UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

RECURSO EDUCACIONAL

Clube de Matemática: GeoGebra e resolução de problemas na preparação para olimpíadas

Hilário Alencar e Everton Laurentino

Maceió, 2026

Instituto de Matemática

PROFMAT

Clube de Matemática: GeoGebra e resolução de problemas na preparação para olimpíadas

Hilário Alencar e Everton Laurentino

❖ DESCRIÇÃO

Este recurso educacional apresenta um guia prático para a criação e implementação de um Clube de Matemática, integrando propostas de resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escola Públicas e da Olimpíada Alagoana de Matemática com o apoio do *software* GeoGebra. Voltado para professores da Educação Básica, o material oferece estratégias eficazes de preparação para competições científicas, fortalecendo o raciocínio lógico, a visualização geométrica e a autonomia intelectual dos estudantes. A proposta transforma a aprendizagem em um processo investigativo, dinâmico e colaborativo, e, pela sua estrutura metodológica detalhada, pode ser aplicada em diferentes contextos educacionais.

Palavras-chave: Clube de Matemática. Obmep. GeoGebra. Resolução de problemas.

❖ INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática na Educação Básica, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), deve superar a prática restrita à memorização de fórmulas e procedimentos. O verdadeiro propósito consiste em promover o desenvolvimento do pensamento crítico, da capacidade de argumentação e da compreensão de como o conhecimento matemático organiza e interrelaciona fenômenos. Para alcançar tais objetivos, é imprescindível adotar estratégias pedagógicas que favoreçam ambientes de aprendizagem instigantes, dinâmicos e desafiadores, capazes de despertar o interesse, a criatividade e a autonomia intelectual dos estudantes.

A competência geral 5 da BNCC reforça essa perspectiva ao destacar a importância de:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Nesse contexto, as olimpíadas científicas - como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) e a Olimpíada Alagoana de Matemática (OAM) - configuram-se como instrumentos eficazes para estimular o raciocínio lógico, a criatividade e o interesse dos estudantes pela investigação matemática. Nesse cenário, o Clube de Matemática surge como um espaço extracurricular de exploração e pesquisa, no qual os estudantes assumem o protagonismo na construção colaborativa do conhecimento.

Este recurso educacional apresenta um tutorial para a criação e implementação de um Clube de Matemática, estruturado em três etapas fundamentais. Como estratégia pedagógica, propõe-se a realização de atividades práticas centradas na resolução de quatro problemas da Obmep e da OAM, apoiadas pelo *software* GeoGebra, visando à preparação para essas olimpíadas. Dessa forma, articula-se a resolução de problemas ao uso de tecnologias digitais, a partir de uma abordagem pedagógica orientada pela aprendizagem colaborativa.

❖ ETAPAS PARA CRIAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CLUBE DE MATEMÁTICA

A criação de um Clube de Matemática exige planejamento estruturado e ações bem definidas para garantir sua efetividade. Nesta seção, são apresentadas as três principais etapas necessárias para sua implementação, desde a captação e engajamento inicial dos participantes até a organização do espaço físico e a definição da metodologia de trabalho. O objetivo é oferecer um roteiro prático e fundamentado que possa orientar professores e instituições na construção de um ambiente dinâmico, inclusivo e inovador, capaz de estimular o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia intelectual dos estudantes.

➢ Etapa 1: Recrutamento e Perfil dos Participantes

- O sucesso do clube depende do engajamento dos estudantes. É fundamental selecionar participantes que demonstrem interesse por desafios matemáticos, não apenas os de alto desempenho, mas também aqueles movidos pela curiosidade e pelo desejo de aprofundar seus conhecimentos.

- A divulgação do clube deve ser direcionada a estudantes com interesse em estudos olímpicos. Recomenda-se incluir participantes que já tenham experiência em olimpíadas ou que sejam indicados por professores pelo potencial demonstrado em raciocínio lógico.
- A motivação inicial pode ser promovida por meio de um desafio lógico. A solução desse desafio pode servir como senha de acesso ao grupo de comunicação do clube, estimulando desde o início o raciocínio e o envolvimento dos participantes.
- O clube deve ser composto por um número gerenciável de estudantes, de modo a garantir qualidade no acompanhamento e suporte às dúvidas que surgirem durante as atividades.

➤ Etapa 2: Organização do Espaço

- O ambiente físico deve refletir a metodologia de trabalho colaborativo.
- Considerando o uso do *software*, é essencial que o espaço favoreça a execução das atividades, dispondo de computadores ou permitindo o uso de *smartphones*. A obtenção de uma sala exclusiva, quando possível, reforça o compromisso institucional com o projeto. A organização do ambiente, com cadeiras agrupadas, deve estimular a interação, o debate e a construção coletiva das soluções, facilitando a aplicação de metodologias ativas.
- Os estudantes podem ser convidados a participar da organização e decoração do espaço, fortalecendo o senso de pertencimento e responsabilidade pelo ambiente.
- A Figura 1 apresenta o ambiente físico do Clube de Matemática da Escola Estadual Professor Edmilson de Vasconcelos Pontes (EVP).

Figura 1: Ambiente físico do EVP

Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

➢ Etapa 3: Estrutura Metodológica e Seleção de Conteúdo

A periodicidade dos encontros deve ser semanal, com duração entre 90 e 120 minutos, garantindo consistência e progresso contínuo dos estudantes. O currículo deve priorizar materiais provenientes de provas anteriores de olimpíadas (Obmep e OAM), com ênfase na Geometria, área que se beneficia amplamente do uso do GeoGebra.

O desenvolvimento do clube apoia-se em três pilares pedagógicos:

- Resolução de Problemas – utilizando métodos estruturados, como o de Polya (1995) (Compreender, Planejar, Executar, Retrospecto), para orientar os desafios.
- GeoGebra - adotado como ferramenta essencial de visualização, experimentação e validação de hipóteses, indo além da simples ilustração.
- Colaboração - promovendo uma cultura em que o erro é parte do processo de aprendizagem e os estudantes são incentivados a compartilhar estratégias, complementando mutuamente seus conhecimentos.

