

**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**

**INVESTIGAÇÃO TRIGONOMÉTRICA: A CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO
TEODOLITO ARTESANAL NO ENSINO MÉDIO**

**FÁBIO LUIZ RECH
CHIARA MARIA SEIDEL LUCIANO DIAS**

**SINOP, MT
2025**

Produto educacional apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade do Estado de Mato Grosso “Carlos Alberto Reyes Maldonado” (UNEMAT), Campus Universitário de Sinop. Apreziado pela banca de Mestrado no dia 13/09/2025.

AUTORES

Professor Fábio Luiz Rech

Professor da Rede Pública de Ensino do Estado de Mato Grosso (SEDUC-MT). Licenciado em Matemática pela Universidade Paranaense (2006) e Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física pela Centro Universitário Internacional (UNINTER, 2015). Discente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UNEMAT, Campus de Sinop.

Professora Dra. Chiara Maria Seidel Luciano Dias

Professora da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT). Licenciada em Matemática pela UNEMAT (2001), mestre em Matemática, pela Universidade Estadual de Maringá (UEM) (2007) e doutora em Educação em Ciências e Matemática, pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT) (2021). Integra o corpo docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UNEMAT (Campus de Sinop), atuando na linha de pesquisa "Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias".



1. CARTA DE BOAS-VINDAS

Olá, prezado professor! Olá, prezada professora!

É com muita satisfação que nós, professor Fábio e professora Chiara, na condição de pesquisadores e pesquisadoras, mas também aprendizes, elaboramos este material para você, com o intuito de te convidar a conhecer (ou aprimorar) um tema muito apreciado por nós, o ensino de Trigonometria.

Este material que detalha uma sequência didática, foi pensado com o compromisso de colaborar com sua prática docente a partir da construção de um teodolito artesanal, dedicado ao ensino de razões trigonométricas. Ele é oriundo da dissertação “Construção de Teodolito Artesanal: Uma Abordagem Prática para o Ensino de Razões Trigonômétricas”, elaborada no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado de Mato Grosso “Carlos Aberto Reyes Maldonado” (UNEMAT), na linha de pesquisa Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

Desejamos a você uma ótima leitura e excelente estudo!

2. UM POUCO DA HISTÓRIA E EVOLUÇÃO DO TEODOLITO

O teodolito é um instrumento de medição utilizado em trabalhos topográficos e geodésicos, essencial para determinar a medida de ângulos horizontais e verticais. Seu funcionamento básico envolve um telescópio montado sobre uma base giratória, o que permite medir ângulos em duas dimensões. As leituras são feitas em escalas graduadas, e o uso de um tripé garante a estabilidade necessária durante as medições em campo.

O desenvolvimento do teodolito está diretamente ligado ao avanço da ciência e da tecnologia ao longo dos séculos. Segundo Binghua, Heng e Hongli (2020) e Silva (2021), as melhorias nesse instrumento sempre acompanharam as necessidades práticas de medições cada vez mais precisas em áreas como construção, mapeamento e navegação.

O ponto de partida dessa história remonta ao século XVI, quando o aprimoramento dos sistemas ópticos possibilitou medições mais exatas e já no século XVII, o instrumento passou a receber aperfeiçoamentos importantes, como a adição de uma bússola acoplada, que auxiliava na orientação das medições (Figura 1). Apesar dessas inovações, costuma-se atribuir ao inglês Jonathan Sisson (1690–1747) a fabricação do primeiro teodolito moderno, que serviu de base para os modelos que o sucederam.

Figura 1: Teodolito com bússola acoplada



Fonte: Museu do Silvío (2018)

Ao longo do século XIX, o teodolito evoluiu. O desenvolvimento de sistemas de engrenagens e vernieres aumentou muito a precisão das medições, reduzindo as margens de erro. Nesse mesmo período, as universidades, como as de Turim, passaram a utilizar coleções de instrumentos técnicos e científicos, incluindo o teodolito, no ensino da matemática e de outras ciências aplicadas (Luciano & Pizzarelli, 2020).

Com o avanço da tecnologia, surgiram os teodolitos eletrônicos, que utilizam sensores fotoelétricos e sistemas automatizados. Esses modelos modernos aumentaram ainda mais a precisão e a eficiência das medições, marcando a transição para uma era de instrumentos digitais (Silva; Almeida; Pereira, 2021). A Figura 2 ilustra um modelo de teodolito do século XIX ao lado de um modelo eletrônico do século XX.

Figura 2: Teodolito do século XIX e teodolito eletrônico



Fonte: Silva; Almeida; Pereira (2021)

Com o passar do tempo, o teodolito continuou evoluindo, incorporando tecnologias cada vez mais precisas e automatizadas. A Figura 3 apresenta uma ilustração dos teodolitos mais modernos, fazendo menção a sua importância em diferentes áreas do conhecimento e em diversas atividades profissionais. Essa imagem foi criada com o auxílio de inteligência artificial, representando de forma visual a integração entre a tradição dos instrumentos de medição e as inovações tecnológicas atuais.

