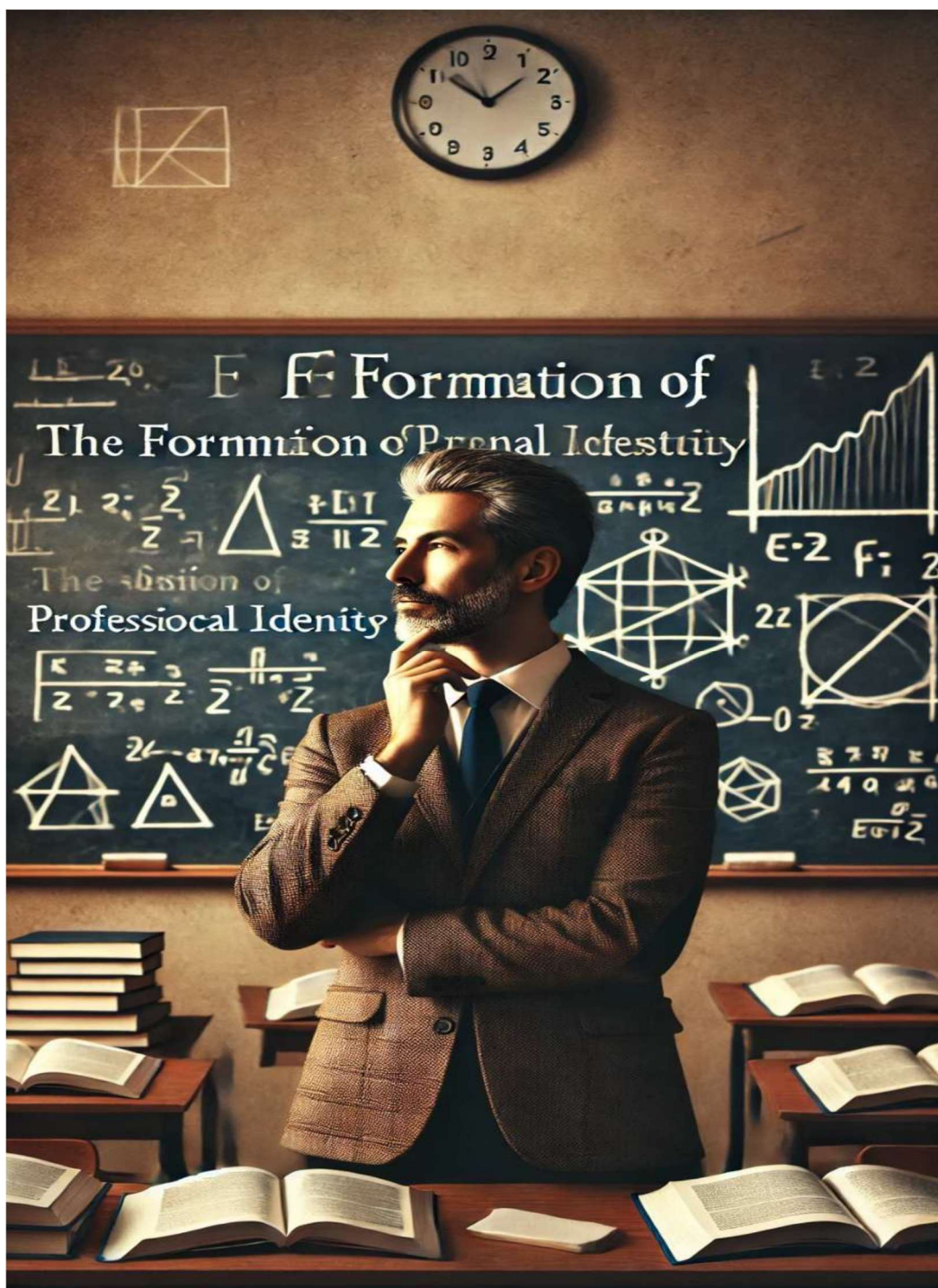




ENSINO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA: ESTRATÉGIAS E ABORDAGENS COM FINALIDADES EFETIVAS

MICHEL AUGUSTO MOURA DE LIMA SEGUNDO

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	3
2. SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS.....	4
3. DEFINIÇÃO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA.....	5
3.1. Termo geral da progressão aritmética.....	6
3.2. Notação e cálculo da razão.....	7
3.3. Elementos da progressão aritmética.....	8
3.4. Classificação da progressão aritmética.....	10
3.5. Notações especiais.....	11
3.6. Interpolação aritmética.....	12
3.7. Soma dos termos de uma PA.....	13
4. EXEMPLOS PRÁTICOS DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA.....	14
5. EXEMPLOS ENVOLVENDO FÓRMULAS / CÁLCULOS.....	17
6. ATIVIDADES QUE ENVOLVEM O ENSINO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA.....	22
7. CONCLUSÃO.....	34
8. BIBLIOGRAFIA.....	35

1. INTRODUÇÃO

A educação matemática é um componente essencial da formação acadêmica dos estudantes, uma vez que proporciona habilidades fundamentais para o raciocínio lógico e para a resolução de problemas. Entre os conceitos matemáticos que despertam maior importância no desenvolvimento do aprendizado, destaca-se a progressão aritmética (PA). A PA revela-se não somente um tema central no ensino da matemática, mas também uma ferramenta valiosa para a compreensão de diversas áreas do conhecimento, incluindo ciências exatas, economia e até mesmo assuntos cotidianos. Contudo, o ensino dessa temática pode se transformar em um desafio que demanda fôlego, especialmente em contextos da educação pública. Nesse cenário, muitas vezes nos deparamos com uma carência de recursos didáticos adequados e de estratégias pedagógicas que fomentem o interesse e a compreensão dos alunos.

