

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**

**DIRETORIA ACADÊMICA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**PRODUTO EDUCACIONAL**

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE RELATIVIDADE GERAL NO  
ENSINO MÉDIO COM O USO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES**

Maira Giovana de Souza

Orientador: Prof. Dr. Agostinho Serrano de Andrade Neto

Canoas, 2026

**MAIRA GIOVANA DE SOUZA**

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE RELATIVIDADE GERAL NO  
ENSINO MÉDIO COM O USO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES**

Produto Educacional vinculado à Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Tecnologias de Informação e Comunicação para Ensino de Ciências e Matemática (TIC).

Orientador: Prof. Dr. Agostinho Serrano de Andrade Neto

Canoas

2026

## **FICHA TÉCNICA**

**Título: Sequência Didática para o Ensino de Relatividade Geral no Ensino Médio com o uso de múltiplas representações**

Autor: Maira Giovana de Souza

Orientador: Prof. Dr. Agostinho Serrano de Andrade Neto

Instituição: Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Programa: Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Área de Concentração: Tecnologias de Informação e Comunicação para Ensino de Ciências e Matemática

Ano: 2026

**Tipo de Produto Educacional: Sequência Didática**

Público-Alvo: Estudantes do 3º ano do Ensino Médio

Nível de Ensino: Ensino Médio

Componente Curricular: Física

Carga Horária Total: 16,5 horas (11 encontros de 1h30 minutos)

### **Materiais Necessários:**

- Computadores com acesso à internet
- Projetor multimídia (opcional, para demonstrações)
- Materiais impressos disponibilizados
- Garrafa pet 500 ml com água tingida
- Modelo da malha – Bamboê, canos de PVC, lycra, grampos e bolas de gude

Licença: Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0

Disponível em: Repositório Institucional ULBRA e EduCAPES

## LISTA DE PUBLICAÇÕES VINCALADAS AO PRODUTO EDUCACIONAL

- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A. The impact of the usage of hypercultural mediation in the teaching of Special Relativity in high school in Brazil. **Acta Scientiae**, v. 22, n. 4, p. 2-27, 2020. <https://doi.org/10.17648/ACTA.SCIENTIAE.5875>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A. Resenha—Teaching Einsteinian physics in schools: an essential guide for teachers in training and practice de Magdalena Kersting e David Blair. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 45, e20220250, 2023. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2022-0250>
- DE SOUZA, M. G.; WON, M.; TREAGUST, D.; SERRANO, A. Visualising relativity: assessing high school students' understanding of complex physics concepts through AI-generated images. **Physics Education**, v. 59, n. 2, p. 025018, 2024. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/ad1e71>
- DOS ANJOS, J. R.; DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; SOUZA, B. C. An analysis of the generative AI use as analyst in qualitative research in science education. **Revista Pesquisa Qualitativa**, v. 12, n. 30, p. 01-29, 2024. <https://doi.org/10.33361/RPQ.2024.v.12.n.30.724>
- DOS ANJOS, J. R.; DE SOUZA, M. G.; PRODANOV, T. S.; SERRANO, A. Disruptive Education: Integrating ChatGPT into an Active Methodology for Teaching Sciences and Mathematics. **Acta Scientiae**, v. 26, p. 334-369, 2024. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7993>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D. Exploring the relationship between mental representations and conceptual understanding of Special Relativity by high school students. **Research in Science and Technological Education**, 2024. <https://doi.org/10.1080/02635143.2024.2446801>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D. External mediation educational resources for teaching General Relativity: a systematic review. **Journal of Turkish Science Education**, v. 23, n. 3, p. 561-583, 2025. <https://doi.org/10.36681/tused.2025.029>
- DE SOUZA, M. G. et al. Introduzindo física einsteiniana nas escolas: a abordagem Einstein-First. **Revista Física na Escola**, v. 22, p. 240191, 2025. <http://dx.doi.org/10.59727/fne.v22i1.91>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D.; WON, M. Conceptions of Curved Spacetime: relating students' mental representations and understanding of General Relativity. **Research in Science Education**, v. 56, p. 85-115, 2026. <https://doi.org/10.1007/s11165-025-10254-0>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A., 2021, Braga, Portugal. **ESERA Conference**. Us' different mediations to foster the development of relativistic zone in conceptual profile reference frame. CIEC, University of Minho, 2022. 8. <http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10700246>
- DE SOUZA, M. G.; ANJOS, J. R.; SERRANO, A., 2022, Maceió, Alagoas. **VIII CONEDU**. Representações mentais de relatividade especial: uma análise sob a ótica da teoria da codificação dual. Campina Grande: Realize Editora, 2022. 12. <http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10700186>
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; ANJOS, J. R., 2023, Cappadocia, Turkey. **ESERA Conference**. What are High School Students' Mental Representations about Relativity Theory? Nobel Bilimsel Eserler, 2024. 8. <http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.1375483>

## SUMÁRIO

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. APRESENTAÇÃO .....</b>                                               | <b>7</b>  |
| 1.1 DELIMITAÇÃO DO PRODUTO.....                                            | 7         |
| 1.2 PÚBLICO-ALVO.....                                                      | 8         |
| 1.3 OBJETIVOS DO PRODUTO EDUCACIONAL .....                                 | 8         |
| 1.4 JUSTIFICATIVA PEDAGÓGICA .....                                         | 9         |
| <b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>                                      | <b>11</b> |
| 2.1 TEORIA DA MEDIAÇÃO COGNITIVA (TMC) .....                               | 11        |
| 2.2 REPRESENTAÇÕES MENTAIS.....                                            | 12        |
| <b>3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....</b>                                         | <b>13</b> |
| 3.1 VISÃO GERAL DAS ATIVIDADES .....                                       | 13        |
| 3.2 DETALHAMENTO DOS ENCONTROS .....                                       | 15        |
| 3.3 DESCRIÇÃO DOS RECURSOS DIDÁTICOS .....                                 | 20        |
| 3.3.1 Demonstração com livro e folha de papel .....                        | 20        |
| 3.3.2 Experimento da garrafa PET com água .....                            | 21        |
| 3.3.3 Modelo da malha.....                                                 | 22        |
| 3.3.4 Cone de papel e Sector models.....                                   | 23        |
| 3.3.5 Calculadora de Fator Gama e Conversor para unidades geométricas..... | 24        |
| <b>4. ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR .....</b>                                   | <b>26</b> |
| 4.1 PRÉ-REQUISITOS .....                                                   | 26        |
| 4.2 INFRAESTRUTURA NECESSÁRIA .....                                        | 26        |
| 4.3 ADAPTAÇÕES POSSÍVEIS .....                                             | 26        |
| 4.4 POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES .....                                     | 27        |
| 4.5 RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS .....                                        | 27        |
| <b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                       | <b>29</b> |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                    | <b>31</b> |
| <b>APÊNDICES .....</b>                                                     | <b>33</b> |
| APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE.....                                    | 34        |
| APÊNDICE B – LISTA DE ATIVIDADES 1: RELATIVIDADE DE GALILEU .....          | 36        |

|                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| APÊNDICE C – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU .....        | 37 |
| APÊNDICE D – LISTA DE ATIVIDADES 2: RELATIVIDADE ESPECIAL .....           | 40 |
| APÊNDICE E – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: RELATIVIDADE ESPECIAL .....            | 41 |
| APÊNDICE F – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: DILATAÇÃO TEMPORAL GRAVITACIONAL ..... | 45 |
| APÊNDICE G – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: RELATIVISTIC SPACE SHEEP ....          | 46 |
| APÊNDICE H – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: EMBEDDING DIAGRAM .....                | 48 |
| APÊNDICE I – LISTA DE ATIVIDADES 3: RELATIVIDADE GERAL .....              | 50 |
| APÊNDICE J – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: CURVED SPACETIME .....                 | 51 |
| APÊNDICE K – GUIA PARA A GERAÇÃO DE IMAGEM USANDO IAGEN .....             | 53 |
| APÊNDICE L – APRESENTAÇÃO DE SLIDES UTILIZADA NAS AULAS .....             | 54 |

## 1. APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional é resultado de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O material consiste em uma sequência didática cuidadosamente elaborada e testada para introduzir conceitos fundamentais da Teoria da Relatividade, com foco especial na Relatividade Geral, para estudantes do Ensino Médio.

A proposta surge da urgência em conectar o currículo escolar com as descobertas científicas que moldam nossa visão moderna do universo. Tópicos como buracos negros, ondas gravitacionais e a natureza do espaço-tempo, frequentemente restritos à divulgação científica ou ao ensino superior, são aqui transpostos didaticamente para a sala de aula. O objetivo é demonstrar que, com as abordagens e ferramentas corretas, é possível tratar de física moderna de forma acessível, estimulante e profunda.

### 1.1 DELIMITAÇÃO DO PRODUTO

A Teoria da Relatividade de Albert Einstein transformou radicalmente nossa compreensão da realidade, substituindo a noção de gravidade como uma força pela elegante ideia de geometria do espaço-tempo. No entanto, o ensino desses conceitos enfrenta desafios significativos devido à sua natureza abstrata e matemática.

Este produto foi desenvolvido sob a ótica da Teoria da Mediação Cognitiva em Rede (TMC). A premissa fundamental é de que o aprendizado de conceitos complexos é facilitado quando os estudantes interagem com múltiplos tipos de recursos que “mediam” o conhecimento. Por isso, a sequência didática propõe uma abordagem multimodal, integrando:

- Experimentos Físicos (Mediação Psicofísica): Atividades táteis como a “analogia da malha” (tecido elástico) e modelos geométricos de papel, que permitem aos alunos “sentir” e visualizar a curvatura.

- Tecnologias Digitais (Mediação Hiper cultural): Simulações computacionais interativas que permitem manipular variáveis relativísticas (como a velocidade da luz ou a massa de um buraco negro) e visualizar seus efeitos.
- Cultura e Arte (Mediação Cultural): Uso de trechos de filmes de ficção científica (como o *Interestelar*) para contextualizar e motivar o aprendizado.
- Inteligência Artificial (Mediação Sofotécnica): Incorporação inovadora de ferramentas de IA Generativa para criação de imagens e exploração de textos, desenvolvendo o letramento digital.
- Atividades colaborativas (Mediação Social): Atividades e discussões em grupo que podem envolver o uso dos outros recursos.

Ao combinar esses elementos, o produto busca não apenas ensinar Física, mas desenvolver a capacidade de abstração e construção de representações mentais sólidas nos estudantes.

## 1.2 PÚBLICO-ALVO

Estudantes da 3ª série do Ensino Médio. O material também é adequado para projetos de extensão, clubes de ciências ou turmas avançadas de 1ª e 2ª séries. É recomendável que os estudantes já possuam conhecimentos básicos de Mecânica, envolvendo noções básicas para a análise de movimentos e forças.

## 1.3 OBJETIVOS DO PRODUTO EDUCACIONAL

### **Objetivo Geral:**

Entender e analisar de que forma se desenvolvem as representações mentais, sendo proposicionais ou pictóricas, e as concepções de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio para compreender a Teoria da Relatividade Geral.

### **Objetivos Específicos:**

- Desenvolver uma sequência didática trabalhando desde a Relatividade de Galileu à Teoria da Relatividade Geral;



- Discutir didaticamente as falhas na Relatividade de Galileu, demonstrando a necessidade do desenvolvimento da Teoria da Relatividade;
- Apresentar os fatores históricos que levaram ao desenvolvimento da Teoria da Relatividade;
- Apresentar quatro modelos conceituais para a Teoria da Relatividade Especial dentro dos quatro diferentes níveis de mediação da TMC;
- Apresentar quatro modelos conceituais para a Teoria da Relatividade Geral dentro dos quatro diferentes níveis de mediação da TMC;
- Identificar e analisar as concepções dos estudantes para compreensão da Teoria da Relatividade Geral;
- Identificar e analisar as representações mentais construídas pelos alunos para compreensão da Teoria da Relatividade Geral, sendo elas proposicionais ou pictóricas.

#### 1.4 JUSTIFICATIVA PEDAGÓGICA

A Teoria da Relatividade constitui um dos pilares da Física Moderna e fundamenta diversas tecnologias contemporâneas, como os sistemas de posicionamento global (GPS) e a compreensão de fenômenos astrofísicos. Apesar de sua relevância científica e social, seus conceitos permanecem, em grande parte, ausentes do currículo da Educação Básica, sobretudo em razão da percepção de que se tratam de conteúdos excessivamente abstratos e matematicamente complexos. Tal exclusão contribui para o distanciamento entre o conhecimento escolar e os avanços científicos que moldam a visão contemporânea de mundo (Boublil; Blair; Treagust, 2023; Choudhary; Foppoli; Kaur; Blair *et al.*, 2022; Kaur; Blair; Moschilla; Stannard *et al.*, 2017).

Pesquisas recentes em Ensino de Física indicam, entretanto, que estudantes do Ensino Médio são capazes de compreender aspectos conceituais da Relatividade quando estes são abordados por meio de estratégias didáticas adequadas (De Souza; Serrano; Treagust, 2025; Kersting; Blair, 2021; Nicolau J.; Brockington; Sasseron, 2011). Em especial, conceitos como curvatura do espaço-tempo e dilatação temporal gravitacional podem ser trabalhados de forma qualitativa, priorizando a construção de significados ao invés do formalismo matemático. Assim, o desafio pedagógico não

reside na impossibilidade cognitiva dos estudantes, mas na necessidade de metodologias que favoreçam a formação de representações mentais consistentes.

A presente sequência didática fundamenta-se na compreensão de que a aprendizagem de conceitos complexos ocorre por meio da interação entre diferentes formas de mediação (Kamphorst; Vollebregt; Savelsbergh; Van Joolingen, 2023; Mcinerney; Sutton, 2024; Steier; Kersting, 2019). Simulações computacionais, modelos físicos, discussões em grupo, referências culturais e ferramentas digitais atuam como recursos externos que apoiam a construção de representações internas. Ao integrar múltiplas representações – pictóricas, proposicionais e gestuais – o produto busca favorecer a compreensão conceitual da Relatividade Geral de maneira articulada e significativa.