Figura 3: Ilustração do Teodolito e diversas áreas do conhecimento



Fonte: Imagem produzida com o auxílio de Inteligência Artificial

O recurso ao teodolito construído de modo artesanal como uma adaptação didática no contexto escolar, pode possibilitar compreensão de representações geométricas como ângulos e coordenadas, e com isso potencializar a aprendizagem de conceitos de razões trigonométricas.

3. IDEALIZANDO AS ATIVIDADES

A atividades apresentadas neste recurso foram idealizadas a partir de uma experiência vivenciada em uma escola pública da rede estadual de Mato Grosso, a Escola Estadual Mundo Novo, localizada na zona rural do município de Alta Floresta.

As investigações empíricas desenvolvidas neste ambiente escolar, nos levaram a observar em que medida as intervenções pedagógicas, com a utilização do teodolito artesanal pôde contribuir para a compreensão de conceitos trigonométricos. Dessa forma, a proposta surgiu, portanto, da intenção de proporcionar um ensino mais significativo no que se refere às razões trigonométricas.

Assim, a sequência de atividades tem como principal objetivo possibilitar que os estudantes compreendam, de forma prática e investigativa, a aplicação da Trigonometria na medição de alturas e distâncias. Ao construir e manusear o teodolito, os estudantes são estimulados a explorar relações trigonométricas fundamentais, como seno, cosseno e tangente.

As atividades aqui propostas foram organizadas em um roteiro, colaborando com o ensino de forma intencional e progressiva. Ao articular conteúdos, atividades e seus objetivos às necessidades dos estudantes, a sequência tem oportunidade de potencializar o desenvolvimento de competências e habilidades. Nesse sentido, para além de um encadeamento de tarefas organizado, a situação didática aqui apresentada, representa um instrumento pedagógico que valoriza o planejamento docente para o desenvolvimento de práticas mais contextualizadas.

4. ROTEIRO DE CONSTRUÇÃO DO TEODOLITO ARTESANAL

4.1 Materiais para a Construção do Teodolito:

Para a construção do teodolito são necessários os seguintes materiais:

- Para a base: um pedaço de MDF para garantir estabilidade;
- Para o eixo de rotação: um parafuso longo ou tubo metálico para permitir o giro do teodolito;
- Um transferidor de plástico (180° ou 360°) para marcação e medição de ângulos;
- Um nível de bolha, para garantir que o instrumento esteja nivelado;
- Para o visor: um canudo rígido ou tubo de PVC pequeno;
- Para o fio de prumo: um peso amarrado a um fio para alinhamento vertical;
- Parafusos e cola quente, para a fixação das peças.
- Para o tripé: canos de PVC e garrafa PET.

4.2 As etapas (o passo a passo detalhado) da construção do teodolito:

Passo 1 – Construção do tripé:

- Utilize uma barra de 6 metros de cano 22 mm ou 25 mm e divida-o em 4 partes de 1,50 metros;
- Utilize uma garrafa pet (1,5L de preferência) e corte aproximadamente 25 cm abaixo do gargalo. Utilize a parte do gargalo. Divida a parte seccionada em 3 partes iguais;
- Utilize 3 partes do cano e a garrafa pet para fazer a fixação do tripé. Para isso use abraçadeira de nylon (enforca gato) para fixar bem;
- A outra parte do cano (1,5 m), divida em 3 partes de 50 cm e reforça a base do tripé, fixando bem, ou seja, pode utilizar novamente a abraçadeira;
- Tripé finalizado.



Passo 2 – A Base:

- Utilize dois pedaços de MDF (de preferência) com medidas de 15 cm x 10 cm e fixe em forma de L para iniciar a base;
- Utilize uma tampa de garrafa pet e faça uma perfuração nas laterais da tampa, de modo a passar pelo centro dessa tampa;
- Cole o transferidor bem no centro superior da base;
- Cole a tampa perfurada na parte superior central da base;
- Passe o canudo pela perfuração da tampa;
- Cole um nível bolha na parte central da base.



Passo 3 – Fixação da base no tripé:

- Perfure a base no centro;
- Coloque um peso em um fio de nylon para servir como fio de prumo;
- Coloque esse fio na perfuração da base passando pelo gargalo da garrafa pet do tripé;
- Fixe bem (com parafuso) a base com a tampa da garrafa pet do tripé;
- Teodolito finalizado.



