



UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

REGINA NEGRINI

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA – CONEXÕES ENTRE GEOMETRIA E
ÁLGEBRA

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry

CHAPECÓ - SC
2026

Título do produto educacional: SEQUÊNCIA DIDÁTICA: USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA – CONEXÕES ENTRE GEOMETRIA E ÁLGEBRA

Título da dissertação: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA MEDIADA PELO GEOGEBRA: ARTICULAÇÕES ENTRE GEOMETRIA E ÁLGEBRA

Autor(a): Regina Negrini

Orientador(a): Prof. Dr. Vitor José Petry

1. APRESENTAÇÃO

Cara Professora, Caro Professor,

Compartilho com você este material, elaborado a partir da minha dissertação desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), com o propósito de contribuir para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Este Produto Educacional tem como objetivo oferecer subsídios teóricos e práticos para o uso pedagógico do GeoGebra, buscando favorecer a aprendizagem significativa (AS) de conceitos geométricos e algébricos por meio da articulação entre diferentes representações matemáticas.

A proposta fundamenta-se nos princípios da AS formulados por David Ausubel, segundo os quais novos conhecimentos são mais bem assimilados quando se relacionam, de forma substantiva, aos conhecimentos prévios dos estudantes. Nesse sentido, o uso de tecnologias digitais (TD), aliado a abordagens investigativas e exploratórias, pode potencializar a compreensão conceitual, a visualização matemática e a construção de significados mais consistentes.

O material resulta de uma pesquisa realizada com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, envolvendo a elaboração e aplicação de uma sequência didática que integra Geometria e Álgebra por meio de atividades exploratórias no ambiente digital do GeoGebra. A experiência evidenciou que a utilização planejada desse recurso favorece a participação ativa dos estudantes, estimula a investigação matemática e contribui para o desenvolvimento de conceitos estruturantes da Geometria Plana, como razão, proporcionalidade, semelhança de triângulos e relações métricas.

Assim, este Produto Educacional pretende apoiar professores que desejam integrar TD ao ensino de Matemática de forma crítica e significativa, oferecendo possibilidades didáticas que valorizem a investigação, a articulação entre representações matemáticas e a construção ativa do conhecimento pelos estudantes. Espero que este material possa inspirar reflexões, adaptações e novas práticas pedagógicas, contribuindo para um ensino de Matemática mais integrado, contextualizado e significativo.

2. ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Este Produto Educacional fundamenta-se nas orientações curriculares nacionais expressas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997), bem como na organização pedagógica prevista na Matriz Curricular Gaúcha (Rio Grande do Sul, 2025). Tais referenciais orientam o desenvolvimento do raciocínio matemático, a resolução de problemas, a articulação entre diferentes representações e o uso pedagógico das tecnologias digitais no ensino de Matemática.

As atividades propostas foram desenvolvidas com o uso do software GeoGebra, compreendido como um recurso didático que favorece a visualização, a experimentação e a exploração dinâmica de conceitos matemáticos (Hohenwarter; Lavicza, 2007). A utilização desse ambiente digital possibilita integrar representações geométricas e algébricas, contribuindo para a construção de significados e para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais investigativa e participativa (Borba; Penteado, 2016).

A proposta metodológica baseia-se na integração de diferentes estratégias didáticas, entendidas como complementares para favorecer a aprendizagem significativa em Matemática, especialmente na articulação entre Geometria e Álgebra mediada por tecnologias digitais (Moran, 2015). Nesse processo, a análise e sistematização das práticas pedagógicas foram orientadas pela perspectiva da Análise de Conteúdo, conforme Bardin (2011), permitindo organizar e interpretar os dados de forma rigorosa e coerente com os objetivos investigativos.

Inicialmente, destaca-se a aula expositiva dialogada, utilizada para introdução, problematização e sistematização dos conceitos matemáticos. Nessa abordagem, o professor atua como mediador do processo de aprendizagem, incentivando a participação ativa dos estudantes, a mobilização de conhecimentos prévios e a construção progressiva dos conceitos (Vygotsky, 1998).

Associada a essa estratégia, recomenda-se a resolução de exercícios e problemas contextualizados, prática amplamente indicada nos documentos curriculares nacionais como essencial ao desenvolvimento do pensamento matemático, da autonomia intelectual e da capacidade argumentativa (Brasil, 1997; Brasil, 2018). Essa abordagem favorece a consolidação conceitual e a aplicação dos conhecimentos em diferentes contextos.

O estudo individual orientado constitui outra estratégia relevante, possibilitando ao estudante refletir sobre os conceitos, registrar procedimentos e desenvolver autonomia intelectual. Paralelamente, o estudo interativo e colaborativo é incentivado, sobretudo nas

atividades investigativas realizadas com o recurso digital, nas quais a troca de ideias, a argumentação e a construção coletiva favorecem a aprendizagem (Borba; Penteado, 2016).

Propõe-se também a articulação entre estudos individuais e coletivos, permitindo integrar momentos de reflexão pessoal, discussão em grupo e sistematização coletiva dos conceitos. Essa dinâmica contribui para contemplar a heterogeneidade das turmas e valorizar diferentes formas de aprendizagem (Moran, 2015).

Como estratégia organizadora do ensino, sugere-se a utilização de sequências didáticas estruturadas, compostas por atividades progressivas que priorizem exploração, formulação de conjecturas, validação de resultados e sistematização conceitual (Dolz; Schneuwly, 2004). Essas sequências podem ser articuladas com metodologias ativas, como a sala de aula invertida, favorecendo maior protagonismo estudantil e aprofundamento conceitual (Bergmann; Sams, 2012).

No que se refere à sistematização dos conceitos, recomenda-se a elaboração de sínteses coletivas, registros escritos, construções digitais e discussões orientadas, visando promover a articulação entre representações geométricas, algébricas e simbólicas. Essa etapa é fundamental para a consolidação dos conhecimentos e para a construção de significados matemáticos mais consistentes (Vygotsky, 1998; Bardin, 2011).

Quanto ao público-alvo, este Produto Educacional destina-se prioritariamente a professores e estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, podendo ser adaptado a outras etapas da Educação Básica conforme os objetivos pedagógicos e as especificidades do contexto escolar.

Em síntese, as orientações metodológicas aqui apresentadas priorizam práticas investigativas, resolução de problemas, uso pedagógico de tecnologias digitais e articulação entre diferentes representações matemáticas, buscando promover uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e alinhada às diretrizes curriculares vigentes.

3. CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O presente Produto Educacional configura-se como uma proposta didático-pedagógica estruturada para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, articulando de forma intrínseca os domínios da Geometria e da Álgebra por meio de sequências didáticas investigativas. A concepção deste material fundamenta-se na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), conforme os pressupostos de Ausubel (1963; 2003), ao priorizar a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de novos significados mediante relações não arbitrárias e substantivas entre os conceitos matemáticos. Nesse processo, dialoga-se também com as contribuições de Novak (2010), especialmente no que tange à negociação de significados e à integração conceitual, elementos essenciais para que o estudante organize sua estrutura cognitiva de forma hierárquica e relacional.

A organização metodológica das atividades foi pensada para o contexto da escola pública, ocorrendo tanto em aulas regulares quanto em momentos de turno inverso, o que assegura o tempo necessário para a exploração, a investigação e a consolidação dos conteúdos. As aulas contemplam momentos de exposição dialogada, discussão coletiva e resolução de problemas, em consonância com abordagens de aprendizagem ativa. Sob essa ótica, o professor assume o papel de mediador, promovendo a problematização e a argumentação matemática, conforme orientam os estudos de Almeida e Valente (2011) sobre a prática docente e a integração das tecnologias digitais ao currículo. A tecnologia, portanto, não é um adendo, mas um elemento estruturante da mediação pedagógica.

No que tange aos recursos, a proposta utiliza o Chromebook institucional como suporte para o acesso ao software GeoGebra, ferramenta central deste produto. O uso desse ambiente de geometria dinâmica favorece a construção e a manipulação de objetos, permitindo a visualização articulada de diferentes representações — algébricas e geométricas — e potencializando a formulação de conjecturas e a validação de resultados em tempo real. Para garantir o rigor na avaliação das aprendizagens e na organização das produções dos estudantes, o produto adota os preceitos da Análise de Conteúdo sistematizada por Bardin (2011). Essa abordagem permite a categorização e a interpretação dos registros escritos e digitais, evidenciando a evolução do raciocínio matemático e a integração dos conceitos abordados.

O material didático aqui apresentado compõe-se de construções interativas, atividades realizadas no GeoGebra, roteiros de atividades investigativas e propostas de resolução de problemas. Tais elementos buscam subsidiar o trabalho docente e qualificar o ensino de Matemática, promovendo uma compreensão conceitual profunda. Ao articular fundamentos

teóricos sólidos, mediação pedagógica intencional e o uso reflexivo das TD, este Produto Educacional visa, em última análise, fomentar o desenvolvimento do pensamento matemático crítico e autônomo nos estudantes.

4. ATIVIDADES DE ENSINO

Esta seção apresenta, de forma detalhada, a sequência didática planejada para uma implementação composta por 20 aulas de 50 minutos cada, organizadas em três módulos interdependentes e articulados progressivamente. O objetivo central é oferecer aos estudantes uma base conceitual sólida para o estudo de Razões e Proporções, do Teorema de Tales e das Relações Métricas no Triângulo Retângulo, tendo o GeoGebra como ambiente de experimentação, investigação e validação matemática. A proposta não se limita à aplicação de procedimentos algébricos, mas busca promover a compreensão estrutural das relações proporcionais que fundamentam esses conteúdos.

O planejamento está fundamentado nos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), desenvolvida por David Ausubel (2003). Nessa perspectiva, o ensino é organizado de modo a favorecer a ancoragem de novos conhecimentos em estruturas cognitivas já existentes. Assim, os conceitos iniciais de razão e divisão são mobilizados como subsunçores para sustentar a compreensão de estruturas matemáticas mais complexas. A organização hierárquica dos conteúdos respeita o princípio da diferenciação progressiva: o estudante parte da razão entre números e segmentos simples, avança para a compreensão da proporcionalidade em feixes de retas paralelas — formalizada no Teorema de Tales — e culmina na análise das proporções específicas presentes no triângulo retângulo. Ao longo desse percurso, promove-se também a reconciliação integrativa, permitindo que o estudante perceba que a semelhança de triângulos e as relações métricas não constituem fórmulas isoladas, mas desdobramentos lógicos do conceito de proporção.

Nesse contexto, o GeoGebra assume o papel de recurso mediador do processo cognitivo. O software possibilita a visualização dinâmica das construções geométricas e a observação, em tempo real, da invariância das razões. Ao manipular pontos, segmentos e controles deslizantes, o estudante constata que, embora as medidas variem, determinadas relações permanecem constantes. Essa percepção da invariância constitui um passo essencial para o desenvolvimento da abstração matemática, pois desloca o foco do valor numérico isolado para a relação estrutural entre grandezas.

