



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PAULO DA SILVA OLIVEIRA

PRODUTO EDUCACIONAL

**PRÁTICAS INCLUSIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: DO CONCRETO AO
ABSTRATO**

CAMPINA GRANDE
2026

PRÁTICAS INCLUSIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: DO CONCRETO AO ABSTRATO

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática na educação básica.

Orientador: Prof.^a Dra. Maria Isabelle Silva.

CAMPINA GRANDE
2026

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

O48a Oliveira, Paulo da Silva.
Práticas inclusivas no ensino de matemática
[manuscrito] : do concreto ao abstrato / Paulo da Silva
Oliveira. - 2026.
45 f. : il. color.

Digitado.

Produto Educacional apresentado ao Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional/UEPB

"Orientação : Prof. Dra. Maria Isabelle Silva,
Departamento de Matemática - CCT".

1. Educação matemática Inclusiva. 2. Deficiência
intelectual. 3. Materiais manipuláveis. 4. Atividades
adaptadas. I. Título

21. ed. CDD 327.7

PAULO DA SILVA OLIVEIRA

PRÁTICAS INCLUSIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: DO CONCRETO AO ABSTRATO

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática na educação básica.

Aprovado em: 27/02/2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dra. Maria Isabelle Silva (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof.^a Dra. Luciana Roze de Freitas (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. Leomaques Francisco S. Bernardo (Membro externo)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

RESUMO

Este produto apresenta o papel fundamental dos materiais manipuláveis no ensino de matemática para crianças com deficiência intelectual, partindo da premissa de que a concretização do pensamento é o caminho para uma inclusão efetiva. O trabalho defende que a equidade no ambiente escolar depende de estratégias que respeitem as diversas formas de aprendizagem, alinhando-se às competências da BNCC com foco no letramento matemático, que incentiva o uso de diferentes recursos didáticos para a resolução de problemas BNCC (2018). Os temas vistos aqui, números inteiros com a utilização de materiais dourados, frações com o uso dos copos cilíndricos e líquidos coloridos, simplificação de frações e frações equivalentes com a tabela de múltiplos de Pitágoras e a construção de planificações dos poliedros de Platão na unidade temática Geometria, geraram resultados parciais que indicam que o uso de objetos táteis não apenas facilita a compreensão de conceitos complexos, mas também fortalece a autonomia e a confiança do aluno com deficiência intelectual no processo de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação matemática inclusiva, Deficiência intelectual, Materiais manipuláveis, Atividades adaptadas.

SUMÁRIO

1	Introdução	5
2	Metodologia e implementação pedagógica	7
3	Atividades com material concreto	9
3.1	Números inteiros com material dourado.....	9
3.2	A vida em pedaços (Frações com o que você tem em casa).....	17
3.3	Frações equivalentes e simplificação.....	23
4	Os poliedros regulares e mais um.....	28
4.1	Os poliedros de platão.....	28
4.2	Planificando a partir do zero.....	29
4.2.1	Planificação do tetraedro regular.....	29
4.2.2	Planificação do hexaedro regular (cubo).....	30
4.2.3	Planificação do octaedro regular.....	32
4.2.4	Planificação do icosaedro regular.....	34
4.2.5	Planificação do dodecaedro regular.....	36
4.2.6	Planificação do icosaedro regular truncado.....	39
5	Considerações finais	43
	Referências	44

1. Introdução.

Este material que apresento agora complementa a minha Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), intitulada Atividades de Matemática Adaptadas para Alunos com Deficiência Intelectual. Ele funciona como requisito básico para a obtenção do título de mestre em Matemática.

A ideia central nesse trabalho foi desenvolver e organizar algumas propostas de atividades práticas de matemática voltadas especificamente para alunos com Deficiência Intelectual que estão nos anos finais do Ensino Fundamental, criando caminhos que facilitem o acompanhamento desses estudantes, transformando o aprendizado num ato prazeroso, mais acessível e próximo da realidade deles em sala de aula.

A intenção principal deste Produto Educacional, é que ele funcione como um apoio para o planejamento de aulas para educadores que, assim como eu sentiram, ou sentem, dificuldades em adaptar atividades de matemática para esse público alvo.

Tentei trazer algo que fosse prático e lúdico, mas sem parar por aí. O desafio que me propus foi ajudar o aluno a navegar entre o conceito abstrato da matemática e o mundo concreto. O objetivo é que ele não apenas veja o conteúdo, mas consiga entender a lógica por trás, coloque a mão na massa e, no fim das contas, sinta que aquele aprendizado realmente faz sentido na vida dele.

Para facilitar a leitura, organizei o trabalho em quatro partes principais. No primeiro capítulo, faço uma introdução apresentando os temas e as intenções que guiam todo o texto.

Em seguida, foco nos objetivos da nossa prática pedagógica, sempre relacionando as atividades com o que determinam as diretrizes curriculares nacionais. O terceiro capítulo é o coração da minha dissertação: nele, apresento as atividades que desenvolvi para alunos com deficiência intelectual, utilizando materiais concretos que foram testados e aplicados em sala de aula.

O quarto capítulo é dedicado aos sólidos de Platão. Incluí uma seção bem prática sobre como construir a planificação de cada um deles usando apenas régua e compasso, o que acredito ser um recurso muito útil para o planejamento de aulas de matemática. Por fim, apresento as considerações finais no quinto capítulo.

Para organizar o material, seguimos de perto as orientações da BNCC de 2018. Cada atividade proposta aqui está amarrada às unidades temáticas oficiais. O que eu fiz foi mergulhar em cada uma dessas unidades, escolher um objeto de conhecimento

específico e, a partir daí, elencar as competências da matemática que fazem mais sentido para aquele conteúdo. Assim, o trabalho fica bem fundamentado e fácil de encaixar no currículo que a gente já usa no dia a dia.

2. Metodologia e implementação pedagógica.

Essa proposta tem como objetivo tirar a Matemática daquele lugar abstrato e trazer para a realidade dos alunos, como determina a BNCC. O ideal é fazer com que eles deixem de ser apenas espectadores e passem a ser os protagonistas do próprio aprendizado.

Para que isso realmente aconteça no dia a dia da escola, acredito que nossas práticas pedagógicas precisam abrir espaço de verdade para a participação deles. O estudante precisa ser parte do processo, no fazer e no agir, só assim o ensino faz sentido dentro do contexto em que eles vivem.

“É importante ressaltar que a aula tradicional, não deve ser descartada, pois também possibilita um tipo de aprendizagem que contempla especificidades de determinados conteúdos e para certos públicos. Entretanto, outras práticas pedagógicas podem e devem ser utilizadas trazendo diferentes tipos de significações para os estudantes.” (Iezzi, 2022, p. 36).

Sabemos bem que a Matemática costuma ser vista como uma barreira bem mais alta do que outras disciplinas. “Por conta dessa fama de ser "difícil", ela acabou recebendo uma atenção diferenciada ao longo das últimas décadas, justamente na tentativa de entender por que tanta gente trava diante dos números.” (Assis, 2011)

Este produto é apenas uma proposta para educadores, que resultou de uma experiência que foi transformada em pesquisa. Assim, surgiu a dissertação intitulada Atividades de Matemática para Alunos com Deficiência Intelectual. É certo que neste percurso muitas atividades foram desenvolvidas. Aqui estão apenas algumas delas. A forma como foi aplicada, as orientações e ainda outras atividades estão na dissertação. Todas elas foram planejadas e desenvolvidas na Escola Municipal do Ensino Fundamental Professor Durmeval Trigueiro Mendes – João Pessoa, Paraíba.

Quando pensamos no atendimento a alunos que têm Deficiência Intelectual, fica claro que não dá para seguir o mesmo padrão da sala de aula. O planejamento precisa ser pensado especificamente para as necessidades deles.

Sendo bem realista, a gente sabe que nem sempre vamos alcançar o conteúdo total ou um aprendizado completo, mas qualquer pequeno progresso que o aluno demonstra já é uma vitória enorme e um passo muito importante no desenvolvimento dele. Segundo a BNCC, para que isso funcione na prática, as escolas e as redes de ensino precisam se organizar com um olhar atento para a equidade (Brasil, 2018).

Algumas atividades com material concreto foram planejadas e confeccionadas pelo professor, antes das aulas. Como por exemplo, a atividade “Números inteiros com

material dourado”. Nesta atividade todos os cubinhos foram coloridos com tinta guache, antes. A atividade “A vida em pedaços (Frações com o que você tem em casa)”, também foi preparada antecipadamente, marcando-se as medidas das frações em copos cilíndricos de acrílico. As demais foram construídas no momento da realização da aula, durante as primeiras aulas. Estas aulas aconteceram na sala do Atendimento Educacional Especializado (AEE), em que não poderia deixar de destacar aqui a parceria da professora especialista, que foi de grande utilidade neste processo. Fazendo valer o que diz o artigo 208, da Constituição Federal de 1988, que diz “atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino”

3. Atividades com material concreto.

A matemática na sua forma abstrata às vezes torna-se um pouco assustadora, mas chega a ser mais prazerosa quando a gente traz materiais concretos para a sala de aula, mudando a dinâmica das aulas. Trabalhar com objetos que o aluno possa visualizar, manipular, comparar, deixa o conceito palpável. Isso é fundamental porque tira o conhecimento do campo das fórmulas prontas e o transforma em uma experiência real. Para quem está aprendendo, especialmente lidando com diferentes ritmos de compreensão, ver a Matemática acontecer na realidade ajuda a fixar o conteúdo de um jeito que a lousa sozinha dificilmente consegue proporcionar.

