

O uso do tangram no ensino de matemática

Mary Anne Gildo
Eliris Cristina Rizzioli

7 de abril de 2026

Resumo

Produto educacional apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus de Rio Claro. O trabalho foi apreciado pela banca examinadora em 17 de dezembro de 2025 e aborda o uso do Tangram como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, com o objetivo de contribuir para a prática docente no desenvolvimento de habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo Paulista.

Palavras-chave

Tangram, matemática, geometria, BNCC, Currículo Paulista

Abstract

Educational product presented as a partial requirement for obtaining the degree of Master within the scope of the Professional Master's Program in Mathematics in National Network (PROFMAT), at São Paulo State University "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Rio Claro Campus. The work was evaluated by the examining committee on December 17, 2025, and addresses the use of the Tangram as a pedagogical resource in Mathematics classes, with the aim of contributing to teaching practice in the development of skills established in the National Common Curricular Base (BNCC) and the São Paulo State Curriculum.

Keywords

Tangram, mathematics, geometry, BNCC, São Paulo State Curriculum

1 Introdução

A prática docente no ensino de Matemática tem sido frequentemente alvo de críticas relacionadas às metodologias adotadas, sobretudo no que se refere à suposta falta de criatividade e à abordagem acelerada dos conteúdos, muitas vezes desvinculada das necessidades dos estudantes. No entanto, ao considerar as diretrizes estabelecidas pelo Currículo Paulista e o conjunto de habilidades a serem desenvolvidas ao longo dos bimestres, evidenciam-se os desafios enfrentados no cotidiano escolar. A exigência de contemplar um número significativo de habilidades em um período reduzido, aliada às defasagens de aprendizagem, às diferenças nos níveis de conhecimento entre os estudantes e ao desinteresse de parte dos alunos, configura um cenário complexo para o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto, a disciplina de Matemática apresenta desafios adicionais, uma vez que é frequentemente percebida pelos estudantes como difícil e pouco atrativa, o que contribui para a construção de barreiras à aprendizagem desde o início do ano letivo. Tal percepção reforça a necessidade de adoção

de estratégias pedagógicas que favoreçam maior engajamento e promovam a aprendizagem significativa (D'AMBROSIO, 1996).

Diante dessa realidade, este trabalho propõe o uso do Tangram como uma abordagem didática alternativa para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). O Tangram, quebra-cabeça de origem chinesa, é formado por sete peças geométricas (cinco triângulos de diferentes dimensões, um quadrado e um paralelogramo) que, quando combinadas sem sobreposição, possibilitam a construção de diversas figuras, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento geométrico (LIMA et al., 2005).

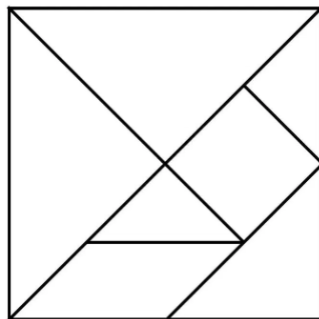
Nessa perspectiva, a proposta fundamenta-se na elaboração de uma sequência didática composta por um conjunto de atividades que utilizam esse recurso manipulável, com o intuito de subsidiar a prática docente e potencializar o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

O material elaborado configura-se como um recurso pedagógico destinado a professores de Matemática do Ensino Fundamental, oferecendo subsídios para a implementação de práticas diferenciadas em sala de aula. Além disso, busca-se explorar o potencial do Tangram não apenas como instrumento lúdico, mas como ferramenta capaz de favorecer a compreensão de conceitos matemáticos de forma mais dinâmica e significativa.

2 Metodologia

A proposta metodológica foi estruturada a partir da utilização do Tangram (Figura 1) como recurso pedagógico. Inicialmente, o Tangram pode ser disponibilizado previamente confeccionado aos estudantes ou ter sua construção desenvolvida em sala de aula, envolvendo turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Essa abordagem permite a articulação com habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em especial aquelas relacionadas às competências (EF06MA23), (EF07MA28), (EF08MA15) e (EF09MA15), favorecendo o desenvolvimento de conceitos geométricos e o aprimoramento do raciocínio matemático.

Figura 1: Tangram



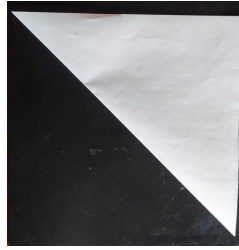
Fonte: <https://www.todamateria.com.br/tangram>

A construção do Tangram pode ser realizada a partir de um quadrado, utilizando instrumentos como régua e compasso, seguida de etapas de dobradura e traçado de segmentos que resultam na formação das sete peças. Esse processo, além de favorecer a compreensão de propriedades geométricas, possibilita a participação ativa dos estudantes, promovendo a aprendizagem por meio da experimentação.

Para a construção do tangram, inicialmente devemos construir um quadrado, que será feito utilizando régua e compasso, conforme os seguintes passos:

- 1) Trace uma semirreta AB de tamanho x ;
- 2) No ponto A, trace uma semirreta AD de tamanho x , utilizando o transferidor e a régua, de modo que AB seja perpendicular a AD;
- 3) No ponto B, trace uma semirreta BC de tamanho x , utilizando o transferidor e a régua, de modo que AB seja perpendicular a BC.
- 4) Trace uma semirreta DC, ligando os pontos C e D, finalizando o quadrado.
- 5) Recorte o quadrado e, em seguida, siga os passos abaixo para a elaboração do tangram:
 - Primeiro passo: dobre o quadrado ao longo da diagonal, conforme ilustrado na figura 2.

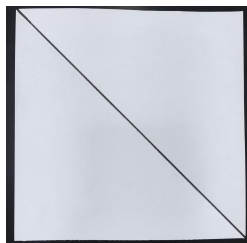
Figura 2: Primeiro passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Segundo passo: desdobre o papel e risque sobre a marca da dobra conforme a figura 3.

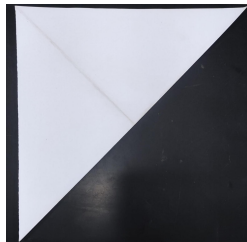
Figura 3: Segundo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Terceiro passo: dobre o papel na outra diagonal conforme a figura 4.

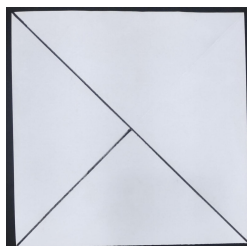
Figura 4: Terceiro passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Quarto passo: desdobre o papel e risque sobre a marca da dobra apenas do vértice até a outra diagonal, conforme a figura 5.

Figura 5: Quarto passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Quinto passo: dobre o papel de forma que o vértice onde não está desenhada a diagonal una-se ao ponto de encontro das diagonais, conforme a figura 6.

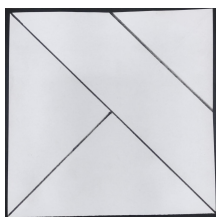
Figura 6: Quinto passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Sexto passo: risque sobre a marca da dobra, conforme a figura 7.

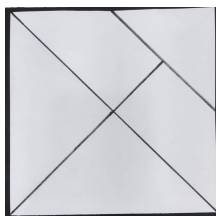
Figura 7: Sexto passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Sétimo passo: prolongue a diagonal não finalizada até a última linha traçada (figura 8).

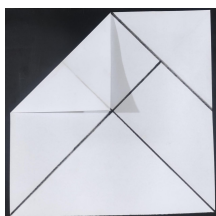
Figura 8: Sétimo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Oitavo passo: dobre o papel de forma que o vértice que está sobre a diagonal riscada toque o centro do papel (encontro das diagonais), conforme a figura 9.

Figura 9: Oitavo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Nono passo: desdobre o papel e risque sobre a dobra que vai do ponto médio do lado do papel quadrado até encontrar a diagonal, conforme a figura 10.

Figura 10: Nono passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Décimo passo: dobre o papel de forma que o lado direito fique paralelo ao esquerdo e o ponto médio desse lado coincida com o ponto de encontro das diagonais, conforme a figura 11.

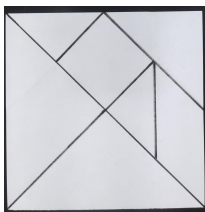
Figura 11: Décimo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Décimo primeiro passo: desdobre o papel e risque sobre a marca dobrada apenas do ponto médio do triângulo do canto inferior direito até tocar a diagonal, conforme a figura 12.

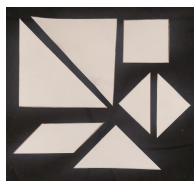
Figura 12: Décimo primeiro passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

O tangram está finalizado; agora, basta recortar as peças, pintar, se desejar, e utilizá-las nas aulas de Matemática, como mostra a figura 13.

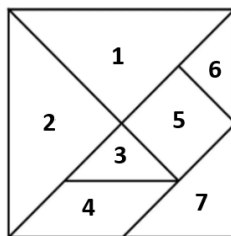
Figura 13: Tangram finalizado e recortado



Fonte: autora, 2025

Uma vez confeccionado, recomenda-se que o professor oriente os estudantes na identificação e numeração das peças do tangram conforme a Figura 14, facilitando a organização e a realização das atividades propostas. Quando possível, a disponibilização de materiais impressos pode otimizar o tempo de aula; contudo, na ausência desses recursos, as atividades podem ser registradas na lousa, garantindo o acesso de todos os alunos.

