

## 5 MATERIAL DIDÁTICO

Neste capítulo, o professor encontrará um manual para auxiliar na reflexão sobre as apostas esportivas, no qual usaremos a matemática financeira como embasadora dos argumentos apresentados na dissertação. Optamos por organizar a dissertação trazendo este capítulo como um manual de tarefas. Dessa forma, nosso objetivo é provocar que alunos e professores façam uso de entes matemáticos para que, no final, possam ter um entendimento melhor em relação aos riscos e incertezas em apostas esportivas online.

Cada tarefa foi construída buscando um convite à reflexão. Por isso, é desejável que não sejam adotadas como meros exercícios. O objetivo das tarefas deve se contrapor ao que foi apontado por Skovsmose (2014), apud Muniz, Pessoa e Kisteman (2018), quando este discute o paradigma do exercício, que apenas contribui para uma obediência cega dos estudantes. Esses estudantes não são incentivados ao questionamento, o que, por sua vez, alimenta uma apatia social e política.

**Tabela 1 – Lista de atividades do material didático**

<b>Tarefa</b>	<b>Título</b>	<b>Habilidades da BNCC</b>
1	A banca ataca novamente	(EM13MAT312) (EF07MA25)
2	A saga o valor esperado	(EM13MAT311) (EF07MA26)
3	Jogo da aposta justa	(EF06MA06) (EF07MA27)
4	O tabuleiro está dominado! Pela banca	(EF06MA06) (EF07MA27)
5	Descobrimo lucro ou prejuízo	(EF06MA06) (EF07MA27)
6	Bônus ou iscas?	(EM13MAT106) (EM13MAT311)
7	Odds e probabilidades: dois lados de uma mesma moeda	(EF06MA04) (EF06MA08)
8	Cortina de fumaça	(EF06MA03) (EF07MA19)
9	O comportamento da odd em uma partida definida	(EF07MA26) (EF07MA27)
10	A banca smore vence!	(EM13MAT311) (EM13MAT312)
11	Calculando a comissão da casa de aposta	(EF06MA05) (EF07MA23)
12	Qual é o risco da aposta?	(EF07MA22) (EF07MA27)
13	A ilusão da aposta tripla	(EF07MA26) (EF07MA27)
14	Pensando sobre odds	(EF06MA04) (EF06MA08)
15	Comparando apostas e retornos em diferentes odds	(EF06MA03) (EF07MA19)

Fonte: O autor, 2025.

## Tarefa 1

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 30 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Identificar o evento, espaço amostral e calcular a probabilidade.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EF07MA25) Utilizar a ideia de frequência relativa como uma estimativa da probabilidade de um evento, por meio da realização de experimentos aleatórios.

### Tarefa 1: A banca ataca novamente

Em um jogo, uma moeda é lançada, e a face voltada para cima quando ela para é observada. Dependendo do resultado, o jogador pode ganhar ou perder dinheiro. Considere 100 jogadores em cada caso a seguir, cada um com seu critério de ganhos e perdas, e em cada caso responda à pergunta: Quantos reais, em média, serão distribuídos aproximadamente, considerando todos os 100 jogadores?

- a) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa ganha 5 reais.
- b) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 5 reais.
- c) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 15 reais.

### Resolução Comentada

- a) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa ganha 5 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade ganha 5, gerando uma média de R\$ 7,50 por jogador.

- b) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 5 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade perde 5, gerando uma média de retorno de R\$ 2,50 por jogador.

- c) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 15 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade perde 5, gerando uma média de retorno negativa de R\$ 2,50 por jogador.

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada no Ensino Fundamental II ou no Ensino Médio, pois exige apenas o conhecimento de conceitos básicos de distribuição uniforme de probabilidade. Antes de iniciar os cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre as possibilidades ao lançar uma moeda.

- ✓ Quais são os possíveis resultados ao lançar uma moeda?
- ✓ As chances de cada resultado ocorrer são as mesmas? Por quê?

Para aprofundar a compreensão dos alunos, sugerimos que a atividade seja realizada também na forma de um experimento prático, onde os estudantes façam lançamentos de moedas em pequenas quantidades e analisem os resultados. Em seguida, podem discutir como os padrões observados mudam à medida que o número de lançamentos aumenta. O professor poderá gerar dados experimentais na hora ou utilizá-los com a árvore. Sugerimos que seja feito o convite à ideia de valor esperado.

Jogos justos/injustos:

- $VE = 0$ : Jogo justo/equilibrado (nem jogador nem banca têm vantagem a longo prazo).
- $VE > 0$ : Jogo vantajoso para o jogador.
- $VE < 0$ : Jogo vantajoso para a banca (ou desfavorável ao jogador).

### Veja mais sobre o assunto

Os exemplos de jogos de azar para introduzir o tema de probabilidade é muito comum em todos os anos escolares. Para saber mais, deixamos, como sugestão, o portal abaixo:

- ✓ Youtube: (Explicada, 2021).

**Tarefa 2**

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 40 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Valor esperado, probabilidade e análise de dados.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

**Tarefa 2: A saga do valor esperado**

Em um jogo de festa junina beneficente, uma pessoa que compra **R\$50,00** em tickets tem direito a participar de uma promoção: ela lança um dado e recebe o valor da face voltada para cima, em reais, para gastar na festa.

**a)** Considere que as 60 primeiras pessoas retiraram os seguintes números e calcule o médio recebido para cada um dos 5 grupos de 12 pessoas em cada coluna:

2 3 1 4 3

1 4 6 1 2

6 6 2 4 3

2 2 4 5 5

5 2 6 3 2

4 3 2 6 4

3 6 1 6 1

4 5 3 1 6

6 3 2 4 1

5 1 1 3 6

1 1 1 2 5

4 6 3 5 5

**Média de cada coluna:**

3,6 3,5 2,7 3,7 3,6

**b)** Qual o valor médio total considerando os 60 jogadores?

Um caminho é calcular a média das médias. Logo, temos:

$$\frac{3,6 + 3,5 + 2,7 + 3,7 + 3,6}{5} = 3,4$$

**c)** Uma maneira alternativa de calcular uma estimativa para o retorno médio é multiplicar cada probabilidade pelo respectivo valor pago e depois somar os resultados. Esse retorno médio também é chamado de **valor esperado**.

Baseado nessa definição, calcule o valor esperado e compare com o valor obtido para o conjunto de dados apresentados.

$$VE = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5 + \frac{1}{6} \times 6 = 3,5$$

Esse valor esperado significa que, conforme o número de rodadas (jogadas) aumenta, o valor médio tende a 3,5. Espera-se que os alunos percebam que o valor calculado ficou bem próximo do valor obtido para o conjunto de dados.