Neste capítulo, queremos mostrar o que foi feito com quatro alunos que têm deficiência intelectual em uma escola da rede pública municipal. O foco aqui foi colocar a inclusão em prática, buscando caminhos para que eles conquistem mais independência e tenham as mesmas oportunidades que os outros colegas. Como diz Freitas, “a educação inclusiva é também expressão de como cada um se vê, se localiza, se percebe, em relação àquele que chega aos territórios escolares” (Freitas, 2022, p. 17).

Recomendo que leia a dissertação para uma melhor compreensão dessas atividades. Cada atividade aqui foi elaborada e aplicada com o máximo de zelo especialmente para o público alvo deste estudo.

As competências da BNCC utilizadas neste capítulo, foram:

Competência 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

3.1. Números inteiros com material dourado.

UNIDADE TEMÁTICA: Números

OBJETO DO CONHECIMENTO: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.

HABILIDADES DA BNCC

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

MATERIAL: material dourado, tinta guache.

OBJETIVO GERAL

Familiarizar o aluno com o conjunto dos números inteiros, estendendo a compreensão dos números naturais para abranger os números negativos. Busca-se, dessa forma, a sistematização de um conjunto unificado, explorando as operações e propriedades que regem sua estrutura matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconhecer e distinguir números e grandezas positivas e negativas em diferentes contextos.
- Estabelecer relações de ordem e grandeza entre números inteiros.
- Representar geometricamente o conjunto dos inteiros mediante a utilização da reta numérica.
- Modelar e solucionar situações-problema fundamentadas nas operações de adição e subtração.
- Desenvolver estratégias de resolução de problemas que abranjam as operações de multiplicação e divisão no domínio dos inteiros.

Apresentação do material

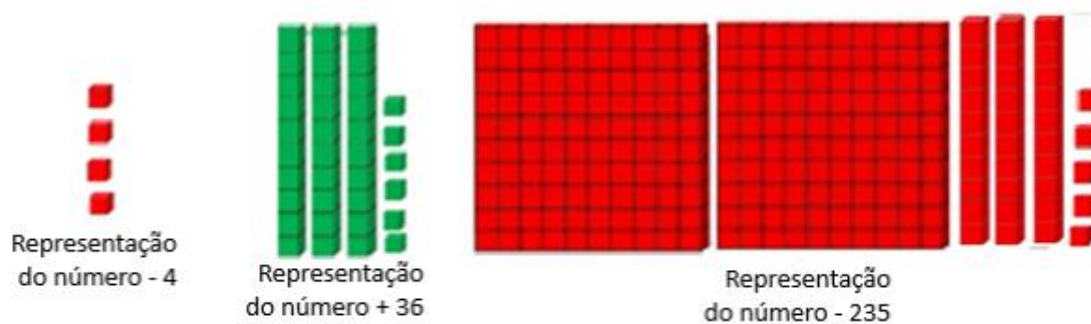
O material dourado apresenta-se em duas cores, aos alunos, informa-se que as quantidades positivas estão associadas à cor verde e os números negativos, estão associados à cor vermelha.

Abaixo, mostramos, por exemplo, como escrever alguns números inteiros com essa proposta:

Representar com os cubinhos (foto) os números -4 , $+36$ e -235 , como sendo:

- $-4 = 4$ cubos vermelhos;
- $+36 = 3$ grupos de 10 cubos verdes + 6 cubos verdes;
- $-235 = 2$ grupos de 100 cubos vermelhos + 3 grupos de 10 cubos vermelhos + 5 cubos vermelhos.

Figura 1: Representação de inteiros

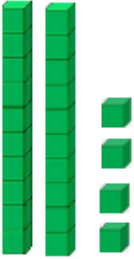
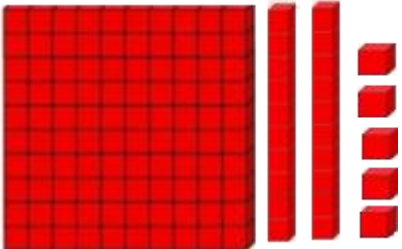
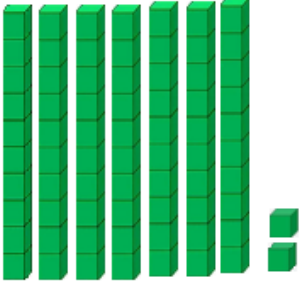
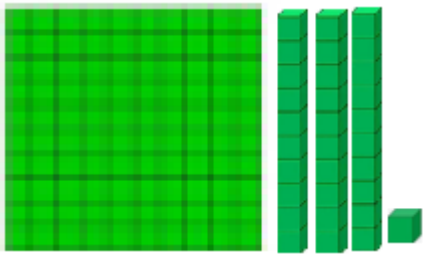
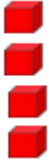


Fonte: Elaborada pelo autor, 2024

Em seguida, apresentaremos algumas atividades desenvolvidas depois das aulas práticas no intuito de promover a fixação da aprendizagem.

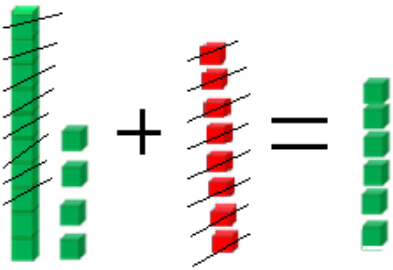
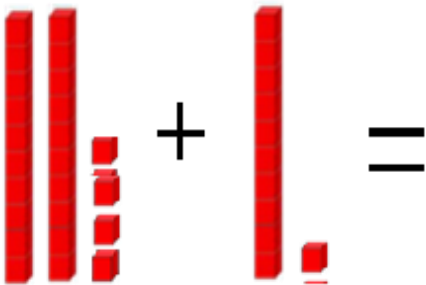
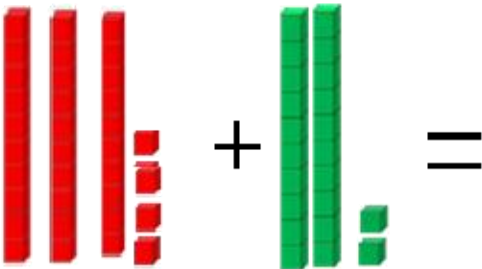
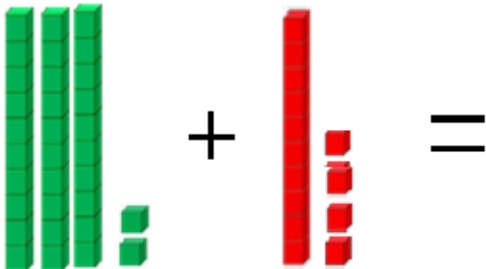
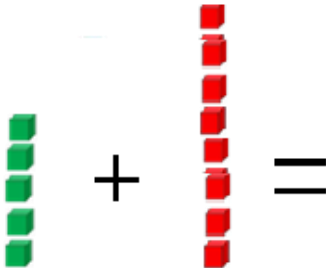
ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Escreva o número correspondente, como no exemplo.

MATERIAL DOURADO	C	D	U	NÚMERO
	0	2	4	+ 24
				
				
				
				
				

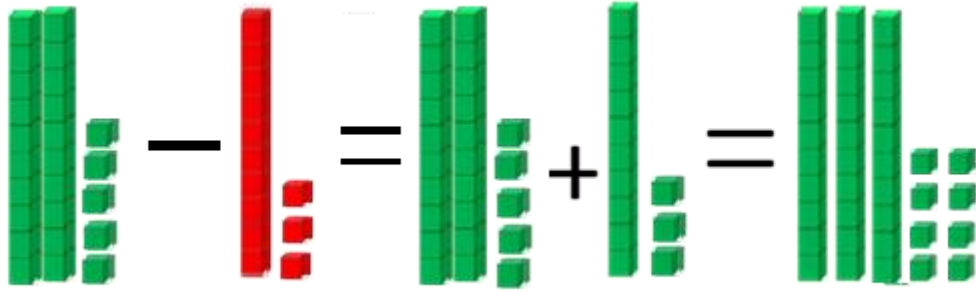
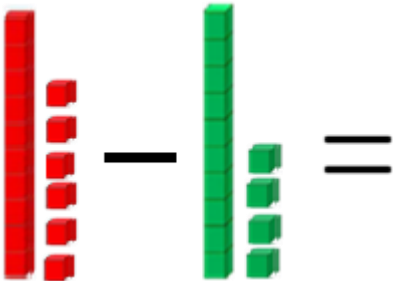
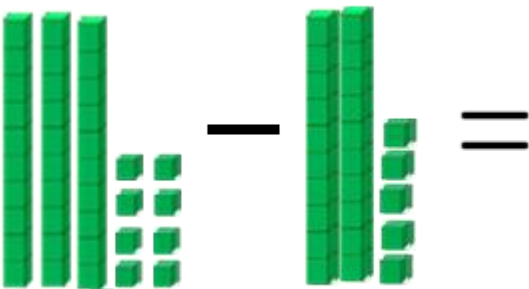
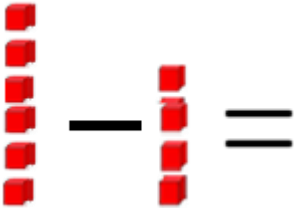
ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Escreva a quantidade de cubos e o número correspondente à soma, como no exemplo.