O Módulo I, intitulado “A Linguagem das Razões e Proporções”, dedica-se à exploração inicial da razão como comparação multiplicativa. As atividades articulam aritmética e geometria por meio da construção de segmentos dinâmicos no GeoGebra, nos quais os estudantes investigam frações, escalas e divisões proporcionais de espaços. Esse momento

consolida a compreensão da razão como divisão entre grandezas de mesma natureza e estabelece as bases conceituais para os módulos seguintes.

No Módulo II, “O Teorema de Tales e a Generalização da Proporção”, o foco desloca-se para a investigação de feixes de retas paralelas cortadas por transversais. Por meio de construções dinâmicas, os estudantes verificam empiricamente que as razões entre segmentos correspondentes permanecem constantes, mesmo com a movimentação dos pontos. A formalização do Teorema de Tales emerge, assim, da observação sistemática da invariância geométrica, fortalecendo a compreensão da proporcionalidade como propriedade estrutural das figuras.

O Módulo III, “O Triângulo Retângulo e suas Relações Métricas”, representa o ápice da sequência didática. Nele, o triângulo retângulo é decomposto a partir da construção da altura relativa à hipotenusa, evidenciando a formação de triângulos semelhantes. A exploração visual no GeoGebra permite deduzir as relações métricas — como $h^2 = m \cdot n$, $b^2 = a \cdot n$ e $c^2 = a \cdot m$ — e compreender o Teorema de Pitágoras como consequência natural da proporcionalidade e da semelhança de triângulos. Desse modo, o estudante integra conceitos previamente construídos e reconhece a coerência interna do sistema matemático estudado.

Ao final da implementação, espera-se que os estudantes tenham desenvolvido não apenas domínio procedimental, mas uma compreensão significativa das relações proporcionais que estruturam a Geometria Plana, reconhecendo-as como extensões articuladas de um mesmo núcleo conceitual: a razão como comparação multiplicativa entre grandezas.

Módulo I: A Linguagem das Razões e Proporções

Plano de Aula 1 – Introdução à Razão

- **Objetivo:** Reconhecer a divisão como base da razão e aplicá-la em situações cotidianas.
- **Atividades:**
 - Contextualização com exemplos rurais (galinhas e galos, sementes, mourões, defensivos naturais).
 - Medição prática de objetos e cálculo da razão.
 - Construção de segmentos no GeoGebra e manipulação de razões (inteiras, não-inteiras, menores que 1).
 - Discussão final integrando exemplos práticos e registros no caderno.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Identificação da divisão como operação matemática fundamental para a razão.

• **Diferenciação Progressiva:** Interpretação de razões inteiras, não-inteiras e menores que 1 em exemplos práticos e no GeoGebra.

• **Reconciliação Integrativa:** Conexão entre cálculos realizados no software e situações reais (sementes, mourões, defensivos naturais).

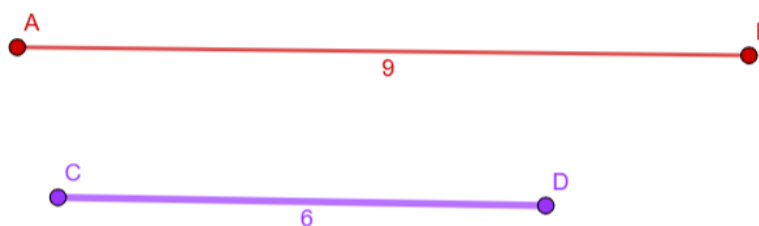
• **Passo a passo no GeoGebra**

Etapa	Objetivo	Comando na Barra de Entrada	Descrição do que acontece
1	Criar ponto A	$A = (0,0)$	Cria o ponto A na origem do plano cartesiano
2	Criar ponto B	$B = (9,0)$	Cria o ponto B a 9 unidades do ponto A
3	Construir segmento $\overline{AB}$	Segmento (A, B)	Constrói o segmento de comprimento 9
4	Calcular comprimento de $\overline{AB}$	$a = \text{Distância (A, B)}$	Determina numericamente o valor 9
5	Criar ponto C	$C = (0,-3)$	Cria ponto abaixo do segmento AB
6	Criar ponto D	$D = (6,-3)$	Cria ponto a 6 unidades de C
7	Construir segmento $\overline{CD}$	Segmento (C, D)	Constrói o segmento de comprimento 6
8	Calcular comprimento de $\overline{CD}$	$b = \text{Distância (C, D)}$	Determina numericamente o valor 6
9	Calcular a razão	$r = \frac{a}{b}$	Calcula a razão entre os segmentos (1,5)
10	Exibir razão em forma fracionária	$r = \text{Fração } (\frac{a}{b})$	Mostra a razão como $\frac{9}{6}$
11	Inserir texto explicativo	Ferramenta Texto (ABC)	Permite inserir explicações na tela
12	Inserir fórmula em <i>LaTeX</i>	$r = \frac{9}{6} = 1,5$	Exibe a expressão matemática formatada

Introdução à razão

Dados os segmentos $AB = 9$ cm e $CD = 6$ cm

$$r = \text{Razão} = \frac{9}{6} = 1,5$$



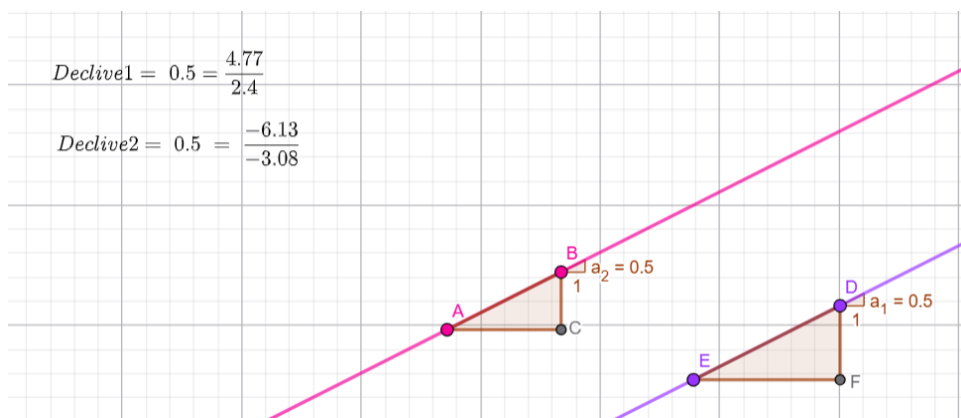
Plano de Aula 2 – Razão na Malha Cartesiana

- **Objetivo:** Compreender a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ como coeficiente angular (m).
- **Atividades:**
 - Construção do segmento de reta $\overline{AB}$ no plano cartesiano.
 - Visualização do “triângulo de inclinação” e cálculo de m .
 - Exploração da invariância da razão ao mover pontos.
 - Investigação do paralelismo (retas com mesmo coeficiente angular).
 - Avaliação prática: criar retas com inclinações específicas e justificar paralelismo.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Reconhecimento da variação horizontal e vertical como base para medir inclinação.
- **Diferenciação Progressiva:** Exploração da invariância da razão ao mover pontos e análise de casos de coeficiente positivo, negativo, nulo e indefinido.
- **Reconciliação Integrativa:** Aplicação do conceito de coeficiente angular para justificar paralelismo entre retas.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando na Barra de Entrada	Explicação
1	A = (1,1)	Cria o ponto A.
2	B = (5,3)	Cria o ponto B.
3	RetaAB = Reta[A,B]	Traça a reta AB.
4	C = (5,1)	Cria ponto C para formar o triângulo de inclinação.
5	P ₁ = Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC preenchido.
6	DeltaX = x(B) - x(A)	Calcula Δx .
7	DeltaY = y(B) - y(A)	Calcula Δy .
8	m = DeltaY / DeltaX	Calcula o coeficiente angular da reta AB.
9	D = (-2,0)	Cria ponto D.
10	Reta Paralela = Paralela[D,RetaAB]	Cria reta paralela a AB passando por D.
11	E = (-6,-2)	Cria ponto E na nova reta.
12	F = (-6,0)	Cria ponto F para formar o triângulo de inclinação da segunda reta.
13	P ₂ = Polígono[D,E,F]	Cria o triângulo DEF preenchido.
14	DeltaX2 = x(E) - x(D)	Calcula Δx_2 .
15	DeltaY2 = y(E) - y(D)	Calcula Δy_2 .
16	m2 = DeltaY2 / DeltaX2	Calcula o coeficiente angular da reta paralela.



Plano de Aula 3 – Razão de Divisão de Segmento

• **Objetivo:** Aplicar a razão $m:n$ para localizar pontos em segmentos, incluindo o ponto médio.

• **Atividades:**

- Problema contextual (divisão de terreno ou cerca).
- Construção de segmento $\overline{AB}$ e uso de controles deslizantes para m e n .
- Cálculo da posição fracionária de $P = \frac{m}{m+n}$.
- Exploração dinâmica variando m e n .
- Caso especial: ponto médio quando $m = n$.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Compreensão da soma das partes $(m + n)$ como total do segmento.
- **Diferenciação Progressiva:** Manipulação dinâmica de m e n no GeoGebra para observar deslocamento do ponto P .
- **Reconciliação Integrativa:** Generalização do ponto médio como caso especial da razão 1: 1, relacionando cálculo algébrico e posicionamento geométrico.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando na Barra de Entrada	Explicação
1	Criar controle deslizante m	Menu → Inserir → Controle deslizante → Nome: m , Intervalo: 0 a 10, Passo: 1.
2	Criar controle deslizante n	Menu → Inserir → Controle deslizante → Nome: n , Intervalo: 0 a 10, Passo: 1.
3	$A = (2,2)$	Cria o ponto inicial A .
4	$B = (10,6)$	Cria o ponto final B .
5	Segmento[A,B]	Desenha o segmento AB .
6	$m = 1$	Define a parte da razão correspondente a P .
7	$n = 3$	Define a parte da razão correspondente a M .

Etapa	Comando na Barra de Entrada	Explicação
1	Criar controle deslizante m	Menu → Inserir → Controle deslizante → Nome: m, Intervalo: 0 a 10, Passo: 1.
2	Criar controle deslizante n	Menu → Inserir → Controle deslizante → Nome: n, Intervalo: 0 a 10, Passo: 1.
8	$T = m + n$	Soma total da razão.
9	$t = m / T$	Calcula a fração da divisão (posição relativa de P).
10	$P = A + t.(B - A)$	Cria o ponto P que divide AB na razão m:n.
11	$M = \left(\frac{(x(A)+x(B))/2}{2}, \frac{(y(A)+y(B))/2}{2} \right)$	Cria ponto M como referência (pode ser o ponto médio ou outro ponto auxiliar).
12	Texto = ["m=1", (x(P), y(P)+0.5)]	Insere rótulo visual para m.
13	Texto = ["n=3", (x(M), y(M)+0.5)]	Insere rótulo visual para n.

