



FÁBIO SAMPAIO MARIANO
FRANCISCO ODÉCIO SALES
MARIA ALICIANE MARTINS PEREIRA DA SILVA
(ORGANIZADORES)

CAMINHOS E DESAFIOS

NO ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

NA CONTEMPORANEIDADE:

ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES

**CAMINHOS E DESAFIOS NO ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE:
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES**



FÁBIO SAMPAIO MARIANO
FRANCISCO ODÉCIO SALES
MARIA ALICIANE MARTINS PEREIRA DA SILVA
(ORGANIZADORES)

**CAMINHOS E DESAFIOS NO ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE:
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES**

1ª Edição

Quipá Editora
2026

Copyright © dos autores e autoras. Todos os direitos reservados.

Esta obra é publicada em acesso aberto. O conteúdo dos capítulos, os dados apresentados, bem como a revisão ortográfica e gramatical são de responsabilidade de seus autores, detentores de todos os Direitos Autorais, que permitem o download e o compartilhamento, com a devida atribuição de crédito, mas sem que seja possível alterar a obra, de nenhuma forma, ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Dra. Anny Kariny Feitosa, Instituto Federal do Ceará

Dra. Francione Charapa Alves, Universidade Federal do Cariri

Dra. Mônica Maria Siqueira Damasceno, Instituto Federal do Ceará

Ma. Marília Maia Moreira, Universidade Estadual Vale do Acaraú

Dra. Maria Iracema Pinho, Universidade Federal do Cariri

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C183 Caminhos e desafios no ensino de Ciências e Matemática na contemporaneidade: algumas contribuições / Organizado por Fábio Sampaio Mariano, Francisco Odécio Sales e Maria Aliciane Martins Pereira da Silva. — Iguatu, CE : Quipá Editora, 2026.

166 p. : il.

ISBN 978-65-5376-520-7

DOI 10.36599/qped-978-65-5376-520-7

1. Ciências – Ensino. 2. Matemática – Ensino. I. Mariano, Fábio Sampaio. II. Sales, Francisco Odécio. III. Silva, Maria Aliciane Martins Pereira da. IV. Título.

CDD 500

Elaborada por Rosana de Vasconcelos Sousa — CRB-3/1409

Obra publicada pela Quipá Editora em março de 2026.

Quipá Editora
www.quipaeditora.com.br
@quipaeditora

APRESENTAÇÃO

O ensino de Ciências e Matemática sempre ocupou um lugar central na formação intelectual e social dos sujeitos. Desde a tradição clássica, que entendia essas áreas como pilares do pensamento racional, até os desafios da escola contemporânea, ensinar Ciência e Matemática nunca foi apenas transmitir fórmulas, leis ou procedimentos. Sempre foi, antes de tudo, formar modos de pensar, interpretar a realidade e agir sobre ela de forma consciente.

Na contemporaneidade, esse desafio se torna ainda mais complexo. A escola convive com profundas transformações tecnológicas, sociais e culturais, ao mesmo tempo em que lida com desigualdades históricas, defasagens de aprendizagem e a fragmentação dos saberes. Nesse cenário, Ciências e Matemática continuam sendo áreas estratégicas, tanto para o desenvolvimento científico e econômico quanto para a formação crítica dos estudantes. No entanto, persistem dificuldades estruturais, pedagógicas e epistemológicas que impactam diretamente a qualidade do ensino e da aprendizagem.

Este livro nasce desse contexto. Reúne reflexões, análises e experiências que buscam compreender os caminhos e os obstáculos que marcam o ensino de Ciências e Matemática hoje. As contribuições aqui reunidas partem do reconhecimento de que não há soluções simples ou universais, mas que é possível avançar quando se articula teoria, prática e compromisso com a realidade da escola.

Os textos dialogam com questões centrais do campo, como a formação de professores, o uso crítico das tecnologias, as metodologias ativas, a interdisciplinaridade, a avaliação, a inclusão e a necessidade de tornar o conhecimento científico e matemático significativo para os estudantes. Sem abandonar o rigor conceitual que caracteriza essas áreas, os autores defendem uma abordagem pedagógica que valoriza o contexto, a mediação docente e a construção ativa do conhecimento.

Ao apresentar diferentes perspectivas, o livro busca contribuir para que professores, pesquisadores e estudantes reflitam sobre suas próprias práticas e concepções. Mais do que oferecer receitas, a obra propõe provocar o leitor a pensar sobre o sentido de ensinar Ciências e Matemática em um tempo marcado por mudanças rápidas, incertezas e novas demandas sociais.

Que estas páginas sirvam como um espaço de diálogo, aprofundamento e fortalecimento do trabalho docente, reafirmando que, mesmo diante dos desafios da contemporaneidade, o ensino de Ciências e Matemática continua sendo um instrumento fundamental para a formação humana, científica e cidadã.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

CAPÍTULO 1 09

DESVENDANDO O CAMPO CONCEITUAL ADITIVO: UM OLHAR PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

*Bergson Rodrigo Siqueira de Melo
Verônica Maria Lavor Silva de Melo
Otávio Floriano Paulino*

CAPÍTULO 2 19

CONTRIBUIÇÕES DE GEORGE POLYA PARA AS HEURÍSTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Rildo Alves do Nascimento

CAPÍTULO 3 33

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E A ATIVIDADE EM SALA DE AULA

Rildo Alves do Nascimento

CAPÍTULO 4 47

O CASO DE ENSINO COMO INSTRUMENTO REVELADOR DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

*Mikaelle Barboza Cardoso
Marcília Chagas Barreto
Ana Claudia Gouveia de Sousa
Diego Araujo Frota
Joserlene Lima Pinheiro*

CAPÍTULO 5

63

A IMPORTÂNCIA DO LABOR CONJUNTO E DA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR

*Fredson Rodrigues Soares
Francisco Cleuton de Araújo
Márcio de Lacerda Carvalho
Camila Raquel Câmara Lima
Jonathan Haryson Araújo Aguiar
Tânia Maria Rodrigues da Silva*

CAPÍTULO 6

75

A PRESENÇA FEMININA NA ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS: UM ESTUDO DA REPRESENTATIVIDADE POR ÁREA CIENTÍFICA

*Iana Marques Machado
Mikaelle Barboza Cardoso
Diego Araujo Frota*

CAPÍTULO 7

89

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E REALIDADE AUMENTADA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Francisco Cleuton de Araújo
Fredson Rodrigues Soares
Camila Raquel Câmara Lima
Wyanna Mara Costa Dantas
Michael Douglas B. de Araújo
Manuel Pereira de Oliveira Filho*

CAPÍTULO 8

103

ERRO COMO RECURSO DIDÁTICO: CONTRIBUIÇÕES DA NEUROCIÊNCIA E DA PSICOLOGIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

*Rodrigo Souza da Silva
Igor Lima Rodrigues
Mikaelle Barboza Cardoso*

CAPÍTULO 9 117

POLÍGONOS REGULARES E GEOGEBRA: UM ESTUDO DE CASO

*Eduardo Farias Nunes
Eugeniano Brito Martins*

CAPÍTULO 10 129

O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA(TEA): UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

*Francisca Damiana Sousa Lopes
Antonia Dália Chagas Gomes
Mikaelle Barboza Cardoso*

CAPÍTULO 11 149

MODELAGEM MATEMÁTICA: ANÁLISE DOS ARTIGOS APRESENTADOS NO XII CNMEM

*Renato Souza da Silva
Eugeniano Brito Martins*

SOBRE OS ORGANIZADORES 166

CAPÍTULO 1

DESVENDANDO O CAMPO CONCEITUAL ADITIVO: UM OLHAR PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

*Bergson Rodrigo Siqueira de Melo
Verônica Maria Lavor Silva de Melo
Otávio Floriano Paulino*

RESUMO

O presente estudo investiga o ensino do Campo Aditivo na Educação de Jovens e Adultos (EJA), buscando compreender os desafios e potencialidades. Fundamenta-se na Teoria dos Campos Conceituais - TCC de Gérard Vergnaud (1990, 1996, 2009), que considera o Campo Aditivo como sendo um conjunto de situações que envolvem adições e subtrações. A pesquisa qualitativa foi realizada em uma escola da Rede Pública de Fortaleza-Ce. Com uma turma de EJA, utilizando sequência didática e questionário como instrumentos de coleta de dados. Os resultados evidenciam que os alunos da EJA enfrentam desafios específicos na aprendizagem das estruturas aditivas, como a heterogeneidade dos conhecimentos prévios e a necessidade de conciliar vida pessoal com estudos. O estudo propõe estratégias pedagógicas que valorizam os conhecimentos prévios e contextualizam o ensino matemático com situações cotidianas, concluindo que o ensino do Campo Aditivo na EJA exige uma abordagem flexível e atenta às necessidades dos alunos.

Palavras-chave: Estruturas Aditivas. EJA. Ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) desempenha um papel fundamental na inclusão social e na construção da cidadania. Nesse contexto, a Matemática emerge como uma disciplina crucial, oferecendo ferramentas para a resolução de problemas cotidianos, o desenvolvimento do pensamento crítico e a compreensão do mundo que nos cerca. Este trabalho tem como objetivo discutir a importância da Matemática na EJA, destacando sua relevância para a vida pessoal e profissional dos estudantes, além de apresentar algumas considerações sobre o ensino dessa disciplina nessa modalidade de ensino.

Silva (2023), enfatiza que a EJA representa um pilar fundamental para a construção de uma sociedade mais justa e equitativa, ao oferecer oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento pessoal a todos os cidadãos. Ao promover a inclusão social e o empoderamento, a EJA contribui significativamente para a redução das desigualdades

sociais e para a construção de uma cidadania ativa e efetiva, impactando positivamente na vida pessoal e profissional dos alunos.

Nesse sentido compreendemos que a Matemática está presente em diversas situações do nosso dia a dia, desde as mais simples, como calcular o troco de uma compra, até as mais complexas, como analisar gráficos e interpretar dados. Na EJA, o ensino da Matemática deve ir além da mera transmissão de conteúdos, buscando desenvolver nos estudantes a capacidade de aplicar os conhecimentos matemáticos em diferentes contextos da sua vida.

Silva (2023), nos fala que a Matemática, na EJA, transcende a mera transmissão de conteúdos. Ao promover a resolução de problemas do cotidiano, o desenvolvimento do pensamento crítico e a construção de conhecimentos significativos, ela se configura como uma ferramenta poderosa para a inclusão social e a emancipação dos sujeitos, possibilitando-lhes uma participação mais ativa e consciente na sociedade.

Segundo Ferreira (2022), reforça o pensamento anterior e menciona que os conceitos matemáticos estão ligados ao dia a dia das pessoas e presentes no trabalho, no ato de ir às compras em um supermercado, no manuseio de dinheiro, no trânsito, na contagem das horas do dia, na noção do espaço e em várias outras percepções.

Como suporte teórico da pesquisa, vamos desenvolver um estudo sobre as estruturas aditivas, que estão inseridas dentro da Teoria dos Campos Conceituais - TCC de Vergnaud (1996), a compreensão do Campo Aditivo é um dos objetivos centrais do ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nesse viés a EJA, está inserida nesse conjunto.

Acreditamos que seja fundamental que os professores de Matemática compreendam a importância das estruturas aditivas e ofereçam aos seus alunos atividades diferenciadas e contextualizadas que promovam a exploração, construção e consolidação desse conhecimento. No próximo tópico abordaremos as estruturas aditivas.

REFERENCIAL TEÓRICO

O campo Conceitual Aditivo, definido por Gérard Vergnaud (1996), constitui um dos pilares da Matemática elementar, englobando um conjunto de situações que exigem a aplicação de adições, subtrações ou combinações dessas operações para serem resolvidas.

Ao mesmo tempo, ele engloba os conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. A compreensão do Campo Aditivo é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático e para a resolução de problemas em diversas áreas das ciências.

O Campo Aditivo envolve diferentes tipos de relações entre quantidades, como: **Composição:** A junção de duas ou mais partes para formar um todo. **Transformação:** A alteração de uma quantidade inicial, seja por aumento ou diminuição. **Comparação:** A determinação da diferença entre duas quantidades.

O Campo Aditivo está ligado às outras operações matemáticas. A adição e a subtração são operações inversas, e a compreensão das relações entre elas é fundamental para a resolução de problemas mais complexos. Além disso, as estruturas aditivas servem como base para a compreensão da multiplicação e da divisão. Magina (2001,2004), em suas pesquisas, contribuiu significativamente para a compreensão e o ensino dessas estruturas, oferecendo um referencial teórico sólido para os educadores. Neste trabalho, apresentaremos uma fundamentação teórica sobre o Campo Aditivo sob a perspectiva de Vergnaud e Magina, com base em suas pesquisas e em estudos relacionados.

Magina e seus colaboradores (MAGINA *et al.*, 2001) realizaram um estudo aprofundado sobre o domínio do Campo Aditivo por estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental. A partir de uma releitura da TCC de Gérard Vergnaud, os autores classificaram os problemas aditivos em três relações de base: composição, transformação e comparação. Essa classificação oferece uma estrutura teórica que ajuda a entender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, além de servir de base para o design de experiências de ensino na sala de aula.

Segundo Magina e Campos (2004), para que o ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental seja efetivo, é preciso que o estudante identifique e se aproprie dos invariantes existentes no conceito de número e das quatro operações básicas. Para que isso ocorra, o professor, enquanto mediador entre o conhecimento matemático e o estudante, deve estar atento para o que, como, quando e porque ensinar um dado conteúdo. No caso do Campo Aditivo, Magina (2004) e seus colaboradores defendem a importância de oferecer aos alunos oportunidades de explorar diferentes tipos de problemas, utilizando

diferentes representações e promovendo a discussão e a reflexão sobre os processos de resolução.

METODOLOGIA

Optamos pela metodologia qualitativa exploratória, que acreditamos ser uma abordagem de pesquisa que busca compreender em profundidade os significados e as experiências humanas. A pesquisa qualitativa "envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 14). Ela é utilizada para explorar fenômenos complexos e subjetivos, utilizando técnicas como entrevistas, questionários e observação participante e análise de documentos. Ao longo da investigação procuramos responder a seguinte questão: De que forma as estruturas aditivas contribuí para o processo de aprendizagem da Matemática e desenvolvimento pessoal dos estudantes da EJA?

Neste estudo, buscamos desenvolver uma discussão pautada na metodologia qualitativa, a pesquisa foi realizada em uma turma de EJA III, que corresponde aos 6º e 7º anos dos anos Finais do Ensino Fundamental, em uma escola pública da rede Municipal de Educação de Fortaleza-Ce. O estudo, aconteceu durante as aulas de Matemática, os alunos tiveram aulas sobre os conteúdos que envolvem o Campo Aditivo, e em aulas subsequentes houve a aplicação de uma sequência didática com 20 (vinte) situações-problemas contextualizada de acordo com a perspectiva abordada o Campo Aditivo, a resolução aconteceu em pequenos grupos mediados pelo professor. A coleta dos dados ocorreu através de um questionário com 15 (quinze) perguntas mistas, aplicado após a aplicação da sequência didática. Lima (2019) constata o potencial da sequência didática para proporcionar uma aprendizagem contextualizada e convergente para outras áreas do conhecimento e ainda desenvolver competências e habilidades importantes.

Analizamos em seguida as respostas dos alunos a luz da análise qualitativa que pensamos ser uma forma essencial para a pesquisa social, permitindo uma compreensão mais rica e completa dos fenômenos sociais. Ao utilizar essa abordagem, os pesquisadores

podem gerar insights valiosos para a tomada de decisões e o desenvolvimento do pensamento crítico.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O Campo Aditivo, que engloba as operações de adição e subtração, são a base para a compreensão de outros conceitos matemáticos mais complexos. Dominar essas estruturas é fundamental para realizar cálculos cotidianos, como fazer compras, calcular troco, resolver problemas de proporcionalidade e até mesmo interpretar gráficos e tabelas. Explorar o Campo Aditivo na EJA, significa resgatar o protagonismo do aprendiz, conectando o ensino da Matemática às situações concretas e significativas de sua vida. Nesse sentido, Brum, Viera e Ferreira (2023) apontam que a verdadeira aprendizagem é aquela em que o estudante consegue relacionar o que aprendeu com outras situações e assim produzir novos conhecimentos, associando e mobilizando outras formas de resolver problemas.

No entanto, muitos alunos da EJA apresentam dificuldades em relação a essas operações, o que pode impactar negativamente seu desempenho em outras áreas da Matemática e em outras disciplinas. A construção teórica de Vergnaud (1990) leva ao pensamento de que o trabalho com os conceitos estruturantes de um determinado campo conceitual, de forma minuciosa e por tempo suficiente, possibilita aos alunos uma visão integradora do que está sendo aprendido, no caso deles as estruturas aditivas.

Uma das principais razões para essas dificuldades estarem relacionada às experiências prévias dos alunos com a Matemática. Muitos deles tiveram um primeiro contato com a disciplina de forma mecânica, focado apenas na memorização de algoritmos, sem a compreensão dos conceitos envolvidos. Essa falta de compreensão pode gerar uma aversão à Matemática e dificultar a aprendizagem ao longo da vida. O trabalho na EJA deve considerar os contextos sociais e culturais dos alunos, valorizando a Matemática como uma ferramenta para a resolução de problemas cotidianos.

Além disso, os alunos da EJA apresentam características e necessidades específicas que devem ser consideradas no processo de ensino. Muitos deles, sendo a grande maioria já tem uma vida profissional ativa e familiar para conciliar, o que pode dificultar a concentração, dedicação e o desempenho no estudo, que acontece normalmente no turno noturno, depois de um dia de labuta. Além disso, a heterogeneidade dos grupos, em termos de idade,

experiências de vida e conhecimentos prévios, exige do professor uma grande flexibilidade e capacidade de adaptação e condução das metodologias que possa atender a essa demanda.

Nesse contexto, o ensino das estruturas aditivas na EJA deve ser realizado de forma contextualizada e significativa, buscando estabelecer conexões com a prática da vida cotidiana dos alunos. É fundamental que o professor utilize diferentes recursos didáticos, como jogos, materiais manipuláveis e situações-problema, para tornar o aprendizado atrativo e eficaz. Na EJA, o ensino significa oferecer aos alunos um meio de compreender e transformar a realidade, promovendo um aprendizado significativo e contextualizado.

A resolução de problemas através de sequências didáticas é uma estratégia pedagógica fundamental para o ensino das estruturas aditivas. Ao propor problemas desafiadores e significativos, o professor estimula os alunos a desenvolverem suas habilidades de raciocínio lógico e a buscarem diferentes estratégias de resolução. Além disso, trabalhar a interpretação e a resolução de problemas em grupos permite que os alunos compartilhem seus conhecimentos e aprendam uns com os outros.

Outro aspecto importante a ser considerado é a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, ao reconhecer e utilizar os saberes que os estudantes já possuem, o professor demonstra respeito por suas experiências e cria um ambiente de aprendizagem favorável e motivador.

Em suma, o ensino das estruturas do Campo Aditivo na EJA exige do professor um planejamento minucioso e cuidadoso e uma abordagem pedagógica que leve em consideração as características e necessidades dos alunos. Ao proporcionar um ensino significativo e contextualizado, o educador contribui para a superação das dificuldades e para o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais para a vida.

Seguimos a análise do questionário, elencando algumas perguntas e interpretando as respostas dos estudantes sobre a sequência didática aplicada durante as aulas, nesse momento atribuímos uma letra maiúscula para cada aluno. Como pergunta aleatória inicial começamos por: “Em sua opinião, qual a principal importância da Matemática na vida das pessoas?” Ao responder essa questão, escreveram que: “Logo no início quando eu era criança eu não gostava de matemática, por vários motivos, era necessário estudar muito e acabava por não compreender muita coisa, hoje já com mais idade, percebo que a matemática faz parte das nossas vidas e nos faz compreender muitas coisas que não era possível antes, posso entender o que é um

aumento ou diminuição de um produto no mercadinho, por exemplo.” (Resposta do estudante B). “Desde criança percebo a importância de aprender matemática, para pagar contas, compreender como funciona as finanças, e as coisa que acontecem no nosso dia a dia.” (Resposta do estudante F).

Diante das duas respostas percebemos e podemos intuir que a primeira do “estudante B”, é de um aluno que já tem mais idade, e precisa conviver com as despesas de uma casa, o que é muito normal da EJA, pois normalmente os alunos que estão nessa modalidade de ensino, na sua grande parte tem no mínimo 15 anos de idade, quando esse está mais atrasado, pois a EJA é uma maneira de tentar avançar mais rápido nos estudos, mas compreendemos que o aluno, deve ter mais idade e deve ser um trabalhador que está buscando correr atrás do tempo perdido, assim como o “estudante F”.

A Matemática contribui para o desenvolvimento de habilidades de comunicação é a linguagem para compreender o mundo, pois exige a capacidade de compreender e explicar ideias abstratas de forma clara e objetiva. A habilidade de trabalhar com números e dados também é fundamental para a colaboração em equipe, uma vez que permite a troca de informações de forma precisa e eficiente.

Prosseguindo para a próxima pergunta do questionário: “Quais as maiores dificuldades que os alunos da EJA enfrentam ao aprender Matemática?” Vamos as respostas dos alunos: “Para mim eu tenho dificuldade em fazer as contas, aquelas bem grandes, principalmente quando tem números muito grande, mais de dois números e tem diminuição, somar até que é mais de boa.” (Resposta do estudante C). “Eu me sinto insegura de fazer e entender quando o problema pede a diminuição e a soma quando vem pedindo juntas na mesma questão, as palavras me confundem a cabeça pois as vezes muda o que está escrito, e no final pede a mesma coisa.” (Resposta do estudante I).

Percebemos que os dois alunos supracitados expressam algumas dificuldades em articular os conhecimentos para compreensão e resolução das situações-problemas que envolvem as estruturas aditivas, quando em uma mesma situação problema pede adição e subtração ou ao contrário, daí a importância da utilização de metodologias que possam facilitar a compreensão dos conceitos que envolvem o Campo Aditivo.

Esses conceitos são elementares e triviais, porém se não forem trabalhados de forma contextualizada o aluno pode apresentar muitas dúvidas ao interpretar a leitura dos problemas e com isso eles apresentam insegurança na resolução, pois até que possa

compreender o que é pedido em uma situação-problema pode levar um bom tempo, mas após compreenderem os princípios a resolução se torna compreensível e a estrutura de resolução poderá ser aplicada em situações semelhantes.

A próxima pergunta é: “Quais os principais benefícios que a Matemática pode trazer para os alunos da EJA?” Os alunos responderam que: “Eu penso que a matemática é muito importante para nós, pois podemos ver o mundo que está na nossa frente, principalmente saber lidar com as contas, dinheiro, e outras coisas, mas uma coisa importante, saber sobre os números nos abre portas para saber mais, para mim o melhor benefício é saber fazer contas, entender sobre o nosso dinheiro.” (Respostas do estudante A). “A matemática me faz compreender sobre o custo de vida que vivo, as compras, de não ser enganado com contas, então o maior benefício é entender a somar e diminuir quando vou no mercadinho.” (Resposta do estudante D).

Nas respostas dos alunos, percebemos que eles mobilizaram conhecimentos sobre as metodologias de resolução de situações-problema sobre as estruturas aditivas e conseguiram na prática promover um aprendizado de forma significativa através do ensino da Matemática, é notório que eles estão preocupados com o seu dinheiro, com as compras no “mercadinho”, e eles já conseguem associar e mobilizar os conceitos das estruturas aditivas em seu cotidiano.

O Campo Aditivo envolve as operações de adição e subtração, fundamentais para a compreensão de conceitos matemáticos mais complexos e para a resolução de problemas cotidianos. Nesse contexto, as operações com adição e subtração que colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem, são particularmente eficazes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão sobre o Campo Aditivo na EJA evidencia a relevância de um ensino contextualizado e centrado no protagonismo dos alunos, por se tratar de operações matemáticas básicas, como adição e subtração, as estruturas aditivas têm um papel crucial na construção de competências essenciais para o dia a dia, incluindo o planejamento financeiro, a organização de recursos e a resolução de problemas cotidianos.

Outro aspecto importante é a postura mediadora do professor, que deve incentivar a investigação, a reflexão crítica e a construção autônoma do conhecimento pelos alunos. Ao

promover um ambiente de aprendizagem significativo, o professor contribui para que os estudantes desenvolvam não apenas competências matemáticas, mas também confiança e autonomia.

Conclui-se, portanto, que os pressupostos teóricos do Campo Aditivo na EJA, vão muito além de simples cálculos matemáticos. Elas representam uma ferramenta essencial para a emancipação dos estudantes, possibilitando-lhes compreender e atuar de forma mais efetiva em seu contexto social. O sucesso nesse processo depende de uma abordagem pedagógica que valorize as experiências dos alunos, promova a aprendizagem significativa e reconheça a matemática como um instrumento para a transformação da realidade.

REFERÊNCIAS

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. ***Introdução à pesquisa qualitativa*** (2ª ed.). Editora Pedagógica e Universitária, 1994.

BRUM, E. de C. M.; VIERA, M. A.; FERREIRA, R. K. A. **Aprendizagem significativa em matemática por meio da utilização de materiais concretos no ensino médio: um ensaio em construção.** Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, [S.l.], v. 9, n. 3, p. 365–380, 2023. <https://doi.org/10.51891/rease.v9i3.8794>.

FERREIRA, N. D. S. **Matemática na EJA: um estudo das perspectivas dos professores sobre o ensino da matemática.** 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal da Paraíba (UFPB)/CCAE. João Pessoa, 2022.

LIMA, J. M. P. **A importância da sequência didática para a aprendizagem significativa da matemática.** Revista Artigos. Com, 2, e829, 2019. Disponível em: <https://acervomais.com.br/index.php/artigos/article/view/829>. Acesso em: 10 jan. 2025.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, Y. **As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes.** *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 95-112. 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M. **A influência da linguagem natural na construção de significados para as operações aritméticas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2004.

MINAYO, M. C. S. (Org.). (2012). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis: Vozes.

SILVA, A. B. A matemática como ponte para a cidadania: um estudo sobre a aprendizagem de jovens e adultos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2023.

SILVA, M. A. A Educação de Jovens e Adultos no Brasil: desafios e perspectivas. São Paulo: Editora Cortez, 2023.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. Recherches en Didactiques de Mathématiques, vol 10, nº 2.3, p.p 133 – 170. Pensée Sauvage, Grenoble, França. 1990.

VERGNAUD, G. A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. Revista do Geempa, Porto Alegre, p. 9-19, 1996.

SOBRE OS AUTORES

BERGSON RODRIGO SIQUEIRA DE MELO

Doutor em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Mestre em TIC na formação em EaD pela Universidade Federal do Ceará (UFC), Especialista em Matemática e Física pela Universidade Regional do Cariri (URCA), Graduado em Ciências com Habilitação em Matemática pela Fundação de Ensino Superior de Olinda (FUNESO/UNESF). Professor da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME).

VERÔNICA MARIA LAVOR SILVA DE MELO

Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Mestra em Ensino de Matemática e Ciências pela Universidade Estadual do Rio Grande do Norte (UERN), Especialista em Matemática e Física pela Universidade Regional do Cariri URCA, Graduada em Formação de Professores em Áreas Específicas pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professora da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME).

OTÁVIO FLORIANO PAULINO

Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Especialista em Matemática pela Faculdade Integrada de Jacarepaguá (FIJ). Professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA).

CAPÍTULO 2

CONTRIBUIÇÕES DE GEORGE POLYA PARA AS HEURÍSTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Rildo Alves do Nascimento

RESUMO

A heurística de Polya oferece um conjunto estruturado para o ensino da resolução de problemas, incentivando os estudantes a desenvolverem habilidades de pensamento crítico e criativo. Ao aplicar as etapas propostas por Polya, os estudantes aprendem a analisar problemas de forma mais profunda, a explorar diferentes estratégias e a justificar suas soluções. Embora inicialmente aplicada à Matemática, a heurística de Polya pode ser adaptada para a resolução de problemas em diversas outras áreas do conhecimento. Sua abordagem heurística continua a ser relevante e inspiradora, contribuindo para o desenvolvimento de pensadores mais eficazes e criativos. As contribuições de George Polya para a heurística na resolução de problemas matemáticos são inegáveis. Sua metodologia estruturada e suas sugestões práticas oferecem um guia valioso para estudantes, professores e profissionais de diversas áreas que buscam aprimorar suas habilidades de resolução de problemas. A importância da heurística de Polya vai além da Matemática. Ao ensinar estudantes a seguirem essas etapas, desenvolve-se a capacidade de pensar de forma crítica, criativa e sistemática, habilidades essenciais para diversas áreas do conhecimento.

Palavras-chave: Habilidades. Metodologia. Resolução de Problemas.

INTRODUÇÃO

Convém lembrar, como diz Puchkin, que o termo heurístico é de origem grega, cujo sentido é “encontrar, descobrir, inventar”, expresso pelo verbo com derivados, como o adjetivo verbal, que se pode “encontrar ou inventar”, e, “inventivo, engenhoso”. Heurística, que o dicionário português diz ser “um conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas” (FERREIRA, 1997, p. 891), vem da expressão, a arte relativa à descoberta, à invenção, sobre a qual se encontram vestígios no tratado O Método de Arquimedes. George Polya (1897 – 1985)



Fonte: <http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html>

George Polya (1897 – 1985) foi um dos matemáticos mais importantes do século XX. Nascido na Hungria, ele passou a maior parte do seu tempo pesquisando na universidade de Stanford nos Estados Unidos devido à situação política da Europa na época da segunda guerra mundial. Pesquisou em vários ramos da Matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais; sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos com várias publicações relacionadas ao assunto, em especial *How To Solve It*, que vendeu mais de um milhão de cópias, em 1957. Polya é um dos matemáticos do nosso século que considera a Matemática uma “ciência observacional” na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental; afirma também a semelhança do processo criativo na Matemática e nas Ciências Naturais.

Polya foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a Matemática. Por isso, Polya representa uma referência no assunto, uma vez que suas ideias representam uma grande inovação em relação às ideias de resolução de problemas existentes até então (vide Descartes, Wallas, Skinner). Muitas de suas ideias são razoáveis até os dias atuais, servindo de alicerce para trabalhos de outros pesquisadores contemporâneos a Polya na área nesta área como Schoenfeld e Thompson.

Na primeira metade do século XX, o matemático e educador matemático George Polya estudava e pesquisava métodos e técnicas usadas na resolução de problemas de Matemática. Assim como Arquimedes, que se interessava pelo raciocínio dos grandes inventores, Polya começou a se interessar pelo raciocínio dos bons resolvidores de problemas, mais especificamente pelos pensamentos que os capacitavam a resolver problemas complexos. Uma pergunta fundamental norteava essa inquietação: por que algumas pessoas têm facilidade para resolver problemas, enquanto outras não? Inclusive,

algumas desenvolvem ideias excepcionais que as levam a resoluções surpreendentes, enquanto outras nem conseguem começar. E, frequentemente, isso ocorre com dois indivíduos com o mesmo grau de formação e possivelmente compartilhando os mesmos conhecimentos. Diante disso, Polya atribuiu uma nova designação e um novo significado para a palavra heurística, chamando-a de "heurística moderna", que, segundo ele, busca compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais típicas desse processo, que tenham utilidade. É importante salientar que um estudo metódico de heurística deve levar em conta tanto as bases lógicas quanto psicológicas, com objetivos práticos, ou seja, buscar compreender melhor as operações mentais típicas aplicadas à resolução de problemas (POLYA, 2006).

Ainda, Polya (2006) intitula a parte III de seu livro como "Pequeno Dicionário de Heurística", onde apresenta um conjunto de conceitos cuja aplicação pode desencadear heurísticas modernas. Segundo ele, as heurísticas podem se manifestar ao observar analogias, ou ao evidenciar a existência de condicionantes; ao usar um problema auxiliar, relacionado com algum problema mais simples ou já resolvido anteriormente; ao considerar a incógnita, mantendo em mente o que se quer determinar; ao identificar corolários, observando se o que se quer determinar seria uma consequência de algum teorema; ao realizar decomposição e recombinação, dividindo o problema em partes e resolvendo cada uma delas, ou resolvendo um caso particular e, a partir dele, determinar a solução do problema; e ao procurar conhecer a definição de todos os termos envolvidos, entre outras ações.

Com base nas diferentes formulações e significações acerca das noções de heurística que explicitamos, orientamos nossa investigação pelo seguinte problema: Quais questões relacionadas à heurística nas ciências podem contribuir para reflexão sobre a abordagem de problemas nas aulas de Matemática?

Ao definirmos estes problemas como foco de nossa pesquisa, uma etapa fundamental passou a ser a busca por compreender e discutir as visões dos autores que selecionamos a respeito da noção de heurística. Assim, o objetivo geral da nossa pesquisa foi analisar, discutir e problematizar formulações de alguns filósofos e cientistas e a respeito do conceito de heurística relacionados ao trabalho científico, com vistas a identificar e sistematizar elementos que contribuam para reflexão sobre a abordagem de problemas em sala de aula.

O objetivo deste artigo foi promover nas aulas de Matemática o pensamento heurístico por intermédio da resolução de problemas, pois quando aqueles encontram por suas próprias estratégias, uma teoria dessa disciplina, o seu senso de confiança aumenta, passam a perceber que a Matemática é factível e que eles mesmos podem produzir nessa área do conhecimento. Assim, alegamos que os processos heurísticos, ao serem incorporados nas metodologias de ensino dos professores, aparentam ser um instrumento amenizador das situações educacionais adversas, existentes no ensino e na aprendizagem da Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

A resolução de problemas ganha destaque com George Polya (1897-1985), que estava imerso no momento histórico de reformas do ensino da Matemática. Polya, matemático húngaro, pesquisou e atuou como professor a maior parte de sua vida na Universidade de Stanford, nos Estados Unidos, uma vez que a Europa passava pela segunda guerra mundial. Ele contribuiu com vários ramos da Matemática, porém ficou conhecido por sua célebre obra: *How To Solve It*, traduzida como “A Arte de Resolver Problemas”, de 1945, sendo inovador nas questões relacionadas à resolução de problemas, e considerado o primeiro pesquisador a estudar sobre uma heurística de resolução de problemas própria para Matemática (PEREIRA, 2002).

Por isso, quando tratamos sobre a resolução de problemas, sua origem se dá com Polya, mais especificamente com a obra citada anteriormente.

O livro é dividido em quatro partes: a primeira fala sobre a resolução de problemas e uma perspectiva de aplicação em sala de aula; a segunda imita um diálogo entre professor e aluno durante a aplicação em sala da resolução de problemas; a terceira trata sobre a heurística da resolução de problemas; a quarta traz ao leitor alguns problemas, indicações de como resolvê-los e as soluções. (SABATKE, 2018, p. 75).

Neste artigo, não temos como objetivo esgotar o estudo da obra, porém ela é importante para justificar algumas concepções que surgem com base na teoria de Polya, principalmente as possibilidades metodológicas da resolução de problemas em sala de aula, incluindo o papel do professor e do estudante, bem como características teóricas. Esses são

pontos de interesse de Polya, pois ele tem como intenção auxiliar os professores para que sejam orientadores de seus estudantes em sala de aula (FERNANDES, 2020).

Desse modo, Polya (1995) se preocupa em definir uma heurística da resolução de problemas e elucidar algumas situações que podem ocorrer em sala de aula quando o estudante resolve um problema. Para isso, define quatro passos, ou fases, para resolver um problema.

São elas: compreensão do problema, em que as seguintes perguntas podem auxiliar: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? Além disso, traçar uma figura pode auxiliar, bem como, usar uma notação adequada. A segunda etapa é o estabelecimento de um plano, em que o autor traz novamente algumas indagações que podem ser feitas. Ainda nesse passo, pode-se buscar um problema mais específico, um mais genérico, algum análogo, ou ainda usar algum problema correlato já resolvido para auxiliar. A terceira etapa é a execução do plano, que corresponde a: “ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?” (POLYA, 1995, p. XIII). A última etapa é o retrospecto, que consiste em verificar o resultado, analisar se pode chegar a solução por outro caminho ou ainda usá-la em outro problema. (SABATKE, 2018, p. 75).

Conforme destaca Fernandes (2020), estão relacionadas a essas quatro fases as principais incompreensões do método de Polya. Uma vez que são compreendidas, em pesquisas e práticas docentes, como um algoritmo, ou técnica, que deve ser minuciosamente seguido para que o estudante se torne um bom solucionador de problemas. Entretanto, Polya as concebe como indicações metodológicas de como pode ser o trabalho de mediação do professor, ou seja, perguntas que auxiliem os estudantes no processo de resolução, sem que a resposta seja dada. Com o passar do tempo, e adaptação a essa possibilidade metodológica, os próprios estudantes podem fazer a si mesmos essas perguntas.

Com base nos quatro passos de resolução, Polya (1995) define, com exemplos, possíveis diálogos entre professor e estudantes, permitindo que percebamos o que se objetiva com esse método no ensino de Matemática. O papel do professor nessa perspectiva é de auxiliar os seus estudantes, tendo como objetivo indicar passos (caminhos) durante a resolução de problemas, fazendo com que os perceba no contexto do problema. Assim, Polya (1995, p. 2) diz: “[...] desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio”, o que significa criar possibilidades para que ele desenvolva a capacidade de resolver problemas. Porém, essa capacidade não está relacionada com a

correta aplicação de algoritmos ou técnicas, mas com a constituição de aprendizados por compreensão própria do estudante (POLYA, 1995; FERNANDES, 2020).

Em relação ao problema e sua resolução, Polya (1995) afirma que quanto mais for possibilitado que o estudante resolva diferentes problemas, maior será o seu sucesso na resolução. Desse modo, compara a prática de resolver problemas com a natação, a qual se aprende pela prática. O autor ainda destaca que é importante atentar-se à resolução feita por outras pessoas, percebendo suas formas de resolver, para que seja possível criar estratégias próprias. Percebe-se com isso que o professor ensina, com base na mediação, formas para resolver problemas, e os estudantes desenvolvem estratégias com compreensão: “graças a esta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer”. (POLYA, 1995, p. 3).

Complementado, Polya (1995) descreve que o vocabulário usado no problema deve ser claro e condizente com o entendimento dos estudantes, pois, caso contrário, não saberão o que devem fazer. Outro fato que pode ocorrer é que não tenham interesse em resolvê-lo, o que pode ser responsabilidade do professor ao escolher o problema, assim: “o problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante” (POLYA, 1995, p. 4). Fato que possivelmente resultará na boa vontade por parte dos estudantes para resolvê-los.

Com base nos aspectos descritos e analisados, corroborando com Fernandes (2020), podemos “[...] verificar que a pesquisa de Polya transcende as quatro fases apresentadas e que suas orientações seguem numa linha de ensino por meio da Resolução de Problemas” (Fernandes, 2020, p. 30). Isto é, as concepções de Polya são mais amplas do que apenas determinar etapas para resolução de um problema.

Existem autores que assemelham suas concepções acerca da resolução de problemas a Polya. A fim de que se tenha ideia dessas visões alternativas, para além de Polya, elencamos a este ensaio as de Charles (1991) e Charles e Lester (1992).

Segundo Charles e Lester (1992, p. 335, tradução nossa): “a abordagem de Schoenfeld é destinada para o estudante desenvolver habilidades metacognitivas para resolver problemas”. Para isso, são exibidas por Schoenfeld (1985) três questões para auxiliar o estudante a organizar seu trabalho: a primeira fala sobre o estudante saber o que

está fazendo e se consegue relatar isso, a segunda trata sobre o motivo de fazer o que relatou na primeira pergunta, ou seja, no que isso ajuda na resolução do problema, e a terceira é sobre o que o resultado representará naquele contexto.

Nesse sentido, Charles e Lester (1992) apresentam um roteiro, composto de três etapas, para orientar o estudante a desenvolver a habilidade de resolver problemas: compreender o problema, etapa na qual o estudante lê o problema, define o que precisa encontrar e retira os dados importantes; a segunda etapa é resolvendo o problema, em que o estudante olha para um padrão, adivinha e examina, escreve uma equação/expressão, revisa o trabalho, faz uma figura, uma lista organizada, uma tabela, ou usa objetos e simplifica o problema; a última etapa é respondendo o problema e avaliando a solução, na qual o estudante confirma se utilizou todas as informações importantes, verifica o seu trabalho, averigua se a resposta faz sentido e escreve a resposta em uma sentença completa (CHARLES, 1991; CHARLES; LESTER, 1992).

Além disso, os autores definem o papel do professor durante a resolução de problemas em sala de aula, sendo que, para isso, nomeiam e definem três momentos: antes, durante e depois do estudante resolver um problema. Assim, no período antes da resolução, o professor deve ler o problema, discutindo-o com os estudantes, auxiliando na compreensão dele; no momento durante o professor deve tirar dúvidas, indagar se a solução está correta, observar e ampliar as possibilidades percebidas no contexto em questão; por fim, na etapa depois, o professor discute outros problemas relacionados, define e comenta as soluções e introduz outros conteúdos matemáticos. Com isso, percebemos que as concepções destes autores vão ao encontro da teoria de Polya, assemelhando-se nas etapas e no papel do professor (CHARLES, 1991; CHARLES; LESTER, 1992).

MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa, quanto á natureza é básica, pois visa a ampliação de conhecimentos. Quanto á abordagem é qualitativa, quando analisa as ideias, pontos de vistas, comportamentos. Quanto aos objetivos é explicativa, ou seja, permite a identificação das causas, justificando-as, através da aplicação de estratégias metodológicas.