A proposta de criação deste *ebook* voltado para o ensino de progressão aritmética surge como uma alternativa acessível para enfrentar tal desafio. A utilização de recursos tecnológicos na educação é passível de promover um ambiente de aprendizado mais dinâmico e interativo. O *ebook*, como ferramenta digital, permite uma abordagem flexível e adaptável, capaz de atender às diversas necessidades dos estudantes, especialmente em um mundo cada vez mais digitalizado. Os professores poderão utilizar o *ebook* como um complemento ao currículo, ampliando suas ferramentas didáticas. Isso tenderá a enriquecer o ambiente de sala de aula, favorecendo uma abordagem mais centrada no aluno e incentivando a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento.

Ao abordar a progressão aritmética, o *ebook* busca apresentar o conceito de maneira clara e acessível, utilizando uma linguagem simplificada e contextualizada, que dialoga com a realidade dos alunos. Isso implica não só explicar a definição de PA, mas igualmente oferecer exemplos diretos, práticos e aplicações que sejam relevantes ao cotidiano dos estudantes. Incorporar histórias e situações que fazem parte da cultura local de Belém poderá ser um diferencial importante, ajudando os educandos a perceberem a matemática como uma ferramenta útil e necessária em suas vidas, em vez de um mero conteúdo curricular. Esses recursos são passíveis de facilitar a compreensão dos alunos, permitindo que eles visualizem a progressão dos números de forma gráfica, tornando a aprendizagem mais intuitiva e agradável. A interatividade, além de contribuir para o aprendizado autônomo, realiza uma aproximação com os estudantes, especialmente com aqueles que se sentem mais confortáveis e motivados ao usarem dispositivos digitais.

Por fim, a proposta deste *ebook* é, a nosso ver, um passo importante na busca por uma educação matemática de qualidade no ensino público de Belém do Pará. Ao explorar a progressão aritmética através de recursos digitais, buscamos não apenas facilitar o aprendizado de tal conceito, mas também despertar a curiosidade e o interesse dos alunos pela matemática. A crença é de que, ao tornar o ensino leve e acessível, possamos contribuir para a formação de cidadãos preparados e críticos, capazes de enfrentar os desafios de um futuro que exige cada vez mais habilidades matemáticas e analíticas. Assim, esta iniciativa não se limita a um mero recurso pedagógico, mas representa uma visão de futuro para a educação na região, onde o acesso ao conhecimento de qualidade deve ser uma realidade para todos.

2. SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

Sequências numéricas são conjuntos ordenados de números que seguem um padrão específico. Elas podem ser classificadas em finitas e infinitas. As sequências finitas possuem um número limitado de termos, enquanto as infinitas se estendem indefinidamente, sem um término específico.

As sequências finitas são frequentemente utilizadas em problemas práticos da matemática, como no cálculo de somas e de médias. Um exemplo é a sequência dos números inteiros de 1 a n , que pode ser expressa como $\{1, 2, 3, \dots, n\}$. A soma dos elementos de uma sequência finita pode ser facilmente calculada utilizando fórmulas apropriadas, como a soma dos primeiros n números inteiros, dada por:

$$S = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Por outro lado, as sequências infinitas são de vital importância no campo da análise matemática. Um exemplo clássico é a sequência dos números naturais, $\{1, 2, 3, \dots\}$, que continua indefinidamente. Outra sequência conhecida é a de Fibonacci, onde cada termo é a soma dos dois anteriores: $\{0, 1, 1, 2, 3, 5, \dots\}$. Essas sequências podem convergir para um limite, como a sequência dos inversos dos números naturais, que convergirá para zero.

Os conceitos de convergência e divergência são fundamentais em sequências infinitas. Uma sequência converge se seus termos se aproximam de certo valor à medida que seguem para o infinito; caso contrário, diz-se que diverge. O estudo das sequências também está intimamente associado às séries, onde se analisa a soma dos elementos de uma sequência.

A teoria das sequências é suportada por uma vasta literatura. Livros como “Introduction to the theory of numbers”, de Hardy e Wright (2008), e “Principles of mathematical analysis”, de Walter Rudin (1976), abordam em profundidade as propriedades das sequências e as suas aplicações. Livros como “Discrete mathematics and its applications”, de Rosen (2011), também discutem sequências em um contexto mais computacional.

Em suma, as sequências numéricas finitas e infinitas desempenham um papel significativo na matemática, fornecendo ferramentas essenciais ao entendimento de padrões, de cálculos e de análise avançada.

