



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Uma abordagem pedagógica do Jogo da Vida de Conway

Padrões e introdução à sensibilidade das condições
iniciais em sistemas dinâmicos

Autores: Tereza Cristina Fraiz

Orientador: Prof. Dr. Douglas Azevedo

Co-orientador: Prof. Dr. Thiago Pinguelo

*Este material está licenciado com uma licença
Creative Commons -
Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0
Internacional (CC BY-NC-SA 4.0).*

`https:
//creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/`

Conteúdo

1	Apresentação	4
2	Resumo do Projeto	6
3	Avaliação Diagnóstica: Raciocínio lógico e Reconhecimento de padrões	21
4	Avaliação Final	24
5	Referências	28

1 Apresentação

Este produto educacional apresenta uma sequência didática voltada ao Ensino Médio que utiliza o Jogo da Vida de John Conway como ferramenta pedagógica para o desenvolvimento do reconhecimento de padrões e para a introdução a noções fundamentais de sistemas dinâmicos. A proposta busca integrar aspectos do Pensamento Computacional (PC) ao ensino de Matemática, oferecendo uma abordagem investigativa que estimula a observação, a experimentação e a formulação de hipóteses sobre o comportamento de sistemas regidos por regras simples.

O pensamento computacional pode ser compreendido como uma forma de pensar e agir orientada à resolução eficiente de problemas, fundamentada em princípios conceituais independentes do uso direto de computadores. Esse modo de pensamento favorece a construção de soluções generalizáveis e adaptáveis a diferentes contextos, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias analíticas e criativas (Shute, Sun e Asbell-Clarke (2017)).

Nesse contexto, o Jogo da Vida se destaca como um ambiente propício para o ensino de Matemática e Computação, pois permite que os estudantes explorem visualmente a emergência de padrões e comportamentos complexos a partir de regras elementares. Essa característica o torna especialmente adequado para a promoção do raciocínio lógico e da compreensão de fenômenos dinâmicos,

aproximando a abstração matemática de uma experiência prática e intuitiva em sala de aula.

Assim, o trabalho propõe uma sequência didática estruturada que alia atividades desplugadas e digitais, de modo a promover o engajamento dos alunos e facilitar a compreensão conceitual dos temas abordados, articulando tecnologia, experimentação e pensamento matemático.

Serão abordadas ideias como:

- Sensibilidade às condições iniciais;
- Padrões emergentes;
- Representações algorítmicas e visuais;
- Raciocínio lógico .

A proposta visa favorecer o desenvolvimento de habilidades cognitivas e investigativas, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa.

2 Resumo do Projeto

O projeto propõe uma abordagem que combina atividades desplugadas com o uso de recursos digitais para o ensino e exploração do *Jogo da Vida* de Conway. Inicialmente, os alunos aprendem as regras de forma manual, utilizando materiais concretos, como papel quadriculado e o quadro negro.

Nessa primeira etapa, a investigação de padrões - como blocos, naves e osciladores - é realizada por meio de desenhos, registros fotográficos e discussões em grupo, sem depender de tecnologia digital. Em seguida, os estudantes utilizam simuladores digitais do *Jogo da Vida* em computadores, a fim de explorar padrões mais complexos, testar hipóteses e criar configurações iniciais. Todo o trabalho é estruturado em roteiros de investigação, promovendo autonomia e reflexão sobre as regularidades e transformações observadas.

Alinhamento à BNCC

A proposta está alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), abrangendo um conjunto diversificado de habilidades. Em particular, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados,

selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. Em particular, habilidades como (EM13MAT507) e (EM13MAT508), sobre identificação de PAs e PGs, envolvem a aplicação de identificação de padrões numéricos e o reconhecimento de regularidades.

Considerações sobre essa proposta

A principal vantagem dessa abordagem está no equilíbrio entre atividades concretas e o uso de tecnologias digitais, o que possibilita continuidade mesmo em contextos com limitações de conectividade. Além disso, promove um alto grau de diferenciação pedagógica, permitindo que alunos mais avançados explorem simuladores e desenvolvam investigações complexas, enquanto outros consolidam o aprendizado por meio de representações manuais e discussões orientadas.