Figura 14: Tangram



A proposta de utilização do Tangram está organizada em uma sequência de atividades distribuídas ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, contemplando diferentes objetivos pedagógicos. Em determinadas aulas, prioriza-se a introdução de conceitos matemáticos por meio de práticas contextualizadas, favorecendo uma aprendizagem mais significativa. Em outras, busca-se a retomada e o aprofundamento de conteúdos previamente trabalhados, utilizando o recurso como estratégia de consolidação do conhecimento.

Essa abordagem está alinhada as perspectivas da Educação Matemática que valorizam a resolução de problemas e a aprendizagem ativa, nas quais o estudante assume papel central na construção do conhecimento (Ponte et al., 2012).

Parte dessas atividades foi previamente implementada no contexto do mestrado profissional (Prof-Mat), em uma escola da rede estadual de Ensino Fundamental localizada no município de Leme/SP. A aplicação das atividades possibilitou observar o envolvimento dos estudantes, bem como analisar as contribuições do uso do Tangram para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção espacial.

3 Resultados

Como resultado, apresentam-se planos de aula e atividades práticas com o uso do Tangram, com o objetivo de subsidiar a atuação docente e contribuir para a diversificação das práticas pedagógicas no ensino de Matemática.

3.1 6º ano - aula 1 - Operações com números racionais

Espera-se que o aluno desenvolva a capacidade de resolver e elaborar situações-problema que envolvam números racionais positivos em sua representação decimal, utilizando as quatro operações fundamentais e a potenciação.

Além disso, é desejável que o estudante seja capaz de empregar diferentes estratégias de resolução, fazendo uso de estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade dos resultados obtidos, tanto com o uso da calculadora quanto sem esse recurso. Nesse contexto, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as respectivas medidas na folha disponibilizada pelo professor (conforme Plano de aula 1 – 6º ano). Posteriormente, deverão realizar os cálculos propostos, aplicando os conceitos relacionados às operações com números racionais discutidos ao longo da aula.

Plano de aula 1 - 6 ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.

Habilidade: (EF06MA11) Resolver e elaborar situações-problema com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio

de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade das respostas, com e sem o uso de calculadora.

Objetivos: Resolver e criar situações-problema com números decimais positivos; aplicar as quatro operações com números decimais; utilizar estimativas e arredondamentos para verificar se os resultados fazem sentido; e desenvolver o raciocínio lógico e a autonomia na resolução de problemas.

Pré-requisitos: conhecer as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais.

Observação: Cada aluno receberá um tangram individual e uma folha impressa com as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso de régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha de atividade previamente entregue aos alunos. Considerando que, no sexto ano, alguns estudantes ainda não dominam plenamente o uso desse instrumento, é fundamental que o professor ofereça uma orientação prévia sobre seu manuseio antes do início da primeira atividade.

2. Durante a realização da atividade com o tangram, voltada ao trabalho com representações decimais, o professor realizará a leitura e a explanação da folha de atividades distribuída no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas. Essa mediação será intensificada junto aos alunos que demonstrarem maiores dificuldades, com suporte específico, sobretudo nas fases de medição e nos cálculos requeridos pela atividade.

3. Após a finalização das atividades por todos os alunos, o professor procederá à correção coletiva das resoluções no quadro, bem como incentivará os estudantes a compartilharem as observações realizadas nas atividades 4 e 5, promovendo a retomada dos principais conceitos abordados e o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas” através da medição dos lados das figuras que compõem o Tangram.

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o tangram – Representação decimal

1) Usando uma régua, meça os lados dos polígonos que formam o tangram e preencha a tabela abaixo com essas medidas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Observando os valores de cada linha, faça uma estimativa da soma de todos os lados de cada figura e escreva o valor na coluna "Estimativa" da tabela abaixo. Depois, calcule a soma exata desses valores em seu caderno e registre o resultado na coluna "Soma".

	Estimativa	Soma (perímetro)	
Triângulo Pequeno			A
Triângulo médio			B
Triângulo grande			C
Quadrado			D
Paralelogramo			E

3) Agora que temos os resultados da soma, vamos realizar algumas subtrações com os números decimais encontrados. Faça as contas em seu caderno.

- a) Qual a diferença entre o perímetro da figura B com a A?
- b) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a A?
- c) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a B?
- d) Qual a diferença entre o perímetro da figura E com a D?

4) Vamos calcular algumas multiplicações e comparar os resultados obtidos.

- a) Multiplique o lado do quadrado por 4 e observe o resultado obtido com a soma dos lados do quadrado na tabela da atividade 2.
- b) Multiplique por 2 cada lado diferente do paralelogramo. Depois, some os dois resultados e compare com a soma dos lados do paralelogramo que você encontrou na atividade 2.
- c) O que você observou nesses resultados?

5) Por fim, divida a soma dos lados do quadrado por 4. Depois, compare o resultado com a medida de um dos lados do quadrado que você encontrou na atividade 1. Você observou alguma regularidade? Justifique:

3.2 6º ano - aula 2 - Plano cartesiano

Espera-se que o aluno seja capaz de associar pares ordenados de números reais positivos a pontos no plano cartesiano, restrito ao primeiro quadrante, especialmente em contextos que envolvam a identificação ou a localização dos vértices de figuras geométricas planas, como os polígonos. Para isso, será entregue a cada estudante uma folha contendo o plano cartesiano com as peças do tangram previamente posicionadas no primeiro quadrante (Figura 15). A partir dessa representação, os alunos deverão identificar e registrar, em seus cadernos, os pares ordenados correspondentes a cada vértice das figuras, conforme as orientações do professor.

Plano de aula 2 - 6 ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.

Habilidade: (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Objetivos: Compreender o sistema de coordenadas cartesianas, com foco no 1º quadrante; identificar e localizar pontos no plano cartesiano a partir de pares ordenados (x, y) ; associar pares ordenados aos vértices de figuras geométricas (como triângulos, quadriláteros etc.) e desenvolver o raciocínio espacial e a leitura de coordenadas, aplicando a noção de direção e posição.

Pré-requisitos: Saber localizar e ordenar números na reta numérica; ter noção de par ordenado (x, y) , compreender que a posição de cada número tem um significado (x = eixo horizontal, y = eixo vertical), e reconhecer formas como triângulo, quadrado e paralelogramo.

Observação: cada aluno receberá um papel quadriculado, uma folha impressa com as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula) e uma folha contendo a representação do tangram posicionada no primeiro quadrante do plano cartesiano (Figura 15).

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No primeiro momento da atividade, o professor deverá retomar o conteúdo referente aos pares ordenados no plano cartesiano, enfatizando a forma como esses pares representam posições específicas por meio da combinação de coordenadas no eixo das abscissas (x) e no eixo das ordenadas (y). Essa retomada tem como finalidade assegurar que os alunos relembrem os conceitos fundamentais necessários para a realização das atividades propostas, especialmente aquelas que envolvem a localização de pontos no primeiro quadrante.

2. Durante a realização da atividade, o professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades distribuída no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas.

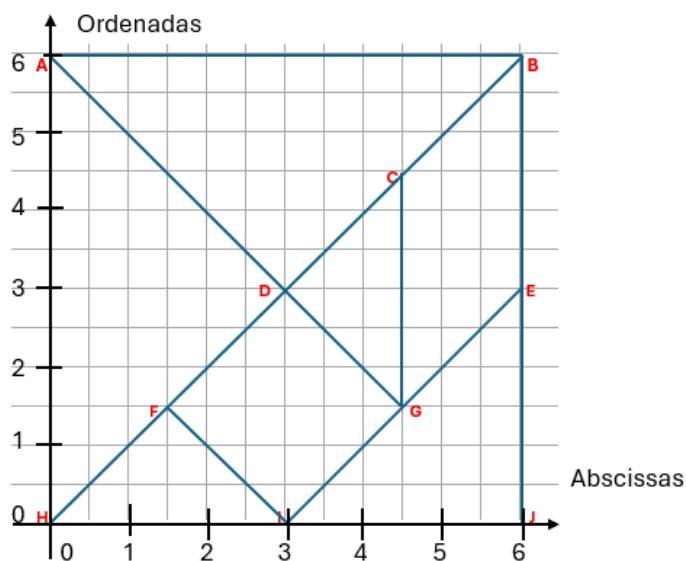
3. Após a conclusão das atividades por todos os alunos, o professor realizará a correção coletiva no quadro, promovendo a retomada dos principais conceitos e esclarecendo eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, folha impressa, folha quadriculada, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o seu envolvimento e compreensão das atividades.

Figura 15: Tangram no plano cartesiano



Fonte: autora

Atividades - Tangram no plano cartesiano

1) Quais são os vértices dos polígonos:

- Triângulo 1:
- Triângulo 2:
- Triângulo 3:
- Paralelogramo 4:
- Quadrado 5:
- Triângulo 6:
- Triângulo 7:

2) Agora, observe a folha com o tangram que você recebeu e escreva no seu caderno os pares ordenados (coordenadas) de cada vértice das figuras desenhadas no plano cartesiano.