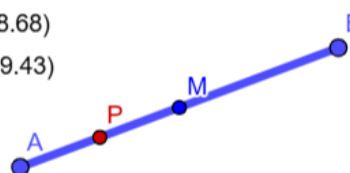
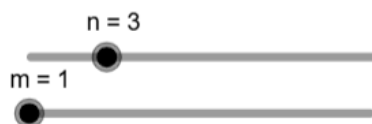
$$m = 1 \quad n = 3$$

$$T = m + n = 1 + 3 = 4$$

$$t = \frac{m}{T} = \frac{1}{4}$$

$$P = (10.15, 8.68)$$

$$M = (12.15, 9.43)$$



Plano de Aula 4 – Proporção e Fator de Escala

- **Objetivo:** Entender o fator de escala (k) como razão multiplicativa que mantém semelhança.
- **Atividades:**
 - Construção de polígono base e cálculo de área/perímetro.
 - Aplicação de homotetia com fator k .
 - Comparação entre razão de perímetros (k) e razão de áreas (k^2).
 - Discussão sobre mapas e plantas.
 - Avaliação: criar polígono ampliado com área 4 vezes maior e justificar o fator k .

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Reconhecimento do fator k como multiplicação aplicada às dimensões lineares.
- **Diferenciação Progressiva:** Comparação entre razão de perímetros (k) e razão de áreas (k^2) no GeoGebra.

• **Reconciliação Integrativa:** Aplicação em mapas e plantas, conectando cálculos matemáticos à representação espacial real.

• **Comando no GeoGebra**

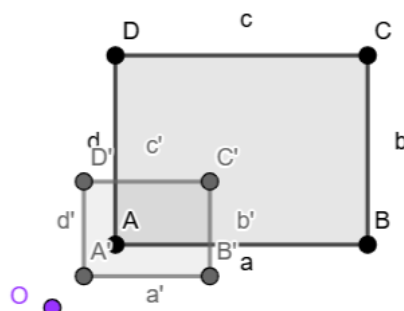
Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o vértice A do quadrado maior.
2	$B = (4,0)$	Cria o vértice B.
3	$C = (4,4)$	Cria o vértice C.
4	$D = (0,4)$	Cria o vértice D.
5	Polígono[A,B,C,D]	Cria o quadrado maior (P1).
6	Criar controle deslizante k	Menu → Inserir → Controle deslizante → Nome: k, Intervalo: 0 a 1, Passo: 0.1.
7	$A' = ((1-k)*A + k*(2,2))$	Cria vértice A' do quadrado reduzido (centrado).
8	$B' = ((1-k)*B + k*(2,2))$	Cria vértice B'.
9	$C' = ((1-k)*C + k*(2,2))$	Cria vértice C'.
10	$D' = ((1-k)*D + k*(2,2))$	Cria vértice D'.
11	Polígono[A',B',C',D']	Cria o quadrado menor (P2).
12	$\text{ÁreaP1} = \text{Área}[\text{Polígono}[A,B,C,D]]$	Calcula área do quadrado maior.
13	$\text{ÁreaP2} = \text{Área}[\text{Polígono}[A',B',C',D']]$	Calcula área do quadrado menor.
14	$\text{PerímetroP1} = \text{Perímetro}[\text{Polígono}[A,B,C,D]]$	Calcula perímetro do quadrado maior.
15	$\text{PerímetroP2} = \text{Perímetro}[\text{Polígono}[A',B',C',D']]$	Calcula perímetro do quadrado menor.
16	Texto = ["Área P1 = " + ÁreaP1, (5,1)]	Exibe área do quadrado maior.
17	Texto = ["Área P2 = " + ÁreaP2, (5,2)]	Exibe área do quadrado menor.
18	Texto = ["Perímetro P1 = " + PerímetroP1, (5,3)]	Exibe perímetro do quadrado maior.
19	Texto = ["Perímetro P2 = " + PerímetroP2, (5,4)]	Exibe perímetro do quadrado menor.

k = 0.5



ÁreaP1 = 12

Área P2 = 3



PerímetroP1 = 14

Perímetro P2 = 7

Módulo II: O Teorema de Tales e a Generalização da Proporção

Plano de Aula 5 – Proporcionalidade em Triângulos (Teorema de Tales)

• **Objetivo:** Demonstrar proporcionalidade em triângulos e aplicar o Teorema de Tales.

• **Atividades:**

- Contextualização prática (medir altura de árvore com sombra).
- Revisão de retas paralelas e ângulos correspondentes.
- Construção de triângulo no GeoGebra.
- Investigação da igualdade entre razões de segmentos.
- Aplicação em problemas contextualizados.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Revisão de retas paralelas e ângulos correspondentes como base para semelhança.
- **Diferenciação Progressiva:** Investigação da igualdade entre razões de segmentos em triângulos construídos no GeoGebra.
- **Reconciliação Integrativa:** Aplicação prática em problemas contextualizados, como medir a altura de árvores ou postes por meio de sombras.
- **Comandos no GeoGebra**

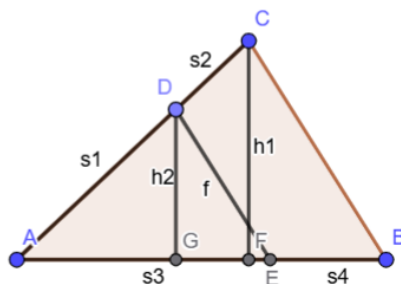
Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o vértice A do triângulo.
2	$B = (6,0)$	Cria o vértice B.
3	$C = (2,5)$	Cria o vértice C.
4	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC.
5	$D = (2,0)$	Cria ponto D sobre o lado AB.
6	$E = (4,0)$	Cria ponto E sobre o lado AB.
7	$F = (1,2)$	Cria ponto F dentro do triângulo.
8	$G = (3,2)$	Cria ponto G dentro do triângulo.
9	Segmento[A,D]	Desenha segmento AD.
10	Segmento[D,C]	Desenha segmento DC.
11	Segmento[A,E]	Desenha segmento AE.
12	Segmento[E,B]	Desenha segmento EB.
13	Segmento[F,G]	Desenha segmento interno FG.
14	$s1 = \text{Distância}[A,D]$	Calcula comprimento AD.
15	$s2 = \text{Distância}[D,C]$	Calcula comprimento DC.
16	$s3 = \text{Distância}[A,E]$	Calcula comprimento AE.
17	$s4 = \text{Distância}[E,B]$	Calcula comprimento EB.
18	$h1 = \text{Distância}[C, \text{Reta}[A,B]]$	Calcula altura do triângulo ABC a partir de C.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
19	$h2 = \text{Distância}[F, \text{Reta}[A,B]]$	Calcula altura do triângulo AFB a partir de F.
20	$\text{Razão1} = s1 / s2$	Calcula razão AD/DC.
21	$\text{Razão2} = s3 / s4$	Calcula razão AE/EB.
22	$\text{Razão3} = s1 / \text{Distância}[A,F]$	Exemplo de outra razão (ajustável conforme a construção).
23	$\text{Texto} = ["\text{Razão1} = " + \text{Razão1}, (7,1)]$	Exibe valor da Razão1.
24	$\text{Texto} = ["\text{Razão2} = " + \text{Razão2}, (7,2)]$	Exibe valor da Razão2.
25	$\text{Texto} = ["\text{Razão3} = " + \text{Razão3}, (7,3)]$	Exibe valor da Razão3.

$$\text{Razão1} = \frac{AD}{DC} = \frac{2.96}{1.35}$$

$$\text{Razão3} = \frac{2.96}{2.03} = 1.46$$

$$\text{Razão2} = \frac{AE}{EB} = \frac{3.43}{1.57}$$



Plano de Aula 6 – Fundamentos do Teorema de Tales (Feixe de Paralelas)

• **Objetivo:** Revisitar paralelismo e ângulos congruentes como subsunçores para justificar a semelhança de triângulos.

• **Atividades:**

- Contextualização: discussão sobre medir alturas de árvores ou silos usando sombras.
- Construção no GeoGebra: criação de transversais e segmentos paralelos.
- Observação: medir ângulos alternos internos e verificar sua invariância.

Dimensão Ausubeliana:

• **Subsunçor:** paralelismo e ângulos.

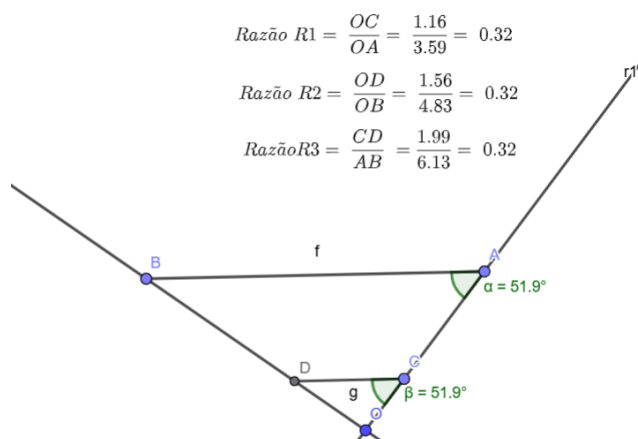
• **Diferenciação Progressiva:** manipulação de pontos e verificação da invariância angular.

• **Reconciliação Integrativa:** conexão entre semelhança de triângulos e proporcionalidade.

• **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o ponto A.
2	$B = (6,0)$	Cria o ponto B.
3	$C = (2,4)$	Cria o ponto C.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
4	D = (4,3)	Cria o ponto D.
5	O = (2,2)	Cria o ponto O (interno).
6	G = (3,1)	Cria o ponto G (interno).
7	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC.
8	Segmento[O,C]	Desenha segmento OC.
9	Segmento[O,A]	Desenha segmento OA.
10	Segmento[O,D]	Desenha segmento OD.
11	Segmento[O,B]	Desenha segmento OB.
12	Segmento[C,D]	Desenha segmento CD.
13	Segmento[A,B]	Desenha segmento AB.
14	R1 = Distância[O,C] / Distância[O,A]	Calcula razão OC/OA.
15	R2 = Distância[O,D] / Distância[O,B]	Calcula razão OD/OB.
16	R3 = Distância[C,D] / Distância[A,B]	Calcula razão CD/AB.
17	$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}[A,O,C]$	Calcula ângulo α .
18	$\beta = \hat{\text{Ângulo}}[B,O,D]$	Calcula ângulo β .
19	Texto = ["R1 = " + R1, (7,1)]	Exibe valor da razão R1.
20	Texto = ["R2 = " + R2, (7,2)]	Exibe valor da razão R2.
21	Texto = ["R3 = " + R3, (7,3)]	Exibe valor da razão R3.
22	Texto = [" α = " + α + "°", (7,4)]	Exibe valor do ângulo α .
23	Texto = [" β = " + β + "°", (7,5)]	Exibe valor do ângulo β .