❖ ATIVIDADES PRÁTICAS: TUTORIAL DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS COM O GEOGEBRA

Nesta seção, são apresentados os tutoriais das atividades práticas divididos a partir dos quatro problemas olímpicos selecionados. O objetivo é oferecer um roteiro prático que possa orientar professores e estudantes no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem das soluções dos problemas propostos. Observamos que cada tutorial é dividido em três momentos: Conhecendo o Problema, Testando os Conhecimentos e Resolvendo o Problema.

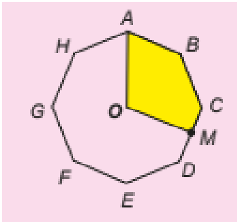
As atividades práticas foram inspiradas nas publicações de Alencar *et al*. (2025), Alencar e Cândido (2025) e Alencar, Cândido e Laurentino (2026).

➢ **Problema 1** (Obmep, 2025 - 1ª fase, nível 2, questão 1)

Na figura, *ABCDEFGH* é um octógono regular de centro *O*. O ponto *M* é o ponto médio do lado *CD* e a área do octógono é igual a 16 cm². Qual é a área da região amarela (Figura 2)?

Figura 2: Dados do Problema 1

(A) 5 cm²
(B) 4 cm²
(C) 4,5 cm²
(D) 5,5 cm²
(E) 6 cm²



Fonte: Portal da Obmep

Momento 1. Conhecendo o Problema 1

1. Abrir o aplicativo

- Para iniciar, abra o aplicativo GeoGebra clicando duas vezes sobre o seu ícone (Figura 3).

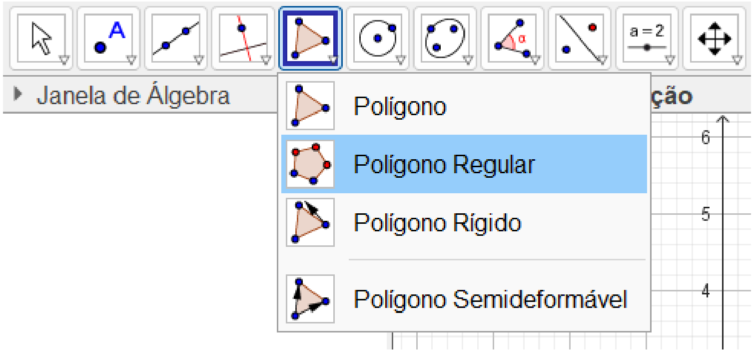
Figura 3: Ícone do GeoGebra

Fonte: GeoGebra (2025)

2. Selecionar a ferramenta *Polígono Regular*

- Na barra de ferramentas clique no quinto atalho e escolha a opção *Polígono Regular* (Figura 4). Essa ferramenta permite construir polígonos com um número de lados previamente determinado.

Figura 4: Selecionando a ferramenta *Polígono Regular*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

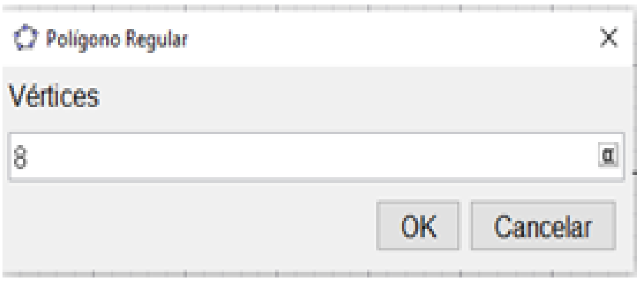
3. Definir os dois primeiros pontos A e B

- Clique em dois pontos quaisquer na *Janela de Visualização*.
- Esses pontos serão os vértices iniciais do polígono.

4. Defina o número de vértices

- Após selecionar os dois pontos, uma janela será exibida solicitando o número de vértices.
- Digite 8 e clique em *OK* (Figura 5).

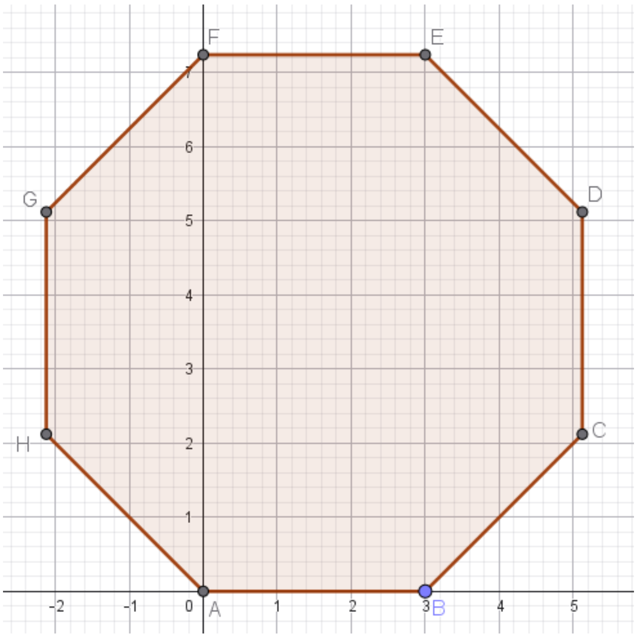
Figura 5: Número de vértices do Polígono Regular



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- O GeoGebra construirá automaticamente um octógono regular (Figura 6).