3. DEFINIÇÃO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

A lei de formação de uma sequência é uma fórmula que define explicitamente cada termo em função de sua posição. Por exemplo, a sequência dos números naturais pode ser expressa pela lei de formação a_n , onde n é a posição do termo na sequência. Para uma sequência quadrática, por exemplo, como a dos números quadrados, a lei de formação é $a_n = n^2$, que permite calcular cada termo diretamente:

$$1; 4; 9; 16; \dots; n^2$$

Por outro lado, a lei de recorrência define cada termo em função de um ou mais termos anteriores. Esta abordagem é especialmente útil para sequências que têm uma relação clara entre seus elementos vizinhos. Um exemplo clássico é a sequência de Fibonacci, onde cada termo é a soma dos dois anteriores: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, com $a_1 = 0$ e $a_2 = 1$. As leis de recorrência são também importantes em algoritmos de programação, onde a solução de um problema é expressa em termos de soluções de subproblemas.

Ambas as abordagens têm suas vantagens: as leis de formação oferecem uma maneira direta de calcular termos, enquanto as leis de recorrência podem simplificar o raciocínio ou a programação. Muitas vezes, um problema é abordado de ambas as maneiras, dependendo do contexto e das necessidades da resolução.

Dados os termos de uma sequência numérica infinita:

$$a_1 ; a_2 ; a_3 ; \dots ; a_k ; \dots ; a_n ; \dots$$

Uma progressão aritmética é uma sequência numérica onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado a uma constante, chamada de razão (r).

A progressão aritmética é amplamente utilizada em diversos campos, incluindo:

- a) Finanças (cálculo de juros simples);
- b) Planejamento (distribuição de recursos ao longo do tempo);
- c) Problemas de contagem e sequências, entre outros.

A progressão aritmética é uma das sequências numéricas mais simples e fundamentais, com aplicações práticas em matemática e em diversas disciplinas. Seu estudo permite resolver uma variedade de problemas em análise quantitativa e em planejamento.

3.1. Termo geral da progressão aritmética

$$a_2 = a_1 + r \quad (*)$$

$$a_3 = a_2 + r \quad (**)$$

Substituindo (*) em (**), temos:

$$a_3 = a_1 + 2.r \quad (***)$$

$$a_4 = a_3 + r \quad (****)$$

Substituindo (***) em (****), temos:

$$a_4 = a_1 + 3.r$$

...

$$a_n = a_{n-1} + r$$

Se a PA é formada por uma sequência de termos que começa com um primeiro termo, a_1 , e possui uma razão r , então o n ésimo termo, a_n , da PA pode ser definido pela seguinte fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1). r \quad \text{ou} \quad a_n = a_k + (n - k). r$$

onde:

a_n é o n ésimo termo da PA,

a_k é o termo na posição k da PA,

a_1 é o primeiro termo da PA,

r é a razão (a diferença constante entre termos consecutivos),

n representa a posição do termo na sequência (um número natural).

3.2. Notação e cálculo da razão

Se temos uma progressão aritmética cuja sequência de termos é denotada por

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

então a razão r pode ser definida como:

$$r = a_n - a_{n-1}$$

onde:

a_n é o n ésimo termo da PA,

a_{n-1} é o termo anterior ao n ésimo.

Esta relação aplica-se de forma consistente a todos os pares de termos consecutivos na sequência. Assim, em uma PA, a razão é a mesma, não importando qual par de termos você escolha.

Exemplo 1

Considere a seguinte PA: 2, 5, 8, 11, 14, ...

Para encontrar a razão:

Entre o 1º e o 2º termo: $5 - 2 = 3$

Entre o 2º e o 3º termo: $8 - 5 = 3$

Entre o 3º e o 4º termo: $11 - 8 = 3$

Dessa forma, a razão r da PA é 3. Isso significa que, a cada passo, adicionamos 3 para chegar ao próximo termo da sequência.

Exemplo 2

Considere a seguinte PA: 13, 9, 5, 1, -3, ...

Para encontrar a razão:

Entre o 1º e o 2º termo: $9 - 13 = -4$

Entre o 2º e o 3º termo: $5 - 9 = -4$

Entre o 3º e o 4º termo: $1 - 5 = -4$

Entre o 4º e o 5º termo: $-3 - 1 = -4$

Dessa forma, a razão r da PA é -4. Isso significa que, a cada passo, subtraímos 4 para chegar ao próximo termo da sequência.

3.3. Elementos da progressão aritmética

Primeiro Termo (a_1): Este é o primeiro valor da sequência. Por exemplo, se a sequência é 2, 4, 6, 8, o primeiro termo a_1 equivale a 2.

Razão (r): A razão é a diferença constante entre dois termos consecutivos. No exemplo anterior, a razão r é 2, pois $4 - 2 = 2$, $6 - 4 = 2$, e assim por diante.

Posição de um termo (n): Refere-se à posição que queremos determinar dentro da sequência. Por exemplo, se quisermos encontrar o 5º termo, temos $n = 5$.

Termo na posição k (a_k): Termo aleatório na sequência, podendo ser o primeiro ou o anterior ao termo que se pretende determinar.

Termo na posição n (a_n): Geralmente é o último termo de uma sequência finita ou o termo que se queira determinar.

Exemplo 1

Suponha que temos a PA: 3, 7, 11, 15, ...

O primeiro termo $a_1 = 3$.