4.3 Atividades:

Atividade 1 - Introdução ao Teodolito

Nesta atividade inicial, o/a professor(a) pode apresentar o que é um teodolito a partir de sua origem histórica e sua evolução ao longo do tempo, destacando sua importância em áreas como a topografia e engenharia, e assim preparando o contexto para a utilização do teodolito artesanal. A explicação pode ser acompanhada de imagens ou vídeos curtos que ilustrem o funcionamento de um teodolito profissional e a construção de um modelo artesanal.

Os estudantes são divididos em grupos para a construção do teodolito caseiro e cada grupo construirá o seu.

Atividade 2 - Medindo Alturas e Distâncias

Os estudantes, organizados em grupos utilizarão seus teodolitos para realizar medições no ambiente escolar.

- I) Fazer uma revisão das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente;
- II) Escolher pontos fixos no pátio ou área externa da escola (exemplos: árvore, poste ou caixa d'água);
- III) Posicionar o teodolito e medir o ângulo de elevação até o topo;
- IV) Aplicar os conceitos de razões trigonométricas (tangente) para calcular a altura;
- V) Solicitar aos estudantes que anotem suas conclusões.

Atividade 3 – A resolução de problemas

Para consolidar os conceitos estudados a partir das atividades anteriores, sugere-se a escolha de problemas matemáticos contextualizados que exigem a aplicação das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Os enunciados dos problemas podem apresentar algumas situações tais como a medição da altura de um objeto a partir de um ângulo de elevação e distância conhecida.

- I) Resolver problemas semelhantes sem o uso do teodolito;
- II) Comparar a precisão e compreensão dos estudantes antes e depois do uso do instrumento.

- *Atividade 4 - Avaliação e Reflexão*

Nesta última atividade é possível promover um momento de avaliação e reflexão sobre as atividades já desenvolvidas, de modo que os estudantes expressem suas percepções sobre o processo e estabeleçam conexões entre teoria e prática.

- I) Discutir com os estudantes a experiência e os desafios da medição prática;
- II) Relacionar os conceitos estudados com aplicações reais na engenharia e na topografia;
- III) Aplicar um questionário para avaliar a compreensão sobre razões trigonométricas.

5. Avaliações diagnósticas e alinhamento com a BNCC

A utilização do teodolito artesanal no ensino de trigonometria está alinhada com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio. A atividade contempla os seguintes objetos do conhecimento e habilidades:

- Objeto do Conhecimento:
 - Razões trigonométricas no triângulo retângulo.
 - Medidas de ângulos e distâncias.
 - Aplicabilidade da trigonometria na resolução de problemas reais.
 - Construção e utilização de instrumentos de medição.
- Habilidades (conforme a BNCC):
 - (EM13MAT102) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de ângulos e distâncias em contextos diversos, utilizando relações trigonométricas.
 - (EM13MAT103) Compreender e aplicar as razões trigonométricas no cálculo de distâncias inacessíveis, explorando situações práticas.
 - (EM13MAT405) Utilizar diferentes ferramentas e tecnologias na coleta e análise de dados para a resolução de problemas matemáticos e científicos.
 - (EM13MAT401) Explorar e relacionar grandezas mensuráveis, reconhecendo a importância da trigonometria na vida cotidiana e em diversas áreas do conhecimento.

A seguir são expostas situações problemas para resolução com os estudantes.



Governo do estado de Mato Grosso
SEDUC – Secretaria de Estado de Educação
15504 – Escola Estadual Mundo Novo
Alta Floresta – MT

1º Ano

NOME COMPLETO:

MATEMÁTICA	PROFESSOR: FÁBIO RECH	Valor: 10,0
Turma A ☐ B ☐	DATA:	Nota: _____

1) Um engenheiro foi contratado para calcular a altura de um prédio sem subir nele. A uma distância de 40 metros, constatou-se que era possível construir o seguinte triângulo retângulo.

Podemos afirmar que a altura do prédio é de, aproximadamente, quantos metros?

(Dados: use $\sqrt{3} = 1,73$)

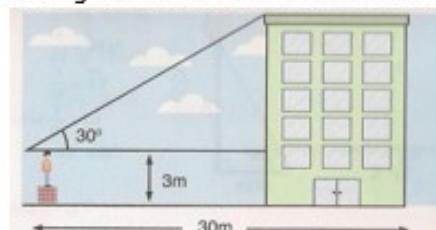


2) Uma tirolesa será feita em uma montanha que possui 100 metros de altura. Sabendo que ela será amarrada de tal modo que forme com o chão um ângulo de 45° , qual deve ser o tamanho do cabo da tirolesa?