### Resolução comentada

A média das médias obtida a partir dos 60 lançamentos foi de **3,4**, um valor muito próximo ao **valor esperado teórico de 3,5**. Esse resultado evidencia que, à medida que o número de repetições aumenta, a média empírica tende ao valor esperado calculado teoricamente — conceito fundamental em probabilidade e estatística.

O valor esperado representa, portanto, o retorno médio esperado de um evento aleatório após muitas repetições. Esse conceito permite avaliar riscos e prever resultados de longo prazo, sendo amplamente utilizado em contextos como jogos, seguros e investimentos.

### Orientações para o professor

Esta atividade propõe a aplicação do **Teorema do Valor Esperado** (também conhecido como *Teorema de Média de Cauchy* ou *Teorema do Valor Médio da Integral*), que é fundamental em probabilidade, estatística e cálculo.

Ele descreve o valor esperado de uma variável aleatória como a média ponderada de seus possíveis valores, em que os pesos correspondem às probabilidades associadas. No contexto da sala de aula, o professor pode:

- Relacionar o conceito de valor esperado ao comportamento das médias obtidas experimentalmente;
- Estimular o raciocínio probabilístico, discutindo a diferença entre resultados teóricos e observados;
- Promover reflexões sobre a aplicação do valor esperado em situações reais, como apostas, seguros e decisões financeiras.

O conceito do valor esperado pode ainda ser compreendido como um limite que conecta somas a integrais, servindo de ponte entre o ensino da probabilidade e o cálculo diferencial e integral.

### Veja mais sobre o assunto

O valor esperado é uma ferramenta essencial para compreender o comportamento de fenômenos aleatórios. Para aprofundamento, sugerem-se as seguintes fontes:

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

### Tarefa 3

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 30 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Conceito de jogos justos, probabilidade e esperança matemática.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

### Tarefa 3: Jogo da aposta justa

Dois jogadores participam de um jogo baseado no lançamento de uma moeda. As regras são as seguintes:

- O Jogador A ganha **1 ponto** se sair "cara".
- O Jogador B ganha **2 pontos** se sair "coroa".

**Questões para reflexão:**

- a) O jogo é justo? Por quê?
- b) Como podemos calcular a expectativa de pontos de cada jogador?
- c) Como poderíamos modificar as regras para tornar o jogo equilibrado?

### Resolução comentada

Para determinar se o jogo é justo, utilizamos o conceito de **esperança matemática**. Essa medida nos permite calcular o valor esperado de pontos para cada jogador, considerando todas as possibilidades do jogo.

- A moeda tem probabilidade de 50% para "cara" e 50% para "coroa".
- O Jogador A recebe **1 ponto** se der "cara" e **0 pontos** se der "coroa".
- O Jogador B recebe **2 pontos** se der "coroa" e **0 pontos** se der "cara".

**Cálculo da esperança matemática para cada jogador:**

$$E_A = (1 \times \frac{1}{2}) + (0 \times \frac{1}{2}) = 0.5$$

$$E_B = (0 \times \frac{1}{2}) + (2 \times \frac{1}{2}) = 1$$

Como a esperança matemática do Jogador B (1 ponto por rodada) é maior do que a do Jogador A (0.5 pontos por rodada), podemos concluir que o jogo **não é justo**, pois um jogador tem vantagem sobre o outro.

### Orientações para o professor

Esta atividade explora conceitos fundamentais de probabilidade e análise de jogos. O professor pode estimular os alunos com as seguintes questões:

- O que significa um jogo ser justo? Como garantir que ambos os jogadores tenham as mesmas chances?
- Se alterarmos a pontuação do Jogador A para 2 pontos quando sair "cara", o jogo se tornaria justo?
- Podemos criar outras regras para equilibrar a partida?

Para tornar o jogo justo, podemos modificar a pontuação. Algumas sugestões incluem:

- Atribuir **2 pontos** ao Jogador A quando sair "cara";
- Reduzir o prêmio do Jogador B para **1,5 pontos** quando sair "coroa";
- Criar um sistema de rodadas em que o Jogador A receba mais tentativas para compensar sua desvantagem.

Essa abordagem incentiva os alunos a desenvolverem um pensamento analítico e a compreenderem a aplicação da estatística na tomada de decisões e análise de jogos.

### Veja mais sobre o assunto

O conceito de esperança matemática é amplamente utilizado em estatística, teoria dos jogos e economia. Para aprofundamento, os alunos podem explorar como a esperança matemática se aplica a jogos de azar, seguros e tomada de decisões financeiras. Deixamos os portais a seguir como sugestões:

✓ IMPA - Probabilidade, valor esperado: (IMPA, 2015).

✓ IME Unicamp: (Unicamp, 2020).

#### Tarefa 4

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 40 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, eventos independentes e valor esperado.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

#### Tarefa 4: O tabuleiro está dominado! Pela banca

Em um jogo de tabuleiro, com 24 casas numeradas de 1 a 24, cada jogador lança um dado cúbico de 6 faces, numeradas de 1 a 6. Se sair número par, a pessoa **avança duas casas**; se der número ímpar, **volta três casas**.

**a)** Esse jogo é favorável ao jogador no sentido de avançar no tabuleiro? Justifique sua resposta baseando-se nos ganhos, nas perdas e nas probabilidades.

**b)** Wander está na casa 20. Qual a probabilidade de Wander estar na casa 24 após duas jogadas? E na casa 19? E antes da 19?

**c)** Qual a probabilidade de ele retroceder, voltar, ficar mais atrás no tabuleiro, nas condições do item (b)?

**d)** Imagine agora 100 pessoas fazendo apenas uma jogada ao mesmo tempo. Em média, as pessoas vão avançar ou voltar após realizarem uma jogada? Quantas casas?

#### Resolução comentada

*Solução a):* O jogo é **desfavorável**, pois, embora as probabilidades de sair número par ou ímpar sejam iguais (50%), os valores associados aos ganhos e perdas são assimétricos: o jogador avança apenas duas casas ao obter um número par, mas retrocede três casas ao obter um número ímpar.

*Solução b):*

$$P(\text{casa 24}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\% \quad (\text{dois pares})$$

$$P(\text{casa 19}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 50\% \quad (\text{par-ímpar ou ímpar-par})$$

$$P(\text{casa 16}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\%$$

*Solução c):*

$$P(\text{voltar}) = 50\% + 25\% = 75\%$$

Assim, há uma alta probabilidade de o jogador perder posições no tabuleiro após duas jogadas.