Dessa forma, esta proposta pedagógica justifica-se pela necessidade de aproximar a Física escolar da ciência contemporânea, promovendo não apenas a aprendizagem de conteúdos, mas o desenvolvimento da capacidade de abstração, visualização e argumentação científica. Ao trabalhar com múltiplas mediações, pretende-se contribuir para uma formação científica mais crítica, atualizada e alinhada às demandas da sociedade tecnológica.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 TEORIA DA MEDIAÇÃO COGNITIVA (TMC)

A Teoria da Mediação Cognitiva em Rede (TMC) parte do pressuposto de que o conhecimento não é construído de forma isolada no indivíduo, mas emerge da interação dinâmica entre sujeito, cultura e artefatos tecnológicos (Souza, 2004). Em uma sociedade marcada pela presença constante de tecnologias digitais, os processos cognitivos passam a ocorrer em rede, articulando mediações internas e externas. Assim, aprender implica interagir com diferentes recursos que funcionam como mediadores da atividade cognitiva.

A TMC propõe que essas mediações podem assumir diferentes formas (Souza; Da Silva; Da Silva; Roazzi *et al.*, 2012), como a mediação psicofísica (interação com objetos materiais), social (interação com outras pessoas), cultural (linguagem, símbolos e produções culturais), hipercultural (tecnologias digitais e redes de informação) e, mais recentemente, a mediação sofotécnica, relacionada ao uso de ferramentas de inteligência artificial (Souza; Serrano; Roazzi, 2024). Cada uma dessas formas amplia as possibilidades de construção de significados ao oferecer suportes distintos para a elaboração conceitual.

No contexto do ensino de Relatividade Geral, a TMC oferece um referencial relevante para compreender como diferentes recursos – como o modelo da malha, simulações computacionais, vídeos, discussões em grupo e ferramentas de IA generativa – contribuem para a formação de representações mentais dos estudantes. Esses recursos não atuam de maneira isolada, mas de forma complementar e articulada, influenciando a maneira como os alunos organizam cognitivamente conceitos complexos e contraintuitivos.

Assim, a TMC orienta esta sequência didática ao defender uma abordagem multimodal, em que múltiplas mediações colaboram para sustentar o processo de aprendizagem (De Souza; Serrano, 2020). Ao reconhecer o papel ativo dos recursos externos na construção do pensamento, a proposta pedagógica valoriza a diversidade de estratégias como elemento central para o desenvolvimento da compreensão conceitual em Física.

## 2.2 REPRESENTAÇÕES MENTAIS

As representações mentais constituem estruturas internas que permitem ao indivíduo organizar, interpretar e manipular informações sobre o mundo (Strasser, 2010). No campo da Educação em Ciências, elas desempenham papel fundamental na aprendizagem de conceitos abstratos, especialmente aqueles que não podem ser diretamente observados, como é o caso da curvatura do espaço-tempo. Compreender um conceito científico implica construir representações internas coerentes que possibilitem explicar, prever e relacionar fenômenos.

As representações podem assumir diferentes naturezas. Entre as mais discutidas na literatura destacam-se as representações pictóricas, associadas a imagens mentais e visualizações espaciais, e as representações proposicionais, estruturadas em forma de enunciados e relações lógicas (Kosslyn; Thompson; Ganis, 2006). No ensino de Relatividade, ambas desempenham papéis complementares: enquanto a curvatura do espaço-tempo tende a ser apoiada por representações pictóricas, a dilatação temporal gravitacional frequentemente se organiza em termos proposicionais.

A consistência e a articulação dessas representações estão diretamente relacionadas à qualidade da compreensão conceitual (De Souza; Serrano; Treagust, 2024; De Souza; Serrano; Treagust; Won, 2026). Representações fragmentadas ou inconsistentes podem levar a concepções alternativas ou interpretações inadequadas dos fenômenos físicos. Por outro lado, representações bem estruturadas permitem ao estudante transitar entre diferentes formas de explicação, integrando imagens, linguagem e raciocínio lógico.

Nesse sentido, esta sequência didática busca favorecer a construção e o refinamento das representações mentais por meio da interação com múltiplas mediações externas. Ao proporcionar experiências visuais, manipulativas, discursivas e digitais, o produto educacional pretende apoiar a formação de representações mais estáveis e integradas, contribuindo para uma compreensão mais profunda da Teoria da Relatividade Geral.

### **3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

#### **3.1 VISÃO GERAL DAS ATIVIDADES**

A sequência didática completa está estruturada para aproximadamente 12 encontros, com cerca de 1h30min de duração. No entanto, a estrutura da unidade é flexível. De uma forma geral, a sequência é dividida em três módulos: Relatividade de Galileu, Relatividade Especial e Relatividade Geral. O professor pode optar por aplicar apenas os módulos introdutórios, sem abordar a Relatividade Geral, ou focar nas atividades práticas de Relatividade Geral, adaptando-se à realidade de sua carga horária.

O quadro a seguir apresenta uma visão geral da sequência didática, organizada por encontros e destacando os tópicos abordados, as atividades propostas e os apêndices conectados a essas atividades.

| Encontro | Módulo                       | Tópicos                                                      | Atividades propostas                                                                                      | Apêndices |
|----------|------------------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1        | 1<br>Relatividade de Galileu | Introdução                                                   | Pré-teste e geração de imagem com IA Gen.                                                                 | A e K     |
| 2        |                              | Tempo, espaço e referencial                                  | Discussão, resolução de exemplos, exercícios e correção dos exercícios.                                   | B, C e L  |
| 3        |                              | Movimento relativo                                           | Simulações “Bolinha no trem” e “Carros e avião”.                                                          | C         |
| 4        | 2<br>Relatividade Especial   | Postulados, dilatação temporal e contração espacial          | Exemplos e exercícios em grupo.                                                                           | D e L     |
| 5        |                              | Dilatação temporal e contração espacial                      | Correção dos exercícios e utilização das simulações “Dilatação temporal” e “Contração espacial”.          | E         |
| 6        |                              | Gravidade e princípio da equivalência                        | Demonstração da aceleração gravitacional com livro e folha de papel e experimento com garrafa PET e água. | L         |
| 7        | 3<br>Relatividade Geral      | Dilatação temporal gravitacional, curvatura e gravidade      | Simulação “GR Time Dilation”, utilização dos cones de papel e dos modelos de setor.                       | F         |
| 8        |                              | Geometria não-euclidiana, curvatura e gravidade              | Demonstração e interação com o modelo da malha, resolução de exemplos e exercícios em grupos.             | I e L     |
| 9        |                              | Buracos negros, lentes gravitacionais e ondas gravitacionais | Correção dos exercícios e simulação “Relativistic Space Sheep”.                                           | G         |
| 10       |                              | Curvatura do espaço-tempo                                    | Simulações “Curved Spacetime” e “Embedding Diagrams”.                                                     | H e J     |
| 11       |                              | Corroborações da TR                                          | Uso de IA Gen com artigos de divulgação científica e elaboração de pôster digital.                        | K         |
| 12       |                              | Encerramento                                                 | Discussão sobre questões de vestibular. Geração de imagem com o IA Gen e pós-teste.                       | A e K     |

### 3.2 DETALHAMENTO DOS ENCONTROS

#### **Encontro 1: Introdução, pré-teste e geração de imagem com IA**

*Tópicos abordados:* Concepções iniciais sobre Relatividade; espaço, tempo e gravidade.

*O que o professor deve fazer:*

- Apresentar brevemente o curso e seus objetivos.
- Aplicar o pré-teste diagnóstico para identificar concepções iniciais dos estudantes.
- Solicitar que os alunos, individualmente, gerem uma imagem usando IA generativa a partir de um prompt como: “O que é Relatividade?” ou “Como você imagina o espaço-tempo?”.
- Promover uma breve discussão coletiva sobre as imagens geradas e as ideias iniciais.

*Recursos utilizados:* Computadores com internet; ferramenta de IA generativa.

*Apêndices conectados:*

Apêndice A – Pré-teste e pós-teste

Apêndice K – Guia para geração de imagem com IA

*Adaptação possível:* Caso não haja acesso à IA, os estudantes podem desenhar suas representações iniciais no papel.

#### **Encontro 2: Tempo, espaço e referencial (Relatividade de Galileu)**

*Tópicos abordados:* Referenciais inerciais; movimento relativo; noções clássicas de tempo e espaço.

*O que o professor deve fazer:*

- Retomar ideias do pré-teste.
- Explorar situações cotidianas (ônibus, trem, avião) para discutir movimento relativo.
- Resolver exemplos no quadro e propor exercícios em grupo.
- Corrigir coletivamente.

*Recursos utilizados:* Quadro; lista de exercícios.

*Apêndices conectados:*

Apêndice B – Lista de Atividades 1

Apêndice C – Roteiro de simulação: Transformações de Galileu

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 1 a 17)

*Adaptação possível:* Utilizar vídeos curtos de situações reais (além dos disponibilizados nos slides) de movimento relativo para contextualização.

### **Encontro 3: Simulações de movimento relativo**

*Tópicos abordados:* Transformações de Galileu; observadores em diferentes referenciais.

*O que o professor deve fazer:*

- Conduzir os estudantes nas simulações “Bolinha no trem” e “Carros e avião”.
- Solicitar que descrevam o movimento nos dois referenciais.
- Discutir limites do modelo clássico.

*Recursos utilizados:* Computadores com simulações interativas.

*Apêndices conectados:*

Apêndice C – Roteiro de simulação: Transformações de Galileu

*Adaptação possível:* Se não houver laboratório de informática, o professor pode projetar a simulação e discutir coletivamente.

### **Encontro 4: Postulados da Relatividade Especial**

*Tópicos abordados:* Constância da velocidade da luz; dilatação temporal; contração espacial.

*O que o professor deve fazer:*

- Apresentar os dois postulados de Einstein.
- Resolver exemplos conceituais.
- Propor exercícios em grupo para discussão.

*Recursos utilizados:* Slides; exercícios impressos.

*Apêndices conectados:*

Apêndice D – Lista de Atividades 2



Apêndice L – Apresentação de slides (slides 18 a 45)

## **Encontro 5: Simulações da Relatividade Especial**

*Tópicos abordados:* Dilatação temporal e contração espacial.

*O que o professor deve fazer:*

- Utilizar simulações interativas para visualizar os efeitos relativísticos.
- Comparar situações com velocidades baixas e próximas à velocidade da luz.
- Discutir como essas visualizações contribuem para a construção de representações mentais.

*Recursos utilizados:* Simulações digitais.

*Apêndices conectados:*

Apêndice E – Roteiro de simulação: Relatividade Especial

*Adaptação possível:* Caso necessário, trabalhar apenas qualitativamente, sem cálculos; se não houver a disponibilidade de computador, as simulações podem ser apresentadas no projetor.

## **Encontro 6: Gravidade e princípio da equivalência**

*Tópicos abordados:* Equivalência entre aceleração e campo gravitacional.

*O que o professor deve fazer:*

- Demonstrar experimento do livro e folha de papel.
- Realizar experimento com garrafa PET e água para ilustrar ausência de gravidade em queda livre.
- Discutir como essa ideia conduz à Relatividade Geral.

*Recursos utilizados:* Livro; folha de papel; garrafa PET com água tingida.

*Apêndices conectados:*

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 48 a 59)

*Adaptação possível:* Exibir vídeos de queda livre se não for possível realizar o experimento.

## **Encontro 7: Dilatação temporal gravitacional**

*Tópicos abordados:* Tempo curvo; influência da massa na passagem do tempo.

*O que o professor deve fazer:*

- Utilizar simulação “GR Time Dilation”.
- Trabalhar atividade interativa sobre tempo curvo.
- Solicitar que os alunos expliquem verbalmente o fenômeno.

*Recursos utilizados:* Simulação online.

*Apêndices conectados:*

Apêndice F – Roteiro de simulação: Dilatação Temporal Gravitacional.

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 60 a 64)

## **Encontro 8: Curvatura e geometria não-euclidiana**

*Tópicos abordados:* Geodésicas; superfícies curvas; analogia da malha.

*O que o professor deve fazer:*

- Demonstrar modelos de setor e cones de papel.
- Utilizar o modelo da malha (lycra e bolas de gude).
- Propor exercícios em grupo sobre trajetórias curvas.

*Recursos utilizados:* Modelo da malha; cones; modelos geométricos.

*Apêndices conectados:*

Apêndice I – Lista de Atividades 3

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 65 a 75)

*Adaptação possível:* Se não houver modelo físico, utilizar vídeos ou simulações equivalentes.

## **Encontro 9: Buracos negros e lentes gravitacionais**

*Tópicos abordados:* Buracos negros; desvio gravitacional da luz; ondas gravitacionais.

*O que o professor deve fazer:*

- Utilizar simulação “Relativistic Space Sheep”.
- Corrigir exercícios.
- Discutir exemplos reais (como imagem do EHT).

*Recursos utilizados:* Simulação digital.

*Apêndices conectados:*

Apêndice G – Roteiro de simulação: Relativistic Space Sheep.

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 76 a 77)

## **Encontro 10: Curvatura do espaço-tempo**

*Tópicos abordados:* Embedding diagrams; espaço-tempo quadridimensional.

*O que o professor deve fazer:*

- Utilizar simulações “Curved Spacetime” e “Embedding Diagrams”.
- Solicitar que os estudantes desenhem suas interpretações.
- Promover discussão coletiva.

*Recursos utilizados:* Simulações interativas.

*Apêndices conectados:*

Apêndice H – Roteiro de simulação: Embedding Diagram

Apêndice J – Roteiro de simulação: Curved Spacetime

## **Encontro 11: Corroborações da TR e IA**

*Tópicos abordados:* Evidências experimentais; divulgação científica; produção digital.

*O que o professor deve fazer:*

- Trabalhar com textos de divulgação científica.
- Utilizar IA generativa para explorar conceitos.
- Orientar elaboração de pôster digital em grupo.

*Recursos utilizados:* Computadores; IA; artigos<sup>1</sup>.

*Apêndices conectados:*

Apêndice K – Guia para geração com IA

Apêndice L – Apresentação de slides (slides 79 a 83)

## **Encontro 12: Encerramento e pós-teste**

*Tópicos abordados:* Revisão geral; consolidação conceitual.