Plano de Aula 7 – Proporcionalidade e Aplicações do Teorema de Tales

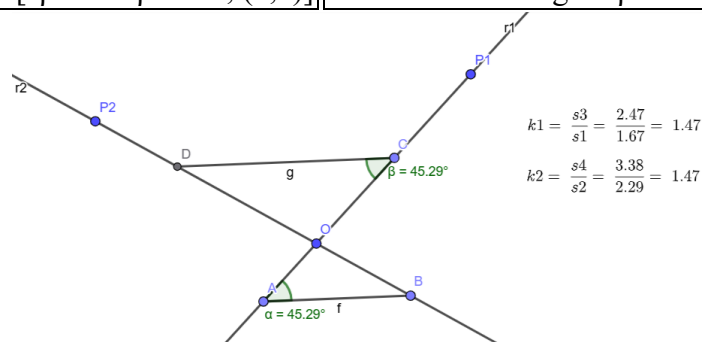
- **Objetivo:** Demonstrar que a semelhança implica proporção constante entre lados correspondentes.
- **Atividades:**
 - Medição de segmentos no GeoGebra e cálculo das razões.
 - Investigação dinâmica: mover pontos e observar que as razões permanecem iguais.

- Formalização: escrever o enunciado do Teorema de Tales.
- Aplicação prática: problema de divisão de lotes rurais, resolvido por proporção.

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** razão como divisão.
- **Diferenciação Progressiva:** cálculo de razões em diferentes configurações.
- **Reconciliação Integrativa:** aplicação em agrimensura e divisão de terras.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A.
2	B = (4,0)	Cria o ponto B.
3	C = (0,4)	Cria o ponto C.
4	D = (4,4)	Cria o ponto D.
5	O = (2,2)	Cria o ponto O (interno).
6	P1 = (1,1)	Cria ponto P1.
7	P2 = (3,3)	Cria ponto P2.
8	r1 = Reta[A,C]	Cria reta r1 passando por A e C.
9	r2 = Reta[B,D]	Cria reta r2 passando por B e D.
10	f = Segmento[A,B]	Cria segmento f (lado AB).
11	g = Segmento[D,C]	Cria segmento g (lado DC).
12	s1 = Distância[A,P1]	Calcula comprimento s1.
13	s2 = Distância[C,P2]	Calcula comprimento s2.
14	s3 = Distância[B,P1]	Calcula comprimento s3.
15	s4 = Distância[D,P2]	Calcula comprimento s4.
16	k1 = s3 / s1	Calcula razão k1.
17	k2 = s4 / s2	Calcula razão k2.
18	$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}[B,A,O]$	Calcula ângulo α em A.
19	$\beta = \hat{\text{Ângulo}}[D,C,O]$	Calcula ângulo β em C.
20	Texto=["k1 = " + k1, (5,1)]	Exibe valor da razão k1.
21	Texto=["k2 = " + k2, (5,2)]	Exibe valor da razão k2.
22	Texto=[" α = " + α + "°", (5,3)]	Exibe valor do ângulo α .
23	Texto=[" β = " + β + "°", (5,4)]	Exibe valor do ângulo β .



Plano de Aula 8 – Construção do Feixe de Paralelas

• **Objetivo:** Garantir o paralelismo perfeito como condição para a validade do Teorema de Tales.

• **Atividades:**

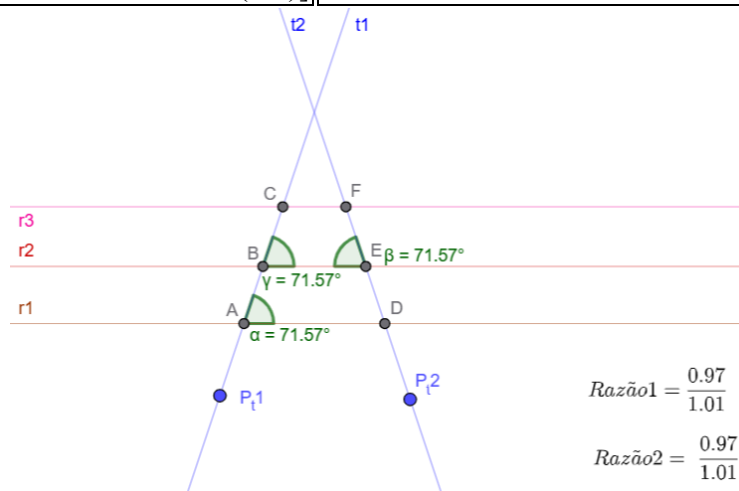
- Construção de feixe de paralelas no GeoGebra usando ferramenta dedicada.
- Teste de equidistância: medir distâncias entre paralelas e verificar constância.
- Criação de transversais e segmentos interceptados.
- Discussão: por que o rigor geométrico é essencial para a proporcionalidade.

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** conceito de paralelismo rigoroso.
- **Diferenciação Progressiva:** verificação da equidistância e invariância das razões.
- **Reconciliação Integrativa:** formalização da necessidade do paralelismo para Tales.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o ponto A.
2	$B = (2,0)$	Cria o ponto B.
3	$C = (0,2)$	Cria o ponto C.
4	$D = (2,2)$	Cria o ponto D.
5	$F = (1,4)$	Cria o ponto F.
6	$r1 = \text{Reta}[A,B]$	Cria a reta horizontal r1.
7	$r2 = \text{Reta}[C,D]$	Cria a reta horizontal r2.
8	$r3 = \text{Reta}[F,(3,4)]$	Cria a reta horizontal r3 passando por F.
9	$t1 = \text{Reta}[A,D]$	Cria a diagonal t1.
10	$t2 = \text{Reta}[B,C]$	Cria a diagonal t2.
11	$P1 = \text{Interseção}[t1,r2]$	Cria o ponto P1 na interseção de t1 com r2.
12	$P2 = \text{Interseção}[t2,r2]$	Cria o ponto P2 na interseção de t2 com r2.
13	$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}[B,A,C]$	Calcula o ângulo α em A.
14	$\gamma = \hat{\text{Ângulo}}[A,B,D]$	Calcula o ângulo γ em B.
15	$\varepsilon = \hat{\text{Ângulo}}[C,F,(3,4)]$	Calcula o ângulo ε em F.
16	$s1 = \text{Distância}[A,P1]$	Calcula comprimento s1.
17	$s2 = \text{Distância}[C,P2]$	Calcula comprimento s2.
18	$s3 = \text{Distância}[B,P1]$	Calcula comprimento s3.
19	$s4 = \text{Distância}[D,P2]$	Calcula comprimento s4.
20	$\text{Razão1} = s3 / s1$	Calcula a primeira razão.
21	$\text{Razão2} = s4 / s2$	Calcula a segunda razão.
22	$\text{Texto} = ["\alpha = " + \alpha + "^\circ", (5,1)]$	Exibe valor do ângulo α .
23	$\text{Texto} = ["\gamma = " + \gamma + "^\circ", (5,2)]$	Exibe valor do ângulo γ .

Etapa	Comando / Ação	Explicação
24	Texto= [" $\varepsilon = $ " + ε + "°", (5,3)]	Exibe valor do ângulo ε .
25	Texto= ["Razão1 = " + Razão1, (5,4)]	Exibe valor da Razão1.
26	Texto= ["Razão2 = " + Razão2, (5,5)]	Exibe valor da Razão2.



Plano de Aula 9– Verificação Experimental do Teorema de Tales

• **Objetivo:** Validar empiricamente a lei da proporção por meio de medições no GeoGebra.

• **Atividades:**

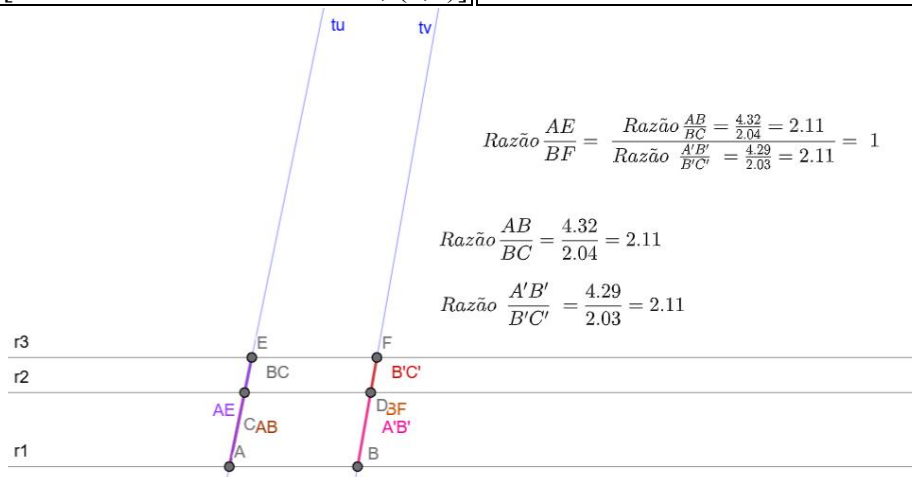
- Reconstrução do feixe de paralelas com transversais.
- Medição de segmentos e cálculo das razões parciais.
- Investigação dinâmica: mover transversais e observar invariância das razões.
- Aplicação contextualizada: problema da cerca rural (cálculo de medida desconhecida).

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** paralelismo como garantia da proporção.
- **Diferenciação Progressiva:** cálculo e comparação de razões parciais e totais.
- **Reconciliação Integrativa:** aplicação prática em medições indiretas.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A na reta inferior r1.
2	B = (4,0)	Cria o ponto B na reta inferior r1.
3	E = (0,2)	Cria o ponto E na reta intermediária r2.
4	F = (4,2)	Cria o ponto F na reta intermediária r2.
5	r1 = Reta[A,B]	Cria a reta horizontal inferior r1.
6	r2 = Reta[E,F]	Cria a reta horizontal intermediária r2.
7	r3 = Paralela[r1,E]	Cria a reta horizontal superior r3.
8	tu = Reta[A,E]	Cria a vertical tu.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
9	tv = Reta[B,F]	Cria a vertical tv.
10	Segmento[A,E]	Cria o segmento AE (cor roxa).
11	Segmento[B,F]	Cria o segmento BF (cor vermelha).
12	Segmento[A,B]	Cria o segmento AB (cor laranja).
13	Segmento[E,F]	Cria o segmento EF (cor preta).
14	sAE = Distância[A,E]	Calcula comprimento AE.
15	sBF = Distância[B,F]	Calcula comprimento BF.
16	sAB = Distância[A,B]	Calcula comprimento AB.
17	sEF = Distância[E,F]	Calcula comprimento EF.
18	Razão1 = sAE / sBF	Calcula razão AE/BF.
19	Razão2 = sAB / sEF	Calcula razão AB/EF.
20	Texto=["Razão AE/BF = " + Razão1, (5,1)]	Exibe valor da razão AE/BF.
21	Texto=["Razão AB/EF = " + Razão2, (5,2)]	Exibe valor da razão AB/EF.



Plano de Aula 10 – Teorema da Base Média (Caso Especial de Tales)

• **Objetivo:** Demonstrar que o ponto médio é um caso particular do Teorema de Tales (razão 1:1).