*Solução d):* O valor esperado para cada jogada é:

$$VE = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times (-3) = -0,5$$

O resultado indica que o jogo é desfavorável, pois o valor esperado é negativo. Em média, espera-se que as pessoas **voltem 0,5 casa** a cada jogada.

Essa média, embora não corresponda a uma jogada individual, reflete um comportamento coletivo: para cada 100 jogadores, o total de casas voltadas excede em aproximadamente 50 o total de casas avançadas, resultando nesse valor esperado de  $-0,5$  casa.

O jogo apresentado é um exemplo clássico de situação em que a **expectativa matemática** desfavorece o jogador, mesmo que as chances de sucesso e insucesso sejam iguais.

Embora a probabilidade de sair um número par ou ímpar seja de 50%, o efeito do resultado é desbalanceado: o ganho de duas casas é inferior à perda de três. Assim, o **valor esperado negativo** indica que, em longo prazo, o jogador tende a retroceder no tabuleiro.

Esse tipo de raciocínio é essencial para compreender a noção de *jogos justos* e pode ser estendido a análises de risco em apostas, investimentos e experimentos probabilísticos.

Esta atividade permite discutir com os alunos a diferença entre equiprobabilidade e equidade de resultados. Sugere-se que o professor incentive os estudantes a:

- Comparar probabilidades e efeitos (ganhos e perdas) nas jogadas;
- Representar graficamente as transições de posição do jogador no tabuleiro;
- Explorar simulações computacionais ou experimentos manuais com dados para observar o comportamento a longo prazo.

O professor pode também enfatizar a relação com o **valor esperado negativo**, destacando que, em situações de risco, resultados aparentemente equilibrados podem esconder desvantagens matemáticas.

#### Veja mais sobre o assunto

O tema do valor esperado e da justiça em jogos pode ser aprofundado por meio das seguintes fontes:

✓ Youtube – Probabilidade e Jogos de Azar – Aposta Justa e Esperança Matemática: (Explicada, 2021).

## Tarefa 5

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 30 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Cálculo de probabilidade e conceitos de lucro e prejuízo.

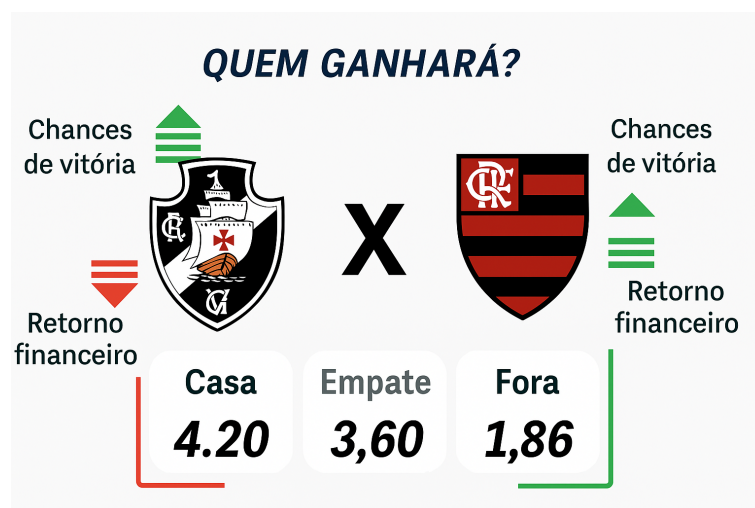
**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo o uso de expressões como “x% de”, a identificação da porcentagem de um número e o cálculo do total a partir de uma porcentagem conhecida.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

### Tarefa 5: Descobrimo lucro ou prejuízo

A imagem abaixo apresenta a odd paga por uma casa de apostas em um dia de clássico entre Flamengo e Vasco.



Com base na odd apresentada, determine o lucro recebido em cada caso a aposta fosse a correta. Utilize o valor de R\$ 10,00 como valor da aposta.

### Resolução comentada

Para cada aposta acertada, o cálculo do lucro é feito considerando o valor apostado e a odd correspondente.

**Aposta no Vasco:**

A odd do Vasco é de 4.20. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 4.20 = R\$42,00.$$

O lucro será o montante recebido menos o valor apostado:

$$R\$42,00 - R\$10,00 = R\$32,00.$$

**Aposta no Empate:**

A odd do empate é de 3.60. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 3.60 = R\$36,00.$$

O lucro será:

$$R\$36,00 - R\$10,00 = R\$26,00.$$

**Aposta no Flamengo:**

A odd do Flamengo é de 1.86. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 1.86 = R\$18,60.$$

O lucro será:

$$R\$18,60 - R\$10,00 = R\$8,60.$$

**Orientações para o professor**

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ O que é melhor: ter lucro ou prejuízo?

✓ Se uma pessoa compra uma cartela de bingo e não ganha nenhum prêmio, ela obteve lucro ou prejuízo?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos façam o cálculo de cada um dos casos, ou seja, para a aposta de R\$ 10,00, o que aconteceria se a aposta fosse a vencedora em cada um dos três casos.

Para uma reflexão em grupo, indicamos o questionamento do tamanho do lucro e o tamanho do prejuízo caso não fosse a aposta correta.

### **Veja mais sobre o assunto**

O cálculo de lucro e prejuízo é desenvolvido em diversas aplicações. Deixaremos como sugestões os seguintes portais:

- ✓ BBC News Brasil: (Brasil, 2024).
- ✓ Cabe no Meu Bolso: (CABE NO MEU BOLSO, 2023).

## Tarefa 6

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 40 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, variáveis aleatórias discretas e valor esperado.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

### Tarefa 6: Bônus ou iscas?

Uma loja fez uma promoção. Cada cliente, após realizar uma compra na loja, é convidado a lançar duas moedas em um aplicativo digital. Para cada quantidade de caras que aparecerem, o cliente recebe um prêmio em dinheiro que só pode ser usado na próxima compra. Conforme o número de caras aumenta, o prêmio aumenta segundo a tabela a seguir.

Número de caras	Bônus na próxima compra (R\$)
0	10
1	20
2	30

a) Qual a probabilidade de sair 0 caras?

Considerando o espaço amostral dos dois lançamentos de moedas, os resultados possíveis são: (C,C), (C,K), (K,C), (K,K). Dentre estes, apenas (K,K) representa 0 caras. Portanto:

$$P(0 \text{ caras}) = \frac{1}{4}.$$

b) Preencha a tabela, a seguir, com as probabilidades de cada resultado possível para o número de caras.