*O que o professor deve fazer:*

- Discutir questões de vestibular relacionadas à Relatividade.
- Solicitar nova geração de imagem com IA (comparação com Encontro 1).
- Aplicar o pós-teste.
- Promover discussão final sobre evolução das representações.

*Recursos utilizados:* IA generativa; pós-teste impresso.

*Apêndices conectados:*

Apêndice A – Pós-teste

Apêndice K – IA

### **3.3 DESCRIÇÃO DOS RECURSOS DIDÁTICOS**

Esta seção apresenta a descrição detalhada dos principais recursos experimentais e digitais utilizados ao longo da sequência didática. O objetivo é orientar o professor quanto à construção, aplicação pedagógica e interpretação conceitual de cada recurso, destacando também suas potencialidades e limitações.

#### **3.3.1 Demonstração com livro e folha de papel**

*Objetivo conceitual:* Introduzir o princípio da equivalência e problematizar a ideia de gravidade como força, preparando o terreno para a Relatividade Geral.

*Materiais necessários:* 1 livro e 1 folha de papel (pouco menor que o livro).

---

<sup>1</sup> Artigos utilizados disponíveis em:

[https://drive.google.com/drive/folders/1FnoXi6E8UPkM9T27bnEHHVqITTkM1O4y?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1FnoXi6E8UPkM9T27bnEHHVqITTkM1O4y?usp=drive_link)

*Procedimento:*

- Solte simultaneamente o livro e a folha de papel, lado a lado.
- Observe que o livro atinge o solo primeiro.
- Em seguida, coloque a folha sobre o livro e solte novamente.
- Observe que ambos caem juntos.

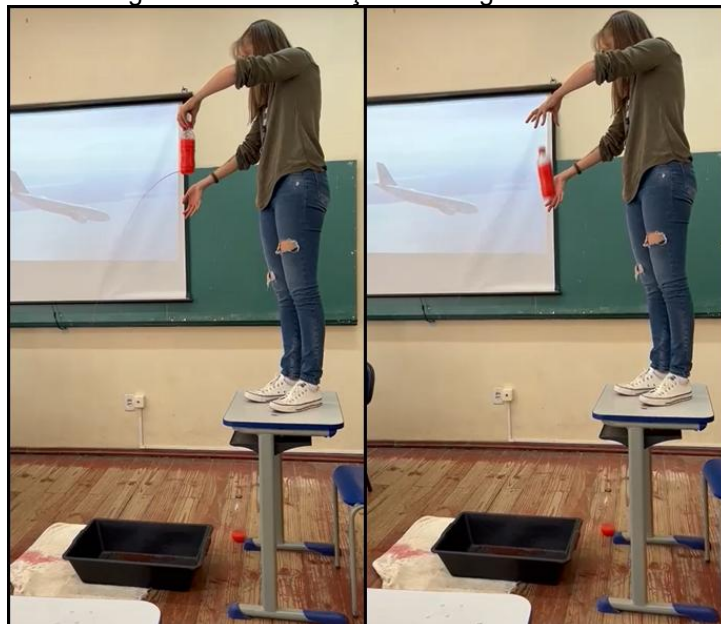
*Discussão sugerida:* O professor deve conduzir os estudantes à reflexão sobre a influência da resistência do ar e destacar que, na ausência dela, todos os corpos caem com a mesma aceleração. A partir disso, introduz-se a ideia de que a queda livre corresponde a um estado de “ausência de gravidade” local, conforme o princípio da equivalência.

*Limitações:* Essa demonstração não representa diretamente a Relatividade Geral, mas funciona como ponte conceitual para discutir a equivalência entre gravidade e aceleração.

### 3.3.2 Experimento da garrafa PET com água

*Objetivo conceitual:* Ilustrar a condição de ausência de peso aparente durante a queda livre, conectando com o princípio da equivalência.

Figura 1: Demonstração com a garrafa PET.



Fonte: A autora (2023).

*Materiais necessários:*

- Garrafa PET transparente (500 ml)
- Água (preferencialmente tingida)

- Objeto pontiagudo para perfuração
- Recipiente para conter respingos

*Montagem:* Faça um pequeno furo na lateral inferior da garrafa e tampe-o com fita adesiva. Encha a garrafa com água.

*Procedimento:*

- Retire a fita para que a água comece a escoar pelo furo.
- Solte a garrafa em queda livre (em local seguro).
- Observe que, durante a queda, o escoamento da água interrompe-se momentaneamente.

*Interpretação:* Durante a queda livre, a água e a garrafa aceleram juntas, eliminando a diferença de pressão que provoca o escoamento. Isso ilustra que, localmente, o sistema comporta-se como se estivesse em ausência de gravidade.

*Cuidados:* Realizar o experimento em área externa ou protegida; a garrafa deve ser solta de uma certa altura para que o efeito seja observado; pode-se gravar o experimento em câmera lenta para observação.

### 3.3.3 Modelo da malha<sup>2</sup>

*Objetivo conceitual:* Representar a curvatura do espaço-tempo causada pela presença de massa e visualizar trajetórias curvas (geodésicas).

Figura 2: Modelo da malha utilizado na pesquisa.



Fonte: A autora (2023).

*Materiais necessários:*

- Bamboê ou estrutura circular

<sup>2</sup> Adaptação do modelo utilizado por Postiglione e De Angelis (2021).

- Lycra ou tecido elástico resistente
- Canos de PVC ou suporte
- Grampos ou elásticos
- Bolas de gude ou esferas metálicas

*Construção:*

- Fixar o tecido elástico firmemente ao bambolê.
- Garantir que a superfície esteja bem tensionada.
- Posicionar o conjunto sobre suporte estável.

*Utilização em aula:*

- Colocar uma esfera pesada no centro para representar um objeto massivo.
- Lançar bolas de gude próximas à depressão formada.
- Observar as trajetórias curvas.

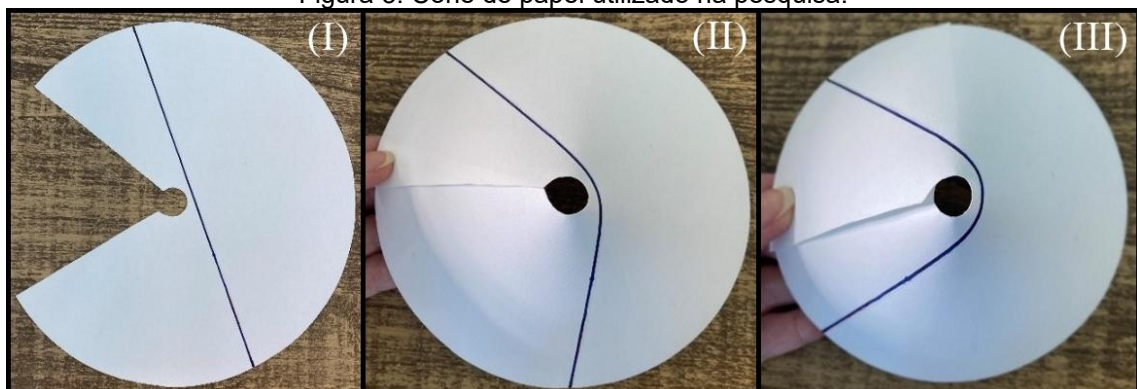
*Discussão sugerida:* O professor deve enfatizar que a analogia é bidimensional e que o espaço-tempo real é quadridimensional. Também deve destacar que a curvatura representada se refere ao espaço, enquanto na TRG a curvatura envolve espaço e tempo.

*Cuidados:* A analogia depende da gravidade terrestre; Pode induzir a interpretação equivocada de que há uma “força puxando” os objetos.

### 3.3.4 Cone de papel e Sector models<sup>3</sup>

*Objetivo conceitual:* Demonstrar propriedades da geometria não-euclidiana e o conceito de geodésica.

Figura 3: Cone de papel utilizado na pesquisa.



Fonte: A autora (2023).

<sup>3</sup> Materiais adaptados dos estudos realizados por Ryston (2019) e Zahn e Kraus (2014).



*Materiais necessários:*

- Papel cartão ou sulfite
- Tesoura
- Caneta

*Construção do cone:*

- Recortar um setor circular.
- Unir as extremidades retas formando um cone.

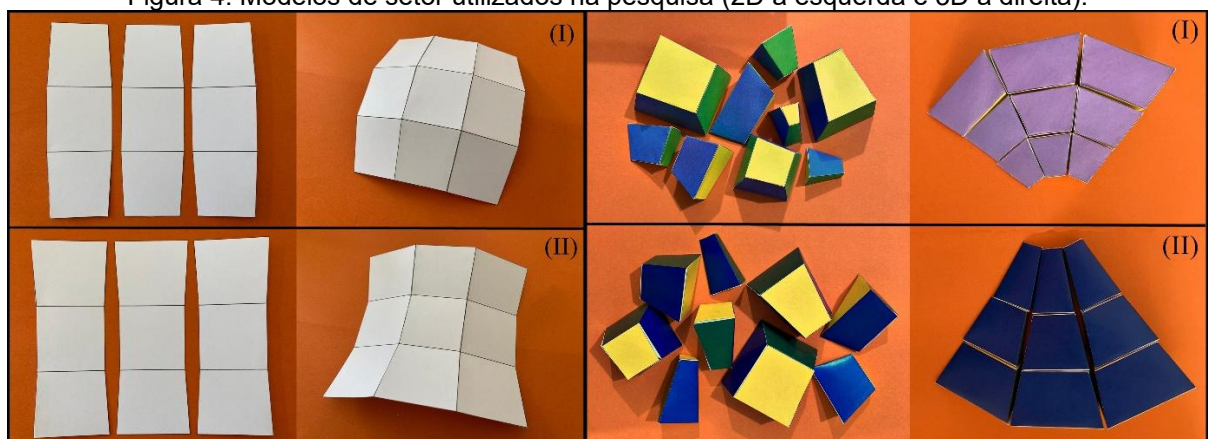
*Atividade proposta:*

- Traçar linhas retas sobre o cone planificado.
- Fechar o cone e observar que linhas aparentemente retas se tornam curvas.

*Sector models (modelos de setor):*

Esses modelos permitem representar superfícies curvas em duas e três dimensões a partir da junção de setores planos.

Figura 4: Modelos de setor utilizados na pesquisa (2D à esquerda e 3D à direita).



Fonte: A autora (2023).

Discussão sugerida: Abordar interpretação geométrica da gravidade; relacionar com o fato de que, na Relatividade Geral, a trajetória da luz corresponde à geodésica do espaço-tempo curvo.

### 3.3.5 Calculadora de Fator Gama e Conversor para unidades geométricas

*Objetivo conceitual:* Auxiliar na visualização quantitativa da dilatação temporal e contração espacial para Relatividade Especial e na compreensão da massa em termos geométricos para Relatividade Geral.



*Calculadora de fator gama ( $\gamma$ )*<sup>4</sup>: Permite calcular o fator relativístico em função da velocidade, permitindo que os estudantes foquem no entendimento conceitual ao invés dos cálculos. Sugere-se explorar valores baixos e valores próximos à velocidade da luz para comparar efeitos.

*Conversor de massa para unidades geométricas*<sup>5</sup>: Ferramenta que permite converter massa (kg) para unidades de comprimento associadas ao raio de Schwarzschild, permitindo que os estudantes foquem no entendimento conceitual ao invés dos cálculos.

Figura 5: Captura de tela da calculadora de fator gama (esquerda) e do conversor de massa (direita).

| Calculadora de Fator Gama                                                                                                                       | Conversor de Massa para Unidades Geométricas                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Digite a velocidade do Referencial (em função de c):<br><input type="text" value="0.6"/><br><input type="button" value="Calcule o Fator Gama"/> | Insira a massa em quilogramas (kg):<br><input type="text" value="1.99e30"/> <input type="button" value="Converter"/> |
| <b>Fator Gama 1.2500 (I)</b>                                                                                                                    | <b>A massa geométrica correspondente é 1.47e+0 (II)</b>                                                              |

Fonte: A autora (2023).

#### *Aplicação pedagógica:*

- Utilizar como ferramenta na solução dos exercícios propostos.
- Trabalhar qualitativamente, evitando formalismo excessivo.

*Sugestão:* Disponibilizar os links no ambiente virtual ou nos slides da aula.

<sup>4</sup> Disponível em:

[https://drive.google.com/file/d/1MEII2SLgcdh2xrc6R8eO0RJWBr0r1ymV/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1MEII2SLgcdh2xrc6R8eO0RJWBr0r1ymV/view?usp=drive_link)

<sup>5</sup> Disponível em:

[https://drive.google.com/file/d/1kTDK8swHJf424kHxL6GrwOc0DPaTxyt/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1kTDK8swHJf424kHxL6GrwOc0DPaTxyt/view?usp=drive_link)

## 4. ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

### 4.1 PRÉ-REQUISITOS

Antes de iniciar esta sequência didática, é recomendável que os estudantes tenham conhecimentos básicos sobre:

- Ligações químicas (covalentes, iônicas)
- Geometria molecular básica (teoria VSEPR)
- Funções orgânicas (hidrocarbonetos aromáticos, álcoois, compostos nitrogenados)
- Conceitos de eletronegatividade e polaridade
- Noções básicas de informática

### 4.2 INFRAESTRUTURA NECESSÁRIA

- Computadores com acesso à internet
- Projetor multimídia
- Impressão dos roteiros (Apêndices) ou acesso digital aos mesmos

### 4.3 ADAPTAÇÕES POSSÍVEIS

#### **Tempo:**

Os encontros podem ser agrupados em aulas mais longas, caso haja disponibilidade, ou divididos em aulas mais curtas. Além disso, pode ser feita a abordagem dos módulos separadamente. Por exemplo, pode-se remover a Relatividade Geral da sequência, ou mesmo abordá-la diretamente, desde que feita uma adaptação para introduzir os conceitos iniciais.

#### **Nível de ensino:**

A sequência didática foi projetada para alunos da 3ª série do Ensino Médio. Contudo, a sequência pode ser adaptada para outras séries do Ensino Médio ou mesmo anos finais do ensino fundamental, com uma abordagem mais conceitual e simplificada de alguns tópicos, focando principalmente na ideia de espaço-tempo

relativo e interpretação geométrica da gravidade<sup>6</sup>. As atividades também podem ser adaptadas ao Ensino Superior, com maior aprofundamento teórico e inclusão de cálculos mais avançados envolvendo a dilatação temporal e distorção do espaço.