MATERIAL DOURADO	OPERAÇÃO	SOMA
	$(+14) + (-8) =$	$+6$
		
		
		
		

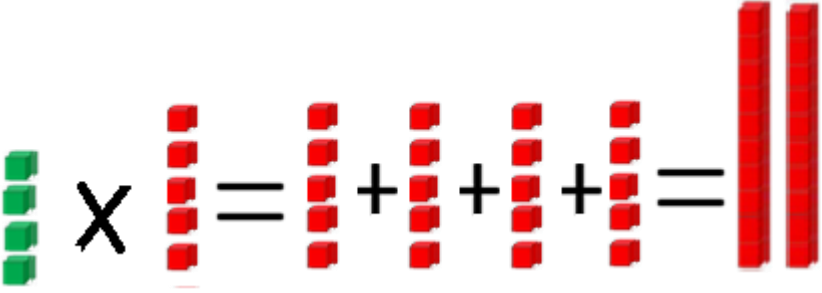
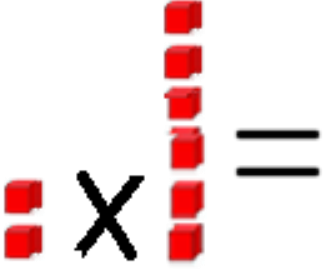
ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Escreva a quantidade de cubos, e o número correspondente à subtração, como no exemplo.

MATERIAL DOURADO	OPERAÇÃO	SOMA
	$(+25) - (-13) =$ $(+25) + (+13) =$ $+38$	+38
		
		
		
		

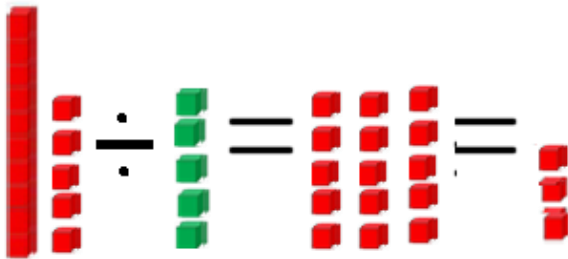
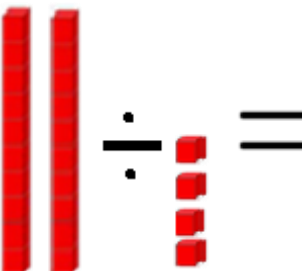
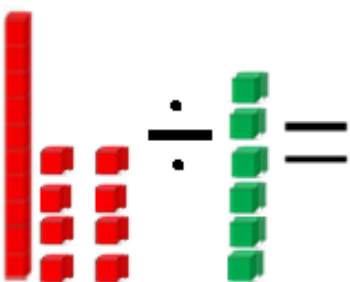
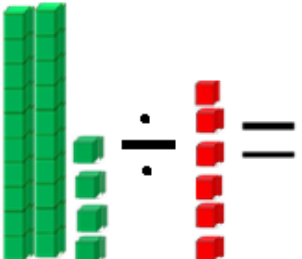
ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Agrupe o número de cubos, some e dê o resultado da multiplicação, como no exemplo.
Não se esqueça que fatores de sinais iguais geram cubos verdes e cores diferentes, geram cubos vermelhos.

MATERIAL DOURADO	OPERAÇÃO	PRODUTO
	$(+4) \times (-5) =$ $(-5) + (-5) +$ $(-5) + (-5) =$ -20	- 20
		
		
		
		

ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Agrupe o número de cubos, e dê o resultado das divisões, como no exemplo. Não se esqueça que termos de sinais iguais geram cubos verdes e cores diferentes, geram cubos vermelhos.

MATERIAL DOURADO	OPERAÇÃO	SOMA
	$(-15) : (+5) =$ Três grupos de $(-5) = -3$	- 3
		
		
		
		

3.2. A vida em pedaços (Frações com o que você tem em casa)

A proposta pedagógica baseia-se na aplicação de uma atividade prática com recursos didáticos customizados, onde teremos que realizar antecipadamente a confecção artesanal dos instrumentos. Utilizando técnicas de medição precisa com régua e compasso, os copos longos e cilíndricos de acrílico foram graduados e marcados manualmente com pigmento permanente, garantindo a viabilidade e a exatidão necessárias para a execução do experimento.

UNIDADE TEMÁTICA: Números

OBJETO DO CONHECIMENTO:

- Frações.
 - Fração da unidade
 - Leitura e escrita de fração
 - Tipos de fração.
 - Fração de uma quantidade.
 - Frações equivalentes.
 - Adição e subtração de frações.

HABILIDADES DA BNCC

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

MATERIAL:

- Copos cilíndricos de acrílico transparentes graduados com marcações de meios, terços, quartos, quintos, sextos e oitavos.
- Corante para adicionar a água.

OBJETIVO GERAL

Promover a compreensão do conjunto dos números racionais por meio da articulação entre o conceito de partição da unidade e a sua respectiva representação fracionária. O conteúdo abrange a identificação, a ordenação e a comparação de frações, bem como o domínio de algoritmos para operações fundamentais. Busca-se, prioritariamente, a aplicação desses conceitos na resolução de problemas matemáticos contextualizados.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Retomar a ideia de fração como a razão entre dois números.
- Comparar e ordenar números racionais.
- Reconhecer frações equivalentes.
- Compreender e calcular a fração de um número.
- Associar números racionais a pontos da reta numérica.
- Escrever frações como porcentagem.
- Compreender o conceito de adição e subtração de frações.
- Resolver e elaborar pequenos problemas que envolvam adição, subtração e cálculo de fração de um número.

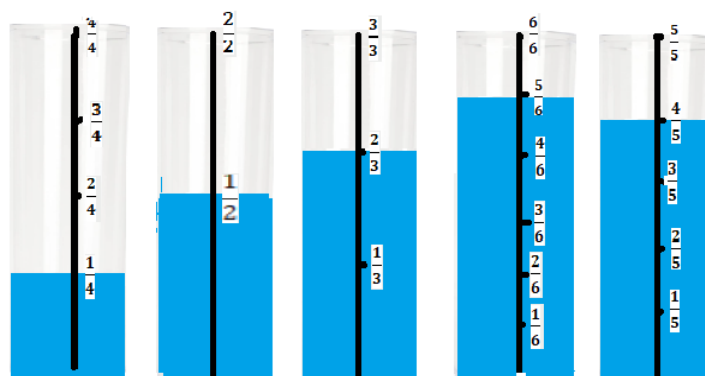
Apresentação do material

A sessão inicial tem como objetivo principal reconhecimento técnico e à calibração visual de recipientes cilíndricos graduados. O protocolo consistiu na identificação das escalas de medição e na correta manipulação de fluidos (soluções aquosas coradas) para a representação física de grandezas racionais. O procedimento operacional seguiu as seguintes etapas:

1. Identificação de Frações: Seleção aleatória de valores fracionários para representação.
2. Aferição e Preenchimento: Localização do recipiente com a graduação correspondente ao denominador e preenchimento volumétrico até o nível indicado pela fração nominal (exemplo: para o valor $1/2$, utilizou-se o recipiente com escala em meios, preenchendo-o até a respectiva marca).
3. Análise Comparativa: Observação das variações de volume conforme os diferentes numeradores e denominadores.

A figura abaixo ilustra a aplicação prática deste método, apresentando as medições volumétricas correspondentes às frações $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, e $\frac{4}{5}$.

Figura: Frações representadas com volumes

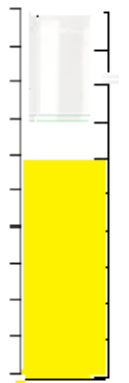
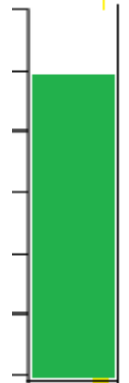
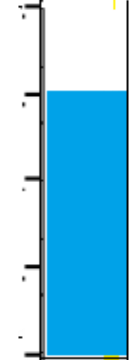


Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

Em seguida, apresentaremos algumas atividades desenvolvidas depois das aulas práticas no intuito de promover a fixação da aprendizagem.