Número de caras	Probabilidade
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{2}{4}$
2	$\frac{1}{4}$

c) Em determinado dia, 300 clientes usaram o aplicativo. Qual o valor de bônus que mais terá sido concedido aos clientes? Justifique sua resposta.

Considerando as probabilidades calculadas, a frequência esperada, em 300 clientes, é aproximadamente:

$$300 \times \frac{1}{4} = 75 \text{ clientes (0 caras),}$$

$$300 \times \frac{2}{4} = 150 \text{ clientes (1 cara),}$$

$$300 \times \frac{1}{4} = 75 \text{ clientes (2 caras).}$$

Logo, o bônus que mais terá sido concedido é **R\$ 20**, correspondente a 1 cara, pois ocorre com maior probabilidade ( $\frac{2}{4}$ ).

d) Por que a loja colocou o maior valor para o resultado sair 2 caras? Apresente uma possível justificativa para a loja ter feito isso.

Uma justificativa plausível é a estratégia de **ancoragem** e apelo psicológico: oferecer um prêmio mais alto (R\$ 30) atrai a atenção dos clientes e cria expectativa de ganho elevado, embora a sua probabilidade seja baixa. Essa configuração permite à loja controlar o custo médio da promoção enquanto explora heurísticas cognitivas dos consumidores.

A probabilidade de cada resultado foi obtida a partir do número de casos favoráveis sobre o total de 4 resultados equiprováveis:

$$P(0) = \frac{1}{4}, \quad P(1) = \frac{2}{4}, \quad P(2) = \frac{1}{4}.$$

O valor esperado do bônus (média teórica do valor concedido por cliente) é:

$$E(X) = \frac{1}{4} \times 10 + \frac{1}{2} \times 20 + \frac{1}{4} \times 30 = 20.$$

Portanto, o bônus médio concedido pela promoção é de **R\$ 20** por cliente. Essa análise evidencia como a probabilidade e o valor do prêmio se combinam para produzir um custo médio previsível para a loja, ao mesmo tempo em que mantêm apelo psicológico.

### Orientações para o professor

Esta tarefa explora a relação entre prêmios e probabilidades, enfatizando a assimetria entre valor do prêmio e sua probabilidade de ocorrência. Sugere-se que o professor:

- Solicite aos alunos que calculem frequências esperadas para diferentes números de clientes;
- Proponha a construção de uma simulação simples (lançamento de duas moedas) para comparar frequências observadas e esperadas;
- Discuta vieses cognitivos (como ancoragem) e as implicações econômicas de promoções com diferentes distribuições de prêmios.

### Veja mais sobre o assunto

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

## Tarefa 7

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Fração e probabilidade.

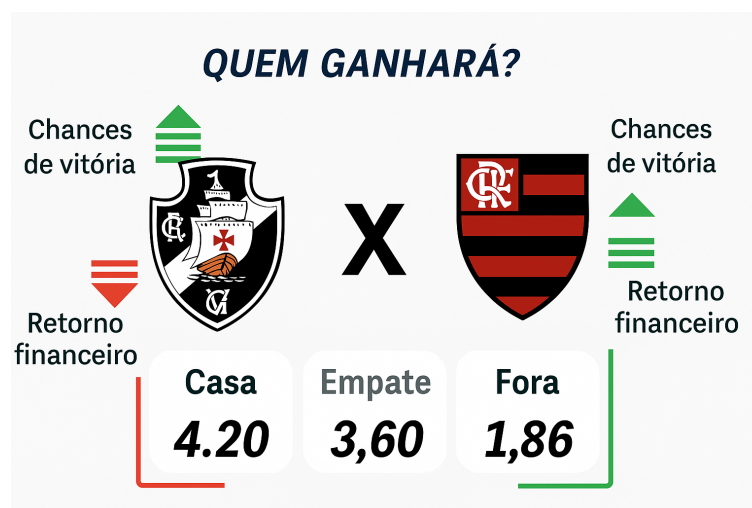
**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo o uso de expressões como “x% de”, a identificação da porcentagem de um número e o cálculo do total a partir de uma porcentagem conhecida.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

### Tarefa 7: Odds e probabilidades: dois lados de uma mesma moeda

Considere a figura abaixo que apresenta a odd paga por uma casa de aposta esportiva em um dia de clássico entre Flamengo e Vasco.



Responda aos itens:

- Para a odd apresentada, qual a probabilidade calculada pela casa de aposta?
- Qual o percentual de comissão dessa casa de aposta?

### Resolução comentada

**a)** Para calcular a probabilidade, lembramos que  $b = \frac{1}{p}$  ou, equivalentemente,  $p = \frac{1}{b}$ , onde  $p$  é a probabilidade implícita e  $b$  é a odd apostada. Dessa forma, podemos calcular as probabilidades nos três casos:

1. Probabilidade de vitória do Vasco:

$$p = \frac{1}{4.20} = 0.2380.$$

Convertendo para porcentagem:  $p = 0.2380 \times 100 = 23.80\%$

2. Probabilidade do empate:

$$p = \frac{1}{3.60} = 0.2777.$$

Convertendo para porcentagem:  $p = 0.2777 \times 100 = 27.77\%$

3. Probabilidade de vitória do Flamengo:

$$p = \frac{1}{1.86} = 0.5376.$$

Convertendo para porcentagem:  $p = 0.5376 \times 100 = 53.76\%$

**b)** Em um mercado justo, a soma das probabilidades implícitas deveria ser exatamente 100%. Entretanto, em casas de apostas reais, a soma costuma ser superior a 100%, fenômeno chamado de *overround*. Esse excesso representa a comissão da casa embutida nas odds.

Somando as probabilidades obtidas:

$$P = 23.80\% + 27.77\% + 53.76\% = 105.33\%.$$

Assim, o *overround* é dado por:

$$\mathcal{O} = 105.33\% - 100\% = 5.33\%.$$

Uma medida alternativa é a *margem normalizada*, também chamada de *hold*, que considera o excesso em relação ao total:

$$\mathcal{M} = \frac{105.33\% - 100\%}{105.33\%} \approx 5.06\%.$$

Portanto, podemos concluir que a comissão efetiva da casa neste exemplo está entre 5.06% e 5.33%, dependendo da métrica utilizada. Para fins didáticos, o cálculo direto do *overround* (5.33%) é o mais usual e intuitivo.