- Triângulo 1:
- Triângulo 2:
- Triângulo 3:
- Paralelogramo 4:
- Quadrado 5:
- Triângulo 6:
- Triângulo 7:

3) No papel quadriculado, construa um plano cartesiano (apenas o primeiro quadrante). Depois, desenhe e pinte cada polígono de acordo com os pares ordenados indicados abaixo, ligue os vértices e, em seguida, escreva o nome de cada polígono encontrado.

a) A(1,1) B(1,3) C(3,4) D(3,2)

Nome:

b) E(0,6) F(5,7) G(2,9)

Nome:

c) H(9,0) I(9,4) J(7,2) K(11,2)

Nome:

3.3 6º ano - aula 3 - Polígonos

Espera-se que o aluno seja capaz de reconhecer, nomear e comparar diferentes polígonos, considerando o número de lados, os vértices e as medidas de seus ângulos internos. Além disso, deverá classificá-los como regulares ou não regulares, tanto em representações planas quanto na identificação dessas figuras como faces de poliedros. Para tanto, os alunos irão observar as figuras que compõem o tangram, identificando, nomeando e comparando os polígonos com base em suas propriedades geométricas — como lados, vértices e ângulos. Em seguida, deverão classificá-los como regulares ou não regulares, fundamentando-se nas características específicas de cada figura e registrando suas observações no caderno, conforme a orientação do professor.

Plano de aula 3 - 6 ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, quanto as medidas dos lados e ângulos; e quanto ao paralelismo e perpendicularidade dos lados.

Habilidade: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano quanto em faces de poliedros.

Objetivos: reconhecer e nomear diferentes tipos de polígonos, identificando seus lados, vértices e ângulos nas representações planas; comparar polígonos com base em suas características (quantidade de lados, medidas de ângulos, regularidade, etc.); classificar polígonos em regulares e não regulares, compreendendo os critérios utilizados para essa diferenciação; relacionar figuras planas com faces de poliedros, identificando polígonos como componentes de sólidos geométricos; e desenvolver a percepção geométrica e o vocabulário matemático, utilizando corretamente os termos: lado, vértice, ângulo e polígono regular.

Pré-requisitos: o aluno deve conhecer figuras geométricas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, e saber o que são ângulos e como identificá-los.

Observação: Cada estudante receberá um tangram, bem como uma folha impressa contendo as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor solicitará que os alunos observem atentamente as peças do tangram fornecidas, a fim de familiarizá-los com suas formas e características geométricas.

2. Em seguida, os alunos deverão organizar as peças do tangram de acordo com suas formas geométricas, separando aquelas que correspondem a triângulos e quadriláteros.

3. Após separar as peças, os alunos deverão preencher a folha fornecida no início da aula, completando as informações solicitadas conforme as instruções.

4. Após a finalização das atividades por parte de todos os alunos, o professor deverá realizar a correção coletiva no quadro, com o objetivo de retomar os principais conceitos abordados e esclarecer eventuais dúvidas. Como encerramento da aula, o docente será responsável por instigar os estudantes a refletirem sobre os polígonos estudados, incentivando-os a identificar objetos do cotidiano que apresentem tais formas geométricas em suas estruturas e compartilhar suas observações com a turma.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: transferidor, tangram, folha impressa, folha quadriculada, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: reconhecer - nomear - comparar polígonos

1) Quantos lados e quantos vértices têm as figuras?

a) Triângulos:

Número de lados:

Número de vértices:

b) Quadrado:

Número de lados:

Número de vértices:

c) Paralelogramo:

Número de lados:

Número de vértices:

2) Observando as figuras, ou com a ajuda da régua, responda:

a) Triângulos:

Todos os lados são iguais?

O que você observou?

b) Quadrado:

Todos os lados são iguais?

c) Paralelogramo:

Todos os lados são iguais?

Os lados opostos são iguais?

3) Observando as figuras, ou com a ajuda do transferidor, responda:

a) Triângulos:

Todos os ângulos são iguais?

O que você observou?

b) Quadrado:

Todos os ângulos são iguais?

c) Paralelogramo:

Todos os ângulos são iguais?

Os ângulos opostos são iguais?

4) Qual(is) das peças do tangram são polígonos regulares? Por quê?

5) Qual peça tem lados opostos iguais, mas não todos os lados iguais?

6) Quais peças do tangram são quadriláteros?

7) Todas as peças do tangram são polígonos? Justifique.

3.4 6º ano - aula 4 - Grandezas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas mensuráveis, como a área de triângulos e retângulos, sem recorrer diretamente ao uso de fórmulas previamente estabelecidas. Para isso, os alunos deverão calcular a área das figuras do tangram, disponibilizadas em papel quadriculado, utilizando estratégias intuitivas e observacionais. Essa abordagem visa favorecer a construção do conceito de área por meio da contagem de unidades quadradas, promovendo a compreensão do significado geométrico envolvido nos cálculos.

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: situações-problema sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.

Habilidade: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem o uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionados a outras áreas do conhecimento.

Objetivos: determinar áreas e perímetros de figuras planas compostas no tangram por meio de estratégias de raciocínio geométrico, sem a utilização direta de fórmulas prontas.

Pré-requisitos: é necessário que o aluno tenha familiaridade com figuras geométricas planas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, bem como compreenda o conceito de área.

Observação: cada aluno receberá uma folha impressa do tangram na malha quadriculada (figura 16) e as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula).

Atividades de aprendizagem propostas:

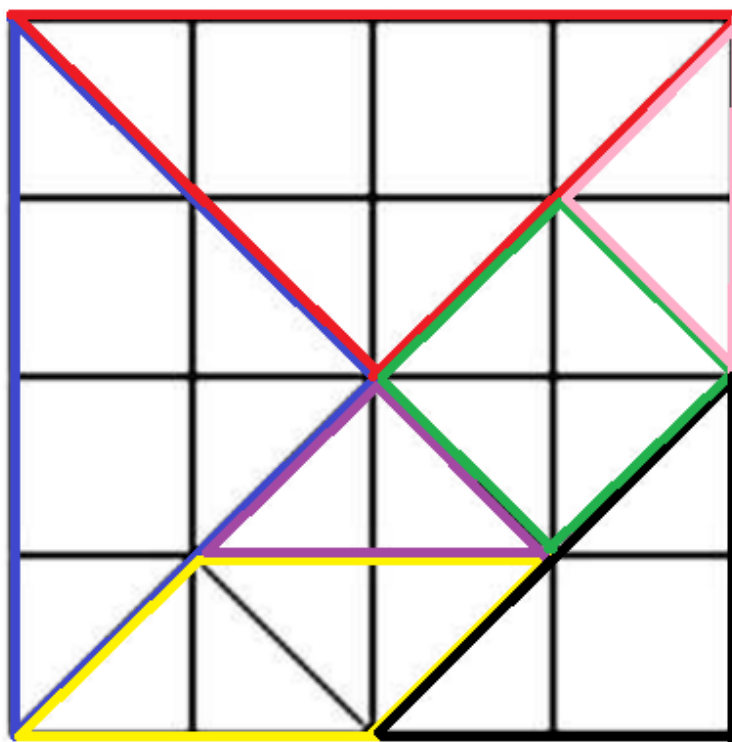
1. O professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades distribuída no início da aula.
2. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas.
3. Após todos os alunos terem concluído as atividades, o professor procederá à correção coletiva das resoluções no quadro, bem como incentivará os estudantes a compartilharem as observações realizadas nas atividades 4 e 5, promovendo a retomada dos principais conceitos abordados e o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: folha impressa com o tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se seu envolvimento e compreensão das atividades.

Figura 16: Tangram na malha quadriculada



Fonte: autora

Atividade: Área e perímetro das figuras do tangram

- 1) Considere que cada lado de um quadradinho da folha que você recebeu mede 1 unidade. Isso significa que cada quadradinho tem uma área de 1 unidade quadrada. Responda qual é a área e o perímetro de cada figura, respectivamente:
 - a) Triângulo azul:
 - b) Triângulo vermelho:
 - c) Triângulo rosa:
 - d) Triângulo lilás:
 - e) Triângulo preto:
 - f) Quadrado verde:
 - g) Paralelogramo amarelo:
 - h) Quadrado contendo todas as peças do tangram:
- 2) Existem figuras que possuem a mesma área? Se sim, quais?
- 3) Essas figuras que possuem a mesma área também possuem o mesmo perímetro?
- 4) Some as áreas de todas as peças do Tangram. Em seguida, compare esse total com a área da figura da atividade 1 (item h).
 - a) O que você observou?
 - b) Por que isso acontece? Explique com suas palavras.
- 5) Some os perímetros de todas as peças do Tangram. Em seguida, compare esse total com o perímetro da figura da atividade 1 (item h).
 - a) O que você observou?
 - b) Por que isso acontece? Explique com suas palavras.

3.5 6º ano - aula 5 - Ângulos

Espera-se que os estudantes sejam capazes de determinar medidas da abertura de ângulos utilizando instrumentos apropriados, como o transferidor, desenvolvendo, assim, a noção de medida angular de forma prática e contextualizada. Para o desenvolvimento dessa habilidade, os alunos utilizarão o transferidor como instrumento de apoio à observação e à medição de elementos geométricos. Além disso, receberão uma folha contendo um conjunto de questões relacionadas às competências descritas anteriormente, a ser preenchida durante a atividade, com o objetivo de registrar suas análises e sistematizar os conhecimentos adquiridos.