Essa integração entre o analógico (uso de papel quadriculado e caneta colorida) e o digital (uso de softwares) amplia o engajamento dos estudantes, favorece o desenvolvimento de competências matemáticas e computacionais e estimula uma aprendizagem ativa e investigativa.

Sequência Didática: O Jogo da Vida de John Conway

Objetivos Gerais

- Compreender o funcionamento do autômato celular conhecido como *Jogo da Vida*.
- Desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de prever comportamentos de sistemas dinâmicos.
- Incentivar o pensamento computacional e a interdisciplinaridade.

Aula 1

- **Objetivos:** Avaliar o grau de familiaridade dos estudantes com padrões numéricos, geométricos e simbólicos, preparando-os para a análise de padrões mais complexos no *Jogo da Vida*.
- **Atividades:**
 - 15 min: Breve explicação sobre o funcionamento das próximas aulas.
 - 35 min: Aplicação da avaliação diagnóstica individual.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, folhas com as questões
- **Avaliação:** Desempenho individual e análise dos registros em papel.

Aula 2

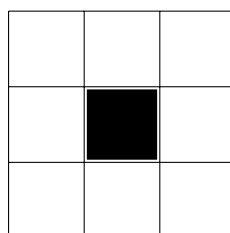
- **Mostrar** claramente ao aluno o que ele já domina e o que ainda precisa ser desenvolvido.
- **Atividades:**
 - 15 min: Devolução das avaliações diagnósticas para a observação individualizada.
 - 35 min: Discussão coletiva sobre acertos e erros na avaliação.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, folhas com as questões
- **Avaliação:** Qualidade de participação na discussão

Bloco 1: Fundamentos e Simulação Manual (Aulas 3–5)

Aula 3

- **Objetivos:** Apresentar o matemático John Conway e compreender o contexto de criação do *Jogo da Vida*; explicar as três regras fundamentais do jogo (nascimento, sobrevivência e morte).

Figura 1: Vizinhança de células mortas (quadrados brancos) de uma célula viva (quadrado preto)



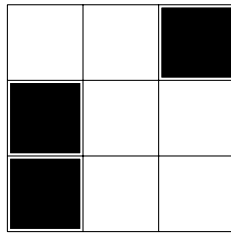
- Nascimento: uma célula que está morta no tempo t estará viva no tempo $t + 1$ se exatamente 3 de seus oito vizinhos estiverem vivos no tempo t .
- Morte: uma célula pode morrer por:
 - * Superpopulação: se uma célula está viva no tempo t e 4 ou mais de seus vizinhos também estão vivos no tempo t , a célula estará morta no tempo $t + 1$.
 - * Exposição: se uma célula viva no tempo t tem apenas 1 vizinho vivo ou nenhum vizinho vivo, ela estará morta no tempo $t + 1$.
- Sobrevivência: uma célula sobrevive do tempo t ao tempo $t + 1$ se e somente se 2 ou 3 de seus vizinhos estiverem vivos no tempo t .

Por exemplo, vamos aplicar as regras a seguinte entrada dada na Figura 2. Importante ressaltar que devemos aplicar as regras a cada uma das células, seja viva (preta) ou morta (branca), entendendo a vizinhança de cada célula conforme descrito na Figura 1. A partir da configuração inicial, essas regras são aplicadas e o tabuleiro do jogo evolui, jogando por si mesmo. Isso pode parecer um jogo bastante monótono à primeira vista, mas existem muitos fatos notáveis sobre este jogo.

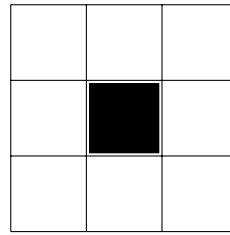
- **Atividades:**

Figura 2: Gerações 1, 2 e 3 da configuração inicial.

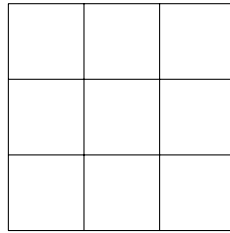
(a) Configuração inicial



(b) Configuração após uma geração



(c) Configuração após duas gerações



- 25 min: Exposição com apoio do Educatron (vídeos/imagens curtos sobre Conway e o jogo).
- 25 min: Demonstração das regras no quadro negro com exemplos simples.
- **Recursos:** Educatron, quadro negro, giz.
- **Avaliação:** Perguntas orais para verificar a compreensão inicial das regras e observação do engajamento dos alunos.