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A diferença entre as probabilidades calculadas e a soma total superior a 100%.
- ✓ O impacto da comissão da casa de apostas no retorno do apostador.
- ✓ A afirmação de que "a banca sempre ganha" e a relação disso com o modelo de negócios das apostas.

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos façam o cálculo de cada um dos casos, analisando os impactos da comissão no retorno das apostas.

Para uma reflexão em grupo, indicamos o questionamento sobre como as casas de apostas garantem lucro e a importância de compreender as probabilidades antes de apostar.

### Veja mais sobre o assunto

O cálculo da probabilidade nos jogos de apostas é importante pois é uma estratégia utilizada pela casa de aposta para influenciar os apostadores. Deixamos como sugestão o portal:

- ✓ Lance: (Lance, 2023).

## Tarefa 8

**Público-alvo:** Ensino Fundamental e Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, variáveis aleatórias discretas, valor esperado e distribuição binomial.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

### Tarefa 8: Cortina de fumaça

Um professor tem 20 alunos e resolveu propor um jogo chamado *cortina de fumaça*. O professor começa o jogo distribuindo **2 fichas** para cada aluno, que devem ser devolvidas ao final. Em cada rodada, o estudante joga uma moeda comum. Se der **cara** ganha **1 ficha** e se der **coroa** perde **2 fichas**. O aluno pode pedir ficha emprestada ao longo do jogo, mas ao final do jogo precisa devolver todas as fichas que pediu emprestado. Ao final de todas as rodadas, após pagar o que deve, para cada ficha restante ele ganha 1 ponto extra na média.

Alguns alunos resolveram participar, e após 6 rodadas, os resultados foram os seguintes (1 representa cara e -1 representa coroa):

Aluno	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Arthur	1	1	-1	-1	1	-1
Bernardo	1	-1	1	-1	-1	1
Carlos	-1	1	1	-1	-1	1
Daniela	1	1	1	-1	1	-1
Esther	1	-1	-1	1	1	1

**Observação sobre as colunas de pontuação:** em cada lançamento, atribui-se +1 ficha quando sair cara e -2 fichas quando sair coroa; a coluna “Total (pont.)” é a soma desses valores ao longo das 6 rodadas; as “Fichas finais” correspondem a 2 (fichas iniciais) mais o total (pontuação). Valores negativos indicam que o aluno ficou devendo fichas ao final (terá de pedir emprestado durante o jogo).

a) Preencha a tabela, com a pontuação de cada jogo, conforme a primeira linha, e o total de fichas ao final das 6 rodadas.

Aluno	R1	R2	R3	R4	R5	R6	Total (pont.)	Fichas finais
Arthur	1	1	-1	-1	1	-1	-3	$2 + (-3) = -1$
Bernardo	1	-1	1	-1	-1	1	-3	$2 + (-3) = -1$
Carlos	-1	1	1	-1	-1	1	-3	$2 + (-3) = -1$
Daniela	1	1	1	-1	1	-1	0	$2 + 0 = 2$
Esther	1	-1	-1	1	1	1	0	$2 + 0 = 2$

b) Considerando que as probabilidades de sair cara e coroa sejam iguais, em cada lançamento, as pessoas têm mais chance de ganhar ou de perder nesse jogo proposto pelo professor?

Indicamos a provocação para que sejam ouvidas as respostas de cada estudante.

c) Por que as pessoas geralmente vão perder mais fichas do que ganhar nesse jogo? Justifique sua resposta.

*Resposta:* A razão é a assimetria entre os valores associados aos resultados: a perda ( $-2$ ) tem magnitude superior ao ganho ( $+1$ ), mesmo com probabilidades iguais. Conseqüentemente, a média ponderada (valor esperado) é negativa. Além disso, pela análise combinatória da distribuição binomial, o número de caras mais provável em  $n = 6$  lançamentos é  $k = 3$  (pois  $\binom{6}{3}$  é o maior coeficiente binomial). Para  $k = 3$  caras e  $6 - 3 = 3$  coroas, o ganho líquido é

$$3 \times (+1) + 3 \times (-2) = -3,$$

o que coincide com o resultado observado como mais frequente nos dados apresentados. Em síntese: combinando a maior magnitude das perdas com a distribuição de probabilidade dos resultados, obtém-se maior frequência de resultados com saldo negativo.

### Resolução comentada

O jogo ilustra claramente que equiprobabilidade de eventos não implica equidade de resultados. A análise do valor esperado por lançamento ( $E = -\frac{1}{2}$ ) mostra que o balanço médio favorece a perda; a observação empírica dos cinco alunos selecionados (três com total  $-3$ , dois com total  $0$ ) corrobora a tendência teórica. Essa distinção é essencial para discutir riscos e justiça em jogos e promoções.

### Orientações para o professor

Sugere-se que o professor:

- Peça aos alunos que calculem o valor esperado por rodada e por sequência de 6 rodadas;
- Proponha simulações (computacionais ou manuais) com amostras maiores para observar a convergência das médias empíricas ao valor esperado teórico;
- Explore a relação entre combinatória (coeficientes binomiais) e probabilidades dos diferentes números de caras em  $n$  lançamentos;
- Discuta implicações éticas e econômicas de jogos assimétricos em contextos escolares e comerciais.

### Veja mais sobre o assunto

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

**Tarefa 9**

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Fração e probabilidade.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

**Tarefa 9: O comportamento da odd em uma partida definida**

Imagine um jogo onde o time A está ganhando de 10 x 0 do time B, o jogo está com 45 minutos do segundo tempo. Como será o comportamento da odd nesse momento?

Considerando que a probabilidade do time A vencer é de 100%, a odd será de  $b = \frac{1}{1}$ , ou seja, o valor pago será o mesmo que o valor apostado.

Responda aos itens abaixo:

- a) O que acontece com a odd de um time conforme sua vitória se torna cada vez mais provável?
- b) Em uma aposta com odd de 1,10, qual seria a probabilidade implícita calculada pela casa de aposta?

**Resolução comentada**

**a)** A odd de um time vencedor tende a se aproximar de 1, pois, quando a vitória se torna praticamente certa, a casa de aposta não paga um valor significativo ao apostador.

b) Para calcular a probabilidade, usamos a relação  $p = \frac{1}{b}$ . Assim:

$$p = \frac{1}{1.10} = 0.9090.$$

Convertendo para porcentagem:  $p = 0.9090 \times 100 = 90.90\%$ .