A razão $r = 7 - 3 = 4$.

Utilizando a fórmula do termo geral, podemos calcular o 5º termo ($n = 5$):

$$a_5 = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_5 = 3 + (5 - 1) \cdot 4$$

$$a_5 = 3 + 4 \cdot 4$$

$$a_5 = 3 + 16$$

$$a_5 = 19$$

Portanto, o 5º termo da PA é 19.

Exemplo 2

Suponha que temos a PA: 10, 7, 4, 1, -2, ...

O primeiro termo $a_1 = 10$.

A razão $r = 7 - 10 = -3$.

Utilizando a fórmula do termo geral, podemos calcular o 5º termo ($n = 5$):

$$a_5 = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_5 = 10 + (5 - 1) \cdot (-3)$$

$$a_5 = 10 + 4 \cdot (-3)$$

$$a_5 = 10 - 12$$

$$a_5 = -2$$

Portanto, o 5º termo da PA é -2.

3.4. Classificação da progressão aritmética

A razão é um elemento fundamental da progressão aritmética, pois determina o comportamento da sequência. Dependendo do valor da razão, a PA pode ser:

a) *Crescente*: Quando $r > 0$, os termos aumentam à medida que avançamos na sequência.

Exemplo: Considere a seguinte PA: 10, 30, 50, 70, ...

Como a razão r da PA é 20, isso significa que os termos seguintes da sequência tendem a aumentar.

b) *Decrescente*: Quando $r < 0$, os termos diminuem à medida que avançamos na sequência.

Considere a seguinte PA: 100, 90, 80, 70, 60, ...

Como a razão r da PA é -10, isso significa que os termos seguintes da sequência tendem a diminuir.

c) *Constante*: Quando $r = 0$, os termos mantêm-se à medida que avançamos na sequência.

Considere a seguinte PA: 90, 90, 90, 90, 90, ...

Como a razão r da PA é 0, isso significa que os termos seguintes da sequência tendem a não se alterar.

Em resumo, a razão é um parâmetro crucial, que define a estrutura da progressão aritmética e influencia suas aplicações em diversos contextos matemáticos e práticos.

3.5. Notações especiais

Podemos representar uma progressão aritmética de maneira genérica, para 3, ou 4, ou 5 termos, da seguinte forma:

a) Para 3 termos: $(x, x + r, x + 2r)$ ou $(x - r, x, x + r)$

b) Para 4 termos: $(x, x + r, x + 2r, x + 3r)$ ou $(x - 3y, x - y, x + y, x + 3y)$ em que $y = \frac{r}{2}$

c) Para 5 termos: $(x, x + r, x + 2r, x + 3r, x + 4r)$ ou $(x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r)$

Exemplo

Determine x de modo que $(x, 2x - 1, 5x + 7)$ seja uma PA.

Solução:

Devemos ter $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$, então:

$$(2x - 1) - x = (5x + 7) - (2x + 1)$$

$$x - 1 = 3x + 6$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

3.6. Interpolação aritmética

Em toda sequência finita $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n)$, o primeiro termo e o último termo são chamados de extremos; os demais são chamados de meios.

Interpolar k meios aritméticos entre os números a e b significa obter uma PA de extremos $a_1 = a$ e $a_n = b$, com $n = k + 2$ termos. Para determinar os meios dessa PA, é necessário calcular a razão, o que é feito assim:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow b = a + (k + 1) \cdot r \Rightarrow r = \frac{b-a}{k+1}$$

Exemplo 1

Interpolar 5 meios aritméticos entre 1 e 2.

Solução:

Vamos formar uma PA com 7 termos em que $a_1 = 1$ e $a_7 = 2$. Temos:

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot r \Rightarrow r = \frac{a_7 - a_1}{6} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6}$$

Então, a PA é $(1, \frac{7}{6}, \frac{8}{6}, \frac{9}{6}, \frac{10}{6}, \frac{11}{6}, 2)$.

Exemplo 2

Interpole 5 meios aritméticos entre -2 e 40.

Solução:

Devemos obter a razão da PA com 7 termos (2 extremos e 5 meios) em que

$a_1 = -2$ e $a_7 = 40$. Temos: $a_7 = a_1 + 6 \cdot r \Rightarrow 40 = -2 + 6 \cdot r \Rightarrow r = 7$. Então, a PA é $(-2, 5, 12, 19, 26, 33, 40)$.

3.7. Soma dos termos de uma PA

A soma dos n primeiros termos de uma PA é dada pela fórmula:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

onde:

S_n é a soma dos n primeiros termos.

a_1 é o *primeiro termo* da PA.

a_n é o n -ésimo termo da PA.

n é o número de termos da PA.

4. EXEMPLOS PRÁTICOS DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Utilização da Progressão Aritmética no Cotidiano

A progressão aritmética (PA) é uma sequência numérica na qual cada termo, a partir do segundo, é obtido pela adição de uma constante (razão) ao termo anterior. Esse conceito simples pode ser amplamente aplicado em diversas situações cotidianas, oferecendo uma maneira estruturada de entender e resolver problemas relacionados ao crescimento linear e à acumulação de valores. Aqui estão algumas maneiras de utilizar a PA no dia a dia:

1. Planejamento Financeiro

- *Economias Mensais*: Ao decidir economizar uma quantia fixa todo mês, os valores depositados formam uma PA, permitindo calcular a soma total economizada após um determinado período.

