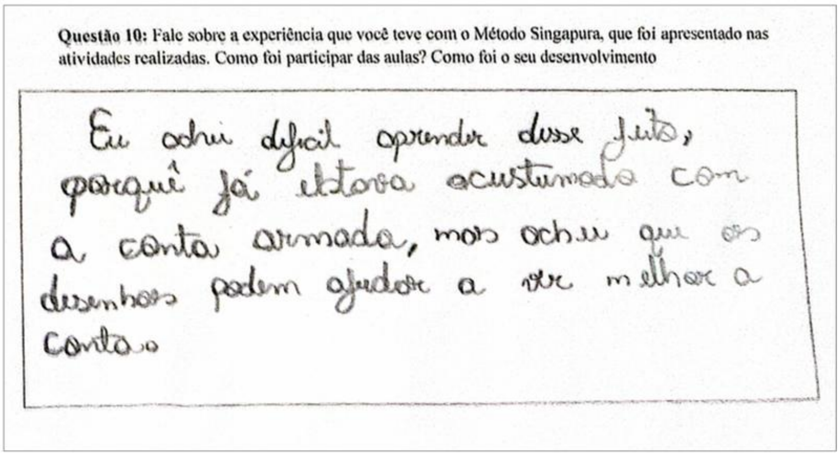
A maioria dos alunos conseguiu representar graficamente o problema, utilizando o modelo de barras, mas não converter a representação visual em cálculos e algoritmos. Eles ainda se encontram na fase pictórica da abordagem CPA. Já aqueles que conseguiram generalizar e representar com símbolos demonstram transição para o nível abstrato, indicando a internalização dos conceitos apresentados.

Com o intuito de verificar o avanço conceitual dos estudantes na aplicação da sequência didática, foi realizado um comparativo entre o desempenho na atividade diagnóstica e na atividade avaliativa. As produções analisadas revelaram mudanças relevantes na forma como os alunos interpretaram e resolveram as situações propostas, evidenciando indícios de recomposição das aprendizagens.

Pelos registros da atividade diagnóstica, foi possível observar muitas respostas deixadas em branco, outras intuitivas e descontextualizadas e outras poucas que realizavam os algoritmos de forma mecanizada. Após a aplicação da sequência didática, percebeu-se que mesmo que os alunos não conseguissem chegar ao resultado esperado, revelavam que desenvolveram a capacidade de interpretação das situações-problema, das operações a serem utilizadas e até mesmo conseguiram realizar uma representação pictórica do problema.

As questões 9 e 10, da atividade avaliativa, que possuíam caráter reflexivo, trouxeram respostas variadas. A Figura 36, por exemplo, evidencia a fala de um estudante que revela uma dificuldade inicial com a abordagem visual proposta pelo método, uma vez que estava habituado ao uso da conta armada. Entretanto, reconhece que os desenhos contribuem para compreender melhor os procedimentos, sugerindo uma abertura para métodos que favoreçam a visualização do processo matemático.

Figura 36 - Resposta do aluno E.

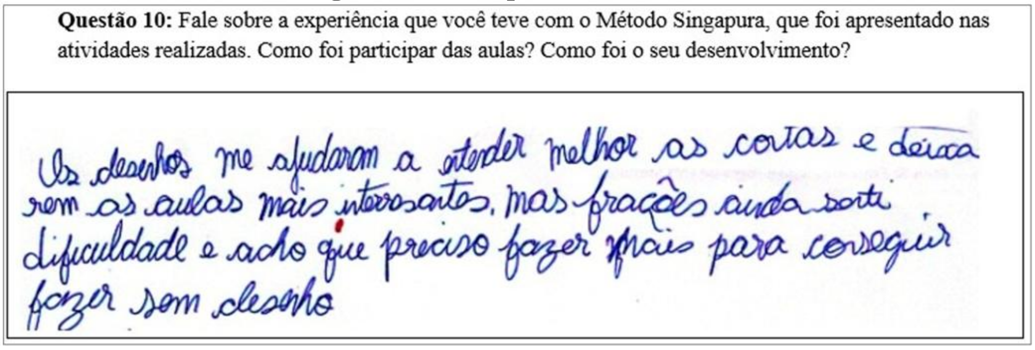

Questão 10: Fale sobre a experiência que você teve com o Método Singapura, que foi apresentado nas atividades realizadas. Como foi participar das aulas? Como foi o seu desenvolvimento

Eu achei difícil aprender desse jeito, porquê já estava acostumado com a conta armada, mas achei que os desenhos podem ajudar a ver melhor a conta.

Fonte: Acervo da autora.

Na Figura 37, o aluno H afirma que o método de Singapura favoreceu a motivação e a visualização dos conceitos. Entretanto, ressaltou a necessidade de maior tempo de prática e de retomada gradual das situações que envolvem frações, para que a segurança no nível abstrato seja alcançada de forma consistente.

Figura 37 - Resposta do aluno H.



Questão 10: Fale sobre a experiência que você teve com o Método Singapura, que foi apresentado nas atividades realizadas. Como foi participar das aulas? Como foi o seu desenvolvimento?

Os desenhos me ajudaram a entender melhor as contas e deixa
rem as aulas mais interessantes, mas frações ainda senti
dificuldade e acho que preciso fazer mais para conseguir
fazer sem desenho

Fonte: Acervo da autora.

Assim, como resposta a essas questões, parte dos estudantes declarou sentir-se mais confiante para resolver multiplicações e divisões, destacando o apoio das representações concretas e pictóricas. Outros, porém, relataram ainda insegurança diante de frações e divisões mais complexas, reconhecendo a necessidade de maior prática. A maioria apontou que a experiência com o método de Singapura foi positiva por tornar a matemática “mais visual e menos decorada”.

Os resultados apontam, crescimento especialmente na capacidade interpretativa e na compreensão do significado das operações de multiplicação e divisão, ainda que não tenham ocorrido de forma homogênea. Observou-se que nem todos alcançaram a plena consolidação dos conceitos, mas começaram a manter o raciocínio e a coerência interpretativa, mesmo diante das dificuldades com as operações. Isso significa que os alunos estão em processo de reorganização e recomposição, passando a atribuir sentido as operações matemáticas e saindo da zona de pensamento mecanizado das operações. Conforme destacam Fiorentini e Lorenzato (2009), a evolução qualitativa no modo de pensar dos estudantes constitui um indicador de avanço, ainda que o resultado numérico nem sempre seja correto.

4.3.2 Representação e modelos utilizados

Na categoria de representações e modelos utilizados, foram analisados o uso das representações visuais e dos modelos matemáticos, buscando compreender como essas ferramentas contribuíram para a construção dos significados das operações de multiplicação e divisão. A observação das produções e registros revelou que o uso do modelo de barras e dos números ligados desempenhou um papel importante para a maioria dos alunos, agindo como uma ponte entre o pensamento concreto e o abstrato. Segundo a Abordagem CPA, proposta pelo MOE (2012), o processo de ensino-aprendizagem em Matemática ocorre de maneira progressiva, partindo da manipulação concreta para a representação pictórica, até alcançar a abstração simbólica.

A maior parte dos alunos utilizaram os modelos visuais como estratégias de apoio cognitivo, especialmente nas questões que envolviam cálculos e interpretações um pouco mais estruturadas. Em muitas respostas, observou-se o uso de diagramas ainda que os resultados não estivessem corretos, o que indica que os alunos entendiam que as representações visuais os faziam entender melhor o que era proposto na atividade.

Um exemplo disso é o caso da resposta dada ao problema que envolvia a questão do bolo: "Restava $\frac{2}{5}$ do bolo, e Pedro comeu $\frac{2}{5}$ dessa quantidade. Vários alunos utilizaram a representação pelo modo de barras, demostrando que houve compreensão do problema, embora alguns ainda não tenham conseguido chegar à resposta correta.

Esse tipo de representação evidencia que vários alunos que inicialmente se encontravam na fase concreta, conseguiram evoluir para a fase pictórica. Conforme defende Bruner (1996), o uso de representações visuais é essencial para a formação de conceitos pois permite que o aluno reelabore mentalmente a ação concreta e a transforme em um modelo simbólico. No caso desta pesquisa, os modelos visuais não apenas serviram como apoio didático, mas também como instrumento de pensamento que possibilitou a construção de significados matemáticos aos alunos.

Ao longo da sequência, houveram diferentes representações e a apropriação gradual da linguagem matemática esperada. Enquanto alguns alunos ainda dependiam de representações visuais para compreender as relações numéricas, outros já conseguiam formular um pensamento logico abstrato e justificar suas respostas com bases em interpretações visuais anteriores.

Por outro lado, foi possível observar que parte dos alunos manteve dificuldade em converter o raciocínio visual em cálculo numérico, o que indica a necessidade de aumentar o tempo de exposição à metodologia, explorando com maiores detalhes a passagem entre a fase concreta e a pictórica. Essa constatação, reforça a importância de não antecipar o ensino dos algoritmos antes de explorar os sentidos das operações, respeitando o ritmo cognitivo dos alunos e permitindo que as representações utilizadas desempenhem a suas funções de mediadora do concreto ao abstrato.

Houve inicialmente resistência com o uso dos números ligados. Os estudantes demonstraram dificuldades em compreender a lógica dessa representação e acabaram por optar pelas estratégias tradicionais com as quais tinham mais familiaridade. Muitos relataram "não tem necessidade de desenhar para resolver”, ou até mesmo que “do outro jeito é mais fácil”. No entanto, à medida que as atividades avançaram, observou-se que o uso sistemático dos números ligados começou a favorecer a organização mental das quantidades e da visualização das relações parte-todo, especialmente nas operações de multiplicação.

Esses fatos evidenciam que a continuidade das atividades e a mediação intencional ao seu uso favoreceram a apropriação progressiva da representação. Com o tempo, os alunos deixaram de encarar o modelo como um mero desenho e passaram a compreendê-lo como uma ferramenta de pensamento lógico, que lhes permitia organizar quantidades, prever resultados e verificar relações entre operações. Esse processo auxiliou ainda, a reforçar ou até mesmo criar entre os alunos o hábito da prática do cálculo mental, desenvolvendo habilidades de representações das relações parte-todo.

As falas que foram transcritas abaixo, e revelam tanto as dificuldades de interpretação iniciais, quanto os progressos que ocorreram à medida que os alunos passaram a reconhecer as representações como facilitadores do processo de resolução dos problemas.

> **Aluno A: “**Professora, posso usar as tampinhas de novo? Eu entendo melhor quando vejo as partes.”
> **Aluno B:** “No começo eu não gostava desse desenho dos círculos ligados... parecia difícil. Agora eu vejo que dá pra entender quanto falta e quanto já tem.”
> **Aluno C:** “Eu desenhei o retângulo dividido em cinco partes e depois fiz três quartos de duas partes. Dá o mesmo que três décimos, né?”
> **Aluno K:** “Agora nem preciso mais desenhar, eu já imagino as partes na cabeça e faço direto a conta.”

Essas falas evidenciam que o aluno A ainda se encontrava na fase concreta da abordagem CPA. Seu raciocínio depende da manipulação de materiais para compreender as relações parte–todo e visualizar as operações de multiplicação e divisão. Já a fala do aluno B indica superação da resistência inicial ao uso dos números ligados. O aluno começa a perceber o valor da representação como ferramenta para organizar quantidades e visualizar relações aditivas e multiplicativas, revelando avanço na fase pictórica.

Já o aluno C demonstra apropriação da representação pictórica e capacidade de articular o raciocínio visual ao simbólico, transitando para a fase abstrata, processo que ainda não está totalmente internalizado, uma vez que o aluno ainda apresenta um raciocínio dependente da representação visual para se certificar de suas respostas. Já a fala do aluno K, indica a internalização da representação visual, demonstrando ter alcançado a fase abstrata da abordagem CPA, conseguindo operar mentalmente com as relações parte–todo sem necessidade de apoio pictórico.

4.3.3 Engajamento, motivação e interesse para a aprendizagem

A terceira categoria diz respeito ao engajamento, a motivação e ao interesse dos alunos pela aprendizagem de Matemática, especialmente no contexto das atividades que compuseram a sequência didática. O objetivo foi compreender como o uso das representações visuais, materiais concretos e desafios contextualizados impactou o envolvimento dos estudantes e suas atitudes diante dos conteúdos apresentados.

Durante a aplicação da atividade diagnóstica, a primeira impressão da professora pesquisadora, foi a geral desmotivação diante do aprendizado dos conteúdos matemáticos. Nas primeiras aulas, a maioria demonstrava baixa autoconfiança, insegurança para expor seus raciocínios e resistência em participar das atividades. Segundo a professora da turma, como se tratava de uma turma de reagrupamento, esses alunos apresentavam níveis diferentes de aprendizagem, com variadas defasagem e lacunas de aprendizagem acumulada ao longo dos anos anteriores. A docente relatou que muitos traziam um histórico de dificuldades com os algoritmos convencionais e demostravam sentimentos de frustação e desinteresse pela Matemática, especialmente por associarem a disciplina a experiencias anteriores de fracasso escolar. Essa percepção inicial reforçou a importância de recompor as aprendizagens básicas e reconstruir também a autoestima dos alunos.

Durante as primeiras aulas, foi perceptível a ausência de engajamento. Os estudantes mostravam-se apáticos e reticentes ao participar das discussões, evitando expor suas respostas e seus raciocínios. Em diálogos construídos ao longo das aulas, afirmaram “ter medo de errar” ou “não saber” sem ao menos tentar resolver os problemas propostos. Essas falas evidenciam o que Fiorentini e Lorenzato (2009) descrevem como a dimensão afetiva do aprender Matemática — um campo em que emoções e crenças influenciam diretamente o envolvimento e a persistência dos alunos.