Figura 6: Octógono regular

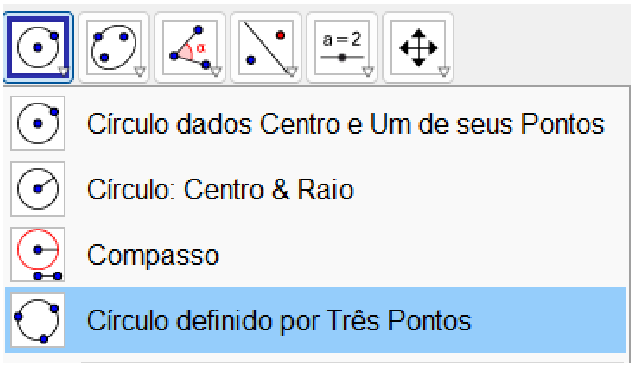


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

5. **Encontrando o centro do octógono**

- Na barra de ferramentas do GeoGebra, clique no ícone correspondente à criação de círculos. Em seguida, selecione a opção *Círculo definido por Três Pontos* (Figura 7).

Figura 7: Selecionando a ferramenta *Círculo definido por Três Pontos*

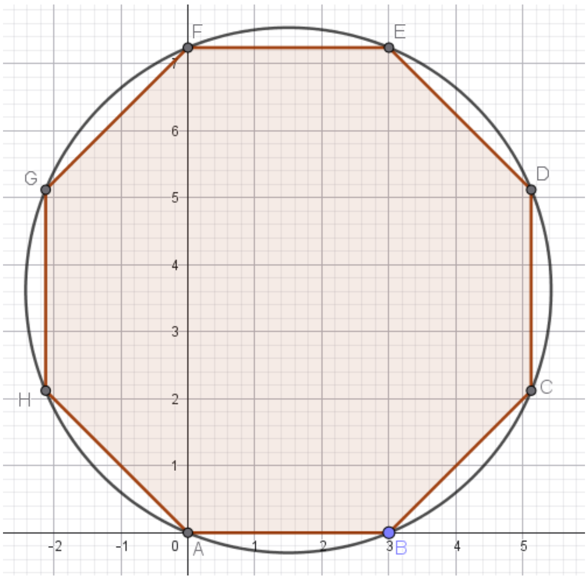


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique em três vértices quaisquer do octógono que você construiu anteriormente.

O GeoGebra desenhará um círculo passando por esses três pontos (Figura 8).

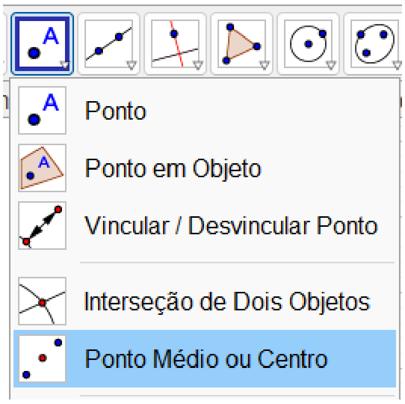
Figura 8: Círculo construído



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Selecione a ferramenta *Ponto Médio ou Centro* (Figura 9), localizada no 2ª item da caixa de ferramentas.

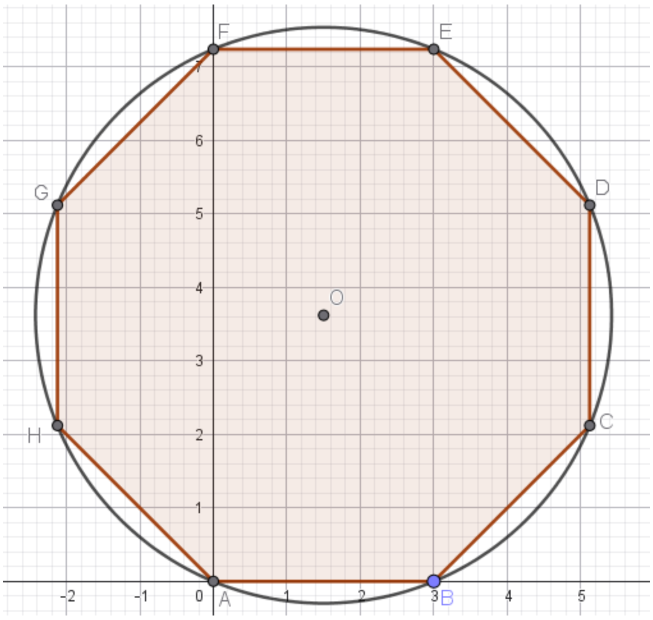
Figura 9: Selecionando a ferramenta *Ponto Médio ou Centro*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique em dois vértices opostos, por exemplo, no ponto A e no ponto E.
- O GeoGebra criará o ponto central. Clique com o botão direito nesse ponto, vá em *Renomear* e digite de O (Figura 10).

Figura 10: Centro do octógono

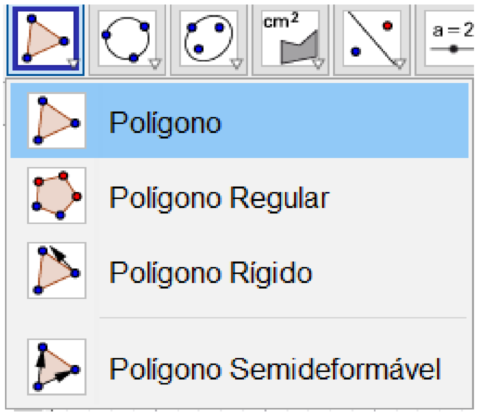


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

6. Dividindo o hexágono em triângulos

- Divisão em triângulos: selecione a ferramenta *Polígono* na 5ª caixa de ferramentas (Figura 11).