#### 4.4 POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES

##### **Potencialidades:**

- Desenvolvimento de habilidades visuoespaciais
- Aprendizagem ativa e centrada no estudante
- Visualização concreta de conceitos abstratos complexos
- Integração entre teoria e prática computacional
- Promoção da alfabetização científica e digital
- Abordagem de tópicos de grande interesse dos estudantes

##### **Limitações:**

- Necessidade de infraestrutura tecnológica adequada
- Tempo de aplicação
- Necessidade de tempo adicional para estudantes com dificuldades técnicas
- Dependência de computadores funcionando adequadamente

#### 4.5 RECOMENDAÇÕES PEDAGÓGICAS

Imaginação em Primeiro Lugar: Incentive os alunos a imaginarem os cenários antes de apresentar as respostas. A construção mental prévia, experimentos de pensamento (*thought experiments*) é essencial para a assimilação dos conceitos contraintuitivos.

Estratégia Poe (Predizer-Observar-Explicar)(Tao; Gunstone, 1999): Ao usar simulações, enfatize para os alunos primeiramente prevejam o resultado antes da execução do software. Isso gera engajamento e conflito cognitivo produtivo.

Mediação Social: Fomente a discussão entre os pares. A troca de ideias entre os alunos é fundamental para a construção coletiva do conhecimento.

---

<sup>6</sup> Adaptações para o Ensino Fundamental podem ser encontradas na página do Einstein-First Project <https://www.einsteinianphysics.com/>

Sugestões para avaliações formativas e/ou somativas:

- Pré-teste e pós-teste (questionário e imagens geradas com IA)
- Acompanhamento das atividades com simulações (observação direta ou captura de tela)
- Resoluções das listas de exercícios
- Entrevistas individuais para identificar concepções e imagens mentais
- Apresentação oral dos resultados pelos dos pôsteres gerados sobre as corroborações da TR

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente produto educacional, fruto de uma pesquisa de Doutorado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), não se trata de um modelo estático, mas sim uma proposta flexível e adaptável às diversas realidades escolares.

Ao longo das atividades propostas, buscou-se promover não apenas a aquisição de conceitos científicos, mas também o desenvolvimento de habilidades essenciais como a argumentação, o pensamento crítico e a resolução de problemas. Acreditamos que o ensino de ciências deve ir além da memorização, engajando os estudantes em práticas que os tornem protagonistas de seu próprio aprendizado.

Reconhecemos que cada sala de aula é única. Por isso, encorajamos os professores a:

- Adaptar o Nível de Complexidade: Ajustar as atividades conforme o ano escolar e o conhecimento prévio dos alunos.
- Reorganizar a Sequência: Alterar a ordem das atividades se necessário para melhor se adequar ao planejamento curricular da escola.
- Contextualizar: Inserir exemplos locais e situações-problema que façam sentido para a comunidade escolar onde o produto está sendo aplicado.

A validação desta Sequência Didática ocorreu no contexto da pesquisa de Doutorado, em uma escola pública de rede estadual de ensino do Rio Grande do Sul, onde foi possível observar resultados significativos quanto ao engajamento e a aprendizagem dos estudantes.

Durante a aplicação, constatou-se que a abordagem utilizada favoreceu:

- Participação Ativa: Os estudantes demonstraram maior interesse e envolvimento nas discussões propostas, saindo de uma postura passiva para interagir ativamente com o conteúdo.
- Compreensão Conceitual: Foi notável a evolução na apropriação dos conceitos científicos trabalhados, evidenciada não apenas nas respostas orais, mas também nas produções escritas e na capacidade de aplicar o conhecimento em novas situações.

- **Desenvolvimento de Habilidades:** As atividades permitiram o exercício da argumentação, da colaboração entre pares e da resolução de problemas, competências fundamentais para a formação integral do aluno.

Tais resultados reforçam a potencialidade deste material como recurso didático capaz de enriquecer as práticas pedagógicas e promover uma aprendizagem significativa.

Esperamos que este material sirva como um ponto de partida para reflexões mais profundas sobre o ensino de Física. Que ele possa inspirar novas práticas e contribuir para uma formação científica mais cidadã e contextualizada.

Agradecemos a todos os educadores que, diariamente, aceitam o desafio de ensinar e aprender, e esperamos que este produto seja uma ferramenta útil nessa jornada.

## REFERÊNCIAS

- BOUBLIL, S.; BLAIR, D.; TREAGUST, D. F. Einstein's "happiest thought": Free-fall experiments enhance student learning of Einsteinian gravity in middle school. **Teaching Science**, 69, n. 1, p. 41-52, 2023.
- CHOUDHARY, R.; FOPPOLI, A.; KAUR, T.; BLAIR, D. *et al.* A comparison of short and long Einsteinian Physics intervention programmes in middle school. **Research in Science Education**, 52, n. 1, p. 305-324, 2022/02/01 2022.
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A. The impact of the usage of hypercultural mediation in the teaching of Special Relativity in high school in Brazil. **Acta Scientiae**, 22, n. 4, p. 2-27, 2020.
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D. Exploring the relationship between mental representations and conceptual understanding of Special Relativity by high school students. **Research in Science & Technological Education**, p. 1-26, 2024.
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D. External mediation educational resources for teaching General Relativity: A systematic review. **Journal of Turkish Science Education**, 22, n. 3, p. 561-583, %10/%01 2025.
- DE SOUZA, M. G.; SERRANO, A.; TREAGUST, D.; WON, M. Conceptions of curved spacetime: Relating students' mental representations and understanding of General Relativity. **Research in Science Education**, 56, n. 1, p. 85-115, 2025/04/30 2026.
- KAMPHORST, F.; VOLLEBREGT, M. J.; SAVELSBERGH, E. R.; VAN JOOLINGEN, W. R. An educational reconstruction of Special Relativity Theory for secondary education. **Science & Education**, 32, n. 1, p. 57-100, 2023.
- KAUR, T.; BLAIR, D.; MOSCHILLA, J.; STANNARD, W. *et al.* Teaching Einsteinian physics at schools: part 1, models and analogies for relativity. **Physics Education**, 52, n. 6, p. 065012, 2017.
- KERSTING, M.; BLAIR, D. **Teaching Einsteinian Physics in Schools**. Routledge, 2021.
- KOSSLYN, S. M.; THOMPSON, W. L.; GANIS, G. **The case for mental imagery**. New York: Oxford University Press, Oxford Academic, 01 Apr 2010 2006. 9780195179088.
- MCINERNEY, C.; SUTTON, P. Einsteinian gravitational concepts throughout secondary school. **Physics Education**, 59, n. 1, p. 13, 2024.
- NICOLAU J., J. L.; BROCKINGTON, G.; SASSERON, L. H. Formação contínua de professor para a abordagem de tópicos de Relatividade no Ensino Médio: saberes docentes dos implementadores. **Experiências em Ensino de Ciências**, 6, n. 2, p. 11, 2011.

POSTIGLIONE, A.; DE ANGELIS, I. Experience gravity in the classroom using the rubber sheet: an educational proposal from the collaboration between university and school. **Physics Education**, 56, n. 2, p. 025019, 2021.

RYSTON, M. Embedding diagrams - a hands-on activity for understanding spatial curvature. **Journal of Physics: Conference Series**, 1287, 2019.

SOUZA, B. C. **A Teoria da Mediação Cognitiva: os impactos cognitivos da Hipercultura e da Mediação Digital**. Orientador: ROAZZI, A. 2004. 283 f. (Doutor) - Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SOUZA, B. C.; DA SILVA, A. S.; DA SILVA, A. M.; ROAZZI, A. *et al.* Putting the Cognitive Mediation Networks Theory to the test: Evaluation of a framework for understanding the digital age. **Computers in Human Behavior**, 28, n. 6, p. 2320-2330, 2012.

SOUZA, B. C.; SERRANO, A.; ROAZZI, A. The generative AI revolution, cognitive mediation networks theory and the emergence of a new mode of mental functioning: Introducing the Sophotechnic Mediation scale. **Computers in Human Behavior: Artificial Humans**, p. 100042, 2024/01/06/ 2024.

STEIER, R.; KERSTING, M. Metaimagining and embodied conceptions of spacetime. **Cognition and Instruction**, 37, n. 2, p. 145-168, 2019/04/03 2019.

STRASSER, A. A functional view toward mental representations. *In*: IFENTHALER, D.;PIRNAY-DUMMER, P., *et al* (Ed.). **Computer-Based Diagnostics and Systematic Analysis of Knowledge**. Boston, MA: Springer US, 2010. cap. 2, p. 15-25.

TAO, P.-K.; GUNSTONE, R. F. Conceptual change in science through collaborative learning at the computer. **International Journal of Science Education**, 21, n. 1, p. 39-57, 1999.

ZAHN, C.; KRAUS, U. Sector models - a toolkit for teaching General Relativity: I. Curved spaces and spacetimes. **European Journal of Physics**, 35, 2014.



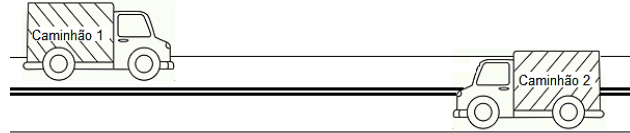
## **APÊNDICES**

Os apêndices a seguir contêm os materiais de apoio para aplicação da sequência didática, incluindo os instrumentos de avaliação (pré-teste e pós-teste) e os roteiros detalhados de modelagem molecular.

## APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

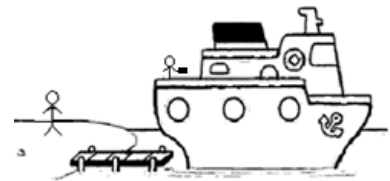
Nome completo: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Questões 1 e 2: Dois caminhões estão em uma mesma estrada, em sentidos opostos, conforme a figura. O caminhão 2 está parado em relação ao solo devido a um problema no motor. A distância entre eles, medida pelo caminhão 2, é de 100 m.



- 1) Se o caminhão 1 se mover a 80 km/h, a distância medida por ele até o caminhão 2 será, aproximadamente:
  - a) Também 100 m.
  - b) Pouco maior que 100 m.
  - c) Muito maior que 100 m.
  - d) Pouco menor que 100 m.
  - e) Muito menor que 100 m.
- 2) Agora, considerando que o caminhão 1 se movesse com uma velocidade muito alta ( $0,7c$ ), a distância medida por ele até o caminhão 2 seria, aproximadamente:
  - a) Também 100 m.
  - b) Pouco maior que 100 m.
  - c) Muito maior que 100 m.
  - d) Pouco menor que 100 m.
  - e) Muito menor que 100 m.

Questões 3 e 4: Uma pessoa está viajando em um navio e realiza um experimento quando o navio passa pela costa. Uma pessoa na costa observa e percebe que o experimento tem uma duração de 10 s.



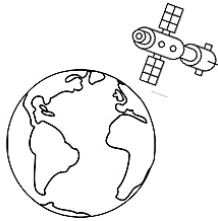
- 3) Se o navio viajar com uma velocidade média de 30 nós (56 km/h), o intervalo de tempo da duração do experimento para a pessoa que está no navio será, aproximadamente:
  - a) Também 10 s.
  - b) Pouco maior que 10 s.
  - c) Muito maior que 10 s.
  - d) Pouco menor que 10 s.
  - e) Muito menor que 10 s.
- 4) Agora, se o navio viajar a uma velocidade muito alta ( $0,6c$ ), o intervalo de tempo da duração do experimento para a pessoa que está no navio será:
  - a) Também 10 s.
  - b) Pouco maior que 10 s.
  - c) Muito maior que 10 s.
  - d) Pouco menor que 10 s.
  - e) Muito menor que 10 s.

Questões 5 e 6: Considere duas amigas que possuem a mesma idade. Uma delas parte em uma viagem de cruzeiro, enquanto a outra permanece na cidade. Na volta da viagem, passou-se 1 ano para a amiga que ficou.

- 5) Se o cruzeiro viajar com uma velocidade média de 30 nós (56 km/h), o tempo que terá passado para a amiga que viajou será:
  - a) Também 1 ano.
  - b) Pouco maior que 1 ano.
  - c) Muito maior que 1 ano.
  - d) Pouco menor que 1 ano.
  - e) Muito menor que 1 ano.

- 6) Agora, se o cruzeiro viajar a uma velocidade muito alta ( $0,5c$ ), o tempo que terá passado para a amiga que viajou será:

a) Também 1 ano. d) Pouco menor que 1 ano.  
b) Pouco maior que 1 ano. e) Muito menor que 1 ano.  
c) Muito maior que 1 ano.



- 7) Dois astronautas estão na estação espacial internacional. Suponha que um deles desceu à Terra para uma atividade e realizou ela em 8 h, de acordo com o seu relógio. Qual foi o intervalo de tempo dessa atividade para o astronauta que ficou na estação espacial?

a) Também 8 h d) Pouco menos que 8 h  
b) Pouco mais que 8 h e) Muito menos que 8 h  
c) Muito mais que 8 h

- 8) Considere agora que os astronautas estejam em uma nave nas redondezas de um buraco negro supermassivo. Um deles desce em uma missão de reconhecimento e se aproxima do buraco negro, realizando a missão em 3 h conforme seu relógio. Qual foi o intervalo de tempo dessa missão para o astronauta que ficou na nave?



a) Também 3 h d) Pouco menos que 3 h  
b) Pouco mais que 3 h e) Muito menos que 3 h  
c) Muito mais que 3 h

- 9) Dois pontos próximos da Terra têm uma distância entre si de 1 km. Qual é a distância entre esses dois pontos se estivessem próximos de um buraco negro numa altitude de 500 km?

a) Também 1 km d) Pouco menos que 1 km  
b) Pouco mais que 1 km e) Muito menos que 1 km  
c) Muito mais que 1 km

- 10) Dois pontos próximos da Terra têm uma distância entre si de 1 km. Qual é a distância entre esses dois pontos se estivessem próximos de um buraco negro numa altitude de 20 km?

a) Também 1 km d) Pouco menos que 1 km  
b) Pouco mais que 1 km e) Muito menos que 1 km  
c) Muito mais que 1 km

- 11) Explique, como se estivesse explicando para um colega, porque a Terra se move em uma órbita ao redor do Sol. Para isso podes usar texto, desenhos, gráficos, esquemas etc.