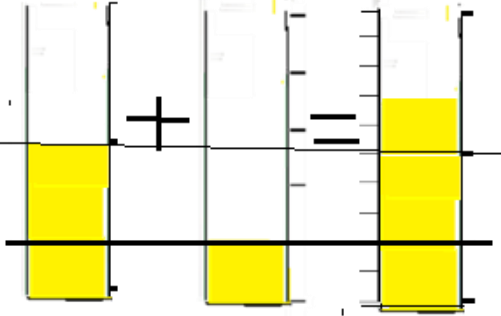
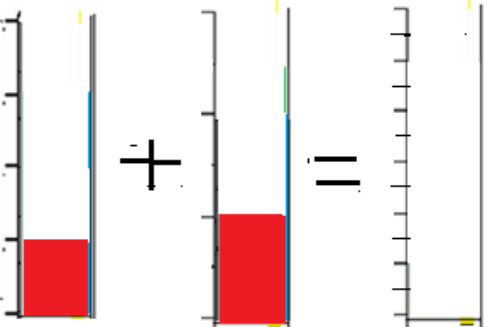
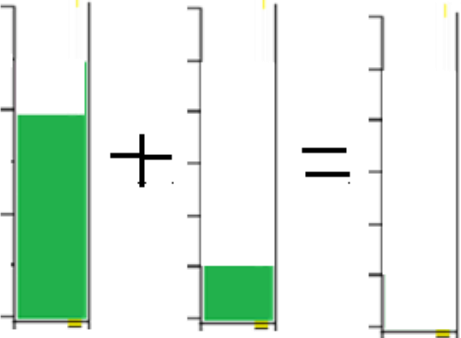
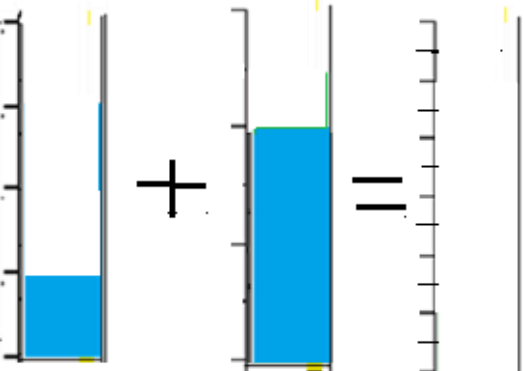
ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Escreva o número correspondente às frações, como no exemplo.

PARTE INTEIRA	Nº DE PARTES DO INTEIRO	FRAÇÃO DO INTEIRO
	5	$\frac{1}{5}$
		
		
		

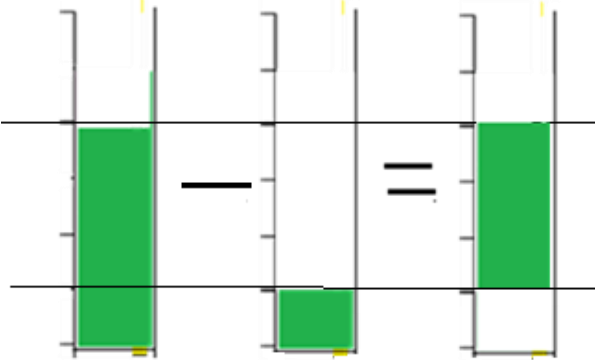
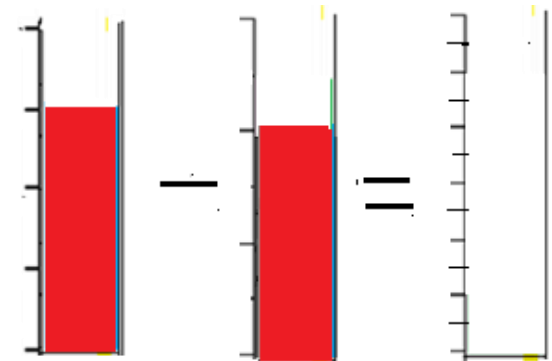
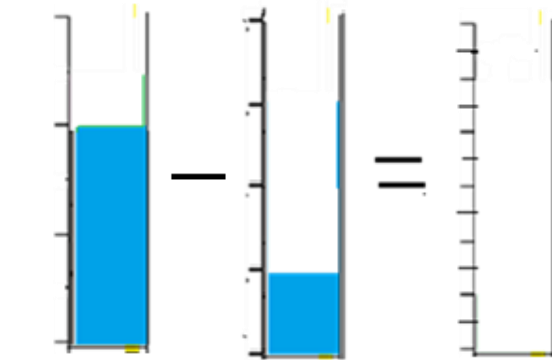
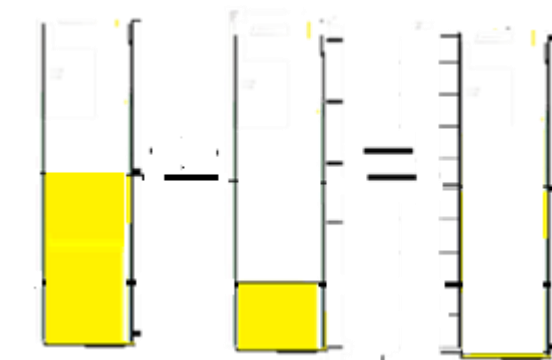
ALUNO: _____ DATA: __/__/__

Preencha o terceiro tubo e escreva o número correspondente às somas de frações, como no exemplo.

MATERIAL CONCRETO	OPERAÇÃO OBSERVADA	FRAÇÃO
	$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10}$	$\frac{7}{10}$
		
		
		

ALUNO: _____ DATA: __/__/__

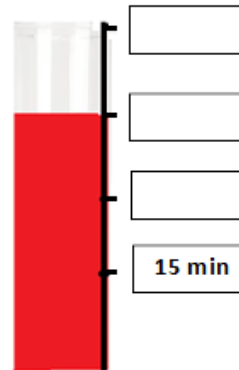
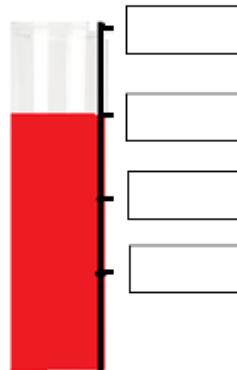
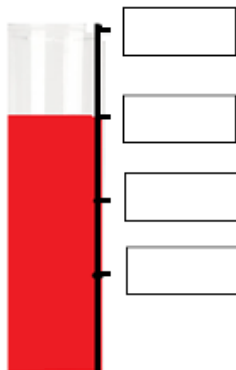
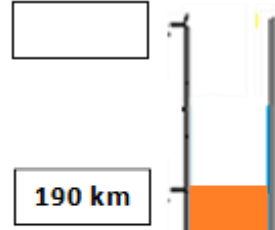
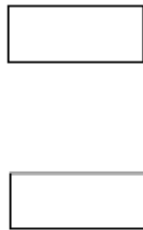
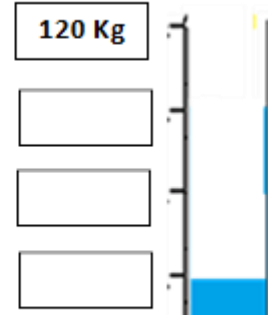
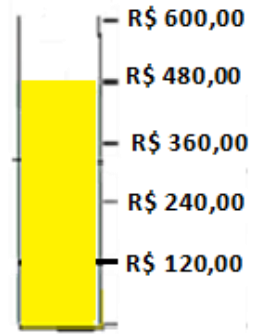
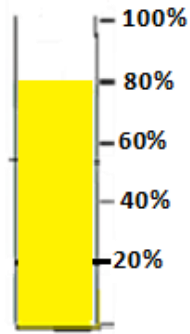
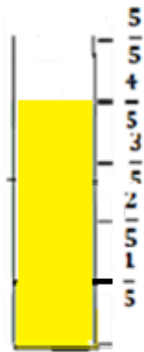
Preencha o terceiro tubo e escreva o número correspondente às subtrações de frações, como no exemplo.

MATERIAL CONCRETO	OPERAÇÃO OBSERVADA	FRAÇÃO
	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$
		
		
		

ALUNO: _____ DATA: __/__/__

Escreva nos espaços as frações, o percentual e a quantidade correspondentes, como no exemplo.

MATERIAL CONCRETO



3.3. Frações equivalentes e simplificação

Com esta atividade buscamos ajudar os alunos com deficiência intelectual e outras dificuldades associadas a entenderem, de fato, como funciona a simplificação de frações. Em vez de ficarmos apenas nos números abstratos, o foco aqui é usar materiais concretos e apoios visuais para mostrar a lógica por trás das frações equivalentes, permitindo que o estudante perceba que uma mesma quantidade pode ser escrita de formas diferentes sem perder o seu valor. Para isso, a Tábua de Pitágoras pode ser adaptada para atender a essa realidade, pois apresenta uma estratégia visualmente clara, por ter funcionado muito bem em aulas práticas. O objetivo final dessa adaptação foi simplificar os conceitos matemáticos e torná-los palpáveis, garantindo que o conteúdo seja acessível e que esses alunos ganhem mais autonomia na hora de fazer os cálculos.

UNIDADE TEMÁTICA: Números

OBJETO DO CONHECIMENTO:

- Frações:
 - Frações equivalentes
 - Simplificação de frações.

HABILIDADES DA BNCC

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.

MATERIAL:

- Cartolina guache colorida.
- Números impressos no papel.
- Cola branca de papel.
- Uma régua graduada.

- Duas réguas vazadas de cartolina.
- Tesoura para cortar papel.
- Lápis hidrocor preto de risco permanente.