Por outro lado, notou-se empenho de alguns alunos em registrar suas respostas e estratégias, ainda que com muitas dificuldades. Parte da turma apresentou atitudes de desatenção, como respostas em branco, registros feitos de forma aleatória e brincadeiras alheias ao momento de seriedade que a atividade exigia.

Contudo, à medida que a sequência didática foi sendo desenvolvida, notou-se uma mudança gradual no comportamento da turma. A introdução de materiais manipulativos e situações contextualizadas, práticas essas previstas na abordagem singapuriana, despertou curiosidade e maior participação dos alunos envolvidos. As estratégias utilizadas durante as aulas possibilitaram uma visão mais acessível e simplificada dos conteúdos, favorecendo a construção de significados e reduzindo o medo do erro. Pensar que esse era uma abordagem desconhecida a todos e que estavam descobrindo juntos, deu aos alunos a oportunidade de participar das aulas sem medo de errar, de forma espontânea, compartilhando estratégias e explicando suas ideias no grupo mesmo quando não estavam corretas.

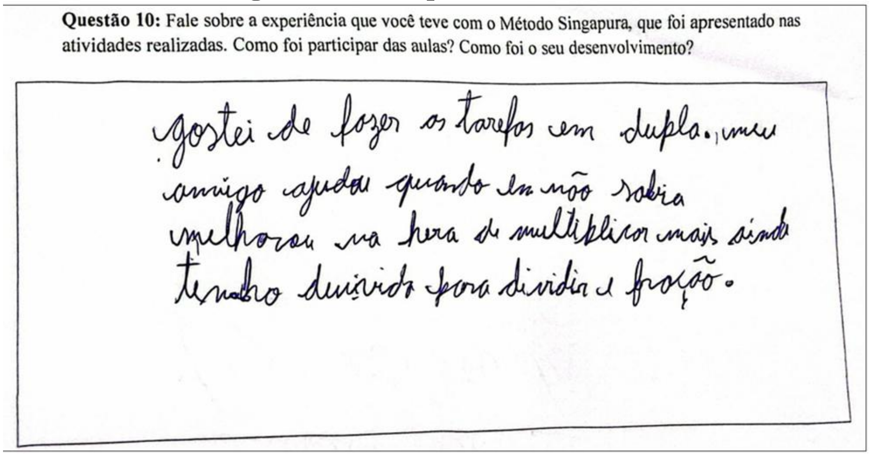
O trabalho em pares foi uma estratégia utilizada, pensada não apenas como um recurso metodológico, mas como um instrumento de recomposição das aprendizagens e fortalecimento da motivação. A organização das duplas ocorreu de forma intencional, com base no desempenho observado na atividade diagnóstica, buscando equilibrar níveis de conhecimento e favorecer a cooperação entre os estudantes.

Na prática, a dinâmica do trabalho em duplas desenvolveu-se de forma natural ao longo das atividades. Assim, à medida que avançavam nas tarefas, alguns estudantes que concluíam seus exercícios mais rapidamente, espontaneamente, se dispuseram a auxiliar outras duplas que ainda estavam em processo de resolução. Esse movimento colaborativo acontecia tanto por iniciativa dos próprios alunos quanto por solicitações entre colegas, criando um fluxo de ajuda mútua que favoreceu a troca de estratégias e a clarificação de procedimentos. Dessa forma, o trabalho em pares resultou em momentos ricos de aprendizagem coletiva, nos quais estudantes com maior facilidade contribuíam para o progresso dos demais, reforçando o clima de cooperação e apoio presente nas aulas.

Durante as primeiras aulas, alguns alunos demonstraram resistência em trabalhar em dupla, preferindo resolver as atividades de forma individual. Essa postura estava associada a insegurança e falta de confiança em relação ao próprio desempenho. Com o passar das atividades, porém, observou-se um progresso nas interações: as discussões passaram a ser mais produtivas, os alunos começaram a explicar seus raciocínios, a questionar estratégias dos colegas e a buscar consensos nas resoluções.

A motivação dos alunos também se manifestou por meio de comentários espontâneos e expressões de satisfação durante as aulas, como apresentado na Figura 38. Frases como *"agora entendi porque dá o mesmo resultado que o do meu colega"* ou *"a gente conseguiu juntos"* refletem a importância do trabalho cooperativo como fator motivacional e cognitivo.

Figura 38 - Resposta do aluno A.



Questão 10: Fale sobre a experiência que você teve com o Método Singapura, que foi apresentado nas atividades realizadas. Como foi participar das aulas? Como foi o seu desenvolvimento?

gostei de fazer as tarefas em dupla, meu amigo ajudou quando eu não sabia melhorou na hora de multiplicar mais ainda tenho duvida para dividir e fração.

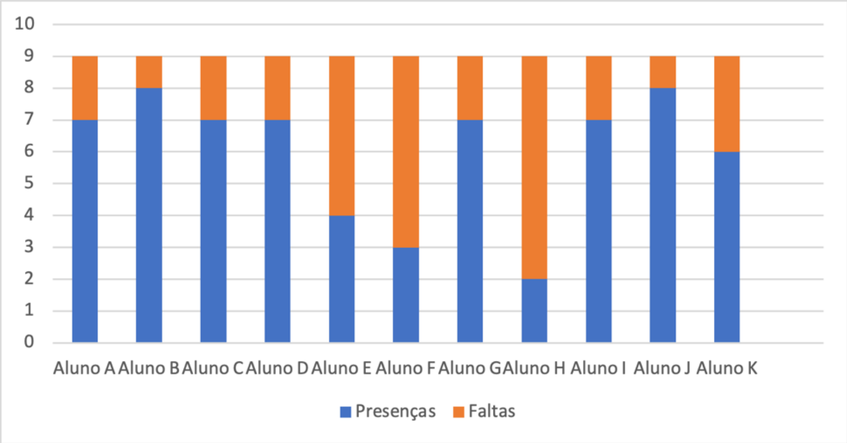
Fonte: Acervo da autora.

A dinâmica em pares contribuiu para o aumento da motivação e do engajamento. Porém alguns alunos ainda apresentaram comportamentos apáticos e desinteressados. Podemos exemplificar com o aluno A, que foi resistente ao desenvolvimento das atividades durante toda a aplicação da sequência didática. As tentativas de envolvimento nas atividades por meio de diferentes estratégias, como o uso de materiais concretos, trabalho em pares entre outros, não surtiram o efeito esperado, uma vez que o aluno demonstrava baixo engajamento. Ainda assim, foi possível notar pequenos indícios de avanços, especialmente nas últimas aulas, quando passou a resolver as atividades e interagir com o estudante com o qual compunha a dupla. Esses sinais, revelam que a constância das intervenções e o ambiente acolhedor promovido pelo trabalho em pares favoreceram o processo de aprendizagem.

Outro fator a se considerar é a baixa frequência dos alunos em sala de aula, que impactou diretamente o andamento das atividades e o alcance dos objetivos propostos na sequência didática. Nenhum aluno compareceu a todos os encontros. Essa irregularidade na presença dificultou a continuidade do processo de ensino-aprendizagem, especialmente em um contexto que exigia acompanhamento constante e retomada de conceitos fundamentais.

A baixa assiduidade também comprometeu o engajamento coletivo, uma vez que a formação de duplas e grupos de trabalhos foi, em diversos momentos, prejudicada pela ausência de parceiros previamente organizados por nível de desempenho. Essa situação demandou adaptações constantes na dinâmica das aulas, além de reorganização dos pares e necessidade de nova explicação de procedimentos, para que todos os alunos pudessem acompanhar o raciocínio desenvolvido nas etapas anteriores. A Figura 39 ilustra a quantidade de faltas por aluno.

Figura 39 - Gráfico sobre a frequência dos alunos.



Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, foi possível observar que as faltas podem ter dificultado o acompanhamento da sequência didática, especialmente em momentos que exigiam a retomada de conhecimentos prévios e continuidade das estratégias trabalhadas. No entanto, essa relação não se mostrou absoluta, uma vez que alguns estudantes, mesmo que com um número sugestivo de presenças, permaneceram abaixo do nível básico, o que sugere a presença de outros fatores associados ao desempenho, como lacunas conceituais anteriores, insegurança diante das tarefas e dificuldade em manter estratégias consistentes de resolução. Nesse sentido o aluno F, por exemplo, mostrou regressão na coerência das respostas ao longo das atividades, enquanto o aluno H manteve postura mais passiva e insegura, precisando de reforço constante para compreender as etapas das atividades.

De modo geral, as observações e registros dessa categoria evidenciam avanços no envolvimento e na postura dos estudantes diante da aprendizagem matemática. A partir da comparação entre as primeiras aulas e o encerramento da sequência didática, percebeu-se que a relação dos alunos com o conteúdo e com a própria prática escolar foi se transformando gradualmente, passando de um estado de insegurança e apatia para uma atitude mais ativa, curiosa e colaborativa.

Sob a perspectiva dos alunos, os depoimentos e comportamentos observados indicaram que as atividades despertaram interesse e prazer em aprender. Muitos relataram que "as aulas ficaram mais fáceis de entender" e que "gostaram de resolver as atividades". Do ponto de vista da professora regente, o processo revelou mudanças perceptíveis na atitude e na participação dos alunos. Em seus registros e conversas, a docente destacou que "passou a demonstrar maior curiosidade e menos medo de errar", e que o uso das estratégias singapurianas favoreceu o entendimento conceitual das operações de multiplicação e divisão.

Dessa forma, pode-se constatar que a sequência didática, ao integrar estratégias de ensino ativas, cooperativas e visuais, proporcionou mudanças no clima da sala e na motivação dos alunos, que se sentiam marginalizados no processo, por conta de suas dificuldades de aprendizagem, e agora se tornam sujeitos participantes nas discussões e resoluções propostas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como propósito investigar as possibilidades e os limites do ensino de multiplicação e divisão de números naturais e racionais a partir da perspectiva da Matemática de Singapura, com base nos princípios da abordagem CPA, no uso de estratégias heurísticas como os números ligados e o modelo de barras, e na centralidade da resolução de problemas. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de Ensino Fundamental, em uma escola pública de tempo integral, envolvendo atividades organizadas em uma sequência didática planejada em conformidade com a BNCC (Brasil, 2018) e o DC-GO (Goiás, 2019).

A análise das atividades desenvolvidas ao longo da sequência didática mostra que o método de Singapura contribui para a aprendizagem da multiplicação e da divisão de números naturais e racionais. Isso se evidencia no fato de que os alunos demonstraram maior facilidade para compreender os conteúdos ao vivenciarem as etapas da abordagem CPA, como apontam Bruner e o Ministério da Educação de Singapura. O uso de materiais manipuláveis e representações gráficas, como modelos de barras e números ligados, tornou os cálculos mais acessíveis.

Outro ponto relevante foi a ênfase na resolução de problemas. As situações propostas, relacionadas ao cotidiano, despertaram maior envolvimento dos estudantes e ajudaram a dar sentido às operações. Esse encaminhamento está em sintonia com a BNCC e com o Documento Curricular de Goiás, que indicam a resolução de problemas como um caminho essencial para o desenvolvimento das competências matemáticas, além de se aproximar de orientações internacionais, como as Recomendações de Portugal (2018).

Os resultados revelaram avanços e desafios. Houve progresso no raciocínio multiplicativo e na capacidade de decompor números em cálculos mais simples. Entretanto, algumas dificuldades persistiram, principalmente em relação às frações de frações e a divisões sucessivas, situações em que parte dos alunos desistiu ou recorreu apenas à conta armada, indicando que esses conteúdos demandam maior tempo de trabalho e retomadas constantes.

A importância das representações visuais também merece destaque. As barras, esquemas pictóricos e a decomposição numérica auxiliaram na compreensão de propriedades como a distributividade e a associação, o que dialoga com o que defendem pesquisadores como Teixeira (2016) e Baldin (2014). Esse achado reforça que o método de Singapura amplia o repertório de possibilidades para o professor e oferece aos alunos diferentes formas de raciocinar.

As falas dos próprios alunos reforçaram esses pontos. Alguns relataram maior confiança e compreensão com o uso das representações, enquanto outros demonstraram preferência pela conta armada, por familiaridade com o procedimento. Esse contraste evidencia que a adoção de novas metodologias deve ocorrer de maneira gradual, respeitando o percurso dos estudantes e incentivando a exploração de novas estratégias.

Os dados também mostraram mudanças significativas na postura dos estudantes em relação à Matemática. As aulas promoveram momentos de interação, construção coletiva e valorização das diferentes formas de pensar, contribuindo para o engajamento, especialmente nas etapas concretas e pictóricas. Ainda assim, a transição para o nível abstrato exigiu maior mediação e tempo de consolidação.

É importante reconhecer as limitações do estudo. A aplicação ocorreu em um período relativamente curto, o que restringiu aprofundamentos e retomadas mais amplas. A turma reduzida favoreceu a observação detalhada, mas limita generalizações. Além disso, a pesquisa concentrou-se em uma única turma de reagrupamento, o que reduz o alcance dos resultados para outras etapas da escolarização.

Essas limitações abrem possibilidades para pesquisas futuras. Entre elas, destaca-se a aplicação da mesma sequência em turmas de outros anos, como 7º e 8º anos, para observar a progressão das aprendizagens. Outra vertente seria expandir para conteúdos como geometria e proporcionalidade, que apresentam maiores desafios. Comparações entre a abordagem de Singapura e outras metodologias ativas também podem enriquecer o debate sobre inovação didática no ensino da Matemática.

De forma geral, a experiência reafirma a relevância da metodologia de Singapura como alternativa para ressignificar o ensino da Matemática no Brasil. A combinação entre resolução de problemas, representações visuais e valorização do raciocínio dos estudantes contribuiu para uma aprendizagem mais significativa e menos mecanizada. Ao mesmo tempo, a implementação desse modelo requer planejamento cuidadoso, adequação às condições da escola e formação docente contínua, para que o professor atue como mediador ativo, incentivando a oralidade e a comparação de estratégias.