## APÊNDICE B – LISTA DE ATIVIDADES 1: RELATIVIDADE DE GALILEU



**Nomes:** \_\_\_\_\_

**1)** Você está em um ônibus, que se move com velocidade constante e em linha reta, e joga uma bolinha para cima. Desenhe a trajetória da bolinha que você vê. Agora desenhe a trajetória da bolinha que alguém na rua vê. Despreze a resistência do ar.

**2)** Duas motocicletas, X e Y, deslocam-se com movimento retilíneo uniforme no mesmo sentido em uma estrada, com velocidades  $v_X = 120 \text{ km/h}$  e  $v_Y = 80 \text{ km/h}$  em relação ao chão. Responda:

a) Qual é a velocidade da motocicleta X em relação à motocicleta Y?

b) Qual é a velocidade da motocicleta Y em relação à motocicleta X?

c) Em determinado momento, a motocicleta X está a 10 km atrás Y. Quanto tempo a motocicleta X levará para alcançar a motocicleta Y?

**3)** Dois carros, A e B, estão percorrendo uma estrada retilínea com velocidades constantes de 30 m/s e 20 m/s, respectivamente, e separados por uma distância de 100 m em certo instante de observação. Quanto tempo leva até o carro A alcançar o carro B?

## APÊNDICE C – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU

Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nessa atividade utilizaremos duas simulações no software *Modellus*, onde veremos o movimento de alguns objetos sob diferentes perspectivas.

### Simulação Bolinha no Trem<sup>7</sup>

Um rapaz dentro do trem atira uma bolinha para frente com uma velocidade de 5 km/h em relação a ele. O trem está se movendo com uma velocidade 50 km/h para a direita em relação ao solo.

#### 1ª Situação

Explique como será observado o movimento da bolinha (trajetória, velocidade etc.) para uma pessoa que está fora do trem, na estação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

#### 2ª Situação

Agora, explique como será observado o movimento da bolinha (trajetória, velocidade etc.) para o rapaz que atirou ela e está dentro do trem. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

---

<sup>7</sup> Simulação disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1G4CNT0cWPJ2D3eUu-vY0sgstDJdSeCGP/view?usp=sharing>

Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

### **Simulação Carros e Avião<sup>8</sup>**

Na simulação existem dois carros, um avião e pessoas na calçada. O avião está se movendo com uma velocidade 400 km/h para a direita em relação ao solo, o carro verde está se movendo com uma velocidade de 50 km/h também para a direita em relação ao solo, o carro preto está se movendo com uma velocidade de 80 km/h para a esquerda em relação ao solo e as pessoas estão paradas em relação ao solo.

Qual a velocidade do carro preto em relação ao avião?

---

#### Situação 1

Explique o que acontecerá caso a velocidade do avião seja reduzida para 100 km/h (qual será a velocidade dos carros em relação a ele etc.). Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

---

<sup>8</sup> Simulação disponível em: <https://drive.google.com/file/d/16MSG9zH2ZE7XHs-eJSc4dfur1J4qdlc6/view?usp=sharing>

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

### Situação 2

Explique como você imagina que será essa mesma situação observada por alguém dentro do avião (qual será a velocidade dos carros em relação a ele etc.). Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

## APÊNDICE D – LISTA DE ATIVIDADES 2: RELATIVIDADE ESPECIAL



**Nomes:** \_\_\_\_\_

- 1) Em um referencial em repouso, um ônibus tem o comprimento medido de 5 m. Considere que esse ônibus passe a se mover com uma velocidade de  $0,5c$  em relação ao chão. Sem o uso de cálculos, imagine como alguém fora do ônibus, em repouso em relação ao chão, observa o comprimento dele. Para isso, podes usar texto, desenhos, diagramas etc.
- 2) Uma nave espacial passa por uma estação de observação com velocidade de  $0,8c$ . Um astronauta dentro da nave mede seu comprimento e obtém o valor de 150 m. Qual o comprimento da nave medido por um observador na estação?
- 3) (Cefet-MG-Adaptada) Um bastão possui 2 m de comprimento, quando medido em um referencial em repouso em relação à ele. Se ele é posto em movimento, paralelamente ao seu eixo, até atingir uma velocidade de  $0,6c$ , o seu comprimento, medido por alguém em repouso em relação à Terra, será igual a:
  - a) 1,6 m    b) 1,7 m    c) 1,8 m    d) 1,9 m    e) 2 m
- 4) Um homem está parado em uma esquina e um amigo passa de automóvel. Os dois observam, em seus respectivos relógios, o instante em que o carro passou por duas placas de trânsito e determinam assim o intervalo entre os dois eventos. Sem o uso de cálculos, responda, para isso podes utilizar texto, desenhos etc. (TIPLER; LLEWELLYN, 2012)
  - a) Qual dos dois mediu o intervalo de tempo próprio?
  - b) Qual dos dois mediu o intervalo de tempo menor?
- 5) José viaja em um jato com velocidade constante de 40% da velocidade da luz. Dentro desse jato ele realiza um experimento simples e verifica que o tempo de duração dele é de 1 min. Carlos está em um referencial em repouso em relação à Terra. Qual o intervalo de tempo do experimento de José no referencial de Carlos?
- 6) Considere dois irmãos gêmeos, um deles faz uma viagem numa espaçonave que se desloca numa velocidade igual a  $0,85c$ . A espaçonave faz uma viagem de ida e volta para fora do Sistema Solar durante 4 anos para o irmão que está na Terra. Na partida, os irmãos tinham 10 anos de idade. Qual será a idade de cada um no momento da chegada da espaçonave de volta à Terra?



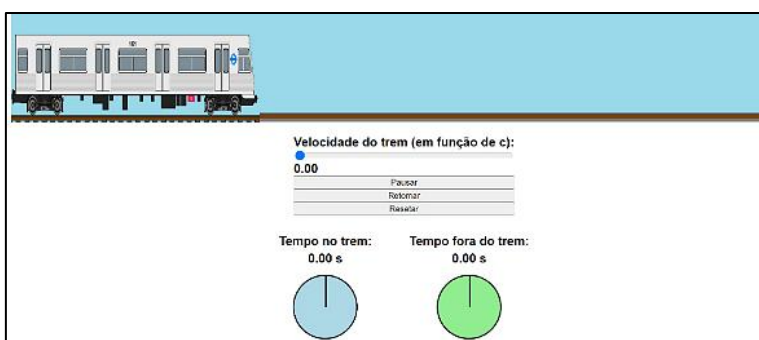
## APÊNDICE E – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: RELATIVIDADE ESPECIAL

Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nesta atividade vamos utilizar duas simulações para observar os fenômenos da *Dilatação Temporal* e *Contração Espacial* para a *Relatividade Especial* vistos na aula anterior.

### Dilatação do Tempo<sup>9</sup>

Primeiro vamos observar a Dilatação Temporal utilizando a simulação “*Dilatação do tempo*”. Para



isso, abra a pasta “*Tempo*”, dentro da pasta, abra o arquivo “*index*” com duplo clique. Na simulação há um trem se movendo em relação ao chão. É possível observar o tempo transcorrido no referencial do trem ( $\Delta t_0$ ) e em um referencial fora do trem, parado em relação ao chão ( $\Delta t$ ) (estação). Ambos intervalos de tempo são observados a partir do referencial da estação.

#### 1ª Situação

Explique como se dará a passagem de tempo dentro e fora do trem, para um referencial na estação, quando ele estiver se movendo com uma velocidade de  $0,06c$  em relação ao chão. Haverá diferença nas duas medições? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Agora vamos observar essa situação na simulação. Para isso, a velocidade do trem está ajustada para  $0,06c$  no controlador deslizante que deve estar da seguinte maneira:

Velocidade do trem (em função de c):  
  
 0.06

Ao ajustar a velocidade, o trem começará a se mover. Observe a simulação até que o trem desapareça da tela. Nesse momento, pause a simulação clicando no botão “*Pausar*”

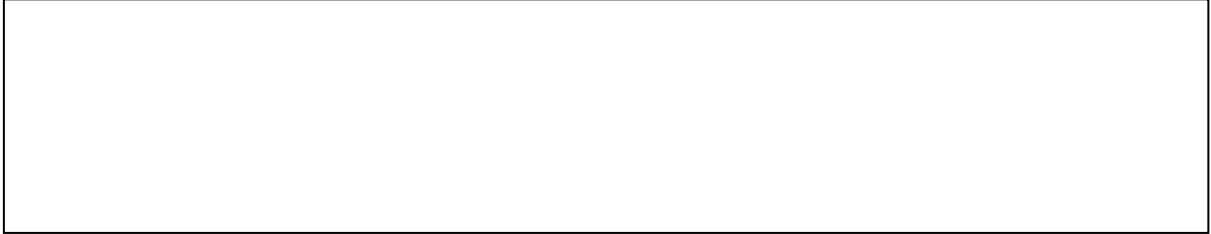
Descreva como você observou a passagem de tempo na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

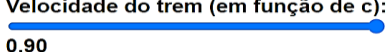
Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

<sup>9</sup> Simulação disponível em: [https://drive.google.com/file/d/1oFY0gmAZwXbgAQRVv-BTdTVkBUfwQPsl/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1oFY0gmAZwXbgAQRVv-BTdTVkBUfwQPsl/view?usp=drive_link)

### 2ª Situação

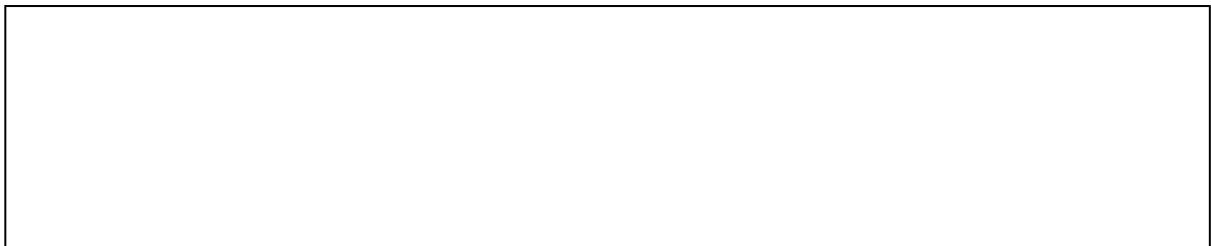
Agora, explique como se dará a passagem de tempo dentro e fora do trem, para o referencial na estação, quando ele estiver se movendo com uma velocidade de  $0,9c$  em relação à estação. Haverá diferença nas duas medições? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Vamos observar essa situação na simulação. Primeiro precisamos resetar o simulador, para isso, clique no botão “*Resetar*” . Agora ajuste a velocidade do trem para  $0,9c$  no controlador deslizante que deve estar da seguinte maneira: . Ao ajustar a velocidade, o trem começará a se mover. Observe a simulação durante aproximadamente 5 segundos. Nesse momento, pause a simulação clicando no botão “*Pausar*” . Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Da mesma forma que antes, feche a simulação *Dilatação do tempo* clicando em *Fechar*, no canto direito superior.

**Responda:** Na observação da simulação, para qual referencial o tempo passou mais devagar? Em qual das duas situações a diferença de tempo foi maior? Por que você imagina que isso aconteceu?

---

---

---

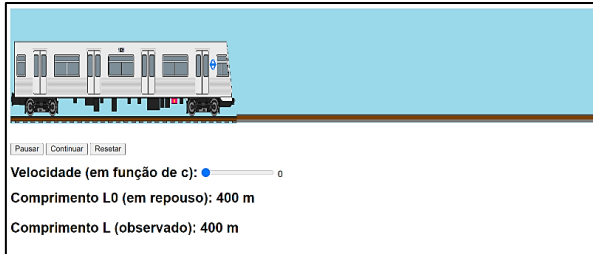
---

---

---

## Contração do Espaço<sup>10</sup>

Agora vamos observar a Contração Espacial utilizando a simulação “*Contração do Espaço*”.



Para isso, abra a pasta “*Espaço*”, dentro da pasta abra o arquivo “*index*” com duplo clique. Nessa simulação também há um trem se movendo em relação ao chão. É possível observar o comprimento do trem medido fora dele, por alguém em repouso em relação ao chão ( $L$ ) (estação), e o comprimento medido dentro dele, por alguém em repouso em relação ao trem ( $L_0$ ).

### 1ª Situação

Explique como será medido o comprimento do trem para o referencial fora dele e para o referencial dentro dele quando ele estiver se movendo com uma velocidade de  $0,06c$  em relação à estação. Haverá diferença? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Agora vamos observar essa situação na simulação. Antes de iniciarmos, clique no botão “*Resetar*” . Para observarmos a simulação a velocidade do trem está ajustada para  $0,06c$  no controlador deslizante que deve estar da seguinte maneira: **Velocidade (em função de c):**  0.60

Ao ajustar a velocidade, o trem começará a se mover. Observe a simulação até que o trem desapareça da tela. Nesse momento, pause a simulação clicando no botão “*Pausar*” . Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

### 2ª Situação

Agora, explique como será medido o comprimento do trem para o referencial fora dele e para o referencial dentro dele quando ele estiver se movendo com uma velocidade de  $0,9c$  em relação à estação. Haverá diferença? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

<sup>10</sup> Simulação disponível em:

[https://drive.google.com/file/d/11I2IFKzzJy\\_ZBfy6I5oLBymJ4XQwg5gG/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/11I2IFKzzJy_ZBfy6I5oLBymJ4XQwg5gG/view?usp=drive_link)

Vamos observar essa situação na simulação. Primeiro, clique no botão “*Resetar*” . Para observarmos a simulação a velocidade do trem está ajustada para  $0,9c$  no controlador deslizante que deve estar da seguinte maneira: **Velocidade (em função de  $c$ ):**  0.90

Ao ajustar a velocidade, o trem começará a se mover. Observe a simulação até que o trem desapareça da tela. Nesse momento, pause a simulação clicando no botão “*Pausar*” . Descreva o que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Da mesma forma que antes, feche a simulação *Contração do espaço* clicando em *Fechar*, no canto direito superior.