OBJETIVO GERAL

O objetivo central desta intervenção é viabilizar a compreensão do conceito de equivalência fracionária, utilizando recursos manipuláveis e visuais como suporte ao pensamento abstrato. A proposta busca dar subsídios para que o discente transite entre as diferentes representações de um mesmo número racional. Para isso, o foco não está apenas na técnica, mas no domínio dos processos de simplificação e expansão, permitindo que o aluno perceba como numeradores e denominadores podem ser alterados mantendo-se a proporcionalidade da unidade fracionária.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconhecer frações equivalentes.
- Desenvolver a habilidade algorítmica de multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número natural (diferente de zero). Isso permite que o discente transite livremente entre frações mais complexas e frações irredutíveis.
- Reconhecer a relação de proporcionalidade existente entre os termos de frações equivalentes. O aluno deve ser capaz de prever o próximo termo de uma sequência de equivalência, consolidando o raciocínio lógico-matemático.
- Utilizar o conceito de equivalência como ferramenta para comparar frações e realizar operações de adição e subtração com denominadores diferentes, aplicando o conhecimento em situações-problema do cotidiano.
- Escrever a classe de equivalência de uma fração.

Tabela: Tabela dos múltiplos

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura: Régua vazada



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

Em seguida, apresentaremos algumas atividades desenvolvidas depois das aulas práticas no intuito de promover a fixação da aprendizagem.

ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Utilize a tabela pitagórica e as régua vazadas para escrever a fração irredutível da fração dada, em cada figura, como no exemplo.

TABELA DOS MÚLTIPLOS											FRAÇÃO	FRAÇÃO IRREDUTÍVEL
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{9}{45}$	$\frac{1}{5}$
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30		
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60		
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90		
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{18}{42}$	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30		
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60		
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90		
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{24}{40}$	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30		
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60		
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90		
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{35}{56}$	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30		
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60		
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70		
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90		
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100		

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$\frac{6}{54}$$

ALUNO: _____ DATA: ____/____/____

Agora, sem fazer uso da régua vazada, escreva 3 frações equivalentes à fração dada, em cada figura, como no exemplo.

TABELA DOS MÚLTIPLOS											FRAÇÃO	FRAÇÕES EQUIVALENTES																																																																																																																									
<table><tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>30</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td></tr><tr><td>6</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td><td>60</td></tr><tr><td>7</td><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td><td>70</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>80</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td><td>90</td></tr><tr><td>10</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr></table>											X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{27}$ $\frac{5}{45}$ $\frac{6}{54}$
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																																																											
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																																																											
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																																																											
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																																																											
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																																																											
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																																																											
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																																																											
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																																																											
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																																																											
<table><tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>30</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td></tr><tr><td>6</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td><td>60</td></tr><tr><td>7</td><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td><td>70</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>80</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td><td>90</td></tr><tr><td>10</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr></table>											X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$\frac{4}{9}$	
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																																																											
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																																																											
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																																																											
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																																																											
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																																																											
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																																																											
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																																																											
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																																																											
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																																																											
<table><tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>30</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td></tr><tr><td>6</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td><td>60</td></tr><tr><td>7</td><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td><td>70</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>80</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td><td>90</td></tr><tr><td>10</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr></table>											X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$\frac{24}{40}$	
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																																																											
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																																																											
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																																																											
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																																																											
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																																																											
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																																																											
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																																																											
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																																																											
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																																																											
<table><tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>30</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td></tr><tr><td>6</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td><td>60</td></tr><tr><td>7</td><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td><td>70</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>80</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td><td>90</td></tr><tr><td>10</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr></table>											X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$\frac{35}{45}$	
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																											
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																																																											
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																																																											
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																																																											
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																																																											
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																																																											
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																																																											
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																																																											
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																																																											
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																																																											

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$\frac{16}{36}$$

4. Os poliedros regulares e mais um.

Todas as atividades de construções de poliedros feitos na dissertação intitulada “Atividades de matemática adaptadas para alunos com deficiência intelectual”, utilizou-se apenas régua e compasso. A régua não precisava ser graduada.

Neste capítulo, também trataremos de construções de planificações utilizando apenas régua não graduada e compasso.

Às vezes o aluno passa todo um ano letivo e não consegue estudar Geometria por algum motivo. Na maioria das vezes, o professor percebe que a turma não consegue acompanhar os objetivos daquele ano, por não ter absorvido conteúdos de anos anteriores. Quando isto acontece, entra em um processo de revisões para alcançar o nivelamento da turma, e aí falta tempo para cumprir o currículo daquele ano e, muitas vezes, os capítulos de geometria são deixados de fora.

A BNCC destaca a importância da unidade temática geometria nos currículos de matemática.

“A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência” (Brasil, 2018, p. 271).

Há inúmeros vídeos e figuras circulando na internet, que mostram planificações de poliedros. Aqui, quero destacar a construção da planificação dos poliedros regulares utilizando apenas uma régua não graduada e um compasso.

4.1. Os poliedros de platão.

Sabemos que todo poliedro regular é convexo, todas as suas faces são polígonos regulares congruentes entre si, de um de seus vértices parte o mesmo número de arestas e todos os seus ângulos poliédricos são congruentes.

Existem apenas 5 poliedros regulares, conhecido também como Poliedros de Platão, filósofo grego considerado um dos grandes gênios da humanidade, que nasceu em 428 a.C. Platão associou os poliedros regulares conhecidos na época aos elementos da natureza: O tetraedro representava o Fogo, o cubo representava a Terra, o octaedro representava o ar, o icosaedro representava a água e o dodecaedro, representava o universo.

Figura 4.: Associação dos sólidos de Platão aos elementos da natureza



Fonte: Elaborada pelo autor com as figuras retiradas de (Pereira, 2011)

No título deste capítulo temos os poliedros regulares e mais um. Isto se dá porque apresentamos, além dos cinco poliedros platônicos, um poliedro a parte: o icosaedro truncado, que nos remete a uma planificação aproximada de uma bola de futebol.

4.2. Planificando do início.

Aqui, daremos início às planificações dos poliedros regulares propostos, utilizando apenas uma régua não graduada e um compasso. Em cada construção, começando do início, seguiremos um roteiro até chegar ao sólido geométrico proposto.

4.2.1. Planificação do tetraedro regular.

O tetraedro regular possui 4 faces triangulares, 4 vértices e 6 arestas. Todas as faces são triângulos equiláteros congruentes entre si.

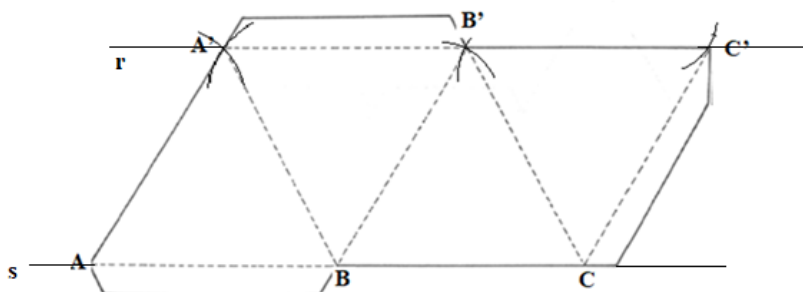
ROTEIRO PARA A PLANIFICAÇÃO DO TETRAEDRO REGULAR

PROCEDIMENTO

1. No lado não colorido de uma cartolina guache, trace uma reta s . A partir dessa reta iremos construir os triângulos equiláteros, que serão as faces do tetraedro.

2. Escolha um ponto A em s e abra o compasso com a medida desejada do lado do tetraedro (Ex. 7 cm).
3. Em seguida, com a ponta seca em A, marque o ponto B em s. E, seguindo na mesma direção, com a ponta seca em B, marque o ponto C, formando assim, os segmentos consecutivos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$.
3. Agora, com a ponta seca em A, e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora de s e, com a ponta seca em B, faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de A'.
4. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s, agora usando os pontos B e C. Chame esse ponto de intersecção de B'.
5. Trace a reta r passando por A' e B'. Esta reta será paralela a s.
6. Com a ponta seca do compasso em B', e com mesma medida, marque o ponto C', de modo que $\overline{A'B'}$ e $\overline{B'C'}$ sejam consecutivos.
7. Trace os segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{A'B}$, $\overline{BB'}$, $\overline{B'C}$ e $\overline{CC'}$.
8. Coloque as orelhar e a planificação do tetraedro está pronta.
9. Agora é só vincar, recortar e montar.

Figura 4.2.1: Planificação do tetraedro regular



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

4.2.2. Planificação do hexaedro regular (cubo)

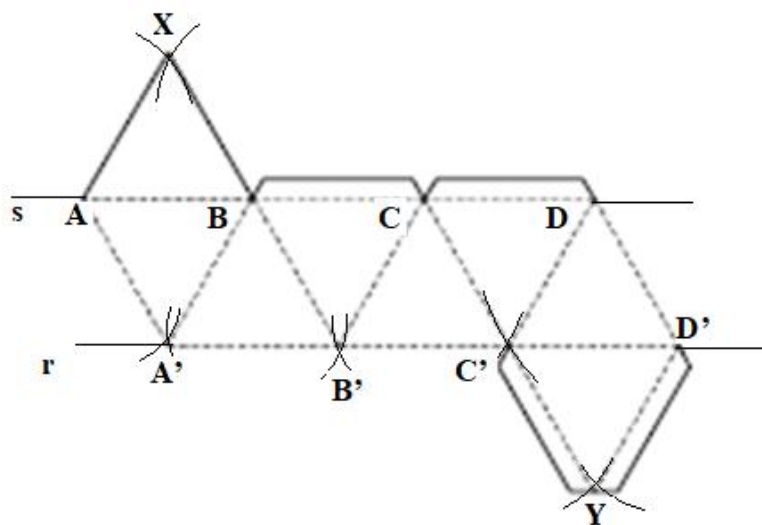
O hexaedro regular possui 6 faces quadrangulares, 8 vértices e 12 arestas. Todas as faces são quadrados congruentes entre si.