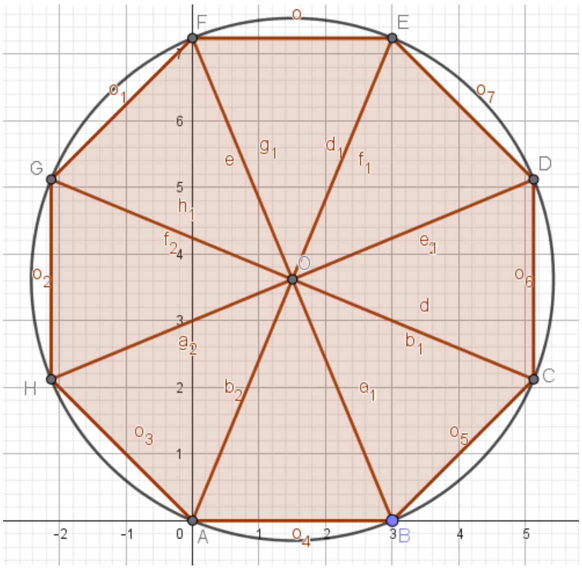
Figura 11: Selecionando a ferramenta *Polígono*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Crie os 8 triângulos que formam o octógono, ligando o centro aos vértices.
- Exemplo para o primeiro triângulo: clique em O, depois em A, depois em B, e volte para O para fechar o polígono. Repita o processo até completar todo o octógono (Figura 12).

Figura 12: Divisão do octógono em triângulos



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

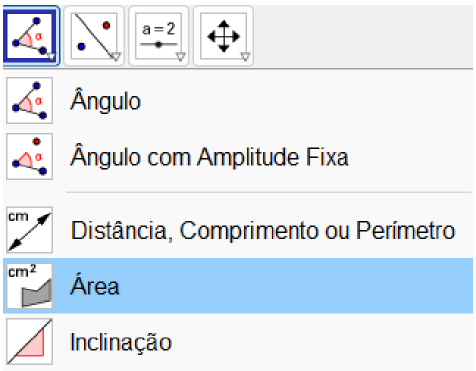
Perceba que foram formados 8 triângulos.

Momento 2. Testando os Conhecimentos sobre o Problema 1

1. Ferramenta área

- Na barra de ferramentas, localize o ícone em formato de ângulo. Clique sobre esse ícone (Figura 13).
- No menu exibido, selecione a opção *Área* (Figura 13) para ativar a ferramenta.

Figura 13: Selecionando a ferramenta *Área*



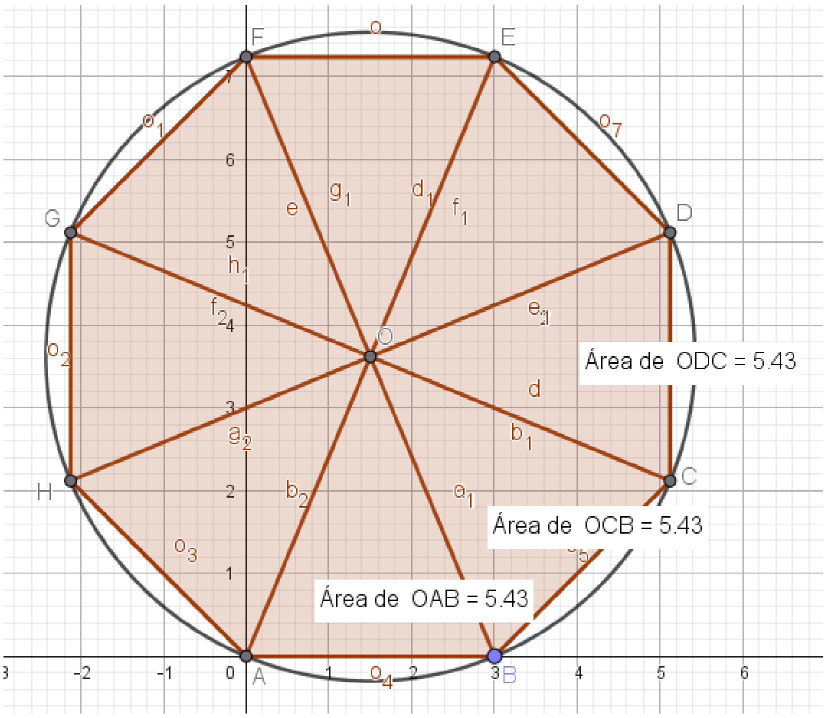
Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

2. Visualizando a área dos triângulos

- Clique dentro de cada um dos 8 triângulos que você acabou de construir.

- O GeoGebra exibirá automaticamente a área correspondente de cada triângulo na Janela de Visualização (Figura 14).

Figura 14: Área dos triângulos



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

3. Analise os resultados

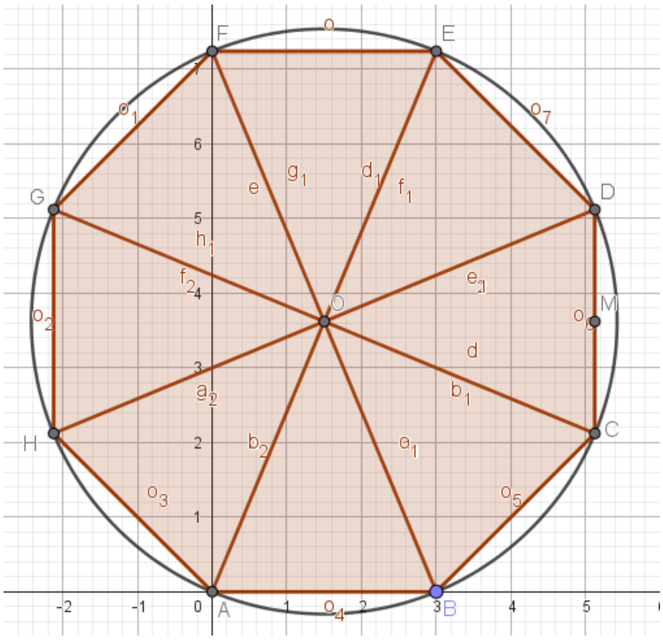
- O que você observa sobre a área de todos os 8 triângulos?
- A área total do octógono do Problema 1 é 16 cm². Baseado no que você descobriu na Figura 13, qual deve ser a área de um desses triângulos?