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre o funcionamento das odds e das casas de apostas, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A odd pode ser menor que 1? O que isso significaria em termos de apostas?
- ✓ Por que a casa de apostas nunca perde?
- ✓ Como funcionam as probabilidades e as margens de lucro das casas de apostas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes cenários de apostas e investiguem como as casas ajustam as odds para garantir lucro.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como a margem da casa impacta diretamente os ganhos dos apostadores e quais estratégias podem ser usadas para minimizar esse impacto.

### Veja mais sobre o assunto

O cálculo da probabilidade nos jogos de apostas é importante pois é uma estratégia utilizada pela casa de aposta para influenciar os apostadores. Deixamos como sugestão o portal:

- ✓ Lance: (Lance, 2023).

## Tarefa 10

**Público-alvo:** Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, valor esperado e jogos de azar.

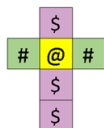
**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

### Tarefa 10: A banca sempre vence!

Considere um jogo em que um dado cúbico, cuja planificação está representada a seguir, é jogado apenas uma vez por cada jogador.



Observando-se a face voltada para cima, temos as seguintes possibilidades:

- Se sair o símbolo \$, o jogador ganha R\$ 200,00 da banca;
- Se sair o símbolo #, o jogador perde R\$ 400,00 para a banca;
- Se sair o símbolo @, o jogador não ganha nem perde.

Considerando o contexto descrito, responda às questões a seguir.

- Calcule as probabilidades de cada um dos três resultados possíveis.
- Para você, o jogo é mais vantajoso para o jogador ou para a banca? Justifique sua resposta.
- Qual deveria ser o valor R\$ ganha 200 reais, então quanto deveria ser a o valor da perda se saísse # para que o jogo fosse equilibrado?

### Resolução comentada

a) O dado apresenta seis faces, das quais três exibem o símbolo \$, duas o símbolo # e uma o símbolo @. Assim, o espaço amostral pode ser descrito como

$$S = \{\$, \$, \$, \#, \#, @\}.$$

Logo, as probabilidades associadas a cada evento são:

$$P(\$) = \frac{3}{6}, \quad P(\#) = \frac{2}{6}, \quad P(@) = \frac{1}{6}.$$

b) Espera-se que digam que o jogo é mais vantajoso para a banca, pois o valor do prejuízo é o dobro do ganho, mas a probabilidade de ganhar é menor que o dobro da de perder. Calcula-se o valor esperado:

$$E = \left(\frac{3}{6}\right) \times 200 + \left(\frac{2}{6}\right) \times (-400) + \left(\frac{1}{6}\right) \times 0 = 100 - 133,33 = -33,33.$$

O valor esperado é negativo: o jogador perde, em média, R\$ 33,33 por jogada. Logo, o jogo é vantajoso para a banca.

c) Para jogo justo,  $E = 0$ :

$$\left(\frac{3}{6}\right) \times 200 + \left(\frac{2}{6}\right) \times (-x) + \left(\frac{1}{6}\right) \times 0 = 0.$$

Determinando  $x$ :

$$100 - \frac{2x}{6} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 300.$$

Assim, a perda deveria ser R\$ 300,00 para equilibrar o jogo.

**Orientações para o professor**

É importante destacar que o espaço amostral  $S = \{\$, \#, @\}$  não é equiprovável, pois as probabilidades dos eventos estão diretamente relacionadas à quantidade de faces correspondentes no dado. Considerando a simetria geométrica do cubo e a ausência de fatores que alterem a distribuição uniforme de probabilidade, tem-se  $P(\$) = \frac{3}{6}$ ,  $P(\#) = \frac{2}{6}$  e  $P(@) = \frac{1}{6}$ . Além disso, recomenda-se explorar com os estudantes a relação entre probabilidade e prêmio, estimulando a reflexão de que, para que o jogo fosse “justo”, o valor do prêmio deveria ser inversamente proporcional à probabilidade do evento — isto é, se a probabilidade de ganhar é o dobro, o prêmio correspondente deveria ser a metade. Essa discussão contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico em torno da noção de “equidade” nos jogos de azar e em contextos financeiros mais amplos.

- Solicitar simulações para verificar a convergência empírica ao valor esperado teórico;
- Propor variações (alterar  $P(\$)$ ,  $P(\#)$ ,  $P(@)$  ou os montantes) e comparar resultados;
- Discutir analogias com apostas esportivas e loterias para explorar implicações éticas e econômicas.

Indicamos que este exercício sirva também para conectar álgebra, probabilidade e economia comportamental — discutir limites práticos e consequências de ajustar prêmios para se obter jogos “justos”.

#### Veja mais sobre o assunto

✓ Canal YouTube Matemática Explicada – Aposta justa e esperança matemática: (Explicada, 2021).

## Tarefa 11

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Fração e probabilidade.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF06MA05) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração de números racionais, com a utilização de diferentes estratégias (inclusive cálculo mental), desenvolvendo o senso de magnitude e de estimativa.

(EF07MA23) Compreender e utilizar os conceitos de eventos complementares, mutuamente exclusivos e equiprováveis na análise de experimentos aleatórios.

### Tarefa 11: Calculando a comissão da casa de aposta

Vamos calcular a comissão da casa de aposta para o seguinte cenário abaixo. Considere  $p$  a probabilidade e  $b$  a odd:



Fonte: (LANCE!, 2024)

Responda aos itens abaixo:

- Usando a relação  $p = \frac{1}{b}$ , calcule a probabilidade para cada resultado apresentado na imagem.
- Determine a comissão cobrada pela casa de apostas.

### Resolução comentada

a) Para calcular as probabilidades implícitas a partir das odds, utilizamos:

$$p_i = \frac{1}{b_i}, \quad i \in \{\text{Real Madrid, empate, Getafe}\}.$$

Em um mercado justo, a soma das probabilidades implícitas deveria ser igual a 1. No entanto, em casas de apostas reais, essa soma pode ser maior que 1 (chamado de *overround*, quando há margem da casa) ou menor que 1 (chamado de *underround*, quando as odds são favoráveis ao apostador).