- *Aumento Salarial*: Se um funcionário recebe um aumento fixo mensal, sua evolução salarial pode ser prevista utilizando PA.

2. Gestão de Tempo

- *Horas de Estudo*: Alunos que aumentam suas horas de estudo a cada semana (por exemplo, 1 hora a mais por semana) podem usar a PA para calcular quantas horas estudarão após várias semanas.

- *Treinamento Físico*: Atletas que aumentam gradualmente a intensidade ou duração dos treinos de forma constante podem planejar seus treinos usando PA.

3. Deslocamentos e Viagens

- *Viagens de Carro*: Se um carro é capaz de percorrer uma certa distância a mais a cada dia (como 10 km a mais por dia), a distância total pode ser calculada usando PA.

- *Caminhadas e Corridas*: Atletas que aumentam diariamente a distância percorrida (por exemplo, começando com 2 km e aumentando 1 km a cada dia) podem planejar seu progresso fazendo uso de PA.

4. Orçamento

- *Despesas Fixas Mensais*: Ao identificar despesas fixas que aumentam em um valor constante (como aluguel com ajustes anuais), as pessoas podem usar a PA para prever gastos futuros.

- *Compras em Parcelas*: Quando um produto é comprado parceladamente com prestações fixas, a totalidade do pagamento também pode ser representada por uma PA.

5. Crescimento Pessoal

- *Leitura*: Se alguém decide ler um número crescente de páginas por semana (ex.: começando com 5 páginas e aumentando 2 a cada semana), a meta de leitura pode ser alcançada rastreando o progresso com uma PA.

- *Habilidades*: Ao aprender uma nova habilidade (como um novo idioma), onde se pretende aumentar o número de palavras ou frases aprendidas semanalmente de maneira constante, a PA pode ajudar a manter um registro.

6. Temperaturas e Experimentos

- *Variações de Temperatura*: Em experimentos científicos, onde a temperatura se altera em uma quantidade constante ao longo do tempo, a evolução das temperaturas pode ser modelada com PA, facilitando a análise dos dados experimentais.

7. Desenvolvimento de Produtos

- *Aumentos em Produção*: Fábricas que aumentam a produção de um item em uma quantidade fixa a cada mês (ex.: 100 unidades a mais) podem usar PA para prever a produção acumulada ao longo do ano.

- *Vendas*: Negócios que têm um crescimento linear na venda de produtos (ex.: 20 unidades a mais vendidos por mês) podem usar PA para prever vendas futuras.

8. Cálculos Estatísticos

- *Análise de Dados*: Em pesquisas, a análise de dados que variam de modo constante pode ser representada através de PA, ajudando a estabelecer tendências ou padrões.

9. Financeiro

- *Juros Simples*: Em aplicações financeiras com juros simples, a montante ao longo do tempo pode seguir uma PA, onde a diferença constante representa os juros acumulados.

10. Crescimento e Desenvolvimento

- *Crescimento de Plantas*: O crescimento mensal de uma planta que se eleva a uma quantidade fixa pode ser previsto usando o conceito de PA, facilitando o planejamento de cuidados.

- *Desenvolvimentos de Projetos*: Em projetos de construção, quando o progresso é feito em etapas iguais, as métricas de progresso podem ser expressas através de uma PA.

A progressão aritmética oferece uma maneira eficaz de estruturar e entender fenômenos que envolvem variações lineares. Dominar o conceito de PA capacita indivíduos a tomarem decisões informadas em diferentes aspectos do cotidiano, seja em finanças, em planejamento, em

crescimento ou em medições. Esse conhecimento pode ser uma ferramenta valiosa para simplificar cálculos e otimizar o uso do tempo e dos recursos.

5. EXEMPLOS ENVOLVENDO FÓRMULAS / CÁLCULOS

Exemplo 1: Sistema de Pagamento Mensal

Contexto: Um funcionário recebe um aumento de R\$ 200 a cada mês.

- Primeiro mês (salário inicial): R\$ 2.000

- Razão (aumento mensal): R\$ 200

Cálculo:

1. Salário no mês n :

$$a_n = 2000 + (n - 1) \cdot 200$$

2. Salário no 5º mês:

$$a_n = 2000 + (5 - 1) \cdot 200$$

Resultado: O salário no 5º mês será R\$ 2.800.

Exemplo 2: Juros Simples

Contexto: Um capital de R\$ 1.000 é aplicado a uma taxa de juros simples de 5% ao mês.

- Primeiro termo: R\$ 1.000

- Razão (juros mensais): R\$ 50 (5% de R\$ 1.000)

Cálculo:

1. Montante no mês n :

$$m_n = 1000 + (n - 1) \cdot 50$$

2. Montante após 6 meses:

$$m_6 = 1000 + (6 - 1) \cdot 50$$

Resultado: Após 6 meses, o montante será R\$ 1.250.

Exemplo 3: Distância em Viagem

Contexto: Um carro viaja 40 km no primeiro dia e aumenta 10 km em cada dia que se segue.