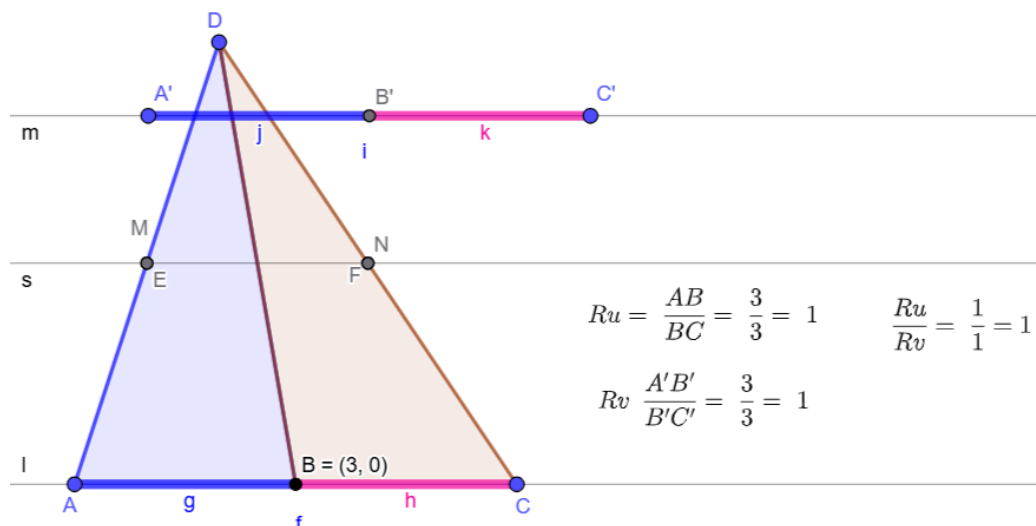
• **Atividades:**

- Construção de feixe de paralelas e definição de ponto médio no GeoGebra.
- Cálculo das razões Ru e Rv , verificando que ambas são iguais a 1.
- Formalização: Teorema da Base Média como consequência direta de Tales.
- Aplicação prática: divisão de cercas ou terrenos em partes iguais.

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** proporção 1:1.
- **Diferenciação Progressiva:** verificação da invariância do ponto médio.
- **Reconciliação Integrativa:** generalização do ponto médio como caso especial de Tales.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria ponto A na reta inferior l.
2	B = (3,0)	Cria ponto B na reta inferior l.
3	C = (6,0)	Cria ponto C na reta inferior l.
4	A' = (0,4)	Cria ponto A' na reta superior m.
5	B' = (3,4)	Cria ponto B' na reta superior m.
6	C' = (6,4)	Cria ponto C' na reta superior m.
7	E = (2,2)	Cria ponto E na reta intermediária s.
8	F = (4,2)	Cria ponto F na reta intermediária s.
9	D = (3,6)	Cria ponto D (vértice superior dos triângulos).
10	m = Reta[A',C']	Cria reta superior m.
11	s = Reta[E,F]	Cria reta intermediária s.
12	l = Reta[A,C]	Cria reta inferior l.
13	Polígono[A,D,E]	Cria triângulo ADE.
14	Polígono[D,F,C]	Cria triângulo DFC.
15	g = Segmento[A,E]	Cria segmento g (azul).
16	f = Segmento[D,E]	Cria segmento f (roxo).
17	h = Segmento[E,C]	Cria segmento h (rosa).
18	j = Segmento[A',B']	Cria segmento j (azul).
19	i = Segmento[B',C']	Cria segmento i (roxo).
20	k = Segmento[C',A']	Cria segmento k (rosa).
21	Ru = Distância[A,B] / Distância[B,C]	Calcula razão Ru=AB/BC.
22	Rv = Distância[A',B'] / Distância[B',C']	Calcula razão Rv=A'B'/B'C'.
23	Razão Final = Ru / Rv	Calcula Ru/Rv.
24	Texto=["Ru = " + Ru, (7,1)]	Exibe valor de Ru.
25	Texto=["Rv = " + Rv, (7,2)]	Exibe valor de Rv.
26	Texto=["Ru/Rv = " + Razão Final, (7,3)]	Exibe valor da razão final.



Plano de Aula 11 – Semelhança de Triângulos (via Tales)

• **Objetivo:** Provar a semelhança de triângulos pela condição AA e relacioná-la à proporcionalidade.

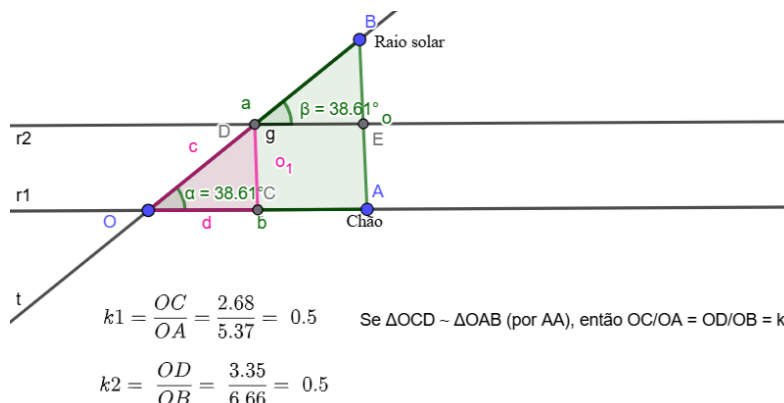
• **Atividades:**

- Contextualização: medição indireta de alturas usando sombras.
- Construção de triângulos semelhantes no GeoGebra.
- Prova da semelhança AA: ângulos iguais implicam forma invariante.
- Conexão: semelhança qualitativa (ângulos) $\Leftrightarrow$ proporcionalidade quantitativa (lados).

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** ângulos formados por paralelas.
- **Diferenciação Progressiva:** distinção entre forma (invariante) e tamanho (variável).
- **Reconciliação Integrativa:** integração entre semelhança e proporção.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$O = (0,0)$	Cria o ponto O (origem).
2	$A = (5,0)$	Cria o ponto A sobre o chão.
3	$B = (7,0)$	Cria o ponto B sobre o chão.
4	$C = (2,2)$	Cria o ponto C sobre a reta paralela r1.
5	$D = (3,3)$	Cria o ponto D sobre a reta paralela r2.
6	$E = (6,0)$	Cria o ponto E sobre o chão (auxiliar).
7	Chão = Reta[O,B]	Cria a reta horizontal “chão”.
8	$r1 = \text{Paralela}[\text{Chão}, C]$	Cria a reta paralela r1 passando por C.
9	$r2 = \text{Paralela}[\text{Chão}, D]$	Cria a reta paralela r2 passando por D.
10	RaioSolar = Reta[O,D]	Cria a reta diagonal “raio solar”.
11	Polígono[O,C,D]	Cria o triângulo menor $\triangle OCD$.
12	Polígono[O,A,B]	Cria o triângulo maior $\triangle OAB$.
13	$k1 = \text{Distância}[O,C] / \text{Distância}[O,A]$	Calcula razão $k1 = OC/OA$.
14	$k2 = \text{Distância}[O,D] / \text{Distância}[O,B]$	Calcula razão $k2 = OD/OB$.
15	$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}[C,O,D]$	Calcula ângulo α no triângulo menor.
16	$\beta = \hat{\text{Ângulo}}[A,O,B]$	Calcula ângulo β no triângulo maior.
17	Texto=["k1 = " + k1, (8,1)]	Exibe valor da razão k1.
18	Texto=["k2 = " + k2, (8,2)]	Exibe valor da razão k2.
19	Texto=[" α = " + α + "°", (8,3)]	Exibe valor do ângulo α .
20	Texto=[" β = " + β + "°", (8,4)]	Exibe valor do ângulo β .



Plano de Aula 12 – Razão de Semelhança de Lados (k)

• **Objetivo:** Revisitar a semelhança (critério AA) e identificar corretamente os lados correspondentes.

• **Atividades:**

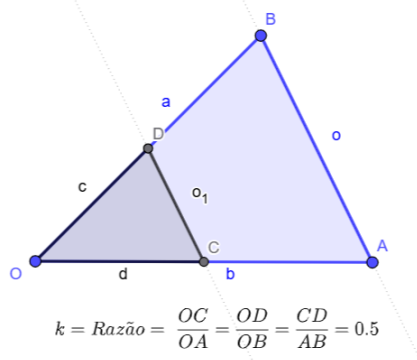
- Discussão inicial: correspondência de lados em triângulos semelhantes.
- Construção no GeoGebra dos triângulos ΔOAB e ΔOCD , garantindo paralelismo.
- Medição dos seis lados envolvidos ($\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{CD}$, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{AB}$).

Dimensão Ausubeliana:

- **Subsunçor:** Correspondência de lados como consequência da semelhança angular (AA).
- **Diferenciação Progressiva:** Compreensão de que a mesma lei de proporcionalidade se aplica a todos os pares de lados correspondentes.
- **Reconciliação Integrativa:** Generalização da razão de semelhança como base do Teorema de Tales e aplicação prática em mapas e construções.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (6,0)	Cria o ponto A na base do triângulo maior.
2	B = (0,0)	Cria o ponto B na base do triângulo maior.
3	C = (3,4)	Cria o ponto C (vértice superior do triângulo maior).
4	O = (1.5,2)	Cria o ponto O (vértice superior do triângulo menor).
5	D = (0,0)	Cria o ponto D (base do triângulo menor).
6	P1 = Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo maior ΔABC .
7	P2 = Polígono[O,C,D]	Cria o triângulo menor ΔOCD .
8	Segmento[O,C]	Cria lado OC.
9	Segmento[O,D]	Cria lado OD.
10	Segmento[C,D]	Cria lado CD.
11	Segmento[O,A]	Cria lado OA.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
12	Segmento[O,B]	Cria lado OB.
13	Segmento[A,B]	Cria lado AB.
14	$k1 = \frac{\text{Distância}[O,C]}{\text{Distância}[O,A]}$	Calcula razão $k1=OC/OA$.
15	$k2 = \frac{\text{Distância}[O,D]}{\text{Distância}[O,B]}$	Calcula razão $k2=OD/OB$.
16	$k3 = \frac{\text{Distância}[C,D]}{\text{Distância}[A,B]}$	Calcula razão $k3=CD/AB$.
17	Texto=["k1 = " + k1,+k2,+k3, (7,1)]	Exibe valor da razão k.



Módulo III: O Triângulo Retângulo e suas Relações Métricas

Plano de Aula 13 – Construção e Nomenclatura do Triângulo Retângulo

• **Objetivo:** Reconhecer a perpendicularidade como subsunçor e diferenciar catetos e hipotenusa.