Momento 3. Resolvendo o Problema 1

1. Definição e criação do ponto médio M

- O Problema 1 informa que M é o ponto médio do lado CD.
- Para criar o ponto M no *software*, siga os passos:
  - ✓ Selecione a ferramenta *Ponto Médio ou Centro* (Figura 9).
  - ✓ Clique sobre o segmento de reta CD ou diretamente nos pontos C e D.
  - ✓ O *software* criará automaticamente o ponto médio.
  - ✓ Quando o ponto não aparece nomeado como M, faça a renomeação manual para M (Figura 15).

Figura 15: Ponto Médio de CD

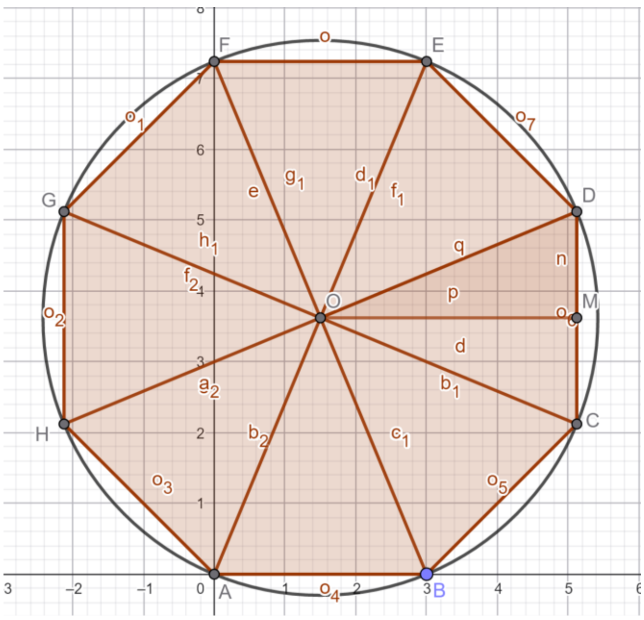


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

2. Construção do triângulo OMD

- Selecione novamente a ferramenta *Polígono* (Figura 11).
- Clique sucessivamente nos pontos O, M, D e retorne ao ponto O para fechar o triângulo (Figura 16).

Figura 16: Triângulo OMD

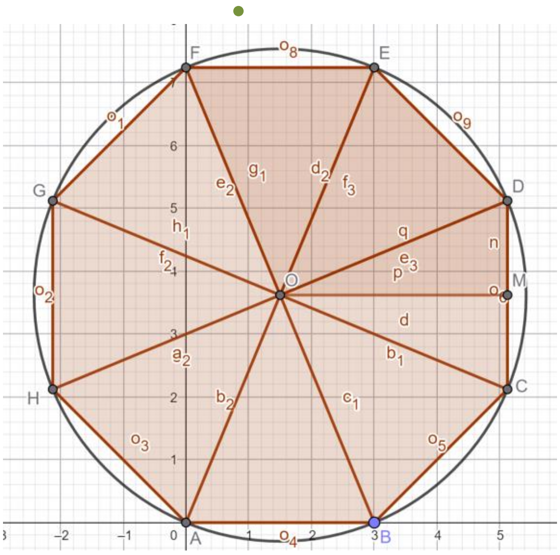


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

3. Investigação da relação final do Problema 1

- Ferramenta: Use a ferramenta *Área* (Figura 13) e clique dentro do triângulo OMD que você acabou de construir.
- Comparação: Compare a área de OMD com a área que você mediu no Momento 2. O que você observa? A área de OMC é igual, maior, menor ou alguma fração específica da área medida anteriormente?
- Ferramenta: Use a ferramenta *Polígono* (Figura 11) e construa os triângulos FOE e EOD. A Figura 17 exibe esses triângulos.

Figura 17: Triângulos FOE e EOD



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Ferramenta: Utilizando novamente a ferramenta *Área*, clique nos triângulos FOE e EOD. A solução do problema é dada pela soma das três regiões — triângulos FOE, EOD e OMD.
- Conclusão: A partir dessas considerações, determine qual deve ser a área solicitada no Problema 1 e justifique brevemente o raciocínio.

➢ **Problema 2** (OAM, 2025 - 2ª fase, nível 2, questão 4)

No triângulo ABC, marcam-se os pontos D em AB e E em AC tais que

$$\overline{AD} = \frac{1}{4}\overline{AB} \text{ e } \overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AC}.$$

Se as retas BE e CD se intersectam em P, e a área do triângulo PBC é igual a 12, determine a área do triângulo ABC.

Momento 1. Conhecendo o Problema 2

1. Abrir o aplicativo

- Para iniciar, abra o aplicativo GeoGebra clicando duas vezes sobre o seu ícone (Figura 18).