A experiência realizada mostra sua relevância prática para professores da rede estadual de Goiás, uma vez que dialoga diretamente com as orientações da BNCC e do DC-GO, ao mesmo tempo em que oferece recursos concretos e pictóricos capazes de potencializar a aprendizagem. Assim, este trabalho se apresenta não apenas como um exercício acadêmico, mas como uma contribuição ao cotidiano docente, ampliando possibilidades de atuação em sala de aula.

Dessa forma, o estudo contribui para o debate sobre o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Ainda que limitado pelo tempo de aplicação e pelo alcance parcial de alguns objetivos, acredita-se que a experiência vivida abre possibilidades para novos estudos e para o fortalecimento de práticas pedagógicas que aproximem os alunos de uma Matemática mais compreensiva, contextualizada e acessível, alinhada às orientações curriculares nacionais e às metodologias internacionais que priorizam o desenvolvimento do raciocínio e da compreensão conceitual.

A pesquisa teve impacto significativo na prática docente da autora, promovendo uma ressignificação das concepções sobre o ensino e a aprendizagem da multiplicação e da divisão. O estudo teórico, aliado à implementação da sequência didática inspirada na abordagem da Matemática de Singapura, possibilitou uma reflexão mais aprofundada sobre a centralidade da resolução de problemas, o uso intencional de representações e a importância da abordagem CPA no desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

A análise das produções dos alunos evidenciou que a aprendizagem não se restringe à obtenção de respostas corretas, mas se manifesta, sobretudo, na evolução das estratégias utilizadas, na capacidade de justificar procedimentos e na organização do pensamento matemático por meio de diferentes representações. Esse olhar ampliado para o erro e para o processo de resolução contribuiu para uma mudança na forma de planejar, conduzir e avaliar as atividades em sala de aula, deslocando o foco do produto final para o percurso de aprendizagem.

Além disso, a pesquisa reforçou a importância de uma prática docente mais intencional e reflexiva, em que a escolha dos recursos didáticos e das estratégias de ensino esteja alinhada aos objetivos de aprendizagem. O uso sistemático de representações visuais, como o modelo de barras, passou a ser incorporado não apenas como apoio pontual, mas como elemento estruturante da organização das aulas, favorecendo a compreensão conceitual e a participação ativa dos estudantes.

Nesse sentido, a experiência investigativa contribuiu para o desenvolvimento profissional da autora, ao fortalecer uma postura investigativa sobre a própria prática, baseada na observação, na análise e na tomada de decisões fundamentadas teoricamente. Assim, a pesquisa não apenas gerou resultados relevantes para o contexto investigado, mas também consolidou aprendizagens que tendem a repercutir de forma contínua na prática docente, ampliando as possibilidades de ensino e promovendo uma abordagem mais significativa da Matemática escolar.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Marcos Fernandes. Os sentidos das operações matemáticas: uma análise de livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Catalão (UFCAT), Catalão, 2024. Disponível em: https://prod.ufcat.edu.br:1337/uploads/TCC_2024_Marcos_Fernandes_Amorim_47d2cba4fd.pdf. Acesso em: 5 jun. 2025.

BALDIN, Yuriko Yumi. **Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo da escola básica: o caso da modelagem pictórica da Matemática de Singapura**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 16, n. 2, p. 491–509, 2014.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: **Ministério da Educação**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 15 set. 2025.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação**. Câmara de Educação Básica. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Resolução CNE/CEB nº 4, de 13 de julho de 2010. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 14 jul. 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 4 dez. 2025.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)**. Relatório PISA 2022: resultados no Brasil. Brasília: INEP, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep. Acesso em: 25 jul. 2025.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 4 dez. 2025.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília**: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental**, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 11 jan. 2026.

BRASIL ESCOLA. Países mais ricos do mundo: quais são, lista, PIB. São Paulo: UOL Educação, 2025. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/curiosidades/paises-mais-ricos-do-mundo.htm. Acesso em: 30 out. 2025.

BRUNER, Jerome S. **Toward a theory of instruction**. Cambridge: Harvard University Press, 1966.

CHEONG, Yan Kow. The model method in Singapore. The Mathematics Educator, v. 6, n. 2, p. 47–64, 2002. Disponível em: https://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV6_2/05-Yan%20KC%20Final%20version.pdf. Acesso em: 18 ago. 2025.

CIESPMAT – **Centro Internacional de Estudos em Sistemas de Pensamento Matemático**. Padrões, regularidades e sequências no ensino de Matemática. Rio Claro: UNESP, s.d.

DOTTI, Tamara Garcia Pinheiro. Um estudo do modelo de barras nos livros didáticos da Matemática de Singapura: fundamentação da álgebra no ensino fundamental – I ciclo. 2016.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/dm/index.php/component/attachments/download/2304. Acesso em: 28 nov. 2024.

FERNANDES, Dárida. Sendas de sucesso com o “Método de Singapura”. 2017. Disponível em: https://www.cfaematosinhos.eu/Edozarfaxinarsn70.htm. Acesso em: 11 jan. 2026.

FERNANDES, Dárida. Práticas de ensino em Singapura: continuidade das tabuadas. 2018. Disponível em: https://www.site.cfaematosinhos.eu/Ed_ozarfaxinars_n77.htm. Acesso em: 11 jan. 2026.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOIÁS. Diretrizes Curriculares do Estado de Goiás: Matemática – Ensino Fundamental. Goiânia: **Secretaria de Estado da Educação**, 2019. Disponível em: https://cee.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/06/DCGO-Matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 11 jan. 2026.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). Currículo de Matemática de Singapura: objetivos e estrutura. 2018. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/27771/1/AllanePriscyllaRibeirodaCruz_TCC.pdf. Acesso em: 11 jan. 2026.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). Relatório de resultados: Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2019. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados. Acesso em: 11 jan. 2026.

MINISTRY OF EDUCATION (MOE). Preschool curriculum. Singapore: Ministry of Education, 2024a. Disponível em: https://www.moe.gov.sg/preschool/curriculum. Acesso em: 15 ago. 2025.

MINISTRY OF EDUCATION (MOE). Primary curriculum syllabus. Singapore: Ministry of Education, 2024b. Disponível em: https://www.moe.gov.sg/primary/curriculum/syllabus. Acesso em: 15 ago. 2025.

MINISTRY OF EDUCATION (MOE). Primary mathematics syllabus. Singapore: Curriculum Planning and Development Division, 2012. Disponível em: https://www.moe.gov.sg/. Acesso em: 20 set. 2025.

MINISTRY OF EDUCATION (MOE). Desired outcomes of education. Singapore: Ministry of Education, s.d. Disponível em: https://www.moe.gov.sg/education-in-sg/desired-outcomes. Acesso em: 20 jan. 2025.

NEVES, José Luis. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. Caderno de Pesquisas em Administração, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 103–113, 2º sem. 1996.

POLICASTRO, M. S.; RIBEIRO, M. Conhecimento especializado do professor que ensina matemática relativo ao tópico de divisão. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 29, p. 1–23, 2021. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8661906. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8661906. Acesso em: 2 jun. 2025.

PORTUGAL. Ministério da Educação. Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática. Lisboa: **Ministério da Educação**, 2018.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. Atribuir significado aos sentidos e ao algoritmo da multiplicação para a melhoria da qualidade de aprendizagens matemáticas. Campinas: Cognoscere Editora, 2022.

SANTOS, Carlos P.; TEIXEIRA, Ricardo C. Frações (Parte I). Jornal das Primeiras Matemáticas, n. 5, p. 41–74, 2015.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha**.** Ensino da Matemática: o Método de Singapura. *Atlântico Expresso*, 19 out. 2015. Disponível em: https://repositorio.uac.pt/handle/10400.3/3489. Acesso em: 25 jan. 2026.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha. Ensino da Matemática: o modelo pentagonal do currículo de Matemática de Singapura. *Atlântico Expresso*, 3 out. 2016, p. 17. Disponível em: https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/3888/1/Atl%C3%A2ntico_Expresso_RT46A.pdf. Acesso em: 25 jan. 26.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A - PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Multiplicação e Divisão na perspectiva da Matemática de Singapura

Francielle Carmo Santos
Elida Alves da Silva

CATALÃO
2026

Apresentação

O presente recurso educacional foi desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), com o propósito de favorecer a aprendizagem de estudantes da educação básica. Sua elaboração partiu da constatação de que, apesar da ampla disponibilidade de recursos pedagógicos, ainda persistem dificuldades relacionadas ao engajamento dos estudantes e à efetiva compreensão dos objetos de conhecimento trabalhados em sala de aula.

O objetivo central do produto é aproximar o ensino da Matemática da realidade de estudantes, favorecendo a aprendizagem, o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento crítico, além da autonomia intelectual. Seu processo de elaboração incluiu fundamentação teórica em autores que discutem metodologias de ensino e o papel das tecnologias educacionais, assim como a análise de documentos oficiais. Os fundamentos teóricos empregados e os processos que culminaram neste recurso e na sua aplicação em situações de ensino constam em Santos (2026).

Espera-se que este recurso educacional contribua não apenas para a melhoria das práticas de ensino em contextos específicos, mas também que possa ser adaptado e replicado em diferentes realidades escolares, ampliando seu impacto e sua relevância social. Dessa forma, reafirma-se o compromisso em articular a pesquisa acadêmica com a realidade escolar, produzindo soluções pedagógicas que qualificam o ensino e fortalecem a formação docente em Matemática.

Multiplicação e Divisão na perspectiva da Matemática de Singapura

1. VISÃO GERAL

O presente material apresenta uma sequência didática destinada ao ensino das operações de multiplicação e divisão com números naturais e racionais, desenvolvida na perspectiva da metodologia de Singapura. A proposta se fundamenta na abordagem Concreto-Pictórica-Abstrata (CPA) para a resolução de problemas, que prioriza a transição de uso de materiais concretos para as representações pictóricas e, posteriormente, para a formalização simbólica dos conceitos matemáticos, favorecendo a construção progressiva do pensamento matemático.

Informações Gerais	
Etapa de ensino/ Ano ou Série	6º e 7º anos do Ensino Fundamental
Unidade Temática	Números
Objetos de Conhecimento	Operações (multiplicação e divisão) com números naturais. Divisão euclidiana. Múltiplos e divisores de um número natural.
Período/Tempo de Execução	9 aulas
Habilidades	
(EF06MA03)	Resolver e elaborar[1] problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
(EF06MA11)	Resolver e elaborar[1] problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação[2], por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

[1]A elaboração de problemas não será trabalhada nesta sequência didática

[2]O conteúdo de potenciação não será trabalhado nesta sequência didática.

2. OBJETIVOS E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM

Esta sequência tem o objetivo geral ampliar e consolidar a compreensão dos significados das operações de multiplicação e divisão com números naturais e racionais, por meio da resolução de problemas, à luz da abordagem da Matemática de Singapura. Busca-se superar uma aprendizagem centrada em processos algorítmicos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio matemático, do senso numérico e da compreensão conceitual das operações, conforme orienta a Base Nacional Curricular – BNCC (Brasil, 2018). A proposta fundamenta-se na centralidade da resolução de problemas e na progressão das representações matemáticas segundo a abordagem CPA, que possibilita ao estudante construir significados ao transitar entre diferentes formas de representação, promovendo uma aprendizagem mais consistente e relacional (Dotti, 2016).

2.1. Conceituais

Espera-se que ao final do desenvolvimento da sequência didática, os estudantes compreendam, de forma conceitual, os significados das operações de multiplicação e divisão com números naturais e racionais, reconhecendo seus diferentes sentidos e propriedades para além da aplicação mecânica de algoritmos. Ao transitar pelas representações concreta, pictórica e abstrata, os alunos deverão estabelecer conexões entre as diferentes representações matemáticas consolidando uma compreensão conceitual, relacional e significativa, em consonância com as orientações da BNCC e com a resolução de problemas como eixo estruturante da aprendizagem matemática.

2.2. Procedimentais

Desenvolver, nos estudantes, a capacidade de resolver situações-problema que envolvam as operações de multiplicação e divisão com números naturais e racionais, por meio da utilização de diferentes estratégias de cálculo e de resolução, evitando a dependência exclusiva de algoritmos tradicionais. Pretende-se que os alunos representem as situações propostas utilizando materiais concretos, esquemas, desenhos, números ligados (numbers bonds) e o modelo de barras, transitando de forma consciente entre as etapas concreta, pictórica e abstrata. Busca-se, ainda, que os estudantes elaborem registros matemáticos coerentes, desenvolvendo autonomia e flexibilidade no uso de procedimentos matemáticos.

2.3. Atitudinais

Promover atitudes positivas em relação à aprendizagem matemática, estimulando o interesse, a participação ativa e a confiança dos estudantes na resolução de situações-problema que envolvam as operações de multiplicação e divisão. Pretende-se incentivar a colaboração, o diálogo e o respeito às diferentes estratégias de resolução apresentadas pelos colegas, valorizando o erro como parte do processo de aprendizagem e favorecendo a construção coletiva do conhecimento. Busca-se, ainda, desenvolver a autonomia, a persistência e a responsabilidade dos alunos diante dos desafios propostos, bem como o compromisso com a organização dos registros, a organização matemática e a escuta atenta durante os momentos de discussão.