Plano de aula 5 - 6 ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Ângulos: noção, usos e medida.

Habilidades: (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas e (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Objetivos: Reconhecer a abertura do ângulo como uma grandeza mensurável, associada às propriedades das figuras geométricas planas. Medir a abertura de ângulos utilizando instrumentos adequados, como o transferidor, promovendo a compreensão da unidade grau como medida padrão.

Pré-requisitos: compreensão básica das principais figuras geométricas planas (triângulos e quadriláteros). Noções iniciais de vértices, lados e ângulos presentes nas figuras geométricas.

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa com as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula).

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No início, o professor deve revisar o conceito de ângulo, utilizando exemplos, além de relembrar as denominações dos principais tipos de ângulos. Em seguida, deverá explicar as atividades propostas na folha impressa, entregue no início da aula.

2. A medição dos ângulos dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso do transferidor, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha impressa. Considerando que, no sexto ano, a maioria dos estudantes ainda não domina plenamente o uso desse instrumento, é fundamental que o professor ofereça uma orientação prévia sobre seu manuseio antes do início da primeira atividade.

3. Após a conclusão das atividades por todos os alunos, o professor deverá conduzir a correção coletiva no quadro, promovendo a retomada do conceito de ângulo e proporcionando o esclarecimento de possíveis dúvidas por parte dos estudantes.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: Trabalhando ângulos internos com o tangram

- 1) Junte as peças do Tangram que possuem a mesma forma e tamanho.
- 2) Com a ajuda do transferidor, meça e anote abaixo os ângulos internos de cada peça do Tangram. Em seguida, some os ângulos internos de cada figura separadamente e registre os resultados.
 - a) Triângulo pequeno:
Soma:
 - b) Triângulo médio:
Soma:
 - c) Triângulo grande:
Soma:
 - d) Quadrado:
Soma:
 - e) Paralelogramo:
Soma:
- 3) O que você observou em relação à soma dos ângulos internos das figuras analisadas? Explique com suas palavras se existe alguma regularidade entre a soma dos ângulos internos, comparando os triângulos e depois os quadriláteros.
- 4) Quais figuras do tangram possuem, pelo menos, um ângulo interno:
Obtuso -
Agudo -
Reto -
- 5) Descreva com suas palavras o que é um ângulo?
- 6) Agora descreva com suas palavras o que é um:
 - Ângulo agudo:
 - Ângulo reto:
 - Ângulo obtuso:
 - Ângulo raso:
 - Ângulo de giro completo:
 - Ângulo nulo:

3.6 7º ano - aula 1 - Reta numérica

Espera-se que o aluno seja capaz de ler, comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos, associando-os a pontos na reta numérica. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas na folha fornecida pelo professor (conforme as atividades descritas ao final do plano de aula 1 - 7º ano). Em seguida, deverão associar as medidas

obtidas aos pontos correspondentes na reta numérica, facilitando a compreensão do conceito de números racionais.

Plano de aula 1 - 7º ano

Duração da aula: 1 aula de 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

Habilidade: (EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

Objetivos: Compreender o conceito de número racional, incluindo frações, números decimais e inteiros negativos e positivos, e localizar números racionais na reta numérica, incluindo números negativos.

Pré-requisitos: noção de números decimais e localização de números inteiros na reta.

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa com as atividades propostas descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas

1. A medição dos lados das figuras que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso da régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na Atividade 1 da folha de atividades entregue no início da aula.

2. Durante a realização da atividade com o tangram, o professor procederá à leitura e à explanação da folha de atividades, retomando os conceitos previamente trabalhados sobre a reta numérica. Ao longo da aula, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas da proposta.

3. Após a finalização das atividades por todos os alunos, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando os estudantes a compartilharem suas correções, especialmente nos casos em que identificaram eventuais equívocos na representação dos números na reta numérica. Essa etapa tem como objetivo promover a retomada dos principais conceitos abordados, bem como esclarecer possíveis dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

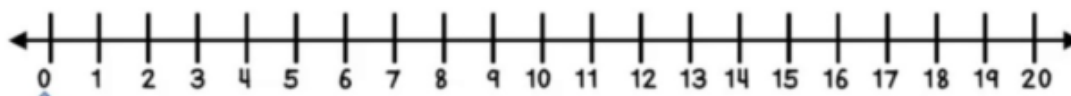
Atividades com o tangram - Reta numérica

1) Observe cada peça do Tangram. Com a régua, meça os lados de cada figura com atenção. Anote os valores (em centímetros) na tabela abaixo.

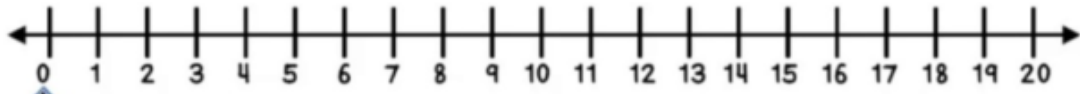
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Agora que você já mediu os lados das peças do Tangram, chegou a hora de representar esses números nas retas numéricas.

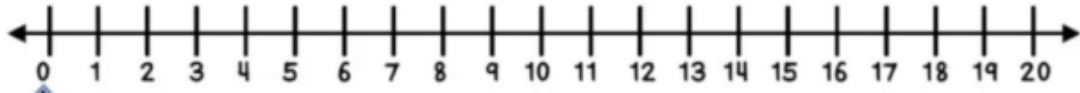
a) Triângulo pequeno:



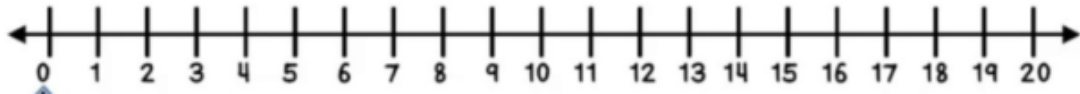
b) Triângulo médio:



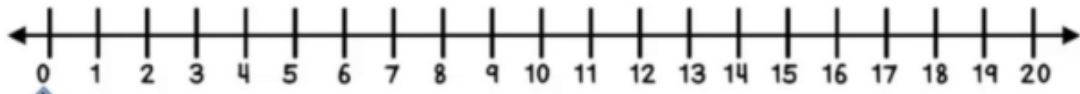
c) Triângulo grande:



d) Quadrado:



e) Paralelogramo:

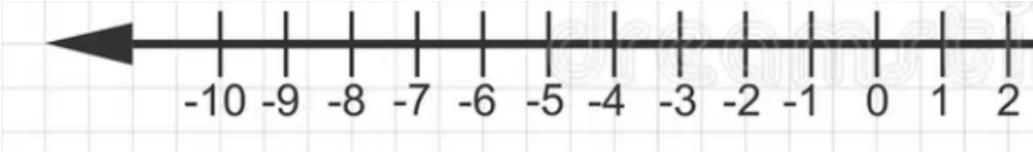


3) Pegue cada valor que você mediu na Atividade 1. Agora, pense no oposto desse número: se o número é positivo, o oposto será negativo.

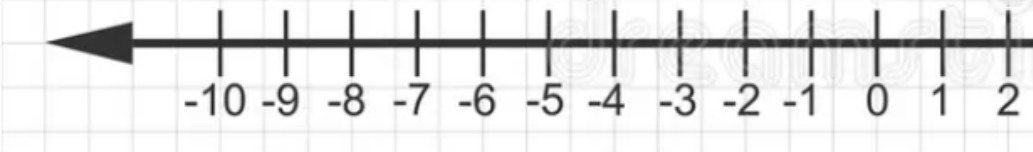
Exemplo: O oposto de $+ 6,2$ é $- 6,2$.

Marque esses valores opostos nas retas numéricas.

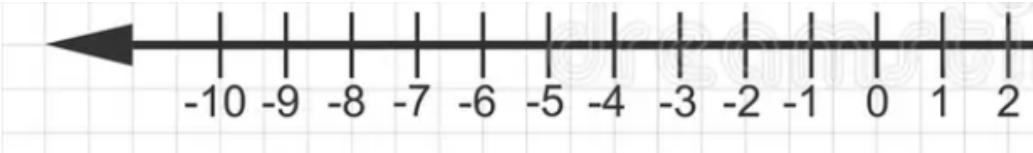
a) Triângulo pequeno:



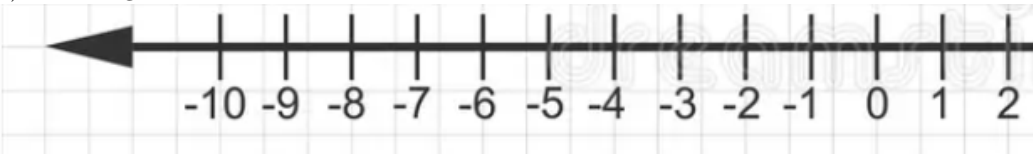
b) Triângulo médio:



c) Quadrado:



d) Paralelogramo:



3.7 7º ano - aula 2 - Operações com números racionais

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam operações com números racionais. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas na folha fornecida pelo professor. Em seguida, deverão realizar os cálculos solicitados, aplicando os conceitos das operações com números racionais discutidos em sala de aula, como adição, subtração, multiplicação e divisão, para resolver os problemas propostos.