Aula 4

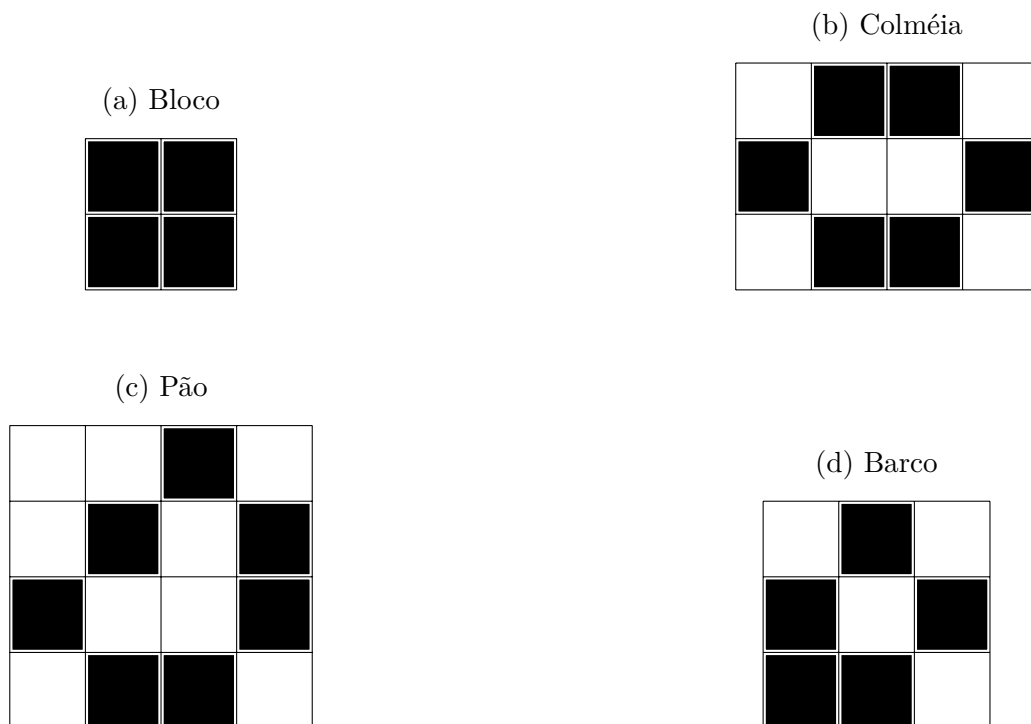
- **Objetivos:** Aplicar as regras para simular a evolução de uma configuração inicial; introduzir os conceitos de geração e estado (viva/morta); realizar simulações em papel quadriculado.
- **Atividades:**

- 15 min: Revisão das regras e demonstração de uma simulação passo a passo no quadro.
- 35 min: Simulação em duplas de configurações iniciais fornecidas pelo professor.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, papel quadriculado, lápis.
- **Avaliação:** Acompanhamento das duplas e análise dos registros em papel.

Aula 5

- **Objetivos:** Identificar os primeiros padrões estáveis (*still lifes*); Descobrir e classificar padrões periódicos

Figura 3: Exemplos de vidas estáveis no Jogo da Vida

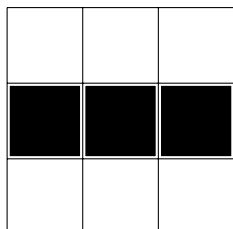


conhecidos (*osciladores*); registrar e nomear os pa-

drões encontrados. Por exemplo, veja as Figuras 4, 5, 6, 7.