3. ESTRATÉGIAS DE ENSINO E RECURSOS EDUCACIONAIS

As atividades foram organizadas de modo a favorecer a mobilização dos conhecimentos prévios dos estudantes, a partir de uma avaliação diagnóstica inicial, seguida de intervenções pedagógicas que possibilitam a exploração conceitual e procedimental das operações de multiplicação e divisão em diferentes contextos. Privilegia-se o uso de situações-problema contextualizadas, discussões coletivas, trabalhos em duplas e momentos de socialização das estratégias utilizadas, nos quais o professor atua como mediador do processo de aprendizagem, conforme descrito por Zabala (1998), ao compreender o ensino como uma prática intencional e reflexiva.

No desenvolvimento das atividades, são utilizadas estratégias específicas da Matemática de Singapura, como os números ligados e o modelo de barras, que auxiliam na decomposição e visualização das relações entre quantidades. Além disso, a sequência contempla momentos de verificação de razoabilidade dos resultados e comparação de diferentes procedimentos de resolução, em consonância com as orientações da BNCC, que enfatizam o desenvolvimento do raciocínio matemático e da autonomia dos estudantes.

Quanto aos recursos didáticos, são utilizados materiais concretos, como material dourado, tampinhas, folhas de papel e outros objetos manipuláveis, que possibilitam a representação física das situações-problema na fase concreta. Como recursos complementares, são utilizados o quadro branco, folhas impressas, computador e datashow, tanto para a apresentação das atividades quanto para a sistematização coletiva das soluções.

4. CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Para a execução desta sequência didática, pressupõe-se que os estudantes possuam conhecimentos básicos relacionados ao sistema de numeração decimal, à leitura, escrita e comparação de números naturais, bem como à compreensão das ideias iniciais de adição e subtração, incluindo o reconhecimento dessas operações como processos de composição e decomposição de quantidades. Espera-se, ainda, que os alunos tenham contato prévio com a noção de multiplicação como adição de parcelas iguais e com situações elementares de divisão associadas à repartição equitativa e à ideia de medida, ainda que de forma intuitiva. No que se refere aos números racionais, considera-se importante que os estudantes reconheçam frações como representação de partes de um todo.

5. PLANEJAMENTO

Atividade	Tempo	Descrição/Estímulo	Materiais
Atividade diagnóstica	50 minutos	Aplicação de um questionário diagnóstico com situações-problema envolvendo multiplicação e divisão com números naturais e racionais.	Questionário impresso, folha de rascunho, borracha, quadro e lápis.
Multiplicando e conectando números	50 minutos	Exploração dos significados da multiplicação destacando-a como adição de parcelas iguais. Contagem em grupos, identificação de padrões e construção das tabuadas.	Material manipulável (tampinhas e material dourado), folhas impressas, lápis e quadro.
Multiplicação e os números ligados	50 minutos	Desenvolvimento de estratégias de decomposição dos fatores utilizando os números ligados (*number bonds*), favorecendo o cálculo mental e a compreensão das propriedades da multiplicação.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável e borracha.
Multiplicação e o método de barras	50 minutos	Resolução de situações-problema por meio do modelo de barras, enfatizando a visualização das relações entre quantidades.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável e borracha,

Divisão e os números ligados	50 minutos	Exploração da divisão como repartição equitativa e como operação inversa da multiplicação, utilizando estratégias de decomposição por meio dos números ligados.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável e borracha.
Resolvendo problemas com divisão	50 minutos	Resolução de situações-problema envolvendo divisão, seguindo etapas estruturadas de leitura, compreensão, representação e verificação da solução.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável e borracha .
Resolvendo problemas com números racionais	50 minutos	Retomada dos conceitos de fração por meio de situações do cotidiano, explorando a relação entre fração e divisão.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável (discos de frações, lego) e borracha.
Multiplicando e dividindo frações	50 minutos	Resolução de problemas envolvendo multiplicação e divisão de frações, com estímulo ao levantamento de hipóteses, à comparação de estratégias e à explicitação dos procedimentos utilizados.	Folhas impressas, lápis, quadro, material manipulável e borracha.
Avaliação final	50 minutos	Aplicação de uma avaliação escrita final, com questões semelhantes às do diagnóstico.	Avaliação impressa, lápis, borracha e folha de rascunho.

6. ATIVIDADES

Nessa seção serão apresentadas as atividades propostas, com previsão inicial de nove aulas de cinquenta minutos, podendo variar de acordo com a turma.

6.1 Primeiro Encontro: Atividade diagnóstica

O primeiro momento consiste no diagnóstico dos conhecimentos prévios de cada aluno sobre as operações fundamentais, com enfoque principal nas operações de multiplicação e divisão. O objetivo dessa aula é diagnosticar as maiores dificuldades dos estudantes e promover o envolvimento dos mesmos, garantindo assim o maior desempenho nas atividades propostas.

. 6.1.1 Desenvolvimento da Atividade Diagnóstica

Após a explicação inicial e a leitura coletiva das orientações, os estudantes deverão responder individualmente ao questionário diagnóstico, que contempla situações-problema envolvendo multiplicação e divisão com números naturais e racionais. Nesse momento, não será permitido o uso de calculadora, de modo a favorecer a identificação das estratégias espontâneas utilizadas pelos alunos, bem como suas dificuldades conceituais e procedimentais. O professor deverá acompanhar a realização da atividade, observando atentamente as atitudes dos estudantes, o tempo despendido na resolução das questões, as dúvidas recorrentes e os procedimentos adotados, registrando tais informações, sem interferir diretamente nas resoluções.

Para o Professor

- Evite fornecer pistas ou correções durante a resolução das questões.
- Observe se os estudantes recorrem a algoritmos, estimativas, desenhos ou raciocínios intuitivos.
- Registre comentários, questionamentos e comportamentos relevantes para análise posterior.

6.1.2 Reflita

Ao final da aula, o professor poderá propor um breve momento de reflexão, convidando os estudantes a pensarem sobre o que aprenderam ao resolver os problemas e quais conteúdos consideram mais desafiadores. Esse momento tem como objetivo incentivar a autoavaliação e preparar os alunos para uma postura mais ativa e investigativa nas próximas aulas da sequência didática.

6.2 Segundo Encontro: Multiplicando e Conectando Números

O segundo encontro tem como objetivo introduzir e aprofundar os significados da multiplicação, partindo de situações contextualizadas e próximas da realidade dos estudantes. Dessa forma, é importante que o estudante reconheça e compreenda as multiplicações básicas (tabuadas) como de suma importância para a resolução de multiplicações com fatores maiores.

Inicialmente, será realizada uma breve roda de conversa, na qual o professor irá questionar os alunos sobre situações do cotidiano que envolvem a ideia de “vezes”, “grupos iguais” ou “repetições”, buscando mobilizar os conhecimentos prévios e estabelecer conexões com experiências já vivenciadas. Esse momento visa despertar o interesse dos estudantes e criar um ambiente propício à participação e ao diálogo, reforçando a centralidade da resolução de problemas no ensino da Matemática.

As atividades deste encontro devem ser realizadas em duplas previamente organizadas pelo professor, a partir da análise do diagnóstico inicial, buscando agrupar estudantes com níveis de compreensão distintos.

Para o Professor

Seu papel como mediador é intervir para que todos participem, escolher situações apresentadas pelos estudantes ou propor situações, caso não haja sugestões, e exaltar as colaborações de cada aluno.

6.2.1 Aplicação das atividades

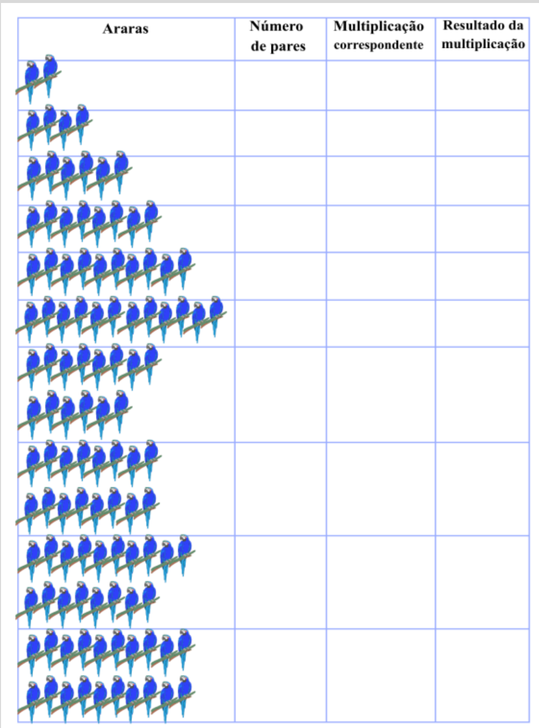
As atividades desse encontro foram organizadas a partir de situações-problema que exploram a multiplicação em diferentes contextos, favorecendo a identificação de padrões e a identificação dos diferentes sentidos da multiplicação.

Figura 1- Situação-problema 1.

Situação-problema 1: Araras-azuis e o voo em pares

Na natureza, é comum encontrar animais que vivem em grupos como estratégia de sobrevivência. As araras-azuis destacam-se por sua beleza, tamanho e comportamento, sendo uma de suas características o hábito de voar sempre em pares.

Em determinado local, foram observados vários pares de araras-azuis sobrevoando a região. Com base nessas informações, complete a tabela a seguir, registrando o número total de aves observadas em função da quantidade de pares indicados.



Araras	Número de pares	Multiplicação correspondente	Resultado da multiplicação

Escreva a sequência dos números de araras que foram encontradas na coluna 4 da tabela anterior.

Fonte: Elaborada pela autora.

As atividades propostas permitem transitar pelas representações concreta, pictórica e abstrata, conforme a abordagem singapuriana.

Na Situação-problema 1, apresentada na Figura 1, oriente os alunos a completar a tabela e identificar o padrão numérico. Solicite que expliquem oralmente a estratégia utilizada.

A situação-problema 2, apresentada nas Figuras 2 e 3, favorece o entendimento do sentido de adição de parcelas iguais da multiplicação, bem como a leitura e interpretação de tabelas, como uma representação pictórica. Incentive o uso de desenhos, contagens e registros para representar as quantidades. Na Figura 2 consta a introdução da situação-problema.

Figura 2 – Introdução da Situação-problema 2.

Situação-problema 2: Figuras geométricas e seus lados

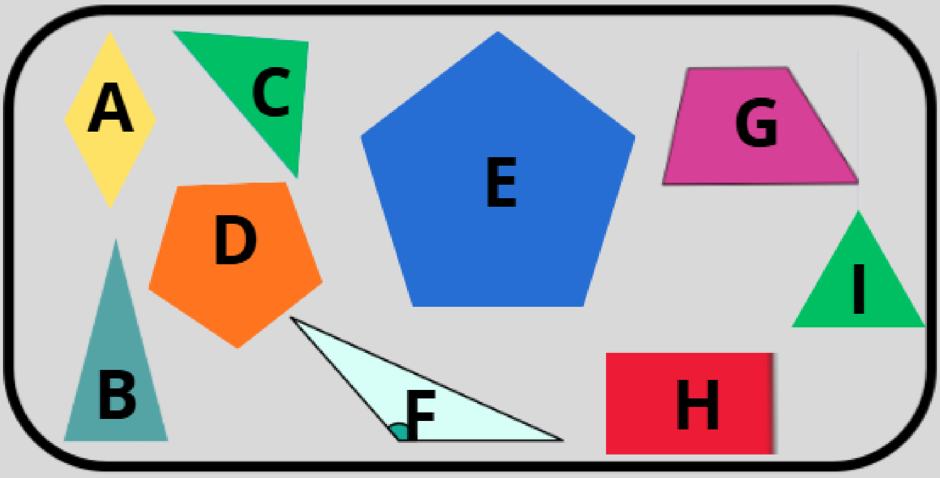
Leia o texto a seguir.

Figuras geométricas planas

Dê uma olhada ao seu redor, observe os objetos, as formas. É possível ver muita coisa diferente, não é mesmo? Cada objeto possui uma forma específica, que pode ser representada por figuras geométricas.

As figuras geométricas planas são aquelas que possuem duas dimensões: comprimento e largura. Entre elas, destacam-se os triângulos, os quadriláteros e os pentágonos, que se diferenciam pelo número de lados que possuem.

Observe atentamente as figuras apresentadas. Em seguida, complete a tabela, agrupando as figuras de acordo com o número de lados que possuem.



Triângulos	Quadriláteros	Pentágonos

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 3, estão questionamentos que envolvem triângulos e retângulos.

Figura 3 - Situação-problema 2: questões (a) e (b).

(a) Observe a quantidade de triângulos em cada linha e complete a tabela, registrando a quantidade de lados e a multiplicação correspondente.

Triângulos	Quantidade de lados dos triângulos	Multiplicação correspondente
▲		
▲▲		
▲▲▲		
▲▲▲▲		
▲▲▲▲▲		
▲▲▲▲▲ ▲		
▲▲▲▲▲ ▲▲		
▲▲▲▲▲ ▲▲▲		
▲▲▲▲▲ ▲▲▲▲		
▲▲▲▲▲ ▲▲▲▲▲		

Agora, escreva a sequência dos números de lados que foram encontradas na 2ª coluna:

(b) Observe a quantidade de quadriláteros em cada linha e complete a tabela, registrando a quantidade de lados e a multiplicação correspondente.

Quadriláteros	Quantidade de lados dos quadrados	Multiplicação correspondente
■		
■■		
■■■		
■■■■		
■■■■■		
■■■■■ ■		
■■■■■ ■■		
■■■■■ ■■■		
■■■■■ ■■■■		
■■■■■		

Fonte: Elaborado pela autora.

A situação-problema 3, apresentada na Figura 4, favorece a compreensão da multiplicação como organização retangular, além de estabelecer conexões entre contagem, adição repetida e multiplicação.