Segundo Polya (1995, p. 12-13), as quatro etapas de resolução de um problema são:

Como Resolver um Problema

I É preciso compreender o problema	Compreensão do Problema: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?
II Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.	Estabelecimento de um Plano: Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter os dados de alguma coisa útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a

	incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal forma que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
III Execute seu plano	Execução do Plano: Ao executar seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
IV Examine a solução obtida	Retrospecto: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: Polya (1995, p. 12-13)

Uma aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas proposta por Polya

Quantos números de dois algarismos podemos formar com os algarismos 5, 6 e 7?

I) Compreensão do problema

- Quais é a incógnita?

Números de dois algarismos.

- Quais são os dados?

Os algarismos 5, 6 e 7.

- Qual é a condicionante?

Os números formados devem ter dois algarismos.

II) Estabelecimento de um plano

Além de os números serem formados por dois algarismos, poderá haver ou não, repetição de algarismos em um mesmo número, por exemplo: 65, 77.

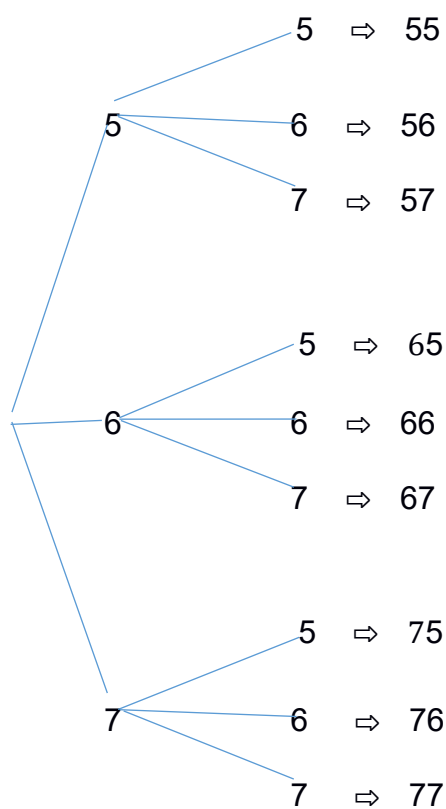
III) Execução do plano

Tabela:

	5	6	7
5	55	56	57
6	65	66	67
7	75	76	77

A tabela mostra todas as possibilidades de formação de números com dois algarismos, utilizando: 5, 6 e 7.

Árvore de possibilidades:



$$\begin{array}{c} \text{---} \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{c} \text{---} \\ 3 \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \\ 9 \end{array} \text{ números de dois algarismos.}$$

A árvore de possibilidades possibilitou a estruturação, de forma explícita, quanto à composição e à quantidade de números formados por dois algarismos, utilizando: 5, 6 e 7.

IV) Retrospecto

Como há três possibilidades de escolha para o primeiro algarismo, e também três possibilidades de escolha para o segundo algarismo, temos: $3 \times 3 = 9$ números de dois algarismos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A heurística é o estudo dos caminhos e dos meios de descoberta e de invenção; estuda principalmente, na resolução dos problemas, as etapas que ocorrem com frequência e naturalmente e que têm alguma hipótese de nos aproximar da solução.

As ideias mais simples da heurística são as mais importantes para o professor que poderá, de qualquer forma, extraí-las da sua própria experiência, uma vez que decorrem do simples bom senso. (Embora o bom senso seja bastante pouco comum, como o observou Descartes).

O professor pergunta: Que é que vocês querem? Qual é a incógnita? Se o objeto da pesquisa, a incógnita, está suficientemente claro para o aluno, o professor pode continuar: Que é que vocês têm, quais são os dados, qual é a condição? Se o aluno der respostas suficientemente claras a estas questões, o professor pode voltar à sua questão inicial e desenvolvê-la: Que queremos obter? Qual é a incógnita? Por que meio podem obter o valor desta incógnita? Através de que dados podem determinar o valor deste tipo de incógnitas? E estas questões têm muito boas hipóteses de mobilizar os conhecimentos apropriados no espírito do aluno e conduzi-lo mais perto da solução.

Estas questões são exemplos de uma heurística prática e de bom senso. O professor deverá utilizá-las em primeiro lugar nos casos em que elas sugerem facilmente a ideia correta ao aluno. Em seguida, poderá utilizá-las em casos cada vez mais numerosos, tão frequentemente quanto o possa fazer com discernimento e tato. Com o tempo, o aluno poderá compreender o método e aprender a utilizar ele próprio estas questões: aprende assim a dirigir a sua atenção sobre os pontos essenciais, quando se encontra diante de um problema. Desta maneira, ele terá adquirido o hábito de um pensamento metódico, que é o maior benefício que pode tirar das aulas de Matemática a generalidade dos alunos, que nunca empregarão a Matemática na sua profissão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As etapas de resolução de problemas propostas por Polya não se constituem em uma ‘poção mágica’ para resolver todo e qualquer problema matemático, mas podem ajudar bastante quem quer se tornar um bom resolvidor de problemas ou ainda, quem já o é e pretende se aperfeiçoar nesta tarefa. As ideias de Polya ajudam o resolvidor no sentido de organizar as ideias do mesmo e, da nossa perspectiva, quando temos ideias organizadas a solução de um problema se torna uma tarefa comumente mais simples em comparação a uma situação onde as ideias não estão organizadas.

Sem o desejo de querermos ser pretensiosos, concordamos que o estudo da heurística de resolução de problemas, embora esta seja específica da ciência Matemática, é um dos assuntos que mais indaga a origem da criatividade do pensamento humano que constitui um dos elementos fundamentais do desenvolvimento da Matemática como ciência que auxilia a resolução de vários dos problemas humanos.

Portanto, um matemático conhecedor de heurísticas de resolução de problemas possui um diferencial a seu favor, pois provavelmente terá uma visão mais completa da Matemática e terá mais facilidade para lidar com os problemas que aparecem em suas pesquisas, além de saber organizar melhor o seu raciocínio, e isto pode ser estendido para todas as pessoas, não se restringindo aos matemáticos. Um professor conhecedor de heurística de resolução de problemas que, ao nosso ver, não se restringe à Matemática, dispõe de um importante recurso para desenvolver a sua metodologia e com isso facilitar e aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, tornando os alunos mais criativos e encorajados a realizar novas descobertas o que é importante em todos os campos do conhecimento.

REFERÊNCIAS

CHARLES, Randall. Mathematics Problem Solving: Some Issues Related to Teacher Education, School Curriculum, and Instruction. In: J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos, D. Fernandes (Eds). Mathematical Problem Solving and New Information Technologies, pp. 329-342. Berlin: Springer-Verlag, 1991.

CHARLES, Randall; LESTER, Frank. K. Jr. **How to evaluate progress in problem solving**. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA, 1992.

CHAVES, V. D.; NEVES, M. R. Questões sobre a emergência da heurística nas aulas de Matemática. **Latin American Journal of Development**, Curitiba, v. 3, n. 1, p. 3, jan./feb. 2021.

BALIEIRO FILHO, Inocêncio Fernandes. Heurística: origem e significado. In: **Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya: quatro episódios da história da heurística [online]**. São Paulo: Editora UNESP, 2017, p. 3. <https://doi.org/10.7476/9788595461765.0003>. Acesso em: 16 jan. 2025.

FERNANDES, Dioneu Luiz. **Geometria espacial no ensino médio**: uma abordagem de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. 2020. 121 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2020.

FERREIRA, N. C. Possibilidades de Desenvolvimento de Heurísticas de Resolução de Problemas por meio de ações concretas em sala de aula. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática – RIDEMA**, Juiz de Fora, v. 8, n. 1, p. 3-4, jan. – dez., 2024.

GERVÁZIO, SUÊMILTON NUNES. **A heurística matemática**: uma aliada aos processos de ensino e aprendizagem. 2019. 157f. Educação Científica, Matemática e Tecnológica – Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, setembro/2019. P. 112.

PEREIRA, Antônio Luiz. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. Seminários de Resolução de Problemas MAT450. IME-USP, São Paulo, agosto/2001, p. 10-11, 19.

POLYA, GEORGE. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: ARAÚJO H. L. de. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, p. XII – XIII.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução: H. L. Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

POLYA, GEORGE. **O ensino por problemas**. 1967. Educação e Matemática. Departamento de Matemática, Universidade de Stanford, Stanford, Califórnia. p. 6-7.

SABATKE, Jéssica Meyer. **Conceito de limite sob a perspectiva da resolução de problemas mediada pelo software Geogebra**. 2018. 219f. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

SCHOENFELD, Alan. **Mathematical problem solving**. Orlando, FL: Academic Press, 1985.

ZIMDARS, E. F.; AGRANIONIH, N. T. Resolução de problemas: concepções de polya e a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática – BOCEHM**, volume 10, número 30, p. 5-8, 2023.

SOBRE O AUTOR

RILDO ALVES DO NASCIMENTO

Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Teologia Aplicada – INTA. (Sobral – CE). Graduado em Ciências – Habilitação em Matemática pela Universidade de Pernambuco – UPE (Petrolina – PE).

CAPÍTULO 3

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E A ATIVIDADE EM SALA DE AULA

Rildo Alves do Nascimento

RESUMO

As investigações matemáticas são uma abordagem pedagógica que estimula os alunos a se engajarem ativamente na construção do conhecimento matemático. Ao invés de simplesmente receberem informações prontas, os estudantes são convidados a explorar problemas, formular conjecturas, testar hipóteses e chegar a suas próprias conclusões. As investigações incentivam os alunos a questionar, analisar e avaliar informações, desenvolvendo habilidades essenciais para a vida. Ao participarem ativamente do processo de aprendizagem, os alunos se tornam mais motivados e interessados pela matemática. Ao descobrir os conceitos matemáticos por meio da investigação, os alunos compreendem de forma mais profunda e duradoura. O professor precisa criar um ambiente de sala de aula que valorize a curiosidade, o erro como oportunidade de aprendizado e a colaboração entre os alunos. Os problemas propostos devem ser desafiadores, mas acessíveis aos alunos, e permitir diferentes abordagens de resolução. O professor deve atuar como um facilitador, oferecendo pistas e desafios, mas sem fornecer as respostas prontas. É importante que o professor valorize todo o processo de investigação, não apenas o resultado final. Muitos professores não foram preparados para trabalhar com investigações matemáticas, necessitando de formação continuada para desenvolver as competências necessárias. A implementação de investigações pode exigir uma mudança significativa na prática pedagógica, o que pode encontrar resistência por parte de alguns professores e alunos. A avaliação em um ambiente de investigação exige novas ferramentas e critérios, que precisam ser desenvolvidos e adaptados.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem de Matemática. Raciocínio Matemático. Atividades de Investigação.

INTRODUÇÃO

Em contextos de ensino, aprendizagem ou formação, investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado.

Qual o papel que as atividades de investigação podem assumir no ensino e na aprendizagem da Matemática? Os alunos conseguem investigar questões matemáticas? Os professores são capazes de promover este tipo de trabalho nas suas aulas? Que condições são necessárias para que isso aconteça?

O interesse por este tema decorre do fato de diversos estudos em educação terem mostrado que investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento. Trata-se, no entanto, de uma ideia com muitos aspectos problemáticos: Como promover nos alunos (e nos professores) as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigação? Como evitar o risco de propostas de trabalho investigativo degenerarem na simples aplicação de um conjunto de procedimentos rotineiros (por exemplo – fazer tabelas ou procurar regularidades)? Como articular a realização de investigações com os outros tipos de atividades que necessariamente terão de existir num currículo de Matemática ou num programa de formação?

Numa investigação matemática, parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações pouco estruturadas a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, algumas das quais, perante contraexemplos, poderão ser desde logo abandonadas. Outras, sem se revelarem inteiramente corretas, poderão ser aperfeiçoadas. Neste processo, por vezes formulam-se novas questões e abandonam-se, em parte ou no todo, as questões iniciais. As conjecturas que resistirem a vários testes vão ganhando credibilidade, estimulando a realização de uma prova que, se for conseguida, lhes conferirá validade matemática.

Segundo vários estudiosos, Castro (2004) e Frota (2004) no Brasil e em Portugal por Fonseca (1998), Oliveira (1998), Rocha (2003), Brunheiras (2000), Brocardo (2001), Santos (2000), Segurado (1997) e Varandas (2000), as aulas investigativas proporcionam um novo desafio para professores e alunos, tanto no ensino quanto na aprendizagem e sua dinâmica demanda novas posturas e novos olhares sobre a aula de Matemática.

As pesquisas que vem sendo realizadas indicam que as atividades de natureza investigativa têm ganhado uma viabilidade crescente nos currículos escolares, em particular na disciplina de Matemática.

A integração das atividades de investigação no currículo de matemática justifica-se por levar os alunos a desenvolver capacidades por meio de experiências matemáticas como

o desenvolvimento do pensamento matemático, capacidade do estudante de trabalhar de forma autônoma ao atribuir novos significados aos conhecimentos. Essa ideia é sustentada por Braumann (2002, p. 5) e Ramos (1997, p. 7).

Para Ponte (2003, p. 2), “investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado”.

Nesse sentido, investigar corresponde a realizar descobertas, recorrendo a processos metodologicamente válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e construir argumentos demonstrações.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática Explorar a situação problemática Formular questões
Formulação de conjecturas	Organizar dados Formular conjecturas
Teste e reformulação de conjecturas	Realizar testes Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	Justificar uma conjectura Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte (2009, p. 21)

Segundo o autor, em uma investigação matemática o aluno parte de uma questão geral pouco estruturada e tenta formular uma questão mais específica e sobre ela produzir várias conjecturas que devem ser testadas para que em caso de refutações as questões sejam revistas ou novas questões sejam avaliadas até ganharem credibilidade.

Ainda segundo Ponte, investigar é descobrir relações, padrões procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Ele destaca a importância dessa atividade por contribuir para a construção do conhecimento, levando o aluno a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, e apresentar o(s) resultado(s) encontrados reforçando atitudes de autonomia cooperação e capacidade de comunicação oral e escrita (em se tratando do trabalho em grupo).

Nessa atividade o aluno aprende Matemática por realizar algumas funções dos matemáticos à medida que procura compreender uma dada situação com um nível de desafio que o convida à especulação tornando o trabalho intrigante.

Essa investigação pode ser questões mais abertas com um grau de dificuldade maior ou até questões relativamente simples que surgem na sala de aula; as atitudes desenvolvidas pelos alunos nessas atividades contribuem para mobilizar e consolidar seus conhecimentos matemáticos para desenvolverem capacidades de nível superior.

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração (PONTE, BROCARD e OLIVEIRA, 2006, p. 10).

Diante as considerações expostas, concebemos os objetivos das investigações matemáticas como define Ponte, Brocardo e Oliveira (2006):

Ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor (p. 23).

Segundo Castro (2004, p. 34), “as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade matemática”.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 29) as aulas investigativas são:

aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. [...] Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Love (1998, p. 260) define as investigações matemáticas implicitamente ao afirmar que os alunos devem ter oportunidade de expressar e defender suas ideias, identificar problemas e ao resolvê-los, os resultados devem ser sujeitos à crítica ponderada.

Para Skovsmose (2000), é importante que um cenário para investigação convide os alunos a formular questões e procurar explicações e quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem onde os alunos são responsáveis pelo processo.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) um ambiente investigativo pode ser criado em sala de aula quando se oportuniza aos alunos o envolver-se com a Matemática ativamente através da formulação de problemas.

Sobre a natureza das atividades de investigação Skovsmose (2000, p. 74) defende a coexistência de três tipos de situações. A realização de investigações no quadro das situações contextualizadas na matemática, semirrealidade (situações problema estruturadas e simplificadas que aproximam situações da vida) ou vida real, e sugeri que a Educação Matemática deve se mover entre os diferentes ambientes.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) alertam que o professor não deve limitar sua metodologia. Para eles é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de tarefas de maneira motivadora para que possa desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis.

Diferentemente de Ponte, Skovsmose não se dedica às investigações matemáticas, mas à importância da qualidade do diálogo em sala de aula, enfatizando que o incentivo ao diálogo é importante para o sucesso da investigação. Skovsmose (2008) aponta duas práticas da sala de aula:

a) Prática dos exercícios;

b) Abordagem de investigação.

Para ele o exercício oferece uma fundamentação baseada na “tradição” e apresenta as seguintes características:

- Os alunos usam, basicamente, papel e lápis na resolução de exercícios;
- Os exercícios são formulados por autoridade exterior à sala de aula;
- A premissa central é que existe apenas uma resposta certa;
- A justificativa da relevância dos exercícios não é contemplada.

Já o cenário para investigação, apresenta como características:

- Os alunos são convidados pelo professor a formularem questões e a procurarem

justificativas;

- Os alunos são corresponsáveis pelo processo de aprendizagem;
- Os alunos usam materiais manipuláveis e novas tecnologias nas atividades de aprendizagem;
- Os alunos envolvem-se em projetos que poderão servir de base a investigações.

Conforme apresentada as concepções sobre investigação matemática, de um modo geral investigar não é mais do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com os quais nos deparamos.

Em se tratando de ensino e aprendizagem, significa trabalhar a partir de perguntas que nos interessam, e que a princípio se apresentam de forma confusa, mas que é possível tornar-se clara para posterior análise. Trata-se de uma capacidade de grande importância e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores quanto dos alunos.

O objetivo principal é estudar a realização de investigações matemáticas por parte dos alunos de diversos níveis de ensino, em termos da dinâmica da aula, das competências dos professores, das implicações curriculares e do desenvolvimento dos respectivos materiais de suporte.

REFERENCIAL TEÓRICO

Neste sentido, o ensino tradicional, que vigorou por muito tempo, sendo eficiente para um dado momento histórico, perde seu lugar, abrindo oportunidades para práticas pedagógicas diferenciadas.

Segundo Clement *et al.* (2016, p. 28), “aprendizagens mediadas por situações-problema, instigando a curiosidade e propondo desafios aos estudantes, gerando debates de ideias e possibilitando ao aluno protagonismo no processo de aprendizagens”.

Desta forma, concordamos que não existem práticas pedagógicas que “possam ser tomadas como modelo-padrão de eficácia para a aprendizagem”. (FERRUZZI, 2017, p. 230) e que, “a escolha de uma ou outra, ou até mesmo a junção de duas ou mais, dependendo do estilo do professor, das características de seus alunos e do tema a ser tratado, pode favorecer a tão almejada aprendizagem”.

Diante da mudança nas funções da escola, a inserção de práticas como as salientadas por Clement *et al.* (2016) têm sido evidenciadas em documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018; PARANÁ, 2008) e incentivada por grande parte da comunidade científica, em especial, no que tange ao ensino de Matemática.

O incentivo à inserção do Ensino por Investigação em sala de aula de matemática está alicerçado em resultados de pesquisas que têm apresentado inúmeras vantagens concernentes com os objetivos almejados pela Educação Matemática. Alguns dos argumentos favoráveis a esta inserção são: contribuição na aprendizagem de ideias e conceitos matemáticos; desenvolvimento de conhecimentos transversais como a comunicação e relação interpessoal (AZEVEDO, 2004; ROCHA; PONTE, 2006); desenvolvimento da capacidade de solucionar problemas, sentido de cooperação e pensamento crítico (MENDES, 2018); participação ativa do estudante (MENDES, 2018; PONTE *et al.*, 1998, BROCARD, 2001); ambiente estimulante (MENDES, 2018); formulação de questões e hipóteses, elaboração de estratégias, generalização de resultados (AZEVEDO, 2004; PONTE *et al.*, 1998); contribuição para a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática (BROCARD, 2001) e oportunidade de experiências semelhantes a dos matemáticos profissionais (SANTOS *et al.*, 2002).

Oliveira e Carobina (2017, p. 89) consideram que tarefas geradoras de investigação são “especificamente formuladas a fim de que propiciem dúvidas, conjecturas (levantamento de hipóteses), criações, argumentação, induções e deduções, que geralmente antecedem a sistematização de um conceito matemático”.

Indução, generalizações e deduções são ações que auxiliam o processo de provas e demonstrações, as quais são consideradas por Ponte *et al.* (2006) como características essenciais da Investigação Matemática. Para estes pesquisadores, a Investigação Matemática conduz “rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar” e acrescenta ainda que as mesmas “envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração”. (PONTE *et al.*, 2006, p. 10).

Enfatizamos ainda que este tipo de prática pode ser desenvolvido no “grande grupo”, ou seja, com todos os alunos em um só grupo. Entretanto, o desenvolvimento com grupos menores tem se apresentado mais produtivo, pois, como salientam Tudella *et al.* (1999, p. 2),

este tipo de agrupamento cria um “ambiente propício à troca de ideias, confronto de opiniões e argumentos, onde o receio de ‘arriscar’ conjecturas é relativamente reduzido”, além das vantagens inerentes à interação em pequenos grupos, já apresentadas e argumentadas em Ferruzzi e Almeida (2015), Ferruzzi (2017) e Ferruzzi e Costa (2018).

MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho desenvolve-se através de reflexões, referentes a situações de ensino e aprendizagem em tarefas de investigação matemática. Pretende-se que estas reflexões testemunhem aspectos dos dilemas e incertezas dos professores e evidenciem elementos relevantes do seu conhecimento profissional neste tipo de atividades educativas.

O trabalho realizado evidencia igualmente a tendência do investigador para avaliar os acontecimentos da aula de modo diferente do professor. A adoção de uma atitude crítica pela parte dos investigadores em relação aos professores inviabiliza o desenvolvimento duma relação de proximidade e confiança e põe completamente em causa a produção das narrativas. Além do mais, a aparente assimetria de autoridade sobre o assunto pode condicionar a própria reflexão do professor se o investigador não for cuidadoso e insistir em atender apenas aos seus pontos de vista sobre a situação vivida.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos estudos realizados, existem numerosos exemplos que atestam o grande entusiasmo e envolvimento dos estudantes na realização de investigações matemáticas. Este envolvimento constitui uma base fundamental para a aprendizagem e esta tem sido bem documentada no que respeita às diversas fases da realização de investigações matemáticas, a diversos objetivos transversais (em especial, a capacidade de comunicação oral e escrita, o desenvolvimento da autonomia e a capacidade de trabalhar em grupo), bem como no que se refere à mudança das concepções dos alunos.

Na formação inicial de professores, a perspectiva investigativa tem sido ensaiada com resultados encorajadores. Alguns formandos estranham este tipo de tarefas, quando lhes

são propostas pela primeira vez, mas a pouco e pouco vão reconhecendo o seu interesse matemático e educativo.

Disciplinas ou módulos dedicados a este tema, têm tido um acolhimento favorável por parte dos futuros professores, muito embora estejam por experimentar abordagens transdisciplinares que deem uma expressão mais profunda e coerente a esta perspectiva de trabalho. Na formação contínua, existem igualmente experiências inovadoras (como o ensino a distância), com resultados positivos, muito embora ainda em pequena escala.

Um dos objetivos da Educação Matemática é promover que os alunos aprendam como conhecimentos e métodos estão desenvolvidos. Dessa forma, a importância dessa atividade se deve ao desenvolvimento do trabalho que é realizado em equipe que lhes permite descobrir padrões, relações, por meio de argumentação, da comunicação matemática e da elaboração de relatórios, oportuniza aos alunos a produção de significados para a Matemática.

Situações-problema desafiadoras possibilitam ao aluno o desenvolvimento de autonomia na busca de meios para investigação. Entendemos então, que os professores de Matemática deveriam então utilizar uma parte significativa de suas aulas para dedicar-se a esse tipo de atividade.

É nesse sentido que Ponte (2003) defende a utilização das atividades matemáticas por possibilitar a criação do espírito de pesquisa, bem como o realce que é dado na argumentação, discussão, descoberta e avaliação.

Defendemos a utilização das investigações no cotidiano da sala de aula, pois é tida como uma atividade de ensino e de aprendizagem que contribui para melhoria do aprendizado do aluno através de exploração de conceitos matemáticos em níveis diferentes com graus de profundidade diferente; possibilitando diferentes graus de aprendizagens a alunos com capacidades diferentes e permitindo trabalhar no seu ritmo próprio além de estimular o professor a repensar aspectos fundamentais da sua prática docente.

Outro aspecto positivo das investigações é o diálogo estabelecido entre os alunos e os alunos e o professor durante a execução das atividades investigativas. No momento de socializarem suas produções com outros, os alunos podem validar ou negar muitas conjecturas que eles levantam.

É nesse momento que os alunos têm a oportunidade de produzir, registrar seus entendimentos dos conceitos trabalhados em sala de aula, havendo uma interação entre os colegas no momento em que descrevem as experiências vivenciadas e refletidas. Esse momento coloca os estudantes no centro da ação, discussão, reflexão e consequentemente da aprendizagem.

A importância das interações aluno-aluno e professor-aluno é outro dos aspectos que é salientado pelos estudos analisados. Relativamente às primeiras identifica-se uma evolução significativa de muitos alunos que passam a considerar fundamental colocar questões e discutir ideias com os seus colegas.

As interações professor-aluno revelam-se também fundamentais, tanto no sentido de ajudar os alunos a usar determinados processos matemáticos, como a incentivar o prosseguimento e discussão da investigação.

Mas, dada a natureza específica das investigações, é requerido para o professor um novo papel, nomeadamente na forma e momentos de intervenção. Neste domínio, há ainda um largo campo a estudar: Como decidir qual o ponto certo de intervenção do professor? Como pode o professor apoiar os alunos a formularem questões? Como fazer quando um grupo de alunos não avança? Como fazer quando a exploração dos alunos parece pouco promissora? Será o professor capaz de fazer um juízo acertado sobre a potencialidade de uma estratégia por si não prevista?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Ensino por Investigação requer atitudes notoriamente distintas daquelas características do ensino expositivo transmissivo. Requer participação ativa do aluno e altera o papel do professor, que ao invés de “professar” o conhecimento, deve figurar nas situações de ensino como mediador, provocador e incentivador do aluno, visando a facilitação da aprendizagem.

A Investigação Matemática, como uma forma de Ensino por Investigação, se mostra como uma prática pedagógica que aproxima o aluno do fazer científico quando este aceita o convite do professor e se dispõe a definir um problema, propor e testar conjecturas, buscar

generalizações e demonstrar resultados matemáticos obtidos a partir de conjecturas válidas para casos específicos.

As investigações matemáticas representam uma poderosa ferramenta para transformar a aprendizagem da matemática, tornando-a mais significativa e engajadora. No entanto, a sua implementação exige um trabalho conjunto entre professores, escolas e sistemas educacionais, com o objetivo de promover uma formação inicial e continuada que prepare os docentes para essa nova abordagem.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, M. C. P. S. de. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensino de Ciências**. São Paulo, SP: Pioneira Thomson Learning, 2004. p. 19-33.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. 148 p. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. 2ª versão. Brasília, DF, 2018.

BRAUMANN, C. (2002). Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores** (pp. 5-24). Lisboa: SEM-SPCE.

BROCARD, J. (2001). **Investigações na aula de matemática**: A história da Rita. In I. C. Lopes, J. Silva, & P. Figueiredo (Eds.), *Actas ProfMat 2001* (pp. 155-161). Lisboa: APM.

BRUNHEIRAS, L. (2000). **O conhecimento e as atitudes de três professores estagiários face à realização de actividades de investigação na aula de matemática**. (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM. (<http://ia.fc.ul.pt>).

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a prática em um contexto de aulas investigativas de matemática**. Campinas, SP, 2004. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação: educação matemática) – Setor de Ciências Humanas, FE, UNICAMP, 2004.

CLEMENT, L.; CARMINATTI, N. L.; CUSTÓDIO, J. F.; PINHO ALVES, J. **Possibilidades de se promover a necessidade de pertencimento em aulas de física**. *Góndola, Enseñ Aprend. Cienc.*, 11(1), 2016 26-42. doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2016.v11n1.a2.

CORRADI, D. K. S. **Investigações Matemáticas**. *Revista da Educação Matemática da UFOP*, XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística, vol I, 2011. p. 1-4, 172-173.

DA PONTE, João Pedro. **Investigação sobre investigações Matemáticas em Portugal**. p. 2, 7, 68-69. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa: Grupo de Investigação DIF – Didáctica e Formação. Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação.

FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W. **Diálogos em Modelagem Matemática**. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 21, n. 2, p. 377-394, jun.2015.

FERRUZZI, E. C. Interação Dialógica: um caminho para a aprendizagem. In: SILVA, K. P.; DALTO, J. O. (Org.). **Educação Matemática e Pesquisa**: algumas perspectivas. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 229-248.

FERRUZZI, E. C.; COSTA, J. A. A. Investigação Matemática e seu aporte para a aprendizagem. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v.11. n.3. 2018.

FERRUZZI, Elaine Cristina; BORSSOI, Adriana Helena; DA SILVA, Karina Pessoa. **Investigação Matemática em Foco**: evidenciando possibilidades para a sala de aula. Revista de Educação, Ciências e Matemática. UFTPR, v.11, p. 2-3, 6, 8, 10, 17. n. 3, e6085 2021.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; DA PONTE, João Pedro. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**. p. 1. Departamento de Educação, F.C.U.L.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; Ponte, J. P. (1999). **As actividades de Investigação, o professor e a aula de Matemática**. Actas do ProfMat 99 (pp. 91-101). Lisboa: APM.

FROTA, M.C. R. **Experiência Matemática e Investigação**. Brasil: PUCMINAS, 2004.

LOVE, E. (1988). Evaluating mathematical activity. Em D. Pimm (Ed.), **Mathematics, teachers and children**: A reader (pp. 249-262). London: Hodder & Stoughton.

MENDES, I. A. . Metodologias investigativas para o ensino de matemática em diversidades culturais escolares. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 2, 2018. DOI: 10.34019/2594-4673.2018.v2.27377. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/27377>. Acesso em: 8 dez. 2021.

OLIVEIRA, H. (1998a). **Actividades de investigação na aula de matemática**: Aspectos da prática do professor (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM. (<http://ia.fc.ul.pt>).

OLIVEIRA, H. (1998b). **Vivências de duas professoras com as actividades de investigação**. Quadrante, 7(2), 71-98.

OLIVEIRA, R. G.; CAROBINA, R. O ensino da fórmula de Pick na sala de aula: um possível olhar para referências curriculares. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 7, p. 84, 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba: SEED, 2008.

PONTE, João Pedro da; COSTA, Conceição; ROSENDO, Ana Isabel; MAIA, Ema; FIGUEIREDO, Nisa; DIONÍSIO, Ana Filipa. **Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores**. Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. Secção de Educação e Matemática, 2002. p. 1-2.

PONTE, João Pedro da; OLIVEIRA, Hélia Margarida de; CUNHA, Maria Helena; SEGURADO, Maria Irene. **Histórias de Investigações Matemáticas**. p. 20, 116.

PONTE, J. P. da.; OLIVEIRA, H. M.; CUNHA, M. H.; SEGURADO, M. I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: IIE, 1998. Disponível em: www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matematica
Acesso em: 4 out. 2015.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; SEGURADO, I. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations. In A. **Peter-Koop et al. (Eds.), Collaboration in teacher education** (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer.

PONTE, J. P., BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

RAMOS, J. S. (1997). **Matemática experimental**. Educação e Matemática, 45, 7-10.

ROCHA, A. (2002). Os alunos de matemática e o trabalho investigativo. In GTI (Ed.), **Refletir e investigar sobre a prática profissional** (pp. 99-124). Lisboa: APM.

ROCHA, A.; PONTE, J. P. Aprender matemática investigando. **Zetetiké – CEMPEM – FE – UNICAMP**. v. 14, n. 26. jul./dez., 2006.

SANTOS, Leonor; BROCARD, Joana; PIRES, Manuela; ROSENDO, Ana Isabel. **Investigações Matemáticas na Aprendizagem do 2º Ciclo do Ensino Básico ao Ensino Superior**. p. 103.

SANTOS, L., BROCARD, J., PIRES, M., ROSENDO, A. I. Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In J. P. Ponte *et al.* (Eds.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores** (pp. 83-106). 2002. Lisboa: SEM-SPCE.

SEGURADO, I. (1998). **A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo**. (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM. (<http://ia.fc.ul.pt>).

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP) n.14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papirus. 2008.

TUDELLA, A.; FERREIRA, C.; BERNARDO, C.; PIRES, F.; FONSECA, H.; VARANDAS, J. (1999). Dinâmica de uma aula com investigações. In P. Abrantes; J. P. Ponte; H. Fonseca; L. Brunheira (Orgs.), **Investigações matemáticas na aula e no currículo** (pp. 87-96). Lisboa: Projecto MPT e APM.

VARANDAS, J. M. (2001). **Avaliação de investigações matemáticas**: Uma experiência (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). (<http://ia.fc.ul.pt>).

SOBRE O AUTOR

RILDO ALVES DO NASCIMENTO

Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Teologia Aplicada – INTA. (Sobral – CE). Graduado em Ciências – Habilitação em Matemática pela Universidade de Pernambuco – UPE (Petrolina – PE).

CAPÍTULO 4

O CASO DE ENSINO COMO INSTRUMENTO REVELADOR DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Mikaelle Barboza Cardoso

Marcilia Chagas Barreto

Ana Claudia Gouveia de Sousa

Diego Araujo Frota

Joserlene Lima Pinheiro

RESUMO

Esta pesquisa objetivou analisar o conhecimento matemático para o ensino do conceito de função e função afim, evidenciado por professores de Matemática, a partir de um Caso de Ensino. Em termos metodológicos, este estudo possui características de designer de Estudo de Caso, do qual participaram três professores da rede Profissional Estadual do Ceará. A coleta de dados se deu por meio de entrevistas online, realizadas de forma individual. No processo de entrevista com os professores, foi possível perceber conhecimentos necessários à prática docente em Matemática, relevando a complexidade e as imbricações existentes entre os diferentes conhecimentos matemáticos para o ensino. Esses conhecimentos e as habilidades deles decorrentes, sendo combinadas, podem permitir a articulação de elementos que favoreçam os processos de ensino e aprendizagem matemática.

Palavras-Chave: Conhecimento matemático para o ensino; Caso de Ensino; Função.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como foco a análise dos conhecimentos matemáticos para o ensino, revelados por professores de Matemática acerca de função e função afim, a partir de um Caso de Ensino. Essa abordagem propicia o entendimento das diversas formas com que os docentes lidam com os obstáculos e adversidades nos processos de ensinar e aprender.

O Caso de Ensino consiste em reflexões que partem de problemas reais enfrentados pelos professores nos processos de ensino e aprendizagem. De acordo com Farias e Mussi (2021, p. 1), visa “[...] provocar a atenção do professor para determinadas temáticas/questões vividas na prática docente, por isso mesmo se propõe a gerar reflexões e a explorar alternativas de como lidar com tais pautas e situações”.

Por meio de uma situação de ensino peculiar, é possível gerar tensões e conflitos, de modo a propiciar vivências, por parte do professor, próximas ao real. “Sua análise, portanto,

permite explorar o pensamento e o modo de ação que ancoram as decisões e o fazer docente, explicitando e iluminando as teorizações pessoais de professores” (Farias; Mussi, 2021, p. 1). Segundo as autoras, o Caso de Ensino, torna-se, nesse contexto, um instrumento que favorece a formação de professores, à medida que também pode contribuir com a investigação dos processos de desenvolvimento dos docentes. Por meio do Caso de Ensino, é possível realizar mobilização de conhecimentos, por parte dos professores, inerentes aos processos de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, toma-se como base teórica o conceito de conhecimento para o ensino, criado por Shulman (2014), que o define como um conjunto de conhecimentos categorizáveis concernentes aos processos de ensino e aprendizagem necessários à prática docente. Esse conceito foi elaborado pelo autor, na década de 1980, a partir da percepção de que o conhecimento para o ensino era, muitas vezes, “trivializado, suas complexidades [...] ignoradas e suas demandas, reduzidas”. O autor considerou que “[...] os próprios professores têm dificuldade para articular o que sabem e como o sabem” (Shulman, 2014, p. 203). Trata-se, portanto, do precursor na busca da resposta acerca do que um professor necessita saber para ser professor e, a partir disso, construir ou reelaborar conhecimentos.

Shulman (2014) classifica os conhecimentos em sete categorias: conhecimento pedagógico geral; conhecimento dos alunos e suas características; conhecimento dos contextos educacionais; conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos; conhecimento de conteúdo; conhecimento curricular; conhecimento pedagógico do conteúdo.

Com o objetivo de aprofundar as discussões acerca dos conhecimentos especificamente necessários aos professores de Matemática, destacam-se os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008). Nesse sentido, os esforços dos autores foram dirigidos para aprofundar os estudos acerca do conhecimento voltado para a área de Matemática.

Eles categorizam, portanto, os conhecimentos em duas grandes categorias, que contêm outras. São elas: conhecimento do conteúdo específico e conhecimento pedagógico do conteúdo. Na primeira, aprofundam os conhecimentos do conteúdo comum; do horizonte do conteúdo e conhecimento especializado; na segunda, os conhecimentos do conteúdo e dos estudantes, do currículo e do conteúdo e do ensino.

Ball, Thames, Phelps (2008, p. 394) partem dos seguintes questionamentos: “o que os professores precisam saber e ser capazes de fazer para ensinar de forma eficaz? Ou o

que o ensino eficaz exige, em termos de compreensão de conteúdo?”. Vale destacar que os aspectos teóricos desenvolvidos pelos autores se baseiam principalmente na análise da prática dos professores.

Nesse sentido, pode-se definir o conhecimento matemático para o ensino como sendo o “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar matemática” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 395). Nessa perspectiva, o ensino é compreendido como “tudo o que os professores devem fazer para apoiar a aprendizagem de seus alunos” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 395). Compõe-se de todas as atividades que os professores desempenham para ministrar suas aulas, entre elas, o planejamento das aulas e das avaliações da aprendizagem, desenvolvimento metodológico da aula, avaliação dos alunos, comunicação sobre a aprendizagem dos alunos para os pais, entre outras atividades fundamentais envolvidas no ensino, incluindo as mudanças necessárias em contexto.

Nesse estudo, tem-se como foco as categorias teóricas: conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos estudantes e conhecimento do conteúdo e do ensino (Ball, Thames E Phelps, 2008). Justifica-se a escolha desses conhecimentos pelo fato de que, embora todos os conhecimentos discutidos pelos autores sejam essenciais e imprescindíveis para a atividade docente, os processos de ensino e aprendizagem, favorecidos pela articulação dos três aqui aprofundados, permitem mais foco na efetiva compreensão da função e função afim, tão desejada ao ensinar esses objetos matemáticos. Corroborar-se a isso o fato de que o professor, ao mobilizar os três referidos conhecimentos, demonstra domínio não somente das práticas de ensino, mas também do conhecimento matemático necessário para atuação docente específica voltada ao assunto abordado.

O conhecimento especializado do conteúdo requer do professor o domínio dos conceitos matemáticos, mas articulados com as questões próprias do ensino. O professor deve conhecer os conceitos matemáticos num nível de amplitude e articulação, superior àquilo que está sendo trabalhado com os alunos, de modo que esteja apto a desenvolver tarefas matemáticas de ensino, conforme são propostas por Ball, Thames, Phelps (2008), tais como: apresentar ideias matemáticas aos alunos; responder aos “por quês” dos estudantes; ligar representações às ideias subjacentes e a outras representações; avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos; escolher e desenvolver definições aplicáveis; usar notações matemáticas e linguagem; realizar perguntas matemáticas produtivas e selecionar representações para propósitos específicos.

O conhecimento do conteúdo e dos estudantes refere-se à articulação entre os desafios e potencialidades colocados pelo conceito matemático em estudo e o desenvolvimento conceitual e as lacunas dos estudantes. Assim, ao realizar atividades de resolução de problemas, por exemplo, o professor deverá prever os tipos de resoluções que podem emergir das respostas dos alunos, bem como os possíveis equívocos. Além disso, é importante compreender esses erros e desenvolver estratégias e metodologias de ensino eficazes para que ocorra a ultrapassagem dessas barreiras de aprendizagem.

Já o conhecimento de conteúdo e de ensino diz respeito às diversas atividades realizadas pelos professores, que requerem “[...] uma interação entre a compreensão matemática específica e a compreensão das questões pedagógicas que afetam o aprendizado do aluno” (Ball, Thames, Phelps, 2008, p. 401). Nesse domínio, os professores, por exemplo, consideram um conteúdo, suas habilidades articuladas, os procedimentos matemáticos envolvidos, e tomam as decisões referentes ao seu planejamento, levando em consideração: a sequência que esse conteúdo deve ter; que tipos de problemas e os níveis que estes devem assumir; as representações que serão abordadas; quais discussões podem ser levantadas e os objetivos de cada uma delas; quais perguntas podem ser realizadas para levantar análises matemáticas, entre outras atividades.

Diante dessas considerações, propôs-se como objetivo deste estudo analisar os conhecimentos matemáticos para o ensino, evidenciados por professores de Matemática acerca de função e função afim, a partir de um Caso de Ensino com foco no conhecimento especializado do conteúdo, o conhecimento do conteúdo e dos estudantes e o conhecimento do conteúdo e do ensino. Pretende-se, com o estudo, contribuir com a compreensão dos conhecimentos específicos de professores de Matemática e, consequentemente, com o aprimoramento da sua prática pedagógica, pela identificação do que sabem e fazem e das possíveis lacunas na formação docente, de modo a elencar estratégias para o desenvolvimento profissional. De acordo com Cury e Bisognin (2017), ainda se faz necessário avançar nas pesquisas que desenvolvam instrumentos para avaliar os conhecimentos matemáticos propostos por Shulman (2014). O levantamento da literatura aponta que são escassas as pesquisas que tratam desses conhecimentos docentes, em especial, aplicados ao conceito de função (Rodrigues; Teixeira, 2020).