Plano de aula 2 - 7º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

Habilidade: (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Objetivos: Resolver e criar situações-problema com números decimais.

Pré-requisitos: conhecer as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais.

Observação: Cada aluno receberá um tangram individual e uma folha impressa com as atividades propostas, conforme descrito ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso de régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha de atividade previamente entregue aos alunos na atividade 1.

2. Durante a atividade com o tangram, voltada para o trabalho com representações decimais, o professor fará a leitura e a explicação da folha de atividades (descrita ao final deste plano de aula). Ao longo da aula, atuará como mediador, acompanhando e apoiando os alunos em todas as etapas da atividade.

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações feitas nas atividades 4 e 5, bem como a apresentar à turma o problema elaborado na atividade 6. Essa etapa tem como objetivo promover a retomada dos principais conceitos abordados e possibilitar o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas” através da medição dos lados das figuras que compõem o Tangram.

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando seu envolvimento e compreensão nas atividades.

Atividade com o tangram – representação decimal

1) Usando uma régua, meça os lados dos polígonos que formam o tangram e preencha a tabela abaixo com essas medidas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Observando os valores de cada linha, faça a soma de todos os lados de cada figura e escreva o valor na tabela abaixo.

	Soma (perímetro)	
Triângulo Pequeno		A
Triângulo médio		B
Triângulo grande		C
Quadrado		D
Paralelogramo		E

3) Agora que temos os resultados da soma, vamos realizar algumas subtrações com os números decimais encontrados. Faça as contas em seu caderno.

a) Qual a diferença entre o perímetro da figura B com a A?

b) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a A?

c) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a B?

d) Qual a diferença entre o perímetro da figura E com a D?

4) Vamos calcular algumas multiplicações e comparar os resultados obtidos.

a) Multiplique o lado 1 do quadrado por 4 e observe o resultado obtido com a soma dos lados do quadrado na tabela da atividade 2.

b) Multiplique por 2 cada lado diferente do paralelogramo. Depois, some os dois resultados e compare com a soma dos lados do paralelogramo que você encontrou na atividade 2.

c) O que você observou nesses resultados? Por que isso acontece?

5) Divida a soma dos lados do quadrado por 4. Depois, compare o resultado com a medida de um dos lados do quadrado que você encontrou na atividade 1. O que você observou, por que isso acontece?

6) Crie um problema matemático envolvendo adição, subtração, multiplicação ou divisão. Escreva o enunciado do seu problema de forma clara. Troque o seu problema com um colega e resolva o problema criado por ele. Explique como você pensou para chegar à resposta, mostrando os cálculos.

3.8 7º ano - aula 3 - Desigualdade triangular

Espera-se que o aluno seja capaz de construir triângulos utilizando régua e compasso, reconhecendo as condições de existência de um triângulo com base nas medidas de seus lados. O aluno deverá utilizar o transferidor para medir os ângulos internos dos triângulos construídos e dos triângulos que compõem o tangram, verificando, por meio da prática, que a soma de suas medidas é igual a 180° . Como parte do processo investigativo, os alunos também deverão dobrar os triângulos do tangram de forma a unir seus três vértices, com o intuito de confirmar, de maneira concreta, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180° .

Plano de aula 3 - 7º ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.

Habilidade: (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Objetivos: Construir triângulos com régua e compasso a partir de medidas dadas, verificar se três segmentos podem formar um triângulo (condição de existência) e medir e comprovar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180° .

Pré-requisitos: reconheçam figuras geométricas planas, saibam utilizar instrumentos geométricos básicos, como régua e transferidor, compreendam conceitos básicos de medida, como unidade de comprimento (cm) e de ângulo (graus).

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa (Figura 17).

Figura 17: Atividade desigualdade triangular

Para cada uma das combinações de valores a seguir, verifique se é possível construir um triângulo com essas medidas; depois, complete a tabela com o que se pede.

Medidas	Maior medida	Soma das duas menores medidas	É possível construir o triângulo?
15, 10 e 9	15		Sim
15, 10 e 5	15		Não
12, 15 e 9			
22, 7 e 11			
11, 6 e 4			
25, 15 e 15			

Fonte: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/126857/1152087.pdf>

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Realizar a medição dos lados dos triângulos presentes no tangram utilizando uma régua, registrando os valores obtidos no caderno.
2. Calcular a soma dos dois menores lados de cada triângulo e analisar essa soma em relação à medida do lado maior.
3. Utilizando a régua, tentar construir dois triângulos, o primeiro de lados medindo 10 cm, 3 cm e 4 cm e o segundo de lados medindo 15 cm, 10 cm e 5 cm. Em seguida, responder à seguinte questão no caderno:
Foi possível construir os triângulos com essas medidas? Justifique sua resposta.
4. Após a constatação da impossibilidade de construção de um triângulo com tais medidas, os estudantes deverão apresentar justificativas, com mediação e intervenção do professor, de modo a consolidar a compreensão do conceito envolvido (desigualdade triangular).
5. Na sequência, será proposta uma nova atividade, entregue aos alunos juntamente com o tangram, em formato impresso, para ser realizada em sala de aula (Figura 17).
6. Após o preenchimento completo da tabela proposta, os estudantes deverão construir, em uma folha de papel sulfite, os triângulos cujas medidas tornam possível a construção, conforme registrado na tabela. Em seguida, recortá-los cuidadosamente.
7. Utilizando o transferidor, os alunos realizarão a medição dos ângulos internos dos triângulos do tangram, bem como dos triângulos previamente construídos. A partir dessas medições, será possível conduzir os estudantes à constatação de que, independentemente do tipo de triângulo, a soma de seus ângulos internos é sempre igual a 180° .
8. Com o objetivo de favorecer a visualização e a comprovação do conceito, os estudantes também deverão dobrar os triângulos do tangram de modo a unir seus três vértices. Essa ação permitirá

observar, de forma concreta, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180° .

9. Ao final das atividades, o professor realiza a retomada dos principais conceitos explorados ao longo da aula, promovendo uma síntese dos conteúdos abordados e encerrando a aula de forma reflexiva.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: transferidor, régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

3.9 7º ano - aula 4 - Área de figuras planas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da área de figuras planas, as quais podem ser decompostas em quadrados, retângulos e/ou triângulos. Nessa perspectiva, os alunos deverão utilizar o princípio da equivalência entre áreas como estratégia para resolver os problemas propostos, desenvolvendo, assim, a habilidade de visualizar composições e decomposições geométricas como ferramenta para o raciocínio matemático. Os alunos deverão montar diferentes polígonos com as peças do tangram, calcular suas respectivas áreas e observar que a soma das áreas das figuras individuais corresponde à área total da figura composta.

Plano de aula 4 - 7º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas, como triângulos e quadriláteros.

Habilidade: (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros e (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Objetivos: Resolver problemas relacionados ao cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros.

Pré-requisitos: é necessário que o aluno tenha familiaridade com figuras geométricas planas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, bem como compreenda o conceito de área.

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha de atividades impressas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá retomar as fórmulas para o cálculo da área das figuras planas (triângulo e quadriláteros). Em seguida, fará a leitura e a explicação da folha de atividades entregue junto com o tangram no início da aula.

2. A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o auxílio de uma régua, sendo os valores obtidos registrados na Atividade 1 da folha de atividades previamente entregue aos estudantes (disponível ao final deste plano de aula). Durante a realização da atividade, o professor atuará como mediador, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas do processo.

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações feitas nas atividades 3 e 4, retomando os conceitos teóricos, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos estudantes.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - área de figuras planas

1) Usando uma régua, meça os lados indicados na tabela dos polígonos que compõem o tangram e preencha a tabela abaixo com as medidas encontradas.

	Base	Altura
Triângulo Pequeno		
Triângulo médio		
Triângulo grande		
Quadrado		
Paralelogramo		

2) Com base nas medidas obtidas na atividade 1, calcule as áreas das figuras que formam o tangram em seu caderno e registre os resultados abaixo:

a) Triângulo pequeno:

b) Triângulo médio:

c) Triângulo grande:

d) Quadrado:

e) Paralelogramo:

3) Agora que você já sabe as áreas de todas as sete peças do tangram, some essas áreas no seu caderno. Em seguida, monte o tangram na forma original, que é um quadrado, sem deixar nenhuma peça de fora. Com a régua, meça os lados desse quadrado e calcule sua área. O que você observou nesses dois resultados? Por que isso acontece?

4) Utilizando as peças do tangram, responda às perguntas abaixo:

a) Tomando o triângulo menor como unidade de área, ou seja, a área do triângulo menor é 1, qual a área do triângulo médio?

b) Tomando o quadrado como unidade de área, qual é a área do triângulo maior?

c) Tomando o quadrado como unidade de área, qual a área do triângulo menor? Explique como chegou a essa resposta.

d) Quais as peças do Tangram com a mesma área do quadrado?

e) Tomando o triângulo maior como unidade de área, qual a área do paralelogramo? Como você obteve essa resposta?

f) Forme um trapézio juntando duas ou mais figuras do tangram. Quais figuras você utilizou? Qual é a área desse trapézio?