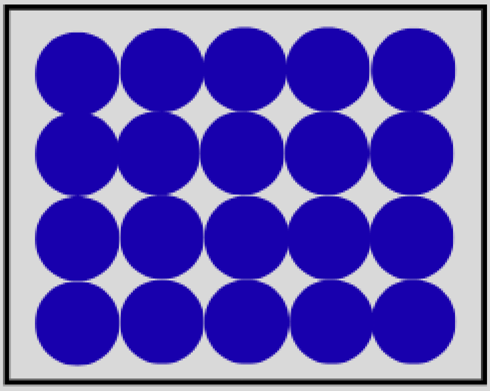
Para o Professor

Durante a resolução, circule pela sala, observe as estratégias e faça perguntas que levem os estudantes a perceber relações entre adição repetida e multiplicação.

Figura 4 - Situação-problema 3.

Situação-problema 3: Organizando em linhas e colunas

Observe atentamente o quadro apresentado a seguir, no qual os círculos estão organizados em linhas e colunas.



(a) Quantas colunas o quadro possui?
(b) Quantas linhas o quadro possui?
(c) Considerando essa organização, qual é o total de círculos presentes no quadro?
(d) Escreva uma soma que represente a quantidade total de círculos, considerando o número de círculos em cada linha do quadro.
(e) Escreva uma multiplicação que represente a quantidade total de círculos, considerando a organização do quadro em linhas e colunas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Como momento de sistematização, os estudantes são apresentados à Tabua de Pitágoras, contextualizada historicamente. Ao final, socialize diferentes formas de resolução e destaque os padrões observados. Conclua com o preenchimento coletivo da Tábua de Pitágoras, mostrada na Figura 5, explorando regularidades entre linhas e colunas.

Figura 5 - Situação-problema 4.

Situação- problema 4: Tábua de Pitágoras

Pitágoras é considerado um dos mais importantes matemáticos da história, tendo nascido por volta do ano 570 a.C. A tabela que leva seu nome – conhecida como Tábua de Pitágoras – já aparecia em obras antigas, como A Aritmética, de Boécio, escrita por volta do ano 500 d.C. Isso significa que ela tem mais de 1.500 anos! E mesmo após tanto tempo, ainda utilizamos e estudamos a Tábua de Pitágoras nos dias de hoje.

O quadro de multiplicação a seguir, que é completado através do produto entre os números das linhas e das colunas, recebe o nome de Tábua de Pitágoras. Depois de preenchida, essa tabela reúne todos os principais resultados da multiplicação. Preencha a tábua de Pitágoras.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Fonte: Elaborado pela autora.

6.2.2 Avaliação

A avaliação deste encontro terá caráter formativo e processual, considerando a participação dos estudantes, o envolvimento nas atividades propostas, a coerência das representações construídas e a capacidade de relacionar as diferentes formas de registro. O professor poderá utilizar as produções dos alunos como instrumentos para acompanhar o desenvolvimento do grupo.

6.2.3 Reflita

Durante essa etapa, é importante retomar as situações-problema desenvolvidas, ressaltando como diferentes representações, tabelas, esquemas, sequências numéricas, desenhos e registros simbólicos, permitiram compreender uma mesma ideia matemática. O professor pode enfatizar que a multiplicação surge como uma forma mais eficiente de representar e calcular situações que envolvem adição de parcelas iguais.

6.3 Terceiro Encontro: Multiplicação e os números ligados

Este é o momento de propiciar aos estudantes oportunidade de expor as suas impressões e propor novas experiências com a operação, de modo a detalhar as propriedades e a importância da multiplicação em cada um dos seus contextos. Será proposto, nesse momento, a formação de um mapa mental, a partir da palavra norteadora: Multiplicação[1]. O professor terá, neste momento, o papel de instigar que os estudantes relembrem os principais conceitos, definições e significados da operação multiplicação.

Posteriormente pretende-se que o aluno identifique a multiplicação com estratégias de cálculo variadas, usando a fase abstrata com o uso dos "números ligados".

Para o Professor
É importante considerar as opiniões de cada aluno e a sua relevância dentro do assunto estudado. Caso não se apresentem os conceitos esperados, pode-se propor essas situações aos estudantes.

6.3.1 Aplicação das atividades

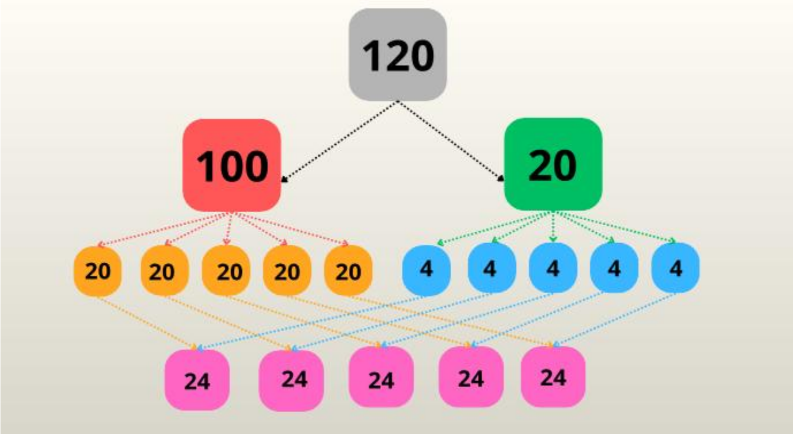
As atividades deste encontro têm como foco o reconhecimento de padrões numéricos, a decomposição de números e a aplicação da estratégia dos números ligados na resolução de multiplicações.

Os números ligados são uma estratégia de decomposição numérica importante, cuja ideia central é a decomposição de um número em outros componentes (partes) que, ao se ligarem, formam o número original (todo). A representação pode ser feita por diagramas circulares ou retangulares, em que o todo aparece em destaque e as ramificações representam as partes. Apresente os números ligados como uma estratégia

[1] Os mapas mentais são organizadores gráficos que favorecem a organização das ideias, a visualização de relações entre conceitos e o desenvolvimento da aprendizagem significativa. Para orientações sobre a construção e uso de mapas mentais, ver: NOVA ESCOLA. Como usar mapas mentais na sala de aula. Disponível em: https://novaescola.org.br/. Acesso em: 23 fev. 2026.

de decomposição, mostrando que um número pode ser representado por diferentes combinações de partes. A Figura 6, descreve um exemplo que pode ser mostrado aos alunos no quadro.

Figura 6 - Exemplo de uso dos números ligados



Fonte: Elaborado pela autora.

Na atividade (a), dada na Figura 7, que sugerem o uso de sequências, oriente os estudantes a identificar padrões e relações entre os números.

Figura 7 - Aula 3: atividades (a).

(a) Descubra o padrão e continue a escrever as seguintes sequências numéricas:

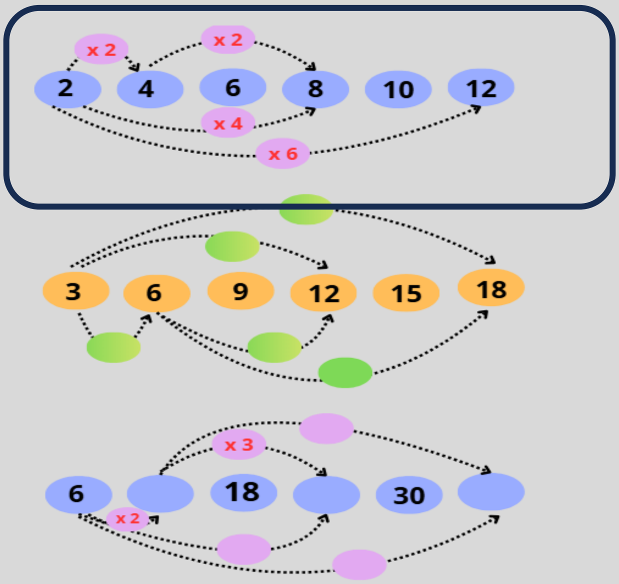
3	6	9							
4	8	12							
6	12	18							
7	14	21							
8	16	24							
9	18	27							

Fonte: Elaborado pela autora.

Na atividade (b), conforme Figura 8, é proposta a identificação e a generalização de padrões multiplicativos por meio da análise de sequências numéricas, reforce a importância das relações multiplicativas.

Figura 8 - Aula 3: atividade (b).

(b) Complete os esquemas de acordo com o modelo:

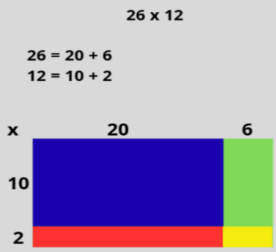


Fonte: Elaborado pela autora.

Ao trabalhar as multiplicações propostas, na atividade (c), conforme Figura 9, solicite que os fatores sejam decompostos em valores que facilitem o cálculo mental. Durante a socialização, discuta como a decomposição está relacionada à propriedade distributiva da multiplicação. Finalize sistematizando os números ligados como uma estratégia para compreender as relações numéricas e desenvolver flexibilidade de cálculo.

Figura 9 – Aula 3: atividade (c).

(c) Resolva as multiplicações a seguir utilizando a estratégia da decomposição dos fatores, conforme o modelo apresentado.



a) 28 x 17 =
b) 98 x 37 =
c) 348 x 87 =
d) 36 x 9 =
e) 76 x 49 =
f) 576 x 89 =
g) 42 x 5 =
h) 82 x 25 =

Fonte: Elaborado pela autora.

6.3.2 Avaliação

A avaliação deste encontro tem caráter formativo e processual, considerando o envolvimento dos estudantes, a coerência das decomposições realizadas e a adequação das estratégias utilizadas na resolução das multiplicações, a partir do material produzido por eles e das observações do professor.

Para o Professor

Durante a resolução, é importante observar se as representações estão coerentes com o problema e realizar questionamentos que favoreçam a compreensão. Ao final de cada atividade, promova a socialização das estratégias, solicitando que diferentes duplas expliquem seus procedimentos.

6.3.3 Reflita

O encontro pode ser concluído com a sistematização da estratégia dos números ligados como recurso para simplificar cálculos multiplicativos e compreender melhor as relações entre os fatores e o produto. Esse momento permite consolidar a ideia de que uma mesma multiplicação pode ser resolvida por diferentes caminhos, preparando os estudantes para o uso de representações mais complexas, como o modelo de barras, nos encontros seguintes da sequência didática.

6.4 Quarto Encontro: Multiplicação e o método de barras

Essa atividade visa identificar e resolver situações-problema que envolvam a operação de multiplicação, por meio de cálculo mental, de estimativa ou por meio de algoritmos. A resolução das situações propostas será feita em cinco fases:

1) Leitura do problema.
2) Compreensão do problema.
3) Elaboração de estratégias de visualização concreta do problema (Fase concreta).
4) Elaboração de estratégias de visualização do problema por meio de esquema (Fase pictórica).
5) Desenvolvimento do senso numérico, através de generalizações e padrões numéricos (Fase abstrata).
6) Sistematização e verificação da resolução do problema proposto.

Para o Professor

No apêndice B, encontra-se disponível um esquema a ser impresso e entregue aos estudantes, para que acompanhem os passos de resolução de problemas.

As atividades propostas nesta aula são situações-problema que devem ser resolvidas, em duplas, pelos estudantes. O professor deverá mediar as discussões das possíveis resoluções uma a uma. O ideal é propor um tempo estimado de 10 minutos para a resolução de cada problema. Ao final deste tempo, deve-se resolver com a turma o problema discutindo as possíveis soluções dadas pelas duplas e sempre ressaltando a importância de seguir os passos anteriormente expostos.

6.4.1 Aplicação das atividades

Oriente os alunos a ler o enunciado, com atenção e identificar as informações relevantes antes de iniciar os cálculos. Solicite que representem a situação por meio de esquemas ou do modelo de barras, de modo a organizar as relações entre as quantidades. Destaque como o método de barras contribui para a visualização das informações e para a escolha adequada da operação. Finalize com a sistematização coletiva das principais ideias trabalhadas.

Nas atividades 1 e 2, conforme mostra a Figura 10, é importante questionar incentivar os estudantes a relacionarem a situação-problema ao sentido multiplicativo utilizado na resolução.

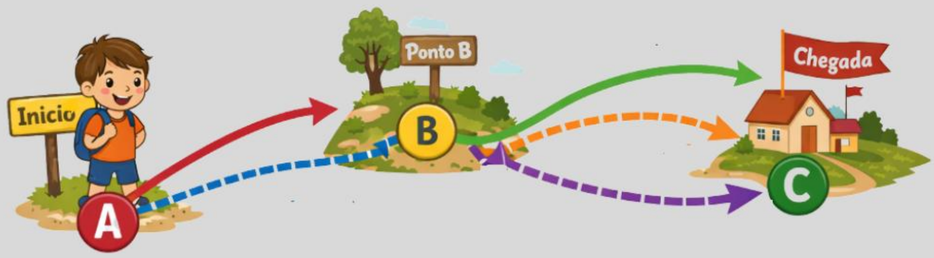
Figura 10 - Aula 4: atividades 1 e 2.

1) "As camisetas da turma"

A turma do 6º ano de certa escola mandou confeccionar camisetas e pretende, com a venda delas, conseguir dinheiro para uma excursão. Foram vendidas 78 camisetas por R$12,00 cada uma. Quanto foi arrecadado com a venda?

"Escolha seu caminho"

De quantas maneiras diferentes este garoto, pode ir de A até C, passando por B?



Fonte: Elaborado pela autora.

A atividade 3, apresentada na Figura 11, envolve a análise de uma tabela de preços de diferentes espécies de peixes, permitindo explorar o significado da multiplicação em contextos distintos, como o cálculo por unidade e por agrupamentos.

Figura 11 - Aula 4: atividade 3.

3) "Os peixes de Matheus"

Matheus gosta muito de peixes e fez um pedido ao seu bisavô Sabino que, comovido com o pedido do bisneto, decidiu dar um presente no dia do seu aniversário, peixinhos para seu aquário. Como são peixes de várias espécies e algumas raras, fez uma pesquisa de preços e foi fazer as compras.