A relevância da pesquisa consiste no fato de que, à medida que os professores evidenciam seus conhecimentos específicos sobre função, é possível lançar um olhar para o

ensino desse conceito matemático. Os conhecimentos dos professores têm um impacto direto na forma como eles abordam e ensinam o conteúdo aos estudantes. Ao investigar como os professores evidenciam seus conhecimentos, é possível avançar para a identificação de estratégias eficazes de ensino, abordagens pedagógicas e recursos didáticos que promovam aprendizagem do conceito de função e função afim.

CAMINHO METODOLÓGICO

Este estudo tem características de *designer de Estudo de Caso*, o qual visa, diante de uma situação específica, “[...] descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse” (Ponte, 2006, p. 2). Yin (2001) destaca três aspectos para que um Estudo de Caso seja caracterizado como estratégia de pesquisa: i) possui uma situação única com múltiplas variáveis que podem interessar ao pesquisador; ii) resulta em variadas fontes de evidências, sobre as quais o pesquisador irá coletar os dados e deve ser capaz de triangularizar essas diversas fontes de evidência, e por fim; iii) “beneficia-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a coleta e a análise de dados” (Yin, 2001, p. 32-33).

Participaram da pesquisa três professores de Matemática do nível médio da rede Profissional Estadual do Ceará. Todos os professores assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, por meio do qual concordaram em participar de forma voluntária. Ressalta-se, ainda, que a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da instituição. Além disso, os professores são denominados na análise dos dados como Professor A, B e C, preservando o anonimato.

O Caso de Ensino focava especialmente os conceitos de função e função afim, bem como a forma como os professores lidavam com as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, diante das respostas a um teste diagnóstico previamente aplicado a estudantes do Ensino Médio. A escolha dos conceitos a serem trabalhados foi realizada pelo grupo de professores participantes da pesquisa. O Caso de Ensino foi elaborado utilizando dados reais, com estudantes que, na época, cursavam o Ensino Médio em uma escola pública estadual de Fortaleza (Cardoso, 2013).

A coleta de dados se deu por meio de entrevistas *online*, realizadas de forma individual, com duração média de 2 horas cada entrevista. Os encontros foram gravados em

áudio e registrados em diário de campo. Os dados orais foram transcritos com o apoio do software *Transkriptor*, e seus relatórios revisados pelas pesquisadoras. A análise de dados se baseia nas três subdivisões de conhecimentos matemáticos para o ensino de Ball, Thames e Phelps (2008): conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino e conhecimento especializado do conteúdo.

CASO DE ENSINO E OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS PARA O ENSINO EVIDENCIADOS PELOS PROFESSORES

O primeiro aspecto destacado diz respeito à definição do conceito de função. Os professores se depararam com três definições diferentes elaboradas pelos estudantes, conforme quadro a seguir.

Quadro 1 –Instrumental do Caso de Ensino, Definição de Função

Você iniciou as suas aulas sobre o conteúdo função, no 1º ano do Ensino Médio. E ao perguntar aos alunos o que eles compreendiam sobre o conceito de função, obteve as seguintes respostas:

Aluno 1: “função é a fórmula que nos dá para calcularmos algo, sem a nossa função não conseguimos calcular”.

Aluno 2: “depende de qual função você deseja como, por exemplo, função do primeiro grau é sempre uma reta e a função do segundo grau é sempre uma parábola”.

Aluno 3: “é quando algo está em função de outro”.

- a) Nas três respostas apresentadas, como você analisa a compreensão do conceito de função desse grupo?
- b) Que diferenças/semelhanças você destacaria entre as respostas dos alunos?
- c) Que estratégias de ensino você utilizaria inicialmente para provocar o aprofundamento do conceito de função por esses alunos?

Fonte: Acervo da Pesquisa (2022).

No que se refere à análise da compreensão do conceito de função pelo grupo de alunos, os professores expressaram:

Professor A: Pronto, aqui é mais ou menos o que eu observei, é que cada um falou um detalhe, uma parte, faz parte da função, não são respostas completas, mas cada um tem sua parte de verdade.

Professor B: Em relação a essa situação eu acho que se você pegar partes você consegue notar bem uma função aí, eles estão falando com a linguagem que eles têm, no caso, o entendimento que eles têm sobre esse assunto, e os recortes aí, [dá] pra recortar e o professor estimular eles. [...] É também isso. Mostrar pra ele que não é apenas isso, mas que ele está no caminho certo. Então, nesses três alunos aí eu posso ver que, sim, acho que juntando essas três aí dá pra formar a função e o professor dá até um exemplo, já que nesse caso os alunos são bastante participativos.

Professor C: Então, de fato, a gente pode perceber que o grupo tem um embasamento sobre o que é o conceito de função. Porque é como foi dito lá em cima, é um caso de estudo. É tomando como base o primeiro ano [...] geralmente o estudante no nono ano, ele tem uma base já de função [...] Então, assim, esse grupo, já teve um contato com a ideia de função (Caso de Ensino, Entrevista com os Professores, 2022).

Nessa análise, os professores revelam ter o conhecimento especializado do conteúdo à medida que ressaltam a compreensão de aspectos do conceito de função por parte dos alunos. Analisar a percepção de outrem requer que o indivíduo tenha a sua própria conceituação elaborada. Os professores A e B salientam os aspectos conceituais que os estudantes abordaram como “partes” do conceito de função, ou seja, os elementos como a representação algébrica (fórmula para o cálculo da função em situações-problemas), a representação gráfica e a relação de dependência de um para o outro indicam conhecimentos articulados e específicos do Professor de Matemática. Para Ball, Thames e Phelps (2008), esse conhecimento também pode estar atrelado à avaliação, por parte dos professores, da natureza das respostas dadas pelos estudantes, pois requer a compreensão do pensamento do aluno, a organização e a atenção aos padrões das respostas e os significados das diversas formas de pensamentos estabelecidos pelos estudantes.

O conhecimento do conteúdo e do ensino foi observado em especial na declaração do Professor B, ao expressar a sua abordagem de como poderia utilizar as definições do conceito de função dadas pelos estudantes e explorá-las para que eles pudessem aprofundar seus conhecimentos. O professor toma como ponto de partida as respostas dos estudantes e salienta que poderia “estimular” os alunos para uma compreensão do conceito de função. Os elementos apontados pelo professor constituem o que podemos apontar como uma interação entre os conhecimentos específicos da Matemática e os conhecimentos das questões pedagógicas que podem influenciar na aprendizagem dos estudantes (Ball; Thames; Phelps, 2008).

Já o conhecimento do conteúdo e dos estudantes foi observado na fala dos três professores, à medida que articularam o que compreendem acerca do conhecimento dos estudantes e do conhecimento matemático. Nesse aspecto, o Professor C se destaca, pois avalia os estudantes como um grupo, o qual considera ter “embasamento sobre o que é o conceito de função” demonstrando “base”. Foi o único que analisou a compreensão do conceito de função pelo grupo de forma geral, revelando domínio do conhecimento do conteúdo e dos estudantes nos aspectos globais do grupo de alunos.

No detalhamento de quais diferenças ou semelhanças poderiam destacar entre as respostas dos estudantes, o Professor A salientou que não iria destacar nada. Como ele não justificou sua postura, não é possível afirmar se ele percebe a existência de diferenças ou semelhanças significativas ou se ele não compreendeu a situação analisada no caso de ensino. Os demais professores assim destacaram:

Professor B: [...] o aluno um, ele sabe do básico. Que vai ser pra calcular algo. O aluno dois ele já tem, digamos, um conhecimento mais elaborado, vamos assim dizer, um conhecimento a mais, mesmo que não seja tão profundo, mas em relação ao aluno um, ele [Aluno 2] tem o conhecimento, vamos dizer, melhor, porque ele sabe como é a representação gráfica, até de uma função de segundo grau. O aluno três ele sabe basicamente a definição, que é como estar em função de outra. [...]

Professor C: [...] eles têm ideias distintas, mas que elas todas casam entre si. Então, assim, houve um aprendizado que eu posso ver. [...] Como por exemplo, o primeiro dá a ideia de calcular o valor da função de um certo x , a expressão que gera [...] para achar valor numérico. O segundo, ele foi mais para a parte de gráfico, [...] então ele conseguiu associar o gráfico ao tipo de função. E o aluno três, digamos assim, só lembra da relação de grandezas, entre si. Então ele não conseguiu associar ainda mais conceitos que os demais. Foi isso que eu consegui perceber aqui de imediato. Na forma como eles se colocaram. Na resposta deles (Caso de ensino, Entrevista com os Professores, 2022).

Para esse aspecto, evidencia-se o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e dos estudantes por parte dos dois professores. O primeiro conhecimento é observado no domínio do conceito de função, ao passo que os professores avaliam os conhecimentos do conteúdo de função por parte dos alunos. O conhecimento do conteúdo e dos estudantes é evidenciado pela forma como os professores analisam o pensamento dos alunos. Dessa forma, é possível inferir o entrelaçamento dos conhecimentos conforme afirmam Ball, Thames e Phelps (2008). Compreender os conhecimentos matemáticos para o ensino de forma imbricada é essencial, pois pode ser caracterizado como um conjunto de conhecimentos inseparáveis, no qual nenhum elemento é totalmente isolado.

Os professores também apontaram quais estratégias de ensino utilizariam para provocar o aprofundamento do conceito de função por parte dos alunos, evidenciando conhecimento do conteúdo e do ensino, conforme apontam os trechos a seguir.

Professor A: Aí no caso eu iria falar que estão ligadas as ideias deles três, tem um elo entre elas [...] realmente fazem parte da ideia de função, e que se juntarmos, a gente pode ter uma ideia melhor sobre função [...]

Professor B: Eu acho que como falei antes, eu instigaria eles a ver que estão no caminho certo, mas não é somente isso, eu anotaria o que eles diziam, e me respondiam no caso aí, por pontos, [...] então eu acho que com esses elementos, conseguiria mostrar que são interligados [...] Eu acho que trazendo uma situação problema pro aluno, pra eles debaterem em sala. Ficaria uma coisa bem legal, quando eles entenderem que aquele assunto faz sentido pra eles, eles se sentem mais instigados a estudar sobre o assunto.

Professor C: Primeiramente, deveria retomar o conceito que ele já tem. Digamos assim, lapidar a ideia que eles precisam ter sobre o que é função, de mostrar a ideia de conjunto. [...] Quando eu associo duas grandezas ou dois valores, eles são de conjuntos, que podem ser conjuntos distintos ou iguais, mas que vai ter uma relação única para cada um deles. Então mostrar, depois de conjunto, que a gente poderia ver uma lei de formação, que é o que vai, digamos, assim, garantir que há uma função entre eles. E novamente, como já tem a ideia de gráfico, mostrar que com aqueles valores que eu associo, eu posso montar pares ordenados e ir para um plano cartesiano para ver como é que eles vão estar se comportando. E de novo, a ideia de reta, como ele falou [o aluno], de parábola, é uma continuidade, ou seja, só para valor dos números reais. Então se eu limitar a números inteiros, não vai formar uma reta. Vou formar apenas pontos que estão, na mesma direção, mas não estão ligados na outra, então, precisa eles terem de novo, a ideia de plano cartesiano [...] (Caso de ensino, Entrevista com os Professores, 2022).

Sob essa perspectiva, as estratégias de ensino mencionadas pelos professores revelam seu domínio acerca do conhecimento do conteúdo e do ensino, no sentido de partirem dos conhecimentos demonstrados pelos alunos, além disso, explicitam a preocupação em buscar diminuir as dificuldades dos estudantes com base nas respostas dadas por eles a problemas matemáticos. Dessa forma, é possível inferir que esse grupo de professores, assume atitude, que pode indicar, concepção de ensino baseada na efetividade da aprendizagem matemática. Segundo Pontes (2019), sem a preocupação por parte dos professores acerca das suas práticas de ensino, existe a possibilidade de provocar, muitas vezes, o fracasso no ensino de Matemática na Educação Básica e, conseqüentemente, da aprendizagem dos estudantes na disciplina.

No segundo aspecto do Caso de Ensino, tratou-se da função afim. Os professores se depararam com as representações semióticas formadas pelos estudantes, quando lhes foi solicitada a formação livre de representação da função afim, nos registros algébrico e gráfico, conforme se vê no quadro abaixo.

Quadro 2 – Instrumental do Caso de Ensino, Representações da Função Afim

Represente uma função afim nas seguintes formas: a) Algébrica b) Gráfico Cartesiano	
Representação no Registro Algébrico (Aluno 4) $f(x) = x+y$ $f(x) = 2+y$ $f(x) = y$ $f = x+y$	Representação no Registro Gráfico (Aluno 5)

Fonte: Acervo da Pesquisa, 2022.

Diante dessas respostas, os docentes foram questionados em três aspectos: como eles percebiam a compreensão dos alunos sobre as representações algébricas e gráficas da função afim; quais as dificuldades apresentadas pelos estudantes; que estratégias de ensino eles proporiam para a superação das dificuldades.

Os professores perceberam a compreensão dos estudantes acerca das representações algébricas e gráficas da função afim, da seguinte forma:

Professor A: [...] na parte algébrica, as letras X e Y, ele tenta aqui utilizar [...] no caso na segunda e na terceira [expressão] ele coloca $F(x)$ igual a dois mais Y; no outro coloca $F(x)$ igual a Y, em que ele trabalha com duas variáveis, só que no caso, também tem um pequeno equívoco. [...] os exemplos ele coloca X e Y, mas, digamos que não coloque na posição certa. Ele percebe que a função é algo que trabalha [com x e y]. Que a representação que a gente utiliza mais é X e Y, mas ele não consegue fazer a leitura correta do que é a representação do X e do Y.[...]. E a questão aqui do gráfico, ele sabe que o gráfico está relacionado ao plano cartesiano, mas na mentalidade de muitos alunos eles pensam que o plano cartesiano em si que é o gráfico, mas não. Não é o plano cartesiano em si que é o gráfico. É sim a reta. A gente tem que falar pra eles que é a reta que representa o nosso gráfico, ele só tá sendo representado no plano. E no caso aqui ele colocou os pontos. Ele teria que ligar esses pontos. Os pontos fazem parte da nossa reta.

Professor B: Ele conseguiu compreender algumas partes do conceito que o professor passou pra ele, mas consigo notar aí, que há uma confusãozinha ainda, exemplo: nesse primeiro $F(x)$ igual ao x mais y, ele não tem o entendimento que esse Y, ele, aliás, ele tem um entendimento, mais a frente só que ele apresentou o X mais Y sendo que o $F(x)$ é o próprio Y. Também pode ser representado, então ele está meio que confuso. [...] Ele pegou algumas partes, consegue compreender um pouco, mas talvez ele não tenha aprofundado o conhecimento dele sobre a definição. [...] E em relação ao gráfico dele, ele não passou a reta, né isso, então, talvez ele saiba [...] ele fez, dá pra entender que ele sabe o que é o plano cartesiano, ele sabe colocar, aí a reta numérica, mas ainda falta compreender e colocar a reta, que vai cortar o seu gráfico, talvez ele tenha um conhecimento, mas não seja um conhecimento aprofundado, mas nessa situação já dá pra trabalhar e mostrar que ele está no caminho certo. E essas questões, eu sou muito, eu defendo muito que você tem que dar, instigar ao aluno, não retraí-lo: você está certo, mas não é só isso, entende?

Professor C: [...] Como resposta, se tiver associando a ideia de função a expressão algébrica está totalmente, digamos que, formalmente errado. Eles compreendem que é uma expressão algébrica, mas não conseguem associar a ideia à função, porque de novo, são duas grandezas diferentes que podem trabalhar com duas variáveis distintas, mas uma dependendo da outra. E a gente não vê essa dependência de uma da outra. A não ser especificamente, nessa terceira aí que tem $f(x) = y$ [...] E as demais elas estão, digamos assim, fora de contexto, como por exemplo, a quarta, $f = x + y$. Quem está em função de quem? Então a gente só vê mesmo expressões algébricas, mas o conceito de função ele não tá bem colocado, aí se puder ver logo o gráfico que ele fez, o aluno cinco. Basicamente ele tem a noção de plano cartesiano, de localizar pontos, mas eu não posso dizer que esses dois pontos formam uma função. [...] somente essa informação desse gráfico, que ele fez não dá pra dizer que ele tem uma compreensão de função, mas pelo menos ele tem uma noção de plano cartesiano e de pontos. Então ainda não tá meio consolidado esses conceitos com eles (Caso de ensino, Entrevista com os Professores, 2022).

As respostas dos professores indicam que eles percebem que os alunos apresentam dificuldades em compreender a representação algébrica e gráfica da função afim. Entretanto, não existe em suas falas qualquer menção à necessidade de articulação entre essas diferentes representações para a efetiva compreensão do conceito, conforme preconiza Duval (2003). Eles ressaltam que houve confusões em relação à posição correta

das variáveis, à associação entre expressões algébricas e a ideia de função, e a correta representação gráfica da função. Apesar de registrarem que os estudantes têm domínio no uso de alguns símbolos algébricos, na noção de plano cartesiano e na localização de pontos, reconhecem ainda ser necessário trabalhar e aprofundar esses conceitos com eles.

As dificuldades de articulação entre as representações no registro gráfico e algébrico da função afim também é apontado por Cardoso e Barreto (2019), que salientam a importância de práticas pedagógicas que favoreçam o trabalho com as múltiplas representações do conceito de função, para que os estudantes não confundam o objeto matemático com a sua própria representação semiótica.

Nesse aspecto, ratifica-se o domínio do conhecimento especializado e o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, por parte dos professores. As respostas dos docentes indicam esse domínio à medida que apresentam consciência das dificuldades específicas dos alunos acerca da elaboração das representações algébricas e gráficas dos estudantes. Eles também identificam falhas conceituais que estão na origem dos erros cometidos pelos alunos como a posição correta das variáveis, a associação entre expressões algébricas e a ideia de função e a representação gráfica adequada da função. Os professores reconhecem construções e lacunas na aprendizagem dos alunos. Isso mostra uma consciência crítica do progresso dos alunos e das áreas em que eles ainda precisam avançar.

Nesse sentido, os professores demonstram domínio do conhecimento especializado necessário para ensinar a função afim. Eles são capazes de identificar as dificuldades dos alunos, entender os conceitos-chave e reconhecer áreas que requerem maior atenção. Esse domínio do conhecimento especializado é fundamental para orientar os esforços de ensino e ajudar os alunos a superarem suas dificuldades. E, nesse ponto, a menção a aproveitar as concepções dos alunos e instigá-los a percorrerem o caminho até a conceituação correta é trazido pelo professor B.

Em relação ao domínio do conhecimento do conteúdo e dos estudantes, os professores têm consciência das lacunas e elaborações conceituais já realizadas pelos alunos, quanto à função afim. Isso implica que eles estão cientes das capacidades e limitações dos alunos, permitindo-lhes adaptar suas estratégias de ensino para atender às necessidades individuais dos alunos. Dessa forma, é possível inferir que os professores têm uma compreensão sólida do conteúdo e estão atentos às dificuldades específicas que os

alunos enfrentam. Eles possuem conhecimento especializado e estão dispostos a trabalhar e aprofundar conceitos-chave com os alunos, visando a melhorar sua compreensão da função afim. Esses fatores indicam um comprometimento e preocupação com o processo de ensino e aprendizagem.

Como sugestão de estratégias de ensino para a superação das dificuldades apresentadas pelos estudantes, evidenciando o conhecimento do conteúdo e do ensino, os professores destacaram:

Professor A: [...] ele tem que entender, qual é, assim a função. Do X do Y, o que são as representações deles, o que é o X, o que é que o Y representa em uma função.

Professor B: Como eu falei, eu acho que trabalhando nessas evidências, nessas respostas do aluno, [...] poderia pegar essas respostas dos alunos, mostrar onde está correto, aí onde ele colocou é $F(X)$ igual a esse. Eu ia evidenciar com a primeira que ele colocou lá $F(X)$ mais Y que ele em um momento conseguiu ver o correto que o $F(X)$ ele pode ser representado pelo Y. Mas, que ele em outro momento ele teve uma confusão. Então, com esse exemplo eu ia mostrar pra ele que ele tem o conhecimento, mas que ele precisa aprofundar. Instigar ele a construir isso mais, mas sempre instigando, não fazendo com que ele seja retraído porque estava errado. E não estava errado. Ele está num processo de aprendizagem. Tem que esclarecer isso pra ele, pra que ele se sinta instigado a continuar. Em relação ao gráfico, eu iria parabenizar, porque nem todos alunos sabem montar o plano cartesiano. Esse colocou os eixos corretos, o eixo X, o eixo Y e mostrar pra ele que além dessa construção e dele saber colocar os pares ordenados, ele teria que traçar a reta pra definir se as funções seriam crescentes, decrescentes, isso já seria gancho pra continuar o conteúdo. Eu vejo dessa forma.

Professor C: Pronto. Eu iria formalmente. Redefinir a ideia de função, explicar que eu vou ter no máximo duas variáveis uma dependendo da outra. [...] Porque também quando a gente aprende na função, a gente vê o formato dela e a forma geral que vai ter lá os coeficientes também, mas que são números. Mas sempre uma em relação a outra. Não mais do que isso. Em seguida mostrar a ideia de gráfico que pra eu poder formar um gráfico eu tenho que ter, o número mínimo de pontos pra poder associar. E que, dependendo da função, se ela for afim vai ser uma reta, então essa reta tem que estar no gráfico, se tiver apenas dois pontos eu não vou conseguir saber que função é essa e nem se é mesmo uma função. Então a gente precisaria rever essa parte formal e apresentar um exemplo prático pra que eles pudessem associá-lo. Também a partir do próprio exemplo, montar o gráfico da situação e ver como ela vai crescer ou decrescer a reta que vai ser gerada pra isso.

Nesse sentido, os professores evidenciam domínio do conhecimento do conteúdo e do ensino à medida em que enfatizam a importância de aprofundar o conhecimento dos alunos sobre a representação algébrica e gráfica da função afim, especialmente os professores B e C. Eles destacam a necessidade de esclarecer conceitos, incentivar os alunos a construir o conhecimento de forma mais profunda e trabalhar com exemplos práticos para fortalecer a compreensão dos alunos. Além disso, ressaltam a importância de traçar a reta no gráfico para identificar corretamente a função e suas características.

A partir das análises efetuadas, emergiram elementos relevantes que puderam ser identificados por meio das entrevistas conduzidas com os professores a partir do Caso de Ensino (Quadro 3). Tal caracterização foi conduzida considerando os conhecimentos

evidenciados nas verbalizações dos docentes, com o intuito de classificá-los, de acordo com as categorias delineadas por Ball, Thames e Phelps (2008), conforme o quadro a seguir.

Quadro 3 – Síntese dos conhecimentos evidenciados pelos professores a partir do Caso de Ensino

Conhecimento Especializado do Conteúdo	- Compreendem quais conteúdos matemáticos são importantes para apreensão do conceito de função, como por exemplo, a compreensão do conceito propriamente dito, Lei de formação, construção gráfica, sistemas de equações, estudo da reta e representação em Língua Materna. - Relacionam o conceito de função com outros conteúdos da Matemática, tais como: Geometria Analítica, Sistemas Lineares, Progressões Aritméticas (PA) e Matemática Financeira. - Relacionam o conceito de função com outros conteúdos fora da Matemática, tais como: função horária de espaço da Física e as leis de proporções da Química. - Explicitam o conceito de função como uma associação, onde estão envolvidas as variáveis x e y, e uma depende da outra.
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes	- Analisam o conhecimento dos estudantes e o conhecimento matemático. - Compreendem o diagnóstico das principais dificuldades dos estudantes como interpretação do problema, letramento, conceito de função e representação da função. - Reconhecem construções e lacunas conceituais na aprendizagem dos alunos, em relação ao conceito de função e função afim. - Compreendem a importância de conhecer as dificuldades dos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem matemática.
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	- Partem dos conhecimentos demonstrados pelos alunos para uma abordagem metodológica preocupada em buscar diminuir as dificuldades dos estudantes em relação ao conceito de função e função afim. - Explicitam aspecto que trata de quais conceitos os estudantes devem aprender no primeiro ano do Ensino Médio para seguir aprofundando o conceito de função enfatizando a importância de uma abordagem abrangente que permita aos alunos entenderem as diferentes dimensões de uma função, incluindo a representação visual, a interpretação dos resultados e a relação com outros conceitos matemáticos.

Fonte: Elaborado pelas autoras, (2023).

Consoante é possível observar no quadro 3, o estudo evidenciou, de forma mais explícita, o conhecimento especializado e dos estudantes. Nesse sentido, é possível inferir domínio dos docentes acerca dos fundamentos da Matemática em relação ao conteúdo de função. Além disso, os docentes possuem compreensão da importância do conhecimento dos estudantes como forma de auxiliar na adaptação das estratégias de ensino, permitindo aos educadores abordarem as dificuldades específicas dos alunos e criarem ambientes de aprendizagem mais eficazes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi analisar os conhecimentos matemáticos para o ensino evidenciados por professores de Matemática acerca de função e função afim, a partir de um Caso de Ensino, com foco no conhecimento especializado do conteúdo, o conhecimento do conteúdo e dos estudantes e o conhecimento do conteúdo e do ensino.

Conforme foi possível perceber, os professores, ao analisarem as respostas dos alunos, revelaram seus conhecimentos, que se compatibilizam com os que são necessários ao ensino de Matemática. A demonstração desses conhecimentos ocorreu, muitas vezes, de forma imbricada, ou seja, são conhecimentos inseparáveis, nos quais nenhum elemento é totalmente isolado.

No que se refere ao conhecimento especializado do conteúdo, os professores, com sua experiência e vivências, demonstraram possuir um conhecimento especializado na área em que lecionam. À medida que explicitam as suas percepções e raciocínio sobre o pensamento dos estudantes, os professores salientam o conceito de função e suas propriedades.

Os professores também demonstraram compreensão sólida do conhecimento do conteúdo e dos estudantes, isto é, eles conseguiram evidenciar quais conceitos os alunos já haviam adquirido, quais dificuldades eles enfrentavam e como adaptarem suas abordagens para atenderem às necessidades individuais de aprendizagem. Além disso, reconheceram a importância de fazerem perguntas para avaliarem o nível de compreensão dos alunos e forneceram explicações adequadas para garantirem que os alunos pudessem acompanhar a aula.

O conhecimento do conteúdo e do ensino foi evidenciado à medida que os professores mostraram ter conhecimento de estratégias de ensino, articulado com o conceito de função e função afim. Eles também explicitaram estratégias didáticas que estavam ligadas aos recursos visuais, exemplos práticos, atividades em grupo e discussões.

Vale destacar que o uso do Caso de Ensino como instrumento revelador de conhecimentos matemáticos desempenhou um papel importante no processo de formação docente. Ao empregar situações do mundo real ou problemas que requerem a aplicação de conceitos matemáticos, o Caso de Ensino se mostrou capaz de promover discussão e complementação de conhecimentos entre os docentes.

Além disso, essa abordagem pedagógica pode promover o exercício analítico e a reflexão crítica, pelos professores, acerca dos desafios presentes nos processos educacionais. Desse modo, o processo formativo também gera novos conhecimentos sobre diferentes contextos e perspectivas; e a incorporação da análise, para além da classificação de saberes, constitui-se em conhecimento docente para enfrentar desafios acadêmicos e profissionais.

Por fim, concluiu-se que os professores evidenciaram conhecimento especializado do conteúdo de função e função afim, compreensão do conhecimento dos estudantes e domínio acerca das práticas de ensino em relação a esse conceito. Esses conhecimentos e as habilidades deles decorrentes, sendo combinadas, podem permitir a articulação de elementos que favoreçam os processos de ensino e aprendizagem matemática, adaptando às necessidades dos alunos e com uma abordagem pedagógica efetiva.

REFERÊNCIAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special?. **Journal of Teacher Education**. 59.5 (2008): 389-407.

CARDOSO, M. B. **Domínio conceitual de função afim: uma análise a partir da teoria dos registros de representação semiótica**. 2013. Monografia (Curso de Especialização em Ensino de Matemática). Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

CARDOSO, M. B.; BARRETO, M. C.. Desempenho de graduandos da licenciatura em Matemática em resolução de problemas acerca de função afim: efeitos dos fatores de congruência. **Revista Cocar**, v. 13, n. 27, p. 860–882, 2019.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E. Conhecimento matemático para o ensino: um estudo com professores em formação inicial e continuada. **Revista Thema**, v. 14, n. 3, p. 241-249, 2017.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

FARIAS, I. M. S. de; MUSSI, A. de A. Apresentação: casos de ensino na pesquisa e formação docente: que conversa é essa?. **Roteiro**, [S. l.], v. 46, p. e28104, 2021. DOI: 10.18593/r.v46.28104.

PONTES, E. A. S.. Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, n. 24, p. 15-22, 2019.

RODRIGUES, A. L.; TEIXEIRA, B. R. Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT): um levantamento bibliográfico em dissertações e teses brasileiras. **Revista Prática Docente**, v. 5, n. 2, p. 608-625, 2020.

SHULMAN, L. S. **Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma**. Cadernos Cenpec. São Paulo: v.4, n.2, p.196-229, dez. 2014.

YIN, R. K. **Estudo de Caso**. Planejamento e métodos. *Trad. Daniel Grassi* 2, 2001.

SOBRE AS AUTORAS

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

Doutora em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Professora no Instituto Federal do Ceará (IFCE), *campus* Canindé.

MARCILIA CHAGAS BARRETO

Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (2002), com estágio pós-doutoral na Universidade de *Quebec à Chicoutimi*, em Educação Matemática (2006-2007). Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação.

ANA CLAUDIA GOUVEIA DE SOUSA

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE, *campus* Fortaleza.

DIEGO FROTA

Doutor em Física pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e Professor no Instituto Federal do Ceará (IFCE), *campus* Sobral.

JOSERLENE LIMA PINHEIRO

Doutor em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professor da UNILAB.

CAPÍTULO 5

A IMPORTÂNCIA DO LABOR CONJUNTO E DA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR

*Fredson Rodrigues Soares
Francisco Cleuton de Araújo
Márcio de Lacerda Carvalho
Camila Raquel Câmara Lima
Jonathan Haryson Araújo Aguiar
Tânia Maria Rodrigues da Silva*

RESUMO

No cenário contemporâneo é notório a necessidade de uma compreensão mais profunda dos processos que envolvem o ensino e aprendizagem da Matemática. Por seu turno, observa-se diversas abordagens teóricas que buscam elucidar esse fenômeno complexo. Neste recorte de pesquisa, discutiremos elementos da Teoria da Objetivação (TO), proposta por Luis Radford. A presente investigação teve como questão motivadora verificar elementos da TO no contexto da formação inicial de professores por meio do labor conjunto e da ética comunitária. Objetivou-se analisar como tais categorias podem se desenvolver em um processo formativo de professores dos anos iniciais. Tratou-se de uma pesquisa exploratória, tipo relato de experiência com abordagem do tipo qualitativa. Os resultados apontaram a presença de elementos da TO, notadamente as categorias labor conjunto e ética comunitária, no ambiente analisado. Assim, este estudo representa um ponto de partida para uma discussão mais ampla e colaborativa, buscando uma formação docente que priorize uma consciência ética, crítica e reflexiva.

Palavras-chave: Formação Inicial. Matemática. Teoria da Objetivação

INTRODUÇÃO

A compreensão dos processos que envolvem o ensino-aprendizagem da Matemática é um desafio constante para educadores e pesquisadores. Dentre as diversas abordagens teóricas que buscam elucidar esse fenômeno complexo, a Teoria da Objetivação (TO), proposta por Luis Radford (2017a), emerge como uma lente que focaliza a interação entre os sujeitos, no labor conjunto, tendo em vista a tomada de consciência pelos indivíduos.

Na TO, o aprendizado é concebido como um diálogo enriquecedor que vai ao encontro dos saberes culturais. Nesse diálogo, professores e estudantes participam de forma conjunta, em um processo que transcende a tomada de consciência. Mais do que isso,

trata-se de uma coprodução de subjetividades. O aprendizado, desse modo, se revela como um fenômeno que se dirige não apenas ao domínio cognitivo, mas também à esfera do ser e do processo contínuo de vir a ser (Vargas-Plaça; Radford, 2023).

No presente trabalho, apresenta-se um relato de experiência que se propôs explorar e compreender elementos da TO no contexto do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal do Ceará (UFC) durante o estágio à docência III do Programa de Pós-graduação da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) polo UFC. Mais especificamente, a investigação foi realizada durante a disciplina Ensino de Matemática, integrante obrigatória da grade curricular do curso mencionado. Ademais, tem-se como justificativa a relevância em promover formação docente de qualidade aos futuros educadores que atuarão nos anos iniciais do Ensino Fundamental, observando para tanto o desenvolvimento de sujeitos éticos e reflexivos. Uma versão preliminar deste texto foi apresentada durante o I Encontro Brasileiro sobre a Teoria da Objetivação, realizado em Recife (PE), no primeiro semestre de 2024.

Nesse sentido, a escolha desta temática repousa na necessidade de aprofundar a compreensão de conceitos matemáticos, com apoio na TO, no contexto da formação de professores pedagogos. Ao trazer esta discussão, almeja-se fortalecer o campo teórico com ferramentas conceituais que auxiliem no entendimento e superação das dificuldades desses professores em formação em relação à Matemática.

Como questão norteadora destaca-se: como a TO pode favorecer a formação inicial de professor por meio do labor conjunto e da ética comunitária? Com efeito, o objetivo principal desta pesquisa é analisar como a TO pode ser aplicada no âmbito do ensino de Matemática, destacando sua relevância para a formação de professores e importância do labor conjunto. Ademais, utilizou-se a metodologia Sequência Fedathi (SF) durante as atividades desenvolvidas com intuito de fundamentar a prática de ensino-aprendizagem.

TEORIA DA OBJETIVAÇÃO E SEQUÊNCIA FEDATHI

A Teoria da Objetivação destaca-se pela sua ênfase na produção do conhecimento como um processo histórico resultante da colaboração entre docentes e discentes. Neste cenário, busca-se resgatar a dinâmica da sala de aula como um ambiente não alienante, afirmando que o sujeito não é um mero receptor passivo, e o conhecimento não é forjado de

maneira individualista. O cerne dessa teoria reside na concepção de que os indivíduos trabalham juntos (Radford, 2017a).

Essa abordagem, ao considerar o labor conjunto como sua categoria ontológica central, rejeita a dicotomia entre as atividades do professor e do estudante, enfatizando a coletividade na busca por uma produção comum. Sob essa ótica, a TO transcende a visão fragmentada das práticas educacionais tradicionais (Radford, 2017a).

No âmbito da educação Matemática, essa perspectiva adquire uma dimensão política, social, histórica e cultural, visando a formação de sujeitos reflexivos e éticos. A TO propõe que esses sujeitos assumam uma postura crítica diante dos discursos e práticas que envolvem a Matemática, destacando-se, assim, das demais teorias educacionais, como a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, conforme argumenta Radford (2021).

Dessa maneira, é fundamental ressaltar a importância desse enfoque na criação dialética de sujeitos capazes de refletir de maneira crítica e ética sobre as práticas matemáticas historicamente construídas. Destaca-se que esse processo não se restringe apenas à dimensão do conhecimento matemático, mas estende-se igualmente à dimensão do sujeito, evidenciando a abrangência e a complexidade inerentes à TO (Radford, 2020).

Radford (2024) enfatiza que a atividade de ensino-aprendizagem deve envolver professores e estudantes na construção conjunta dos saberes culturais, de maneira crítica e ética. Quando essa ética se fundamenta na responsabilidade, no compromisso com o trabalho coletivo e no cuidado mútuo, configura-se uma prática de ética comunitária. Assim, quando essa prática se manifesta em uma atividade pedagógica em que professores e estudantes colaboram criticamente no encontro com os saberes culturais, essa atividade se transforma em labor conjunto.

Esse conceito não se reduz à mera interação entre indivíduos, pois, na relação com os outros, há a construção de um mundo de relações, cultura e história. Dessa forma, o labor conjunto transcende a interação e a corporalidade dos sujeitos, sendo concebida como uma prática emancipadora, sustentada por formas de cooperação humana, uma ética comunitária e formas políticas de participação democrática, que determinam a produção e a circulação das ideias no coletivo (Radford, 2024).

Para Radford (2024), compreender o labor conjunto exige uma visão poética e dialética, reconhecendo-a como um processo dinâmico, permeado por tensões e contradições que constantemente renovam seus significados éticos. Longe de ser uma

atividade idealizada sem conflitos, o labor conjunto é marcada por antagonismos que o tornam vital, pois a noção de uma vida boa não é fixa ou imutável, mas se inscreve na indeterminação da realidade social.

Portanto, essa abordagem teórica propõe uma visão integradora que vai em sentido contrário da simples transmissão de conhecimento matemático, empenhando-se em promover uma educação matemática que nutre tanto o intelecto quanto a formação ética e reflexiva dos indivíduos, contribuindo com elementos emancipatórios na formação de sujeitos autônomos, capazes de analisar criticamente as estruturas sociais, questionar desigualdades e contribuir para uma sociedade mais justa e inclusiva.

Para os futuros pedagogos, o desenvolvimento de elementos da TO pode potencializar a criação de ambientes de aprendizagem que estimulem a participação ativa, a reflexão crítica, o encontro coletivo com os saberes matemáticos e a produção de subjetividades. Propiciando, dessa forma, uma abordagem que transcende a sala de aula e engajar os sujeitos partícipes na tarefa mais ampla de influenciar positivamente uma profunda transformação social.

Por sua vez, estudos recentes vêm evidenciando a eficácia da metodologia Sequência Fedathi (SF) no desenvolvimento de aspectos positivos de ensino-aprendizagem em Matemática.

Soares, Santana e Santos (2024) destacam que os alunos na Educação Básica frequentemente enfrentam desafios significativos no aprendizado da Matemática, o que se reflete em um baixo desempenho escolar, evidenciado por avaliações externas como o SPAECE e o SAEB. Esse cenário ressalta a complexidade do ensino da disciplina. Diante disso, os autores buscaram refletir sobre a importância do *software* GeoGebra na formação de professores que ensinam matemática, fundamentando-se nos pressupostos teóricos da metodologia de ensino Sequência Fedathi. Os resultados da pesquisa indicaram grande entusiasmo e engajamento dos participantes nas atividades propostas. O estudo demonstrou a relevância do GeoGebra e da Realidade Aumentada para o ensino de Matemática e a formação docente mediada pela metodologia Sequência Fedathi.

Por seu turno, Soares, Araújo e Maciel (2023) destacam que, com os avanços das tecnologias digitais, os objetos do conhecimento matemático podem ser trabalhados a partir de uma abordagem que valorize o protagonismo do estudante e promova a construção sistemática e significativa do conhecimento matemático. Nesse contexto, a metodologia

Sequência Fedathi é ressaltada como uma estratégia que auxilia na reflexão sobre a prática docente e na postura do professor em sala de aula. Os autores realizaram um estudo com estudantes do curso de Pedagogia da UFC, por meio de oficinas sobre Geometria Espacial utilizando o *software* GeoGebra. Os dados coletados junto aos participantes indicaram que essa ferramenta contribuiu positivamente para a aprendizagem e formação dos futuros professores, que atuarão no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ademais, os relatos evidenciaram a importância da metodologia Sequência Fedathi na construção da sequência didática e na mediação docente, aspecto enfatizado pelos participantes.

O estudo conduzido por Santiago, Peixoto e Araújo (2025) destaca que os estudantes costumam enfrentar desafios significativos na aprendizagem da matemática, o que se reflete em um baixo desempenho escolar, evidenciado por avaliações externas como o SPAECE. Diante disso, o estudo analisou o impacto do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de Matemática no âmbito do Ensino Médio, com o intuito de melhorar o desempenho dos alunos e aprofundar a compreensão dos conceitos geométricos por meio da Sequência Fedathi. Os resultados indicaram satisfação, entusiasmo e otimismo dos participantes durante as atividades, demonstrando seu envolvimento nas tarefas propostas. Evidenciou-se a relevância do GeoGebra no ensino de Matemática e na aprendizagem dos alunos, mediados pela metodologia SF.

Araújo, Santiago e Santos (2024) destacam que as dificuldades no ensino-aprendizagem de Matemática, tanto para alunos quanto para professores, impulsionam a busca por abordagens pedagógicas mais diversificadas. No estudo realizado, os autores relatam uma experiência bem-sucedida no ensino de estatística, utilizando a metodologia Sequência Fedathi (SF) em uma turma dos anos finais do Ensino Fundamental. Nesse cenário, a adoção da metodologia SF teve um impacto positivo na compreensão dos estudantes. Segundo os autores, a experiência pedagógica proporcionou avanços significativos na assimilação dos conceitos, promovendo um ambiente dinâmico de aprendizagem. Além disso, a implementação da SF incentivou a apropriação de conceitos teóricos, o desenvolvimento de habilidades essenciais e a valorização do pensamento crítico. Os alunos demonstraram envolvimento ativo ao buscar soluções e formular modelos para as atividades propostas, evidenciando autonomia e espírito investigativo.