3.10 8º ano - aula 1 - Propriedades dos quadriláteros

Espera-se que o aluno seja capaz de demonstrar propriedades dos quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Para isso, os alunos deverão utilizar as peças do tangram com o objetivo de analisar e comprovar tais propriedades, a partir da decomposição de quadriláteros em triângulos congruentes. Essa atividade permitirá observar, de maneira concreta, relações entre lados, ângulos e simetrias, contribuindo para a compreensão das características estruturais dos quadriláteros a partir da análise dos triângulos que os compõem.

Plano de aula 1 - 8º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

Habilidade: (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Objetivos: Reconhecer e classificar quadriláteros com base em suas propriedades geométricas (lados, ângulos, paralelismo e congruência); decompor quadriláteros em triângulos por meio da construção de diagonais, identificando os triângulos formados e justificando as propriedades dos quadriláteros (como lados opostos congruentes, ângulos congruentes e diagonais) com base na congruência dos triângulos internos.

Pré-requisitos: Conhecimento básico sobre triângulos; identificar quando dois triângulos são congruentes; noções básicas de quadriláteros; raciocínio lógico básico para observar simetrias e relações geométricas e compreensão de explicações e justificativas em linguagem matemática simples.

Observação: cada aluno receberá um conjunto do tangram e uma folha de atividades impressa¹, conforme descrito ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá relembrar os alunos quanto à classificação dos quadriláteros com base em suas propriedades geométricas (lados, ângulos, paralelismo e congruência).

2. O professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades entregue no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas da atividade.

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das atividades no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações durante as atividades propostas, retomando os conceitos teóricos, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos alunos.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: Congruência de triângulos

1) Com as peças do tangram, podemos construir, de modo diferente, oito quadrados.

- a) Tente descobri-los e anote em seu caderno cada modo de construção.
- b) Quantos quadrados de diferentes medidas são possíveis de construir?

2) Considerando como unidade de área o triângulo menor, determine:

- a) a área do triângulo médio;
- b) a área do quadrado;
- c) a área do paralelogramo.

O que se pode concluir acerca das três figuras anteriores?

3) Com as peças do tangram, determine:

- a) um quadrado de área igual à de dois triângulos pequenos;
- b) um quadrado de área igual à de quatro triângulos pequenos;
- c) um quadrado de área igual à de oito triângulos pequenos.

¹As atividades 1, 2 e 3 foram retiradas do artigo "Tangram – Guardado a sete chaves – Construção e Atividades- fonte: <https://doi.org/10.46814/lajdv3n4-073>

4) Com base nas figuras que você formou na Atividade 3, responda às perguntas abaixo:

- a) Os triângulos pequenos que você utilizou são congruentes? Qual o nome do tipo de triângulo que eles representam?
- b) Ao formar o quadrado da letra a, o que você percebeu sobre os lados dos triângulos (catetos e hipotenusa)? Como esses lados se encaixam para formar o quadrado?
- c) Ao formar o quadrado da letra b, quais foram as semelhanças e diferenças na disposição dos triângulos em comparação com a letra a? O que você observou em relação à posição dos catetos e hipotenusa ao montar esse novo quadrado?

5) Utilizando duas ou mais peças do tangram, faça construções de diferentes quadriláteros, como: paralelogramos, trapézios, retângulos, quadrados e losangos (se possível).

Instruções: Monte cada figura com as peças do tangram. Desenhe cada quadrilátero formado em seu caderno, reproduzindo com régua e lápis. Em cada desenho: Trace diagonais, quando possível, para verificar se o quadrilátero pode ser dividido em triângulos congruentes.

6) Com base nos quadriláteros que você montou na Atividade 5, responda:

- a) Os triângulos formados pelas diagonais dos quadriláteros são sempre congruentes? Explique com base nas figuras que você construiu.
- b) Que tipos de quadriláteros você conseguiu formar? Como a congruência dos triângulos ajuda a identificar esses quadriláteros?
- c) Escreva as principais propriedades de cada quadrilátero que você citou na questão anterior (como lados paralelos, lados congruentes, ângulos congruentes, diagonais que se cruzam no meio, etc.).

3.11 8º ano - aula 2 - Mediatriz e bissetriz

Espera-se que o aluno seja capaz de conhecer e aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. Para isso, os alunos deverão aplicar tais conceitos nas peças do tangram, identificando e traçando mediatrizes e bissetrizes nas figuras, de modo a compreender seus significados geométricos e suas aplicações. Essa atividade contribuirá para a construção do conceito de lugar geométrico, relacionando-o à simetria e à equidistância, além de favorecer a visualização e o uso prático desses elementos na análise das formas geométricas.

Plano de aula 2 - 8º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada

Objetos de conhecimento: Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.

Habilidade: (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Objetivos: Compreender o conceito de lugar geométrico como o conjunto de todos os pontos que satisfazem uma condição geométrica específica. Identificar e construir a mediatriz de um segmento, reconhecendo-a como o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos do segmento e identificar e construir a bissetriz de um ângulo, reconhecendo-a como o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo.

Pré-requisitos: saber identificar segmentos, pontos médios e ângulos; compreender o que significa um ponto estar à mesma distância de dois pontos ou lados e vocabulário geométrico básico como vértice, lado, ponto, reta, perpendicular, ângulo interno, etc.

Observação: será entregue um tangram para cada aluno.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Em um primeiro momento, o docente deve apresentar os conceitos de mediatriz e bissetriz no quadro, por meio de exemplos que ilustrem suas definições e propriedades.

2. Em seguida, solicita-se que os alunos, com o auxílio da régua, identifiquem e marquem os pontos médios de cada lado das peças do tangram previamente selecionadas (como o triângulo menor, o triângulo médio e o triângulo maior). Com o uso do transferidor, os discentes deverão traçar as mediatrizes de todos os lados dessas figuras, a fim de explorar geometricamente o conceito de equidistância em construções planas.

3. Durante a realização dessa atividade, o professor deverá atuar como mediador de todo o processo, reforçando constantemente que a mediatriz é definida como a reta perpendicular traçada a partir do ponto médio de cada lado de um triângulo. Além disso, o docente pode conduzir uma reflexão sobre o ponto de interseção das mediatrizes traçadas nas figuras. Esse ponto, denominado circuncentro, caracteriza-se por ser equidistante dos vértices do triângulo e pode estar localizado dentro ou fora da figura, a depender de sua classificação (acutângulo, retângulo ou obtusângulo).

4. Após a conclusão das atividades relacionadas à construção das mediatrizes, o professor deverá solicitar que os alunos retomem as figuras do tangram — especificamente o quadrado, o paralelogramo e o segundo triângulo maior — para dar continuidade ao estudo. Com o auxílio do transferidor, os alunos deverão dividir os ângulos de cada vértice ao meio, traçando as bissetrizes correspondentes.

5. Nessa etapa, o professor atuará como mediador, acompanhando e verificando se os alunos realizam as medições de forma correta e precisa. Além disso, poderá conduzir uma reflexão sobre o ponto de interseção das bissetrizes traçadas em cada figura. Tal ponto, conhecido como incentro, é equidistante dos lados do triângulo e representa uma aplicação prática do conceito de lugar geométrico, contribuindo para o aprofundamento da compreensão dos alunos sobre as propriedades da geometria plana.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

3.12 8º ano - aula 3 - Área de figuras planas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo de áreas de figuras geométricas, utilizando expressões apropriadas para quadriláteros e triângulos, aplicando esses conhecimentos a contextos práticos, como a determinação de medidas de terrenos. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas no caderno. Em seguida, deverão calcular a área de cada peça, aplicando as expressões matemáticas correspondentes ao tipo de figura, de modo a desenvolver a compreensão das fórmulas de área e sua aplicação em contextos concretos.

Plano de aula 3 - 8º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.

Habilidade: (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar a medida de terrenos.

Objetivos: saber aplicar fórmulas para calcular áreas de figuras planas em situações contextualizadas; interpretar enunciados e resolver problemas que envolvam áreas de terrenos ou objetos do cotidiano; representar graficamente figuras geométricas, decompor figuras compostas em figuras simples e desenvolver raciocínio lógico.

Pré-requisitos: conhecer as figuras planas, compreender o que é medir uma superfície (área) e diferenciar área de perímetro, saber utilizar unidades de medida de área, como cm^2 , m^2 , km^2 , ha etc. e conhecer as fórmulas da área do triângulo e dos quadriláteros.

Observação: Cada aluno receberá um conjunto do jogo tangram e uma folha impressa com as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá retomar com os alunos as fórmulas utilizadas no cálculo da área de figuras planas, tais como triângulo, quadrado, retângulo e trapézio, reforçando também a distinção conceitual entre área (medida da superfície) e perímetro (medida do contorno). Além disso, é importante destacar que os polígonos podem ser decompostos em outras figuras geométricas menores, o que facilita o processo de cálculo da área em situações mais complexas. Essa retomada tem como propósito garantir que todos os alunos estejam munidos dos conhecimentos prévios essenciais à resolução dos problemas propostos ao longo da atividade.

2. Em seguida, o professor realizará a leitura e a explicação das atividades presentes na folha impressa, previamente distribuída aos alunos no início da aula. Com o auxílio da régua, os estudantes deverão realizar a medição das bases e das respectivas alturas das diferentes figuras geométricas que compõem o tangram, dando continuidade às atividades propostas. Durante todo o processo, o docente atuará como mediador, orientando e apoiando os alunos na realização das tarefas.

4. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor deverá conduzir a correção coletiva das tarefas propostas, utilizando o quadro para socializar os procedimentos de resolução. Durante esse momento, os alunos serão incentivados a compartilhar suas respostas, principalmente a atividade 3, promovendo a construção colaborativa do conhecimento. Caso os resultados apresentados por algum aluno estejam divergentes da correção, o professor o incentivará a identificar, por conta própria, o possível erro cometido. Se o estudante não conseguir localizá-lo, o docente analisará a resposta incorreta juntamente com a turma, utilizando o equívoco como uma oportunidade de aprendizagem e esclarecimento conceitual.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o seu envolvimento e compreensão das atividades.

Atividades com o Tangram - área de figuras planas (triângulos e quadriláteros)

1) Usando uma régua, meça os lados indicados na tabela dos polígonos que compõem o tangram e preencha a tabela abaixo com as medidas encontradas.

	Base	Altura
Triângulo Pequeno		
Triângulo médio		
Triângulo grande		
Quadrado		
Paralelogramo		

2) Com base nas medidas obtidas na atividade 1, calcule as áreas das figuras que formam o tangram em seu caderno e registre os resultados abaixo:

- a) Triângulo pequeno:
- b) Triângulo médio:
- c) Triângulo grande:
- d) Quadrado:
- e) Paralelogramo:

3) Siga o passo a passo para realizar a atividade 3.

* Imagine que cada peça do tangram representa um pedaço de terreno com um formato geométrico diferente.

* Escolha de 2 a 5 peças do tangram e junte-as para formar um terreno em forma de triângulo ou quadrilátero.

* Observando os resultados da atividade 2, some as áreas para descobrir a área total do seu "terreno".

* Com base na figura que você montou, crie um problema matemático que envolva o cálculo da área.

* Troque a sua figura com um colega. Agora, você deverá resolver o problema que ele criou e ele resolverá o seu.

* No final, conversem e comparem os resultados para ver se chegaram à mesma resposta.

3.13 9º ano - aula 1 - Semelhança de triângulos

Espera-se que os alunos, por meio da exploração dos triângulos presentes no tangram, reconheçam as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Plano de aula 1 - 9º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: semelhança de triângulos.

Habilidade: (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Objetivos: Identificar e compreender os critérios de semelhança de triângulos; aplicar os critérios em situações-problema e desenvolver raciocínio lógico e argumentação.

Pré-requisitos: É necessário que o aluno possua conhecimentos prévios sobre figuras geométricas planas, em especial os triângulos e seus elementos constituintes (lados, ângulos, vértices, altura, mediana, entre outros). Além disso, é fundamental que tenha noções básicas sobre ângulos e compreenda os conceitos de razão e proporção.

Observação: será entregue um tangram e uma folha impressa com a atividade proposta para cada aluno, descrita ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Selecionar os triângulos presentes no tangram e posicioná-los sobre a carteira de forma que fiquem na mesma orientação, numerando os lados para o preenchimento correto da tabela proposta (folha impressa entregue no início da aula).

2. Utilizando régua e transferidor, os alunos deverão preencher a tabela (folha impressa) com as medidas dos lados (em centímetros) e dos ângulos internos (em graus).

3. Após o preenchimento da tabela por todos os alunos, o professor deverá realizar a correção coletiva das medidas no quadro, com o objetivo de responder às questões propostas a partir das observações realizadas durante a atividade.

4. Após a análise dos dados já corrigidos e a resolução das questões propostas, os alunos deverão compartilhar suas respostas com a turma. A partir da mediação do professor, espera-se que consigam identificar as condições sob as quais os triângulos podem ser considerados semelhantes.

5. Em seguida, os alunos deverão observar todos os triângulos que compõem o tangram e refletir se todos eles são semelhantes entre si. A discussão em grupo, orientada pelo professor, deverá favorecer a compreensão das diferenças entre triângulos semelhantes e triângulos congruentes, promovendo a distinção conceitual entre essas duas noções fundamentais da geometria.

6. Concluída a atividade, o professor apresentará na lousa os casos de semelhança entre triângulos, ilustrando cada um deles a partir dos triângulos presentes no tangram, de modo a evidenciar visualmente as condições que caracterizam a semelhança.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - semelhança de triângulos

1) Utilizando régua e transferidor, preencha a tabela abaixo, aguarde a correção feita pelo professor, em seguida, analisando os dados da tabela já corrigidos, responda às questões a, b e c:

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
Triângulo Pequeno						
Triângulo médio						
Triângulo grande						

- Quais observações podem ser feitas em relação às medidas dos ângulos correspondentes dos três triângulos?
- Foi possível identificar alguma relação entre os lados correspondentes dos triângulos? Em caso afirmativo, qual ou quais relações foram observadas?
- Agora, compare a medida dos lados correspondentes do triângulo maior com o menor. O que vocês observaram?

3.14 9º ano - aula 2 - Relações métricas no triângulo retângulo

Espera-se que o aluno seja capaz de demonstrar as relações métricas em triângulos retângulos, incluindo o Teorema de Pitágoras, utilizando a semelhança de triângulos como ferramenta para a comprovação dessas relações. No contexto do tangram, os alunos deverão aplicar esses conceitos às peças triangulares, identificando os triângulos retângulos formados pelas peças e explorando as relações métricas entre os lados desses triângulos. Deverão, assim, utilizar o Teorema de Pitágoras e a semelhança de triângulos para calcular as medidas dos lados e verificar a consistência das propriedades geométricas observadas nas peças do tangram.

Plano de aula 2 - 9º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.

Habilidade: (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

Objetivos: Compreender e demonstrar o Teorema de Pitágoras por meio da semelhança de triângulos; aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas práticos envolvendo triângulos retângulo e explorar relações métricas no triângulo retângulo, desenvolvendo o raciocínio geométrico e algébrico.

Pré-requisitos: Conhecimento básico sobre ângulos, triângulos, semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo.

Observação: será entregue um tangram e uma folha impressa com a atividade proposta para cada aluno, descrita ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Posicionar os três triângulos (pequeno, médio e grande) do tangram na mesma orientação sobre a carteira.

2. Com o uso de régua e transferidor, os estudantes deverão preencher a tabela proposta, registrando as medidas dos lados e da altura relativa ao ângulo de 90° (em centímetros) dos triângulos que compõem o tangram, sendo solicitado que representem graficamente essa altura em cada triângulo. Na sequência, deverão medir os ângulos internos (em graus) e anotá-los diretamente nas respectivas figuras, posicionando os valores nos vértices correspondentes.

3. Após o preenchimento da tabela por todos os alunos, o professor deverá proceder à correção coletiva das medidas no quadro, com o intuito de responder às questões propostas com base nas observações realizadas durante a atividade. Ressalta-se a importância de que as medições utilizadas tenham sido previamente realizadas pelo professor com alto grau de precisão. Recomenda-se, ainda, que os alunos sejam orientados a corrigir suas anotações mesmo diante de pequenas discrepâncias,

como uma diferença de 1 milímetro, a fim de garantir a exatidão necessária para a conclusão adequada da atividade.

4. A partir da correção, os alunos serão orientados a responder às questões a, b e c da folha impressa.

5. Após a conclusão da atividade, os alunos serão convidados a apresentar suas conclusões, momento em que o professor intervirá, retomando os conceitos teóricos relacionados aos casos de semelhança de triângulos, assim como as relações métricas no triângulo retângulo, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos estudantes.

6. Com o objetivo de verificar a veracidade das relações métricas estudadas e praticar a aplicação dessas igualdades, os alunos deverão realizar os cálculos correspondentes utilizando as medidas do triângulo maior do Tangram. Ao final, espera-se que registrem uma conclusão reflexiva com base nos resultados obtidos, relacionando-os às propriedades exploradas ao longo da atividade.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e folha impressa com as atividades propostas.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - Relações métricas no triângulo retângulo

1) Utilizando régua e transferidor, preencha a tabela abaixo, aguarde a correção feita pelo professor, em seguida, analisando os dados da tabela já corrigidos, responda às questões a, b e c:

	Catetos	Hipotenusa	Altura	Projeção 1	Projeção 2
Triângulo Pequeno					
Triângulo médio					
Triângulo grande					

- O que você observou em relação aos ângulos correspondentes dos três triângulos?
- Foi possível identificar alguma relação entre os lados correspondentes dos triângulos (observe os lados dos triângulos pequeno e grande)? Em caso afirmativo, qual ou quais relações foram observadas?
- Esses triângulos são semelhantes. Justifique.
- Agora, analise as relações métricas nos triângulos do tangram e verifique se elas correspondem às fórmulas estudadas em sala.

3.15 9º ano - aula 3 - Distância entre dois pontos

Espera-se que o aluno seja capaz de determinar o ponto médio de um segmento de reta e calcular a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem recorrer ao uso de fórmulas. Para isso, os alunos utilizarão as peças do tangram disponibilizadas em papel quadriculado, identificando as coordenadas dos vértices das figuras. A partir dessas coordenadas, deverá calcular o ponto médio dos segmentos de reta e a distância entre os pontos, aplicando o raciocínio geométrico de forma intuitiva. Além disso, deverão aplicar esse conhecimento para calcular as medidas de perímetros e áreas de figuras planas formadas no plano cartesiano, utilizando a compreensão das relações espaciais entre os pontos e segmentos.