• **Atividades:**

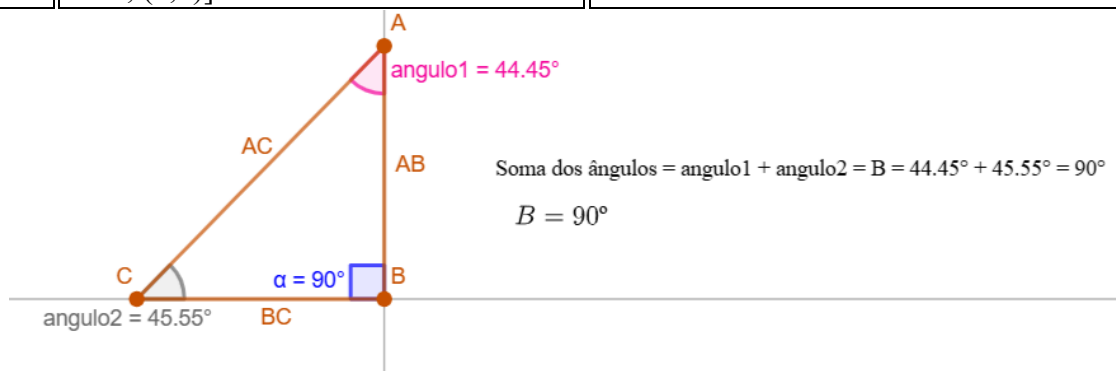
- Construção rigorosa do ângulo reto com a ferramenta Perpendicular no GeoGebra.
- Identificação e nomeação dos lados (catetos e hipotenusa).
- Investigação dinâmica: mover pontos e observar invariância da hipotenusa.
- Comparação de magnitudes: verificar que a hipotenusa é sempre o maior lado.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Perpendicularidade (90°).
- **Diferenciação Progressiva:** Nomeação e função dos lados.
- **Reconciliação Integrativa:** Justificação teórica da hipotenusa como maior lado e aplicação prática (tripla pitagórica 3 – 4 – 5).
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A.
2	B = (0,4)	Cria o ponto B (vertical em relação a A).
3	C = (3,0)	Cria o ponto C (horizontal em relação a A).

Etapa	Comando / Ação	Explicação
4	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC.
5	Segmento[A,B]	Cria lado AB (vertical).
6	Segmento[B,C]	Cria lado BC (horizontal).
7	Segmento[A,C]	Cria lado AC (hipotenusa).
8	$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}[A,B,C]$	Calcula o ângulo em B (deve ser 90°).
9	angulo1 = $\hat{\text{Ângulo}}[B,A,C]$	Calcula o ângulo em A.
10	angulo2 = $\hat{\text{Ângulo}}[A,C,B]$	Calcula o ângulo em C.
11	Soma = angulo1 + angulo2	Calcula a soma dos ângulos em A e C.
12	Texto = [" $\alpha = $ " + α + " $^\circ$ ", (4,4)]	Exibe valor do ângulo α .
13	Texto = ["ângulo1 = " + angulo1 + " $^\circ$ ", (1,-0.5)]	Exibe valor do ângulo em A.
14	Texto = ["ângulo2 = " + angulo2 + " $^\circ$ ", (3.5,0.5)]	Exibe valor do ângulo em C.
15	Texto = ["Soma dos ângulos = " + Soma + " $^\circ$ ", (5,2)]	Exibe a soma dos ângulos A e C.



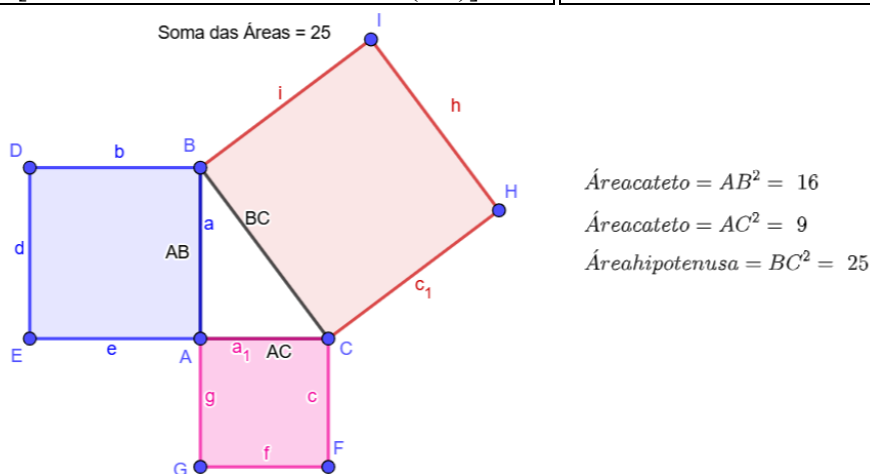
Plano de Aula 14 – Teorema de Pitágoras – Construção de Áreas

- **Objetivo:** Demonstrar visualmente que $c^2 + b^2 = a^2$.
- **Atividades:**
 - Construção de quadrados sobre os lados do triângulo retângulo.
 - Medição das áreas e comparação entre soma dos catetos e área da hipotenusa.
 - Investigação dinâmica: mover pontos e observar invariância da relação.
 - Formalização algébrica do Teorema de Pitágoras.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Conceito de área (lado²).
- **Diferenciação Progressiva:** Visualização das áreas dos quadrados.
- **Reconciliação Integrativa:** Conexão entre prova visual e formalização algébrica.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A.
2	B = (4,0)	Cria o ponto B (cateto horizontal).
3	C = (0,3)	Cria o ponto C (cateto vertical).
4	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo retângulo ABC.
5	Quadrado AB = Polígono[A,B,(4,4),(0,4)]	Cria o quadrado sobre o cateto AB.
6	Quadrado AC = Polígono[A,C,(-3,3),(-3,0)]	Cria o quadrado sobre o cateto AC.
7	Quadrado BC = Polígono[B,C,(4,-3),(0,-3)]	Cria o quadrado sobre a hipotenusa BC.
8	Area AB = Área[Quadrado AB]	Calcula área do quadrado sobre AB.
9	Area AC = Área[Quadrado AC]	Calcula área do quadrado sobre AC.
10	Area BC = Área[Quadrado BC]	Calcula área do quadrado sobre BC.
11	Soma = Area AB + Area AC	Calcula soma das áreas dos catetos.
12	Texto=["Área cateto AB² = " + Area AB, (6,1)]	Exibe área do quadrado sobre AB.
13	Texto=["Área cateto AC² = " + Area AC, (6,2)]	Exibe área do quadrado sobre AC.
14	Texto=["Área hipotenusa BC² = " + Area BC, (6,3)]	Exibe área do quadrado sobre BC.
15	Texto=["Soma das áreas = " + Soma, (6,4)]	Exibe soma das áreas dos catetos.



Plano de Aula 15 – Teorema de Pitágoras – Verificação e Classificação de Triângulos

• **Objetivo:** Verificar numericamente a identidade pitagórica e usar desigualdades para classificar triângulos.

• **Atividades:**

- Medição dos lados e cálculo das áreas correspondentes.
- Comprovação numérica da igualdade $c^2 + b^2 = a^2$.
- Investigação da invariância ao mover pontos.
- Aplicação prática: cálculo de diagonais em terrenos.
- Classificação de triângulos (retângulo, acutângulo, obtusângulo).

Dimensões Ausubelianas:

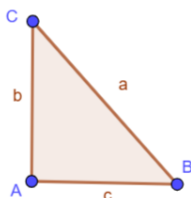
- **Subsunçor:** Prova visual de Pitágoras.
- **Diferenciação Progressiva:** Verificação numérica e invariância.
- **Reconciliação Integrativa:** Generalização para classificação de triângulos.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A.
2	B = (4,0)	Cria o ponto B.
3	C = (1,3)	Cria o ponto C.
4	T1 = Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC.
5	a = Distância[B,C]	Calcula lado a (oposto ao vértice A).
6	b = Distância[A,C]	Calcula lado b (oposto ao vértice B).
7	c = Distância[A,B]	Calcula lado c (oposto ao vértice C).
8	Area Cateto1 = b ²	Área associada ao cateto b.
9	Area Cateto2 = c ²	Área associada ao cateto c.
10	Area Hipotenusa = a ²	Área associada à hipotenusa a.
11	Teste A = (AreaCateto1 + AreaCateto2 > AreaHipotenusa)	Verifica se é acutângulo.
12	Teste B = (AreaCateto1 + AreaCateto2 < AreaHipotenusa)	Verifica se é obtusângulo.
13	Teste C = (AreaCateto1 + AreaCateto2 = AreaHipotenusa)	Verifica se é retângulo.
14	Texto=["Teste A (Acutângulo) = " + Teste A, (6,1)]	Exibe resultado do Teste A.
15	Texto=["Teste B (Obtusângulo) = " + Teste B, (6,2)]	Exibe resultado do Teste B.
16	Texto=["Teste C (Retângulo) = " + Teste C, (6,3)]	Exibe resultado do Teste C.

TesteA = (AreaCateto1 + AreaCateto2 > AreaHipotenusa) // Acutângulo → 7.4 + 6.15 > 13.72 = false

TesteB = (AreaCateto1 + AreaCateto2 < AreaHipotenusa // Obtusângulo → 7.4 + 6.15 < 13.72 = true

TesteC = (AreaCateto1 + AreaCateto2 == AreaHipotenusa) // Retângulo → 7.4 + 6.15 = 13.72 = false



Plano de Aula 16 – Dinâmica de Pitágoras

- **Objetivo:** Compreender a invariância da relação pitagórica e aplicá-la em problemas práticos.
- **Atividades:**
 - Construção prática de triângulo 3 – 4 – 5 no campo.
 - Uso de controle deslizante no GeoGebra para variar ângulos e lados.

- Desafio de engenharia: calcular medidas específicas manipulando variáveis.
- Reconciliação: análise do caso isósceles e limites da relação.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Identidade pitagórica provada numericamente.
- **Diferenciação Progressiva:** Manipulação dinâmica e resolução de problemas.
- **Reconciliação Integrativa:** Generalização para casos especiais e análise estrutural.
- **Passo a passo da atividade prática**

Etapa	Ação	Explicação
1	Preparar o espaço	Escolher um local plano (gramado ou pátio). Definir o ponto inicial B.
2	Marcar o primeiro cateto (AB = 3)	Usar a trena para medir 3 metros em linha reta. Fixar a estaca no ponto A. Esticar o barbante entre A e B.
3	Marcar o segundo cateto (BC = 4)	A partir de B, medir 4 metros em direção perpendicular ao segmento AB. Usar o esquadro para garantir o ângulo reto em B. Fixar a estaca no ponto C. Esticar o barbante entre B e C.
4	Fechar o triângulo (AC = 5)	Esticar o barbante entre A e C. Conferir a medida: deve ser 5 metros .
5	Verificação prática	Mostrar que $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Ou seja: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.
6	Conclusão	Confirmar com os alunos que o triângulo formado é retângulo e que o Teorema de Pitágoras funciona na prática.