Santiago *et al.* (2024) analisaram o desenvolvimento de uma sessão didática voltada para o ensino e a aprendizagem de propriedades geométricas, utilizando a interface da Realidade Aumentada (RA) e os pressupostos da Sequência Fedathi. Os resultados indicaram que é viável elaborar uma sessão didática que integre o uso de aplicativo e a interface da RA, além de evidenciar que a SF proporciona um ambiente favorável ao desenvolvimento dos estudantes. O estudo permitiu compreender o funcionamento da SF em suas diferentes fases, demonstrando como cada etapa contribui de maneira articulada para o processo de ensino. Ressalta-se, ainda, a importância de que o aluno realize parte da tarefa sob a orientação do professor, assim como a necessidade de que o docente avalie previamente o conhecimento prévio dos estudantes antes de introduzir novos conceitos em sala de aula.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa adotou uma metodologia do tipo qualitativa, o recorte que ora apresentamos focou em uma oficina que explorava jogos matemáticos como ferramenta para fortalecer a compreensão de conceitos matemáticos fundamentais através de abordagens práticas e lúdicas.

O *lócus* investigativo foi a Universidade Federal do Ceará, durante a disciplina Ensino de Matemática no Curso de Licenciatura em Pedagogia, em uma turma formada por 30 estudantes. A escolha desse ambiente proporcionou um contexto rico para a investigação, uma vez que os participantes estavam imersos no processo de formação docente e eram potenciais agentes de transformação na prática pedagógica escolar. Como fundamentação teórico-metodológica, utilizou-se a metodologia Sequência Fedathi (SF) durante as atividades realizadas.

Para coleta de dados, adotamos a técnica da observação participante, a qual envolve a imersão do pesquisador como observador em um contexto social específico. Na pesquisa qualitativa, a proximidade entre os participantes não é apenas benéfica, mas essencial. Nesse sentido, a observação participante desempenha um papel central no processo de campo para estudos qualitativos (Minayo, 2001).

Esse tipo de técnica nos permitiu compreender de maneira mais profunda e contextualizada as interações e dinâmicas presentes na oficina, bem como as percepções e reações dos estudantes diante da proposta metodológica.

Para Aaker, Kumar e Day (2004), a pesquisa exploratória costuma envolver uma abordagem qualitativa, tal como o uso de grupos de discussão; geralmente, caracteriza-se pela ausência de hipóteses, ou hipóteses pouco definidas. Segundo Mattar (2001), os métodos utilizados pela pesquisa exploratória são amplos e versáteis.

Já a pesquisa de abordagem qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (2003), o conceito de pesquisa qualitativa envolve cinco características básicas que configuram este tipo de estudo: ambiente natural, dados descritivos, preocupação com o processo, preocupação com o significado e processo de análise indutivo. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.

Quanto à análise dos dados, buscou-se identificar padrões, temas e significados emergentes a partir das observações e experiências vivenciadas durante a oficina pedagógica. Esse processo reflexivo e interpretativo foi guiado pelas características fundamentais da pesquisa qualitativa, tais como a preocupação com o contexto, o processo e o significado das práticas educativas vivenciadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste tópico, discute-se os resultados coletados a partir da realização de oficina pedagógica em uma turma do Curso de Pedagogia UFC. Neste recorte, trataremos especificamente da oficina formativa que envolveu jogos matemáticos.

É por meio da realização de oficinas pedagógicas o aprendizado se dá com uma associação de conhecimentos relacionados com a realidade, juntamente com uma conexão de ideias que segundo Heberle (2001) facilita o aprendizado dos estudantes e motiva-o a querer aprender, sendo que a relação professor e aluno vai dirigir o processo educativo em consonância com Radford (2021).

Na oficina mencionada, exploraram-se conceitos matemáticos fundamentais que poderiam ser potencializados através do uso de jogos. Os ministrantes do curso buscavam evidenciar a presença de elementos da TO (labor conjunto e ética comunitária) ao longo das

tarefas propostas. Estes percorriam entre os grupos, mantendo um diálogo constante com os cursistas. Por sua vez, essas tarefas foram realizadas em grupos de estudantes, buscando promover com isso a colaboração e o intercâmbio de ideias e reflexões.

Cabe ressaltar que, neste contexto, os ministrantes desempenhavam papel ativo, colaborando com o labor conjunto. Entendendo, assim, que o docente também está em formação e trabalha ombro a ombro, e na mesma direção, com os alunos para estimulá-los na busca pelo conhecimento matemático, contribuindo para que encontrem os saberes necessários (Radford, 2017b).

Para tanto, após uma breve introdução, foram apresentados jogos para trabalhar a Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, todos elaborados em consonância com as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017). Os jogos foram mostrados aos futuros professores e, em seguida, os grupos confeccionavam, faziam a testagem e validação, finalizando com a apresentação das discussões que estes realizaram durante a confecção dos jogos. Os participantes colaboraram conjuntamente na execução da tarefa no intuito de alcançar os objetivos propostos, promovendo uma cooperação efetiva entre eles.

Ao longo da oficina, ficaram nítidas diversas manifestações que evidenciavam comprometimento com o processo formativo e responsabilidade social com a melhoria da educação. Para além disso, destacou-se a demonstração de cuidado para com os colegas, caracterizado pela solidariedade ativa entre os sujeitos.

Foram identificados diversos aspectos positivos durante a observação, destacando-se pelo fortalecimento da aprendizagem de conceitos matemáticos, desenvolvimento e estímulo à reflexão crítica, promoção da união e do trabalho em equipe, todos percebidos como elementos fundamentais para a TO. Além disso, os alunos demonstraram notável responsabilidade, comprometimento e apoio mútuo, participando ativamente da resolução de problemas e evidenciando interesse no progresso de seus colegas.

No entanto, alguns pontos negativos também foram observados, como o atraso de alguns estudantes e a falta de leitura prévia do material fornecido para as oficinas, revelando uma falha na observância por parte dos participantes do acordo didático firmado inicialmente.

De maneira geral, identificamos, ao longo do trabalho de pesquisa, os seguintes elementos: a responsabilidade, o compromisso com os outros e o cuidado do próximo. De

acordo com Radford (2017b), esses três vetores evidenciam a estrutura da subjetividade. Tendo em vista que o ser em que a TO enfatiza gira em torno de uma ética comunitária que é guiada por tais vetores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou explorar e compreender os elementos da TO, labor conjunto e ética comunitária, no contexto da formação de professores pedagogos, especificamente no âmbito do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal do Ceará (UFC). Ao longo do estudo teórico, evidenciou-se a relevância da TO como uma abordagem que possibilita a formação dialética de indivíduos éticos, críticos e reflexivos.

De maneira alguma, pretendeu-se definir de maneira precipitada fórmulas simplistas para resolver problemas tão complexos, como os desafios que perpassam a formação docente do professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Entendemos que este trabalho conflui para uma série de estudos contemporâneos que pretendem ampliar o entendimento sobre a aplicação da TO no contexto da formação de professores de Matemática. Assim, destaca-se pelo desenvolvimento de uma prática educativa que promoveu domínio cognitivo de conteúdos matemáticos e identificou elementos do labor conjunto e da ética comunitária. Espera-se que os resultados deste estudo possam inspirar práticas pedagógicas mais éticas, colaborativa e reflexivas, que contribuam para uma educação matemática de qualidade e para a formação de sujeitos críticos e comprometidos com uma sociedade mais justa e igualitária.

Finalizando este relato de experiência, acredita-se que o objetivo proposto foi alcançado e que as atividades desenvolvidas em formas de oficinas pedagógicas, fundamentadas na SF, contribuíram positivamente para a formação dos futuros professores que atuarão nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Desse modo, evidenciou-se elementos da TO, notoriamente o labor conjunto e a ética comunitária, no desenvolvimento das tarefas realizadas com o suporte didático jogos na disciplina Ensino de Matemática do Curso de Pedagogia.

No entanto, é importante ressaltar que a complexidade inerente à formação docente não se restringe apenas à assimilação de conceitos teóricos, mas sim à constante adaptação e reflexão sobre as práticas pedagógicas em contextos diversos e dinâmicos, ou seja, dentro

da realidade concreta e do tempo histórico determinado. Nesse sentido, reconhecemos que este trabalho não busca oferecer soluções definitivas para os desafios enfrentados pelos professores de Matemática dos anos iniciais. Na verdade, enxergamos este estudo como um ponto de partida para uma discussão mais ampla e aprofundada, que se insere em um contexto de pesquisa contínua e colaborativa. Ao identificar elementos da Teoria da Objetivação (TO) nas tarefas desenvolvidas durante as oficinas pedagógicas, reafirmamos nosso compromisso em promover uma formação docente que vá além do mero domínio de conteúdos, priorizando o desenvolvimento de uma consciência ética, crítica e reflexiva.

REFERÊNCIAS

- AAKER, D. A.; KUMAR, V.; DAY, G. S. **Pesquisa de marketing**. São Paulo: Atlas, 2004.
- ARAÚJO, F. C.; SANTIAGO, P. V. S.; SANTOS, M. J. C. Ensino de Estatística e Sequência Fedathi: um relato de experiência nos anos finais do ensino fundamental. **Revista Paidéi@-Revista Científica de Educação a Distância**, v. 16, n. 32, 2024. Disponível em: <https://periodicos.unimesvirtual.com.br/index.php/paideia/article/view/1648/1432>. Acesso em: 02 fev. 2025.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 12.ed. Porto: Porto, 2003.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 02 fev. 2025.
- CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia Científica**. 5ª ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.
- HEBERLE, K. **Utilização e importância das atividades lúdicas na educação de jovens e adultos**. Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná 2011. Disponível em: www.repositorio.roca.utfpr.edu.br. Acesso em: 05 fev. 2025.
- MATTAR, F. N. **Pesquisa de marketing**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2001.
- MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.
- RADFORD, L. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. Tradução Vanessa Dias Moretti. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. **Educação Matemática e a teoria histórico-cultural**. p. 229-261. Campinas: Mercado de Letras, 2017a.

RADFORD, L. Paulo Freire y la teoría de la objetivación: relaciones e implicaciones. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 50, p. e2024001, 2024. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/688>. Acesso em: 2 fev. 2025.

RADFORD, L. Ser, subjetividad y alienación. IN: D'AMORE, B.; RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. 2017b, p. 137-166. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: GOBARA, S. T; RADFORD, L. (Org.). **Teoria da Objetivação**: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática. 1ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020, v. 1, p. 15-42.

RADFORD, L. **Teoria da Objetivação**: uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da Matemática. Tradução: Bernadete B. Morey e Shirley T. Gobara. 1ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021.

SANTIAGO, P. V. S.; ARAÚJO, F. C.; SANTOS, M. J. C.; AGUIAR, J. H. A. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS, REALIDADE AUMENTADA E SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA MEDIADA PELA TECNOLOGIA. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 4, p. 271–292, 2024. Disponível em: <https://ufs.emnuvens.com.br/ReviSe/article/view/20777>. Acesso em: 4 fev. 2025.

SANTIAGO, P. V. S.; PEIXOTO, C. A.; ARAÚJO, F. C. O Uso do GeoGebra no Ensino Médio com Aporte da Sequência Fedathi para o Estudo de Áreas e Perímetro de Figuras Planas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [S. l.], v. 17, n. 3, p. 318–326, 2025. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/13260>. Acesso em: 2 fev. 2025.

SOARES, F. R.; ARAÚJO, F. C.; MACIEL, C. R. M. O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES PEDAGOGOS SOB A PERSPECTIVA DA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA. In: **I Simpósio Internacional de Pesquisa e Ensino**, 2023, Vitória da Conquista. I Simpósio Internacional de Pesquisa e Ensino, 2023. Disponível em: <https://encurtador.com.br/umRbW>. Acesso em: 05 fev. 2025.

SOARES, F. R.; ARAUJO, F. C.; SANTOS, M. J. C. A IMPORTANCIA DO LABOR CONJUNTO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA. In: **Anais do Encontro Brasileiro sobre a Teoria da Objetivação**. Recife (PE) UFRPE, 2024. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/iebto2024/791015-a-importancia-do-labor-conjunto-no-ensino-de-matematica--um-relato-de-experiencia/>. Acesso em: 05 fev. 2025.

SOARES, F. R.; SANTANA, J. R.; SANTOS, M. J. C. O Software Geogebra na Formação do Professor que Ensina Matemática com o Aporte Teórico da Metodologia Sequência Fedathi. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [S. l.], v. 16, n. 3, p. 374–382, 2024. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/11936>. Acesso em: 5 fev. 2025.

VARGAS-PLAÇA, J. S.; RADFORD, L. Teoria da objetivação: um foco na produção de

subjetividades. **Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática - REVIEM**, v. 3, n. 3, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i3.71>. Acesso: 05 fev. 2025.

SOBRE OS AUTORES

FREDSON RODRIGUES SOARES

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (RENOEN) pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professor efetivo da rede municipal de ensino do município de Palhano-CE; membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: fredson.fisica@gmail.com

FRANCISCO CLEUTON DE ARAÚJO

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (RENOEN) pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professor da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza; membro do GEPEMAC (IFCE/CNPq) e do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: cleutonaraujo86@gmail.com

MÁRCIO DE LACERDA CARVALHO

Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (Encima/UFC); professor de Matemática (SEDUC Ceará/SME Fortaleza); membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: marciolcarvalho18@gmail.com

CAMILA RAQUEL CÂMARA LIMA

Mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professora auxiliar UVA – Ceará; membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: crcamara.lima@gmail.com

JONATHAN HARYSON ARAÚJO AGUIAR

Mestre em Matemática pela Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA). Professor de Matemática SEDUC - Ceará. E-mail: jonathanharyson@gmail.com

TÂNIA MARIA RODRIGUES DA SILVA

Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (Encima/UFC); professora da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza; membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: tanciasilva52@yahoo.com.br

CAPÍTULO 6

A PRESENÇA FEMININA NA ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS: UM ESTUDO DA REPRESENTATIVIDADE POR ÁREA CIENTÍFICA

*Iana Marques Machado
Mikaelle Barboza Cardoso
Diego Araujo Frota*

RESUMO

A participação feminina na ciência tem apresentado avanços importantes ao longo das últimas décadas. No entanto, ainda persiste uma série de desafios históricos e contemporâneos que restringem sua plena inserção. No contexto nacional, a Academia Brasileira de Ciências (ABC) se destaca por seu papel fundamental na formulação de políticas públicas, representatividade e promoção da ciência. A fim de investigar e compreender a presença das mulheres na ciência, com foco na composição da ABC, uma análise exploratória de dados é realizada para mapear a distribuição dos gêneros, masculino e feminino, na ABC. Os resultados indicam uma predominância masculina nas áreas de pesquisa, especialmente nas ciências duras, como engenharias, física e matemática, enquanto as mulheres têm presença mais expressiva em ciências biomédicas. Incentivar a presença de mulheres na física, matemática e engenharia estimulariam um ambiente científico mais inclusivo e equitativo, garantindo igualdade de oportunidades e reconhecimento no contexto científico brasileiro. Ressalta-se, ainda, a necessidade de pesquisas adicionais para compreender em profundidade os fatores que influenciam esses resultados.

Palavras-chave: Análise de Dados. Mulheres. Cientistas.

INTRODUÇÃO

A Academia Brasileira de Ciências (ABC), fundada em 1916, é uma instituição de destaque no cenário científico nacional, desempenhando um papel central no avanço da ciência e tecnologia no Brasil. Composta por cientistas de reconhecida trajetória, a ABC atua na formulação de políticas públicas, na representação da comunidade científica junto ao Estado e na promoção de ações voltadas à valorização da pesquisa e da educação científica. No entanto, apesar dos avanços na ciência brasileira nas últimas décadas, persistem disparidades históricas que limitam a participação feminina em diversos campos do conhecimento. Agrello e Garg (2009), reportam que o número de mulheres na Física é inferior em qualquer estágio da carreira científica, evidenciando a permanência de barreiras estruturais e culturais à equidade de gênero na ciência.

Diante da escassez de estudos que abordem de forma sistematizada a composição de gênero na ABC, no presente trabalho buscou-se investigar a participação feminina na instituição. Em um momento que a valorização do papel feminino nas ciências ganha crescente visibilidade, é fundamental produzir dados e análises que colaborem para a construção de um ambiente científico mais diverso, equitativo e inclusivo, o que mostra a relevância do presente trabalho.

O problema que orienta este estudo pode ser assim formulado: qual é o panorama atual da participação feminina na Academia Brasileira de Ciências entre as diversas áreas do conhecimento? Inicialmente, parte-se do pressuposto, fundamentado em estudos anteriores, de que há uma predominância masculina em áreas como Física, Engenharia e Matemática, enquanto as mulheres tendem a estar mais presentes em campos como Ciências Biológicas e da Saúde. Desta forma, o objetivo geral é analisar a inserção feminina na ABC, com foco na distribuição de gênero considerando as diferentes áreas de atuação científica.

A seguir será discorrido sobre a trajetória das mulheres na educação e ciências, os impactos do movimento feminista no Brasil e os desafios contemporâneos enfrentados por mulheres em áreas tradicionalmente masculinas. Será apresentada a técnica de web scraping, utilizada para a coleta de dados, no site oficial da ABC, seguida de sua análise exploratória, que são os nossos resultados propriamente ditos. Por fim, fazemos um apanhado geral do que as análises revelaram.

DIREITOS DAS MULHERES À EDUCAÇÃO E A PRESENÇA DO FEMINISMO NO BRASIL

No que se refere aos aspectos históricos, as primeiras contribuições femininas para o desenvolvimento científico datam do Antigo Egito. No entanto, principalmente por conta do preconceito e da invisibilidade histórica, a participação das mulheres sempre foi numericamente inferior à dos homens (Kovaleski; Tortato; de Carvalho, 2013). No final do século XIX e início do século XX, havia uma distinção clara entre a educação oferecida a meninas e meninos na sociedade imperial brasileira. Um exemplo disso foi a Lei Geral de Ensino de 15 de outubro de 1827, por meio da qual o ensino das disciplinas de geometria e aritmética foi vetado para as meninas, restringindo seu acesso a essas áreas do conhecimento (Gondra; Schueler, 2008). Segundo as autoras:

No decreto de 19 de abril de 1879 (Reforma Leôncio de Carvalho), houve a inclusão de aulas de ginástica e economia doméstica para as meninas e de aulas de física, química, horticultura e agricultura para os meninos. Ainda de acordo com o decreto, tornou-se possível o acesso das mulheres ao ensino superior (Gondra; Schueler, 2008, p. 217).

No entanto, a importância dessa medida se evidencia com a graduação da primeira mulher brasileira, Rita Lobato, em 1887. Esse cenário ilustra o início da luta das mulheres e meninas brasileiras pelo acesso à educação. Embora tenham ocorrido avanços no início do século XX, o analfabetismo ainda era um problema recorrente em grande parte da população. Nesse contexto, destaca-se a atuação das três ondas do movimento feminista na história social brasileira. A primeira onda, voltada principalmente à conquista dos direitos civis e políticos, teve no Brasil seu marco em 1928, quando a primeira mulher votou, embora o direito ao voto feminino só tenha sido oficialmente garantido em 1932 (Rosa; Silva, 2016). A segunda onda surgiu durante o regime militar, em um cenário político e social adverso, com manifestações que se intensificaram na década de 1980, após o retorno da democracia. Esse período foi marcado pela criação do Conselho Nacional dos Direitos da Mulher (CNDM), em 1984, cujas propostas foram incorporadas à Constituição Federal de 1988, consolidando avanços importantes para os direitos femininos (Pinto, 2010). Já a terceira onda ampliou o debate, abordando temas como estereótipos de gênero, desigualdades raciais e de classe essenciais para a construção de um ambiente educacional, científico e profissional mais inclusivo e equitativo.

O movimento feminista não só impulsionou o desenvolvimento da educação e da cultura no Brasil, mas também foi decisivo para a inserção das mulheres nas áreas de ciências exatas e da natureza, bem como na docência em Física. Esse histórico ajudará a contextualizar os dados apresentados posteriormente neste trabalho.

MULHERES NA CIÊNCIA: DESIGUALDADES, DESAFIOS E OPORTUNIDADES

A participação das mulheres na ciência brasileira avançou significativamente nas últimas décadas, mas ainda enfrenta obstáculos históricos e estruturais. A sub-representação em campos como Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM) é evidente. Segundo dados do IBGE (2024, p. 7):

Ainda que estejam em ampla vantagem em relação ao acesso ao ensino superior de forma geral, as mulheres enfrentam barreiras em determinadas áreas do conhecimento, notadamente as mais ligadas às Ciências Exatas e à esfera da

produção. O Censo da Educação Superior 2022 mostrou que as mulheres correspondiam a 60,3% dos estudantes concluintes nos cursos presenciais de graduação, sendo que nos cursos CTEM (Ciências, Tecnologias, Engenharias, Matemática e programas interdisciplinares abrangendo essas áreas), elas eram apenas 22,0% dos concluintes.

Esses dados confirmam as observações de Olinto (2011), que aponta a persistência da segregação de gênero na ciência. A autora identifica dois tipos de segregação que afetam diretamente a trajetória das mulheres: a segregação horizontal, que diz respeito às diferenças nas escolhas de carreira entre homens e mulheres; e a segregação vertical, que se refere às dificuldades de ascensão a cargos de prestígio e liderança. Apesar da paridade nos níveis iniciais, observa-se uma diminuição progressiva da participação feminina nas bolsas de produtividade em pesquisa, que pode indicar um bloqueio no reconhecimento institucional e na progressão da carreira científica.

Pesquisas recentes têm buscado compreender melhor os fatores que influenciam a evasão e a permanência das mulheres na ciência. Gomes e Silva (2022), ao realizarem uma revisão de literatura, destacam que a ciência historicamente foi associada a atributos considerados masculinos. Gonçalves et al. (2022), ao analisarem a inserção feminina na matemática, reforçam que, além do preconceito, as mulheres enfrentam pressões para equilibrar vida profissional e pessoal, o que dificulta o acesso a cargos de maior prestígio. Isso contribui para a invisibilidade das mulheres no meio científico e perpetua estereótipos de gênero. Teixeira e Costa (2008), ressaltam ainda que a ausência de modelos femininos na ciência ainda é um obstáculo significativo. A representatividade feminina é essencial para inspirar novas gerações e ampliar o sentimento de pertencimento ao campo científico.

Em outros contextos, como na Índia, desafios como o trabalho infantil e a preferência cultural por filhos do sexo masculino também dificultam o acesso das meninas à educação. Para combater esse cenário, o governo indiano implementou políticas públicas como bolsas de estudos voltadas a meninas, promovendo sua permanência nos níveis superiores da educação (Agrello; Garg, 2009).

No Brasil, programas similares são necessários. Tonini e Araújo (2019, p. 119) enfatizam que “[...] o Estado Brasileiro deve ter o papel fundamental de fomentar ações que abram oportunidades para que as meninas possam ter contato com a ciência, tecnologia e inovação desde os ciclos mais básicos da educação”.

Dasgupta (2016), discute os estereótipos explícitos e implícitos que afetam a autoimagem das mulheres nos laboratórios de física, levando muitas a tentarem se adaptar a

padrões masculinos dominantes no meio acadêmico. Já Anteneodo et al. (2020), analisam dados da Sociedade Brasileira de Física (SBF), e evidenciam que, além de estarem em menor número, as mulheres são as maiores vítimas de assédio moral (52%) e assédio sexual (32%), enquanto entre os homens esses números são de 31% e 2%, respectivamente. Esse cenário não é muito diferente internacionalmente. Libarkin (2019) relata que 74,3% das alunas de física entrevistadas nos Estados Unidos sofreram algum tipo de assédio sexual, e 47,9% passaram por essa experiência mais de uma vez.

A diversidade de gênero é essencial não apenas por uma questão de justiça, mas também por enriquecer os processos de criação científica. Diferentes vivências contribuem para soluções mais inovadoras e eficazes, refletindo a complexidade da sociedade.

A ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS (ABC)

Fundada em 3 de maio de 1916 com o nome de Sociedade Brasileira de Ciências, a Academia Brasileira de Ciências (ABC) teve como missão desde o início promover o desenvolvimento científico e tecnológico do Brasil (ABC, 2023). Com o tempo, consolidou-se como uma instituição independente, atuando de forma estratégica na articulação entre ciência, governo e sociedade.

Segundo o Estatuto da ABC, a Academia passou por reformulações importantes, como a extinção da categoria de membros associados em 1999, e a ampliação das áreas científicas contempladas, incluindo agora ciências da saúde, ciências sociais e ciências agrárias.

Atualmente, os membros são classificados como titulares, correspondentes, colaboradores e afiliados:

- **Titulares:** cientistas brasileiros com mais de 10 anos de atuação reconhecida;
- **Correspondentes:** cientistas estrangeiros com notável contribuição à ciência brasileira;
- **Colaboradores:** personalidades que apoiaram o desenvolvimento científico, mas que não são necessariamente cientistas;
- **Afiados:** pesquisadores brasileiros com até 40 anos, nomeados por 5 anos, sem vínculo permanente.

A ABC também é organizada em delegações regionais: Norte, Nordeste e Espírito Santo, Minas Gerais e Centro-Oeste, Rio de Janeiro, São Paulo e Sul. Essa estrutura permite uma atuação mais capilarizada nas diferentes regiões científicas do país.

Apesar dos avanços, a presença feminina na ABC ainda é um reflexo das desigualdades históricas. A nomeação de Helena Bonciani Nader, em 2022, como a primeira mulher a presidir a Academia em mais de um século, representa um marco importante. Durante uma entrevista concedida à Universidade de Harvard, Nader reforçou a importância da equidade de gênero na ciência brasileira e mencionou que a ABC tem adotado estratégias como a busca ativa por mulheres cientistas qualificadas e o incentivo à sua participação nos processos eleitorais da instituição (Universidade de Harvard, 2024).

MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta pesquisa adota-se uma abordagem quantitativa, com coleta e análise de dados numéricos, para compreender padrões e relações na distribuição de gênero entre os membros da ABC. O estudo foi desenvolvido em duas etapas principais:

COLETA DE DADOS

Inicialmente, os dados foram coletados manualmente por meio da seção “Membresia” do site da ABC. Os filtros de gênero (feminino e masculino), área de pesquisa (Ciências Agrárias, Biológicas, Biomédicas, da Engenharia, da Saúde, da Terra, Físicas, Matemáticas, Químicas e Sociais), categoria (titular, associado, correspondente e afiliado) e região (Minas Gerais e Centro-Oeste, Nordeste e Espírito Santo, Norte, Rio de Janeiro, São Paulo e Sul) foram utilizados.

Entretanto, foram identificadas inconsistências nos dados, pois os números obtidos variavam quando diferentes filtros eram aplicados (por área ou região), e não correspondiam aos totais gerais informados pela plataforma.

Assim, para garantir maior confiabilidade e consistência nos dados, optou-se pela realização de uma nova coleta utilizando a técnica de web scraping, aplicada em linguagem *Python*, com o uso da biblioteca *Beautiful Soup*. A raspagem foi realizada diretamente na seção “Membresia” do site da ABC.

A técnica de web scraping consiste em um processo automatizado de extração de informações de páginas da web. Por meio do acesso ao código HTML das páginas, é possível localizar e coletar dados relevantes com rapidez e precisão, dispensando a coleta manual. A biblioteca *Beautiful Soup* é amplamente utilizada para esse fim, por permitir uma

navegação eficiente na estrutura do HTML, identificando e extraindo elementos como tabelas, textos e links (Uzun; Yerlikaya; Kirat, 2018).

Os dados extraídos incluíram: nome, área de pesquisa, nascimento, nacionalidade, data de posse, gênero, região e categoria dos membros da ABC, todos dados publicamente disponíveis. Após a sua coleta, os dados foram organizados de forma estruturada e armazenados em um arquivo “.csv”, para facilitar a manipulação posterior.

É importante destacar que foram incluídos somente membros cujos dados estavam completos no momento da coleta, assegurando a presença de todas as variáveis de interesse: nome, área de pesquisa, nascimento, nacionalidade, data de posse, gênero, região e categoria.

TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

Os dados passaram por um processo de limpeza e padronização, incluindo a remoção de duplicatas e a uniformização dos termos referentes a áreas de pesquisa e categorias. Em seguida, passamos para a análise exploratória dos dados, para entendê-los melhor, identificar padrões e formular hipóteses. Nesta etapa, utilizou-se as bibliotecas *pandas* e *matplotlib* da linguagem *Python*, por sua robustez e aplicabilidade na manipulação de dados e geração de visualizações, fundamentais para a compreensão dos dados brutos (Mueller; Massaron, 2021).

Foram calculadas as frequências absolutas e relativas, que são apresentadas na próxima seção por meio de gráficos para facilitar a identificação de padrões, especialmente no que diz respeito à sub-representação feminina em determinadas áreas. As análises realizadas nesta etapa forneceram os subsídios para as discussões desenvolvidas na próxima seção, permitindo uma melhor compreensão da presença feminina na ABC.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos a partir da análise dos dados sobre a presença feminina na Academia Brasileira de Ciências (ABC). A pesquisa identificou a distribuição de gêneros, masculino e feminino, entre membros da ABC nas diversas áreas de pesquisa representadas na academia. O objetivo foi reconhecer em que áreas se concentram as disparidades entre esses gêneros e em quais apresentam-se avanços em termos da inclusão feminina. A análise dos resultados é crucial para reconhecer padrões de

sub-representação e identificar setores em que a presença feminina é mais significativa. Aqui, não visamos apenas expor os números, mas também refletir sobre as implicações desses achados para a inclusão e diversidade no ambiente científico brasileiro.

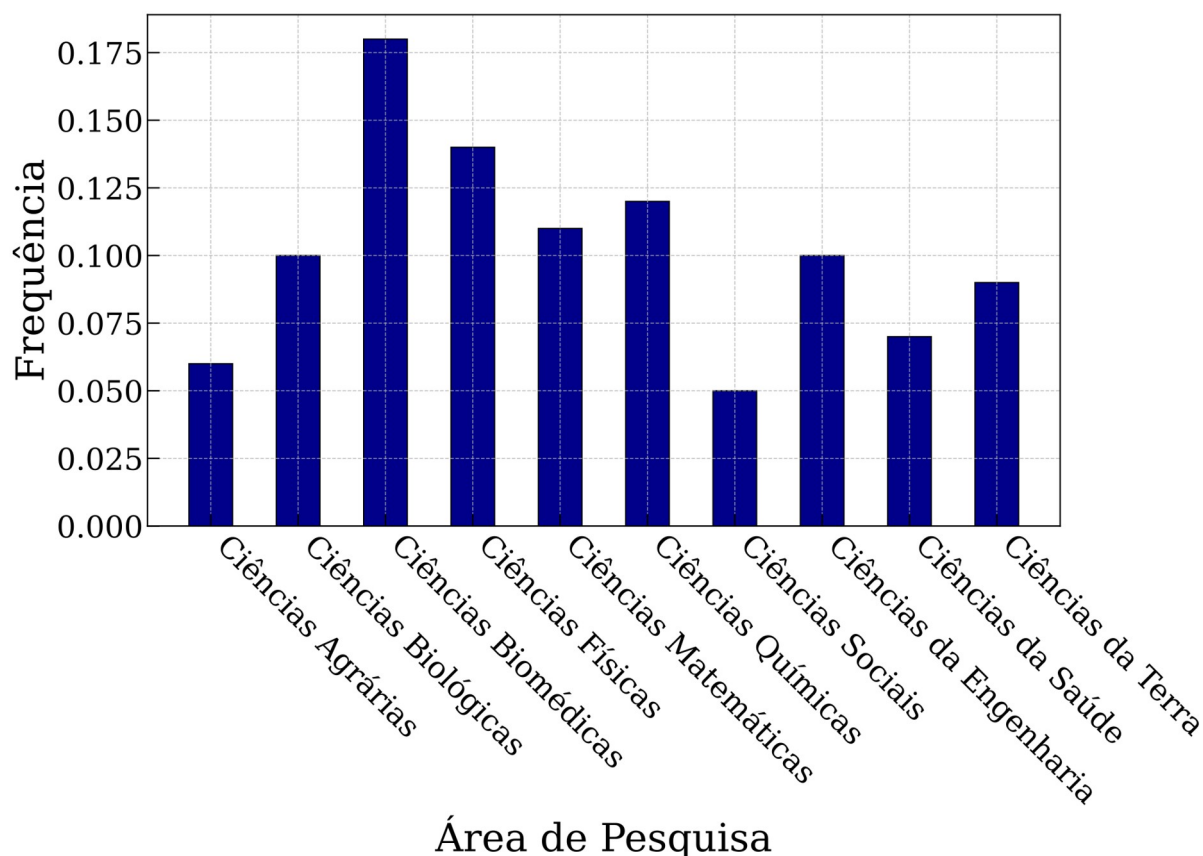


Figura 1. Distribuição da frequência de membros da ABC nas diversas áreas de pesquisa que compõem a academia. A área de pesquisa com a maior incidência de pesquisadores da academia é a de ciências biomédicas, seguida pela de ciências físicas. Juntas elas concentram mais de 30% dos membros. As áreas de ciências da terra, da saúde, agrárias e sociais, por sua vez, representam menos de 30% dos membros da ABC.

Na Figura 1, a distribuição de frequências dos membros da ABC por áreas de pesquisa é apresentada. Observa-se na área de ciências biomédicas a maior concentração dos pesquisadores listados, seguida pela área de ciências físicas. Juntas, essas duas áreas somam mais de 30% do total de membros da academia, destacando-se, então, como campos com maior representatividade na composição da membresia da ABC.

Em contrapartida, áreas como ciências da terra, ciências da saúde, ciências agrárias e ciências sociais representam, conjuntamente, menos de 30% do total de membros. Dentre elas, ciências sociais é a área que possui a menor incidência de pesquisadores, correspondendo a apenas 5% do total. Esses números refletem uma representatividade

reduzida de campos voltados aos estudos sociais, em comparação às áreas de ciências naturais e exatas. As áreas de ciências químicas e ciências matemáticas apresentam frequências intermediárias, com incidências de 14% e 12%, respectivamente. Por fim, as áreas de ciências biológicas e engenharia possuem frequências semelhantes, com 10% cada, ressaltando a importância dessas disciplinas na composição científica da Academia, embora com menor expressividade em relação às áreas líderes.

Nos dados, é possível se observar a predominância significativa do gênero masculino, que corresponde a 74% do total de membros. Por outro lado, o gênero feminino representa apenas 26% dos integrantes da academia. Essa disparidade coloca em evidência uma possível sub-representação feminina no ambiente científico brasileiro como um todo, uma vez que uma instituição dessa magnitude pode refletir a composição científica nacional.

Esse cenário revela ainda a existência de barreiras históricas e estruturais que limitam o acesso e a permanência de mulheres em posições de destaque na ciência. Assim, os dados reforçam a necessidade de estratégias mais rigorosas e precisas, tanto em âmbito institucional quanto em políticas públicas, para promover a inclusão de mulheres na ciência e garantir uma maior equidade de gênero.

Para aprofundar a compreensão da distribuição de gêneros entre esses membros, a sua frequência e percentual, identificados com gêneros feminino e masculino, nas diversas áreas de pesquisa que compõem a ABC foram examinados. Na Figura 2 (a), a distribuição da frequência de membros femininos e masculinos nas diversas áreas de pesquisa da ABC revela que, para o gênero feminino, a área de pesquisa com maior incidência é a de ciências biomédicas, que concentra 20% das pesquisadoras da academia. As áreas de ciências biológicas, químicas, da saúde e físicas aparecem em seguida, com frequências de 16%, 14%, 10% e 9%, respectivamente. Essas áreas refletem uma presença mais expressiva das mulheres em campos ligados às ciências da vida e da saúde.

Por outro lado, áreas como ciências sociais e ciências da terra apresentam frequências semelhantes, cada uma representando cerca de 7% das pesquisadoras, mostrando, assim, uma sub-representação feminina. Em ciências agrárias e engenharia, os percentuais de mulheres são ainda menores, com cada uma delas concentrando aproximadamente 6% dos membros do gênero feminino. A menor incidência de pesquisadores é observada em ciências matemáticas, com apenas 5% de mulheres, indicando uma significativa sub-representação em ciências exatas.

Quanto ao gênero masculino, a área de ciências biomédicas também apresenta as maiores incidências, com cerca de 17% dos membros masculinos. Seguida pelas áreas de

ciências físicas e matemáticas, com frequências de aproximadamente 15% e 13%, respectivamente. As áreas de ciências químicas e engenharia possuem percentuais semelhantes, com cerca de 11% cada, reforçando o domínio masculino nos campos das ciências exatas.

As ciências da terra reúnem cerca de 9% dos pesquisadores do gênero masculino, enquanto as áreas de ciências biológicas e agrárias possuem frequências de aproximadamente 7% e 6%, respectivamente. Por outro lado, as áreas com menor frequência masculina são as ciências sociais e ciências da saúde, ambas com cerca de 5%, mostrando uma participação menos expressiva.

Na Figura 2 (b), a distribuição percentual de membros do gênero feminino e masculino evidencia a predominância masculina em todas as áreas de pesquisa da ABC. As ciências físicas, matemática e engenharia destacam-se pela maior disparidade de gênero, com participação masculina superior a 80%, enquanto a presença feminina é inferior a 20%. Tal padrão reflete as possíveis barreiras encontradas pelas mulheres em acessar e permanecer nesses campos. Em ciências agrárias a participação masculina é de 76%, enquanto a feminina é de 24%. Em ciências biomédicas, a participação masculina é de 70% e a feminina de 30%. Já nas ciências químicas, sociais e da saúde os percentuais masculinos são de 68%, 67% e 62%, respectivamente, enquanto os femininos são de 32%, 33% e 38%.

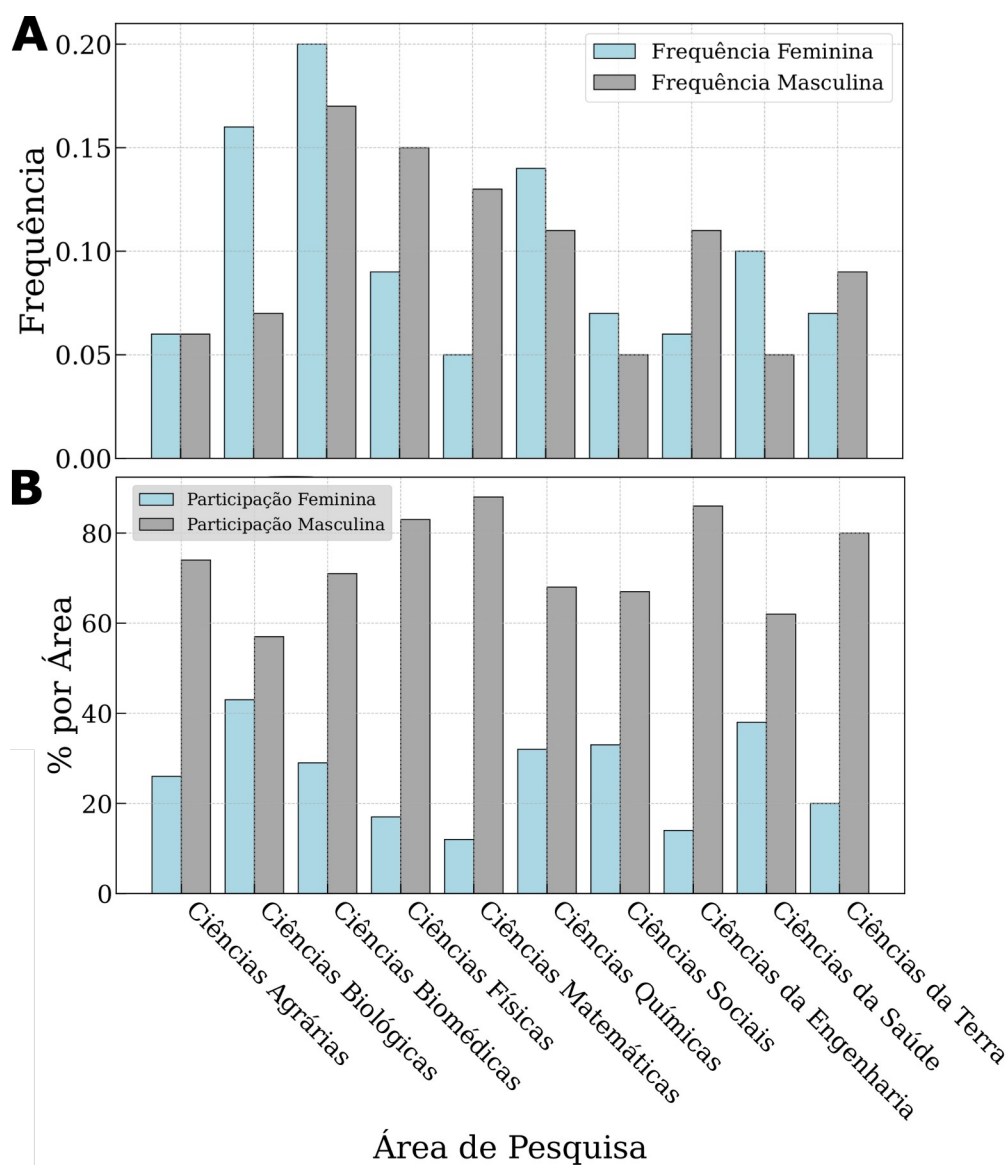


Figura 2. (a) Distribuição de frequência e (b) percentual dos membros femininos (coluna azul) e masculinos (coluna cinza) nas diversas áreas de pesquisa que compõem a ABC. A área de pesquisa com maior incidência de membros titulares femininos é a de ciências biomédicas, que abrange 20% dos membros e a com a menor incidência é a de ciências matemáticas, com 5%. Quanto aos membros do gênero masculino, a área de pesquisa com maior incidência é também a ciências biomédicas, com cerca de 17% dos membros.

A área de ciências biológicas possui a menor diferença percentual entre os gêneros, apresentando 58% de participação masculina e 42% feminina, o que sugere um equilíbrio relativo em comparação a outras áreas.