ROTEIRO PARA A PLANIFICAÇÃO DO CUBO (HEXAEDRO REGULAR)

1. No lado não colorido de uma cartolina guache, trace uma reta s . A partir dessa reta iremos construir os quadrados que serão as faces dos cubos.
2. Escolha um ponto A em s e abra o compasso com a medida desejada do lado do quadrado (Ex. 5 cm). Em seguida, com a ponta seca em A , marque em s , os pontos B e C , equidistantes de A , na sequência C, A, B .
3. Agora, com a ponta seca em B , marque em s , o ponto D e, com a ponta seca em D , marque em s , o ponto E , formando assim, os segmentos CA, AB, BD, DE .
4. Escolha um segmento de s (Ex. AB), para traçar duas retas perpendiculares a AB , passando pelos pontos A e B .
5. Para isso, abra o compasso com medida CB , e com a ponta seca do compasso em C , assinale o de arco fora de s e, com a ponta seca em B , assinale outro pedaço de arco interceptando o primeiro. Trace a reta perpendicular t_1 , passando pelo ponto de intersecção dos arcos e o ponto A .
6. Procedendo da mesma forma, agora com a ponta seca em A , e depois em D , encontra-se a reta perpendicular t_2 , que passa por B .
7. Abra o compasso com medida AB e, com a ponta seca em A , marque os pontos X e Y na reta t_1 , equidistantes de A . E, na reta t_2 , com a ponta seca em B , marque os pontos Z e W , equidistantes de B .
8. Trace a reta r , passando por X e Z , paralela a s .
9. Com abertura AB e a ponta seca do compasso em X , marque, na reta r , o ponto M , de forma que M e Z estejam equidistantes de X . E, na reta t_1 , marque o ponto P , de forma que P e A sejam equidistantes de X .
10. Agora, com a ponta seca em Z , marque o ponto N na reta r , de forma que X e N sejam equidistantes de Z , e o ponto Q na reta t_2 , de maneira que B e Q estejam equidistantes de Z .

4. Agora, com a ponta seca em A, e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora de s e, com a ponta seca em B, faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de A'.
5. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s, agora usando os pontos B e C. Chame esse ponto de intersecção de B'.
6. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s, agora usando os pontos C e D. Chame esse ponto de intersecção de C'.
7. Trace a reta r passando pelos pontos colineares A' e B' e C'. Esta reta será paralela a s.
8. Com a ponta seca do compasso em C', e com mesma medida, marque o ponto D', de modo que $\overline{A'B'}$ e $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$ sejam consecutivos, nessa ordem
9. Com a ponta seca em A, e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora da região central formada por r e s e, com a ponta seca em B, faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de X.
10. Repita o mesmo passo anterior, agora com os pontos C' e D'. Chame o ponto de intersecção de Y.
11. Trace os segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{A'B}$, $\overline{BB'}$, $\overline{B'C}$, $\overline{CC'}$, $\overline{C'D}$, $\overline{DD'}$, $\overline{C'Y}$, $\overline{D'Y}$, $\overline{AX}$ e $\overline{BX}$.
12. Agora coloque as orelhar e a planificação do octaedro está pronta.
13. Agora é só vincar, recortar e montar.

Figura 4.2.3: Planificação do octaedro regular



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

4.2.4. Planificação do icosaedro regular

O icosaedro regular possui 20 faces triangulares, 12 vértices e 30 arestas. Todas as faces são triângulos equiláteros congruentes entre si.

ROTEIRO PARA A PLANIFICAÇÃO DO ICOSAEDRO REGULAR

1. No lado não colorido de uma cartolina guache, trace uma reta s . A partir dessa reta iremos construir os triângulos equiláteros, que serão as faces do icosaedro.
2. Escolha um ponto A em s e abra o compasso com a medida desejada do lado do tetraedro (Ex. 5 cm).
3. Em seguida, com a ponta seca em A , marque o ponto B em s , e, seguindo na mesma direção, com a ponta seca em B , marque o ponto C , com a ponta seca em C , marque o ponto D , com a ponta seca em D , marque o ponto E e, com a ponta seca em E , marque o ponto F , formando assim, os segmentos consecutivos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$.
4. Agora, com a ponta seca em A , e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora de s e, com a ponta seca em B , faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de A' .
5. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos B e C . Chame esse ponto de intersecção de B' .

6. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos C e D. Chame esse ponto de intersecção de C' .
7. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos D e E. Chame esse ponto de intersecção de D' .
8. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos E e F. Chame esse ponto de intersecção de E' .
9. Trace a reta r passando pelos pontos colineares A' e B' , C' , D' e E' . Esta reta será paralela a s .
10. Com a ponta seca do compasso em E' , e com mesma medida, marque o ponto F' em r , de modo que $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'E'}$ e $\overline{E'F'}$ sejam consecutivos, nessa ordem
11. Com a ponta seca em E, e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora da região central formada por r e s e, com a ponta seca em F, faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de O.
12. Repita o mesmo passo anterior, agora com os pontos A' e B' . Chame o ponto de intersecção de O' .
13. Trace os segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{DD'}$, $\overline{D'E'}$, $\overline{EE'}$, $\overline{E'F'}$ e $\overline{FF'}$, $\overline{EO}$, $\overline{FO}$, $\overline{A'O'}$ e $\overline{B'O'}$.
14. Agora, com a ponta seca em O, trace a circunferência de centro O e raio $\overline{EO}$. Note que essa circunferência passa pelos pontos E e F.
15. Repita o mesmo procedimento para o ponto O' . Note que essa circunferência de centro O' e raio $\overline{A'O'}$ passa pelos pontos A' e B' .
16. Com a ponta seca em F e com a mesma medida, marque na circunferência o ponto X e, com a ponta seca em X, marque na circunferência, o ponto Y. Agora, com a ponta seca em E, marque na circunferência, o ponto W e, com a ponta seca em W, marque na circunferência, o ponto Z.

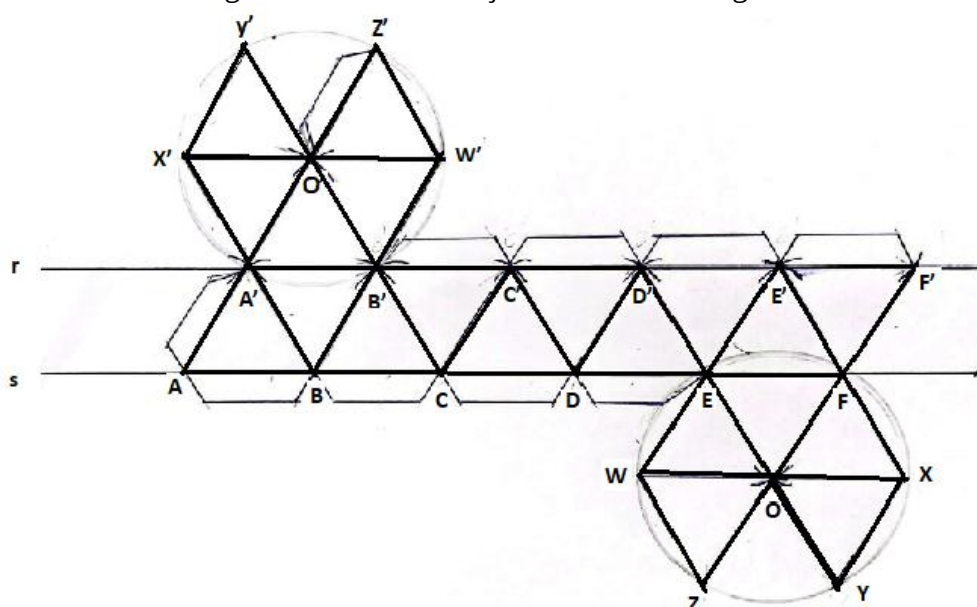
17. Com a ponta seca em A' e com a mesma medida, marque na circunferência o ponto X' e, com a ponta seca em X' , marque na circunferência, o ponto Y' . Agora, com a ponta seca em B' , marque na circunferência, o ponto W' e, com a ponta seca em W' , marque na circunferência, o ponto Z' .