Veja a tabela de preços:

Espécie A	Espécie B	Espécie C
Cada peixe	Cada grupo de 5 peixes	Cada grupo de 7 peixes
Custa R$ 4,00	Custa R$ 11,00	Custa R$ 1,00

(a) Se ele comprar 6 peixes da espécie A, 20 da espécie B e 28 da espécie C, quanto vai gastar na compra dos peixes?
(b) Se ele comprar 10 peixes da espécie A e 15 da espécie B. Quanto ele irá gastar?
(c) E se comprar 42 peixes da espécie C e 5 da espécie A. Quanto irá gastar?

Fonte: Elaborado pela autora

A situação-problema 4, apresentada na Figura 12, explora o crescimento de uma quantidade ao longo do tempo, a partir de uma progressão em que o número de elementos dobra a cada etapa.

Figura 12 - Aula 4: atividade 4.

4) "A dobra dos morcegos"

O morcego é um mamífero que vive em cavernas ou lugares escuros, sai durante a noite para se alimentar. Existem algumas espécies que se alimentam de sangue de animais ou pessoas, como o morcego vampiro que, para sobreviver, precisa morder um animal por semana. Essa espécie é muito rara, ou seja, existem poucos espécimes desse tipo. Contudo, esse comportamento originou a lenda do vampiro, um ser que se alimenta de sangue. Segundo a lenda, o animal que o vampiro morder se torna vampiro também. Considerando, portanto, que na primeira semana passam a existir dois vampiros, na segunda semana ambos mordem mais dois animais (cada vampiro morde mais um animal), os quais se tornam vampiros, totalizando quatro exemplares. Na terceira semana os vampiros mordem mais quatro animais, totalizando oito vampiros.
Assim, sendo, responda:

(a) Se continuar a dobrar o número de vampiros, quantos haverá na quarta semana?
(b) E se continuarem multiplicando-se os vampiros, dobrando sua quantidade, quantos vampiros haveria na quinta semana?
(c) E na décima semana?

Fonte: Elaborado pela autora, com base em *Childcraft* (1984).

6.4.2 Avaliação

A avaliação deste encontro tem caráter formativo e processual, considerando a participação dos estudantes, a adequação das representações construídas por meio do método de barras e a coerência das estratégias utilizadas na resolução das situações-problema. Devem ser utilizados os materiais produzidos pelos estudantes e o diário de campo do professor.

6.4.3 Reflita

O encontro pode terminar com a sistematização do método de barras como uma estratégia eficiente para compreender e resolver problemas multiplicativos. Esse momento permitiu reforçar a importância das representações visuais na organização do pensamento matemático e preparar os estudantes para a ampliação do uso do método em situações mais complexas nos encontros seguintes da sequência didática.

6.5 Quinto Encontro: A divisão e os números ligados

Neste momento, os estudantes serão motivados a participar de uma roda de conversa sobre o tema divisão, mostrando como a operação é muito usual em seu cotidiano. O objetivo dessa conversa é desmistificar os conceitos formados anteriormente sobre a divisão e as dificuldades que a maioria dos estudantes tem como essa operação, propondo uma problematização das ideias relacionadas a divisão.

Para o Professor
Mostre aos alunos que a estratégia de decomposição dos números pode facilitar ou não a divisão. Por isso, recomenda-se que os números devem ser decompostos de modo a formar múltiplos do divisor, facilitando assim o processo de divisão.

Em um primeiro momento é interessante utilizar o material dourado para ilustrar a situação de forma concreta, a partir da decomposição em grupos. O segundo passo, será o uso dos “números ligados” para ilustrar a fase pictórica, decompondo o número para analisar as divisões. E, por último, a fase abstrata, quando o professor deverá propiciar aos estudantes, que formulem conjecturas a partir dos exemplos desenvolvidos, levando a compreensão da inversibilidade das operações de multiplicação e divisão.

As atividades são uma aplicação das estratégias de decomposição (números ligados) para resolução das divisões que são propostas. Assim, o estudante deverá analisar as divisões e encontrar a decomposição mais conveniente para a resolução. Deve-se pontuar que cada dupla poderá optar por uma decomposição diferente, o que torna imprescindível a discussão das resoluções de forma coletiva. Assim, poderão perceber que as decomposições dependem da percepção de cada um, como ferramenta facilitadora da divisão.

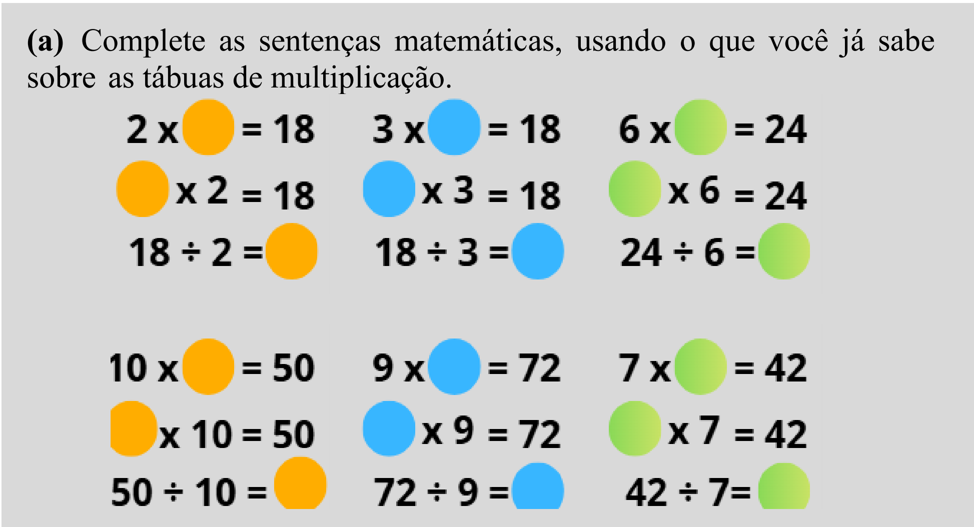
6.5.1 Aplicação das atividades

As atividades deste encontro têm como foco a resolução de divisões por meio da decomposição do dividendo em parcelas múltiplas do divisor, utilizando a estratégia dos números ligados. Inicialmente, os estudantes completarão sentenças matemáticas relacionando divisão e multiplicação., conforme apresentado na Figura 13.

Para o Professor

Realize decomposições no quadro a fim de orientar os estudantes a decompor os números em parcelas que sejam múltiplas do divisor, de modo a facilitar a resolução das atividades.

Figura 13 - Aula 5: atividade (a).



Fonte: Elaborado pela autora.

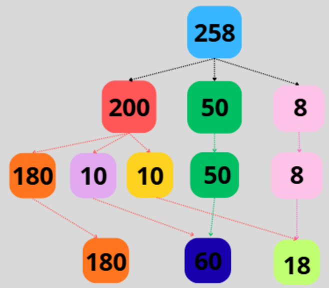
Em seguida, são apresentadas, como mostra a Figura 14, divisões a partir de um modelo apresentado, no qual o dividendo é decomposto em partes convenientes, permitindo a divisão de cada parcela separadamente e a posterior soma dos quocientes parciais. É importante demonstrar a estratégia de decomposição do dividendo por meio dos números ligados, destacando como essa representação auxilia na organização do cálculo.

Para o Professor

Apresente aos alunos as etapas a serem seguidas para a resolução do problema. É essencial que se siga os passos anteriormente elencados para uma melhor compreensão das estratégias de resolução utilizadas pela Matemática de Singapura.

Figura 14 - Aula 5: atividade (b).

(b) Resolva as divisões a seguir, decompondo os números e organizando o raciocínio conforme o exemplo apresentado.



258 ÷ 3

258 ÷ 3 = (180 + 60 + 18) ÷ 3

258 ÷ 3 = (180 ÷ 3) + (60 ÷ 3) + (18 ÷ 3)

258 ÷ 3 = 60 + 20 + 6

258 ÷ 3 = 86

(a) 684 ÷ 2	(b) 981 ÷3	(c) 356 ÷ 4
(d) 525 ÷ 5	(e) 1029 ÷ 7	(f) 3654 ÷ 9

Fonte: Elaborado pela autora.

6.5.2 Avaliação

A avaliação deve considerar a coerência das decomposições realizadas, a correta utilização das relações entre multiplicação e divisão e a adequação das estratégias escolhidas. Devem ser utilizados os materiais produzidos pelos estudantes e o diário de campo do professor.

6.5.3 Reflita

Ao final do encontro deve haver a sistematização da divisão como uma operação que pode ser facilitada por meio da decomposição numérica e da relação com a multiplicação. Assim, poderá se consolidar o uso dos números ligados como estratégia para compreender e resolver divisões.

6.6 Sexto Encontro: Resolvendo problemas com divisão

Será proposta, nesta aula, a resolução de situações-problema que envolvem a divisão em diferentes contextos, com o objetivo de consolidar a compreensão dessa operação a partir da repartição equitativa e da ideia de medida. As atividades devem ser desenvolvidas em duplas, favorecendo a discussão de estratégias, a argumentação matemática e a validação coletiva das soluções encontradas.

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver as situações-problema propostas, utilizando as etapas descritas para a resolução de problemas, que já foram expostas nas aulas anteriores. Vale ressaltar que, a partir do método de resolução, espera-se que os estudantes desenvolvam o raciocínio lógico matemático, e, por isso, seguir os passos do roteiro de resolução torna-se uma parte importante do processo.

Dessa forma, o método CPA (Concreto- Pictórico- Abstrato), com o uso de material dourado, números ligados e o método de barras, ilustra a resolução de problemas apresentadas anteriormente.

6.6.1 Aplicação das atividades

Inicialmente, será proposta a resolução do problema "O vendedor de verduras", no qual os estudantes devem analisar a distribuição de diferentes quantidades de frutas em um número fixo de caixas, de modo que todas tenham a maior quantidade possível e que caixas com frutas iguais contenham a mesma quantidade. Essa situação permite explorar a divisão exata e não exata, bem como a interpretação do resto no contexto do problema, ao identificar as frutas que não são distribuídas igualmente.

Em seguida, o problema "Andando pela cidade", no qual os estudantes devem analisar o fluxo de carros em ruas de mão única, considerando que o tráfego se divide igualmente a cada bifurcação. Essa atividade favorece a compreensão da divisão como repartição equitativa e estimula o raciocínio lógico na interpretação de esquemas e trajetos, ainda que a representação visual seja essencial para a resolução. Esses problemas estão apresentados na Figura 15.

Figura 15 – Aula 6: Situações-problema 1 e 2.

1) O vendedor de verduras

O verdureiro de uma cidade do interior do estado viaja toda semana para a capital para buscar frutas e verduras no Ceasa, chegando lá carrega o caminhão com 954 morangos, 627 maçãs, 128 melões e o restante da carga é composta por verduras. Ele colocará os morangos em 09 caixas, as maçãs em 06 caixas e os melões em 03 caixas, de forma que todas as caixas tenham o maior número de frutas possível e que as caixas com frutas iguais tenham o mesmo número de frutas. As frutas que sobram, ele leva para sua casa.

(a) Quantos morangos couberam em cada caixa?

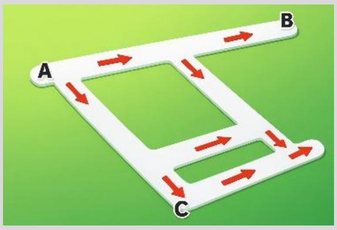
(b) Quantas maçãs têm em cada caixa?

(c) Quantos melões têm em cada caixa?

(d) Quantas frutas ele vai levar para casa?

2) Andando pela cidade

A figura a seguir representa um conjunto de ruas de mão única. Considere que 128 carros entram no ponto A e que, em cada cruzamento com duas opções de direção, o tráfego se divide igualmente entre elas.



(a) Quantos carros passam por B?
(b) E por C?

Fonte: Elaborado pela autora.

A resolução do problema “Dividindo as balas”, envolve a divisão de uma quantidade fixa de objetos entre um número determinado de alunos. Essa situação permite explorar a divisão com resto, a interpretação do quociente e do resto e a análise de uma situação inversa, ao determinar a quantidade mínima necessária para que a divisão seja exata.

Para o Professor

Durante a resolução, destaque a interpretação do quociente e do resto no contexto de cada problema, discutindo seus significados e sua adequação à situação apresentada.

Por fim, propõe-se o problema “O chá de Luísa”, no qual os estudantes devem relacionar multiplicação e divisão para determinar quantidades totais e intervalos de tempo, a partir do consumo diário de cubos de açúcar. Essa atividade favorece a articulação entre diferentes operações e a compreensão da divisão como medida, ao calcular quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

É importante o incentivo da representação das situações por meio de esquemas, números ligados ou modelos de barras, de modo a organizar as relações entre as quantidades envolvidas. A Figura 16 reúne os problemas "Dividindo as balas" e "O chá de Luísa".

Figura 16 - Aula 6: Situações-problema 3 e 4.

3) Dividindo as balas

(OBM- adaptado) Uma professora tem 87 balas para dividir igualmente entre seus 31 alunos.

(a) Quantas balas cada aluno receberá?
(b) Quantas balas sobrarão para a professora?
(c) Qual é o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas, sem sobrar nenhuma para ela?

4) O chá de Luísa

Luísa faz duas xícaras de chá por dia. Ela usa três cubos de açúcar para cada xícara de chá. Um açucareiro contém 288 cubos de açúcar.

(a) Quantas xícaras de chá Luísa pode fazer com essa quantidade de cubos de açúcar?
(b) Quantos dias ela levará para usar todos os cubos de açúcar?

Fonte: Elaborado pela autora.