Essa análise inicial já revela as disparidades de gênero existentes nas diversas áreas de pesquisa da ABC, com a predominância masculina na maioria dos campos, majoritariamente nas ciências exatas e engenharia. Os dados reforçam a necessidade de políticas públicas e institucionais que promovam maior inclusão e equidade de gênero, com

incentivos à participação feminina nesses campos, o que pode vir a promover uma maior diversidade na composição da Academia. Resultados adicionais do estudo apresentado aqui podem ser encontrados em (Machado, 2025).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos dados da Academia Brasileira de Ciências (ABC) evidenciou uma desigualdade significativa em sua composição. Os homens representam 74% dos membros, enquanto as mulheres correspondem a 26%, com uma presença ainda menor nas áreas de ciências exatas, como matemática, engenharia e física, onde a participação feminina é inferior a 20%. Em contrapartida, nas ciências biomédicas, a representação de mulheres alcança cerca de 30%, revelando uma inserção mais expressiva em áreas ligadas à saúde e à vida.

Apesar de alguns progressos, a sub-representação feminina permanece nas áreas de ciências duras, especialmente nos níveis mais altos da carreira científica. Barreiras estruturais, como a segregação de gênero e a dificuldade de conciliar vida pessoal e profissional, seguem limitando a permanência e a ascensão das mulheres na ciência. Isso reforça a necessidade de políticas mais eficazes e contínuas. É fundamental investir em programas de incentivo desde a educação básica, com projetos escolares e bolsas direcionadas às mulheres, além de ações institucionais de combate ao assédio e aos estereótipos de gênero.

Além disso, é importante avaliar e monitorar o impacto dessas políticas, como realizado no presente trabalho, garantindo a efetividade das estratégias de inclusão. Compreender a dinâmica da evolução da inserção e das políticas implementadas é crucial para orientar ações mais efetivas e promover a equidade de gênero na ciência brasileira.

REFERÊNCIAS

ABC. Estatuto. Disponível em: <https://www.abc.org.br/a-instituicao/estatuto/>. Acesso em: 18 nov. 2023.

ABODAYEH, A. et al. Web Scraping for Data Analytics: A BeautifulSoup Implementation. In: **Sixth International Conference of Women in Data Science at Prince Sultan University (WiDS PSU)**, 2023, p. 65-69. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10145369>. Acesso em: 19 dez. 2024.

AGRELLO, D. A.; GARG, R. Mulheres na física: poder e preconceito nos países em desenvolvimento. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 31, n. 1, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/xv9Y7DvT9mnyZrx6JL38ZnS/>. Acesso em: 06 fev. 2025.

ANTENEODO, C. et al. Brazilian physicists community diversity, equity, and inclusion: A first diagnostic. *Physical Review Physics Education Research*, v. 16, n. 1, p. 010136, 2020. Disponível em: <https://journals.aps.org/prper/abstract/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.010136>. Acesso em: 06 fev. 2025.

DASGUPTA, N. How stereotypes impact women in physics. *Physics*, v. 9, n. 87, 2016. Disponível em: <https://physics.aps.org/articles/v9/87>. Acesso em: 06 fev. 2025.

GOMES, G. C. A.; SILVA, C. L. T. D. Mulheres e Ciência: apontamentos sobre antigos e novos desafios. *Ensino em Perspectivas*, v. 3, n. 1, p. 1-11, 2022. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/ensinoemperspectivas/article/view/8532>. Acesso em: 06 fev. 2025.

GONDRA, J. G.; SCHUELER, A. *Educação, poder e sociedade no império brasileiro*. São Paulo: Cortez Editora, 2008.

GONÇALVES, B. M. V. et al. Mulheres na Ciência e Matemática: o que Dizem as Teses e Dissertações. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 15, n. 3, p. 364-372, 2022. Disponível em: <https://jieem.pgsscogna.com.br/jieem/article/view/9791>. Acesso em: 06 fev. 2025.

IBGE. *Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil*. 3. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2024. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102066_informativo.pdf. Acesso em: 2 out. 2024.

KOVALESKI, N. V. J.; TORTATO, C. S. B.; DE CARVALHO, M. G. As relações de gênero na história das ciências: a participação feminina no progresso científico e tecnológico. *Emancipação*, v. 13, n. 3, p. 9-26, 2013. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/emancipacao/article/view/5047>. Acesso em: 06 fev. 2025.

LIBARKIN, J. Yes, Sexual Harassment Still Drives Women Out of Physics. *Physics*, v. 12, n. 43, 2019. Disponível em: <https://physics.aps.org/articles/v12/43>. Acesso em: 06 fev. 2025.

MACHADO, I. M. A inserção feminina na Academia Brasileira de Ciências. In: Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física), Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, Campus Sobral, 2025.

MUELLER, J. P.; MASSARON, L. *Python para data science para leigos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2021.

OLINTO, G. A inclusão das mulheres nas carreiras de ciência e tecnologia no Brasil. *Inclusão Social*, v. 5, n. 1, 2011. Disponível em: <https://revista.ibict.br/inclusao/article/view/1667>. Acesso em: 06 fev. 2025.

PINTO, C. R. J. Feminismo, história e poder. *Revista de Sociologia e Política*, v. 18, n. 36, p. 15-23, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rsocp/a/GW9TMRsYgQNzxNjZNcSBf5r/?lang=pt>. Acesso em: 06 fev. 2025

ROSA, K.; SILVA, M. R. G. D. Feminismos e Ensino de Ciências: análise de imagens de livros didáticos de Física. *Revista Gênero*, v. 16, n. 1, 2016. Disponível em: <https://periodicos.uff.br/revistagenero/article/view/31226>. Acesso em: 06 fev. 2025.

TEIXEIRA, R. R. P.; COSTA, P. Z. D. Impressões de estudantes universitários sobre a presença das mulheres na ciência. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)*, v. 10, n. 2, p. 217-234, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/epec/a/knbQ5nBGg64phkkPPg8hfKt/?lang=pt>. Acesso em: 06 fev. 2025.

TONINI, A. M.; ARAÚJO, M. T. A participação das mulheres nas áreas de STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 38, n. 3, p. 118-125, 2019. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/items/4124c631-340b-4997-91fe-323be888b513>. Acesso em: 06 fev. 2025.

UNIVERSIDADE DE HARVARD. *Elevando as mulheres na ciência: uma conversa com a presidente da Academia Brasileira de Ciências, Helena Nader*. [Vídeo]. 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ST1HHIEBywc>. Acesso em: 30 jan. 2025.

UZUN, E.; YERLIKAYA, T.; KIRAT, O. Ğ. U. Z. Comparison of python libraries used for web data extraction. *Journal of the Technical University-Sofia Plovdiv Branch*, v. 24, p. 87-92, 2018. Disponível em: https://erdincuzun.com/wp-content/uploads/download/plovdiv_2018_01.pdf. Acesso em: 06 fev. 2025.

SOBRE OS AUTORES

IANA MARQUES MACHADO

Licenciada em Física pelo Instituto Federal do Ceará (IFCE), *campus* Sobral.

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

Doutora em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Professora no Instituto Federal do Ceará (IFCE), *campus* Canindé.

DIEGO FROTA

Doutor em Física pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e Professor no Instituto Federal do Ceará (IFCE), *campus* Sobral.

CAPÍTULO 7

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E REALIDADE AUMENTADA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Francisco Cleuton de Araújo
Fredson Rodrigues Soares
Camila Raquel Câmara Lima
Wyanna Mara Costa Dantas
Michael Douglas B. de Araújo
Manuel Pereira de Oliveira Filho*

RESUMO

Nas últimas décadas, a incorporação de tecnologias digitais no contexto educacional tem transformado significativamente as práticas pedagógicas, sobretudo na área da Educação Matemática. No ensino de sólidos geométricos, conteúdo frequentemente abordado de forma abstrata e desmotivadora, a Realidade Aumentada (RA) surge como uma alternativa promissora para potencializar a visualização espacial e a aprendizagem significativa. Considerando essa realidade, problematiza-se: de que modo o uso da RA pode contribuir para o ensino-aprendizagem de sólidos geométricos no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental? Desse modo, objetiva-se relatar e analisar uma experiência pedagógica com o uso do aplicativo Sólidos RA em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de Fortaleza-CE. A pesquisa, de abordagem qualitativa, natureza básica e finalidade exploratória, fundamenta-se em registros sistemáticos das atividades, observação participante e reflexões pedagógicas do professor-pesquisador. Os resultados, analisados à luz da Análise de Conteúdo, indicam que a RA promoveu maior engajamento dos estudantes, facilitou a compreensão de conceitos espaciais e favoreceu práticas colaborativas e interativas. Evidenciou-se ainda o papel essencial da mediação docente na articulação entre tecnologia e conteúdo. Conclui-se que a RA representa uma estratégia didática eficaz para o ensino da Geometria Espacial, ampliando o repertório metodológico dos professores e promovendo uma aprendizagem mais visual, ativa e contextualizada, em sintonia com as diretrizes da BNCC.

Palavras-chave: Matemática. Anos Finais. Sólidos Geométricos. Realidade Aumentada.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o processo de ensino-aprendizagem tem se transformado significativamente mediante a incorporação de tecnologias digitais, as quais têm proporcionado novas formas de mediação do conhecimento. No campo da Educação Matemática, tais transformações assumem particular relevância, sobretudo ao se considerar

o histórico desafio de promover a aprendizagem significativa de conteúdos considerados abstratos (Ausubel, 2003), como os sólidos geométricos, entre estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. A aridez que, por vezes, caracteriza a abordagem tradicional desses conteúdos, centrada na mera reprodução de fórmulas e nomenclaturas, reforça a necessidade de metodologias que favoreçam a visualização espacial, a interação ativa com os objetos de estudo e o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Nesse contexto, emerge a Realidade Aumentada (RA) como uma promissora ferramenta didático-pedagógica, capaz de integrar elementos virtuais tridimensionais ao ambiente físico real, ampliando as possibilidades cognitivas e sensoriais dos aprendizes. Diversas investigações têm evidenciado o potencial da RA no ensino de Matemática, sobretudo por favorecer a exploração visual e a manipulação de representações geométricas de maneira dinâmica e interativa (Kirner; Siscoutto, 2007; Kirner; Kirner, 2011; Santiago; Araújo, 2024). Contudo, apesar das inovações teóricas e técnicas no âmbito da cultura digital, ainda são escassos os relatos de práticas pedagógicas que explorem de forma empírica a articulação entre o ensino de sólidos geométricos e tecnologias imersivas como a RA.

Diante dessa lacuna, formula-se o seguinte problema de pesquisa: de que modo o uso da Realidade Aumentada pode contribuir para o ensino-aprendizagem de sólidos geométricos no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental? Com base nessa indagação, este artigo apresenta um relato de experiência desenvolvido em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de Fortaleza - CE, no qual se buscou integrar a RA ao ensino de conteúdos relacionados aos sólidos geométricos, com vistas a analisar as potencialidades e desafios dessa prática.

A justificativa da presente investigação assenta-se na urgência de ressignificar a prática pedagógica no ensino da Geometria, ampliando o repertório metodológico dos educadores e promovendo o engajamento dos discentes por meio de recursos tecnológicos pertinentes à sua realidade sociocultural. A articulação entre teoria matemática, tecnologia digital e vivência escolar pode contribuir para a construção de saberes significativos e para o desenvolvimento de competências visuais e espaciais fundamentais à formação crítica dos estudantes.

Assim, objetiva-se relatar e analisar uma experiência pedagógica que integrou o uso da RA ao ensino de sólidos geométricos em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental,

destacando suas contribuições para o processo de aprendizagem e os desafios observados durante sua implementação.

A pesquisa, de cunho qualitativo e natureza básica, com finalidade exploratória, fundamenta-se na metodologia do relato de experiência, com base em registros sistemáticos das atividades realizadas, observação participante e reflexões pedagógicas do professor-pesquisador.

ELEMENTOS TEÓRICOS

A RA, enquanto tecnologia emergente, tem se consolidado como ferramenta potencial para a reconfiguração de práticas pedagógicas tradicionais, especialmente no campo da Educação Matemática. Compreendida como uma forma de interação que integra elementos virtuais ao ambiente real, em tempo real e de maneira espacialmente registrada, a RA permite a sobreposição de informações digitais a objetos físicos, proporcionando uma experiência enriquecida e interativa para o usuário. Segundo Azuma *et al.* (2001), a RA distingue-se da Realidade Virtual por não substituir completamente o mundo real, mas ampliá-lo, fundindo os domínios físico e digital de maneira coerente e sensorialmente significativa.

O marco teórico de Milgram *et al.* (1994) introduz o conceito de *continuum* realidade-virtualidade, no qual a RA se posiciona entre os extremos da realidade pura e da virtualidade total, caracterizando-se pela justaposição dinâmica de objetos reais e simulados. Essa perspectiva teórica contribui para a compreensão dos múltiplos níveis de imersão que podem ser explorados em contextos educacionais, permitindo que recursos virtuais, como modelos tridimensionais de sólidos geométricos, coexistam com a ação concreta dos estudantes, estimulando a visualização espacial, a manipulação cognitiva de formas e a aprendizagem significativa (Ausubel, 2003).

A RA, ao incorporar elementos gráficos interativos sobre o espaço físico, pode ser utilizada como recurso didático que favorece o engajamento do aluno e a construção ativa do conhecimento (Kirner; Siscoutto, 2007). A visualização em três dimensões, por exemplo, torna mais acessível a compreensão de propriedades geométricas como faces, arestas e vértices, além de facilitar o reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros e corpos redondos (Santiago; Araújo, 2024). Reforça-se que a evolução das interfaces

tecnológicas e o barateamento dos dispositivos móveis impulsionaram a adoção da RA em diferentes níveis educacionais, tornando-a viável em ambientes escolares que antes enfrentavam restrições materiais e pedagógicas (Kirner; Kirner, 2011).

No contexto brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) destaca a importância da integração de tecnologias digitais ao processo de ensino-aprendizagem, não apenas como instrumentos auxiliares, mas como elementos estruturantes das práticas pedagógicas inovadoras. No componente curricular de Matemática, particularmente na área da Geometria, a BNCC orienta que os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental desenvolvam competências relacionadas à visualização, à descrição e à análise de propriedades de figuras espaciais, bem como à utilização de recursos tecnológicos para a construção e exploração dessas representações. Essa diretriz legitima a inclusão de ferramentas como a RA no ensino de sólidos geométricos, promovendo uma aprendizagem mais concreta, investigativa e condizente com as demandas contemporâneas da cultura digital.

Em consonância com tais fundamentos, Azuma *et al.* (2001) argumentam que os avanços recentes em *hardware*, *software* e algoritmos de rastreamento viabilizam aplicações de RA em áreas cada vez mais amplas, incluindo o campo educacional. Os autores destacam que, ao proporcionar uma interação em tempo real entre os estudantes e os objetos virtuais, a RA favorece a imersão cognitiva, a motivação e o aprimoramento da compreensão de conceitos complexos, como é o caso da Geometria Espacial. Desse modo, torna-se evidente o potencial dessa tecnologia como mediadora de práticas pedagógicas mais criativas, visuais e ativas.

Desse modo, a RA configura-se como uma aliada relevante para a Educação Matemática contemporânea, sobretudo no ensino de sólidos geométricos, ao promover ambientes de aprendizagem mais interativos e visualmente estimulantes. Tal abordagem busca propiciar uma experiência educativa mais significativa, centrada no protagonismo discente e na construção colaborativa do conhecimento, em consonância com os preceitos da BNCC.

ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E REALIDADE AUMENTADA

O ensino de sólidos geométricos, no contexto dos anos finais do Ensino Fundamental, apresenta desafios significativos relacionados à abstração dos conceitos e à limitação das representações tradicionais bidimensionais utilizadas em sala de aula. Para superar essas dificuldades, alguns estudos têm apontado a eficácia do uso de tecnologias digitais interativas, com destaque para a RA, como recurso potencializador da visualização e manipulação de objetos tridimensionais.

Experiências didáticas realizadas com o uso do aplicativo Sólidos RA demonstram que a RA pode promover um ambiente escolar mais interativo, favorecendo a aprendizagem ativa e significativa. Em uma pesquisa realizada com alunos de 6º ano, observou-se que a utilização da RA proporcionou uma abordagem inovadora no ensino de sólidos geométricos, contribuindo para o engajamento dos estudantes e a compreensão das propriedades das figuras espaciais, como faces, arestas e vértices (Santiago; Araújo, 2024). Os resultados revelaram desempenho satisfatório por parte dos discentes, que reconheceram os benefícios da tecnologia para a compreensão dos conteúdos geométricos.

Outros estudos reforçam essa perspectiva, ao demonstrar que a RA, ao possibilitar a visualização tridimensional e a interação com os sólidos, favorece o estabelecimento de relações entre os conceitos matemáticos e situações do cotidiano dos estudantes. Isso foi constatado em uma pesquisa desenvolvida na Educação de Jovens e Adultos (8º e 9º anos do Ensino Fundamental), na qual os alunos, por meio do uso do mesmo aplicativo, conseguiram contextualizar e ressignificar seus conhecimentos geométricos. Mais do que uma ferramenta para memorização de classificações, a RA demonstrou capacidade de estimular o pensamento crítico e a autonomia dos estudantes (Santiago; Araújo; Dantas, 2025).

Em outra perspectiva, ao integrar a RA com a História da Matemática e estratégias didáticas baseadas em QR Codes, pôde-se verificar como esses recursos ampliam o interesse dos estudantes ao promover conexões entre o passado e o presente dos objetos matemáticos, especialmente os poliedros. Essa abordagem permitiu desenvolver aulas teóricas e práticas que potencializaram a visualização e a compreensão dos sólidos, ao mesmo tempo em que despertaram diferentes formas de pensamento geométrico (Santiago; Araújo; Santana, 2024).

Adicionalmente, ao incorporar a RA à metodologia da Sequência Fedathi, foi possível desenvolver sessões didáticas fundamentadas na problematização, na investigação guiada e na construção autônoma do conhecimento. Essa integração resultou em experiências que aliaram tecnologia, conteúdo histórico e metodologia que incentiva a investigação científica e o pensamento autônomo, enriquecendo o processo de ensino-aprendizagem e fortalecendo o papel epistemológico da visualização geométrica na formação dos estudantes (Santiago *et al.*, 2024).

A utilização do *software* GeoGebra 3D no ensino de sólidos geométricos pode impactar positivamente a aprendizagem, ao permitir a construção e manipulação de modelos espaciais com precisão e liberdade. Estudos apontam que, com o uso do GeoGebra, os estudantes se mostraram mais motivados e engajados, e apresentaram melhor desempenho na resolução de atividades, o que reforça o valor pedagógico das ferramentas digitais no ensino da Geometria (Araújo, 2024; Santiago; Peixoto; Araújo, 2025).

Dessa forma, é possível afirmar que a RA constitui uma estratégia relevante para a superação das dificuldades históricas no ensino da Geometria Espacial. Ao possibilitar abordagens mais dinâmicas, visuais e contextualizadas, tais recursos promovem não apenas o desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também uma relação mais significativa e crítica dos estudantes com os saberes escolares.

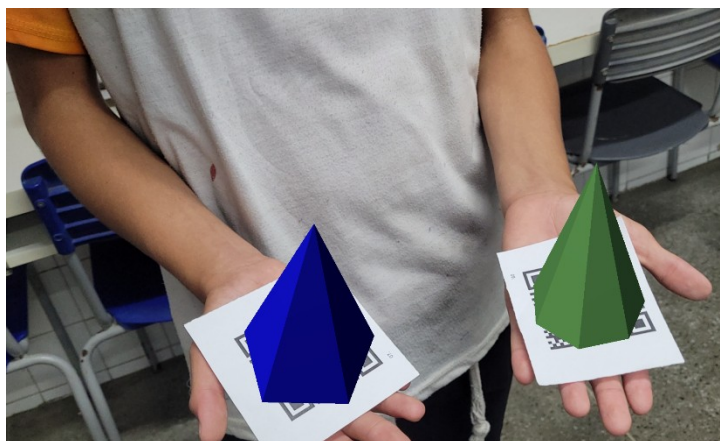
PERCURSO METODOLÓGICO

A presente investigação caracteriza-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa, de natureza básica e com finalidade exploratória, conforme a tipologia delineada por Prodanov e Freitas (2013). Tal escolha metodológica justifica-se pelo interesse em compreender em profundidade um fenômeno educacional específico, o uso da RA no ensino de sólidos geométricos, em seu contexto natural, priorizando a descrição densa e a interpretação dos dados coletados. A natureza básica do estudo decorre de sua orientação teórica e de sua intenção de contribuir para o avanço do conhecimento científico no campo da Educação Matemática. Já o caráter exploratório revela-se na busca por levantar informações preliminares sobre uma prática pedagógica inovadora, ainda pouco difundida no cotidiano escolar, a fim de ampliar a compreensão sobre suas potencialidades e limitações (Prodanov; Freitas, 2013).

A pesquisa foi realizada em uma escola pública da rede municipal de Fortaleza-CE, com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, e contou com a participação de aproximadamente 26 estudantes. O processo investigativo foi conduzido pelo professor-pesquisador, que assumiu papel ativo na mediação das atividades e no registro sistemático das ações pedagógicas. Foram realizadas três sessões didáticas, estruturadas a partir de uma sequência de atividades interativas com o uso do aplicativo Sólidos RA, voltadas à exploração de conceitos e propriedades dos sólidos geométricos.

Na primeira sessão, buscou-se realizar uma sondagem diagnóstica sobre os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito dos sólidos geométricos. Para isso, foram propostas atividades de identificação de formas espaciais presentes no cotidiano, seguidas da visualização e manipulação, por meio do aplicativo, de modelos tridimensionais de cubo, paralelepípedo, prisma e pirâmide. O objetivo principal desta etapa foi despertar o interesse dos alunos e criar uma base comum de referências visuais.

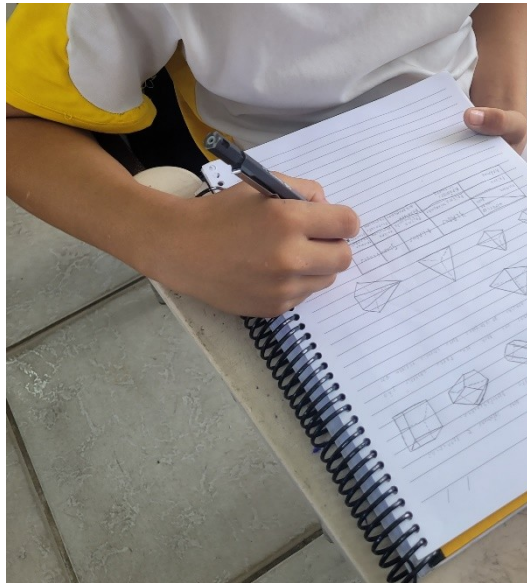
Figura 1: Estudante interage com RA



Fonte: Acervo dos autores (2025)

A segunda sessão concentrou-se no estudo das propriedades geométricas dos sólidos: número de faces, arestas e vértices, planificações e classificação em poliedros e corpos redondos. A RA foi utilizada para permitir que os estudantes visualizassem as figuras em 3D a partir de marcadores impressos, promovendo uma interação ativa e autônoma com os objetos virtuais. Durante a atividade, os alunos registraram suas observações em seus cadernos, as quais foram posteriormente analisadas pelo professor-pesquisador.

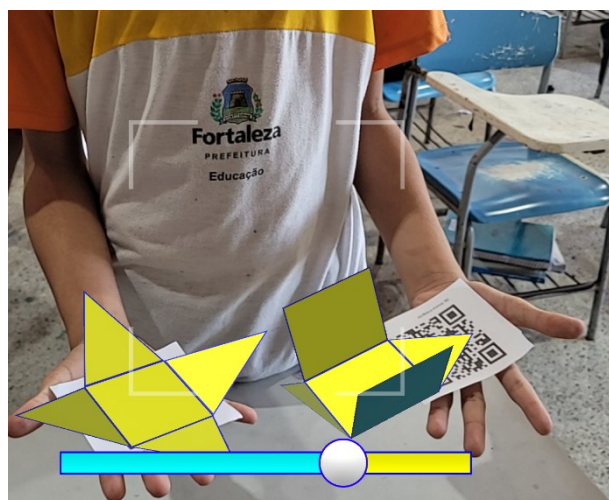
Figura 2: Aluno realiza registra informações no caderno



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Na terceira e última sessão, os estudantes participaram de uma atividade de sistematização e socialização do conhecimento, apresentando em pequenos grupos os sólidos estudados, suas características e possíveis aplicações no cotidiano. Foi incentivado o uso da RA como recurso didático durante as apresentações, o que favoreceu o protagonismo discente e a consolidação das aprendizagens. Ao final, foi conduzida uma roda de conversa para que os alunos pudessem expressar suas percepções sobre a experiência, apontando facilidades, dificuldades e aprendizagens construídas.

Figura 3: Planificação de Sólidos Geométricos



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Os dados da pesquisa foram produzidos a partir de três fontes principais: (1) registros escritos e fotográficos das atividades realizadas; (2) observação participante do professor-pesquisador, com base em um diário de campo sistematizado; e (3) reflexões pedagógicas elaboradas após cada sessão, com ênfase na análise da mediação docente e da resposta dos estudantes ao uso da tecnologia.

Para a análise dos dados, adotou-se a técnica de Análise de Conteúdo, conforme proposta por Bardin (2016), a qual possibilita o tratamento rigoroso, sistemático e interpretativo das informações obtidas, permitindo a categorização dos discursos e a identificação de regularidades, contradições e sentidos emergentes das práticas observadas. As categorias de análise foram construídas a posteriori, a partir da leitura flutuante e do processo de codificação do material empírico, preservando o vínculo com os objetivos da pesquisa e com os princípios da abordagem qualitativa.

ANÁLISE E DISCUSSÃO

A análise dos dados obtidos nas sessões didáticas evidenciou importantes contribuições da RA para o ensino de sólidos geométricos, tanto no que se refere ao engajamento dos estudantes quanto à compreensão dos conceitos envolvidos. A partir da técnica de Análise de Conteúdo (Bardin, 2016), emergiram três categorias principais: (1) visualização e manipulação espacial, (2) motivação e participação discente, e (3) mediação docente e apropriação do conhecimento.

Quadro 1: Categorias analíticas emergentes da prática com RA

Categoria	Evidências Observadas	Interpretação Pedagógica
Visualização e Manipulação Espacial	Estudantes utilizaram o aplicativo Sólidos RA para rotacionar e explorar figuras tridimensionais sob diferentes ângulos.	A interação com modelos 3D fortaleceu a construção de imagens mentais e a compreensão de propriedades geométricas.
Engajamento e Curiosidade	Observou-se entusiasmo e interesse constante durante as atividades com o uso de RA, com participação ativa dos estudantes.	A presença da tecnologia despertou motivação intrínseca, criando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e envolvente.
Colaboração entre pares	As atividades provocaram trocas espontâneas de conhecimento entre alunos, com construção coletiva de conceitos durante as tarefas.	O trabalho em grupo, mediado pela tecnologia, fortaleceu habilidades socioemocionais e o protagonismo discente.

Apropriação de conceitos geométricos	Alunos demonstraram maior segurança ao nomear elementos (faces, vértices, arestas) e classificar sólidos após uso da RA.	A experiência concreta com os objetos virtuais promoveu maior retenção e clareza conceitual.
Mediação docente e intencionalidade didática	O professor atuou como facilitador das interações, ajustando as intervenções pedagógicas conforme as necessidades dos alunos.	A efetividade da RA depende da ação docente intencional, que conecta a tecnologia aos objetivos de aprendizagem.
Superação das limitações tradicionais	Alunos relataram dificuldade prévia com figuras geométricas planas e facilidade ao aprender com os modelos digitais em 3D.	A RA se mostra eficaz na superação da abstração típica da Geometria ensinada com recursos tradicionais.
Articulação com a BNCC	As competências desenvolvidas (visão espacial, uso de tecnologia, argumentação) dialogam com as diretrizes curriculares para a Matemática nos Anos Finais.	A proposta fortalece uma prática pedagógica inovadora e alinhada às demandas da educação contemporânea.

Fonte: Elaboração Própria (2025)

Na primeira categoria, observou-se que a visualização tridimensional proporcionada pela RA foi determinante para que os estudantes pudessem identificar, com maior precisão, elementos estruturais dos sólidos geométricos, como faces, arestas e vértices. A manipulação interativa dos modelos virtuais contribuiu para o desenvolvimento da percepção espacial, permitindo que os alunos rotacionassem, ampliassem e explorassem as figuras sob diferentes ângulos. Esse processo foi relatado pelos próprios discentes como facilitador da aprendizagem, por tornar os conceitos *mais reais e menos difíceis de imaginar*, conforme registrado nas anotações do professor-pesquisador. Tais dados corroboram os estudos de Santiago e Araújo (2024), que destacam o papel da RA na superação das limitações das representações bidimensionais tradicionais.

A segunda categoria revelou um aumento significativo na motivação e participação dos estudantes ao longo das atividades. A interação com os dispositivos móveis e a curiosidade despertada pelos recursos tecnológicos favoreceram a colaboração entre os pares, a troca de saberes e a construção coletiva do conhecimento. Durante as sessões, notou-se uma postura mais ativa por parte dos alunos, que se mostraram entusiasmados ao utilizar a tecnologia e mais seguros ao apresentar os sólidos durante a etapa de socialização. Esse protagonismo discente, estimulado pela mediação tecnológica, evidencia uma mudança no papel do estudante no processo de aprendizagem, alinhando-se às diretrizes da

BNCC, que enfatiza o uso de tecnologias digitais como meios de promover práticas pedagógicas inovadoras e centradas no aluno (Brasil, 2018).

A terceira categoria, relativa à mediação docente e à apropriação do conhecimento, evidenciou a importância do papel do professor como articulador das interações em sala de aula. A escolha dos sólidos, a organização das atividades e a condução das discussões permitiram integrar a RA ao currículo de forma significativa, sem que a tecnologia se tornasse um fim em si mesma (Ausubel, 2003). As reflexões do professor-pesquisador indicaram que o uso da RA não apenas despertou o interesse dos alunos, mas também exigiu uma postura investigativa e reflexiva por parte do docente, no sentido de adaptar sua prática à dinâmica interativa da ferramenta. Nesse sentido, a experiência reforça os apontamentos de Santiago, Araújo e Santana (2024) e Santiago *et al.* (2024), segundo os quais o uso eficaz da RA depende da intencionalidade pedagógica e da capacidade do professor em explorar seu potencial didático-metodológico.

De modo geral, os dados analisados revelam que o uso da RA se mostrou uma estratégia potente para a promoção de aprendizagens significativas no ensino de sólidos geométricos (Ausubel, 2003), ao articular visualização, interatividade e contextualização. A experiência aponta para a necessidade de ampliar o repertório metodológico dos professores e fortalecer a formação docente no uso crítico e criativo das tecnologias digitais, contribuindo para uma Educação Matemática mais conectada às práticas e linguagens contemporâneas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As evidências empíricas obtidas ao longo desta investigação revelam que a RA, quando integrada de forma intencional e metodologicamente planejada ao ensino de sólidos geométricos, pode representar uma estratégia pedagógica altamente eficaz para promover a aprendizagem significativa de conteúdos tradicionalmente considerados abstratos e desafiadores. A experiência realizada com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental demonstrou que o uso da RA potencializa a visualização tridimensional, favorece o desenvolvimento do raciocínio espacial e contribui para o engajamento discente em atividades colaborativas e interativas.

Ao proporcionar aos alunos a oportunidade de manipular modelos virtuais em tempo real, a RA rompe com a lógica passiva das aulas expositivas e introduz um novo modo de interação com o conhecimento matemático, mais visual, sensorial e contextualizado. Os resultados analisados apontam que, além de facilitar a compreensão de conceitos como faces, arestas e vértices, a tecnologia incentivou o protagonismo estudantil e estimulou a autonomia intelectual, configurando-se como uma ferramenta potente para o desenvolvimento de competências previstas na BNCC.

Entretanto, o sucesso da prática relatada não reside apenas na inserção tecnológica, mas sobretudo na mediação docente qualificada, capaz de integrar o recurso digital ao currículo de maneira significativa. Nesse sentido, destaca-se a importância da formação continuada dos professores, para que estes possam explorar criticamente as possibilidades pedagógicas da RA, articulando conteúdo, tecnologia e intencionalidade didática.

Por fim, reconhece-se que esta pesquisa apresenta limitações quanto ao número de participantes e à duração da intervenção. Assim, sugere-se a realização de estudos de maior amplitude, em diferentes contextos escolares e níveis de ensino, a fim de aprofundar a compreensão sobre os efeitos da RA no processo de ensino-aprendizagem da Geometria. Ainda assim, os dados aqui apresentados reafirmam a urgência de se repensar as práticas pedagógicas tradicionais à luz das possibilidades abertas pelas tecnologias digitais, especialmente aquelas que, como a RA, promovem experiências cognitivas mais ricas, inclusivas e conectadas ao universo dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, F. C. O uso do geogebra no ensino de sólidos geométricos: um relato de experiência. In: CASTRO, P. A.; LINS, A. F. (Org.). **Educação Matemática (Vol 02)**. 9. ed. Campina Grande: Editora Realize, 2024, v. 2, p. 1-19. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/105774>. Acesso em: 11 jun. 2025.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AZUMA, R.; BAILLOT, Y.; FEINER, S.; JULIER, S.; MACINTYRE, B. Recent advances in augmented reality. **Computer graphics and applications, IEEE**, v. 21, n. 6, 2001. Disponível em: <https://www.cs.unc.edu/~azuma/cga2001.pdf>. Acesso: 12 jun. 2025.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12 jun. 2025.

KIRNER, C; KIRNER, T. G. Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. IN: Ribeiro, M. W. S; ZORZAL, E. R. (Orgs). **Realidade Virtual e Aumentada: Aplicações e Tendências**. XIII Symposium on Virtual and Augmented Reality. Uberlândia: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, 2011.

KIRNER, C; SISCOOTTO, R. **Realidade Virtual e Aumentada: Conceitos, Projeto e Aplicações**. Petrópolis: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, 2007.

MILGRAM, P.; TAKEMURA, H.; UTSUMI, A.; KISHINO, F. Augmented Reality: A Class of Displays on the Reality-Virtuality Continuum. **Telemanipulator and Telepresence Technologies**, v. 2351, p. 282-292, 1994. Disponível em: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/2351/0000/Augmented-reality--a-class-of-displays-on-the-reality/10.1117/12.197321.short?SSO=1>. Acesso em: 11 jun. 2025.

PRODANOV, C. C; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SANTIAGO, P. V. S.; ARAÚJO, F. C. Realidade aumentada no ensino de sólidos geométricos para o ensino fundamental: relato de experiência em uma escola pública de Fortaleza-CE-Brasil. **Educação Matemática em Revista**, v. 29, n. 82, p. 1-15, 15 fev. 2024. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3465>. Acesso em: 11 jun. 2025.

SANTIAGO, P. V. S.; ARAÚJO, F. C.; DANTAS, W. M. C. ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS COM USO DA REALIDADE AUMENTADA. **Periferia**, [S. I.], v. 17, n. 1, p. e84606, 2025. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/periferia/article/view/84606>. Acesso em: 13 jun. 2025.

SANTIAGO, P. V. S.; ARAÚJO, F. C.; SANTANA, J. R. Realidade aumentada e História da Matemática: um estudo de caso no Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 19, p. 1-22, 2024. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/96177>. Acesso: 11 jun. 2025.

SANTIAGO, P. V. S.; ARAÚJO, F. C.; SANTOS, M. J. C.; AGUIAR, J. H. A. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS, REALIDADE AUMENTADA E SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA MEDIADA PELA TECNOLOGIA. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [S. I.], v. 9, n. 4, p. 271–292, 2024. Disponível em: <https://ufs.emnuvens.com.br/ReviSe/article/view/20777>. Acesso em: 12 jun. 2025.

SANTIAGO, P. V. S.; PEIXOTO, C. A.; ARAÚJO, F. C. O Uso do GeoGebra no Ensino Médio com Aporte da Sequência Fedathi para o Estudo de Áreas e Perímetro de Figuras Planas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [S. I.], v. 17, n. 3, p. 318–326, 2025. Disponível em: <https://jieem.pgsscogna.com.br/jieem/article/view/13260>. Acesso em: 12 jun. 2025.

SOBRE OS AUTORES

FRANCISCO CLEUTON DE ARAÚJO

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (RENOEN) pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professor da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza; membro do GEPEMAC (IFCE/CNPq) e do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: cleutonaraujo86@gmail.com

FREDSON RODRIGUES SOARES

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (RENOEN) pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professor efetivo da rede municipal de ensino do município de Palhano-CE; membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: fredson.fisica@gmail.com

CAMILA RAQUEL CÂMARA LIMA

Mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos pela Universidade Federal do Ceará (UFC); professora auxiliar UVA – Ceará; membro do G-Tercoa (UFC/CNPq); e-mail: crcamara.lima@gmail.com

WYANNA MARA COSTA DANTAS

Licenciada em Matemática (UFC); pós-graduanda em Contabilidade Pública (UECE); Servidora Pública em Horizonte (CE); e-mail: wyanna_mara@hotmail.com

MICHAEL DOUGLAS B. DE ARAÚJO

Mestrando em Inovação em Tecnologias Educacionais (PPgITE/UFRN); professor da rede estadual Ceará e Rio Grande do Norte; e-mail: prof.mikemat@gmail.com

MANUEL PEREIRA DE OLIVEIRA FILHO

Mestrando em Ensino de Matemática (PROFMAT/UNILAB); professor da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza; e-mail: filho.manuel@gmail.com

CAPÍTULO 8

ERRO COMO RECURSO DIDÁTICO: CONTRIBUIÇÕES DA NEUROCIÊNCIA E DA PSICOLOGIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

*Rodrigo Souza da Silva
Igor Lima Rodrigues
Mikaelle Barboza Cardoso*

RESUMO

O ensino da matemática enfrenta diversos desafios que vão muito além da “transmissão de conteúdos”, como o desconhecimento de processos cognitivos ligados a consolidação da aprendizagem. Baseado na neurociência e na psicologia da aprendizagem, este estudo de natureza qualitativa e bibliográfica buscou investigar como os conhecimentos sobre o funcionamento cerebral, a memória e o tratamento do erro podem contribuir para o ensino da matemática. O estudo foi realizado a partir de uma revisão de literatura de fontes clássicas e recentes, utilizando a análise de conteúdo temática. Os resultados indicam que o erro quando abordado de maneira construtiva fortalece as aprendizagens e favorece o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento benéfica para o aprendizado. A neurociência evidencia a importância do processo de sinapse e a neuroplasticidade para a consolidação das aprendizagens além de apresentar a importância da motivação e estado emocional no desempenho escolar através da psicologia educacional. Concluindo que estratégias educacionais que valorizem o erro e promovam um ambiente propício a aprendizagem são fundamentais para a eficácia do ensino de matemática.

Palavras-chave: Neurociência. Erro como recurso didático. Psicologia da aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A formação profissional do professor é um dos fatores fundamentais para a eficácia do processo de ensino-aprendizagem no contexto escolar, desde a formação inicial (curso de licenciatura), o início da docência até a formação continuada. Ainda é comum observar uma supervalorização da memorização ou da “educação bancária”, como criticou Paulo Freire (2013), em grande parte, essa prática é influenciada por avaliações externas fazendo com que a avaliação escolar seja frequentemente reduzida à aplicação de provas, com o objetivo de determinar se o aluno aprendeu ou não, baseada em seu desempenho. Embora a memória seja um elemento importante na aprendizagem, ela não é o único processo

cognitivo envolvido. Inclusive, sua função precisa ser melhor compreendida tendo em vista a sua importância no processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, quando o foco está exclusivamente em obter boas notas, o aprendizado tende a ser negligenciado, muitos alunos concentram seus esforços apenas em alcançar resultados, deixando de lado o aprendizado do conteúdo. Como destaca Pierluigi Piazzi (2015), essa busca por resultados numéricos pode resultar em um aprendizado superficial, no qual o verdadeiro conhecimento não é apreendido. Isso sugere a necessidade de repensar as práticas pedagógicas, colocando a aprendizagem como o objetivo central.

Inicialmente é necessário entender o que de fato é a aprendizagem, para isso é de fundamental importância estudar os mecanismos responsáveis por isso.

Hipócrates, considerado o pai da medicina, já afirmava, há cerca de 2.300 anos, que é através do cérebro que sentimos tristeza ou alegria, e é também por meio de seu funcionamento que somos capazes de aprender ou de modificar nosso comportamento à medida que vivemos (Cosenza; Guerra, 2011, p.10).

Como já afirmava Hipócrates, é de conhecimento que o cérebro é o órgão do corpo humano responsável por inúmeras funções do corpo humano, incluindo o processamento de emoções, comportamentos, sobretudo, a capacidade de aprender ou assimilar novas informações.

Além de compreender essas funções, é necessário incorporá-las à prática docente, e um elemento que pode ajudar nessa interface é o erro, que segundo Torre (2007) é uma das realidades mais comuns e menos estudadas no processo de aprendizagem e complementa afirmando que “a pesquisa sobre os erros na aprendizagem pode nos proporcionar o elo perdido entre as teorias cognitivas, tão atuais, e a prática da aula, tão necessitada de proposições concretas” (Torre, 2007, pg.27).

Diante disso, esta pesquisa qualitativa propõe apresentar as contribuições da psicologia da aprendizagem e da neurociência para uma melhor compreensão do processo educativo, considerando aspectos que fazem parte do currículo oculto¹ tais como o erro.