18. Ligue os segmentos $\overline{FX}$, $\overline{XY}$, $\overline{EW}$, $\overline{WZ}$, $\overline{OZ}$, $\overline{OY}$, $\overline{OW}$ e $\overline{OX}$ e também, $\overline{A'X'}$, $\overline{X'Y'}$, $\overline{B'W'}$, $\overline{W'Z'}$, $\overline{O'Z'}$, $\overline{O'Y'}$, $\overline{O'W'}$ e $\overline{O'X'}$

19. Agora coloque as orelhar e a planificação do octaedro está pronta.

20. Agora é só vincar, recortar e montar.

Figura 4.2.4: Planificação do icosaedro regular



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

4.2.5. Planificação do dodecaedro regular

O dodecaedro regular possui 12 faces pentagonais, 20 vértices e 30 arestas. Todas as faces são pentágonos regulares congruentes entre si.

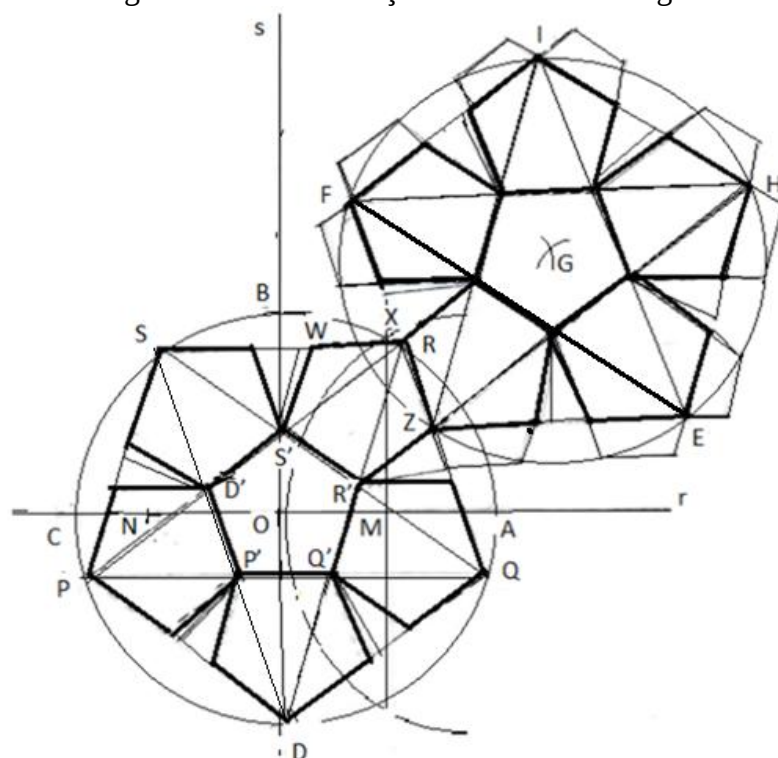
ROTEIRO PARA A PLANIFICAÇÃO DO DODECAEDRO REGULAR

1. No lado não colorido de uma cartolina guache, trace duas retas perpendiculares r e s , como fizemos na planificação do quadrado.
2. Chame o ponto de interseção das retas r e s de O .

3. Escolha uma medida $\overline{OA}$ e abra o compasso. Em seguida, trace uma circunferência C de centro O e raio $\overline{OA}$. Marque os pontos A , B , C e D , de interseção de C com as retas r e s , no sentido anti-horário.
4. Agora, com a ponta seca em A , faça uma semicircunferência interceptando C nos pontos X e Y .
5. Trace a reta $\acute{X}Y$ e marque o ponto M na interseção de $\acute{X}Y$ com r .
6. Com o compasso aberto na medida $\overline{MD}$, ponha a ponta seca em M e marque em r , o ponto N , entre C e O .
7. Agora, com o compasso aberto na medida $\overline{DN}$, com a ponta seca em D , marque em C , entre C e D , o ponto P e, com a mesma medida, entre D e A , o ponto Q e, com a ponta seca em Q , marque o ponto R entre A e B e, por fim, com a ponta seca em R , marque o ponto S entre B e C . E assim, formamos o pentágono regular $PDQRS$.
8. Trace os segmentos $\overline{PD}$, $\overline{DQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$ e $\overline{SP}$ para formar o pentágono.
9. Trace as diagonais $\overline{SD}$, $\overline{DR}$, $\overline{RP}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QS}$, obtendo um pentágono $P'Q'R'S'D'$.
10. Ponha a reta passando por Q' e S' , prolongando para os dois lados, até tocar o lado do pentágono $PDQRS$. Faça o mesmo com P' e S' , e também com Q' e D' . Da mesma forma com R' e D' . E por fim com R' e P' . Assim você obtém seis pentágonos regulares.
11. Considere o pentágono que possui os três vértices R' , R e S' . Chame de Z o vértice localizado entre R' e R , e de W , o vértice localizado entre R e S' .
12. Prolongue a o segmento $\overline{QR}$ na direção de R .
13. Abra o compasso com medida $\overline{QR}$ e, com a ponta seca em Z , marque no prolongamento de $\overline{QR}$ o ponto F .
14. Com medida $\overline{OA}$, ponha a ponta seca do compasso em Z , marque um arco fora da figura, e com a ponta seca em F , faça o mesmo. Chame o encontro dos arcos de G .

15. Com a ponta seca em G, e com mesma abertura, trace a circunferência de centro G e raio $\overline{GF}$.
16. Agora, com a ponta seca do compasso em Z e abertura $\overline{ZF}$, marque na circunferência que você acabou de construir, os pontos E, H e I.
17. Trace os segmentos $\overline{ZE}$, $\overline{EH}$, $\overline{HI}$ e $\overline{IF}$ e $\overline{ZF}$, obtendo assim o pentágono ZEHIF.
18. Trace as diagonais do pentágono $\overline{FH}$, $\overline{FE}$, $\overline{ZH}$, $\overline{ZI}$ e $\overline{EI}$, obtendo um pentágono central.
19. A partir de cada vértice do pentágono central, como no passo 10, ponha a régua passando pelo vértice e o vértice oposto, traçando os prolongamentos a partir do vértice, até encontrar o lado do pentágono ZEHIF.
20. Agora ligue os segmentos de reta para fechar os 6 pentágonos formados.
21. Coloque as orelhar e a planificação do dodecaedro está pronta.
22. Agora é só vincar na parte tracejada, recortar e montar.

Figura 4.2.5: Planificação do dodecaedro regular



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

Figura 4.2.6: Poliedros regulares



Fonte: <https://static.mundoeducacao.uol.com.br/mundoeducacao/2024/02/poliedros-platao.jpg>

4.2.6. Planificação do icosaedro regular truncado

Este não é um poliedro de Platão. Ele é obtido a partir do truncamento nos vértices do icosaedro regular, formando assim, um poliedro com aparência que se assemelha a uma bola de futebol.

O icosaedro regular truncado possui 32 faces, sendo 12 pentagonais e 20 hexagonais, 60 vértices e 90 arestas. Todas as faces pentagonais são regulares e congruentes entre si, o mesmo acontecendo com as faces hexagonais.

ROTEIRO PARA A PLANIFICAÇÃO DO ICOSAEDRO REGULAR TRUNCADO

1. No lado não colorido de uma cartolina guache, trace uma reta s . A partir dessa reta iremos construir os triângulos equiláteros, que serão as faces do icosaedro.
2. Escolha um ponto A em s e abra o compasso com a medida desejada do lado do tetraedro (Ex. 5 cm).
3. Em seguida, com a ponta seca em A , marque o ponto B em s , e, seguindo na mesma direção, com a ponta seca em B , marque o ponto C , com a ponta seca em C , marque o ponto D , com a ponta seca em D , marque o ponto E e, com a ponta seca em E , marque o ponto F , formando assim, os segmentos consecutivos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$.
4. Agora, com a ponta seca em A , e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora de s e, com a ponta seca em B , faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de A' .

5. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos B e C. Chame esse ponto de intersecção de B'.
6. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos C e D. Chame esse ponto de intersecção de C'.
7. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos D e E. Chame esse ponto de intersecção de D'.
8. Repita o procedimento anterior do mesmo lado da reta s , agora usando os pontos E e F. Chame esse ponto de intersecção de E'.
9. Trace a reta r passando pelos pontos colineares A' e B', C', D' e E'. Esta reta será paralela a s .
10. Com a ponta seca do compasso em E', e com mesma medida, marque o ponto F' em r , de modo que $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'E'}$ e $\overline{E'F'}$ sejam consecutivos, nessa ordem
11. Com a ponta seca em E, e com mesma medida, marque um pedaço de arco fora da região central formada por r e s e, com a ponta seca em F, faça a mesma coisa, de forma que os dois pedaços de arco se interceptem. Chame esse ponto de intersecção de O.
12. Repita o mesmo passo anterior, agora com os pontos A' e B'. Chame o ponto de intersecção de O'.
13. Trace os segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{A'B}$, $\overline{BB'}$, $\overline{B'C}$, $\overline{CC'}$, $\overline{C'D}$, $\overline{DD'}$, $\overline{D'E}$, $\overline{EE'}$, $\overline{E'F}$ e $\overline{FF'}$, $\overline{EO}$, $\overline{FO}$, $\overline{A'O'}$ e $\overline{B'O'}$.
14. Agora, com a ponta seca em O, trace a circunferência de centro O e raio $\overline{EO}$. Note que essa circunferência passa pelos pontos E e F.
15. Repita o mesmo procedimento para o ponto O'. Note que essa circunferência de centro O' e raio $\overline{A'O'}$ passa pelos pontos A' e B'.