Aplicando os valores  $b_{\text{RealMadrid}} = 1.68$ ,  $b_{\text{empate}} = 4.80$  e  $b_{\text{Getafe}} = 7.75$ , obtemos:

$$\frac{1}{1.68} + \frac{1}{4.80} + \frac{1}{7.75} \approx 0.5952 + 0.2083 + 0.1290 = 0.9325.$$

b) A comissão da casa pode ser calculada pela chamada *margem normalizada*:

$$c = 1 - \left( \frac{1}{b_{\text{RealMadrid}}} + \frac{1}{b_{\text{empate}}} + \frac{1}{b_{\text{Getafe}}} \right)^{-1}.$$

Substituindo os valores:

$$c = 1 - (0.9325)^{-1} = 1 - 1.0724 = -0.0724.$$

O resultado negativo indica um caso de *underround*, ou seja, não há comissão embutida, mas sim uma vantagem potencial para o apostador. Esse fenômeno é raro em mercados consolidados e geralmente ocorre em situações promocionais ou de ajuste de odds pela casa.

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A relação entre odds e probabilidades;
- ✓ O impacto da comissão da casa de apostas no retorno do apostador;
- ✓ O conceito de "mercado justo" e como as casas garantem lucro.

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes exemplos de apostas, comparando odds e suas probabilidades associadas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como a comissão afeta o retorno dos apostadores e a viabilidade de encontrar apostas vantajosas no mercado.

### **Veja mais sobre o assunto**

As apostas esportivas online, de forma estratégica, deixam muitas informações ocultas, e uma delas é a comissão cobrada. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal:

✓ Lance: (LANCE!, 2024).

## Tarefa 12

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 30 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade e análise de risco.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF07MA22) Resolver e elaborar problemas que envolvam a identificação e o registro de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, por meio de diagramas, tabelas, árvores de possibilidades ou outras representações.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

### Tarefa 12: Qual é o risco da aposta?

Em um jogo, o jogador aposta R\$ 1,00 em uma moeda não viciada (cara ou coroa). A cada jogada:

- Se sair **cara**, ele ganha R\$ 2,00 (lucro de R\$ 1,00).
- Se sair **coroa**, ele perde tudo.

Agora, considere que o jogador pode escolher jogar 1, 2 ou 3 vezes seguidas, sempre apostando o **mesmo valor** de R\$ 1,00 em cada rodada e reiniciando o jogo a cada vez.

Qual estratégia oferece menor risco e maior chance de lucro?

### Resolução comentada

**1 jogada:**

- Probabilidade de ganhar:  $P = 0,5$
- Possibilidades: ganhar R\$1,00 ou perder R\$1,00

**2 jogadas:**

- **Cara-Cara:** +R\$2,00 (25%)
- **Cara-Coroa ou Coroa-Cara:** R\$0,00 (50%)
- **Coroa-Coroa:** -R\$2,00 (25%)

**3 jogadas:** (8 possibilidades com 3 lançamentos)

Sequência	Lucro Total (R\$)	Probabilidade
Cara - Cara - Cara	+3,00	12,5%
Cara - Cara - Coroa	+1,00	12,5%
Cara - Coroa - Cara	+1,00	12,5%
Coroa - Cara - Cara	+1,00	12,5%
Cara - Coroa - Coroa	-1,00	12,5%
Coroa - Cara - Coroa	-1,00	12,5%
Coroa - Coroa - Cara	-1,00	12,5%
Coroa - Coroa - Coroa	-3,00	12,5%

**Resumo:**

- Ganho de R\$ 3,00: 12,5%
- Ganho de R\$ 1,00: 37,5%
- Perda de R\$ 1,00: 37,5%
- Perda de R\$ 3,00: 12,5%

**Valor Esperado:**

$$E = (+3 \times 0,125) + (+1 \times 0,375) + (-1 \times 0,375) + (-3 \times 0,125) = 0$$

Apesar de ser um jogo justo em média, o risco é maior conforme aumentam as rodadas.

**Conclusão:**

- **1 jogada:** menor risco, menor possibilidade de ganho.
- **2 jogadas:** risco intermediário, possível equilíbrio.
- **3 jogadas:** maior risco com possibilidades extremas de lucro ou perda.

**Orientações para o professor**

O professor pode pedir que os alunos simulem os lançamentos com moedas reais ou aplicativos de sorteio.

Trabalhos em grupo podem incluir registro dos resultados, cálculo de lucros e discussão coletiva. Tópicos possíveis para debate:

- ✓ Como a repetição de apostas influencia o risco?
- ✓ Vale a pena correr mais risco por um possível ganho maior?
- ✓ Qual seria uma forma mais segura de apostar?

Essa tarefa promove pensamento crítico sobre decisões em jogos e apostas, de maneira segura e didática.

**Veja mais sobre o assunto**

Saber escolher boas estratégias podem potencializar os ganhos em jogos, porém sabemos que, para elaborar boas estratégias, precisamos de muito conhecimento matemático. Deixamos, como sugestão a seguir, um caso de um estrategista dos jogos.

- ✓ BBC News Brasil: (Brasil, 2017).

### Tarefa 13

**Público-alvo:** Ensino Médio.

**Duração da tarefa:** 40 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Cálculo de lucros e perdas em apostas, interpretação de odds e valor esperado.

#### Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

### Tarefa 13: A ilusão da aposta tripla

Um apostador decide apostar em todos os três possíveis resultados de uma partida de futebol: vitória do time A, vitória do time B ou empate. Ele aposta **R\$ 10,00** em cada resultado. As odds fornecidas pela casa de apostas são:

- Vitória do time A: **1,95**
- Vitória do time B: **3,40**
- Empate: **3,00**

#### Questões para reflexão:

- a) Qual será o lucro ou prejuízo do apostador em cada possível resultado da partida?
- b) Considerando que ele apostou nos três resultados possíveis, essa estratégia garante um lucro certo?
- c) Por que as casas de apostas oferecem odds em que, mesmo apostando em todos os resultados, o apostador pode sair perdendo?

### Resolução comentada

O total apostado foi de R\$ 30,00. Vamos analisar cada cenário:

**Caso 1: Vitória do time A (odd 1,95)**

- Retorno:  $10 \times 1,95 = R\$19,50$
- Prejuízo:  $30 - 19,50 = R\$10,50$

### **Caso 2: Vitória do time B (odd 3,40)**

- Retorno:  $10 \times 3,40 = R\$34,00$
- Lucro:  $34 - 30 = R\$4,00$

### **Caso 3: Empate (odd 3,00)**

- Retorno:  $10 \times 3,00 = R\$30,00$
- Resultado: **empate financeiro** (sem lucro nem prejuízo)

Com esses valores, o apostador só obtém lucro se o time B vencer, e não ganha absolutamente nada se houver empate. Já em caso de vitória do time A, o prejuízo é considerável. Portanto, mesmo apostando em todos os resultados, o risco não desaparece.