6.6.2 Avaliação

A avaliação deve considerar a coerência das decomposições realizadas, a correta utilização das relações entre multiplicação e divisão e a adequação das estratégias escolhidas. Devem ser utilizados os materiais produzidos pelos estudantes e o diário de campo do professor.

6.6.3 Reflita

Ao final do encontro, o aluno deverá compreender a divisão como uma operação que pode ser facilitada por meio da decomposição numérica e da relação com a multiplicação. Assim, poderá se consolidar o uso dos números ligados como estratégia para compreender e resolver divisões.

6.7 Sétimo Encontro: Resolvendo problemas com números racionais

As atividades propostas nesta aula objetivam resgatar os conhecimentos que os estudantes possuem acerca das frações e, assim, relembrar os conceitos estudados anteriormente. É importante utilizar esse momento da aula, para investigar com os estudantes, o uso das frações no dia a dia, por meio de situações concretas. Com a utilização da abordagem CPA, pretende-se que haja a compreensão da ideia de fração e os conceitos inerentes a essa definição, fazendo com que se faça uma relação entre o conteúdo aprendido e a realidade em que se vive. Assim, recomenda-se para a resolução das atividades o uso de materiais concretos como: folhas de papel, lego e discos de frações.

Para o Professor

Cabe ao professor, oportunizar aos estudantes relacionar a representação de fração com a ideia de divisão de partes iguais, a partir da Matemática de Singapura.

6.7.1 Aplicação das atividades

Inicialmente, será proposta a análise da situação envolvendo uma dúzia de ovos, na qual os estudantes devem identificar a fração correspondente à quantidade utilizada e à quantidade restante. Essa atividade visa reforçar a compreensão da fração como representação de parte de um todo discreto, bem como a relação entre fração e divisão em partes iguais.

Em seguida, será apresentada a resolução do problema referente a um livro de colorir, no qual parte das páginas já foi pintada. Os estudantes devem determinar a fração que representa a quantidade de páginas que ainda faltam ser pintadas, favorecendo a interpretação de frações em contextos contínuos e a leitura cuidadosa dos dados apresentados.

Para o Professor

- Incentive a leitura e interpretação dos enunciados, promovendo discussões sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes.
- Valorize o raciocínio dos alunos, estimulando a justificativa das respostas e a construção do pensamento matemático de forma significativa.

Na sequência, a atividade propõe a comparação de frações, solicitando que os estudantes analisem qual delas representa a maior quantidade e justifiquem sua resposta. Essa atividade tem como objetivo desenvolver o raciocínio comparativo, incentivando o uso de argumentos matemáticos e evitando a aplicação mecânica de regras.

Posteriormente, na situação envolvendo a idade de Carlos e de seu pai, a fração é utilizada para expressar uma relação entre idades. Essa atividade possibilita explorar a fração como operador multiplicativo, articulando números naturais e racionais na resolução do problema.

Por fim, propõe-se a análise de uma representação pictórica, na qual os estudantes devem identificar a fração correspondente à parte pintada em cada cor e escrever a operação que representa a ilustração. Essa atividade favorece a articulação entre representações visuais e registros simbólicos, reforçando a transição entre as fases concreta, pictórica e abstrata.

Para o Professor

Ao longo das atividades, deve-se estimular os estudantes a explicitar seus raciocínios, justificar as respostas apresentadas e verificar a coerência dos resultados obtidos, contribuindo para a consolidação dos significados das frações e para o desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas envolvendo números racionais.

As atividades propostas para essa aula estão presentes na Figura 17.

Figura 17- Atividades aula 7.

(a) Helena possui uma dúzia de ovos para fazer uma determinada receita.

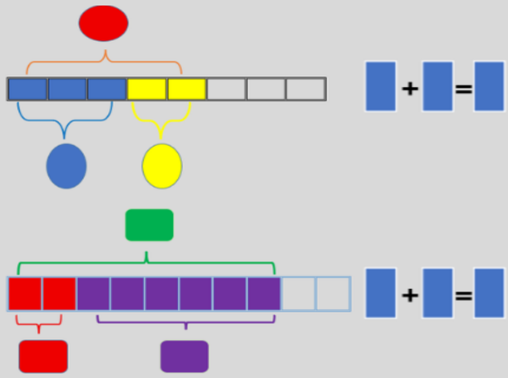
- Se usar 5 ovos, qual a fração que representa a quantidade de ovos utilizada por Helena?
- Qual a fração que representa os ovos que não foram utilizados?

(b) Um livro de colorir possui 24 páginas. Já foram pintadas 15 páginas. Qual a fração representa o número de páginas que faltam ser pintadas?

(c) Compare as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{3}$. Qual delas é maior? Justifique sua resposta.

(d) Carlos possui 9 anos, que é exatamente $\frac{1}{6}$ da idade de seu pai. Qual é a idade do pai de Carlos?

(e) Escreva a fração que representa a parte pintada em cada cor. Em seguida, escreva a operação correspondente a ilustração.



Fonte: Elaborado pela autora.

6.7.2 Avaliação

A avaliação desta aula será processual e formativa, considerando o envolvimento dos estudantes na resolução das situações-problema e a coerência dos registros matemáticos produzidos. Deve-se observar a capacidade dos alunos de identificar frações como parte de um todo, interpretar frações em diferentes contextos, comparar quantidades fracionárias e estabelecer relações entre números naturais e racionais. Ao longo das atividades, o professor deve acompanhar as estratégias utilizadas pelos estudantes, atentando-se à clareza das justificativas apresentadas, à adequação das representações escolhidas e à articulação entre linguagem verbal, pictórica e simbólica. Devem ser utilizados os materiais produzidos pelos estudantes.

6.7.3 Reflita

Ao final da aula, propõe-se um momento de sistematização dos principais conceitos trabalhados, retomando a fração como representação de parte de um todo, como resultado de uma divisão e como operador em situações que envolvem relações entre grandezas. Esse fechamento deve permitir que os estudantes reconheçam os diferentes significados das frações explorados ao longo das atividades e percebam como essas ideias se conectam às situações do cotidiano.

Nesse momento, o professor deve reforçar a importância das representações utilizadas, tabelas, esquemas, ilustrações e registros simbólicos, para a compreensão dos números racionais, destacando que uma mesma situação pode ser interpretada e representada de diferentes formas. A conclusão da aula deve preparar os estudantes para o aprofundamento das operações com frações nos encontros seguintes, favorecendo uma aprendizagem progressiva, conceitual e significativa.

6.8 Oitavo Encontro: Multiplicando e dividindo frações

Nesta aula serão propostas a resolução de situações-problema que envolvem a multiplicação e a divisão de frações, com o objetivo de ampliar a compreensão das frações como operadores capazes de ampliar, reduzir ou repartir quantidades em diferentes contextos. As atividades devem ser desenvolvidas de modo a favorecer a interpretação dos enunciados, a análise das relações envolvidas e a escolha consciente das operações necessárias para a resolução dos problemas.

Ao iniciar a aula, o professor deverá propor uma roda de conversa acerca das operações de multiplicação e divisão de frações. É interessante diagnosticar os conhecimentos prévios e depois partir de um pressuposto comum. É importante fazer uma abordagem dos conteúdos partindo das experiências dos alunos e dos conteúdos aqui estudados anteriormente. Ao final da conversa, deve-se apresentar exemplos de situações-problema que envolvam o conteúdo aqui desenvolvido.

É importante que os alunos realizem as atividades de forma individual e anotem as etapas que tiveram maiores dificuldades. Assim, será possível desenvolver uma orientação específica para os pontos que precisam ser retomados.

Para o Professor

- Proponha que os estudantes resolvam as atividades propostas abaixo uma a uma, delimitando um tempo de 10 minutos para cada um dos exercícios. Terminado esse tempo, construa de maneira coletiva no quadro a solução que foi encontrada.
- Incentive o levantamento de hipóteses de resolução, sempre validando ou não as estratégias sugeridas.

6.8.1 Aplicação das atividades

Inicialmente, propõe-se a situação "Fazendo um bolo", na qual os estudantes devem analisar uma receita e determinar as quantidades de ingredientes necessárias ao triplicar ou reduzir pela metade a receita original. Essa atividade visa explorar a multiplicação de frações como operador de ampliação e de redução, articulando números racionais a uma situação concreta do cotidiano. A Figura 18 mostra essa situação-problema.

Figura 18- Aula 8: situação-problema 1.

1) Fazendo um bolo

Helena quer fazer um bolo e pesquisou a seguinte receita na internet, conforme apresentada a seguir:

Bolo da Vovó

$\frac{1}{6}$ kg de margarina
$\frac{1}{2}$ kg de farinha
$\frac{1}{4}$ kg de açúcar
$\frac{3}{2}$ L de leite
3 ovos

(a) Se Helena quiser triplicar a receita, qual quantidade de cada ingrediente terá que utilizar?
(b) E se Helena quiser reduzir pela metade a receita, quanto de cada ingrediente irá precisar?

Fonte: Elaborado pela autora.

Em seguida, na situação "Quantidade de água no corpo humano", os estudantes devem calcular a fração do peso corporal correspondente à água e, posteriormente, determinar a parte do peso que não corresponde a essa substância. Essa atividade possibilita a aplicação da multiplicação de frações em contextos reais e favorece a interpretação dos resultados obtidos, articulando números racionais e números naturais, como apresentado na Figura 19.

Figura 19- Aula 8: situação-problema 2.

2) Quantidade de água no corpo humano

A água é indispensável para a vida humana e nosso corpo é composto em sua maior parte por essa substância $\frac{3}{5}$ do peso do corpo humano corresponde à água.

(a) Considerando uma pessoa com 70 kg, qual é a quantidade, em quilogramas, correspondente à água presente em seu corpo?

(b) Quanto do peso de uma pessoa que pesa 135 kg não corresponde à água?

Fonte: Elaborado pela autora.

Na sequência, como na Figura 20, será apresentado o problema "Dividindo a mesada", no qual os estudantes devem analisar uma situação de divisão sucessiva de uma quantia em dinheiro.

Figura 20- Aula 8: situação-problema 3.

3) Dividindo a mesada

Dona Ester foi trabalhar e deixou dinheiro para seus filhos, com este bilhete:

"Dividam igualmente o dinheiro. Beijos."

O primeiro filho chegou e pegou $\frac{1}{3}$ do dinheiro e saiu. O segundo chegou e não viu ninguém. Pensando que era o primeiro, pegou $\frac{1}{3}$ do dinheiro que tinha pela frente e saiu. O terceiro encontrou 4 notas de R$ 5,00. Achou que era o último, pegou tudo e saiu.

(a) Que fração do dinheiro deixado pela mãe o segundo filho pegou?

(b) Que fração do dinheiro deixado pela mãe sobrou, quando o segundo filho saiu?

(c) Quanto Dona Ester deixou?

(d) Devido ao engano do segundo filho, alguém saiu beneficiado? E prejudicado? Quem?

Fonte: Elaborado pela autora.

Por fim, se propõe a situação “Um caso de herança”, que envolve a divisão de uma fração entre vários indivíduos e a comparação entre quantidades fracionárias. Essa atividade favorece a compreensão da divisão de frações e a comparação de resultados, possibilitando aos estudantes analisar quantas vezes uma fração cabe em outra e refletir sobre a relação entre expectativa e resultado efetivo. A Figura 21 traz o problema “Um caso de herança”.

Figura 21 - Aula 8: situação-problema 4.

4) Um caso de herança

Num filme de TV, o mordomo assassinou seu patrão, porque achava que o patrão iria lhe deixar $\frac{1}{4}$ da herança. No entanto, o patrão deixou $\frac{2}{5}$ da herança para serem igualmente divididos entre os oito empregados da casa (um dos quais é o mordomo). O resto da herança deveria ser doado à polícia.

(e) Que fração da herança foi destinada ao mordomo?

(f) Quantas vezes a quantia destinada ao mordomo cabe na quantia que ele achava que iria receber?

Fonte: Elaborado pela autora.

6.8.2 Avaliação

A avaliação deverá ser processual e formativa, considerando a participação dos estudantes, as estratégias utilizadas na resolução das situações-problema e a coerência dos registros matemáticos apresentados. Deve-se observar se os alunos conseguem interpretar frações como operadores, identificar corretamente as operações de multiplicação e divisão necessárias em cada contexto e justificar os procedimentos adotados. Devem ser utilizados os materiais produzidos pelos estudantes.

6.8.4 Reflita

Ao final da aula, propõe-se a sistematização dos principais conceitos trabalhados, retomando a multiplicação e a divisão de frações como operações que permitem ampliar, reduzir e repartir quantidades em diferentes situações do cotidiano. Esse momento deve reforçar a importância da interpretação do problema e da escolha adequada da operação, destacando que as frações podem atuar como operadores e não apenas como partes de um todo. A conclusão da aula deve preparar os estudantes para consolidar o uso consciente das operações com números racionais.

6.9 Nono Encontro: Atividade Avaliativa

Neste momento será proposta a realização de uma atividade avaliativa com o objetivo de verificar as aprendizagens construídas ao longo da sequência didática sobre multiplicação e divisão de números naturais e racionais. A atividade deve ser apresentada aos estudantes como uma oportunidade de mobilizar os conhecimentos desenvolvidos nas aulas, valorizando o raciocínio matemático, a interpretação de problemas e o uso consciente de estratégias, sem o auxílio de calculadora.

Para o Professor

- Oriente os alunos quanto às instruções gerais, incentivando a leitura atenta das questões e o registro organizado dos procedimentos utilizados.
- Enfatize, a importância de resolver a atividade com um olhar reflexivo, para que não só seja avaliado pelo professor, mas também conte como uma avaliação do próprio do conhecimento adquirido durante o período.