**Responda:** Para qual referencial o comprimento medido foi menor? Em qual das duas situações a diferença das medidas foi maior? Por que você imagina que isso aconteceu?

## APÊNDICE F – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: DILATAÇÃO TEMPORAL GRAVITACIONAL

Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Vamos utilizar a simulação chamada *GR Time Dilation*, que trata da Dilatação Temporal Gravitacional<sup>11</sup>.

### 1ª Situação

Como se dará a passagem de tempo para cada um dos pontos? Haverá diferenças entre eles? Quais? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Agora vamos observar essa situação na simulação. Descreva como se deu a passagem de tempo para cada um dos pontos. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

### 2ª Situação

Agora, como se daria a passagem de tempo dos referenciais caso o ponto verde fosse afastado do objeto massivo? Haveria diferenças entre os intervalos de tempo dos pontos? Seria diferente de antes? Explique. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Vamos observar essa situação na simulação. Descreva como se deu a passagem de tempo para cada um dos pontos. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

<sup>11</sup> Simulação disponível para download em:

<https://www.compadre.org/relativity/items/detail.cfm?ID=7233>

## APÊNDICE G – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: RELATIVISTIC SPACE SHEEP

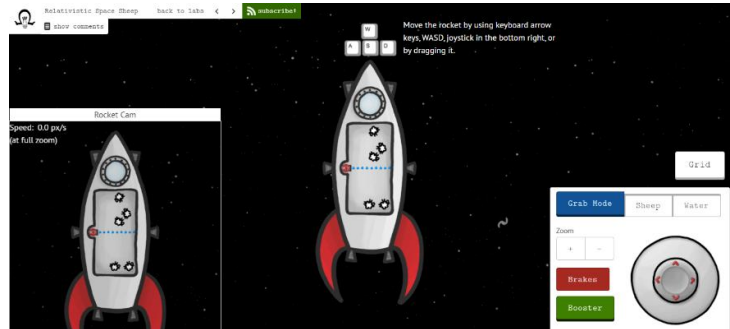
Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nesta atividade vamos utilizar a simulação chamada *Relativistic Space Sheep*, que trata do Princípio da Equivalência, visto em aula, que afirma que os efeitos de experiências em um campo gravitacional seriam os mesmos percebidos localmente em um referencial acelerado (“aceleração e gravidade são equivalentes”). Para acessar a simulação abra o navegador do computador e utilize o link:

<http://labs.minutelabs.io/Relativistic-Space-Sheep/> .

A tela inicial da simulação será carregada, conforme a imagem abaixo.

Na simulação há um foguete em repouso. Dentro dele há cinco ovelhas e uma bomba que arremessa gotas d’água que atravessam o foguete. As ovelhas não sabem que estão dentro de um foguete no espaço.



- Qual é o comportamento das ovelhas e das gotas d’água no foguete quando ele está em repouso?

---



---

- Na perspectiva das ovelhas, existe campo gravitacional no foguete? Explique.

---



---

### 1ª Situação

Explique como será o comportamento das ovelhas e das gotas d’água caso o foguete passe a acelerar para cima. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

---



---



---



---

Agora vamos observar essa situação na simulação. Primeiro, verifique se o foguete está em repouso, caso não esteja, acione os freios clicando no botão **Brakes**, no canto inferior direito da tela. Para movimentar o foguete para cima os motores inferiores dele devem ser acionados. Para isso, utilize a tecla “w” ou a seta para cima do teclado. Para que o foguete permaneça acelerando, deve-se manter a tecla pressionada.

Descreva o comportamento das ovelhas e das gotas d’água que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

---



---



---



---

- Nessa situação, da perspectiva das ovelhas, existe um campo gravitacional no foguete? Explique.

---



---

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

---



---



---



---

### 2ª Situação

Agora, explique como será o comportamento das ovelhas e das gotas d'água caso o foguete passe a acelerar para baixo. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Vamos observar essa situação na simulação. Primeiro, verifique se o foguete está em repouso, caso não esteja, acione os freios clicando no botão **Brakes** , no canto inferior direito da tela. Para movimentar o foguete para baixo os motores superiores dele devem ser acionados. Para isso, utilize a tecla "s" ou a seta para baixo do teclado. Para que o foguete permaneça acelerando, deve-se manter a tecla pressionada.

Descreva o comportamento das ovelhas e das gotas d'água que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

- Nessa situação, da perspectiva das ovelhas, existe um campo gravitacional no foguete? Explique.

---

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

### 3ª Situação

Explique como será o comportamento das ovelhas e das gotas d'água caso o foguete se movimente para cima com velocidade constante. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Vamos observar essa situação na simulação. Primeiro, verifique se o foguete está em repouso, caso não esteja, acione os freios clicando no botão **Brakes** , no canto inferior direito da tela. Para movimentar o foguete para cima os motores inferiores dele devem ser acionados. Para isso, utilize a tecla "w" ou a seta para cima do teclado. Como queremos que o foguete se mova com velocidade constante, ou seja, sem aceleração, clique na tecla apenas uma vez e observe sem manter ela pressionada.

Descreva o comportamento das ovelhas e das gotas d'água que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

- Nessa situação, da perspectiva das ovelhas, existe um campo gravitacional no foguete? Explique.

---

Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

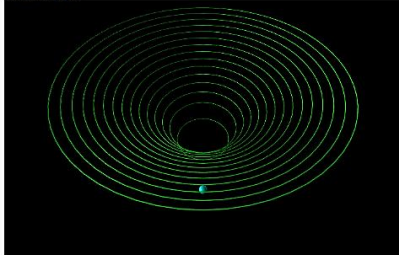
Ao finalizar a atividade, feche a janela do navegador do computador.

## APÊNDICE H – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: EMBEDDING DIAGRAM

Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nesta atividade vamos utilizar a simulação chamada *Embedding diagram for Schwarzschild spacetime*, que trata da curvatura causada por um objeto massivo, como visto em aula, que é uma previsão da Teoria da Relatividade Geral de Einstein. Para acessar a simulação abra o navegador do computador e utilize o link: [http://kdf.mff.cuni.cz/~ryston/embed\\_en.php](http://kdf.mff.cuni.cz/~ryston/embed_en.php).

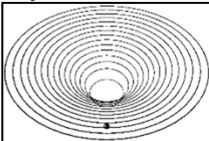
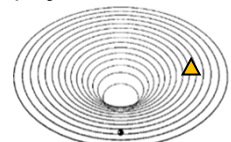
Embedding diagram for Schwarzschild spacetime  
Link to the program including source code: Embedding diagram



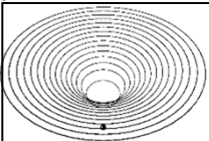
A tela inicial da simulação será carregada, conforme a imagem. Na simulação, as linhas verdes representam as geodésicas e mostram a curvatura causada por um objeto massivo, que está oculto. Primeiramente, vamos tornar esse objeto visível. Para isso, abaixo da tela da simulação há uma série de controladores, clique no botão *Show central mass* , o último botão da primeira linha. Uma esfera amarela irá surgir no centro das geodésicas, este é o objeto massivo que causa a curvatura observada. Observe também como a distância entre as

geodésicas se altera, representando a deformação do espaço. Além disso, também há uma pequena esfera azul, que representa outro objeto menos massivo que pode se mover pelo espaço.

**1ª Situação:** Explique como será o movimento da esfera azul (em relação à trajetória velocidade etc.) se ela for lançada em direção ao ponto marcado pelo triângulo na imagem. Para isso pode utilizar a imagem abaixo para indicar a trajetória ou utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



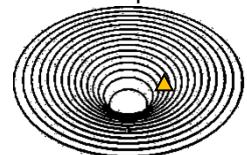
Agora vamos observar essa situação na simulação. Para movimentar a esfera azul é necessário clicar sobre ela e, com o botão pressionado, arrastar o mouse na direção do ponto indicado. Ao fazer isso uma seta vermelha irá aparecer, ela representa o vetor velocidade inicial da esfera azul. Ao soltar o botão do mouse, a seta vermelha desaparece e a esfera passa a se mover, deixando uma linha que marca sua trajetória. Descreva o movimento da esfera azul que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



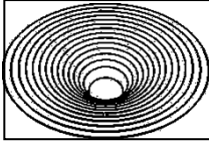
Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

Agora, vamos modificar a posição inicial da esfera azul. Primeiro, vamos limpar a trajetória da situação anterior, para isso, clique em *Clear trajectories* , último botão da segunda linha abaixo da tela da simulação. Para modificar a posição inicial da esfera azul, há um controle deslizante abaixo dos botões intitulado *Initial radius*. Arraste o controle deslizante até chegar na posição indicada na imagem a seguir:  . Note que a esfera azul se aproximou da amarela, ou seja diminuimos o raio inicial.

**2ª Situação:** Agora, explique como será o movimento da esfera azul (em relação à trajetória velocidade etc.) se ela for lançada no ponto a esquerda da esfera amarela indicado na figura. Para isso pode utilizar a imagem abaixo para indicar a trajetória ou utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

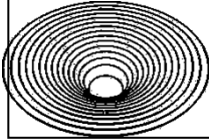






Vamos observar essa situação na simulação. Novamente, para movimentar a esfera azul é necessário clicar sobre ela e, com o botão pressionado, arrastar o mouse na direção do ponto indicado.

Descreva o movimento da esfera azul que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

- Quais foram as diferenças nos movimentos da esfera azul na 1ª e na 2ª situação? Qual o motivo?

Agora, vamos alterar a massa da esfera amarela. Primeiro, vamos limpar a trajetória da situação anterior, para isso, clique em *Clear trajectories* [Clear trajectories](#). Para alterar a massa da esfera amarela há um controle deslizante abaixo dos botões intitulado *Central mass*. Arraste o controle deslizante até chegar na posição indicada na imagem a seguir:

Centre mass:



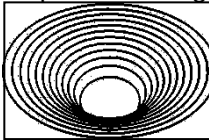
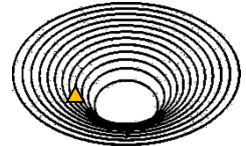
Note que a

massa da esfera amarela aumentou. Vamos também retornar a esfera azul para a posição inicial da primeira situação. Para isso arraste o controle deslizante *Initial radius* até chegar na posição indicada na imagem a seguir:

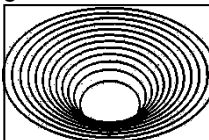
Initial radius:



**3ª Situação:** Agora, na situação atual da simulação, explique como será o movimento da esfera azul (em relação à trajetória, velocidade etc.) se ela for lançada à esquerda da esfera amarela no ponto indicado na figura. Para isso pode utilizar a imagem abaixo para indicar a trajetória ou utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Vamos observar essa situação na simulação. Para movimentar a esfera azul clique sobre ela e, com o botão pressionado, arraste o mouse na direção do ponto indicado. Descreva o movimento da esfera azul que você observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.



Explique as diferenças e semelhanças entre o que você imaginou que aconteceria e o que observou na simulação. Para isso pode utilizar texto, desenhos, esquemas e/ou gráficos.

- Quais foram as diferenças nos movimentos da esfera azul na 3ª e na 1ª situação? Qual o motivo?

Ao finalizar a atividade, feche a janela do navegador do computador.

## APÊNDICE I – LISTA DE ATIVIDADES 3: RELATIVIDADE GERAL



**Nomes:** \_\_\_\_\_

- 1) Um grupo de pessoas foi colocado em uma nave com aceleração  $a = g$ . Considere que eles não sabem que estão em uma nave. Seria possível eles identificarem (através de algum tipo de experimento ou teste) que estão em movimento acelerado sem ter contato com o exterior da nave? Explique (podes usar texto, desenhos, diagramas etc.).
- 2) Uma cena famosa no filme Interestelar ocorre quando Amélia e Cooper descem ao planeta Miller, próximo ao buraco negro Gargântua. Ao retornarem à nave, apesar de terem passado apenas algumas horas no planeta, eles descobrem que se passaram 23 anos na Terra. Com base na Relatividade Geral, por que isso acontece? Explique (podes usar texto, desenhos, diagramas etc.).
- 3) Considere a estrela Sirius, com uma massa de mais que o dobro da massa do Sol. Por que objetos próximos a ela descreveriam trajetórias curvas? Um feixe de luz que passe próximo a ela, seria curvado? Explique (podes usar texto, desenhos, diagramas etc.).
- 4) Considere um buraco negro com uma massa de  $6,75 \times 10^{30}$  kg. Dois pontos que na Terra teriam uma distância entre si de 1 km estarão separados por qual distância em cada situação abaixo?
  - a) A uma altitude de 50 km do buraco negro.
  - b) A uma altitude de 10,5 km do buraco negro.
- 5) Uma tripulação de exploradores do espaço está em sua nave próxima a um buraco negro com massa de  $5,4 \times 10^{30}$  kg. Um dos tripulantes se aproxima com uma sonda do buraco negro para estudá-lo, levando 3 h nessa atividade. Qual o intervalo de tempo passado na Terra em cada situação abaixo?
  - a) Quando ele está a uma altitude de 30 km do buraco negro.
  - b) Quando ele está a uma altitude de 8,5 km do buraco negro.

## APÊNDICE J – ROTEIRO DE SIMULAÇÃO: CURVED SPACETIME

Nomes: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nesta atividade vamos utilizar um ambiente virtual intitulado *General Relativity*, utilizaremos somente o módulo 3: *Curved Spacetime*. Iremos realizar algumas das atividades desse módulo.



Para acessar o ambiente virtual abra o navegador do computador e utilize o link: <https://www.viten.no/filarkiv/general-relativity/#/>. A tela inicial será carregada e aparecerá no canto superior direito da tela a opção de tradução pelo

Google, clique em “português” depois feche essa pequena janela. Rolando a página para baixo, é possível visualizar os módulos em caixas azuis. Abra o módulo 3 clicando em *Módulo aberto*. Ao rolar a página para baixo, é possível visualizar as atividades propostas. A primeira parte é constituída de alguns textos com imagens interativas. Leia os textos com atenção. No tópico “*Geometria em espaços curvos*” (*Geometry in curved spaces*) há uma atividade interativa. Para iniciá-la, clique na seta > ao lado direito.