Figura 4: Exemplos de osciladores blinker com período 2 no Jogo da Vida

(a) Blinker (Fase 1)



(b) Blinker (Fase 2)

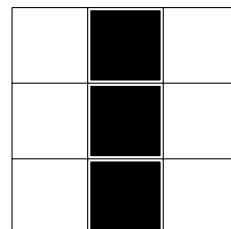
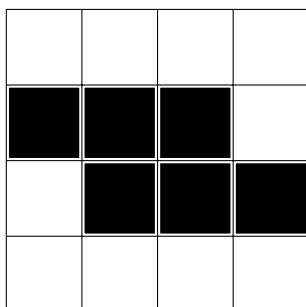


Figura 5: Exemplo de oscilador com período 2: Toad (Sapo)

(a) Toad (Fase 1)



(b) Toad (Fase 2)

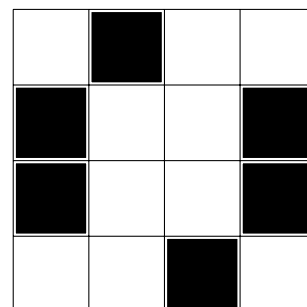
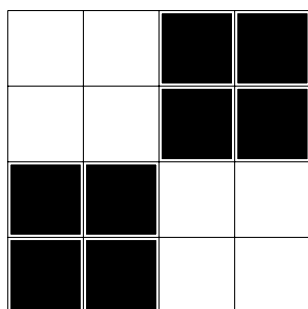
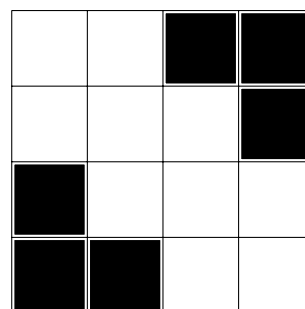


Figura 6: Exemplo do oscilador Beacon e suas duas fases possíveis.

(a) Beacon (Fase 1)



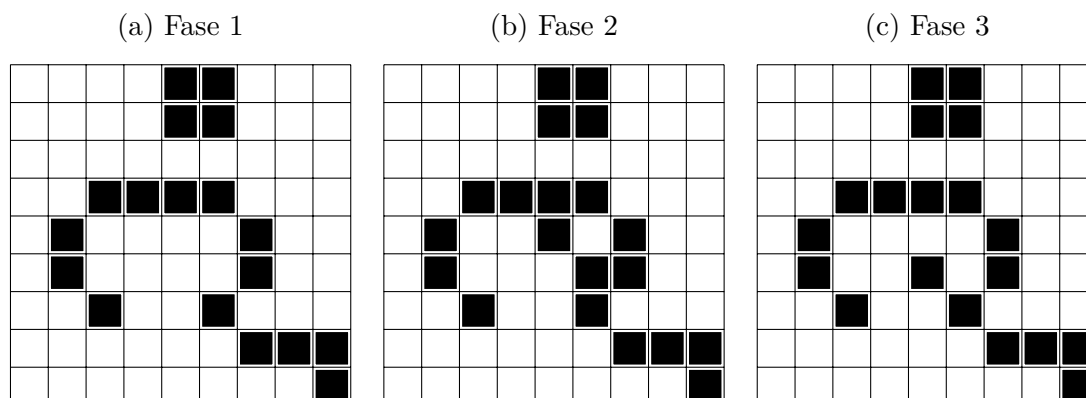
(b) Beacon (Fase 2)



• Atividades:

- 10 min: Apresentação do conceito de padrão.
- 40 min: Atividade investigativa em grupos para

Figura 7: Exemplo de um oscilador “Cis-block on cuphook” de três fases.



encontrar e catalogar padrões estáticos ou periódicos.

- **Recursos:** Papel quadriculado, quadro negro para socialização dos achados.
- **Avaliação:** Análise dos padrões catalogados e capacidade de classificação dos alunos.

Bloco 2: Exploração Digital e Padrões Complexos (Aulas 6–9)

Aula 6

- **Objetivos:** Aprender a operar um simulador digital do *Jogo da Vida*;
- **Atividades:**
 - 15 min: Demonstração do simulador no Educatron.
 - 35 min: Exploração prática pelos alunos com roteiro de tarefas básicas.

- **Recursos:** Educatron, computadores com simulador (ex.: *Golly*, que é offline ou <https://conwaylife.com/>).
- **Avaliação:** Observação da proficiência no uso do software e reprodução correta dos padrões básicos.