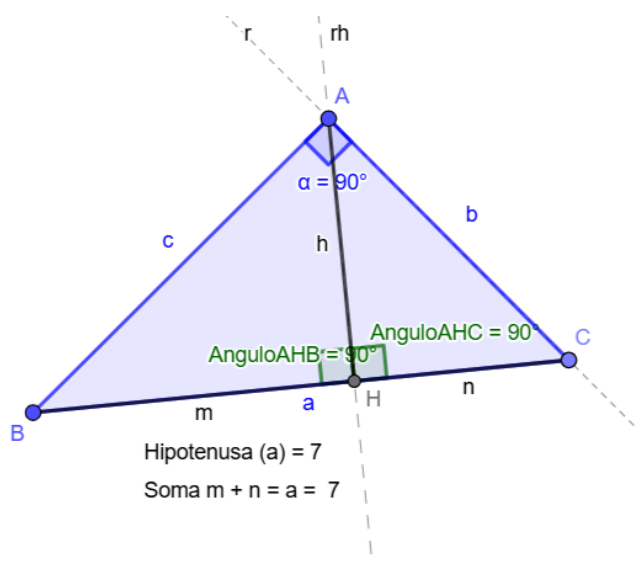
Plano de Aula 17 – Alturas e Projeções (Introdução das Relações Métricas)

- **Objetivo:** Introduzir altura e projeções na hipotenusa e deduzir a relação $a = m + n$.
- **Atividades:**
 - Construção do triângulo retângulo invertido.
 - Desenho da altura e medição das projeções.
 - Análise dos triângulos menores formados.
 - Verificação da identidade $a = m + n$.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Rigor do triângulo retângulo.
- **Diferenciação Progressiva:** Introdução de novos elementos (h, m, n).
- **Reconciliação Integrativa:** Prova da identidade e aplicação em problemas de campo.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o ponto A (ângulo reto).
2	$B = (0,4)$	Cria o ponto B (cateto vertical).
3	$C = (7,0)$	Cria o ponto C (cateto horizontal).
4	$T1 = \text{Polígono}[A,B,C]$	Cria o triângulo retângulo ABC.
5	$r = \text{Reta}[B,C]$	Cria a reta que contém a hipotenusa BC.
6	$p = \text{Perpendicular}[A,r]$	Cria a reta perpendicular a BC passando por A.
7	$H = \text{Interseção}[p,r]$	Cria o ponto H como interseção da perpendicular com BC.
8	$\text{Segmento}[A,H]$	Cria a altura $h=AH$.
9	$\text{Segmento}[B,H]$	Cria o segmento $m=BH$.
10	$\text{Segmento}[H,C]$	Cria o segmento $n=HC$.
11	$a = \text{Distância}[B,C]$	Calcula a hipotenusa a.
12	$b = \text{Distância}[A,C]$	Calcula o cateto b.
13	$c = \text{Distância}[A,B]$	Calcula o cateto c.
14	$m = \text{Distância}[B,H]$	Calcula o segmento m.
15	$n = \text{Distância}[H,C]$	Calcula o segmento n.
16	$\text{Soma} = m + n$	Calcula a soma dos segmentos $m+n$.
17	$\text{Texto}=["\text{Hipotenusa } a = " + a, (8,1)]$	Exibe o valor da hipotenusa.
18	$\text{Texto}=["\text{Soma } m+n = " + \text{Soma}, (8,2)]$	Exibe a soma dos segmentos $m+n$.



Plano de Aula 18 – Semelhança na Altura: Relações Métricas

- **Objetivo:** Provar a semelhança dos três triângulos retângulos e deduzir as relações métricas.
- **Atividades:**
 - Identificação dos três triângulos formados pela altura.
 - Prova da semelhança pelo critério AA.

○ Dedução das relações métricas:

$$\blacksquare h^2 = m \cdot n$$

$$\blacksquare b^2 = a \cdot n$$

$$\blacksquare c^2 = a \cdot m$$

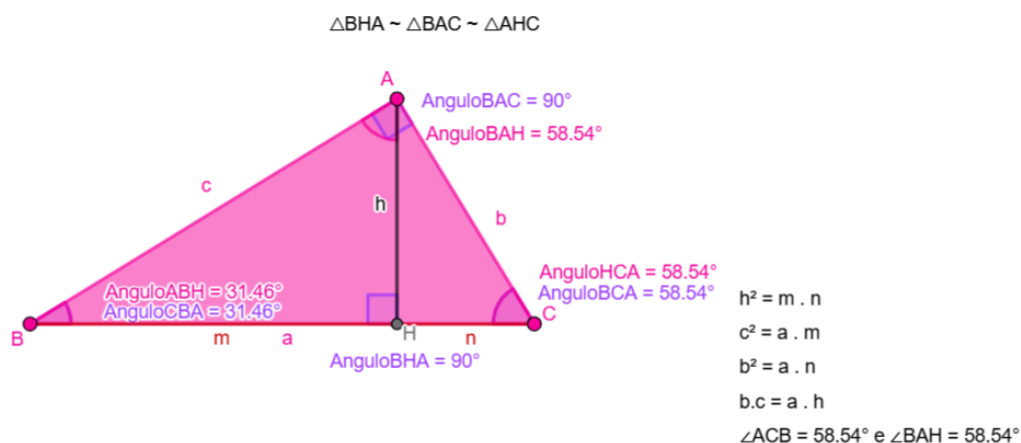
○ Aplicação contextualizada em problemas de medição.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Critério AA de semelhança.
- **Diferenciação Progressiva:** Dedução das relações métricas.
- **Reconciliação Integrativa:** Síntese das relações como base da prova de Pitágoras.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A (ângulo reto).
2	B = (0,4)	Cria o ponto B (cateto vertical).
3	C = (7,0)	Cria o ponto C (cateto horizontal).
4	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo retângulo ABC.
5	r = Reta[B,C]	Cria a reta que contém a hipotenusa BC.
6	p = Perpendicular[A,r]	Cria a reta perpendicular a BC passando por A.
7	H = Interseção[p,r]	Cria o ponto H como pé da altura.
8	Segmento[A,H]	Cria a altura h=AH.
9	Segmento[B,H]	Cria o segmento m=BH.
10	Segmento[H,C]	Cria o segmento n=HC.
11	a = Distância[B,C]	Calcula a hipotenusa a.
12	b = Distância[A,C]	Calcula o cateto b.
13	c = Distância[A,B]	Calcula o cateto c.
14	h = Distância[A,H]	Calcula a altura h.
15	m = Distância[B,H]	Calcula o segmento m.
16	n = Distância[H,C]	Calcula o segmento n.
17	Ângulo BAC = Ângulo[B,A,C]	Calcula o ângulo em A (90°).
18	Ângulo BAH = Ângulo[B,A,H]	Calcula o ângulo em A do triângulo BAH.
19	Ângulo ABH = Ângulo[A,B,H]	Calcula o ângulo em B do triângulo BAH.
20	Ângulo CBA = Ângulo[C,B,A]	Calcula o ângulo em B do triângulo ABC.
21	Ângulo HCA = Ângulo[H,C,A]	Calcula o ângulo em C do triângulo AHC.
22	Ângulo BCA = Ângulo[B,C,A]	Calcula o ângulo em C do triângulo ABC.
23	Ângulo BHA = Ângulo[B,H,A]	Calcula o ângulo em H do triângulo BHA (90°).
24	Rel1 = $h^2 = m \cdot n$	Verifica a relação $h^2 = m \cdot n$.
25	Rel2 = $c^2 = a \cdot m$	Verifica a relação $c^2 = a \cdot m$.
26	Rel3 = $b^2 = a \cdot n$	Verifica a relação $b^2 = a \cdot n$.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
27	Rel4 = $b \cdot c - a \cdot h$	Verifica a relação $b \cdot c = a \cdot h$.
28	Texto=[" $h^2 = m \cdot n \rightarrow$ " + Rel1, (9,1)]	Exibe a verificação da primeira relação.
29	Texto=[" $c^2 = a \cdot m \rightarrow$ " + Rel2, (9,2)]	Exibe a verificação da segunda relação.
30	Texto=[" $b^2 = a \cdot n \rightarrow$ " + Rel3, (9,3)]	Exibe a verificação da terceira relação.
31	Texto=[" $b \cdot c = a \cdot h \rightarrow$ " + Rel4, (9,4)]	Exibe a verificação da quarta relação.
32	Texto=(" $\angle ACB =$ " + $\hat{\text{Ângulo}} \text{ BCA} +$ " e $\angle BAH =$ " + $\hat{\text{Ângulo}} \text{ BAH}$, (7, 0))	Exibe a verificação $\angle ACB = \hat{\text{Ângulo}} \text{ BCA}$ e $\angle BAH = \hat{\text{Ângulo}} \text{ BAH}$



Plano de Aula 19 – Triângulo Pitagórico (3, 4, 5) e Aplicações

• **Objetivo:** Consolidar Pitágoras e relações métricas em triplas inteiras.

• **Atividades:**

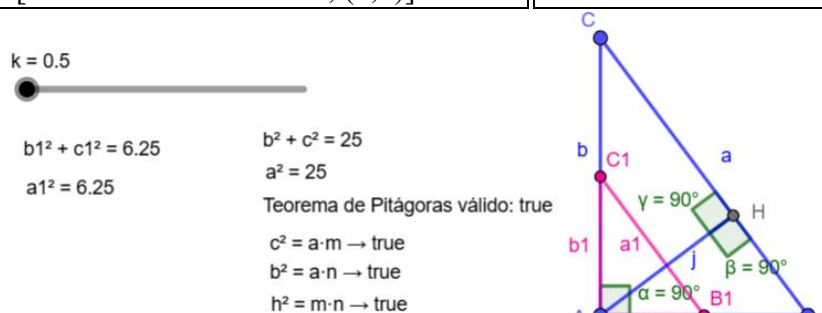
- Construção do triângulo 3 – 4 – 5.
- Cálculo das projeções e altura.
- Verificação das relações métricas.
- Comparação com triângulos semelhantes (ex.: 6 – 8 – 10).
- Aplicação prática em escala de projetos rurais.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Relações métricas e Teorema de Pitágoras.
- **Diferenciação Progressiva:** Aplicação em triplas inteiras e escala.
- **Reconciliação Integrativa:** Generalização para semelhança e projetos em escala.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	A = (0,0)	Cria o ponto A.
2	B = (6,0)	Cria o ponto B.
3	C = (0,5)	Cria o ponto C.
4	Controle Deslizante[k,0,1,0.01]	Cria o controle deslizante k variando de 0 a 1 com

Etapa	Comando / Ação	Explicação
5	Polígono[A,B,C]	Cria o triângulo ABC.
6	r = Reta[A,B]	Cria a reta que contém o lado AB.
7	p = Perpendicular[C,r]	Cria a reta perpendicular a AB passando por C.
8	H = Interseção[p,r]	Cria o ponto H como pé da altura.
9	Segmento[C,H]	Cria a altura h=CH.
10	Segmento[A,H]	Cria o segmento a1=AH.
11	Segmento[B,H]	Cria o segmento b1=BH.
12	a = Distância[B,C]	Calcula o lado a (hipotenusa).
13	b = Distância[A,C]	Calcula o lado b.
14	c = Distância[A,B]	Calcula o lado c.
15	h = Distância[C,H]	Calcula a altura h.
16	a1 = Distância[A,H]	Calcula o segmento a1.
17	b1 = Distância[B,H]	Calcula o segmento b1.
18	c1 = Distância[C,H]	Calcula o segmento c1.
19	Teste Pitágoras = $(b^2 + c^2 == a^2)$	Verifica o Teorema de Pitágoras.
20	Rel1 = $(c^2 = a \cdot a1)$	Verifica a relação $c^2 = a \cdot a1$.
21	Rel2 = $(b^2 = a \cdot b1)$	Verifica a relação $b^2 = a \cdot b1$.
22	Rel3 = $(h^2 = a1 \cdot b1)$	Verifica a relação $h^2 = a1 \cdot b1$.
23	Texto=["Teorema de Pitágoras válido: " + Teste Pitágoras, (8,1)]	Exibe resultado da verificação do Teorema de Pitágoras.
24	Texto=[" $c^2 = a \cdot a1 \rightarrow$ " + Rel1, (8,2)]	Exibe resultado da primeira relação.
25	Texto=[" $b^2 = a \cdot b1 \rightarrow$ " + Rel2, (8,3)]	Exibe resultado da segunda relação.
26	Texto=[" $h^2 = a1 \cdot b1 \rightarrow$ " + Rel3, (8,4)]	Exibe resultado da terceira relação.