### Geometria em espaços curvos



Nessa atividade, acima das imagens que surgirem estarão escritas as instruções. Na primeira parte deve-se traçar qual seria o caminho mais curto para um avião viajar da cidade de Oslo a Nova York, ambas cidades marcadas no mapa.

Desenhe no mapa abaixo o caminho entre as duas cidades que você considera o mais curto.

1)

Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após isso, clique no botão *mostre a resposta* (*show answer*) mostre a resposta, localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa.

- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?



Clique na seta da direita > para avançar na atividade. Agora há uma forma diferente de representar o mapa. Novamente, desenhe no mapa abaixo o caminho entre as duas cidades que você considera o mais curto.

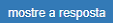
Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após isso, clique no botão *mostre a resposta* (*show answer*) mostre a resposta, localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa. 2)

- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?



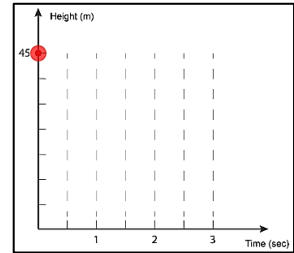
Role a tela para baixo até a atividade “*Tempo curvo*” (*Curved time*). Leia o pequeno texto de instrução da atividade. Abaixo há uma imagem da torre *Gingin*, abra os três marcadores  da imagem, *de baixo para cima*, leia os textos deles e, em seguida, clique na seta a direita >.

Considere que Einstein permanece parado no topo da torre. Ao lado há um diagrama da altura (*height*) em função do tempo (*time*), desenhe uma linha no diagrama que represente o movimento dele.

Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após, clique no botão *mostre a resposta* , localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa.

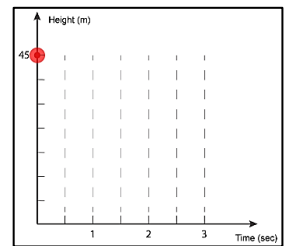
- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?

3)

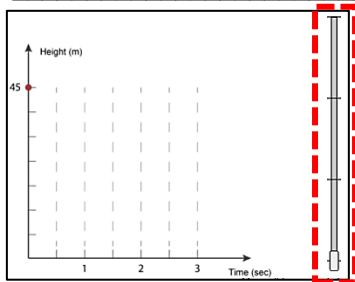


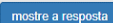
Clique na seta  ao lado direito para continuar. Na próxima situação, Einstein pula da torre (na tradução, “pisa”). Novamente, desenhe uma linha no diagrama da altura pelo tempo que represente o movimento dele. Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após, clique no botão *mostre a resposta* , localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa.

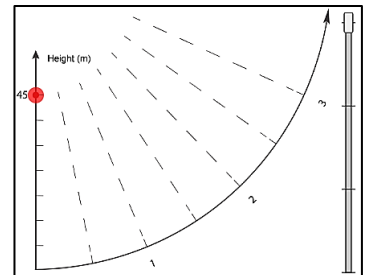
4)



- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?

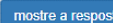


Clique na seta  ao lado direito para continuar. Agora, o diagrama pode ser modificado. Para isso, deve-se rolar o chamado *warp time*, um controle deslizante cinza vertical à direita do diagrama (indicado pela linha tracejada). Role ele até o topo (como na imagem abaixo). Novamente considere que Einstein está parado no topo da torre. Desenhe uma linha no diagrama da altura pelo tempo que represente o movimento dele. Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após, clique no botão *mostre a resposta* , localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa.

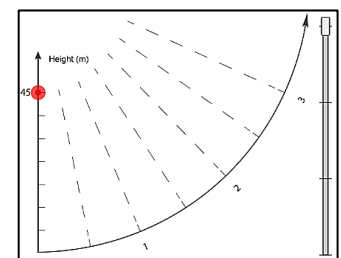


- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?

Clique na seta  ao lado direito para continuar.

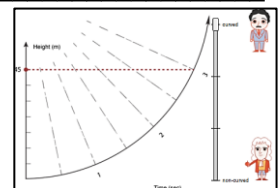
Novamente, mova o *warp time* até o topo. Agora, desenhe no diagrama ao lado uma linha que represente quando Einstein pula da torre (na tradução, “pisa”). Tente repetir o desenho da imagem no mapa na tela do computador. Para isso, clique sobre o círculo vermelho e, com o botão pressionado, o arraste. Após, clique no botão *mostre a resposta* , localizado no canto inferior direito logo abaixo do mapa.

6)



- Você notou diferenças entre o caminho que você traçou e a resposta? Se sim, quais os motivos delas?

Clique na seta  a direita para continuar. Agora é possível visualizar o diagrama com a reta já traçada e deslizar o controle *warp time*, visualizando a mesma situação, de Einstein pulando da torre, na perspectiva de Einstein (topo) e Newton (base) (imagem ao lado). Clique mais uma vez na seta  a direita para continuar.



Leia com atenção o texto “A gravidade não é uma força” (*Gravity is not a force*) e observe o gif animado representando a dilatação temporal gravitacional. Role a tela para baixo e leia o “Resumo – tempo distorcido” (*Summary – warped time*) da atividade que acabamos de realizar. (Obs.: Não vamos realizar a parte final do módulo). Ao finalizar a atividade, feche a janela do navegador do computador.

## APÊNDICE K – GUIA PARA A GERAÇÃO DE IMAGEM USANDO IAGEN

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

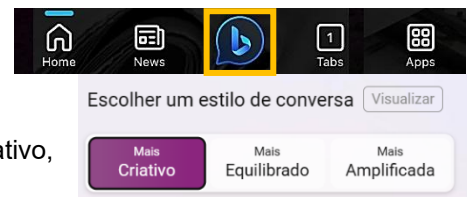
Nessa atividade iremos criar a descrição de uma imagem para depois gerá-la com o auxílio da IA do Bing. A imagem que iremos gerar será a o que você imagina quando pensa na palavra “**relatividade**”.

- Descreva no quadro abaixo, através de texto, o que você imagina quando pensa na palavra “**relatividade**”. Não se preocupe com a resposta, descreva o que espontaneamente você imagina.

Agora vamos utilizar a IA do Bing<sup>12</sup> para criar a sua imagem.

- Abra o app do Bing  no seu celular e faça o login na sua conta Microsoft (caso não esteja logado).

Para dar os comandos (*prompts*), utilizamos o espaço do chat, que fica no centro da parte inferior da tela, conforme a imagem ao lado.



- Na opção “Estilo de conversa”, escolha agora o estilo criativo, conforme a imagem ao lado.

No chat, digite a seguinte frase: “**Gere uma imagem...**” e, em seguida, coloque a descrição da imagem que você imaginou, então envie a mensagem clicando em .

**Quanto mais detalhes, melhor fica a imagem!**

Quatro imagens serão geradas. Analise as imagens geradas pela IA e escolha a que mais se assemelha com o que você imaginou. Você pode clicar nas imagens para abri-las ampliadas em uma nova janela. Envie a imagem que você selecionou para a professora juntamente com seu nome completo.

- A imagem é parecida com o que você imaginou? No que ela se parece e no que não se parece?

- O que você acredita que poderia ser modificado na sua descrição para a imagem gerada ser mais próxima do que você imaginou?

- Peça que o Bing faça as alterações que você julga necessárias, basta só enviá-las no chat. Envie a nova imagem que você selecionou para a professora juntamente com seu nome completo.

\_\_\_\_\_

<sup>12</sup> Quando a pesquisa foi desenvolvida, somente a IA do Bing gerava imagens gratuitamente. Atualmente existem outras opções que podem ser utilizadas, como o ChatGPT.

# APÊNDICE L – APRESENTAÇÃO DE SLIDES UTILIZADA NAS AULAS<sup>13</sup>



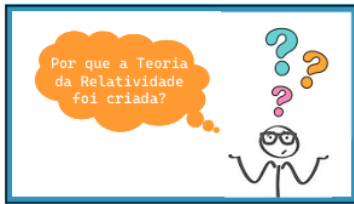
1



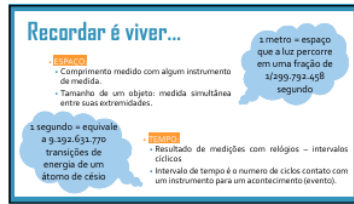
2



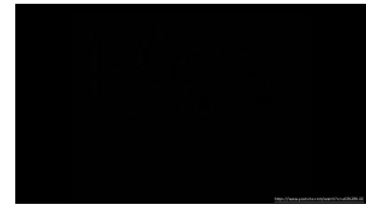
3



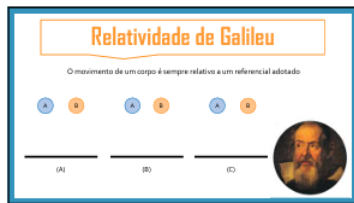
4



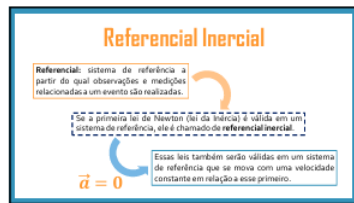
5



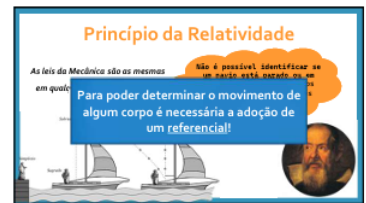
6



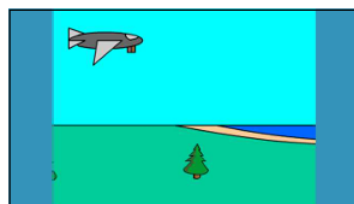
7



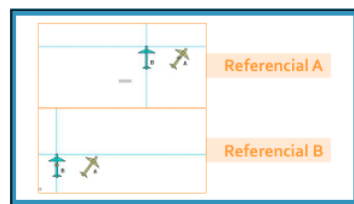
8



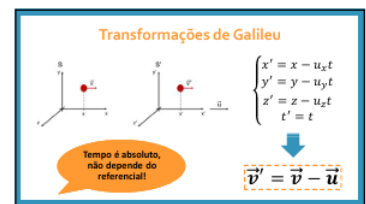
9



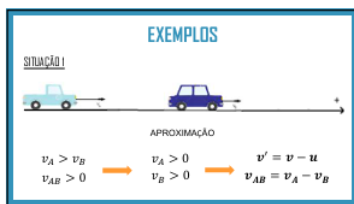
10



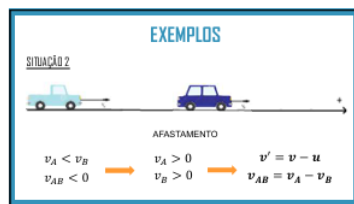
11



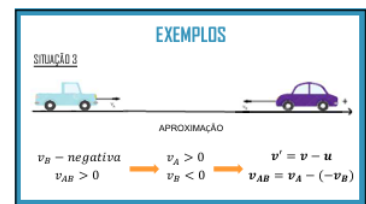
12



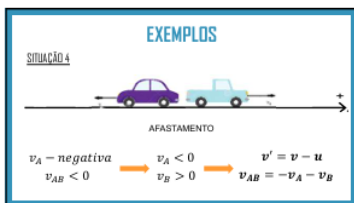
13



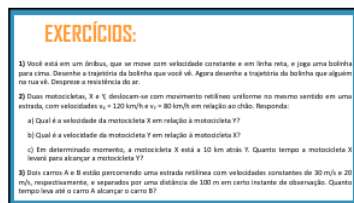
14



15



16



17



18

<sup>13</sup> Apresentação completa disponível em

<https://docs.google.com/presentation/d/1fragsnnGeJNFdK8C-M4PWWMemFUFp-xH/edit?usp=sharing&ouid=116563746695558143113&rtpof=true&sd=true>



**James Clerk Maxwell (1831-1879)**

**Equações de Maxwell**

União das leis de Coulomb, Oersted, Ampère, Biot e Savart, Faraday e Lenz.

União de fenômenos elétricos e magnéticos

A partir dessas equações é possível prever a existência de ondas eletromagnéticas no vácuo e calcular sua velocidade

19

Para uma onda que se propaga no vácuo em uma dimensão

Velocidade constante e muito próxima a da luz.

A luz poderia ser uma onda eletromagnética

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \rightarrow c$$

Ondas detectadas por Hertz em 1887

20

$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Mas e quando trocar o referencial? Mudam as leis de Maxwell?

Incoerência entre a relatividade de Galileu e as ondas eletromagnéticas

21

A partir de qual referencial a velocidade da luz é  $c$ ?

Em que meio que as ondas eletromagnéticas se propagam com velocidade  $c$ ?

22

**Três Possibilidades**

- O Princípio da Relatividade só é válido na Mecânica Clássica. Na eletrodinâmica era necessária a adoção de um referencial privilegiado - éter.
- O Princípio da Relatividade é válido na Mecânica Clássica e na Eletrodinâmica, mas as equações de Maxwell estão incorretas.
- O Princípio da Relatividade é válido na Mecânica Clássica e na Eletrodinâmica, mas as leis de Newton e a Relatividade de Galileu precisam ser reformuladas.

23

**Éter Luminífero**

- Preencheria todo o universo.
- Referencial absoluto para a velocidade das ondas eletromagnéticas.
- Penetraria na matéria e interagia eletromagneticamente com ela.

24

**Transformações de Lorentz**

Hendrik Lorentz (1853-1928)

Buscava compatibilizar o eletromagnetismo de Maxwell e a Mecânica

Leis invariáveis com a mudança de referencial

25

$\gamma$  - Fator de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \gamma \geq 1$$

26

**Transformações de Lorentz**

Para movimentos somente em uma direção (x)

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(y - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

Mudanças nos intervalos de tempo

A rapidez da luz seria definida em relação ao éter?