- Primeiro dia: 40 km

- Razão: 10 km

Cálculo:

1. Distância no dia n :

$$D_n = 40 + (n - 1) \cdot 10$$

2. *Distância percorrida no 7º dia:*

$$D_7 = 40 + (7 - 1) \cdot 10$$

Resultado: No 7º dia, o carro percorrerá 100 km.

Exemplo 4: Estudo de Rendimento

Contexto: Um aluno estuda 2 horas na primeira semana e aumenta 1 hora de estudo por semana.

- Primeira semana: 2 horas

- Razão: 1 hora

Cálculo:

1. Horas estudadas na semana n :

$$h_n = 2 + (n - 1) \cdot 1$$

2. *Horas estudadas na 10ª semana:*

$$h_n = 2 + (10 - 1) \cdot 1$$

Resultado: Na 10ª semana, o aluno estudará 11 horas.

Exemplo 5: Economia Mensal

Contexto: Uma pessoa decide economizar R\$ 50 no primeiro mês e aumenta sua economia em R\$ 30 a cada mês.

- Primeiro mês: R\$ 50

- Razão: R\$ 30

Cálculo:

1. Economia no mês n :

$$E_n = 50 + (n - 1) \cdot 30$$

2. Economia no 12º mês:

$$E_{12} = 50 + (12 - 1) \cdot 30$$

Resultado: No 12º mês, a pessoa economizará R\$ 380.

Exemplo 6: Cálculo de Saldo de Conta

Contexto: Um cliente depositou R\$ 500 em uma conta e fará depósitos mensais de R\$ 100.

- Saldo inicial: R\$ 500

- Razão: R\$ 100

Cálculo:

1. Saldo após n meses:

$$S_n = 500 + (n - 1) \cdot 100$$

2. Saldo após 6 meses:

$$S_6 = 500 + (6 - 1) \cdot 100$$

Resultado: Após 6 meses, o saldo será R\$ 1.000.

Exemplo 7: Aumento de Temperatura

Contexto: Um experimento começa com uma temperatura de 10 °C e aumenta 1,5 °C a cada hora.

- Temperatura inicial: 10 °C

- Razão: 1,5 °C

Cálculo:

1. Temperatura na hora n :

$$T_n = 10 + (n - 1) \cdot 1,5$$

2. Temperatura na 8ª hora:

$$T_n = 10 + (8 - 1) \cdot 1,5$$

Resultado: Na 8ª hora, a temperatura será 20,5 °C.

Exemplo 8: Crescimento de Plantas

Contexto: Uma planta cresce 2 cm no primeiro mês e aumenta 1 cm a cada mês subsequente.

- Altura inicial: 2 cm

- Razão: 1 cm

Cálculo:

1. Altura da planta no mês n :

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 1$$

2. Altura após 12 meses:

$$a_{12} = 2 + (12 - 1) \cdot 1$$

Resultado: Após 12 meses, a planta terá 13 cm de altura.

6. ATIVIDADES QUE ENVOLVEM O ENSINO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Exercício 1. Com suas próprias palavras, conceitue cada um dos itens a seguir, que são elementos básicos de uma progressão aritmética.

a) razão:

b) 1º termo:

c) n -ésimo termo:

d) soma dos n termos:

e) fórmula do termo geral de uma progressão aritmética:

f) fórmula da soma de n termos da progressão aritmética:

Exercício 2. Nas questões discursivas abaixo, apresente qual estratégia você obteve para determinar a razão da progressão.

Questão 1:

A sequência numérica (2, 5, 8, 11, ...) é uma PA. Determine a razão dessa progressão.

Questão 2:

Na PA (10, 14, 18, 22, ...), qual é a razão da sequência?

Questão 3:

A sequência (-7, -12, -17, -22, ...) forma uma PA. Calcule a razão.

Questão 4:

Dada a PA (100, 90, 80, 70, ...), encontre a razão dessa sequência.

Questão 5:

Na PA (15, 18, 21, 24, ...), qual é a razão?

Questão 6:

Considere a sequência $(x, x + 4, x + 8, x + 12, \dots)$. Determine a razão da PA.

Questão 7:

A sequência $(-1, -4, -7, -10, -13, \dots)$ é uma PA. Qual é a razão dessa sequência?

Questão 8:

Na PA (25, 20, 15, 10, ...), encontre a razão.

Exercício 3: Formem grupos de até 4 pessoas, discutindo estratégias de resolução para as questões objetivas a seguir, marcando a alternativa correta e apresentando a estratégia de resolução que seu grupo seguiu.

Questão 1:

Na PA onde o primeiro termo é 5 e a razão é 2, qual é o terceiro termo?

- A) 9
- B) 10
- C) 11
- D) 12

Resolução:

Questão 2:

Na PA onde o primeiro termo é 12 e a razão é -3, qual é o quinto termo?

- A) 0
- B) -3
- C) -6
- D) -9

Resolução:

Questão 3:

Se o segundo termo de uma PA é 15 e a razão é 5, qual é o primeiro termo?

- A) 5
- B) 10
- C) 20
- D) 25

Resolução:

Questão 4:

Em uma PA, o primeiro termo é 4 e o terceiro termo é 14. Qual é a razão da PA?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 6

Resolução:

Questão 5:

Um estudante observou que o quinto termo de uma PA é 32 e a razão é 4. Qual é o primeiro termo da PA?