Esse exemplo reforça a importância de compreender o funcionamento das odds: a casa de apostas organiza os valores para reduzir a chance de lucro do apostador.

## **Orientações para o professor**

Esta tarefa é ideal para promover discussões sobre a percepção de “segurança” nas apostas múltiplas. Sugestões para aprofundamento:

- ✓ Incentive os alunos a calcular quais seriam as odds mínimas para que o retorno fosse igual ao total apostado;
- ✓ Proponha que eles simulem outras apostas com odds distintas, avaliando em quais casos o lucro seria garantido;
- ✓ Mostre como a casa de apostas ajusta as odds para obter vantagem, mesmo que o apostador cubra todos os desfechos.

Trata-se de uma oportunidade para trabalhar conceitos de risco, retorno e estratégias probabilísticas.

## **Veja mais sobre o assunto**

Alguns apostadores acreditam que apostando em todas as opções sairão vitoriosos. Essa situação é conhecida como aposta tripla ou aposta múltipla. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal abaixo.

✓ Terra Apostas: (Apostas, 2024).

**Tarefa 14**

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, frações, cálculo de lucro e prejuízo.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF06MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação e divisão), envolvendo diferentes significados e usos dessas operações.

(EF06MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de porcentagens em diferentes contextos, incluindo o uso de descontos, acréscimos e análise de desempenho.

**Tarefa 14: Pensando sobre odds**

Considere uma pessoa que aposta 100 reais em um time favorito que paga uma odd de 1,1. Ela realiza 10 apostas, acertando 9 e errando 1. Responda aos itens abaixo:

- a) Quanto ela ganharia ao final das 9 apostas vencedoras se apostasse 100 reais por vez?
- b) Qual seria o prejuízo total após a aposta errada?
- c) Qual o saldo final após as 10 apostas realizadas?
- d) Qual o índice de acerto da pessoa nas apostas? Expresse em porcentagem.

**Resolução comentada**

**a)** A pessoa apostou 100 reais por vez, com uma odd de 1,1. Em cada aposta vencedora, ela recebe:

$$100 \times 1,1 = 110 \text{ reais.}$$

Como ela acertou 9 apostas:

$$9 \times 110 = 990 \text{ reais.}$$

**b)** Como a aposta errada significa uma perda total de 100 reais, ela perdeu:

$$100 \text{ reais.}$$

**c)** O saldo final é o total ganho com as apostas vencedoras menos o valor perdido na aposta errada:

$$990 - 100 = 890 \text{ reais.}$$

**d)** A pessoa acertou 9 de 10 apostas, ou seja, ela teve um índice de acerto de:

$$\frac{9}{10} \times 100 = 90\%.$$

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os impactos das apostas esportivas e a relação entre acertos e retornos financeiros, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ O que aconteceria se a pessoa tivesse um índice de acerto de 100%? Isso garantiria lucro em longo prazo?

✓ Como a odd baixa influencia os ganhos, mesmo quando a taxa de acertos é alta?

✓ Quais estratégias podem ser utilizadas para minimizar os riscos e evitar prejuízos em apostas esportivas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes cenários, comparando o impacto das odds nos ganhos e perdas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir a importância da gestão de riscos e como o retorno esperado pode ser afetado pela variação das odds e pelo número de acertos necessários para obter lucro.

#### **Veja mais sobre o assunto**

Destacamos a importância dos jovens saberem o que pode ocorrer com repetidas ações como apostadores. Para isso, sugerimos a leitura:

✓ G1: (G1 EDUCAÇÃO, 2024).

**Tarefa 15**

**Público-alvo:** Ensino Fundamental.

**Duração da tarefa:** 50 minutos.

**Objetos de conhecimento:** Probabilidade, frações e cálculo de lucro e prejuízo.

**Habilidades da BNCC relacionadas:**

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas envolvendo as operações fundamentais com números naturais e racionais, utilizando estratégias pessoais e convencionais, inclusive com o uso de calculadora.

(EF07MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam diferentes significados da multiplicação e da divisão com números racionais, com e sem uso de tecnologias digitais.

**Tarefa 15: Comparando apostas e retornos em diferentes odds**

Imagine que uma pessoa faça 10 apostas de 100 reais cada, sempre em times favoritos, mas agora com odds diferentes em cada aposta. Ela aposta com odds de 1,1 em 5 apostas e com odds de 2,0 em 5 apostas. Ela acerta 9 de suas 10 apostas. Responda aos itens abaixo:

- a) Qual será o valor total ganho pela pessoa com as 5 apostas em odds de 1,1?
- b) Qual será o valor total ganho pela pessoa com as 5 apostas em odds de 2,0?
- c) Qual seria o prejuízo da aposta errada?
- d) Qual o saldo final após as 10 apostas realizadas?

**Resolução comentada**

**a)** Para as 5 apostas com odd 1,1, a pessoa apostou 100 reais por vez e ganhou 10% a mais em cada aposta. O total ganho em 5 apostas com odd 1,1 será:

$$5 \times 100 \times 1,1 = 5 \times 110 = 550 \text{ reais.}$$

**b)** Para as 5 apostas com odd 2,0, a pessoa apostou 100 reais por vez e dobrou o valor apostado em cada vitória. O total ganho em 5 apostas com odd 2,0 será:

$$5 \times 100 \times 2,0 = 5 \times 200 = 1000 \text{ reais.}$$

**c)** Como a aposta errada significa uma perda total de 100 reais, ela perdeu:

$$100 \text{ reais.}$$

**d)** O saldo final é o total ganho com as apostas vencedoras menos o valor perdido na aposta errada:

$$550 + 1000 - 100 = 1450 \text{ reais.}$$

### Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre o impacto das odds no retorno financeiro e nos riscos das apostas, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ Como a alteração da odd pode impactar o retorno final, mesmo quando a taxa de acertos permanece a mesma?

✓ Quais são os riscos de apostar em odds mais altas? Como isso afeta tanto os ganhos quanto as perdas?

✓ Qual é a relação entre o índice de acertos e o retorno total em longo prazo nas apostas esportivas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode propor que os alunos analisem diferentes cenários de apostas, comparando os ganhos e perdas em situações com odds variadas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como diferentes estratégias podem influenciar os resultados ao longo do tempo e de que forma o gerenciamento de riscos pode minimizar prejuízos.

### **Veja mais sobre o assunto**

As apostas esportivas online, de forma estratégica, deixam muitas informações ocultas, e uma delas é a comissão cobrada. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal:

✓ E-Investidor (Estadão): (E-Investidor, 2024).