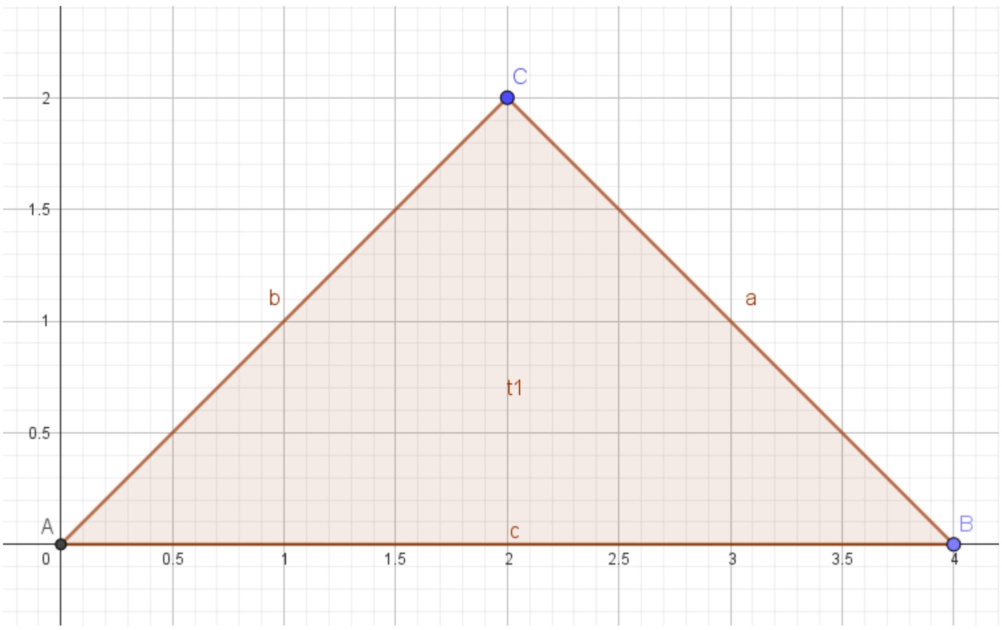
Figura 18: Ícone do GeoGebra

Fonte: GeoGebra (2025)

2. Criação do polígono t1

- Na *Janela de Visualização*, clique em três pontos quaisquer da tela. Eles serão nomeados como A, B e C.
- Na barra de ferramentas clique no quinto atalho e escolha a opção *Polígono* (Figura 3). Clique em A, B e C. Em seguida, clique novamente no ponto A para fechar o polígono.
- O GeoGebra atribuirá automaticamente o nome t1 (Figura 19).

Figura 19: Polígono t1

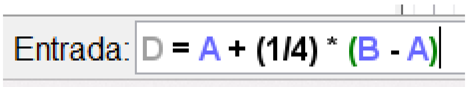


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

3. Criação dos pontos D e E utilizando a *Entrada*

- Para definir os pontos com a razão exata, utilize a *Entrada* localizada na parte inferior da tela.
- Digite o comando (Figura 20) e pressione *Enter*.

Figura 20: Definindo o ponto D



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Em seguida, digite o próximo comando

$$E = A + (1/3) * (C - A)$$

e pressione *Enter*.

4. Pergunta para refletir

- Por que usamos o comando

$$D = A + (1/4) * (B - A)$$

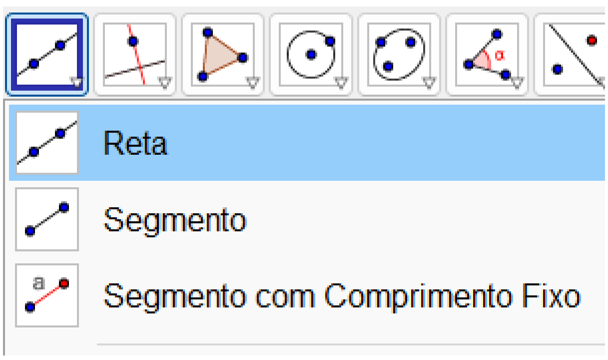
em vez de apenas clicar em qualquer lugar do segmento AB?

- O que esse comando assegura sobre a localização exata do ponto D?

5. Construção das retas BE e CD

- Selecione a ferramenta *Reta* (Figura 21).

Figura 21: *Reta*



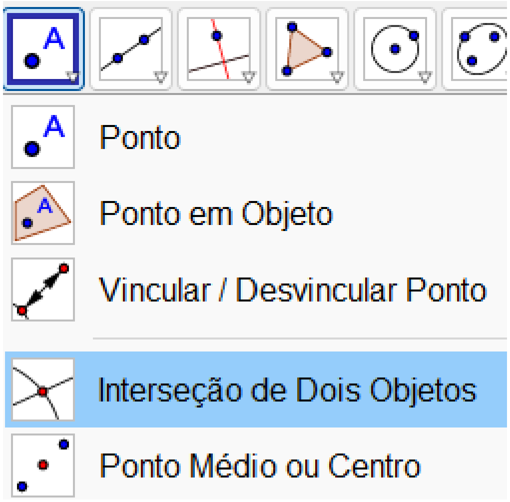
Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Para criar a reta BE, clique nos pontos B e E.
- Para criar a reta CD, clique nos pontos C e D.

6. Determinação do ponto de interseção P

- Escolha a ferramenta *Interseção de Dois Objetos* (Figura 22), disponível no segundo atalho da barra de ferramentas.

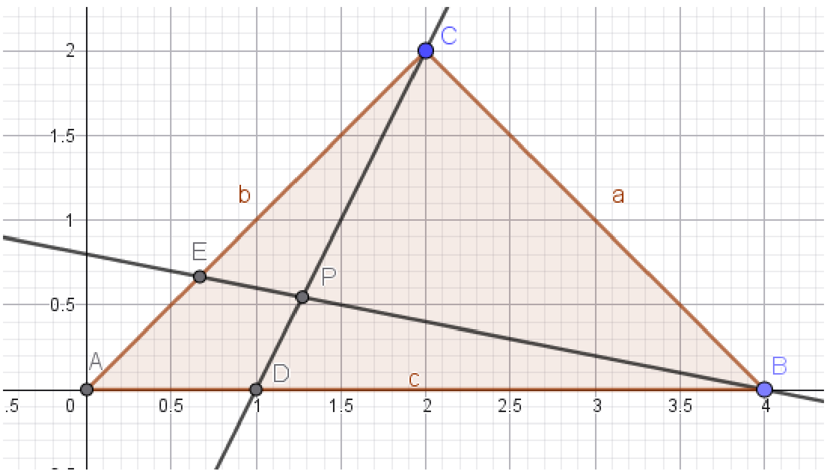
Figura 22: Selecionando a *Interseção de Dois Objetos*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique sobre as duas retas para gerar o ponto de interseção, que deverá ser identificado como P (Figura 23). Caso o ponto não seja automaticamente nomeado como P, atribua manualmente esse nome.