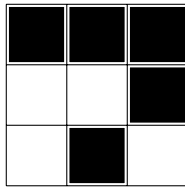
Aula 7

- **Objetivos:** Reforçar o aprendizado no uso do simulador
- **Atividades:**
 - 15 min: Retomada do uso do simulador no computador.
 - 35 min: Reproduzir os padrões descobertos manualmente; comparar a velocidade e precisão das simulações digital e manual.
- **Recursos:** Computadores com simulador (ex.: *Golly*, que é offline ou <https://conwaylife.com/>).
- **Avaliação:** Observação da proficiência no uso do software e reprodução correta dos padrões.

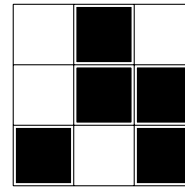
Aula 8

- **Objetivos:** Investigar padrões móveis (*naves* ou *spaceships*), como o planador (*glider*); explorar padrões mais complexos; formular hipóteses sobre o comportamento de configurações desconhecidas.

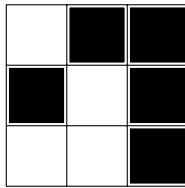
(a) Glider (Fase 1)



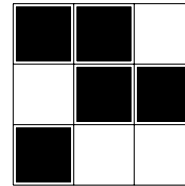
(b) Glider (Fase 2)



(c) Glider (Fase 3)



(d) Exemplo do planador no Jogo da Vida



(e) Glider (Fase 4)

- **Atividades:**

- 15 min: Introdução ao conceito de nave e apresentação do planador.
- 35 min: Exploração guiada de padrões e naves no simulador.

- **Recursos:** Computadores com simulador e biblioteca de padrões (offline ou online).

- **Avaliação:** Registro das hipóteses dos alunos e análise de suas trajetórias no simulador.

Aula 9

- **Objetivos:** Refletir sobre a ideia de “regras simples gerando comportamentos complexos” e a noção aplicada de sensibilidade às condições iniciais. Trabalhando os padrões “em linha”.

- **Atividades:**

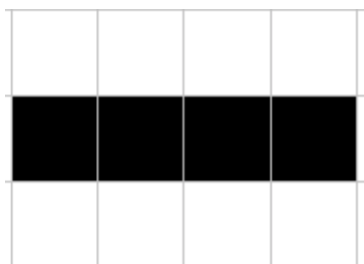


Figura 9: Para o padrão linha $n = 4$

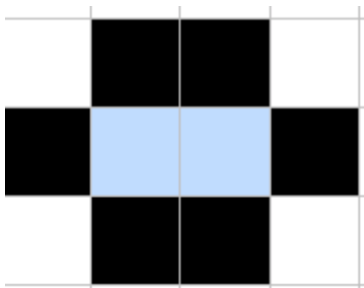


Figura 10: Para o padrão linha $n = 4$, após 2 evoluções, obtemos o padrão estável *Beehive*.

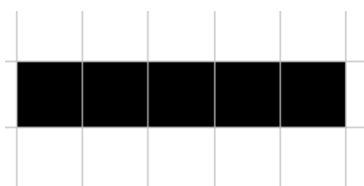


Figura 11: Para o padrão linha $n = 5$

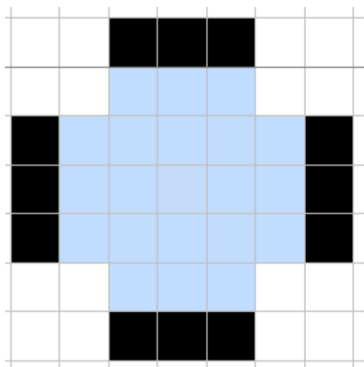


Figura 12: Para o padrão linha $n = 5$, após 6 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2. .

- 25 min: Apresentar os padrões “em linha”. Isto é, padrões compostos por n células vivas consecutivas, verifica-se que pequenas variações em n produzem resultados profundamente diferentes.