¹ “O currículo oculto é constituído por todos aqueles aspectos do ambiente escolar que, sem fazer parte do currículo oficial, explícito, contribuem, de forma implícita, para aprendizagens sociais relevantes” (Silva, 2003, p. 78).

Logo, o objetivo geral deste estudo é investigar como os conhecimentos em neurociência, memória e psicologia da aprendizagem podem contribuir para o ensino de matemática, com ênfase no tratamento do erro como auxílio no processo de aprendizado.

METODOLOGIA

Este trabalho consiste em uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, do qual visa compreender como os conhecimentos em neurociência e psicologia da aprendizagem podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática, com ênfase na valorização do erro como ferramenta didática.

A pesquisa possui uma natureza exploratória e descritiva, tendo em vista a busca por analisar teorias, práticas pedagógicas e concepções mais atuais sobre o erro e os processos de consolidação, principalmente na área da educação matemática.

A construção teórica foi através de uma revisão bibliográfica em obras clássicas sobre as principais temáticas abordadas como Cosenza e Guerra (2011) que traz a importância da relação entre neurociência e educação, Izquierdo (2018) aborda a memória e seus mecanismos de consolidação, Saddo e Torre (2007) que traz a tona a importância do tratamento do erro e a educação matemática entre outros autores que foram utilizados como principais fontes de outros trabalhos estudados.

Quando se tem uma visão da educação através da neurociência, é possível notar através de autores como Cosenza e Guerra (2011) e Izquierdo (2018) que a aprendizagem é um pouco mais complexo e necessita de tempo, algo que varia muito de acordo com os estímulos e períodos de tempo que esse estímulo persiste, e que quando adquirida a informação, se cria uma nova rede sináptica através dos processos de neuroplasticidade e consolidação da memória. A diversificação das estratégias de ensino, principalmente metodologias que estimule a participação ativa do aluno e que seja significativa, contribuem para uma maior atividade sináptica que por consequência, favorece a retenção e a consolidação da memória.

Outro elemento crucial no processo de resolução de problemas é a memória de trabalho, componente que segundo Izquierdo (2018) é responsável por manter sustentada

determinada informação pelo tempo necessário para a realização de outras etapas, além de determinar quais informações vão ser registradas na memória de longo prazo.

Quando se leva em consideração uma visão pautada em ciência cognitiva, é importante destacar o ser social por trás do conhecimento que pretendemos desenvolver. Diversos fatores como estados de ânimo, motivação entre outros fatores podem contribuir significativamente para aprendizagem, assim como é apresentado por Dweck (2016) a depender da mentalidade que o aluno possui, a forma como ele encara a realidade pode mudar, e pode se tornar algo prejudicial ou benéfico, o que culmina com os estudos de Jason Moser et al. (2011), que apontam uma maior atividade sináptica quando um aluno que possui uma mentalidade de crescimento comete um erro.

Metodologias que são articuladas com os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular como a metodologia de resolução de problemas se mostram eficazes na construção de confiança e autonomia do aluno principalmente quando está associada a um bom tratamento positivo do erro, essa abordagem favorece a formação de alunos mais críticos e que tendem a persistir mais tempo em atividades desafiadoras.

Por fim, o bom tratamento do erro é fruto da compreensão das concepções de erro, o que permite ampliar a visão sobre quais os causadores desse erro e como intervir de maneira eficaz, pois contribuem para um planejamento mais eficaz respeitando a progressão de habilidades cognitivas propostas pela BNCC.

CONTRIBUIÇÕES DA NEUROCIÊNCIA E DA PSICOLOGIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Segundo Feldman (2015, p.5) “[...] a psicologia é o estudo científico do comportamento e dos processos mentais”. Este campo do conhecimento abrange uma gama de subáreas, sendo a psicologia educacional que se dedica aos processos de aprendizagem incluindo a relação de motivação e desempenho escolar e a psicologia cognitiva foca nos processos cognitivos superiores.

Já as neurociências estudam os neurônios, as moléculas que o constituem, os órgãos responsáveis pelas funções cognitivas, e o comportamento resultante das atividades das

estruturas do sistema nervoso (Cosenza; Guerra, 2011). Sendo assim, as neurociências se tornam uma importante ferramenta para melhor compreensão dos processos biológicos da aprendizagem.

É muito comum durante o processo de ensino uma determinada metodologia apresentar excelente resultado com uma grande parcela da turma, enquanto a outra parte não apresenta resultados significativos, e o mesmo se repete com turmas diferentes, e isso sempre gera a indagação de quais os motivos de não obter o mesmo sucesso, e através da neurociência é possível compreender que o processo de ensino e aprendizagem possui fatores que na maioria das vezes não é levando em consideração e entender esses fatores ajuda diretamente a entender fenômenos como esse.

A compreensão do funcionamento cerebral é de fundamental importância para os educadores, por conhecer a organização e as funções do cérebro, os períodos receptivos, os mecanismos da linguagem, da atenção e da memória, assim como as relações entre cognição, emoção, motivação e desempenho, pode tornar o trabalho do educador mais significativo e eficiente (Cosenza; Guerra, 2011). Essa compreensão auxilia o educador a traçar estratégias mais eficientes tendo em vista o objetivo de aprendizagem concreta.

Através de um ponto de vista biológico, a aprendizagem é traduzida pela formação e consolidação de conexões entre células nervosas conhecidas como neurônios (Cosenza; Guerra, 2011). Ou seja, quando aprendemos algo, novos neurônios são gerados e conectados a outros pré-existentes, por isso é importante entender as estruturas e quais os mecanismos de consolidação dessas células.

Os neurônios possuem uma estrutura simples com funções bem definidas, segundo Izquierdo (2018) uma das primeiras estruturas são os axônios, prolongamento responsável pela transmissão de informações, que é recebida pelos dendritos, que são ramificações que recebem informações de diversos neurônios, a comunicação entre os neurônios é através de um processo eletroquímico conhecido como sinapses, e a informação é armazenada no núcleo celular na forma de memórias.

O processo da sinapse é de fundamental importância na consolidação, tendo em vista que, “a consolidação consiste no aumento persistente da resposta de neurônios à breve estimulação repetitiva de um axônio ou de um conjunto de axônios que fazem sinapses com

elas” (Izquierdo, 2018, p. 82). Assim, a sinapse é a ferramenta responsável pela criação quando é uma informação nova e ou a consolidação dos neurônios através do fortalecimento das vias neurais.

Quando um conhecimento é consolidado, ocorre mudanças físicas no cérebro conhecida como plasticidade cerebral, Izquierdo (2018, p. 98) define plasticidade como “o conjunto de processos fisiológicos, em nível celular e molecular, que explica a capacidade das células nervosas de mudar suas respostas a determinados estímulos”. Ou seja, à medida que aprendemos nosso cérebro modifica toda a rede de neurônios de maneira a acomodar essa nova informação, mudando a forma de pensar e interpretar as situações.

Um exemplo é quando se é apresentado um novo método que oportuniza resolver um mesmo problema, como a resolução de sistema de equações, normalmente são apresentados diversos métodos de resolução que fazem parte do mesmo conhecimento, como o método da soma e método da substituição, quando inicialmente o aluno é apresentado a um desses métodos e o consolida, ao ser apresentado a um segundo método ele entra em que, suas redes neurais estão se modificando de maneira a acomodar esses novos neurônios responsáveis por um segundo método para o mesmo tipo de problema.

Em situações em que se está ocorrendo a aprendizagem, como por exemplo uma das operações básicas ou qualquer outro conhecimento, é fundamental a diversificação das estratégias de ensino e garantir a participação ativa do aluno durante todo o processo, Boaler (2018) afirma que a aprendizagem ocorre quando uma sinapse dispara e que, para favorecer a plasticidade cerebral, é necessário revisar essas ideias e compreendê-las profundamente. A melhor forma de fazer isso é explorando o mesmo conceito de diferentes maneiras. Ou seja, quanto mais diversificado for e mais envolvente a metodologia é para o aluno, maior é a frequência de sinapses resultando em uma melhor consolidação.

Outro elemento citado anteriormente é a forma como se é armazenada as informações que é no formato de memórias, entretanto as memórias podem ser classificadas de acordo com sua função, conteúdo e tempo de duração.

A primeira memória e mais importante no contexto da matemática é a memória de trabalho que segundo Izquierdo (2018), é uma forma breve e fugaz de memória que serve para “gerenciar a realidade”, sendo responsável por processar os acontecimentos,

interpretar o contexto, e determina se a informação será armazenada ou não. Esse tipo de memória atua principalmente na aquisição de uma nova informação os dados da informação ativa por no máximo alguns minutos, e é essencial para atividades cotidianas, como resolver problemas matemáticos com várias etapas, onde é necessário manter temporariamente resultados parciais.

Seu processamento está associado principalmente pelo córtex pré-frontal e o hipocampo, áreas do cérebro envolvidas também com emoções, motivações e estados de ânimo (Izquierdo, 2018). Por isso, distrações, cansaço ou desmotivação podem ser fatores que podem afetar negativamente a eficácia da memória de trabalho, tendo a recíproca como verdadeira, e conseqüentemente afeta a aprendizagem. Ou seja, qualquer defasagem na memória de trabalho afeta diretamente o processamento de informações tão importantes na matemática prejudicando o aprendizado.

De acordo com o conteúdo presente nas memórias, podemos classificar majoritariamente duas, sendo elas a memória declarativa e memória procedural. Segundo Izquierdo (2018) a declarativa é todo tipo de informação presente em nosso cérebro que somos capazes de declarar, seja um conceito, um acontecimento, uma lembrança de infância ou qualquer outro tipo de informação podendo ter duração de minutos, horas, dias, meses, anos e até décadas. Já a procedurais ou de procedimentos, são memórias motoras ou sensoriais comumente chamadas de “hábitos”, podendo durar a vida inteira (Izquierdo, 2018).

E baseado nesses tempos, podemos classificar dois tipos de memórias, sendo elas as memórias de curto prazo e memória de longo prazo. De acordo com Izquierdo (2018) a memória de curto prazo possui uma duração que varia de 1 a 6 horas, já a memória de longo prazo é uma memória de longo prazo se trata de uma memória do tipo declarativa que possui duração que varia de dias a décadas. Quando se estuda, o principal objetivo é transformar memória de curto prazo em memórias de longo prazo, entretanto, de toda informação que é processada ao longo do dia, apenas uma pequena fração é armazenada de maneira mais duradoura e o restante é esquecido, e o que faz isso são os mecanismos de consolidação.

Boa parte do mecanismo de consolidação e esquecimento se dá devido à constância do uso da informação. Assim, afirma Izquierdo (2018, p. 74): "quanto mais se usa, menos se perde". Tendo em vista que a comunicação das informações se dá através das

sinapses, quanto mais acontece a sinapse entre os neurônios, mais forte se torna a via neural e como consequência, se torna cada vez mais fácil o acesso àquela informação, e a recíproca é verdadeira, com desuso da informação as vias neurais tendem a se tornarem mais fracas ou até mesmo se extinguirem.

Não só isso, mas também o período com o qual se revisita essas informações é importante, Feldman (2015) descreve os estudos Hermann Ebbinghaus que ocorreram por volta dos anos de 1885 à 1913 e se tornou famoso pela sua pesquisa sobre memória, tendo como destaque a curva de esquecimento, em que é apresentado o tempo com o qual deve se visitar as informações para que elas venham a reter por mais tempo na memória, das quais, as primeiras horas e dias após a aquisição são cruciais, e a medida que o tempo passa as revisões se tornam menos periódicas.

Tendo em vista a importância de outros fatores como o estado de ânimo e motivação e como eles impactam quase que diretamente no processo de aprendizagem, é importante destacar os conceitos de mentalidades desenvolvidos por Carol Dweck (2016), que se dividem em duas, mentalidades fixas e mentalidades de crescimento.

A mentalidade fixa considera a inteligência como algo imutável e alunos que possuem essa mentalidade são mais propensos a desistir diante de atividades mais desafiadoras, sendo um dos principais motivadores o medo de errar e ser julgado como uma pessoa que não é inteligente. Essa mentalidade costuma na maioria das vezes trazer sentimentos negativos no processo de aprendizagem.

Já a mentalidade de crescimento considera a inteligência com algo maleável e pode ser desenvolvida através de estudos e acaba se destacando em situações que o aluno está diante um desafio ou na possibilidade de errar o aluno se estimula.

As mentalidades não só influenciam na forma como as pessoas pensam e interpretam a realidade, mas segundo Dweck (2016) afetam a forma como se armazena as informações, ou seja, a depender das mentalidades, a forma como duas pessoas armazenam a mesma informação muda, o que pode refletir no aprendizado a longo prazo do aluno.

Das diversas situações em que a mentalidade é determinante, a que mais se destaca é a situação em que o indivíduo se depara com as possibilidades de sucesso ou de

fracasso, que é algo bastante comum em sala de aula, principalmente no estudo da matemática, e são nessas situações que são estimuladas dependendo da forma como é tratado o erro e o acerto.

Segundo Boaler (2018) afirma que, o erro deve ser exaltado publicamente em sala de aula, isto é, em situações que ocorrem erros, principalmente quando notamos que foi um erro comum da grande maioria, se faz necessário abordar esse erro de maneira positiva, explicando que é algo comum de se acontecer e exemplificando com outras situações problemas, pois são situações como essas que estimulam a mentalidade de crescimento na grande maioria.

Além do tratamento coletivo, é de fundamental importância passar mensagens positivas acerca do erro de maneira individualizada, mudando a compreensão do aluno para algo que é normal durante o processo de aprendizagem.

Tendo em vista que a matemática é construída através de princípios lógicos dos quais se destacam o princípio da não contradição que de acordo com Aristóteles (1999) uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Ou seja, uma proposição não pode estar certa e errada ao mesmo tempo.

Já o princípio do terceiro excluído é bastante semelhante ao anterior, e consiste no fato que uma proposição é verdadeira ou falsa, excluído uma terceira possibilidade (Aristóteles, 1999). Sendo assim, quando tratamos problemas matemáticos, temos uma dicotomia muito clara de que uma questão esteja certa ou errada, devido aos princípios citados anteriormente, e situações como essa são muito comuns em metodologias como a da resolução de problemas.

A metodologia de resolução de problemas, desenvolvida pelo matemático George Polya e publicada em seu livro “A arte de resolver problemas”, de 1945, consiste basicamente em abordar um problema em quatro etapas claras. A primeira etapa é a compreensão do problema: para resolver um problema, é necessário inicialmente compreender as informações presentes na questão e o que se pede para fazer com essas informações. A segunda etapa é o estabelecimento de um plano, que é definir qual percurso serão necessários para encontrar a solução. Polya enfatiza que, para criar um plano eficaz, é importante ter conhecimentos prévios e bons hábitos mentais. A terceira etapa é a execução

do plano, uma das partes mais importantes, pois é necessário paciência para a realização de cada etapa. Por fim, a quarta etapa é o retrospecto, é o momento em que acontece a análise dos resultados obtidos, buscando qualquer inconsistência que possa levar a um erro.

Além disso, Segundo Torre (2007) quanto mais complexa for a situação problema ou o fenômeno, maior será a probabilidade de um erro acontecer, sendo algo muito comum no campo do ensino, entretanto, após o erro deveria está a superação do mesmo. E essa colocação se torna algo lógico, quanto mais complexo a situação, além de aumentar a demanda da memória de trabalho, maior é a evocação de informações, e se houver a ausência de algum informação crucial para a resolução, pode se tornar o precursor de um erro.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) orientavam que a resolução de problemas ajuda os alunos a mobilizarem conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar informações que já possuem, permitindo que, além de ampliar seus conceitos e procedimentos matemáticos, também ampliem sua visão sobre problemas, sobre a matemática e sobre o mundo em geral, desenvolvendo sua autoconfiança (Brasil, 1997). Ou seja, quando bem executada, a resolução de problemas, além de aumentar a atividade sináptica entre as informações preexistentes, facilitando a consolidação de uma determinada informação, pode contribuir para o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento, principalmente quando se tem uma visão de busca do motivador do erro.

Para Torre (2007) a pessoa criativa em situações desafiadoras e problemáticas tendem a crescer, pois situações como essa costumam apresentar mais estímulo do que situações rotineiras e o erro pode ser interpretado como um procedimento construtivo, como método de transmissão científica e transmissão didática. Ou seja, assim como a ciência é construída através de erros sucessivos, o conhecimento pode adquirido de maneira semelhante.

Em estudos o neurocientista Jason Moser *et al.* (2011) constatou que em situações de resolução de problemas apresentava um diferencial de atividade sináptica que variava de acordo com a mentalidade, mais especificamente os alunos que possuíam uma mentalidade de crescimento mediante o erro tinha um aumento significativo da atividade cerebral, fazendo com que o erro se tornasse uma oportunidade de aprendizagem.

Em situações em que o erro acontece, é de fundamental importância a busca sobre quais os causadores desse erro, pois, ao tratar o erro partindo dos princípios lógicos da não contradição e terceiro excluído, de maneira a não esclarecer o motivo do erro, é o que Alrø e Skovsmose (2010) consideram como o absolutismo da sala de aula, quando os erros dos alunos são tratados como absolutos, simplesmente fazendo afirmações como “está errado!” ou “Não é assim que se faz!”. Isso gera um grande problema, pois quando se adota uma postura “absolutista” durante a correção dos erros, restringe a mentalidade de crescimento ao impedir a reflexão. Não só isso, mas Por outro lado, um *feedback* que considera o erro como um indicador de algum processo cognitivo não consolidado, amplia as possibilidades de reflexão.

Além de uma postura absolutista, em casos mais extremos o erro pode ser o precursor de punições ou castigos que segundo Luckesi (2013), os castigos devido ao erro na prática escolar, além de desenvolver, reforça no educando uma compreensão culposa sobre a vida, pois, além do castigo externo, o aluno desenvolve um comportamento de autopunição.

Para Saddo (2007), um dos fatores que mais influenciam a aprendizagem é a forma como o professor lida com o erro do aluno, que varia de acordo com as concepções que o professor possui sobre os erros, como a concepção absolutista, entretanto o erro pode ser causado por diversos fatores como os discutidos a seguir.

Saddo (2007), apresenta três concepções sobre o erro, sendo a primeira a concepção de “cabeça vazia”, que consiste na ausência de alguma informação ou conceito importante para a resolução, ou seja, para o docente, o aluno não possui a informação necessária para ter êxito no problema proposto.

A segunda concepção é o de “massa mole”, no qual o professor entende que de alguma maneira, os conceitos foram compreendidos de maneira errônea ou incompleta e não podem ser registrados dessa maneira. Essa concepção é importante pois não necessariamente o erro precisa ser evitado, mas sim corrigido para que não venha a se consolidar de maneira errônea,

Por fim, a terceira concepção, segundo o autor, é apresentada como “pequenos passos”, pois considera o conhecimento como algo em várias etapas e que alguma dessas etapas importantes para a resolução não foi consolidada.

As concepções de “cabeça vazia” e “pequenos passos” remetem a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que define um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais. Conforme afirma o próprio documento, “A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais” (Brasil, p.9, 2018). Ou seja, um dos principais documentos norteadores da educação brasileira, traz como proposta uma progressão de habilidades e baseado nas concepções, o erro pode ocorrer por em algum momento não ter uma consolidação eficaz na progressão.

Essas são apenas algumas concepções que existem sobre o erro, outros autores como Torre (2007) também apresentam outras concepções que estão mais ligadas a desatenção nas informações ou interpretação.

Essas concepções servem principalmente para mudar a visão de que o erro é algo abominável assim como alega Cury (2019), o que acaba gerando grande temor nos alunos, e muita das vezes, essa visão de não aceitação do erro é gerado pela forma como maior parte dos trabalhos dos matemáticos serem apresentados de maneira muito polida, sem as falhas no processo, hesitações, idas e vindas nos raciocínios, e essa ideia se apresenta tanto nos alunos quanto nos professores.

Assim Torre (2007) afirma que boa parte das condutas negativas de omissão do erro são provenientes do mesmo e na maioria das vezes não são conscientes e se faz necessário a construção de uma nova epistemologia do erro, encarando-o como um sintoma e não como o mal.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A presente pesquisa bibliográfica permitiu compreender que a aprendizagem em matemática é algo que vai muito além da simples memorização de fórmulas e procedimentos através de repetição de um mesmo método que não engaja ou é significativo para o aluno. A neurociência e a psicologia da aprendizagem mostram que o erro desempenha um papel importante no processo de aprendizagem, pois ao ser encarado com uma mentalidade de

crescimento, atua como fortalecedor das redes neurais e no desenvolvimento da autonomia dos alunos.

Além disso, uma valorização ou normalização do erro em sala de aula contribuem diretamente para o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento, favorecendo a motivação e ajudando a romper com barreiras emocionais acerca do erro, melhorando a aquisição de informações na memória de longo prazo. Além disso, práticas que respeitam todo o processo fisiológico de aprendizagem, e o tempo de consolidação e estimulem a resolução de problemas viabiliza uma aprendizagem mais duradoura e significativa.

Apesar dos diversos fatores que fogem do controle da escola e do professor, torna-se essencial que fatores que estão sob o domínio dos mesmos sejam mais favoráveis ao aprendizado, como ambientes mais acolhedores nos quais o erro é reconhecido como oportunidade de reflexão e não como uma falha que deve ser evitada ou encarada com uma respectiva absolutista. Estratégias como o *feedback* construtivo e a diversificação de metodologias, principalmente as que engajam mais o aluno, trazendo à tona um pouco do seu contexto sociocultural e outros fatores que são da realidade do aluno se mostram muito eficazes baseadas nos conhecimentos da neurociência.

Dessa forma, conclui-se que a integração dos conhecimentos da neurociência e da psicologia da aprendizagem a educação matemática oferece subsídios teóricos e práticos muito importantes para um ensino focado em uma consolidação eficaz dos conhecimentos principalmente ao reconhecer o erro como parte fundamental do processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**/ Saddo Ag Almouloud. – Curitiba : Ed. UFPR, 2007.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2010). *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática* (O. A. Figueiredo, Trad.). Autêntica.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador**/Jo Boaler; - Porto Alegre : Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

COSENZA, Ramon M.; GUERRA, Leonor B.. **Neurociência e Educação: como o cérebro aprende**. Porto Alegre: Artmed, 2011. 152 p.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013. 201 p

IZQUIERDO, Ivan. **Memória** [recurso eletrônico] / Ivan Izquierdo. – 3. ed. – Porto Alegre : Artmed, 2018

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudo e proposições**. São Paulo: Cortez, 2013. 270 p.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, B. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

MOSER, Jason S. et al. **Mind Your Errors**. Psychological Science. Online, p. 1484-1489. 31 out. 2011

PIAZZI, Pierluigi. **Aprendendo inteligência: manual de instruções do cérebro para alunos em geral**. Pierluigi Piazzi. 2. Ed. São Paulo: Aleph, 2008. 140 p. (Coleção neuropedagogia; vol. 1);

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

TORRE, Saturnino de La. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. 1 ed. Porto Alegre: ArtMed Editora, 2007. 240 p. (Biblioteca Artmed). ISBN 9788536308326.

SOBRE OS AUTORES

RODRIGO SOUZA DA SILVA

Graduando em Licenciatura em matemática pelo Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE) *Campus Canindé*.

IGOR LIMA RODRIGUES

Graduado em Pedagogia pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e mestrado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC).

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Mestrado Acadêmico em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e doutorado pela Universidade Estadual do Ceará (UECE).

CAPÍTULO 9

POLÍGONOS REGULARES E GEOGEBRA: UM ESTUDO DE CASO

*Eduardo Farias Nunes
Eugeniano Brito Martins*

RESUMO

Este recorte da pesquisa aborda o uso do software GeoGebra como ferramenta de apoio no ensino de geometria plana, com ênfase em polígonos regulares. O principal objetivo foi analisar o impacto do GeoGebra na assimilação de conhecimentos por alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de tempo integral. A metodologia consistiu na aplicação de um minicurso para uma turma do 2º ano. Antes da oficina, os alunos responderam a um pré-teste; após a atividade, realizaram um pós-teste com nível e conteúdo equivalentes. Por motivos diversos e alheios à pesquisa, apenas 27 alunos participaram de ambos os testes, sendo suas respostas as avaliadas. Ao comparar os resultados, observou-se que o desempenho no pós-teste diferia significativamente do pré-teste. Constatou-se que a oficina com o GeoGebra proporcionou uma melhor compreensão dos conceitos relacionados aos polígonos regulares abordados. Conclui-se que o GeoGebra é um recurso eficaz no ensino da matemática, mas seu uso requer maior integração entre teoria e prática, além de preparo adequado dos professores para orientar os alunos de maneira eficiente.

Palavras-chave: Polígonos regulares. GeoGebra. Ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

Este texto apresenta os resultados da pesquisa intitulada: *Polígonos Regulares e GeoGebra: Um estudo de caso*, onde pretendíamos identificar as possíveis contribuições do programa para o ensino e a aprendizagem de polígonos regulares em uma turma de 2º ano de uma escola de ensino médio de tempo integral.

O avanço tecnológico permite tornar os conteúdos mais simples, dinâmicos e interativos. O GeoGebra, por exemplo, pode revolucionar o ensino da Matemática, tornando-o mais eficaz e participativo. Apesar de sua aplicação ser ampla, muitas escolas ainda não o utilizam, mantendo-se no método tradicional. Outro ponto relevante é a complexidade da geometria, que exige compreensão bidimensional e tridimensional. Presente no cotidiano, a geometria plana estuda figuras sem volume, sendo essencial na Matemática. O GeoGebra, como ferramenta de apoio, pode ajudar os alunos a superarem dificuldades nesse conteúdo, especialmente no estudo de polígonos regulares no Ensino Médio.

Durante a formação em Licenciatura em Matemática do IFCE – Campus Canindé, os estudantes exploram diversas tecnologias educacionais, incluindo o GeoGebra. Conforme o Projeto Político Pedagógico (2018), essa ferramenta é aplicada em disciplinas como Geometria Euclidiana Plana, Geometria Espacial, Construções Geométricas e Informática Aplicada ao Ensino de Matemática.

Esta pesquisa teve como objetivo apresentar o GeoGebra como estratégia metodológica para o ensino de polígonos regulares; analisando as contribuições do programa para a aprendizagem em Matemática por meio de um minicurso; e avaliar quantitativamente o impacto da oficina no ensino de polígonos regulares em turmas do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Canindé, Ceará.

A aplicação do GeoGebra visa promover trocas de conhecimento com os alunos participantes, modificando suas rotinas de aprendizagem e incentivando o acesso a novas fontes de informação. Isso permitirá que gradualmente superem parte de suas dificuldades na compreensão de polígonos regulares.

Muitos conceitos matemáticos apresentam desafios aos estudantes. As deficiências no ensino da matemática decorrem de vários fatores, como: a formação docente inadequada; infraestrutura escolar precária e dificuldades dos alunos em conceitos básicos, como as operações fundamentais. Diante desse cenário, este projeto tenta ajudar os alunos a vencerem suas dificuldades no estudo de polígonos regulares na geometria plana. Uma vez que na formação docente, Polettini (1999) diz que os professores precisam aprender a relacionar o conteúdo com a realidade dos alunos.

Este artigo contribui para a formação inicial e continuada de professores, apresentando o GeoGebra - uma ferramenta ainda pouco explorada - como recurso didático. Buscando divulgar os resultados obtidos para contribuir com a formação dos professores que ensinam Matemática.

A INSERÇÃO DA TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO E O PAPEL DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Segundo Santos (2010), a inserção da tecnologia na educação no Brasil iniciou-se nas universidades no final da década de 1970, em áreas específicas como matemática, física e química, por meio de programas e projetos governamentais que visavam implementar o

uso funcional do computador em escolas públicas. Com o tempo, tornou-se evidente que a tecnologia da informática evoluiu rapidamente, integrando não apenas o computador e seus periféricos, mas também todas as demais tecnologias de escrita, áudio e vídeo já presentes na sociedade. Como destaca Paiva (2008, p. 30), essa convergência incluiu desde ferramentas tradicionais — como máquinas de escrever, imprensa, gravadores de áudio e vídeo, projetores de slides e vídeo, rádio, televisão, telefone e fax — até sistemas de comunicação como correio e telégrafo.

Paiva (2008) ressalta que, ao combinar-se com recursos de escrita, áudio e vídeo, a tecnologia transformou profundamente a comunicação e o acesso à informação. Seu estudo demonstra que, mais do que substituir métodos convencionais, a tecnologia tem o potencial de ampliar as possibilidades educacionais. Um exemplo é o software GeoGebra, que une matemática, tecnologia e interatividade para promover um aprendizado mais dinâmico e eficaz. Essa perspectiva é reforçada por Santos (2010), que afirma:

A informática, inserida no mundo escolar, então, precisa estar ancorada em alguns fatores importantes: uma boa formação de professores, os quais, não só possuam conhecimentos metodológicos de como usar o computador em suas disciplinas, mas conhecer a “máquina” e saber a hora de procurar um auxílio de um especialista. (SANTOS, 2010).

Para Santos (2010), a capacitação docente é fundamental para o uso eficaz da tecnologia na educação. Além de dominar metodologias de aplicação em suas disciplinas, os professores devem compreender o funcionamento dos recursos tecnológicos e reconhecer quando necessitam de suporte técnico. Dessa forma, a tecnologia torna-se uma ferramenta de apoio ao ensino, e não um obstáculo.

Como destaca Micotti (1999), é comum que as escolas se concentrem na transmissão superficial de informações, priorizando a memorização de textos ou trechos de livros didáticos em detrimento da compreensão significativa. O autor alerta que "a memorização pode ocorrer sem compreensão. A falta de compreensão pode chegar a ponto de impedir que a informação tenha algum significado para o aluno e comprometer sua transformação em conhecimento" (Micotti, 1999). Diante desse cenário, torna-se essencial repensar as práticas educacionais, saindo de abordagens tradicionais e explorando metodologias que promovam uma aprendizagem verdadeiramente significativa.

Essa resistência à mudança é abordada por Borba (2017, p. 56), que observa: "alguns professores procuram caminhar numa zona de conforto onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável". Essa postura reflete uma aversão ao desconhecido, mantendo os educadores em práticas consolidadas mesmo quando reconhecem suas limitações. Muitos docentes, embora cientes de que seus métodos não favorecem a aprendizagem dos alunos e desejando transformar suas práticas pedagógicas, relutam em adotar abordagens inovadoras por medo de adentrar a chamada "zona de risco".

Conforme Borba (2017), a zona de risco implica na perda de controle sobre o processo educacional e na possibilidade de lidar com métodos que se tornaram obsoletos. Um exemplo concreto dessa fragilidade ocorre no uso de tecnologias educacionais: turmas anteriores podem ter reconfigurado computadores em laboratórios, atrasando as atividades planejadas para aulas de matemática. Além disso, muitos professores, devido à formação insuficiente em tecnologia, dependem de auxílio externo para configurar equipamentos e instalar softwares - uma dificuldade agravada pela escassez de tempo durante as aulas e pela falta de profissionais especializados para manter os laboratórios de informática em pleno funcionamento.

A utilização de computadores em sala de aula, mesmo quando a parte teórica é bem planejada, frequentemente gera situações imprevisíveis. Ações simples como pressionar teclas podem executar comandos inesperados, e mesmo professores experientes enfrentam dúvidas que exigem reflexão profunda ou discussão com colegas para serem resolvidas. Essa imprevisibilidade ocorre porque o computador nem sempre fornece respostas claras, funcionando como um "oráculo" (Leite apud Borba, 2017) - na mitologia, uma entidade que responde às consultas com enigmas que exigem interpretação. Da mesma forma, as respostas apresentadas na tela do computador nem sempre são óbvias, exigindo conhecimento prévio do software para serem compreendidas adequadamente.

Embora a chamada "zona de risco" (Borba, 2017) apresente desafios, ela também oferece vantagens significativas, pois pode catalisar mudanças e impulsionar o desenvolvimento tanto dos alunos quanto dos professores, transformando as situações de ensino e aprendizagem. Para navegar nesse território com eficiência, é essencial não apenas dominar a informática básica, mas compreender como utilizar essas ferramentas de maneira pedagógica. As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) aplicadas ao ensino de matemática exigem, sobretudo, a compreensão de que os softwares

são desenvolvidos especificamente para potencializar o processo de aprendizagem matemática.

Como ressalta Jucá (2006), é crucial entender que nenhum software substitui o professor, mas sim atua como complemento valioso no processo educacional. Entre as ferramentas educacionais atuais, destaca-se o GeoGebra - um software de matemática dinâmica que integra diversas áreas como Geometria, Álgebra, Gráficos, Probabilidade e Estatística. Sua interface intuitiva e disponibilidade em múltiplos idiomas o tornam acessível a milhões de usuários mundialmente.

Preiner (2008, p. 31) explica que esse software foi "desenvolvido com a finalidade de unir as vantagens dos diferentes tipos de softwares de matemática", tornando-se ferramentas versáteis aplicáveis a diversos conteúdos e níveis de ensino. Essa integração de funcionalidades, conforme destacado por Preiner (2008), oferece recursos valiosos para diferentes metodologias de ensino, tornando o processo de aprendizagem mais flexível e eficaz.

Souza (2012, p. 66) complementa: "o GeoGebra tem ferramentas que proporcionam mais praticidade e dinamicidade ao se trabalhar com funções matemáticas". Sua facilidade de uso como software de Geometria Dinâmica (Hohenwarter; Preiner, 2007 apud Souza, 2012) elimina a necessidade de aulas extras para capacitação no manuseio técnico, permitindo que o foco permaneça nos conceitos matemáticos. É nesse contexto que este projeto de pesquisa propõe a realização de um minicurso sobre essa ferramenta em uma escola de ensino médio no município de Canindé.

A implementação seguirá as etapas metodológicas delineadas nesta proposta preliminar, considerando também as características específicas da estrutura acadêmica da escola em questão.

METODOLOGIA

Para a implementação deste projeto, foi essencial selecionar uma instituição de ensino que oferecesse tanto acessibilidade quanto viabilidade para a proposta. A escolha recaiu sobre uma escola que possibilitava fácil acesso e onde já existia um conhecimento prévio da equipe pedagógica. Essa proximidade facilitou a compreensão do contexto educacional da instituição, confirmada após a análise do Projeto Político Pedagógico (PPP)

da Escola de Ensino Médio em Tempo Integral. A escola, instalada na região centro-norte em 2016, conta com 12 turmas (sendo 5 de primeiro ano) totalizando 189 alunos, e um corpo docente de 26 professores, incluindo 4 regentes de matemática e outros 3 licenciados na área que atuam em química, física e informática. Os professores de matemática possuem formação específica em licenciatura.

O desenvolvimento do projeto iniciou-se com o estudo dos fundamentos teórico-práticos da pesquisa, baseando-se em autores relevantes da área e relacionando suas contribuições com os achados da investigação. Foram priorizados estudos sobre tecnologia na educação e no ensino de matemática, processos de aprendizagem no ensino médio, ludicidade e aprendizagem, entre outros temas pertinentes.

Posteriormente, realizou-se uma reunião com o professor regente e o coordenador pedagógico para apresentar o projeto do minicurso "Conhecendo polígonos através do GeoGebra". Após a aprovação, em datas distintas, foram aplicados: o pré-teste para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, uma aula teórica sobre o GeoGebra, e finalmente o minicurso propriamente dito com uma turma de 2º ano contendo 33 alunos.

Os instrumentos de avaliação (pré e pós-teste) foram adaptados a partir de bancos de questões de avaliações externas, com foco em geometria plana e polígonos regulares. Embora aplicado a toda a turma, para um melhor controle dos dados analisou-se apenas a amostra de 27 alunos que participaram de ambas as avaliações.

O minicurso, com duração total de 4 horas (incluindo aplicação dos testes), explorou de forma eficiente as potencialidades do GeoGebra no ensino de polígonos regulares. Ao final, os dados coletados foram organizados e sistematizados para uma análise comparativa do desempenho antes e após a intervenção. Os resultados quantitativos, apresentados em percentuais, demonstraram a eficácia do software GeoGebra no aprendizado de geometria plana no ensino de matemática para uma turma de 2º ano do ensino médio.

A metodologia adotada privilegiou a interatividade e participação ativa dos alunos. Inicialmente, foram apresentados os conceitos básicos de diagonais, vértices e arestas, solicitando aos alunos que identificassem essas características em diversos polígonos. Em seguida, construíram-se coletivamente as figuras no GeoGebra, permitindo a visualização concreta das relações entre esses elementos - estratégia que reforçou significativamente a compreensão teórica, pois os próprios alunos indicavam a formação das figuras.

Na etapa seguinte, os estudantes enfrentaram desafios progressivos: primeiro construíram polígonos com parâmetros determinados (incluindo medidas, ângulos internos e cálculo de áreas), e depois tiveram liberdade para criar com valores de sua escolha. Essa abordagem não apenas consolidou o aprendizado, mas também desenvolveu a autonomia no uso da ferramenta digital, tornando o processo educativo mais interativo e significativo. No próximo tópico, apresentamos a análise de algumas das questões aplicadas.

ANÁLISE DOS DADOS

Na aplicação dos testes, o pré-teste contou com a participação de 33 alunos, enquanto o pós-teste teve 30 participantes. Desses, 27 estudantes estiveram presentes em ambas as avaliações. Por isso, optou-se por analisar apenas os resultados desses 27 alunos, garantindo uma comparação mais fiel entre os conhecimentos prévios e os adquiridos após o uso do GeoGebra. A consistência das questões em ambos os testes reforça a validade da pesquisa, pois assegura que as comparações entre as duas avaliações sejam baseadas nos mesmos parâmetros de conhecimento.

O pré-teste teve como objetivo avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo abordado. Já o pós-teste foi aplicado após o uso do GeoGebra, com o intuito de verificar a evolução da aprendizagem, permitindo comparar o desempenho antes e depois da intervenção.

O processo avaliativo, conduzido por meio de pré-teste e pós-teste, está alinhado aos objetivos estabelecidos pela BNCC (2018), que enfatiza o desenvolvimento de habilidades como análise de propriedades geométricas e resolução de problemas com o auxílio de tecnologias digitais, entre elas o GeoGebra. A BNCC propõe que os alunos explorem e apliquem conceitos geométricos de forma prática e interativa. Nesse contexto, o GeoGebra – por permitir a visualização dinâmica e a manipulação de figuras geométricas – torna-se uma ferramenta eficaz para facilitar a compreensão desses conceitos de maneira acessível.

Essa abordagem demonstrou contribuir significativamente para a evolução da aprendizagem, conforme evidenciado pelos resultados do pós-teste, estando em consonância com as competências da BNCC. Analisando as questões a seguir, observamos uma mudança nas respostas dos alunos após a participação na oficina de Geogebra, quando analisamos as respostas do pré-teste e do pós-teste.

Análise de duas questões

Uma das questões que estamos apresentando, tinha como enunciado: “Dado o pentágono regular ABCDE, determine α no seguinte caso, sabendo que o ponto O está exatamente no seu centro?”. A questão apresentava a figura do pentágono e os alunos deveriam marcar uma das cinco possíveis opções como resposta.

Esta questão, aplicada no pré-teste, avaliou conteúdo dos anos finais do ensino fundamental relativos a ângulos e propriedades de polígonos. A alternativa correta, item D, foi selecionada por 48% dos alunos (Quadro 1), revelando dificuldades iniciais na compreensão e aplicação do conceito de soma dos ângulos internos de polígonos.

QUADRO 1: Percentual de respostas da questão 1, no pré-teste e no pós-teste.

Opções de Respostas	Percentagem de respostas marcadas pelos alunos	
	Pré-teste	Pós-teste
a) 22°	7 %	0 %
b) 35°	7 %	15 %
c) 47°	0 %	7 %
d) 72°	48 %	67 %
e) 84°	37 %	11 %

Fonte: Dados do autor.

No minicurso, empregamos o GeoGebra para demonstrar a construção de polígonos regulares mediante decomposição em triângulos congruentes. A metodologia adotada consistiu em: Dividir o polígono em triângulos com vértices no centro da figura; Estabelecer as bases dos triângulos como os lados do polígono; Exemplificar com um pentágono regular decomposto em cinco triângulos isósceles congruentes. Para essa atividade, utilizamos as seguintes ferramentas do GeoGebra: Polígono Regular; Ponto Médio/Centro; Segmento de Reta.

No pós-teste, ao reaplicar a questão com as opções de resposta reordenadas, constatamos que a escolha do item correto aumentou para 67% (Quadro 1), significando uma melhoria na compreensão do conteúdo.

Esses resultados sugerem que a abordagem visual e prática proporcionada pelo GeoGebra contribuiu efetivamente para a aprendizagem dos conceitos geométricos, facilitando a compreensão das propriedades dos polígonos.

Ao analisar a questão 2, cujo enunciado é “Qual é o polígono cuja soma dos ângulos internos vale 1800° ?”, propõem uma avaliação na compreensão dos alunos no que se refere a soma dos ângulos de um polígono. Observamos no Quadro 2, que as respostas dos participantes no pré-teste e no pós-teste.

QUADRO 2: Percentual de respostas da questão 2, no pré-teste e no pós-teste.

Opções de Respostas	Percentagem de respostas marcadas pelos alunos	
	Pré-teste	Pós-teste
a) octógono	37 %	19 %
b) pentadecágono	22 %	19 %
c) dodecágono	7 %	39 %
d) icoságono	19 %	15 %
e) pentágono	15 %	11 %

Fonte: Dados do autor.