Figura 23: Gerando o ponto P



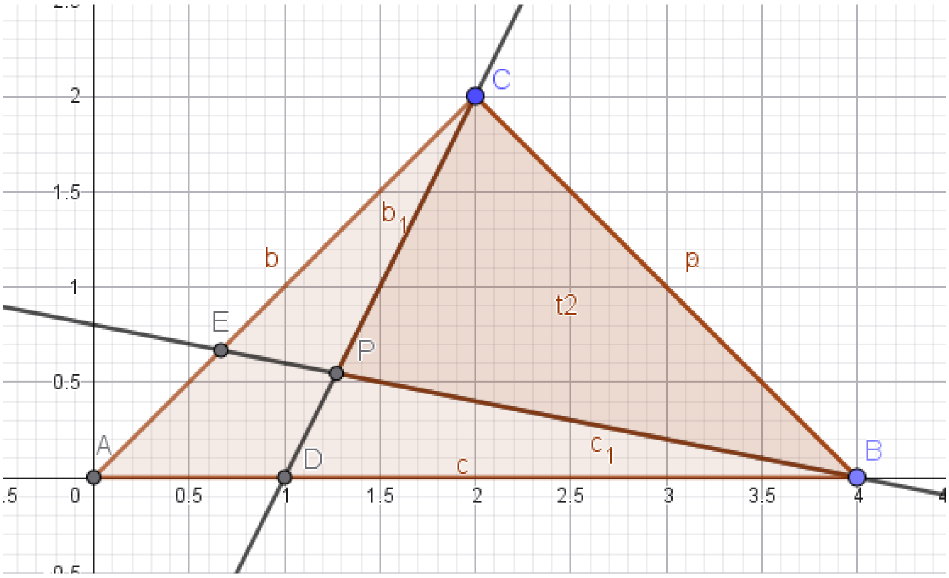
Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

7. Construção do triângulo PBC

- Selecione novamente a ferramenta *Polígono*.
- Clique sucessivamente nos pontos P, B, C e retorne ao ponto P para fechar a figura.

- O GeoGebra criará automaticamente esse triângulo e o identificará como t2 (Figura 24).

Figura 24: Polígono t2



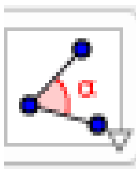
Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

Momento 2. Testando os Conhecimentos sobre o Problema 2

1. Ferramenta área

- Na barra de ferramentas, localize o ícone em formato de ângulo (Figura 25).

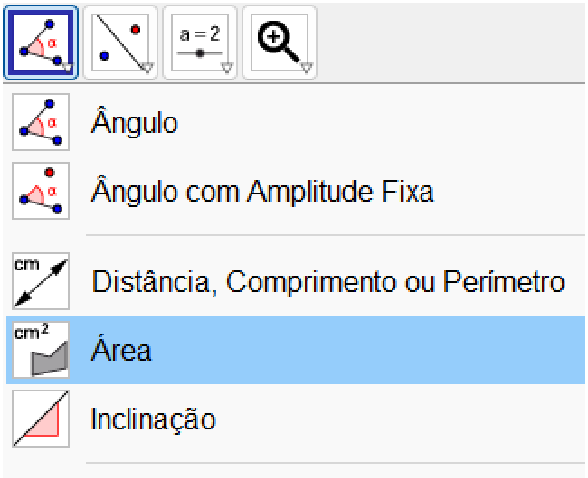
Figura 25: Ícone de ângulo



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique sobre esse ícone.
- No menu exibido, selecione a opção *Área* (Figura 26) para ativar a ferramenta.

Figura 26: Selecionando a ferramenta *Área*

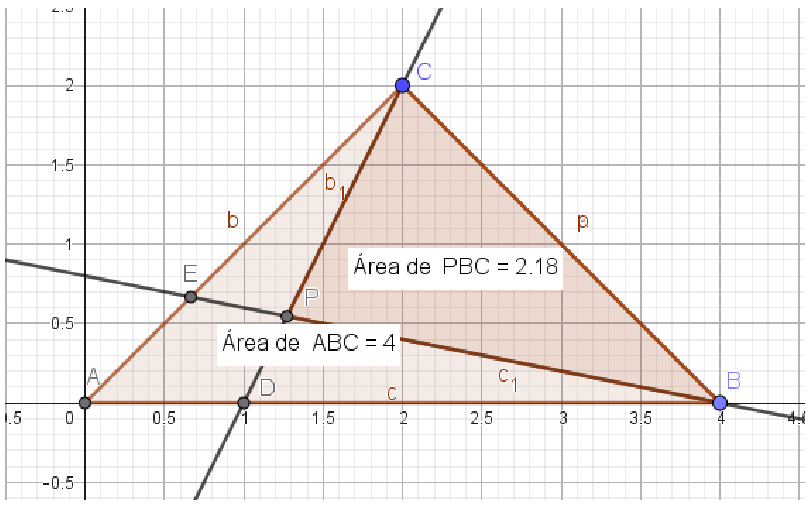


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

2. Seleção das áreas dos triângulos

- Clique dentro do triângulo ABC (t1).
- Em seguida, clique dentro do triângulo PBC (t2) (Figura 27).

Figura 27: Áreas de t1 e t2



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

3. Cálculo da Razão

- Na *Entrada*, digite Razao = t1 / t2 e pressione *Enter*.
- Observe que, na *Janela de Álgebra*, será exibido o valor correspondente à razão entre as áreas dos dois triângulos.