- A) 10
- B) 12
- C) 14
- D) 16

Resolução:

Questão 6:

Em uma PA onde o primeiro termo é 20 e a razão é 3, qual é o oitavo termo?

- A) 38
- B) 41
- C) 44
- D) 50

Resolução:

Questão 7:

Na PA onde o primeiro termo é 7 e a razão é 1,5, qual é o quarto termo?

- A) 10
- B) 11,5
- C) 12,5
- D) 13

Resolução:

Questão 8:

Um estudante deseja encontrar o décimo termo de uma PA onde o primeiro termo é 9 e a razão é 2. Qual é esse décimo termo?

- A) 27
- B) 39
- C) 18
- D) 19

Resolução:

Questão 9:

Em uma PA, o terceiro termo é 10 e o sexto termo é 19. Qual é a razão da PA?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 1

Resolução:

Questão 10:

Se o primeiro termo de uma PA é -5 e o quarto termo é 7, qual é a razão?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

Resolução:

Exercício 4: Responda corretamente a cada uma das questões a seguir, apresentando sua estratégia de resolução.

Questão 1:

Determine o 5º termo da PA que começa com 3 e tem razão 5.

Questão 2:

Determine o 10º termo da PA (10, 15, 20, 25, ...).

Questão 3:

Qual é a posição do número 16 em uma PA cuja primeiro termo é 4 e a razão é 2?

Questão 4:

Para a PA (20, 18, 16, 14, ...), determine o 20º termo.

Questão 5:

Encontre o 7º termo da PA que tem como primeiro termo 1 e razão -3.

Questão 6:

Dada a PA (30, 27, 24, ...), qual é o seu 9º termo?

Questão 7:

Determine a posição do número 38 em uma PA que começa em 8 e possui razão 6.

Questão 8:

Qual é o 5º termo da PA cujo primeiro termo é 12 e a razão é 0?

Exercício 5: Determine a soma dos n primeiros termos em cada uma das questões a seguir, apresentando sua estratégia de resolução.

Questão 1:

Calcule a soma dos primeiros 10 termos da PA (2, 5, 8, 11, ...).

Questão 2:

Determine a soma dos primeiros 8 termos da PA (10, 15, 20, 25, ...).

Questão 3:

Qual é a soma dos primeiros 5 termos da PA (4, 7, 10, 13, ...)?

Questão 4:

Encontre a soma dos primeiros 12 termos da PA (30, 28, 26, 24, ...).

Questão 5:

Calcule a soma dos primeiros 6 termos da PA (1, 4, 7, 10, ...).

Questão 6:

Determine a soma dos primeiros 15 termos da PA (5, 9, 13, 17, ...).

Questão 7:

Qual é a soma dos primeiros 9 termos da PA (12, 9, 6, 3, ...)?

Questão 8:

Encontre a soma dos primeiros 7 termos da PA (0, 3, 6, 9, ...).

Exercício 6: Determine as alternativas corretas de cada item a seguir, apresentando sua estratégia de resolução nos respectivos espaços das questões.

Questão 1:

(Enem 2ª aplicação 2014) Em uma determinada estrada, existem dois telefones instalados no acostamento: um no quilômetro 30 e outro no quilômetro 480. Entre eles serão colocados mais 8 telefones, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância.

Qual a sequência numérica que corresponde à quilometragem em que os novos telefones serão instalados?

- a) 30, 90, 150, 210, 270, 330, 390, 450
- b) 75, 120, 165, 210, 255, 300, 345, 390
- c) 78, 126, 174, 222, 270, 318, 366, 414
- d) 80, 130, 180, 230, 280, 330, 380, 430
- e) 81, 132, 183, 234, 285, 336, 387, 438

Resolução:

Questão 2:

(Enem (Libras) 2017) A figura ilustra uma sequência de formas geométricas formadas por palitos, segundo uma certa regra.



Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?

- a) 30
- b) 39
- c) 40
- d) 43
- e) 57

Resolução:

Questão 3:

(Enem 2019) O *slogan* “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1050	900	850

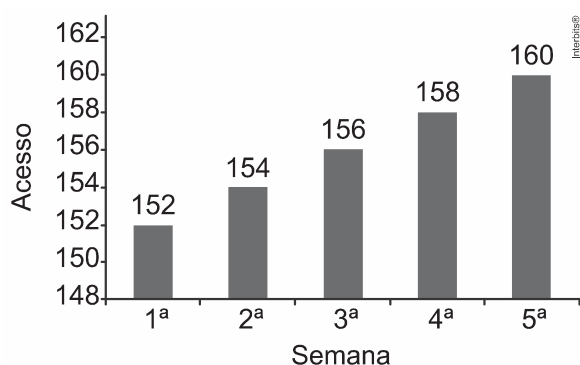
Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

- a) 150.
b) 450.
c) 550.
d) 700.
e) 800.
- Resolução:

Questão 4:

(Enem PPL 2021) Uma confeitadeira pretende divulgar em um sítio da internet os doces que produz, mas só fará isso se acreditar que o número de acessos por semana compensará seu gasto com a divulgação. Por isso, pediu que lhe enviassem dados sobre o número de acessos ao sítio nas últimas 5 semanas e recebeu o gráfico a seguir.