Na análise do pré-teste, observou-se que os alunos apresentavam dificuldades em reconhecer os seguintes conteúdos: a relação entre a soma dos ângulos internos e o tipo de polígono, a aplicação da fórmula $S = (n - 2) \times 180^\circ$ e a identificação da nomenclatura dos polígonos regulares. A alternativa correta, item c, foi a menos assinalada (Quadro 2).

Após a realização da oficina no GeoGebra, que abordou polígonos regulares por meio de atividades estruturadas em etapas — construção de diversos polígonos no software, demonstração visual da relação entre o número de lados e os ângulos internos, exercícios práticos de medição de ângulos e explicação detalhada da nomenclatura dos polígonos mais comuns —, verificou-se uma mudança significativa no desempenho dos alunos.

Conforme os dados do pós-teste no Quadro 2, houve uma redução nas respostas incorretas e um aumento expressivo na escolha da alternativa correta, item c, que passou de 7% no pré-teste para 39% no pós-teste.

Os resultados obtidos na pesquisa demonstram que a utilização do GeoGebra como ferramenta de ensino contribuiu significativamente para a aprendizagem de conceitos geométricos relacionados a polígonos regulares. A comparação entre os desempenhos no pré-teste e pós-teste revelou uma evolução consistente na compreensão dos alunos, especialmente em questões envolvendo soma de ângulos internos, propriedades dos polígonos e aplicação de fórmulas matemáticas. Embora alguns desafios permaneçam, como a distinção entre diferentes tipos de questões sobre diagonais, o aumento percentual

de acertos e a maior familiaridade com a nomenclatura e características dos polígonos comprovam a eficácia da abordagem dinâmica e interativa proporcionada pelo software.

Além disso, a metodologia adotada mostrou-se alinhada às competências da BNCC, reforçando a importância da integração de tecnologias digitais no ensino da matemática. A visualização prática dos conceitos abstratos, possibilitada pelo GeoGebra, não apenas facilitou a compreensão, mas também estimulou o engajamento dos alunos. Os resultados sugerem que investir em formações docentes para o uso de ferramentas tecnológicas e ampliar atividades práticas com softwares educativos pode potencializar ainda mais a qualidade do ensino e da aprendizagem em geometria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo avaliou a eficácia do GeoGebra como recurso didático no ensino de polígonos regulares por meio da aplicação do minicurso "Conhecendo Polígonos através do GeoGebra". Os resultados demonstraram avanços significativos na aprendizagem, embora tenham sido identificados alguns desafios a serem pesquisados.

Os dados do pré-teste revelaram que os alunos apresentavam consideráveis dificuldades em compreender propriedades geométricas fundamentais, particularmente no que diz respeito ao cálculo da soma dos ângulos internos e à determinação do número de diagonais dos polígonos. Após a intervenção com o GeoGebra, constatou-se uma melhora perceptível no desempenho dos estudantes, especialmente em questões que envolviam a visualização e manipulação interativa das figuras geométricas. Esse progresso reforça o valor pedagógico de ferramentas tecnológicas que tornam os conceitos matemáticos mais concretos e visualmente acessíveis.

Contudo, persistiram algumas dificuldades específicas, principalmente relacionadas ao cálculo preciso de diagonais e à aplicação correta da nomenclatura dos polígonos. A análise dos resultados indicou que, o uso do GeoGebra produziu impactos positivos significativos nos itens que abordavam diagonais e soma de ângulos internos. Esses achados ressaltam a importância de ampliar o tempo de prática com o software e de buscar uma integração mais efetiva entre os aspectos teóricos e práticos do conteúdo.

Vale destacar que a curta duração do minicurso pode ter limitado a eficácia da intervenção. O tempo reduzido de exposição à ferramenta dificultou uma exploração mais

aprofundada de todas as funcionalidades do GeoGebra, o que provavelmente contribuiu para a permanência de algumas dificuldades. Essa constatação evidencia a necessidade de uma mediação pedagógica mais qualificada e prolongada, capaz de orientar adequadamente os alunos no uso do software e de maximizar seus benefícios educacionais.

Embora o GeoGebra tenha se mostrado eficaz na promoção de uma aprendizagem mais dinâmica e interativa, seu uso plenamente eficiente demanda docentes bem-preparados para guiar o processo de ensino. A capacitação adequada dos professores é fundamental para garantir que o potencial educativo da ferramenta seja totalmente aproveitado em benefício da aprendizagem dos estudantes.

Em síntese, a experiência com o GeoGebra trouxe contribuições relevantes para o aprendizado dos alunos, mas também apontou áreas que requerem aprimoramento. A continuidade de estudos nessa linha pode oferecer novas perspectivas para o ensino da geometria, tornando a educação matemática mais acessível e interativa. A integração estratégica de diferentes recursos tecnológicos apresenta-se como um caminho promissor para unir matemática, tecnologia e interatividade em prol de uma aprendizagem mais efetiva.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e educação matemática. 5. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017. 103 p. (Tendência em Educação Matemática). ISBN 9788575260210.

HOHENWATER, Markus; PREINER, Judith; The Journal of Online Mathematics and Its Applications, v. 7. Article ID 1448. March 2007. Disponível em: <https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html> Acesso em 18 de ago. de 2024.

JUCÁ, Sandro César Silveira. A relevância dos softwares educativos na educação profissional. Ciências & Cogitação 2006, online, v. 8, p. 22-28, ago. 2006.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas, 1999. *in Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas/* organizadora Maria Aparecida Viggiani Bicudo. - São Paulo: Editora UNESP, 1999. - (Seminário & Debates).

PAIVA, Vera Lúcia Menezes de Oliveira. O Uso da Tecnologia no Ensino de Línguas Estrangeira: breve retrospectiva histórica. *In*: JESUS, Dânie Marcelo de; MACIEL, Ruberval Franco (Orgs.) Olhares sobre tecnologias digitais: linguagens, ensino, formação e prática docente. Coleção: Novas Perspectivas em Linguística Aplicada Vol. 44. Campinas, SP : Pontes Editores, 2015, p.21-34. Disponível em: <https://www.veramenezes.com/techist.pdf>. acesso em 6 dez. 2024.

POLETTINI, Altair F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática, 1999. *in Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas/* organizadora Maria Aparecida Viggiani Bicudo. - São Paulo: Editora UNESP, 1999. - (Seminário & Debates).

PREINER, Judith. Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra. 2008. Dissertation in Mathematics Education – Faculty of Natural Sciences, University of Salzburg, Salzburg, 2008.

SANTOS, Jairo Campos dos. A informática na educação contribuindo para o processo de revitalização escolar. V Congresso Institucional de Filosofia e Educação. Caxias do Sul, mai. 2010.

SOUZA, Francisco Ademir Lopes. O uso do *software* GeoGebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF. 2012. 106 f. Dissertação (mestrado) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SOBRE OS AUTORES

EDUARDO FARIAS NUNES

Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará – Campus Canindé. Foi bolsista no Programa Residência Pedagógica (PRP).

EUGENIANO BRITO MARTINS

Professor do Instituto Federal do Ceará, atuando no campus Canindé. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela UFRN, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (IFCE), com especialização em Ensino de Matemática e Planejamento Escolar. Pesquisa em Educação Matemática focada na sala de aula, abordando temas como História da Matemática, Modelagem Matemática e Teoria da Objetivação.

CAPÍTULO 10

O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA(TEA): UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

*Francisca Damiana Sousa Lopes
Antonia Dália Chagas Gomes
Mikaelle Barboza Cardoso*

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo discutir como os processos de Ensino de Matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) vem sendo desenvolvidos, a partir de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) na área de Educação Matemática. O intuito do trabalho é promover o debate acerca da inclusão na Educação. Entender como ensinar Matemática de maneira inclusiva é essencial para garantir uma educação de qualidade para todos. Em termos metodológicos a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) está respaldada nos pressupostos de Kitchenham *et al.* (2007). Com apoio tecnológico da plataforma *Parsifal* foi possível encontrar oito trabalhos que atenderam aos objetivos definidos nos critérios de inclusão delimitados. Os trabalhos foram divididos em três categorias: i) Dificuldades, Desafios e possibilidades de práticas de Ensino Matemática para alunos com TEA; ii) Metodologias de Ensino de Matemática para alunos com TEA e iii) Respostas dos estudantes com TEA aos estímulos de práticas pedagógicas na perspectiva do professor. Foi possível concluir que práticas pedagógicas inclusivas no Ensino de Matemática, pode favorecer a aprendizagem de alunos com TEA, por meio de abordagens metodológicas inclusivas e favoráveis a estudantes com necessidades de aprendizagem específicas, o que depende também da articulação entre professores e gestão escolar. As pesquisas também destacaram a importância do trabalho em equipe entre gestão escolar, professores, profissionais especializados e famílias no acompanhamento dos alunos com TEA. Quando essas parcerias são estabelecidas, esses estudantes têm possibilidades de desenvolver o pensamento matemático e se beneficiar de um ambiente de aprendizagem inclusivo e equitativo.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática. Educação Inclusiva. RSL. TEA.

INTRODUÇÃO

A Matemática enquanto componente curricular se apresenta como um desafio para muitos estudantes, e quando lançamos olhares para os alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) o desafio é ainda maior, tanto para os professores de Matemática quanto para os discentes. Segundo Busato (2016), faz-se necessário implementar estratégias de

aprendizagem que, aplicadas simultaneamente ao conhecimento das características do autismo, possam proporcionar a ampliação dos seus conhecimentos matemáticos.

O TEA é um transtorno que afeta diretamente o comportamento e a vida social do estudante, e geralmente adiciona mais obstáculos para o aprendizado em geral. Segundo Mello (2007, p.16), o TEA pode ser compreendido “[...] por alterações presentes desde idades muito precoces, tipicamente antes dos três anos de idade, e que se caracteriza sempre por desvios qualitativos na comunicação, na interação social e no uso da imaginação”.

De acordo com Rodrigues, Medeiros e Alves (2019, p.9) “com a ampliação dos direitos educacionais às pessoas com deficiências, garantidas pela Constituição Federal de 1988 e pela Lei de Diretrizes e Bases de 1996, a inclusão de alunos com deficiência em escolas regulares tem suscitado o debate sobre uma educação de qualidade e para todos”.

Sabe-se que é recorrente crianças e adolescentes apresentarem dificuldade em Matemática, dessa forma, alunos com TEA, faz-se necessário que os docentes exercitem a sensibilidade, paciência, prática, tempo e orientação. É importante compreender as habilidades desses alunos para promover um Ensino da Matemática de forma equitativa. Entretanto, mesmo com a formação inicial e continuada, os professores precisam de mais práticas e estratégias elaboradas específicas para que se tenha a atenção do aluno nas atividades para obter resultados favoráveis no processo de ensino e de aprendizagem matemática.

Entende-se que o processo educacional é muito mais complexo do que ensinar e aplicar estratégias pedagógicas, mas não se pode negar que, consiste em uma necessidade formativa de muitos docentes, parâmetros teóricos e metodológicos de ensino para realizar o trabalho pedagógico de forma inclusiva (Rodrigues, 2019).

Morás, Antunes e Nogueira (2023) destacam que ao planejar as ações didáticas, é fundamental considerar as diversas características dos alunos, incluindo o nível cognitivo em que se encontram, para assim desenvolver atividades que facilitem a construção do conhecimento matemático.

Para Almeida (2006) a Matemática quando é articulada às questões cotidianas motiva os alunos a aprender a como lidar com problemas enfrentados habitualmente. Na sala de aula, os professores precisam estar atentos às necessidades dos educandos, para conseguir avançar e obter melhores resultados desta disciplina. Dessa maneira, Santos,

França e Brum (2007) orientam sobre a importância de conhecer as diversas possibilidades de trabalho em sala de aula, podendo utilizar como, por exemplo, formas geométricas com objetos reais que sejam utilizados pelos estudantes, dando oportunidade ao aluno de ver cores, sentir cheiros e tocar objetos.

Segundo Corrêa (2019), uma estratégia para ensinar Matemática para crianças com TEA é planejar as aulas a partir de três princípios: concreto abstrato, familiaridade e generalização. O concreto abstrato se dá pelo sentir, tocar e cheirar e oferecer objetos para que seja o concreto, no que pode contar esses objetos e progredir para ideias idealizadas. A familiaridade se dá pelo envolvimento de começar cedo a mostrar o que é redondo, quadrado, ou seja, perguntas no que pode envolver a Matemática desde cedo com a formação da criança.

A formação continuada do professor para lidar com alunos com TEA tem grande relevância no aspecto da sala de aula, lugar onde tem por finalidade o ensino e a aprendizagem. Bueno (2009) afirma que se o professor não tem uma orientação adequada ele não contribui para a inclusão, a teoria precisa ser colocada em prática, deve haver professores realmente preparados para o trabalho docente ou com uma formação continuada atualizada, buscando ampliar seus conhecimentos e desenvolver práticas inclusivas voltadas para o ensino e a aprendizagem de crianças com necessidades específicas de aprendizagem.

Dessa forma, o presente estudo tem como objetivo discutir como os processos de Ensino de Matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) vem sendo desenvolvidos, a partir de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) na área de Educação Matemática. Justifica-se este presente trabalho por promover o debate acerca da inclusão na Educação, dessa forma, com a ampliação dos direitos educacionais para pessoas com deficiências, a inclusão de alunos com TEA em escolas regulares tornou-se uma prioridade. Portanto, entender como ensinar Matemática de maneira inclusiva é essencial para garantir uma educação de qualidade para todos.

Ademais, a relevância da pesquisa consiste na compreensão do impacto social que pode ser promovido quando pesquisas tratam de desafios reais significativos para a educação, isso porque ao desenvolvermos estratégias eficazes para ensinar Matemática a alunos com TEA, estamos capacitando esses estudantes a participar e a se comunicar com

a sociedade e a lidar com questões cotidianas que envolvem Matemática, como finanças pessoais e tomada de decisões.

O Ensino de Matemática na perspectiva da Educação Inclusiva: algumas reflexões

De acordo com Silva (2014), o processo de escolarização desempenha um papel importante na formação global dos estudantes com TEA, devendo ser iniciado o mais cedo possível. A autora destaca que, para garantir a qualidade desse processo, é essencial considerar certos aspectos comportamentais, tais como o isolamento, a preferência por objetos em detrimento de interações sociais, o interesse limitado em atividades escolares e a dificuldade em seguir regras que afetam a adaptação da criança com TEA ao ambiente escolar. Estes comportamentos são, portanto, intrínsecos ao próprio transtorno.

Entretanto, a eficácia do processo de escolarização está diretamente ligada à capacidade do ambiente em receber o aluno e proporcionar oportunidades de aprendizado adaptadas às suas características individuais. Por outro lado, os desafios relacionados à comunicação, interação e comportamento, muitas vezes, podem ser superados à medida que o aluno passa a participar em situações de interação pautadas por regras que são gradualmente incorporadas.

O TEA é caracterizado pela presença de um significativo comprometimento no desenvolvimento da interação social e comunicação, associado a um repertório notadamente limitado de atividades e interesses. As manifestações desse transtorno apresentam uma ampla variação, dependendo do estágio de desenvolvimento e idade do indivíduo (Belisário; Cunha, 2010).

Segundo Silva (2014), a realidade desses alunos com TEA, ainda surge como paradigma, pelo comprometimento da interação e comunicação na sociedade, dessa forma, é preciso mais olhares sensíveis para dar um acompanhamento mais adequado para esses alunos.

Frente a esta realidade, cabe à escola regular e a seus agentes oferecer a esses alunos oportunidades igualitárias no ambiente escolar e a garantia do desenvolvimento de habilidades escolares. Entendemos que, para que esta conquista se efetive, é necessário compreender as especificidades que envolvem o processo de ensino e aprendizagem de alunos com TEA (Takinaga; Manrique, 2018, p.3).

Segundo Mendes (2006. p.387) para ter acesso à Educação foi preciso muita luta pois, a História da Educação Inclusiva “[...] começou a ser traçada no século XVI, com médicos e pedagogos que desafiaram os conceitos vigentes na época”. Eles acreditavam que indivíduos considerados “ineducáveis” eram capazes de aprender e raciocinar.

Santos (2011) salienta que ao longo da História a Educação era negada às pessoas com algum tipo de deficiência. Na antiguidade nas cidades de Esparta e Roma, crianças que tivessem alguma deformação eram mortas. Já na idade média eram tratadas como pessoas que faziam parte do grupo de prostitutas, bandidos e outras pessoas perigosas. Ou seja, pessoas com deficiência eram excluídas, viviam isoladas e não eram reconhecidas.

Essa concepção iria ter indícios de mudanças a partir do século XIX, quase trezentos anos após o surgimento das escolas regulares. Dessa forma, começaram a ser implementadas “classes especiais” destinadas especificamente a alunos que enfrentavam desafios e limitações devido às suas deficiências. Mendes (2006) pontua que na década de 1960, movimentos sociais surgiram em prol do fim da segregação de todos os grupos, conseguindo assim sensibilizar a sociedade para os prejuízos que essa separação estava causando. Teve início então a proposta de integração escolar, que proporcionou uma gama de oportunidades para pessoas com deficiência.

No ano de 2015 o art. 27 da Lei brasileira de inclusão de pessoas com deficiência de nº 13.146 defende que:

A Educação constitui direito da pessoa com deficiência assegurando sistema educacional inclusivo em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida, de forma a alcançar o máximo de desenvolvimento possível de seus talentos e habilidades físicas, sensoriais, intelectuais e sociais segundo suas características, interesses e necessidades de aprendizagem (Brasil, 2015, p.7).

Assim o documento alerta para que todos os indivíduos que tenham deficiência sejam assegurados pela Lei, com direitos garantidos e assegurados legalmente.

A escola sendo um lugar de convivência e troca de experiências tem o desafio de incluir alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA), ao mesmo tempo em que este local possibilita contribuição quanto a interação exige que sejam desenvolvidas aprendizagens de cada um de acordo com as possibilidades de cada indivíduo. Deste modo é de grande importância a participação de toda a equipe escolar, ou seja, todos que estão no processo escolar.

Vale destacar o desafio para o professor que precisa assumir uma postura inclusiva de modo a valorizar a singularidade do aluno respeitando suas dificuldades e exaltando suas habilidades. É necessário também estreitar a sua relação com o aluno; lidar de forma apropriada com o diagnóstico; e por fim, está aberto a novas alternativas que possam contribuir para a sua atuação (Sampaio; Sampaio, 2019).

Descobrir e incentivar, além de procurar compreender quais recursos e caminhos são mais apropriados para cada situação, é papel não somente do professor, mas de toda a equipe pedagógica. Além disso, buscar novos materiais didáticos, propor ferramentas diferenciadas que podem ser utilizadas durante o processo de ensino e aprendizagem é fundamental para o estudante com TEA.

Lorenzato (2009) defende os materiais didáticos como instrumento (giz, calculadora, filme, livros, quebra-cabeça, jogos) que pode ser útil no processo de ensino e aprendizagem se utilizado de maneira correta e em concordância com o objetivo proposto. O recurso metodológico não substitui o professor e nem garante a aprendizagem, mas serve como uma ferramenta de contribuição no ensino.

Takiga (2015, p. 68), sugere “[...] organizar e sistematizar atividades de ensino, dividindo tarefas complexas que exijam vários passos em etapas mais simples”, enquanto Fleira (2016, p. 72) defende a importância de “[...] envolver o aluno em atividades que despertem o interesse, o raciocínio e consequentemente o desenvolvimento cognitivo”. Segundo Batista et al. (2019), a Educação Inclusiva é:

[...] aquela que abrange todas as pessoas, independente de suas origens, tanto sociais como culturais, bem como das condições físicas, criando iguais oportunidades de acesso ao conhecimento, ao desenvolvimento, à construção da identidade, enfim, ao exercício da cidadania. Na educação inclusiva, a diferença, a heterogeneidade, a diversidade são reconhecidas e respeitadas (Batista *et al.*, 2019, p. 170-171).

Para Rosa e Baraldi (2018, p. 12), o professor tem um papel fundamental no processo de inclusão escolar, entretanto, “[...] a ele não deve ser atribuída a culpa pelo insucesso ou a não concretização da Educação Inclusiva planejada pelas leis”. Silva e Klumpp (2020), dentro da perspectiva sócio-histórica, a família é o primeiro instrumento e determinante na formação do ser. Desse modo, sua colaboração na educação dos filhos tem papel indispensável.

Assim cabe às autoridades, governo, instituições de ensino e as famílias pensarem em uma educação mais justa, horizontal e de maneira que consiga contemplar as especificidades dos educandos. Promovendo assim, um ensino de qualidade, inclusivo e com equidade.

MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia utilizada para o presente trabalho está pautada em uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) segundo Kitchenham *et al.* (2007). Segundo os autores a RSL é um método de pesquisa que tem como objetivo identificar, avaliar e sintetizar todas as evidências disponíveis sobre um determinado tema.

Foi realizada uma RSL acerca da Educação Matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) usando as seguintes palavras-chave: Matemática, TEA e Ensino de Matemática. Para a condução, planejamento e desenvolvimento desta revisão, foi utilizada a plataforma online *Parsifal*.² Justifica-se a utilização deste portal devido ao fato da plataforma permitir aos pesquisadores criar e gerenciar revisões sistemáticas da literatura. Nele é possível definir o protocolo da revisão, buscar e selecionar estudos relevantes, extrair e analisar dados, e gerar relatórios e gráficos. O *parsifal* visa auxiliar o trabalho dos pesquisadores e garantir a qualidade e a transparência das revisões sistemáticas

No dia 17/05/2023 foi realizado os seguintes passos: acessar o Portal Periódicos Capes³ e inseridas as palavras chave. Limitou-se a pesquisa para artigos científicos com o período compreendido entre 2012 e 2022 e adicionamos o idioma para Português. Justifica-se a delimitação temporal como forma de obter pesquisas recentes sobre a temática no contexto brasileiro. Além disso, utilizou-se o protocolo (quadro 1) para refinamento da pesquisa.

² <https://parsif.al/>

³ <https://www-periodicos-capes-gov-br.ez138.periodicos.capes.gov.br/index.php?>

Quadro 1 – Critérios de inclusão e exclusão da RSL

Critérios de Inclusão	Critérios de Exclusão
Artigo de Conferência ou Periódico Artigos com <i>download</i> disponível Artigos escritos em português Artigos relacionados aos termos de busca Estudos primários Publicados a partir de 2012 até 2022 Estudos que atendam aos objetivos da presente pesquisa.	Artigos não disponíveis para <i>download</i> Estudos secundários Artigos não avaliados por pares Artigos Duplicados ou Redundantes Artigos não relacionados aos termos de busca Estudos que não mencionam as palavras chaves

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023).

Na pesquisa geral foram encontrados 346 trabalhos acadêmicos e após os critérios estabelecidos no quadro 1, oito trabalhos foram selecionados conforme o objetivo do artigo (quadro 2). O número reduzido de trabalhos deveu-se ao fato da maioria dos trabalhos não serem da área de Educação Matemática.

Após os trabalhos selecionados, os estudos capturados na RSL foram importados e analisados conforme o protocolo estabelecido no quadro 1. O Portal auxiliou na Revisão, Planejamento, Condução e Reportando as melhores evidências.

Quadro 2 - Resultado da RSL

	Pesquisas	Autores (ANO)
1.	Um estudo sobre a inclusão de alunos com Transtorno do Espectro Autista na aula de matemática	Ribeiro e Cristovão (2018)
2.	Transtorno do Espectro Autista: contribuições para a Educação Matemática na perspectiva da Teoria da Atividade	Takinaga e Manrique (2018)
3.	O processo de inclusão e o autismo temático institucional	Frizzarini e Cargnin (2019)
4.	Incluir não é Apenas Socializar: as Contribuições das Tecnologias Digitais Educacionais para a Aprendizagem Matemática de Estudantes com Transtorno do Espectro Autista	Souza e Silva (2019)
5.	Ensinando Seus Pares: a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática	Fleira e Fernandes (2019)
6.	Projeto PIBID e Atendimento Educacional Especializado: uma experiência com o uso de jogos e materiais concretos na construção de conceitos de Matemática pelos estudantes	Rosa, Silva e Silva (2020)
7.	As vozes daqueles envolvidos na inclusão de aprendizes autistas nas aulas de Matemática	Fleira e Fernandes (2021)
8.	Ensino de Relações Numéricas Por Meio da Equivalência de Estímulos para Crianças com Transtorno do Espectro do Autismo	Picharillo e Postalli (2021)

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023).

No que se refere a análise de dados, as pesquisas foram agrupadas conforme as categorias elaboradas a partir da leitura completa dos estudos capturados pela RSL. Nelas temos as respostas dos autores, de acordo com os artigos, sobre: i) Desafios e possibilidades de aprendizagem matemática para alunos com TEA; ii) Metodologias de Ensino de Matemática para alunos com TEA e iii) Respostas dos estudantes com TEA aos estímulos de práticas pedagógicas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Fleira e Fernandes (2019), realizaram um acompanhamento do processo de aprendizagem matemática de um aluno com TEA em uma escola de Ensino Fundamental particular. Nesse estudo, as aulas eram feitas em contraturno, entretanto, o planejamento para cada encontro era feito a partir dos dados obtidos nas aulas de Matemática regulares, baseando-se em como o aluno respondia às metodologias e seu comportamento em sala de aula. De acordo com as autoras, concluiu-se que é necessário cuidado e uma análise aprofundada individual dos alunos, que podem apresentar diferentes comportamentos e respostas aos métodos, além do respeito quanto ao ritmo de aprendizagem do aluno.

Freira e Fernandes (2021) realizaram entrevistas com 4 professoras que trabalhavam num ambiente escolar com alunos com TEA, e que contribuíram com as suas experiências, para os estudos das autoras, que era dar voz às professoras que participam do processo de aprendizagem no cotidiano escolar com alunos autistas, para que pudessem entender as metodologias e práticas utilizadas por elas nas aulas de matemática.

As professoras entrevistadas responderam às seguintes questões: *(i) o que você pensa a respeito da inclusão do aluno autista?; (ii) quais práticas inclusivas você realiza em suas aulas?; (iii) quais atividades/disciplinas mais favorecem o aluno autista?*. A partir da análise dos discursos das professoras, Freira e Fernandes (2021) concluíram que as docentes compreendem a importância de seu papel e de suas responsabilidades frente à educação de seus alunos e mostram ter conhecimentos sobre o tema Inclusão de alunos com TEA por apresentarem um amplo repertório de práticas pedagógicas que são utilizadas nas aulas de Matemática

Fleira e Fernandes (2019), Souza e Silva (2019), Rosa, Silva e Silva (2020) abordaram métodos práticos com materiais concretos e jogos associados ao aprendizado da

Matemática. Um dos métodos utilizados no trabalho desenvolvido por Freira e Fernandes (2019) foi a representação de potências por meio de quadrados formados com cubinhos de 1cm de aresta. Assim o aluno por ter preferência a esse método compreendeu melhor o conteúdo em questão.

Souza e Silva (2019) relatam que foram utilizados em 24 encontros jogos livres, disponibilizados na internet, softwares de domínio público, atividades com o *Kinect Xbox 360* e com um tablet. Alguns dos jogos e atividades foram: *Blockfruit*; Sequência lógica: Coelho sabido; Coelhoinho faminto; Ler e contar (*tablet*); Corrida matemática; Tangram; Quebra-cabeça; Xbox Dança; entre outros. Rosa e Silva e Silva (2020) também utilizaram jogos e materiais como Tabuleiro com times, UNO, Brincando com Estatística, Prancha Trigonométrica, Batalha Naval Circular, Trigonometrilha, Teodolito, Triângulos de EVA, dominó geométrico, entre outros.

Para Fleira e Fernandes (2019), o desafio era criar métodos que fizessem com que os alunos acompanhassem os conteúdos e também fossem incluídos nas atividades da sala de aula regular. Souza e Silva (2019) definem que mesmo crianças com TEA, tendo dificuldade com o conceito de adição durante o processo de escolarização, foram desenvolvidas atividades com o auxílio de material concreto (tampinhas, palitos) e com apoio delas durante a aula nas atividades desenvolvidas, notaram que haviam compreendido a sistemática da operação, e conseguiam realizar as atividades de forma autônoma.

Fleira e Fernandes (2021) alertam para possíveis sinais de nervosismo, ansiedade, dificuldade de concentração, falta de conhecimento prévios de cálculos simples com ou sem o uso de calculadora por parte dos estudantes com TEA. As autoras destacam que ainda é precária a estruturação institucional disponível para atendimento das expectativas docentes em relação ao processo de inclusão de alunos com TEA.

Souza e Silva (2019) relatam que as escolas ofertam direito de matrícula, mas pouco fazem para a permanência e sucesso dos estudantes e afirmam que mesmo estando em um espaço inclusivo ainda existem inúmeras dificuldades, sendo necessário ultrapassar ainda desafios e barreiras impostas nos processos de ensino e aprendizagem.

Além disso, os aspectos analisados das pesquisas estão atrelados aos objetivos propostos de cada estudo e as aproximações e distanciamentos conforme as categorias elaboradas (Unidades Temáticas). O quadro 3 a seguir sintetiza as Unidades Temática e as pesquisas agrupadas.

Quadro 3 - Unidades Temáticas da RSL

Unidades Temáticas	Pesquisas
i) Dificuldades, Desafios e possibilidades de práticas de ensino matemática para alunos com TEA	Fleira e Fernandes (2021), Frizzarini e Cargnin (2019), Souza e Silva (2019).
ii) Metodologias de Ensino de Matemática para alunos com TEA	Souza e Silva (2019), Fleira e Fernandes (2019), Rosa, Silva e Silva (2020), Takinaga e Manrique (2018), Picharillo e Postalli (2021).
iii) Respostas dos estudantes com TEA aos estímulos de práticas pedagógicas na perspectiva do professor	Ribeiro e Cristovão (2019), Fleira e Fernandes (2019), Souza e Silva (2019).

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023).

No aspecto **Dificuldades, Desafios e possibilidades de práticas de ensino matemática para alunos com TEA**, a inclusão de estudantes com TEA em aulas de Matemática passa por muitos desafios e limitações, pois apesar de amparados pela legislação, a implementação da inclusão não é tão simples e exige dedicação por partes dos próprios estudantes e do corpo docente das instituições. A inclusão implica na oferta de matrícula e no pleno acesso ao currículo escolar, com as adequações necessárias, porém nem sempre as instituições conseguem garantir o sucesso e permanência dos estudantes, pois mesmo estando em um espaço dito “inclusivo” ainda se encontram às margens, representando nada mais que um número.

No que diz respeito à Matemática, Souza e Silva (2019), perceberam que as principais dificuldades dos estudantes com TEA se concentravam em aprender sequências lógicas e resolver operações simples, como adição, subtração, multiplicação e divisão, dificuldade em mudar a rotina de estudo, não demonstrar interesse nas aulas de Matemática, dificuldade de concentração, dificuldade na interação social, a falta de expressão facial e também dificuldade de permanecer sentado por muito tempo.

Os autores apontam para a possibilidade de combater a percepção de que os alunos com TEA não aprendem, e promover uma escolarização que realmente contemple a inclusão considerando as necessidades de que práticas pedagógicas inovadoras sejam adotadas.

Fleira e Fernandes (2021) ressaltam que o professor encontrará durante as salas de aula inclusivas diversos desafios, dessa forma o docente precisará lançar mão de práticas de ensino que propiciem condições de aprendizagem para os alunos e que não os excluam do

processo de ensino. Nesse contexto, as escolas também precisam se adequar a realidade educacional, e ser capaz de atender as demandas educacionais que surgem na atualidade.

Frizzarini e Gargnin (2019) apresenta alguns encaminhamentos a fim de proporcionar a inclusão de alunos com TEA nas aulas de Matemática, tais como: utilização de materiais manipuláveis e/ou recursos gráficos, atividades com enunciados objetivos, além de incluir roteiros com instruções diretas, agendas, lembretes, esquemas visuais. A inclusão de rotinas nas atividades dos estudantes também é fundamental, levando em consideração o interesse e o engajamento dos alunos em participar dos momentos de atividades.

A RSL apontou para a necessidade de diferentes práticas de ensino para propiciar condições de aprendizagem, na sala de aula, e que não excluam nenhum aluno, além da necessidade de cada vez mais se adequar para responder às demandas educacionais (Fleira; Fernandes, 2021). Além disso, dificuldades com a Matemática Básica são percebidos em vários contextos como a operação de adição e subtração, equações algébricas e números complexos (Souza; Silva, 2019; Frizzarini; Gargnin, 2019).

No aspecto, **Metodologias de Ensino de Matemática para alunos com TEA**, de acordo com Souza e Silva (2019), Fleira e Fernandes (2019), foram utilizadas diversas práticas como jogos, atividades que usam materiais concretos, desenhos, tecnologias digitais para que os alunos tivessem incentivo e motivação para desenvolver o interesse pela Matemática. Por meio do uso de atividades diversificadas as autoras seguiram seu trabalho com as perspectivas que os alunos pudessem executar na sala de aula regular e que assim fossem capazes de compreender melhor o conteúdo e acompanhar a rotina de estudo.

Rosa, Silva e Silva (2020) apresentaram propostas de atividades como Dominó da Matemática, Eu Sou, Tabuleiro com Times, entre outras. Através das atividades das autoras, pode-se perceber que elas priorizam que os estudantes tenham oportunidade de participação de modo que possam ser construídos conceitos matemáticos pelos estudantes com TEA. Já Takinaga e Manrique (2018) realizaram atividades com materiais concretos como Torre Rosa, Escada Marrom e Barras Vermelhas. Nessas atividades, foi possível desenvolver nos alunos um senso de comparações entre os materiais, já que os estudantes observavam as peças dos materiais e podiam perceber seus formatos, dimensões e assim diferenciá-los.

De acordo com Fleira e Fernandes, (2019), durante as aulas com materiais concretos os alunos tinham mais interesse em conseguir dominar o conteúdo, porém faz-se necessário estratégias para que o aluno consiga compreender a abordagem utilizada. Além disso, quando os estudantes não conseguiam, ficavam parados, soltavam os materiais, ficavam nervosos, mostravam sinais de ansiedade. Sempre que acontecia isso era necessário que os professores intervissem, buscando estratégias para acalmar os estudantes, muitas vezes, específicas para cada tipo de aluno. Após passar o nervosismo, os professores pediam que continuassem, e quando conseguiam, mostravam interesse e saíam mostrando para os colegas que tinha conseguido, demonstrando sua satisfação.

Alguns materiais e/ou recursos didáticos foram utilizados para o desenvolvimento das práticas pedagógicas inclusivas nas aulas de Matemática, o quadro a seguir apresenta os tipos de recursos utilizados de acordo com as pesquisas realizadas.

Quadro 4- Materiais e/ou recursos didáticos utilizados para o desenvolvimento do aluno com TEA

Materiais e/ou recursos didáticos utilizados	Autores
Atividades informatizadas: <i>Softwares</i> Livres de domínio público atividades com o Kinect Xbox 360 e também por meio de um tablet.	Souza e Silva, (2019)
-Usando o <i>software</i> Contingência Programada.	Picharillo e Postalli (2021)
Representações geométricas de produtos notáveis	Fleira e Fernandes, (2019)
Jogo das adivinhações, exercícios e problemas e atividade com uma balança de dois pratos.	Ribeiro e Cristovão, (2019)
Registros fotográficos, material concreto, materiais manipuláveis, tarefas com enunciados simples e objetivos, tarefas individuais, estabelecer roteiros com instruções diretas, e levar em consideração o interesse do estudante para propor atividades	Frizzarini e Cargnin, (2019)
Método de Ensino Estruturado e Material Concreto.	Takinaga e Manrique, (2018)
Tabuleiro com Times, UNO, Brincando com Estatística, Prancha Trigonométrica, Batalha Naval Circular, Trigonometria, Teodolito, GeoGebra, Triângulos de E.V.A., Dominó Geométrico, Geoplano, Área da Pele do Corpo Humano, Quem sou e Sólidos de Acrílico.	Rosa, Silva e Silva (2020)
Abordagem de ensino multissensorial	Fleira e Fernandes (2021)

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023).

Souza e Silva (2019. p.12) destacam que o uso de recursos tecnológicos pode representar uma alternativa para que a escola promova práticas educativas inovadoras e não excludentes, além de possibilitar aos estudantes uma ressignificação de suas ações, “por meio da reorganização das ações e da consciência sobre si mesmo e sobre a realidade”. Além disso, os autores ainda nos revelam que por meio da utilização das atividades informatizadas os estudantes se tornam agentes ativos do seu processo de aprendizagem, adquirindo protagonismo e visibilidade mediante o reconhecimento de suas particularidades e interesses.

No que se refere às **Respostas dos estudantes com TEA aos estímulos de práticas pedagógicas na perspectiva do professor**, foi possível perceber que os alunos se tornaram mais comunicativos e motivados (Ribeiro; Cristovão, 2019) e perceberam também mais entusiasmo por parte dos estudantes (Fleira; Fernandes, 2019). Além disso, houve avanços significativos na atenção compartilhada, seja em nível de resposta ou quando mostrava interesse pela fala dos pesquisadores, na interação com o computador ou quando compartilhava com outra equipe o que estava desenvolvendo (Souza; Silva, 2019).

Ribeiro e Cristovão (2019), realizaram atividades de adivinhações em que os estudantes tinham que se organizar em duplas, promovendo a colaboração entre os alunos. As autoras constataram a importância da relação entre os colegas para a aprendizagem matemática. Elas destacaram que ocorram atividades em salas de aula que se aproximem da perspectiva de uma Educação Inclusiva, além disso, faz-se necessário que os alunos possam ter acesso a vários tipos de grupos de aprendizagem, e principalmente que sejam propostos trabalhos em equipe e o compartilhamento de ideias entre os pares. |

Segundo as autoras, a partir da aplicação do jogo das adivinhações, foi possível perceber que os alunos apresentaram dificuldades em perceber a lógica matemática do jogo e em associar o raciocínio aritmético com a representação algébrica. No entanto, notou-se que as atividades realizadas em dupla “permitiu que ele [o estudante] se aproximasse da colega, se sentindo à vontade até mesmo para estabelecer contato físico” (Ribeiro; Cristovão, 2019. p.12).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo discutir como os processos de Ensino de Matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) vem sendo desenvolvidos, a partir de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL). A revisão revelou a presença de poucos estudos sobre a educação de alunos com TEA na perspectiva do Ensino de Matemática, ressaltando a necessidade de ampliar as discussões e reflexões nesse campo de estudo.

Os resultados das pesquisas mostraram que, práticas pedagógicas inclusivas no Ensino de Matemática, pode favorecer a aprendizagem de alunos com TEA, por meio de abordagens metodológicas inclusivas e favoráveis a estudantes com necessidades de aprendizagem específicas, o que depende também da articulação entre professores e gestão escolar.

No que se refere aos desafios e possibilidades de aprendizagem matemática para alunos com TEA, a partir das pesquisas foi possível perceber que embora esteja respaldada pela lei, muitos caminhos ainda precisam ser construídos para uma Educação Inclusiva. As pesquisas também salientaram que o educador em contexto de salas de aula inclusivas, depara-se com uma pluralidade de desafios, sendo necessário abordar estratégias de ensino que favoreçam o aprendizado dos alunos sem excluí-los do processo educacional. |

As metodologias de Ensino de Matemática para alunos com TEA sob a análise de autores, observou-se diversificadas práticas pedagógicas que vão desde a aplicação de jogos até o uso de materiais concretos e tecnologias digitais, buscando motivar o interesse e a participação dos alunos em relação às aulas de Matemática. Nesse contexto, a diversificação de atividades emerge como um pilar fundamental, proporcionando aos estudantes com TEA a oportunidade de participação ativa, culminando na construção de conceitos matemáticos de maneira significativa.

Ao analisar as respostas dos estudantes com TEA aos estímulos de práticas pedagógicas, constatou-se um aumento significativo na comunicação e motivação dos alunos, traduzindo-se em um renovado entusiasmo pelo processo de aprendizagem. Ademais, os avanços observados na atenção compartilhada, seja na resposta às atividades ou no interesse demonstrado pela interação com os pesquisadores e colegas, constituem indicativos promissores da eficácia das abordagens utilizadas.

Um exemplo efetivo é o uso de materiais e objetos tangíveis que permitem que eles toquem e vejam, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos. No entanto, é importante fornecer estratégias de apoio para solucionar questões quando não são compreendidas, a fim de promover a aprendizagem contínua.

As pesquisas também destacaram a importância do trabalho em equipe entre gestão escolar, professores, profissionais especializados e famílias no acompanhamento dos alunos com TEA. Quando essas parcerias são estabelecidas, esses estudantes têm possibilidades de desenvolver o pensamento matemático e se beneficiar de um ambiente de aprendizagem inclusivo e equitativo.

Espera-se que novas pesquisas acadêmicas possam ser desenvolvidas, articulando a Educação Matemática e a Educação Inclusiva, especialmente na perspectiva de alunos com TEA. Conclui-se portanto, que o desenvolvimento de novas abordagens metodológicas podem favorecer a inclusão desses estudantes nos processos de ensino e aprendizagem matemática e propiciar a participação e a comunicação na interação com a turma no qual estão inseridos e no ambiente escolar.

O estudo também destaca a importância da formação contínua de professores para lidar com alunos com TEA. Para essa demanda, faz-se necessário investir em capacitação e atualização dos educadores para que possam atender às necessidades específicas desses alunos.

REFERÊNCIAS

Almeida, S. C. (2006). Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área. Monografia (Graduação) – Universidade Católica de Brasília/UCB, Brasília.