A atividade será aplicada, destacando as questões processuais, como as atitudes e envolvimento dos estudantes, bem como o processo cognitivo. Desta forma, será aplicado uma atividade que contará com questões propostas durante o diagnóstico, já que desta maneira pode-se avaliar o crescimento do aluno, durante o período. A atividade avaliativa contará com 10 questões, e deverá ser respondida durante o período de uma aula (50 minutos).

6.9.2 Aplicação das atividades

A atividade avaliativa será composta por diferentes tipos de questões, envolvendo itens objetivos, situações-problema e questões reflexivas. As questões iniciais têm como finalidade identificar o estudante e avaliar a compreensão da multiplicação como adição de parcelas iguais, por meio de situações que envolvem cálculo de quantidades e leitura de dados apresentados em contextos do cotidiano.

Na sequência, são propostas situações-problema que exploram a multiplicação e a divisão em contextos reais, como transporte de cargas, organização de objetos em grupos iguais e repartição equitativa, exigindo dos estudantes a interpretação do enunciado, a escolha adequada da operação e a análise da coerência dos resultados obtidos. As questões também contemplam a verificação do entendimento das propriedades da multiplicação e da relação inversa entre multiplicação e divisão.

Além disso, a atividade avaliativa inclui questões que envolvem números racionais, solicitando a multiplicação e a divisão de frações em situações contextualizadas, o que permite avaliar a compreensão das frações como operadores e não apenas como partes de um todo. Por fim, propõe-se que os estudantes realizem uma autoavaliação, refletindo sobre seu próprio nível de conhecimento em relação aos conteúdos trabalhados, bem como sobre a experiência vivenciada com a abordagem da Matemática de Singapura ao longo da sequência didática.

Essas atividades possibilitam avaliar, de forma integrada, aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais da aprendizagem, fornecendo subsídios para a análise dos avanços alcançados e para o planejamento de intervenções pedagógicas posteriores.

Para o Professor
No apêndice C, encontra-se disponível a atividade avaliativa.

6.9.4 Reflita

Ao final da sequência didática, propõe-se um momento de reflexão que permita aos estudantes reconhecer os conhecimentos construídos ao longo das aulas, especialmente no que se refere à compreensão da multiplicação e da divisão de números naturais e racionais. Esse fechamento tem como objetivo consolidar os significados das operações, destacando a importância das diferentes representações utilizadas no processo de aprendizagem.

Nesse momento, deve-se incentivar os estudantes a refletirem sobre as estratégias que mais contribuíram para sua aprendizagem, bem como sobre o uso de recursos característicos da Matemática de Singapura, como os números ligados, o método de barras e a resolução de problemas contextualizados. A reflexão final também permite valorizar o desenvolvimento da autonomia, da argumentação matemática e da confiança na resolução de problemas.

Esse fechamento contribui para evidenciar o percurso formativo proporcionado pela sequência didática, reforçando a aprendizagem progressiva dos conteúdos trabalhados e a relevância de abordagens que privilegiam a compreensão conceitual em detrimento da memorização mecânica de procedimentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: **Ministério da Educação**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 15 set. 2025.

DOTTI, Tamara Garcia Pinheiro. Um estudo do modelo de barras nos livros didáticos da Matemática de Singapura: fundamentação da álgebra no ensino fundamental I ciclo. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/dm/index.php/component/attachments/download/2304. Acesso em: 28 nov. 2024.

NOVA ESCOLA. *Mapas mentais: como usar em sala de aula*. Disponível em: https://novaescola.org.br/. Acesso em: 23 jan. 2026.

SANTOS, Francielle Carmo. Um estudo das operações na perspectiva da Matemática de Singapura: Resolução de problemas de multiplicação e divisão. 2026. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Catalão, Catalão, 2026.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndices

Apêndice A – Atividade diagnóstica

Atividade Diagnóstica

Instruções:

* Leia as questões com atenção.
* Procure não deixar nenhuma questão sem resposta.
*Não será permitido o uso de calculadora. Se necessário, use o rascunho.

Questão 1: Qual é o seu nome completo?

Questão 2: Qual é a sua idade?

a) 10

b) 11

c) 12

d) 13

Questão 3: Qual é o seu nível de conhecimento dos conteúdos de multiplicação e divisão de números naturais?

a) Consigo multiplicar e dividir sem dificuldades.

b) Consigo multiplicar, mas tenho dificuldade na divisão.

c) Tenho dificuldades na multiplicação, mas consigo dividir.

d) Tenho muitas dificuldades tanto na multiplicação quanto na divisão.

Questão 4: Um pacote de balas tem 10 unidades e pesa 49 gramas. Se forem comprados 5 pacotes iguais, qual será o peso total, em gramas?

a) 49

b) 50

c) 245

d) 490

Questão 5: (Adaptado de Projeto Araribá, 2006) William possui um caminhão que pode transportar, no máximo, 8.000 kg por viagem. Um supermercado precisa transportar 800 sacos de batatas, e cada saco pesa 50 kg. Quantas viagens William deverá fazer para transportar todas as batatas?

a) 5 viagens

b) 10 viagens

c) 16 viagens

d) 160 viagens

Questão 6: (Adaptado do Projeto Araribá,2006) Leia as afirmações abaixo e marque **V** (verdadeira) ou **F** (falsa).

(   ) Se 2, 3 e 5 são fatores de um número, todos com expoente 1, então o produto é 35.
(   ) Os produtos das multiplicações 7×4 e $2 \times 2 \times 7$ são iguais.
(   ) $22 \times 450 = 22\ 450$.
(   ) Em uma divisão exata, se o dividendo é 35 e o divisor é 7, então o quociente é 5.
(   ) A divisão é a operação inversa da multiplicação.

Questão 7: (Adaptado de Projeto Araribá, 2006) Tatiana tem 174 livros e deseja organizá-los igualmente em 4 prateleiras. Quantos livros ficarão em cada prateleira?

a) 43

b) 43,5

c) 44

d) 43 e sobrará 2 livros sem prateleiras.

Questão 8: Simão possui 765 cabeças de gado, número que é 36 a mais que o triplo da quantidade existente em uma fazenda vizinha. Para descobrir quantas cabeças havia na fazenda vizinha, Simão realizou um cálculo e obteve 267 cabeças. Simão estava certo?

a) Sim.

b) Não. Ele deveria ter calculado $765 \div 3$ e somado 36.

c) Não. Ele deveria ter subtraído 36 de 765 e dividido o resultado por 3.

d) Não. Ele deveria ter multiplicado 36 por 3 e subtraído de 765.

Questão 9: Um pote contém $\frac{3}{4}$ de quilograma de achocolatado. Quantos quilogramas de achocolatado há em 8 potes iguais a esse?

a) 3 kg

b) 4 kg

c) 6 kg

d) 8 kg

Questão 10: João encontrou $\frac{1}{3}$ de uma barra de chocolate em casa e comeu metade dessa quantidade. Que fração da barra inteira João comeu?

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{5}$

Apêndice B – Itinerário para a resolução de problemas

Apêndice C – Atividade avaliativa

Questão 1: Qual é o seu nome completo?

Questão 2: Um pacote de balas contendo 10 unidades, tem peso líquido de 79 gramas. Em 5 pacotes teremos quantos gramas?

(A) 50

(B) 395

(C) 445

(D) 490

Questão 3: (Adaptado de Projeto Araribá, 2006) William tem um caminhão do tipo baú com o qual faz transporte de diversos materiais. A carga máxima permitida por viagem é de 12.000 quilogramas (12 toneladas). Um supermercado contratou os serviços de William para transporte de 800 sacos de batatas de 60 quilogramas cada. Quantas viagens William deverá fazer para transportar essas batatas?

(A) 4 viagens

(B) 16 viagens

(C) 40 viagens

(D) 160 viagens

Questão 4: (Adaptado do Projeto Araribá, 2006) Classifique cada afirmação como (V) verdadeira ou (F) falsa.

( ) O produto nas multiplicações 7 × 5 e 1 × 5 × 7 é o mesmo.
( ) Se 4, 2 e 6 são fatores, então o produto é 48.
( ) 18 × 120 = 18 120
( ) Em uma divisão exata, se o divisor é 25 e o dividendo é 100, então o quociente é igual a 4.
( ) A divisão é a operação inversa da multiplicação.

Questão 5: (Adaptado de Projeto Araribá, 2006) Tatiana tem 174 livros e quer organizá-los em 5 prateleiras de modo que cada uma contenha a mesma quantidade de livros. Quantos livros ficarão em cada prateleira?

(A) 33

(B) 33,5

(C) 34

(D) 34 e sobrará 4 livros sem prateleiras.

Questão 6: Em sua fazenda, Jonas tem 684 cabeças de gado, 48 a mais que o triplo do número existente em uma fazenda vizinha. Para saber quantas cabeças de gado havia na fazenda vizinha, ele calculou 900 + 48 e concluiu que lá existiam 316 cabeças. Jonas estava certo?

(a) Sim.

(b) Não, pois deveria ter calculado $900 \div 3$ e somado com 48, resultando em 348 cabeças.

(c) Não, pois deveria ter calculado $900 - 48$ e dividido por 3, resultando em 284 cabeças.

(d) Não, pois deveria ter calculado 48×3 e subtraído de 900, resultando em 756 cabeças.

Questão 7: Se em um pote contém $\frac{1}{4}$ de quilograma de achocolatado, quantos quilogramas de achocolatado teriam 8 potes iguais a esse?

(A) 2 kg

(B) 3 kg

(C) 4 kg

(D) 6 kg

Questão 8: Ao chegar em casa, Pedro encontrou uma embalagem de bolo aberta. Restava $\frac{2}{5}$ do bolo, e ele comeu $\frac{3}{4}$ dessa quantidade. Quanto de bolo Pedro comeu?

(a) $\frac{3}{20}$

(b) $\frac{6}{20}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{2}{9}$

Questão 9: Após a conclusão das atividades, como você considera seu nível de conhecimento dos conteúdos de multiplicação e divisão de números naturais e racionais?

(A) Consigo multiplicar e dividir sem dificuldades, tanto números naturais quanto fracionários.

(B) Consigo multiplicar e dividir números naturais sem dificuldades, porém tenho dificuldades com números fracionários.

(C) Tenho dificuldades com a divisão, porem consigo multiplicar os números naturais e fracionários.

(D) Tenho muitas dificuldades tanto na multiplicação quanto na divisão de números naturais e fracionários.

Questão 10: Fale sobre a experiência que você teve com a Matemática de Singapura, que foi apresentado nas atividades realizadas. Como foi participar das aulas? Como foi o seu desenvolvimento?

ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA E PESQUISA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO - UFCAT

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: INVESTIGAÇÕES RELATIVAS AO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Pesquisador: ELIDA ALVES DA SILVA

Área Temática:

Versão: 19

CAAE: 91278218.7.0000.8409

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIAS

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 7.884.224

Apresentação do Projeto:

O protocolo em apreciação, versão 19 (CAAE 91278218.7.0000.8409), refere-se a uma proposta de modificação/emenda ao projeto original intitulado ¿INVESTIGAÇÕES RELATIVAS AO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA¿, que está vinculado ao Curso de Matemática da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, sob a responsabilidade da pesquisadora Profa. Dra. Élida Alves da Silva. A pesquisa conta com uma equipe constituída por vinte e duas pessoas, entre professores (Arlindo José de Souza Junior, Deive Barbosa Alves, Shirley da Silva Macedo, Donald Mark Santee, Fernando da Costa Barbosa, Marta Borges, Daniel da Silveira Guimarães, Porfírio Azevedo dos Santos Júnior, Juliana Bernardes Borges da Cunha e Thiago Porto de Almeida Freitas) e estudantes (Dhebora Patrícia de Ávila Bacelar, Shely Fernandes da Silva, Raquel Alves Martins do Carmo, Maely Cristina Moreira, Sabrina Silva de Andrade, Renato Alejandro Tintaya Mollo, Raimundo Barbosa da Silva, Leandro Cândido Pires, Francielle Carmo Santos, Bruna Eduarda Rodrigues dos Reis, Crhistiane da Fonseca Souza, Valdir Alves Fernandes).
As informações acima estão disponíveis no arquivo da PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_2581435_E10 de 17/09/2025.

Objetivo da Pesquisa:

¿Objetivo Primário:

¿O objetivo geral estabelecido é contribuir para a melhoria da qualidade do processo de

Catalão (CEP-UFCAT) considera a EMENDA a este protocolo de pesquisa APROVADA [em ad referendum]. A mesma está em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável que deverá encaminhar ao CEP-UFCAT nova emenda ao protocolo de pesquisa em caso de qualquer tipo de mudança, adequação ou alteração na pesquisa e que deverá também submeter/enviar ao CEP-UFCAT o Relatório Final ou Parcial baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS n. 466/12 e suas complementares, como a Resolução CNS n. 510/16 e outros documentos oficiais.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_2581435_E10.pdf	17/09/2025 15:51:36		Aceito
Outros	Carta_encaminhamento_pendencias.pdf	17/09/2025 15:48:11	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
Brochura Pesquisa	Projeto_E10_V3.pdf	17/09/2025 15:46:14	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_2025_Leandro_V3.pdf	17/09/2025 15:43:48	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_2025_Leandro_V3.pdf	17/09/2025 15:43:33	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_2025_Sabrina_V3.pdf	17/09/2025 15:41:21	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_2025_Sabrina_V3.pdf	17/09/2025 15:40:47	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA_E10_V4.pdf	17/09/2025 15:33:24	THIAGO PORTO DE ALMEIDA FREITAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_2025_Renato_V2.pdf	27/08/2025 17:52:21	ELIDA ALVES DA SILVA	Aceito
Outros	Carta_encaminhamento_pendencias_E10_V2.pdf	27/08/2025 17:45:07	ELIDA ALVES DA SILVA	Aceito