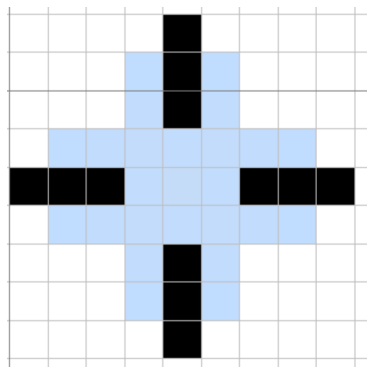


Figura 13: Para o padrão linha $n = 5$, após 7 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2.

- 25 min: Simular os padrões “em linha”. Configurações pequenas tendem à extinção imediata ($n = 1, 2, 6, 14, 15, 18, 19$), enquanto outras originam estruturas estáveis ou oscilatórias, como o *Blinker* ($n = 3$), o *Beehive* ($n = 4$).
- **Recursos:** Computadores com simulador .
- **Avaliação:** Participação individual na simulação dos padrões.

Bloco 3: Socialização, Avaliação e Conexões (Aulas 10-14)

Aula 10

- **Objetivos:** Criar configurações iniciais para atingir um objetivo proposto; resolver desafios (ex.: “crie uma configuração que desaparece em cinco gerações”); compartilhar e discutir soluções.
- **Atividades:**

- 10 min: Apresentação dos desafios.
- 40 min: Trabalho em duplas para resolver e socializar os resultados.
- **Recursos:** Computadores com simulador, Educatron.
- **Avaliação:** Criatividade, lógica e persistência na resolução dos desafios.

Aula 11

- **Objetivos:** Interagir e apoiar um ao outro na aprendizagem.
- **Atividades:**
 - 5 min: Separação dos alunos em duplas para o início da realização dos mini-projetos.
 - 45 min: Atividades no laboratório, enquanto um aluno manipula os parâmetros do simulador, observa padrões e anota resultados, invertendo os papéis em seguida para que ambos desenvolvam as competências técnicas e analíticas.
- **Recursos:** Computador com simulador, papel e caneta para anotações.
- **Avaliação:** Participação efetiva na simulação e anotação das observações realizadas pela dupla.

Aula 12

- **Objetivos:** Apresentar os resultados dos mini-projetos; exercitar a comunicação oral e a argumentação baseada em dados; debater as diferentes conclusões dos grupos.
- **Atividades:**
 - 50 min: Apresentações (5–7 minutos por grupo) utilizando o Educatron.
- **Recursos:** Educatron, arquivos dos projetos.
- **Avaliação:** Clareza, uso adequado dos dados e participação no debate.

Aula 13

- **Objetivos:** Consolidar os conhecimentos adquiridos, relacionando as regras do *Jogo da Vida* às noções de padrões, previsibilidade e sensibilidade às condições iniciais.
- **Atividades:**
 - 30 min: Resolução de questões objetivas e abertas.
 - 20 min: Discussão coletiva sobre conexões com o mundo real.
- **Recursos:** Folhas com questões, quadro negro.
- **Avaliação:** Desempenho individual e qualidade da participação na discussão.

Aula 14

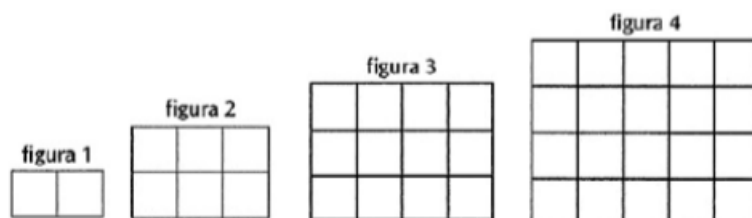
- **Objetivos:** Realizar revisão geral e feedback; Consolidar o aprendizado.
- **Atividades:**
 - 50 min: Revisão dos principais conceitos e feedback coletivo.
- **Recursos:** Educatron, computadores com simulador.
- **Avaliação:** Autoavaliação e observação do engajamento dos alunos.

3 Avaliação Diagnóstica: Raciocínio lógico e Reconhecimento de padrões

Antecedendo a etapa da apresentação e desenvolvimento de atividades com o Jogo da Vida, propomos uma atividade diagnóstica voltada à investigação dos conhecimentos prévios dos estudantes no que se refere ao identificação de padrões. Tal avaliação é concebida como etapa inicial da sequência didática, antecedendo a introdução e o desenvolvimento das atividades baseadas no Jogo da Vida. O objetivo é poder fazer comparações com o objetivo de analisar progresso no desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos após o desenvolvimento das atividades relacionadas ao Jogo da Vida.