O tempo local seria medido no referencial em repouso em relação ao éter

27

Um observador com velocidade  $v$  em relação ao éter mediria como rapidez da luz o valor  $v' = c + v$ , ou  $v' = c - v$

A Terra se movimentaria em relação ao éter, então seria possível detectar um "vento de éter"

28

**Experiência de Michelson-Morley 1887**

Albert Michelson (1852-1931) e Edward Morley (1838-1923)

Interferômetro

29

Quando duas ondas se cruzam, formam um padrão de interferência!

30

**ÉTER NÃO FOI DETECTADO!**

31

**Albert Einstein (1879-1955)**

- Ideia do éter em repouso trazia assimetria - fenômenos de indução
- Princípio da Relatividade: As leis da Física são as mesmas em qualquer sistema de referência inercial.
- A rapidez da luz no vácuo é sempre a mesma em qualquer sistema de referência inercial e não depende da velocidade da fonte.
- Transformações de Lorentz se mostraram adequadas

"Tenho profunda fé que o princípio do universo será lindo e simples" (Albert Einstein)

32

**Teoria da Relatividade Especial/Restrita**

- Princípio da relatividade: As leis da Física são as mesmas em qualquer sistema de referência inercial.
- Velocidade da luz: A velocidade da luz no vácuo é sempre a mesma em qualquer sistema de referência inercial e não depende da velocidade da fonte.

33

**Simultaneidade**

34

**Outra situação:**

35

$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

$c = \frac{2D}{\Delta t}$

$\frac{2D}{\Delta t} \neq \frac{2D}{\Delta t} + u$

Intervalos de tempo diferentes em cada referencial

36

**Dilatação Temporal**

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(y - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \Delta t_0 \cdot \gamma$$

$$\Delta t_0 < \Delta t$$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \geq 1$

$\Delta t_0$  - tempo próprio: referencial de repouso do relógio que faz a medida (dentro do foguete)

37

**Relógios se movem mais devagar em um referencial que está em movimento em relação a outro!**

38

**Contração Espacial**

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(y - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$L_0$  - comprimento próprio: comprimento do objeto medido em um referencial que ele esteja em repouso (comprimento da nave para quem está dentro dela)

$L_0 > L$

39

O tamanho de um objeto quando medido de um referencial em movimento é menor!

40

### Soma de Velocidades

$$v = \frac{v' + u}{1 + \frac{v' \cdot u}{c^2}}$$

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{v \cdot u}{c^2}}$$

Galileu  
 $v = v' + u$

Velocidade da luz é a mesma em qualquer referencial!

41

Transformação de Galileu:

$$v = v' + u$$

$v' = 5 \text{ km/h}$   
 $u = 50 \text{ km/h}$   
 $v = ?$

$v = 5 + 50$   
 $v = 55 \text{ km/h}$

42

Transformação de Galileu:

$$v = v' + u$$

$v' = 300000000 \text{ m/s}$   
 $u = 50 \text{ km/h} = 14 \text{ m/s}$   
 $v = ?$

Mas a velocidade da luz é a mesma em todos referenciais!

$v = 300000000 + 14$   
 $v = 300000014 \text{ m/s}$

43

### Transformação de Lorentz:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \frac{v' \cdot u}{c^2}}$$

$$v' = \frac{v - u}{1 - \frac{v \cdot u}{c^2}}$$

$v = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$   
 $u = 14 \text{ m/s}$   
 $v = ?$

$v = \frac{3 \cdot 10^8 + 14}{1 + \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 14}{c^2}}$   
 $v = \frac{3 \cdot 10^8 + 14}{1 + \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 14}{(3 \cdot 10^8)^2}}$   
 $v = \frac{3 \cdot 10^8 + 14}{1 + \frac{14}{3 \cdot 10^8}}$   
 $v = \frac{3 \cdot 10^8 + 14}{1 + 4.67 \cdot 10^{-9}}$   
 $v = \frac{3 \cdot 10^8 + 14}{1.00000000467}$   
 $v = 299999995.3 \text{ m/s}$

A velocidade da luz é a mesma em todos referenciais!

44

### CONSEQUÊNCIAS TRE

Eventos não são simultâneos para todos os referenciais

Referenciais em movimento relativo medem distâncias e tempos diferentes

Necessidade de reformulação das leis de Newton para preservar a lei de conservação de energia e conservação do momento linear

Velocidade da luz é a velocidade limite na natureza

45

### EXERCÍCIOS

1) Em um referencial em repouso, um ônibus tem o comprimento medido de 5 m. Considere que esse ônibus passe a se mover com uma velocidade de 0,8c em relação ao chão. Sem o uso de cálculos, imagine como alguém fora do ônibus, em repouso em relação ao chão, observaria o comprimento dele. Para isso, pode usar texto, desenhos, diagramas etc.

2) Uma nave espacial passa por uma estação de observação com velocidade de 0,8c. Um astronauta dentro da nave mede seu comprimento e obtém o valor de 100 m. Qual o comprimento da nave medido por um observador na estação?

3) (Café MG Adaptado) Um bastão possui 2 m de comprimento, quando medido em um referencial em repouso em relação a ele. Se ele é posto em movimento, paralelamente ao seu eixo, até atingir uma velocidade de 0,8c, o seu comprimento, medido por alguém em repouso em relação à Terra, será qual a:  
a) 1,6 m; b) 1,7 m; c) 1,8 m; d) 1,9 m; e) 2 m.

46

### EXERCÍCIOS

4) Um homem está parado em uma esplanada e um amigo passa de automóvel. Os dois observam, em seus respectivos relógios, o instante em que o carro passou por duas placas de trânsito e determinam assim o intervalo entre os dois eventos. Sem o uso de cálculos, responda, para isso pode utilizar texto, desenhos etc. (PUBLIS LITERATURE, 2012)

a) Qual dos dois mediu o intervalo de tempo próprio?  
b) Qual dos dois mediu o intervalo de tempo próprio?

5) José viaja em um jato com velocidade constante de 40% da velocidade da luz. Dentro desse jato ele realiza um experimento simples e verifica que o tempo de duração dele é de 3 min. Carlos está em um referencial em repouso em relação à Terra. Qual o intervalo de tempo do experimento de José no referencial de Carlos?

6) Considere dois irmãos gêmeos, um deles faz uma viagem numa espaçonave que se desloca numa velocidade igual a 0,8c. A espaçonave faz uma viagem de ida e volta para fora do Sistema Solar durante 4 anos para o irmão que está na Terra. Na partida, os irmãos tinham 10 anos de idade. Qual será a idade de cada um no momento da chegada da espaçonave de volta à Terra?

47

### Recapitulando:

Referencial Inercial

$\vec{a} = 0$

Não se considera a gravidade

Mas e quando tiver gravidade, como fica?

48

### O que é gravidade?

• Aristóteles (384 a. C. – 322 a. C.)

- Movimento natural e movimento forçado
- Matéria constituída por quatro elementos: terra, água, ar e fogo
- Objetos feitos de terra tendem a voltar para a Terra, o ar flutua sobre a água e o fogo sobre até os limites da atmosfera
- O céu é imutável e o movimento natural dos astros é circular, com a Terra no centro

49

### O que é gravidade?

• Galileu (1564-1642)

- Todos objetos são acelerados da mesma forma pela gravidade terrestre

• Kepler (1571-1630)

- Força vinda do Sol sobre os planetas

50

51

### O que é gravidade?

• Newton (1643-1727)

- Gravitação newtoniana

Força atrativa à distância entre objetos que possuem massa

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Força de atuação instantânea!!! Mais rápida que a luz?

52

### Caminhando para a Relatividade Geral...

• Pensamento mais feliz de Einstein:

"Eu estava sentado em uma cadeira no escritório de patentes em Berna, quando de repente um pensamento me ocorreu: Se uma pessoa cai livremente, ela não sente mais o próprio peso. Eu fiquei espantado. Esse simples pensamento me impressionou profundamente. Ele me impulsionou para a teoria da gravitação".

Artigo publicado em 1916

As equações da relatividade

Quanto tempo está durando a Terra?

53

54

### Princípio da Equivalência

• Localmente não é possível diferenciar um campo gravitacional de um referencial acelerado.

Peso e aceleração são duas manifestações da mesma coisa

Gravidade ↔ Aceleração

Referencial inercial é equivalente a queda livre

55

$t = 0.0$

$t = 0.0$

Referencial inercial é equivalente a queda livre

56

### PRINCÍPIO DE EQUIVALENCIA

Referencial inercial é equivalente a queda livre

57

58

### Princípio da Relatividade

Relatividade Especial

As leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial

Relatividade Geral

As leis da Física são as mesmas em qualquer sistema de referência

59

### Obs.: Efeito Doppler

Doppler Shift due to Relative Motion

60



### Dilatação Temporal Gravitacional

• Princípio da equivalência:  
Aceleração e gravidade são equivalentes!

O tempo passa mais devagar para quem está mais próximo de objetos massivos!

61

62

### Dilatação Temporal Gravitacional

63



64

### Espaço-Tempo Curvo

• Espaço e tempo estão interligados: **espaço-tempo**

Deformações no tempo  
Deformações no espaço  
**Espaço-tempo curvo!!!**

Universo curvo quadrimensional!

Curvatura não é percebida em pequenas regiões

65

### Geodésicas

• Linha reta: menor distância entre dois pontos

Mas e em superfícies curvas, como fica?

Em pequenas regiões a curvatura não é perceptível

Uma geodésica é o caminho mais curto entre dois pontos (superfícies curvas)

66

Para seres que não percebem a curvatura, surgiu uma força que os atrai à medida que se aproximavam do poço!

67

### Gravidade

• Manifestação da curvatura do espaço-tempo!

Objetos não influenciados por forças se movem ao longo de geodésicas no espaço-tempo.

Objetos não influenciados por forças se movem ao longo de geodésicas no espaço-tempo.

68

### Modelos de Setor

69

### Gravidade

"O espaço-tempo diz à matéria como se mover. A matéria diz ao espaço-tempo como se curvar" (Wheeler, 1990).

Objetos massivos curvam o espaço-tempo

Curvaturas nas quatro dimensões (3 no espaço e 1 no tempo)

70

### Desvio Gravitacional da Luz

• A luz é curvada na proximidade de objetos de massas muito grandes!

71

### Equação de Campo de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Medida da curvatura do espaço-tempo local

Medida da densidade de matéria e energia

Como a curvatura do espaço-tempo reage a densidade de massa-energia

72

### Solução de Schwarzschild

• Solução para a equação de Einstein que descreve o espaço ao redor de objetos massivos, esféricos que não tenham rotação

Pode ser aplicada para o Sol, Terra, Lua e buracos negros

73

### Solução de Schwarzschild

$$1 - \frac{2GM}{c^2 r} \leq 1 \Rightarrow 1 - \frac{2M}{r} \leq 1$$

| Objeto                            | Massa (kg)           | Medida Geométrica da Massa |
|-----------------------------------|----------------------|----------------------------|
| Terra                             | $5,97 \cdot 10^{24}$ | $4,44 \cdot 10^{-27}$      |
| Sol                               | $1,99 \cdot 10^{30}$ | 1,48                       |
| Sírius A                          | $3,98 \cdot 10^{30}$ | 2,95                       |
| Buraco Negro Via Láctea           | $5,2 \cdot 10^{36}$  | $3,8 \cdot 10^4$           |
| Buraco Negro Aglomerado de Virgem | $6 \cdot 10^{39}$    | $4,65 \cdot 10^7$          |

74

### Solução de Schwarzschild

Deformação Espacial

$$dr_s = \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{2M}{r}}}$$

$dr_s > dr$

$dr_s$  = distância prevista em um espaço plano  
 $dr$  = distância medida nas proximidades de um objeto massivo (objeto)  
 $r$  = distância do centro do objeto massivo

Dilatação Temporal Gravitacional

$$dt_s = dt \cdot \sqrt{1 - \frac{2M}{r}}$$

$dt_s < dt$

$dt_s$  = intervalo de tempo para observador muito distante  
 $dt$  = intervalo de tempo próximo ao objeto massivo (objeto)  
 $r$  = distância do centro do objeto massivo

75

### Buracos Negros

• Já existiam ideias newtonianas de estrelas que "sugassem" a luz – teoria corpuscular da luz

Solução de Schwarzschild

Circunferência crítica de objetos massivos = circunferência mínima para que a luz "escapasse"

Ratio de Schwarzschild

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Einstein publica artigo em 1939 contra a ideia de buracos negros: "Singularidades de Schwarzschild não existem na realidade física"

76

### Ondas Gravitacionais

• Um par de buracos negros orbitando entre si produz ondulações na curvatura do espaço-tempo que se propagam na velocidade da luz

77

### EXERCÍCIOS

a) Um grupo de pessoas foi colocado em uma nave com aceleração  $a = g$ . Considerando que eles não sabem que estão em uma nave, seria possível eles identificarem que estão em movimento acelerado sem ter contato com o exterior da nave? Explique.

b) Uma nave famosa no filme Interstellar ocorre quando Amelia Cooper desce ao planeta Miller, próximo ao buraco negro Gargantua. Ao retornarem à nave, apesar de terem passado apenas algumas horas no planeta, descobrem que se passaram 23 anos na Terra. Com base na Relatividade Geral, por que isso aconteceu?

c) Considere a estrela Sirius, com uma massa maior que o dobro da do Sol, por que alguns planetas a ela descrevem trajetórias curvas? Um feixe de luz que passe próximo a ela, seria curvado?

d) Considere um buraco negro com uma massa de  $6,25 \cdot 10^{31}$  kg. Dado o ponto que na Terra temos uma distância entre o eixo de 40 km entre os polos, por qual distância em cada situação abaixo?

e) A uma altitude de 60 km do buraco negro.

f) A uma altitude de 8,5 km do buraco negro.

78

### CORROBORAÇÕES DA TEORIA

79

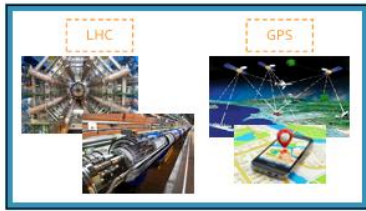
### Precessão do Periélio de Mercúrio

Anomalia na órbita de Mercúrio

80

### Eclipse de Sobral (CE) - 1919

81



82



83



84



85



86