16. Com a ponta seca em F e com a mesma medida, marque na circunferência o ponto X e, com a ponta seca em X, marque na circunferência, o ponto Y. Agora, com a ponta seca em E, marque na circunferência, o ponto W e, com a ponta seca em W, marque na circunferência, o ponto Z.

17. Com a ponta seca em A' e com a mesma medida, marque na circunferência o ponto X' e, com a ponta seca em X', marque na circunferência, o ponto Y'. Agora, com a ponta seca em B', marque na circunferência, o ponto W' e, com a ponta seca em W', marque na circunferência, o ponto Z'.

18. Ligue os segmentos $\overline{FX}$, $\overline{XY}$, $\overline{EW}$, $\overline{WZ}$, $\overline{OZ}$, $\overline{OY}$, $\overline{OW}$ e $\overline{OX}$ e também, $\overline{A'X'}$, $\overline{X'Y'}$, $\overline{B'W'}$, $\overline{W'Z'}$, $\overline{O'Z'}$, $\overline{O'Y'}$, $\overline{O'W'}$ e $\overline{O'X'}$

19. Agora coloque as orelhar e a planificação do octaedro está pronta.

20. Agora é só vincar, recortar e montar.

A partir daqui continuaremos o procedimento para a construção da planificação do icosaedro truncado. Terminada a planificação do icosaedro, antes de montar, como diz o passo 20, continue seguindo o passo a passo.

21. Divida um dos lados de uma das faces do icosaedro em três segmentos congruentes. Para isso, meça o lado do lado e abra a medida do compasso com comprimento equivalente a um terço da medida do lado.

22. Em seguida, com essa medida, ponha a ponta seca do compasso em cada vértice das faces e marque os pontos correspondentes a essa medida em cada lado das faces.

23. Ligue dois pontos, de dois lados consecutivos, equidistantes do vértice do ângulo formado por esses lados.

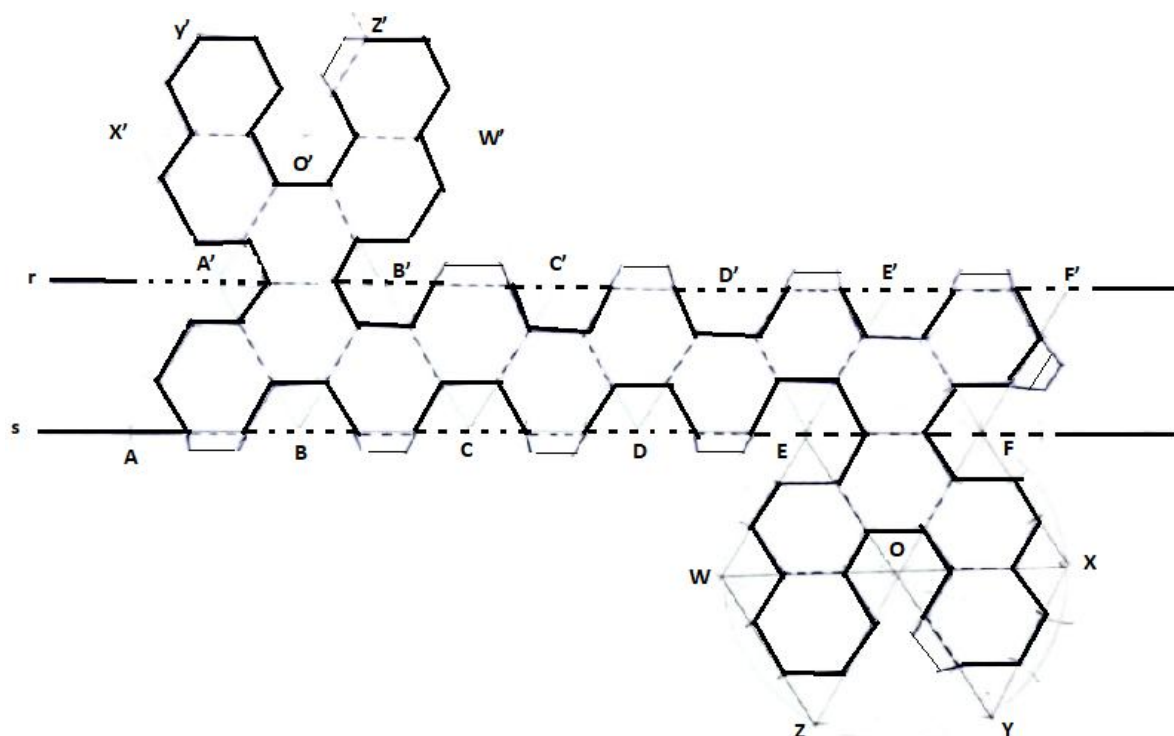
24. Coloque as orelhas e a planificação do icosaedro truncado está pronta.

25. Agora é só vincar na parte tracejada, recortar e montar.

26. Atenção: sugiro que os pentágonos sejam construídos à parte, com medida do lado igual à medida do lado do hexágono da planificação. Depois de construir

os 12 pentágonos, cole-os cuidadosamente nos devidos lugares. O poliedro montado terá o formato semelhante ao de uma bola de futebol.

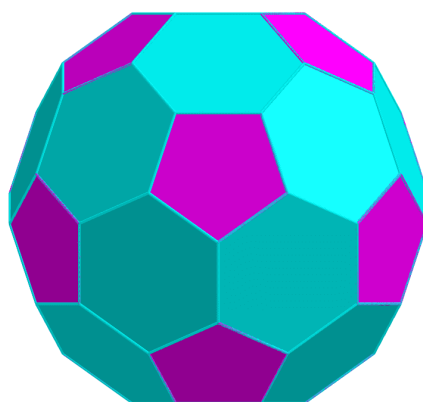
Figura 4.2.7: Planificação do icosaedro regular truncado



Fonte: Elaborada pelo autor, 2025

Observe que quando você montar a planificação, os espaços vazios serão pentágonos regulares. Você pode desenhar esses pentágonos à parte e preencher os respectivos espaços. O desenho do pentágono, já fizemos no dodecaedro regular.

Figura 4.2.8: Icosaedro truncado



Fonte: <https://www.geogebra.org/resource/y2xrdsvc/Kq1RQ2vZB30czEPk/material-y2xrdsvc.png>

5. Considerações finais.

A utilização de materiais manipuláveis faz uma diferença enorme nas salas de aula regulares, mas especialmente no trabalho com crianças que têm deficiência intelectual.

Nessas aulas que me propus a fazer, notei que esses recursos concretos são decisivos. Eles facilitam o entendimento do que estamos tentando passar e tornam o conteúdo muito mais palpável. Para esses alunos, o material manipulável parece funcionar como uma ponte, clareando conceitos que muitas vezes ficam abstratos demais apenas na fala ou no quadro, fundamentando o ensino inclusivo, especialmente para o aluno do nosso público-alvo.

Na minha visão, o uso desses recursos não é apenas um “apoio”, mas a base para garantir a equidade e a inclusão real. Quando fazemos com que a matemática saia do campo puramente abstrato, permitimos que todos os estudantes participem da construção do conhecimento de forma igualitária, respeitando o tempo e a forma de percepção de cada um. Isso está de acordo com as competências da (BNCC, 2018), que reforça a importância de processos investigativos e do uso de diferentes linguagens para o letramento matemático.

Neste trabalho, utilizamos a manipulação de materiais dourados coloridos para ajudar a materializar a ideia de quantidade e agrupamentos, números negativos, e as operações com números inteiros, tornando a lógica do sistema decimal mais visível.

Quando usamos a tabela dos múltiplos de Pitágoras, permitimos que o aluno visualizasse padrões e regularidades, facilitando a compreensão das relações entre os números fracionários equivalentes.

A utilização de copos cilíndricos de acrílico com marcações fracionárias, transformou o conceito de fração em algo físico, assim como manipular medidas de líquidos de copos com quantidades diferentes em outros copos para facilitar a compreensão das operações com frações.

Utilizamos também a geometria no manuseio de modelos físicos, após o próprio aluno ter construído sua planificação antes de montar, permitiu que ele conseguisse enxergar vértices, arestas e faces, algo que o desenho no quadro não consegue transmitir com a mesma clareza para quem tem dificuldade de abstração espacial.

Assim, acreditamos que esse trabalho não venha a solucionar todos os problemas das aulas de matemática, esse não é o objetivo, mas que venha a contribuir com a prática dos colegas educadores da área.

Referências

- BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Diário Oficial da União, Brasília, 5 de outubro de 1988.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- DE FREITAS, Marcos Cezar. **Deficiências e diversidades: Educação inclusiva e o chão da escola**. Cortez Editora, 2022.
- Iezzi, Gelson. Matemática e Realidade: 7º ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado. – 10. Ed. – São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.
- Investigação sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática na Educação Básica – Pesquisa dos alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFPB – 2011.1/ Cibelle de Fátima Castro de Assis, Rogéria Gaudêncio do Rego e Valdeci Teófilo Moreno (orgs), - João Pessoa; Editora Universitária da UFPB, 2011.
- PEREIRA, Hamilton Soares. Poliedros platônicos. 2011.