Plano de aula 3 - 9º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Distância entre pontos no plano cartesiano.

Habilidade: (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas,

e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Objetivos: Compreender os pontos no plano cartesiano, utilizando coordenadas; determinar, de forma gráfica e intuitiva, o ponto médio de um segmento de reta dado no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas algébricas; estimar e calcular a distância entre dois pontos com base em suas posições no plano cartesiano, por meio de raciocínio geométrico (sem recorrer a fórmulas); aplicar os conceitos de ponto médio e distância para resolver problemas geométricos, como o cálculo de perímetro e área de figuras planas desenhadas no plano cartesiano e desenvolver a visualização espacial, a capacidade de abstração e o raciocínio lógico por meio da análise de figuras geométricas em um sistema de eixos.

Pré-requisitos: Compreender o sistema de coordenadas cartesianas; noções básicas sobre segmentos de reta e figuras planas, saber calcular perímetro e área de figuras planas e ter habilidade para observar simetrias, regularidades e distâncias entre pontos no plano.

Observação: será disponibilizada aos alunos uma folha impressa contendo o tangram posicionado no plano cartesiano (figura 4.5), bem como as atividades propostas, as quais estão detalhadas no final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No início da aula, o professor realizará uma retomada conceitual acerca da identificação de coordenadas no plano cartesiano, com o objetivo de reativar conhecimentos prévios dos estudantes. Além disso, será promovida uma discussão sobre a noção de ponto médio entre dois pontos, privilegiando-se abordagens intuitivas e geométricas, sem, neste primeiro momento, recorrer diretamente à apresentação de fórmulas algébricas.

2. Na sequência, o docente entregará a cada estudante uma folha impressa contendo as atividades propostas, as quais estão descritas ao final deste plano de aula. Em seguida, procederá à leitura e à explicação detalhada de cada item, assegurando que todos compreendam as orientações e os objetivos das tarefas a serem realizadas.

3. Durante todo o desenvolvimento da aula, o professor circulará pela sala, atuando como mediador do processo de aprendizagem. Seu objetivo será acompanhar o trabalho dos estudantes, oferecendo suporte individualizado àqueles que apresentarem dificuldades, até que todos consigam realizar as atividades propostas de forma autônoma.

4. A aula será finalizada com uma correção coletiva realizada na lousa, momento em que o professor incentivará os alunos a compartilharem suas respostas e estratégias de resolução, com especial atenção à Atividade 3. Durante essa etapa, o docente retomará conceitos fundamentais, como área, perímetro, distância entre dois pontos e, sobretudo, o ponto médio. Caso os estudantes não consigam chegar autonomamente à fórmula do ponto médio a partir da análise das atividades, o professor a apresentará formalmente, promovendo a articulação entre a intuição geométrica e a generalização algébrica.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e folhas impressas com as atividades propostas.

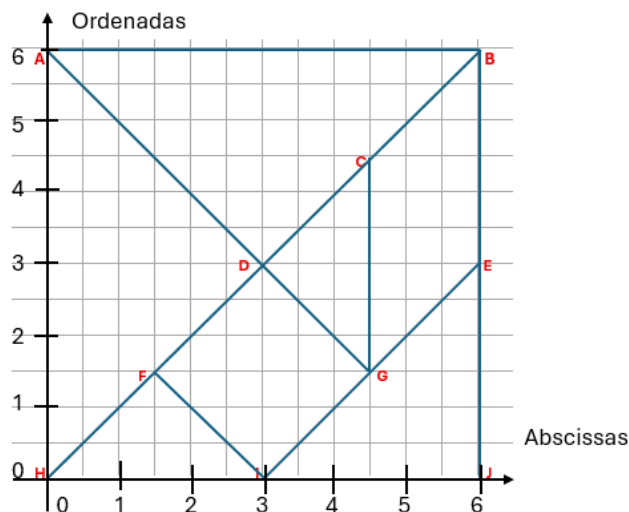
Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram no plano cartesiano

- 1) Observe a figura do Tangram posicionada sobre o plano cartesiano e anote as coordenadas de todos os vértices das figuras, como no exemplo abaixo: Exemplo: A (0, 6)
- 2) Calcule o ponto médio dos seguintes lados: a) Triângulo 1 – lado AB:
 - b) Triângulo 2 – lado AH:
 - c) Triângulo 6 – lado HI:
 - d) Triângulo 7 – lado EI:
 - e) Triângulo 3 – lado CG:
 - f) Quadrado 5 – lado FD:
 - g) Paralelogramo 4 – lado BE:
 - h) Quadrado maior (Tangram completo) – diagonal BH:
- 3) Agora, observe os dados da Atividade 1 (coordenadas dos vértices) e compare-os com os pontos médios que você calculou na Atividade 2 e responda:

- a) Existe alguma relação entre os vértices usados e o ponto médio obtido?
- b) O ponto médio sempre está entre os dois vértices utilizados?
- c) As coordenadas do ponto médio são a média dos valores dos vértices?
- d) Ele pode ser visto como o "centro" do segmento de reta que liga os dois pontos?
- e) Explique com suas palavras o que você percebeu sobre a relação entre os vértices de cada lado em relação ao ponto médio que você encontrou.
- 4) Considere que cada lado do quadrado do plano cartesiano mede 1 unidade. Calcule a distância entre os pontos:
- A e B
 - A e H
 - H e I
 - I e J
 - J e E
 - B e E
 - G e C
 - F e I
- 5) Sabendo que cada quadradinho do plano mede 1 unidade, calcule o perímetro de cada peça do Tangram:
- Triângulo 1
- Triângulo 2
- Triângulo 3
- Triângulo 6
- Triângulo 7
- Quadrado 5
- Paralelogramo 4
- 6) Sabendo que cada quadradinho do plano mede 1 unidade de área, calcule a área de cada peça do Tangram:
- Triângulo 1
- Triângulo 2
- Triângulo 3
- Triângulo 6
- Triângulo 7
- Quadrado 5
- Paralelogramo 4

Figura 18: Tangram no plano cartesiano. Fonte: autora



4 Conclusão

Conclui-se que o produto educacional desenvolvido contribui para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ao propor atividades práticas organizadas em uma seqüência didática que utiliza o Tangram como material concreto de baixo custo. A articulação entre fundamentos matemáticos e práticas pedagógicas voltadas à participação ativa dos estudantes favoreceu a construção significativa dos conceitos.

Os resultados obtidos indicam que o uso do Tangram constitui uma ferramenta pedagógica relevante para o desenvolvimento do pensamento matemático, contemplando habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Tal evidência reforça a importância do uso de materiais manipulativos no ensino da Matemática, ao possibilitar a concretização de conceitos e a ampliação do significado atribuído ao conhecimento.

Observou-se, ainda, que as atividades propostas promoveram maior participação e engajamento dos estudantes. Contudo, reconhecem-se limitações quanto à aplicação contínua dessas práticas, em função do tempo disponível e da extensão dos conteúdos previstos ao longo do ano letivo. Ainda assim, destaca-se o potencial das atividades práticas como estratégia motivadora e facilitadora da aprendizagem.

Nesse contexto, os planos de aula e as atividades elaboradas, alinhados às habilidades previstas na BNCC e no Currículo Paulista, configuram-se como subsídios para a prática docente, podendo ser adaptados conforme as especificidades de cada realidade escolar.

Por fim, espera-se que este estudo contribua para o aprimoramento das práticas pedagógicas no ensino da Matemática, incentivando o uso de materiais manipulativos e estimulando o desenvolvimento de novas pesquisas e experiências didáticas que explorem recursos lúdicos como estratégias para uma aprendizagem mais significativa.

5 Agradecimento

Agradece-se à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, por meio da concessão de bolsa, que possibilitou a realização desta pesquisa.

Referências

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.
- [2] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo Paulista*. São Paulo: SEE, 2019.
- [3] REIS, L. R. da. *Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção*. Brasília, 2005. 12 p. Monografia (Graduação).
- [4] D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.
- [5] DIAS, I. C. et al. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 2*. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135115/1166663.pdf>. Acesso em: 01 abr. 2026.
- [6] LIMA, Elon Lages et al. *Temas e Problemas Elementares*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2005.
- [7] PIRES, Magna Natália Marin; TRECENTI, Marilda; KOCH, N. T. O. *Área de Conhecimento: Matemática*. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009.
- [8] SLOCUM, J.; BOTERMANS, J. *The Tangram Book: the story of the Chinese puzzle with over 2000 puzzles to solve*. New York: Sterling Publishing, 2004. ISBN 9781402702626.
- [9] PONTE, João Pedro da et al. *Ensino da matemática: fundamentos e práticas*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2012.

- [10] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 3, 6º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137969/1261814.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [11] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 4, 6º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/146052/1369041.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [12] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 1, 7º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132643/1138013.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [13] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 2, 7º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135115/1166663.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [14] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 3, 8º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137973/1261836.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [15] SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo em Ação: livro do estudante, volume 4, 8º ano*. São Paulo: SEE, 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/143250/1340067.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.