Plano de Aula 20 – Reconciliação Integrativa Final (Síntese Geométrica)

- **Objetivo:** Integrar Tales, Semelhança e Pitágoras em uma única cadeia lógica.
- **Atividades:**
 - Construção de triângulo retângulo cortado por paralela.
 - Verificação da proporcionalidade (Tales).

- Prova da semelhança (Critério AA).
- Aplicação de Pitágoras no triângulo menor.
- Síntese final: Tales $\rightarrow$ Semelhança $\rightarrow$ Pitágoras.

Dimensões Ausubelianas:

- **Subsunçor:** Todos os conceitos anteriores.
- **Diferenciação Progressiva:** Aplicação simultânea das três leis.
- **Reconciliação Integrativa:** Construção da cadeia lógica como síntese final.
- **Comandos no GeoGebra**

Etapa	Comando / Ação	Explicação
1	$A = (0,0)$	Cria o ponto A.
2	$B = (6,0)$	Cria o ponto B.
3	$C = (0,4)$	Cria o ponto C.
4	$T1 = \text{Polígono}[A,B,C]$	Cria o triângulo maior $\triangle ABC$.
5	$D = (4,3,0)$	Cria o ponto D sobre AB.
6	$E = (0,2.87)$	Cria o ponto E sobre AC.
7	$T2 = \text{Polígono}[A,D,E]$	Cria o triângulo menor $\triangle ADE$.
8	$AB = \text{Distância}[A,B]$	Calcula o lado AB.
9	$AC = \text{Distância}[A,C]$	Calcula o lado AC.
10	$BC = \text{Distância}[B,C]$	Calcula a hipotenusa BC.
11	$AD = \text{Distância}[A,D]$	Calcula o lado AD.
12	$AE = \text{Distância}[A,E]$	Calcula o lado AE.
13	$DE = \text{Distância}[D,E]$	Calcula a hipotenusa DE.
14	Soma dos quadrados dos Catetos Grande = $AB^2 + AC^2$	Soma dos quadrados dos catetos do triângulo grande.
15	Hipotenusa Grande = BC^2	Quadrado da hipotenusa do triângulo grande.
16	Soma dos quadrados dos Catetos Pequeno = $AD^2 + AE^2$	Soma dos quadrados dos catetos do triângulo pequeno.
17	Hipotenusa Pequeno = DE^2	Quadrado da hipotenusa do triângulo pequeno.
18	$\hat{\text{Ângulo Grande}} = \hat{\text{Ângulo}}[C,B,A]$	Calcula o ângulo em B do triângulo grande.
19	$\hat{\text{Ângulo Pequeno}} = \hat{\text{Ângulo}}[E,D,A]$	Calcula o ângulo em D do triângulo pequeno.
20	Texto=["Soma dos quadrados dos catetos grande = " + Soma dos quadrados dos Catetos Grande, (7,1)]	Exibe soma dos quadrados dos catetos do triângulo grande.
21	Texto=["Hipotenusa ² grande = " + Hipotenusa Grande, (7,2)]	Exibe quadrado da hipotenusa do triângulo grande.
22	Texto=["Soma dos quadrados dos catetos pequeno = " + Soma dos quadrados dos Catetos Pequeno, (7,3)]	Exibe soma dos quadrados dos catetos do triângulo pequeno.

Etapa	Comando / Ação	Explicação
23	Texto=["Hipotenusa ² pequeno = " + Hipotenusa Pequeno, (7,4)]	Exibe quadrado da hipotenusa do triângulo pequeno.
24	Texto=["Ângulo grande (B) = " + Ângulo Grande + "°", (7,5)]	Exibe ângulo em B do triângulo grande.
25	Texto=["Ângulo pequeno (D) = " + Ângulo Pequeno + "°", (7,6)]	Exibe ângulo em D do triângulo pequeno.

"Prova de Tales : " = 0.83 = 0.83

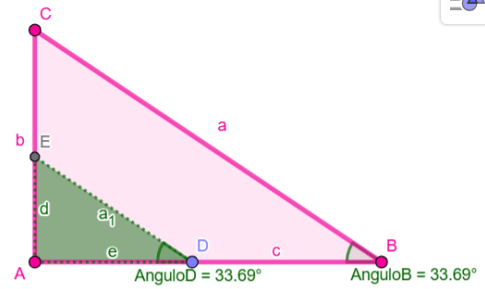
$$\begin{aligned}
 &1. \text{ Soma dos quadrados dos Catetos:} \\
 &= AD^2 + AE^2 \\
 &= [2.72]^2 + [1.82]^2 \\
 &= [10.72]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2. \text{ Hipotenusa ao Quadrado:} \\
 &3.27^2 = DE^2 \\
 &[Hipo]^2 = [10.72]
 \end{aligned}$$

3. Prova da Semelhança (Ângulos):
 $\angle Grande(B) = [33.69^\circ]$
 $\angle Pequeno(D) = [33.69^\circ]$
 Conclusão: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\begin{aligned}
 &1. \text{ Soma dos quadrados dos Catetos:} \\
 &= AB^2 + AC^2 \\
 &= [6]^2 + [4]^2 \\
 &= [52]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2. \text{ Hipotenusa ao Quadrado:} \\
 &7.21^2 = BC^2 \\
 &[HIPO]^2 = [52]
 \end{aligned}$$



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática apresentada neste produto educacional teve como propósito oferecer uma alternativa metodológica ao ensino de Padrões e Sequências nos Anos Finais do Ensino Fundamental, superando práticas centradas na repetição mecânica e na memorização de procedimentos. Fundamentada na TAS de Ausubel (1968), compreende-se que a aprendizagem ocorre quando novas informações se relacionam, de modo não arbitrário e substantivo, com os conhecimentos prévios dos estudantes. Nessa perspectiva, conforme aprofundado por Moreira (2012) e Novak (2010), o papel do professor consiste em organizar situações didáticas que favoreçam a ancoragem de novos conceitos em estruturas cognitivas já existentes, promovendo diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

A proposta fundamenta-se nos pressupostos da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), adotada como referencial metodológico para a organização e interpretação dos dados coletados durante a implementação. Sob essa ótica, identificaram-se evidências de mobilização de conhecimentos prévios e o estabelecimento de relações conceituais, em consonância com a teoria de Novak (2010).

No âmbito metodológico, a utilização do GeoGebra foi incorporada como ferramenta pedagógica para favorecer a visualização, a experimentação e a construção ativa de padrões e regularidades. O ambiente dinâmico possibilitou que os estudantes manipulassem objetos matemáticos, testassem hipóteses e observassem invariantes, potencializando a construção de significados. O uso do software não se configurou como um fim em si mesmo, mas como mediador cognitivo, alinhado à concepção ausubeliana de que recursos didáticos devem favorecer a interação substantiva entre novos conteúdos e saberes prévios.

Considerando o contexto da Escola do Campo, a proposta buscou valorizar as experiências socioculturais dos estudantes, reconhecendo que os conhecimentos matemáticos podem e devem dialogar com a realidade local. A contextualização das atividades, associada ao uso de tecnologias digitais, contribuiu para aproximar o conteúdo escolar das vivências cotidianas, fortalecendo o sentimento de pertencimento e o protagonismo discente. Nesse sentido, a AS assume também uma dimensão social, ao reconhecer que o conhecimento é construído na interação entre sujeito, cultura e meio.

Durante a implementação, evidenciou-se a necessidade de flexibilidade no planejamento dos encontros, respeitando o ritmo da turma e as especificidades do calendário escolar. A socialização das produções no GeoGebra mostrou-se relevante para consolidar aprendizagens, pois, ao explicitar seus raciocínios, os estudantes reorganizam cognitivamente

os conceitos, favorecendo processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, conforme postulados por Ausubel (1968) e retomados por Moreira (2012).

Conclui-se que a articulação entre TAS, uso do GeoGebra e valorização do contexto da Escola do Campo constitui uma possibilidade concreta de qualificar o ensino de Matemática, promovendo ambientes de aprendizagem mais investigativos, colaborativos e contextualizados. Espera-se que este material contribua para práticas pedagógicas que reconheçam o estudante como sujeito ativo na construção do conhecimento, capaz de atribuir sentido aos conceitos matemáticos a partir de suas experiências e interações.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de; VALENTE, José Armando. *Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus, 2011.
- AUSUBEL, David Paul. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003.
- AUSUBEL, David Paul. *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.
- AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. *Psicologia educacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. *Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em: 25 set. 2025
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/educacao-basica/bncc> Acesso em: 25 set. 2025.
- DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. *Gêneros orais e escritos na escola*. Campinas: Mercado de Letras, 2004.
- HOHENWARTER, M.; LAVICZA, Z. Mathematics teacher development with ICT: Towards an International GeoGebra Community. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, v. 27, n. 3, p. 49–54, 2007.
- MORAN, J. M. *Metodologias ativas para uma educação inovadora*. Campinas: Papirus, 2015.
- MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie A. F. S. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2011.

NOVAK, Joseph Donald; CAÑAS, Alberto J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 5, n. 1, p. 9–29, 2010. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/1298/944>.

Acesso em: 12 dez. 2025.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. *Matriz Curricular Gaúcha*. Porto Alegre: SEDUC, 2025. Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1vF4y8Zra3Jy8oIkllHL18Mj6Ny7Q-x98/view> Acesso em: 12 de jan. 2026

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.