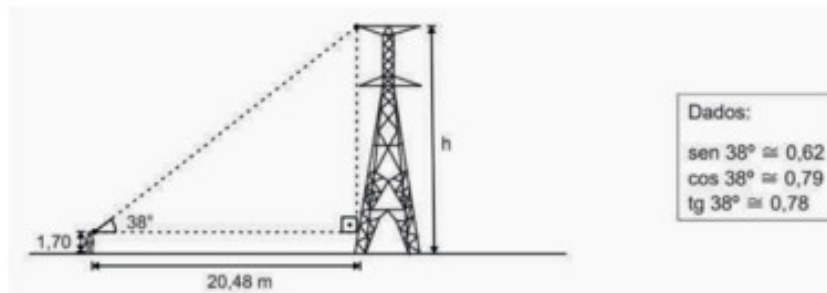
(Dados: use $\sqrt{2} = 1,41$)

3) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca – se a 30 m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30° , conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal.

(Dados: use $\sqrt{3} = 1,73$)

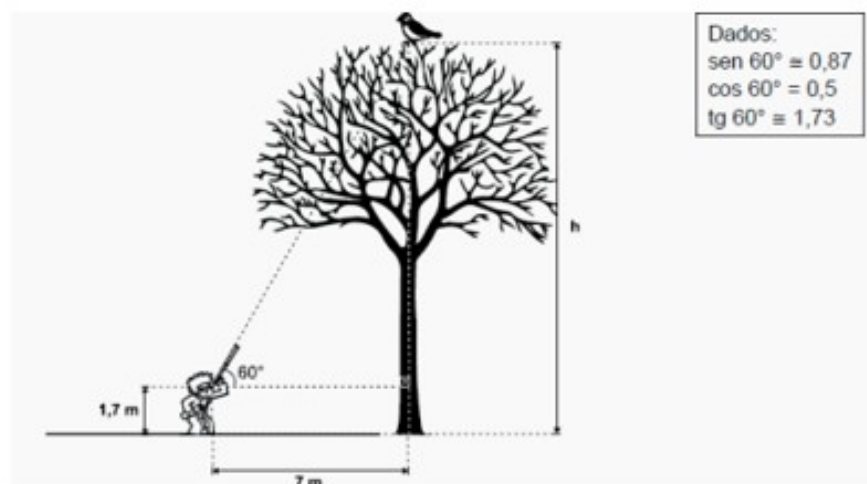


4) (M100113E4) Observe o esquema que um observador montou para estimar a altura de uma torre de energia.



Qual é a altura h aproximada dessa torre de energia?

5) . (M120284H6) Com um binóculo, um observador avista um pássaro no topo de uma árvore sob um ângulo de 60° , conforme representado na figura abaixo.



Qual é a altura aproximada desse pássaro em relação ao solo, em metros?

Boa Avaliação!!!



Governo do estado de Mato Grosso
SEDUC – Secretaria de Estado de Educação
15504 – Escola Estadual Mundo Novo
Alta Floresta – MT

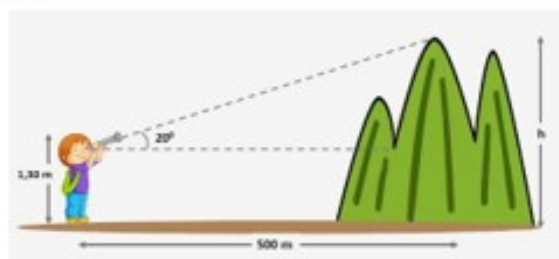
1º Ano

NOME COMPLETO:

MATEMÁTICA	PROFESSOR: FÁBIO RECH	Valor: 10,0
Turma A ☐ B ☐	DATA:	Nota: _____

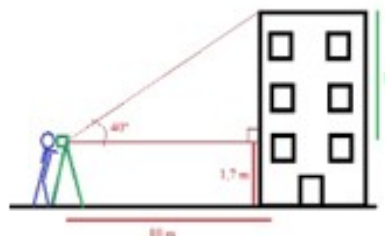
1) Um menino avista o ponto mais alto de um morro, conforme figura abaixo. Considerando que ele está a uma distância de 500 m da base do morro, calcule a altura (h) deste ponto.

(Use: $\sin 20^\circ = 0,34$; $\cos 20^\circ = 0,94$; $\tan 20^\circ = 0,36$)



2) Um topógrafo instala um teodolito a uma altura de 1,7 metros do solo e observa o topo de um prédio sob um ângulo de 40° . Estando o teodolito e o prédio em um mesmo terreno plano e distantes um do outro 80 metros, determine a altura do prédio, aproximadamente.

(Use: $\sin 40^\circ = 0,64$; $\cos 40^\circ = 0,77$; $\tan 40^\circ = 0,84$)



3) Para determinar a altura de uma torre, um topógrafo colocou o teodolito (aparelho de medir ângulos) a 100m da base e obteve um ângulo de 30° , conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que a luneta do teodolito estava a 1,5m do solo, qual era aproximadamente a altura da torre?