A confeitadeira acredita que, se o número de acessos mantiver o mesmo crescimento semanal para as próximas 5 semanas, ao final desse período valerá a pena investir na divulgação.

O número de acessos que a confeitadeira acredita ser suficiente para que a divulgação no sítio valha a pena é

- a) 162.
b) 170.
c) 172.
d) 312.
e) 320.
- Resolução:

Questão 5:

(Enem PPL 2014) Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará 60 km; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais r km; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais r km; e, assim, sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais r km. No último dia, ele deverá percorrer 180 km, completando o treinamento com um total de 1560 km.

A distância r que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em km, é

- a) 3.
b) 7.
c) 10.
d) 13.
e) 20.
- Resolução:

Questão 6:

(Enem 2ª aplicação 2014) A cada dia que passa, um aluno resolve 2 exercícios a mais do que resolveu no dia anterior. Ele completou seu 11º dia de estudo e resolveu 22 exercícios. Seu objetivo é resolver, no total, pelo menos 272 exercícios.

Mantendo seu padrão de estudo, de quantos dias ele ainda precisa para atingir sua meta?

- a) 5
- b) 6
- c) 9
- d) 16
- e) 20

Resolução:

7. CONCLUSÃO

Concluimos este *ebook* com a firme convicção de que a progressão aritmética é um tema de extraordinária relevância no ensino de matemática. Ao longo de nossa jornada, pudemos perceber como esse conceito se entrelaça com diversas situações do cotidiano, desde a análise de dados financeiros até a compreensão de padrões em fenômenos sociais. A PA não é mais um tema a ser abordado nas salas de aula, e sim uma ferramenta poderosa que capacita nossos alunos a ver e a interpretar o mundo ao seu redor de maneira mais crítica e analítica.

No entanto, temos observado que muitos estudantes enfrentam dificuldades significativas em compreender e aplicar os conceitos de progressão aritmética. Esses desafios, por vezes, surgem da falta de uma base sólida em conceitos matemáticos anteriores, da ansiedade em relação à matemática e da ausência de um ensino que realmente conecte a teoria à prática do dia a dia. Tais dificuldades não só impactam o desempenho acadêmico, mas também podem comprometer a confiança dos alunos em suas habilidades matemáticas.

A criação deste *ebook* foi motivada pela necessidade de oferecer recursos que abordem referidas dificuldades de forma clara e prática. Através de exemplos concretos, exercícios contextualizados e estratégias pedagógicas, buscamos não apenas ensinar a PA, mas igualmente inspirar os educadores a facilitar a compreensão desse importante conceito. Enfatizamos a importância de criar um ambiente de aprendizagem seguro e colaborativo, onde os alunos possam se sentir confortáveis para explorar, errar e aprender.

Ao final, é nosso desejo que os educadores utilizem este material como um suporte valioso em suas práticas pedagógicas, contribuindo para que os aprendizes não simplesmente dominem a progressão aritmética, entendendo-a, outrossim, como uma parte fundamental do seu conhecimento matemático e de sua formação integral. Que cada um de nossos alunos, ao lidar com a PA, possa se sentir empoderado e enfrentar não somente os desafios da matemática, mas também os desafios do mundo real com coragem e determinação.

8. BIBLIOGRAFIA

BERTUCCI, C. C.; NEVES, S. V. **Ensino de matemática**: teoria e prática. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

CESAR, I. S.; MORAES, P. A. **Matemática**: informação regional e cotidiana. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

GOUVÊA, A. **Matemática na educação básica**: uma abordagem construtivista. 1. ed. São Paulo: Autêntica, 2014.

HARDY, G. H.; WRIGHT, E. M. **An introduction to the theory of numbers**. 6th ed. [Tradução não identificada]. Oxford: Oxford University Press, 2008.

HOLLANDA, S. R. **Matemática**: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2015.

LARA, F. M.; SOARES, K. S. **Matemática**: reflexões, práticas e conceitos. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

PEREIRA, R. F.; LOPES, J. L. **Matemática e suas aplicações na vida cotidiana**. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ROSEN, K. H. **Discrete mathematics and its applications**. 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2011.

RUDIN, W. **Principles of mathematical analysis**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1976.

SIMÃO, A. **Progressões aritméticas**: aprendendo com a matemática em recursos educacionais abertos (REA). 1. ed. São Paulo: Novatec, 2011. Disponível em: <<https://www.rea.org.br>>. Acesso em: 10.12.2024.

TRINDADE, G. M. **Ensino de matemática com contexto**: aplicações práticas da matemática na vida diária. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2010.

Artigos Acadêmicos

Revista Brasileira de Educação Matemática. v. 10, n. 2, 2018. Disponível em: <<https://www.revistabrasileiradeeducacaomatematica.org.br/link-do-artigo>>. Acesso em: 09.12.2024.

Recursos Online

KHAN ACADEMY. Site com vídeos e exercícios interativos sobre PA e outros conceitos matemáticos. Disponível em: <<https://www.khanacademy.org>>. Acesso em: 09.12.2024.