1. Qual é o próximo termo na sequência: A, C, E, G, ?
2. Complete a sequência numérica: 2, 4, 8, 16, ?
3. Observe o padrão e complete:
 $\bigcirc \quad \square \quad \wedge \quad \bigcirc \quad \square \quad ?$
4. Qual é o próximo número na sequência: 1, 4, 9, 16, ?
5. Complete a sequência de letras: B, D, F, H, ?
6. Observe o padrão e complete:
 $\wedge \quad \bigcirc \quad \wedge \quad \bigcirc \quad ?$
7. Qual é o próximo termo na sequência: 3, 6, 12, 24, ?
8. Complete a sequência: AB, CD, EF, ?
9. Observe o padrão e complete:
 $\square \quad \bigcirc \quad \square \quad \square \quad ?$
10. Considere a sequência: 3; 7; 11; 15; 19; 23; ... ; n; ...
 O número que vem imediatamente depois de n pode ser representado por:
 - (A) $n + 1$
 - (B) $n + 4$
 - (C) 24
 - (D) $4n$

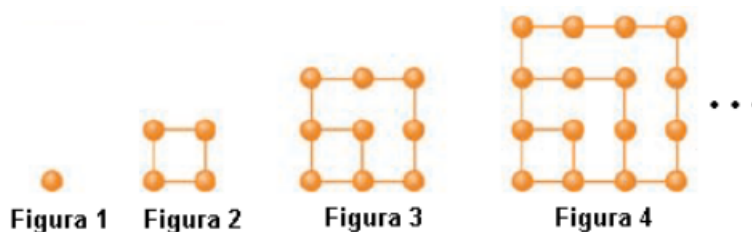
11. Observe a sequência de figuras formada por quadradinhos idênticos. Observe que o número de quadradinhos em cada figura é formado pela multiplicação de dois números naturais.



Qual seria uma fórmula para generalizar o número de quadradinhos em cada figura?

- (A) $n + 1$
- (B) $n^2 + 1$
- (C) $n \cdot (n + 1)$
- (D) $2n + 1$

12. Observe a sequência de figura a seguir:



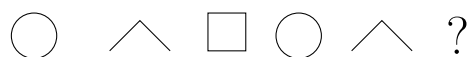
Qual das expressões seguintes pode representar a lei geradora da sequência do número de bolinhas (B)?

- (A) $B = 2n$
- (B) $B = 2n + 1$
- (C) $B = n^2$
- (D) $B = 2n^2$

4 Avaliação Final

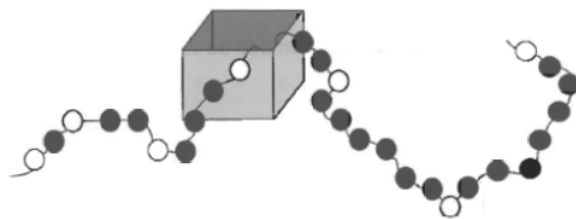
A avaliação a posteriori em uma sequência didática assume função essencial no ensino de Matemática, pois permite ao docente verificar, de modo sistemático e reflexivo, se os objetivos de aprendizagem planejados foram efetivamente alcançados, bem como identificar a trajetória, os avanços e as lacunas no entendimento dos estudantes. Tal prática avaliativa favorece não apenas a mensuração dos resultados, mas, sobretudo, o ajuste curricular, promovendo a regulação do processo de ensino-aprendizagem e sustentando intervenções pedagógicas baseadas em evidências e mais, esperar que a avaliação, nos processos de ensino e aprendizagem, tenha o objetivo legítimo de contribuir para o crescimento do aluno, no que concerne ao desenvolvimento de habilidades e competências em matemática, nos permite cooptá-la ao sentido essencial que o professor atribui ao ato de ensinar (Buranello e Júnior, 2022).