Araujo, A. F. de, & Águas Borralho, A. M. (2019). mapeamento e reflexões sobre pesquisas brasileiras com o tema comunicação matemática. REMATEC, 14(32), 97–117. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2019.n32.p97-117.id206>

Belisário Filho, J. F., & Cunha, P. (2010). A educação especial na perspectiva da inclusão escolar. Transtornos globais do desenvolvimento. In repositorio.ufc.br. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Especial.

Busato, S. C. C. (2016). Estratégias facilitadoras para o ensino de matemática no ensino fundamental para crianças do espectro autista. *Revista Científica Intelletto*, 1(3), 163-171.

Bueno, J. G. S. (1999). Crianças com necessidades educativas especiais, política educacional e a formação de professores: generalistas ou especialistas?. *Revista Brasileira de educação especial*, 3(05), 07-25.

Brasil. Ministério da Educação. (2001). Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Brasília, DF, Brasil.

Brasil. Ministério da Educação. (2001). Câmara de Educação Básica. Resolução CNE/CEB 2/2001. Brasília, DF, Brasil. Seção 1E, p. 39-40

Brasil. (2011). Decreto nº 7.612, de 17 de novembro. [S.l.]: [s.n.]. Plano Nacional dos Direitos da Pessoa com Deficiência - Plano Viver sem Limite. Brasília, DF, Brasil.

Brasil. (2012). Decreto nº 7.750, de 8 de junho. Regulamenta o Programa Um Computador por Aluno - PROUCA e o Regime Especial de Incentivo a Computadores para Uso Educacional - REICOMP.

Brasil. (2014). PNE - Plano Nacional de Educação - Plano Nacional de Educação - Lei nº 13.005/2014. (n.d.). Pne.mec.gov.br. <https://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>

Brasil. (2015) Lei nº 13.146 – Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (LBI). https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm

Brasil. (2016). Lei Nº 13.409 - Altera a Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012, para dispor sobre a reserva de vagas para pessoas com deficiência nos cursos técnico de nível médio e superior das instituições federais de ensino. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2016/Lei/L13409.htm

Brasil. (2002). Lei N.º 10.436 de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. Brasília, DF, Brasil. <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei10436.pdf>

Brasil. (2004). Medida provisória Nº 213, de 10 de setembro. Convertida na Lei nº 11.096, de 2005. Institui o Programa Universidade para Todos - PROUNI, regula a atuação de entidades beneficentes de assistência social no ensino superior; altera a Lei nº 10.891, de 9 de julho de 2004, e dá outras providências. Brasília, DF, Brasil. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2005/Lei/L11096.htm

Brasil. (2009). Ministério da Educação. Resolução Nº 4, de 2 de outubro. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Brasília, DF, Brasil. http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf

Brasil. (2016). Ministério da Educação. Resolução nº 2, de 13 de maio. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada em Nível Superior para Funcionários da Educação Básica. Brasília, DF, Brasil. http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=41081-rces002-16-pdf&category_slug=maio-2016-pdf&Itemid=30192

Brasil. (2007). Ministério da Educação. Razões, Princípios E Programas O Plano De Desenvolvimento Da Educação. [s.l: s.n.]. <http://portal.mec.gov.br/arquivos/livro/livro.pdf>

Brasil. (1996). Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF, Brasil.

Corrêa, L. L. S & Silveira, D. S. (2019). O Ensino de Matemática Na Educação Básica Para Estudantes Com Transtornos Do Espectro Autismo (TEA). Monografia (Graduação). Universidade Federal Do Rio Grande – FURG Instituto De Matemática, Estatística E Física Curso De Licenciatura Em Matemática.

Documento Orientador Programa Incluir - Acessibilidade Na Educação Superior Secadi/SESu-2013. (n.d.). http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12737-documento-orientador-programa-incluir-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192

Documento elaborado pelo Grupo de Trabalho nomeado pela Portaria no 555/2007, prorrogada pela Portaria no 948/2007, entregue ao Ministro da Educação em 07 de janeiro de 2008. POLÍTICA NACIONAL DE EDUCAÇÃO ESPECIAL NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO INCLUSIVA Brasília -Janeiro de 2008. (n.d.). <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeduc ESPECIAL.pdf>

Fleira, R. C., & Fernandes, S. H. A. A. (2019). Ensinando Seus Pares: a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 811-831.

Fleira, R. C., & Fernandes, S. H. A. A. (2021). As vozes daqueles envolvidos na inclusão de aprendizes autistas nas aulas de Matemática. *Ciência & Educação (Bauru)*, 27, e21070.

Frizzarini, F. T., & Cargnin, C. (2019). O processo de inclusão e o autismo temático institucional The process of the inclusion and the institutional thematic autism. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21(5).

Martínez, E., & Duran, D. (2021). Efectos de la Tutoría entre Iguales como Estrategia de Educación Inclusiva en el Alumnado con Trastorno del Espectro Autista de Educación Infantil y Primaria. *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, 15(2), 227-246.

de Moraes, M. V. B. (2022). Comparação bibliográfica sobre ensino de matemática para pessoas com Transtorno Autista utilizando técnica de Mineração de Texto. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, 8(1), e2002-e2002.

Mello, A, M, S. R, de. (2007). Autismo: guia prático. 5 ed. São Paulo: AMA. Brasília: CORDE.

Picharillo, A. D. M., & Postalli, L. M. M. (2021). Ensino de relações numéricas por meio da equivalência de estímulos para crianças com transtorno do espectro do autismo. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 27.

Polo-blanco, I., López, M. J. G., & Castañeda, A. B. (2019). Estudio Exploratorio sobre Estrategias y errores de un estudiante con trastorno del espectro autista al resolver problemas de división partitiva. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 25, 249-266.

Rodrigues, J. D. S. (2019). Perspectiva de professores de ciências com relação aos alunos autistas das séries iniciais de ensino fundamental do Colégio Antônio Sales em Fortaleza-CE. Monografia (Graduação). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Rodrigues, S. D. M., Medeiros, L. D. C., & Alves, A. C. (2019). Educação Matemática e Autismo: análises de práticas docentes. In *CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (CONEDU)* (Vol. 6).

Gomes, G., & Matesco, E. (2018). Um estudo sobre a inclusão de alunos com transtorno do espectro autista na aula de matemática. *Revista de Educação Matemática (REMat)*, 15(20), 503-522. doi.org/10.25090/remat25269062v15n202018p503a522

Rosa, T. L. D., Silva, M. C. D., & Silva, R. S. D. (2020). Projeto PIBID e Atendimento Educacional Especializado: uma experiência com o uso de jogos e materiais concretos na construção de conceitos de Matemática pelos estudantes. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)*. Vol. 6, no. 2 (jul. 2020), p. 1-18.

Santos, J. A., França, K. V., & SANTOS, L. S. B. D. (2007). Dificuldades na aprendizagem de Matemática. Monografia de Graduação em Matemática. São Paulo: UNASP.

Santos, M. I. G. D., Breda, A. M. R. D. A., & Almeida, A. M. P. (2020). Promover o raciocínio geométrico em alunos com perturbação do espectro do autismo através de um ambiente digital. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34, 375-398. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a02

Souza, A. C. D., & Silva, G. H. G. D. (2019). Incluir não é apenas socializar: As contribuições das tecnologias digitais educacionais para a aprendizagem matemática de estudantes com transtorno do espectro autista. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 1305-1330. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a16

Teixeira, C. D. J., Ferreira, T., & Moreira, G. E. (2018). Matemática e inclusão: para além dos resultados. *Revista de Educação Matemática (REMat)*, 15(20), 389-408.

Takinaga, S. S., & Manrique, A. L. (2018). Transtorno do Espectro Autista: contribuições para a Educação Matemática na perspectiva da Teoria da Atividade. *Revista de Educação Matemática*, (REMat), 15(20), 483-502.

Whalon, K., & Cox, S. (2020). O papel da teoria da mente e da aprendizagem de crianças com transtorno do espectro autista na sala de aula. *ETD: Educação Temática Digital*, 22(1), 10-26.

SOBRE OS AUTORES

FRANCISCA DAMIANA SOUSA LOPES

Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará – Campus Canindé – Brasil.

ANTONIA DÁLIA CHAGAS GOMES

Mestre em Computação (UFC). Secretária da Educação do Estado do Ceará (SEDUC).

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

Doutora em Educação (UECE)

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará – Campus Canindé – Brasil.

PAULA PATRÍCIA BARBOSA VENTURA

Doutora em Educação (UECE)

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará – Campus Canindé – Brasil.

CAPÍTULO 11

MODELAGEM MATEMÁTICA: ANÁLISE DOS ARTIGOS APRESENTADOS NO XII CNMEM

*Renato Souza da Silva
Eugeniano Brito Martins*

RESUMO

Este trabalho investiga a produção de artigos de Modelagem Matemática no Nordeste brasileiro, analisando os trabalhos apresentados na XII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação (CNMEM). Para isso foi realizada uma pesquisa bibliográfica com abordagem quantitativa, a fim de catalogar e mapear as publicações por região, estado de origem dos autores e nível de aplicação, e qualitativa para a seleção e análise de trabalhos que se alinha aos objetivos da pesquisa. Os resultados mostraram uma concentração de trabalhos nas regiões Sul e Sudeste, enquanto o Nordeste apresentou apenas uma publicação e nenhuma do estado do Ceará. A análise ainda mostrou uma ampla diversidade nas aplicações em diversos níveis de ensino, da educação básica até a pós-graduação, reforçando seu potencial para um ensino contextualizado que se adequa à realidade dos estudantes, destacando a importância de um maior incentivo na elaboração e divulgação de atividades que envolvam a Modelagem Matemática no ensino de matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática. Pesquisa Bibliográfica.

INTRODUÇÃO

“Levá-lo a gostar mais de Matemática é, leitor, o objetivo principal desse livro. Acreditamos que esse gosto se desenvolve com mais facilidade quando é movido por interesses e estímulos externos à Matemática, vindos do “mundo real”. A matemática aplicada é o caminho.” (BASSANEZI, 2004, p 15).

Durante minha formação acadêmica, tive a oportunidade de estudar diversas abordagens de ensino, de aprendizagem e de conhecer as obras de autores como Ubiratan D’Ambrósio e Maria da Graça Nicoletti Mizukami, entre outros. Entre essas abordagens, destaco a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, que, naquele momento, ainda não conseguia compreender em sua plenitude quanto às suas potencialidades educacionais.

Durante minha participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e no estágio supervisionado no Ensino Fundamental percebi o potencial dessas estratégias de ensino-aprendizagem para dar significado aos conteúdos matemáticos. Essa vivência despertou meu interesse em aprofundar os conhecimentos

sobre a Modelagem Matemática por estar mais voltada para a aplicação prática da matemática.

Durante os Estágios Supervisionados, com destaque nas observações e nas regências, percebi o distanciamento entre o conteúdo apresentado nos livros didáticos e a realidade dos estudantes. Para superar essa lacuna, conforme discutido por Bassanezi (2004), é necessário utilizar instrumentos matemáticos interligados a outras áreas do conhecimento. Essa perspectiva, ao integrar conhecimentos interdisciplinares, não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também os torna mais significativos para os alunos.

As observações em sala de aula revelaram que os alunos não conseguem se identificar com os conteúdos matemáticos, pois suas aplicações pertencem a uma realidade distante de seu cotidiano, marcada por uma lógica diferente daquela a que estão habituados. Essa dificuldade já fora constatada por Brandt, Burak e Klüber (2016), que destacam como os estudantes não encontram significado nem utilidade em conhecimentos desconectados de sua experiência.

Nesse contexto, desenvolve-se uma visão mecânica da matemática, em que o objetivo se reduz a reproduzir fielmente procedimentos apresentados - transformando conceitos fundamentais de cálculo, geometria e estruturas algébricas em meros "jogos" voltados ao desenvolvimento de habilidades intelectuais (Bassanezi, 2004). Processo que, embora desenvolva certas habilidades cognitivas, acaba por esvaziar o potencial formativo e aplicado da matemática.

Como todos os saberes e fazeres da cultura que estão impregnados no cotidiano, a todo instante os indivíduos estão comparando, medindo, quantificando e realizando outras atividades matemáticas (D'Ambrósio, 2001), porém isso não está claramente sendo relacionado na forma de conteúdos na sala de aula, diante disto, a construção de uma prática de ensino-aprendizagem matemática que combine os "jogos" e resultados práticos (Bassanezi, 2004), essa prática seria obtida através da Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (Bassanezi, 2004). Na educação a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações, aproximando os estudantes de conceitos que até então não faziam sentido para os mesmos.

Tendo esta percepção surge o questionamento, Como a Modelagem Matemática tem sido aplicada no Nordeste brasileiro? Tomaremos este questionamento como a pergunta que direcionará nossa pesquisa.

Para responder a essa questão, realizamos uma revisão bibliográfica dos trabalhos apresentados na XII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação (CNMEM). O objetivo foi catalogar as temáticas abordadas e identificar os contextos e públicos nos quais a Modelagem Matemática tem sido aplicada, tomando como base as publicações desse evento.

A CNMEM é um evento promovido pelo Grupo de Trabalho Modelagem Matemática (GT10) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que reúne professores de todos os níveis de ensino, pesquisadores e estudantes que investigam ou praticam a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, com o propósito de aprofundar os debates e divulgar a modelagem em âmbito nacional. Destacamos alguns dos eventos já realizados, baseando-se no tema proposto.

O primeiro encontro ocorreu em novembro de 1999, promovido pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro (SP), com o tema *Modelagem no Ensino de Matemática*. Esse evento marcou a primeira iniciativa de reunir pesquisadores da área no Brasil, contando com expressiva participação de pesquisadores e pós-graduandos. Durante o encontro, estabeleceu-se sua periodicidade bienal e definiu-se o local da próxima edição.

A III CNMEM promovida pela Universidade Metodista de Piracicaba/UNIMEP-SP com o tema *Modelagem na perspectiva da Educação Matemática*, além de objetivar o avanço no sentido da discussão teórica sobre as concepções e fundamentos do tema. Propôs também a socialização e intercâmbio da produção científica da área, possibilitando aos professores atuantes nas escolas e estudantes de graduação a oportunidade de conhecer os resultados obtidos nas investigações sobre o tema, também foi o primeiro evento da conferência a publicar anais.

Outros destaques são, para a V CNMEM, realizada em 2007, contando com uma expressiva participação de participantes de diversos estados brasileiros, também a X CNMEM realizada em Maringá-PR em 2017 que contou com a presença de pesquisadores da área e educadores matemáticos de diferentes regiões do país e da Colômbia.

A XII CNMEM retornou após ser adiada devido à pandemia de COVID-19. Originalmente programada para 2021, o evento ocorreu apenas em 2023, sendo organizado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. O tema escolhido foi *Modelagem Matemática em Tempos Pandêmicos: desafios, perspectivas e valores*, mostrou-se particularmente pertinente, uma vez que os desafios impostos pelo período de quarentena demandaram novas abordagens e diferentes perspectivas na área.

A pesquisa aqui apresentada foi realizada pesquisa bibliográfica, com abordagem quantitativa para a catalogação das publicações e qualitativa para a escolha das que se adequam à proposta deste artigo, essa modalidade de pesquisa que segundo Cervo, Bervian e Silva (2007, p.60), busca explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em artigos, livros dissertações e teses, possibilitando conhecer contribuições culturais e científicas sobre uma temática ou problema.

Este trabalho está organizado em quatro seções. Na Introdução, apresentamos o problema de pesquisa, sua justificativa e os objetivos do estudo. Em seguida a segunda seção, denominada Modelagem Matemática, discutimos a Modelagem Matemática como recurso pedagógico, explorando as concepções teóricas de autores referenciais na área que fundamentam o desenvolvimento de práticas educacionais. Posteriormente, na terceira seção, análise dos dados, descrevemos a metodologia de coleta e analisamos os dados obtidos, que permitiu identificar contribuições relevantes para esta investigação. Finalizando o artigo, apresentamos nossas considerações sobre o resultado da pesquisa e propomos desdobramentos para esta pesquisa.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Para definir o que é Modelagem Matemática e sua aplicação no contexto educacional, foi realizada uma pesquisa bibliográfica em publicações de autores como D'Ambrósio (2001), Bassanezi (2004), Brandt; Burak e Klüber (2016), Almeida; Brito (2005), Blum; Niss (1991) e Burak (1992), autores reconhecidos pela publicação e orientação de pesquisa sobre o assunto.

Ao longo dos anos, a Modelagem Matemática adquiriu diversas concepções e diferentes formas de aplicação em sala de aula. Segundo Bassanezi (2004), a Modelagem Matemática, em seus múltiplos aspectos, constitui um processo que integra teoria e prática,

motivando seus usuários a compreenderem a realidade que os cerca e a buscarem meios para intervir e transformá-la.

Consequentemente é possível compreender que essa abordagem promove uma práxis onde a realidade pode tornar significativa a teoria, além disso, tornando palpável a ponto de poder interagir sobre esse contexto matematicamente, como o autor ressalta que “Toda teoria específica é, na verdade, um modelo matemático de um pedaço da realidade” Bassanezi (2004, apud Bunge, 1974).

Um aspecto fundamental para a compreensão da Modelagem Matemática consiste na definição do conceito de modelo. Bassanezi (2004) propõe que um Modelo Matemático seja entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam, de forma simplificada, o objeto de estudo. Em outras palavras, trata-se de uma representação idealizada de fenômenos da realidade.

Nesse contexto o autor sugere que a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma série de etapas, as quais podemos simplificadamente listar da seguinte maneira:

1. **Experimentação:** Etapa onde se obtém e processa os dados, onde a contribuição de um matemático para o direcionamento pode ser essencial e facilitadora.
2. **Abstração:** É o procedimento que deve levar a formação dos modelos matemáticos, neste passo, procura-se estabelecer:
 - a. Seleção de variáveis.
 - b. Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando.
 - c. Formulação das hipóteses.
 - d. Simplificação.
3. **Resolução:** A solução está vinculada ao grau de complexidade empregado na formulação, os sistemas e equações podem ser solucionados de forma algébrica analítica ou computacional.
4. **Validação:** É o passo onde os modelos e hipóteses são testados em confronto com os dados empíricos.
5. **Modificação:** Quando modelos são obtidos a partir de simplificações e idealizações da realidade, geralmente não conduzem às previsões corretas ou definitivas, desse modo,

nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado ao receber novos dados.

A estruturação sequencial das etapas metodológicas foi cuidadosamente planejada para otimizar o desenvolvimento da pesquisa. Essa organização progressiva apresenta três vantagens principais: (1) facilita a condução sistemática do estudo, (2) orienta os participantes em relação aos procedimentos a serem seguidos, e (3) assegura o alinhamento constante com os objetivos estabelecidos para a atividade. Cada fase do processo possibilita a utilização dos resultados da fase anterior, criando um fluxo lógico de trabalho que potencializa a consecução dos resultados esperados.

De acordo com Almeida e Brito (2005) a Modelagem Matemática é apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar questões extra matemáticas que sejam de interesse dos alunos, onde o problema a ser investigado tenha a participação direta dos sujeitos envolvidos. Dessa forma, trazendo um conceito mais investigativo, ou seja, os participantes irão conceber ideias a partir da interação com o problema, ampliando essa abordagem para a resolução por meio da matemática, um problema cuja origem não é necessariamente matemática.

No entanto por relacionar a Modelagem Matemática como uma atividade prática, diferentemente da concepção anterior, é deixado de forma implícita em seus exemplos as etapas a serem seguidas, essas que são nomeadas de ações coordenadas ou uma linha invisível, deste modo, os participantes separados em grupos escolheram temas relevantes e pesquisaram, por fim, elaborando um trabalho que refletem a aplicação do conhecimento adquirido.

Outra concepção é apresentada por Blum; Niss (1991), expressa a modelagem como um processo de traduzir um problema do mundo real para linguagem matemática, para que assim seja resolvido, só então os dados possam ser interpretados sendo devolvidos para o contexto inicial, o que a torna relevante para resolução de problemas interdisciplinares complexos.

Podemos pontuar essa concepção da seguinte forma:

1. **Compreender o problema:** Identificar o fenômeno a ser modelado e os dados disponíveis.

2. **Simplificar o problema:** isolar as informações mais relevantes buscando objetividade.
3. **Traduzir para linguagem matemática:** Representar o problema usando símbolos e equações que são a linguagem convencional da Modelagem Matemática.
4. **Resolver o modelo:** realizar os cálculos a partir das equações geradas.
5. **Interpretar os dados no contexto original:** aplicar os resultados ao problema inicial.

Embora semelhante à visão de Almeida e Brito (2005), Blum e Niss enfatizam que os dados não fiquem apenas no modelo, por outro lado, que sejam contemplados na situação de partida.

Ainda no âmbito de definição de modelagem Burak (1992) destaca que a Modelagem Matemática se constitui em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano. Tal paralelo pode ser reescrito como modelo, cujo termo é mais usado recentemente.

O autor destaca que a capacidade humana de pensar e criar, aliada ao espírito investigativo, permitiu ao homem modelar seu ambiente como forma de compreendê-lo melhor. Essa necessidade contínua de conhecer e entender o mundo que o cerca revela que a prática de modelar a realidade para obter melhor compreensão é inerente à condição humana. Nesse contexto, traduzir situações reais para a linguagem matemática consiste em utilizar ferramentas que possibilitam a resolução estruturada de problemas, integrando teoria e prática de maneira eficaz.

Desse modo, Burak (1992) propõe uma gama de etapas que constituem o processo de modelagem, sendo as que podem ocorrer:

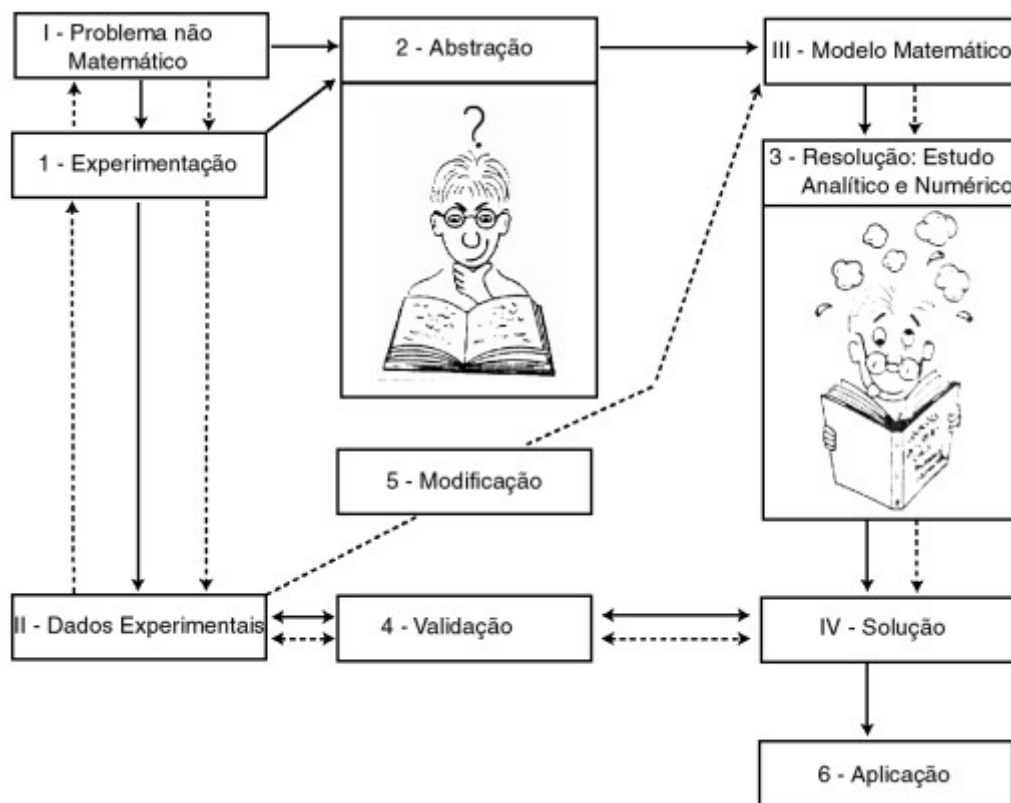
1. **Escolha do tema:** É o início do processo, parte da escolha de um tema levantado pelos próprios participantes, que se agrupam em um assunto em comum.
2. **Fase Exploratória:** Consiste no contato mais estreito do grupo com o tema escolhido, pode se dar na forma de visitas, entrevistas e coletas de dados no geral.
3. **Formulação do problema** ou especificação do interesse: A formulação deve ser clara, exigindo uma visão precisa da situação a ser estudada, é fundamental que essa formulação seja feita em linguagem matemática.

4. **Construção do modelo:** É a tradução do problema em linguagem matemática, estabelecendo relações entre as variáveis intervenientes do modelo.
5. **Validação do modelo:** Verificar se o modelo apresenta características gerais da situação inicial, também se a linguagem matemática aplicada no modelo possui auto consistência.
6. **Reformulação do modelo:** Porventura na etapa de validação, o modelo não for capaz de representar a situação inicial, a reformulação constituirá na reorientação das variáveis envolvidas, originando um novo modelo a ser submetido a validação.
7. **Interpretação dos resultados:** Verificar se os resultados obtidos satisfazem não somente as sentenças matemáticas, mas também as questões iniciais levantadas.

Portanto, pode-se notar uma semelhança com a concepção de Bassanezi (2004), afinal suas contribuições são das observações de estudos relacionados com a matemática aplicada. No geral as concepções sempre giram em torno de conhecer o problema, reescrevê-lo em linguagem matemática para que assim possa ser resolvido e aplicado no mundo real.

Dessa forma, os conteúdos matemáticos podem se tornar mais conectados a realidade dos estudantes, conseqüentemente mais atrativos, já que, na Modelagem Matemática situações do cotidiano serão traduzidas para uma linguagem matemática, dessa forma obtendo uma conexão próxima entre conceitos e aplicações, ao invés de apresentar os mesmos conceitos em situações que o educando poderá jamais vivenciar. Todas as etapas para que se tenham um processo de modelagem estão ilustradas na Figura 1 a seguir.

Figura 1 — Esquema de uma modelagem Bassanezi



Fonte: Bassanezi (2004,p27)

Consequentemente mostrando que apesar de divergirem em suas aplicações, todas essas definições se alinham com documentos como os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN), que ressaltam que a matemática deve contribuir para a formação cidadã, ao:

dar contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Assim, a modelagem matemática não apenas se alinha às necessidades curriculares dos educandos, contribuindo, também, para o desenvolvimento social e intelectual dos estudantes, promovendo um aprendizado mais significativo e conectado à realidade.

A partir da compreensão teórica e sua importância para o ensino, bem como da relevância da CNMEM para a divulgação das pesquisas sobre Modelagem Matemática no Brasil, investigamos como essa abordagem está sendo aplicada na prática. Para isso, realizamos um mapeamento dos trabalhos apresentados na XII CNMEM, identificando e descrevendo em quais regiões e contextos educacionais que originaram essas publicações.

ANÁLISE DOS DADOS

Foi feito um levantamento quantitativo de trabalhos do XII CNMEM, a partir dos anais do evento, objetivando catalogar os dados considerados relevantes para essa pesquisa, a leitura teve ênfase nos resumos onde foi possível destacar os dados de interesse para a pesquisa. Em alguns textos, foi necessário a leitura do artigo, pois não ficava claro no resumo a aplicação realizada na pesquisa.

Na pesquisa dos trabalhos do XII CNMEM, buscamos identificar: a instituição que originou a pesquisa; o Estado onde a pesquisa foi aplicada, temática trabalhada e público-alvo da aplicação da atividade. No total foram analisadas 64 Comunicações Científicas, 07 Pôsteres e 31 Relatos de Experiência, de diversas regiões do país, e algumas internacionais.

Iniciamos a análise qualitativa identificando a origem dos textos apresentado nas conferências e agrupando-os por região geográfica, observamos no Quadro 1. Somando as comunicações científicas, pôsteres e relatos de experiência, contabilizamos 102 textos.

Observamos que 67 trabalhos são da região Sul, enquanto a região Sudeste teve 22 textos apresentados. Estas duas regiões contribuíram com 89 dos textos apresentados na conferência, representando 87% de todos os trabalhos apresentados. Ficando evidente como as ações de Modelagem Matemática são desenvolvidas nestas regiões, que concentram os principais autores e pesquisadores do assunto.

Quadro 1: Relação de trabalhos por região

Região	Quantidade de trabalhos
Sul	67
Sudeste	22
Centro-Oeste	8
Norte	3
Nordeste	1
Internacional	1

Fonte: Dados do autor

Dos 13 trabalhos restantes, um deles é internacional, sobrando 12 trabalhos para serem distribuídos com as demais regiões do país. Na região Centro-Oeste identificamos 8 documentos que representa 8% dos trabalhos da conferência. A região Norte contribuiu com

3 texto, ou seja, com menos de 3% dos textos. Enquanto a região Nordeste teve um trabalho apresentado na conferência, representando menos de 1% dos documentos da XII CNMEM. A diferença na contribuição das diferentes regiões é algo a ser estudado, entretanto, encontra-se fora dos objetivos desta pesquisa.

Uma segunda análise realizada nos dados da XII CNMEM, foi a identificação do tipo de aplicação realizada conforme o tipo de Ensino. Desta forma catalogamos os trabalhos em função deles terem sido aplicados ou realizados no: Ensino Inclusivo, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Graduação, Pós-Graduação, Ensino Técnico e Escola do Campo, conforme observado no Quadro2. A categoria Pós-Graduação envolveu os trabalhos realizados em Mestrados e Doutorados.

Analisando o Quadro 2, identificamos que a Modelagem Matemática possui aplicações em todos os níveis de Ensino. Perpassando a aplicação em atividades de sala de aula até a formação de professores desde a graduação até a Pós-Graduação. Entre os textos analisados, diversos são articulações envolvendo a Educação Básica com a Pós-Graduação. Na Educação Básica observamos aplicações da Educação Infantil até o Ensino Médio, inclusive com o Ensino Inclusivo e as Escola do Campo.

Para finalizar a pesquisa proposta, realizamos a identificação dos textos em função do estado onde ocorreu a aplicação da atividade de Modelagem Matemática. Quando não foi possível essa identificação, tomamos a localidade dos autores ou da instituição como a localidade em que ocorreu a aplicação da atividade. O resultado desta categorização encontra-se no Quadro 3.

Quadro 2: Relação de trabalhos por nível de ensino

Nível de Ensino	Quantidade de trabalhos
Fundamental	39
Pós graduação	32
Graduação	25
Ensino médio	10
Ensino técnico	2
Educação Inclusiva	1
Escola do campo	1

Fonte: Dados do Autor

Complementando a análise realizada anteriormente, quando analisamos os textos do XII CNMEM em relação as regiões Geográfica do Brasil, aqui a análise é focada nos estados. Dos 26 estados e o Distrito Federal, somente 12 Estados tiveram trabalhos apresentados na Conferência. Sendo que o Nordeste só teve um trabalho apresentado por pesquisadores da Bahia, como observado no quadro 3. Lembramos que levantamento realizado neste estudo, objetivava identificar como a participação do Nordeste nos trabalhos apresentados naquela Conferência Nacional de Modelagem em Educação Matemática.

Quadro 3: Relação de trabalhos por Estado

Estados	Quantidade de Trabalhos
Paraná(PR)	37
Santa Catarina(SC)	18
Rio Grande do Sul(RS)	12
São Paulo(SP)	12
Minas Gerais(MG)	5
Rio de Janeiro(RJ)	5
Goiás(GO)	5
Distrito Federal(DF)	2
Amazonas(AM)	2
Pará(PA)	2
Mato Grosso(MT)	1
Bahia(BA)	1

Fonte: Dados do autor

A ausência de estados como o Ceará(CE), Piauí(PI), Maranhão(MA), Pernambuco(PE) e Rio Grande do Norte (RN), motivos diversos questionamentos, entretanto, analisar estes questionamentos foge do escopo desta pesquisa, devendo ser realizado em outro estudo.

Descrevendo uma aplicação em Modelagem Matemática

Como só um texto do XII CNMEM foi originado no Nordeste, no caso, na Bahia. Decidimos por um estudo mais detalhado da forma como a pesquisa foi realizada. A Comunicação Científica de Rios; Santana (2023) tem o título *Modelagem Matemática e as Associações na Geração da Energia Fotovoltaica*. As Atividades foram desenvolvidas na disciplina de Estágio Curricular Supervisionado de Matemática III do curso de Licenciatura em Matemática da universidade pública no estado da Bahia.

Segundo os autores, a motivação para a realização do estudo surgiu após a constatação de lacunas que necessitavam serem exploradas com relação à pesquisa em

Modelagem Matemática ao relacionar com a Educação matemática e áreas afins. Contando com a participação de 9 estudantes voluntários dos 15 que compunham a turma. O objetivo da atividade foi mapear as associações na geração da energia solar fotovoltaica. A tarefa de Modelagem Matemática estava vinculada à atividade curricular Estágio de Docência do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE). Nesta descrição, focamos no processo como a atividade de Modelagem Matemática foi executada e analisada.

Após a apresentação da tarefa de Modelagem Matemática, os alunos escolheram diferentes caminhos na busca da solução. Alguns alunos escolheram soluções que aproximavam da matemática pura. Enquanto outros, buscaram na internet textos e ilustrações, reportagem de TV que mostrava sobre a possibilidade de obter desconto na conta de energia elétrica para quem produzisse energia limpa, que no caso era energia fotovoltaica. A forma como os alunos realizaram a pesquisa, mostra como a interdisciplinaridade no estágio de docência, contribui na formação dos professores ao estabelecer uma rede de conexões e interações através de experiências compartilhadas.

A atividade foi realizada em dois encontros. No primeiro encontro, foi caracterizado por questões sobre a energia solar, a sua história no mundo e no Brasil, o processo de instalação dos equipamentos, a geração da energia, o gerenciamento da energia gerada. Essa primeira atividade tinha o intuito de avaliar o conhecimento dos participantes em relação a temática abordada. Os autores afirmam que os participantes tinham desconhecimento geral sobre o assunto.

No segundo encontro foi realizado um debate com os participantes, iniciando com as questões do encontro anterior, durante o debate surgiu questionamentos sobre a instalação de usinas hidrelétricas e seus efeitos no meio ambiente e na sociedade como a extinção de animais e plantas, desalojamento de comunidades nativas e poluição. Após esse debate, os participantes foram divididos em dois grupos para uma leitura da lei que define o pagamento de taxas sobre a fatura de energia elétrica para mini e microgeração distribuída. A leitura foi acompanhada de perguntas elaboradas pelos pesquisadores.

Nestas perguntas foram abordadas questões como a representação de geração de energia solar ao longo do tempo, vantagens e desvantagens da geração de energia solar nas residências, a viabilidade da instalação desse sistema para as famílias e por fim, os participantes teriam que sugerir questões considerando o que já foi apresentado.

Os grupos apresentaram as suas ideias oralmente e no quadro, um deles conseguiu apenas uma parte, participando da discussão ainda mostrando opiniões e possibilidades de uma forma mais direta sem muitos cálculos matemáticos, já o outro conseguiu construir estratégias, fórmulas e operações matemáticas, bem como um modelo, mostrando resoluções e gráficos detalhados de uma forma bem estruturada.

Segundo os autores, ao finalizar o estudo, conclui-se que a utilização de Modelagem para resolver situações relacionadas a um tema que não seja necessariamente matemático, fazendo parte do cotidiano do aluno, mostra que vários conteúdos podem estar no contexto, essa reflexão remete ao processo de Modelagem que tem como uma de suas etapas transformar uma situação do cotidiano em linguagem matemática para que assim seja possível resolvê-la, nessa experiência os alunos expuseram gráficos, tabelas, equações entre outros, conectando teoria e práticas da vida real.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diversas são as análises que podem ser realizadas. Entretanto, finalizamos este texto respondendo nossa questão de pesquisa. ou seja, a investigação da aplicação de Modelagem Matemática no Nordeste a partir de um levantamento das publicações da XII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação (CNMEM). Os resultados revelaram uma disparidade regional significativa na produção acadêmica sobre Modelagem Matemática, com uma concentração nas regiões Sul e Sudeste. Com poucas apresentações de pesquisa ou atividades envolvendo Modelagem Matemática originado no Nordeste, como visto, só uma comunicação científica da Bahia (BA) e nenhuma do estado do Ceará (CE).

Essa ausência pode ser justificada pela falta de pesquisadores e grupos de pesquisas que promovam a investigação e a divulgação da Modelagem Matemática no Nordeste, incentivando pesquisas, formando pesquisadores e divulgando a potencialidade da Modelagem Matemática para o Ensino de Matemática. A formação de uma rede de cooperação entre pesquisadores e professores que ensinam matemática é outra possibilidade da execução de atividades elaboradas com Modelagem Matemática.

Com relação a análise quanto ao nível de Ensino, observamos aplicações da Modelagem Matemática contemplando desde a formação inicial de professores até em estudos de pós-graduação, aplicações na Educação Básica e Inclusiva, do Ensino Técnico a

Escola do Campo. Reforçando o potencial da Modelagem matemática como prática didática e/ou pedagógica interdisciplinar capaz de atender uma variedade de perfis estudantis, conectando teoria e prática.

Este estudo, pode ter diversos desdobramentos. Um deles é a adequação dos trabalhos de Modelagem Matemática para a realidade do estado do Ceará (CE), pois suas práticas se tornam relevantes diante dos desafios enfrentados no Ensino de Matemática, por suas atividades poderem promover uma educação contextualizada explorando problemas locais. Fortalecendo a formação de professores e o desempenho dos alunos.

Aprofundar mais sobre esse tema possibilitou também uma grande contribuição na minha formação, pois a partir dessa pesquisa, passei a enxergar a Modelagem Matemática como um recurso didático-pedagógico para um ensino contextualizado e interdisciplinar, ao propor atividades conectadas a temas sociais, a investigações críticas e reflexivas, que motivam a participação dos alunos em sala de aula.

Nesse contexto, esse trabalho também abre espaço para novos desdobramentos, como a expansão do mapeamento, investigações que podem considerar outras edições da CNMEM, permitindo observar a evolução das temáticas relacionadas à Modelagem Matemática, assim como a participação dos estados ao longo da série histórica, aprofundando a compreensão da representatividade no cenário nacional.

Uma pesquisa para focada nas instituições de Ensino e de Pesquisa do Nordeste, possibilitará compreender os motivos que impedem ou motivam a produção acadêmica e como as pesquisas sobre Modelagem Matemática chegam nas escolas. Identificando iniciativas que não estão representadas nos anais da XII CNMEM, entretanto, estão contribuídos para a disseminação e fortalecimento da Modelagem Matemática no contexto regional.

Dessa forma, este estudo possibilitou compreender o cenário atual da Modelagem Matemática no Brasil, por meio da representação no evento, destacando avanços e lacunas, podendo assim traçar estratégias para o futuro, para que esse cenário se torne menos desigual, ressaltando a importância da pesquisa a fim de fomentar a prática da Modelagem Matemática no Ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. *Ciência & Educação* (Bauru), v. 11, p. 483-497, 2005.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2004.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22, n. 1, p. 37-68, feb, 1991.

BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. Editora UEPG, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/ SEF, 1998

BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. 1992. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 24 jun. 1992.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. *Metodologia científica*. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2023, Rio de Janeiro. *Anais [...]*. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Educação de Surdos, 2023. On-line. Tema: Múltiplos Atores e Saberes na Educação de Surdos. Acessado em 20/10/2024. Link: <https://www.ufrgs.br/cnmem/anais/>

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

RIOS, Juscelino Lima; SANTANA, Flávia Cristina de Macêdo. Modelagem matemática e as associações na geração da energia solar fotovoltaica. In: XII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), 2023, Porto Alegre. *Anais [...]*. Porto Alegre: CNMEM, 2023.

SOBRE OS AUTORES:

RENATO SOUZA DA SILVA

Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará – Campus Canindé. Foi bolsista CAPES nos programas Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBD) e o Programa Residência Pedagógica (PRP). Atualmente, é professor na Escola Municipal de Ensino Fundamental José Paulo de Sousa – CERU, no município de Itatira – CE.

EUGENIANO BRITO MARTINS

Professor do Instituto Federal do Ceará, atuando no campus Canindé. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela UFRN, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (IFCE), com especialização em Ensino de Matemática e Planejamento Escolar. Pesquisa em Educação Matemática focada na sala de aula, abordando temas como História da Matemática, Modelagem Matemática e Teoria da Objetivação.

SOBRE OS ORGANIZADORES

FÁBIO SAMPAIO MARIANO

Mestre em Matemática pela Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB). Graduado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), com especializações em Metodologia no Ensino de Matemática e Física e em Gestão Escolar. Atua como professor de Matemática na rede estadual do Ceará e exerce função de coordenação em escola de educação profissional.

FRANCISCO ODÉCIO SALES

Doutor em Educação (Ensino de Matemática) pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e mestre em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Possui formação em Licenciatura e Bacharelado em Matemática e especializações na área de ensino. É professor EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), campus Itapipoca, com experiência em Geometria Diferencial, Ensino de Matemática e Olimpíadas de Matemática. Sua atuação inclui formação de professores, coordenação de projetos de extensão e participação em grupos de pesquisa voltados ao ensino da Matemática.

MARIA ALICIANE MARTINS PEREIRA DA SILVA

Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) na Universidade Federal do Ceará. Especialização em andamento em Gestão EPT (IFCE – Caucaia). Especialista em Matemática, Ensino de Matemática e Gestão Escolar (FacuVale). Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará – Campus Crateús. Coordenadora do Polo Olímpico de Treinamento Intensivo (POTI),