1. Complete a sequência numérica: 2, 4, 8, 16, ?
2. Complete a sequência: AAB, ABB, BAA, ?
3. Qual é o próximo número na sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ?
4. Observe o padrão e complete:

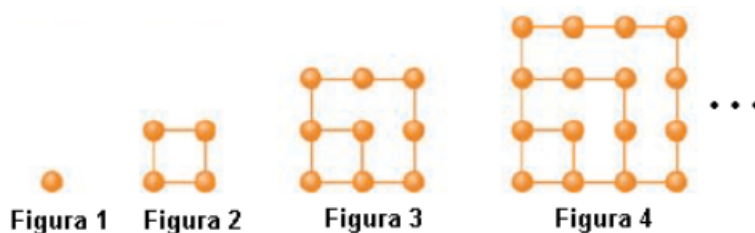


5. A Elisa vai fazer um colar com contas brancas e pretas, seguindo sempre um esquema inventado por ela como mostra na figura abaixo.

Uma parte do colar está dentro da caixa da figura. A quantidade de bolinhas pretas dentro da caixa é



- (A) 5 bolinhas
 - (B) 6 bolinhas
 - (C) 7 bolinhas
 - (D) 2 bolinhas
6. Observe a sequência de figura a seguir:

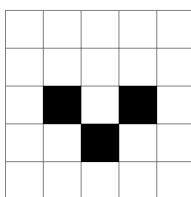


Qual das expressões seguintes pode representar a lei geradora da sequência do número de bolinhas (B)?

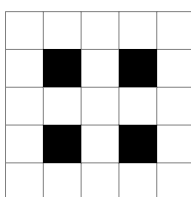
- (A) $B = 2n$
- (B) $B = 2n + 1$
- (C) $B = n^2$
- (D) $B = 2n^2$

7. Regra de Nascimento: Uma célula que está morta ficará viva se exatamente 3 de seus oito vizinhos estiverem vivos no tempo atual.

a) Considerando a regra de nascimento, em qual(is) célula(s) morta(s) nascerá uma nova célula viva na próxima geração?



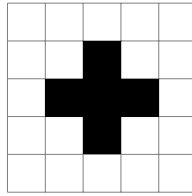
b) Quantas células nascerão na próxima geração considerando o padrão abaixo?



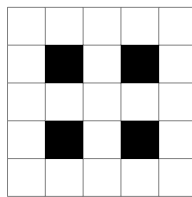
8. Regras de Morte:

- Superpopulação: Se uma célula está viva e 4 ou mais de seus vizinhos também estão vivos, a célula morre.
- Exposição: Se uma célula viva tem apenas 1 vizinho vivo ou nenhum vizinho vivo, ela morre.

a) Considerando as regras de morte, qual(is) célula(s) viva(s) morrerá(ão) na próxima geração?

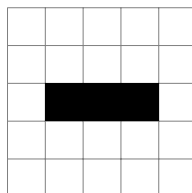


b) Quantas células morrerão na próxima geração considerando o padrão abaixo?



9. Regra de Sobrevivência: Uma célula sobrevive do tempo t ao tempo $t+1$ se e somente se 2 ou 3 de seus vizinhos estiverem vivos no tempo t .

Considerando todas as regras apresentadas, dado o padrão inicial abaixo, desenhe as próximas 3 gerações:



10. O que você entende por “sensibilidade às condições iniciais” ?
11. No Jogo da Vida, existe a sensibilidade às condições iniciais? Pequenas perturbações implicam em dinâmicas muito distintas?

5 Referências

- BURANELLO, L. V. A.; JÚNIOR, J. L. *Avaliação formativa e as sequências didáticas: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de função afim no 1º ano do ensino médio*. Educação Matemática em Revista, 2022.
- CONWAY, John H. *The Game of Life*. Scientific American, 1970.
- NAVARRO, Eloisa Rosotti. *O desenvolvimento do conceito de Pensamento Computacional na Educação Matemática segundo contribuições da Teoria Histórico-Cultural*. Tese de Doutorado – Universidade Federal de São Carlos, 2021.
- SHUTE, Valerie J.; SUN, Chen; ASBELL-CLARKE, Jodi. *Demystifying computational thinking*. Educational Research Review, v. 22, p. 142–158, nov. 2020.