Análise dos Resultados

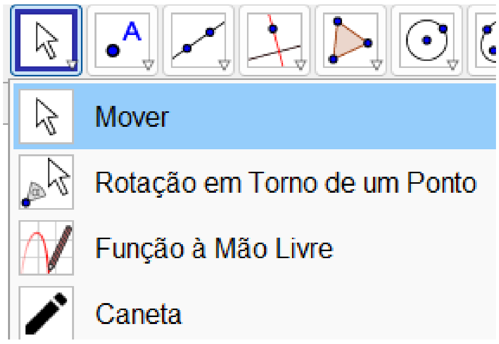
- Compare o valor obtido com as áreas calculadas anteriormente.

- Reflita sobre o significado dessa razão: ela indica quantas vezes a área de t1 é maior (ou menor) que a área de t2.
- Verifique se o resultado confirma a relação esperada entre os triângulos construídos.

4. Analise os Resultados

- Selecione a ferramenta *Mover* (Figura 28).

Figura 28: Ferramenta *Mover*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique e arraste um dos vértices principais (A, B ou C) para observar como a construção se altera dinamicamente.

5. Perguntas para Investigar

- O que acontece com os valores das áreas t1 e t2 quando você movimenta o triângulo?
- O que acontece com o valor da razão quando você movimenta o triângulo?
- Por que você acha que as áreas mudam, mas a razão entre elas permanece constante?

Momento 3. Resolvendo o Problema 2

1. Revisão da Momento 2

- No Momento 2 do Problema 2, você verificou experimentalmente que a razão entre as áreas dos triângulos ABC e PBC é constante. O valor encontrado foi aproximadamente 1,83.
- O enunciado do problema fornece um dado fixo: a área de PBC é igual a 12.

2. Perguntas para refletir

- No seu GeoGebra, a área de PBC provavelmente não será exatamente 12. Por que não é necessário que ela seja 12 no desenho para resolver o problema?
- Como a razão constante obtida no GeoGebra é a chave para relacionar a área conhecida (12) com a área que queremos encontrar (área total de ABC)?

3. Aplicando a razão

- Sabemos que

(AREA (ABC))/(AREA (PBC)) = 1.83.

- E o problema nos informa que

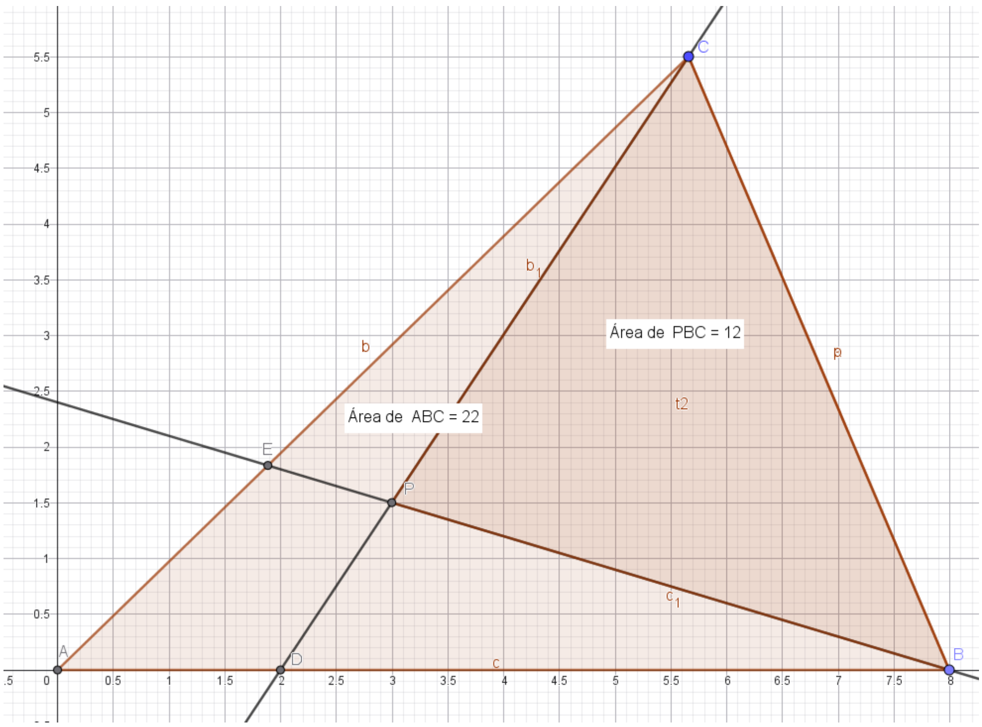
Área (PBC) = 12.

- Substitua o valor dado na relação e calcule a área de ABC.

4. Verificação no GeoGebra

- Movimente qualquer um dos vértices do triângulo ABC até que a área de PBC seja igual a 12.
- Em seguida, confira se o valor da área de ABC corresponde ao resultado obtido no cálculo (Figura 29).

Figura 29: Verificando as áreas



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

➢ Problema 3

(OAM, 2025 - 2ª fase, nível 2, questão 6)

Seja ABC um triângulo isósceles de base BC. Seja M o ponto médio de BC e D um ponto sobre o segmento BC tal que ∠BAD = 1/4 ∠BAC. Seja E o pé da perpendicular traçada de C até a reta AD, de tal modo que DE = DM. Determine os ângulos do triângulo ABC.

Momento 1. Conhecendo o Problema 3

Neste problema, não dispomos de informações explícitas acerca das medidas angulares do triângulo em questão. Diante dessa lacuna, propõe-se a construção de um triângulo isósceles como modelo inicial. Em seguida, recorre-se ao uso de um parâmetro de variação - representado por um controle deslizante - que possibilita modificar gradualmente sua configuração geométrica. Esse procedimento permite investigar diferentes possibilidades estruturais até que sejam atendidas, de forma rigorosa, todas as condições estabelecidas pelo problema.

1. Abrir o aplicativo

- Para iniciar, abra o aplicativo GeoGebra clicando duas vezes sobre o seu ícone (Figura 30).

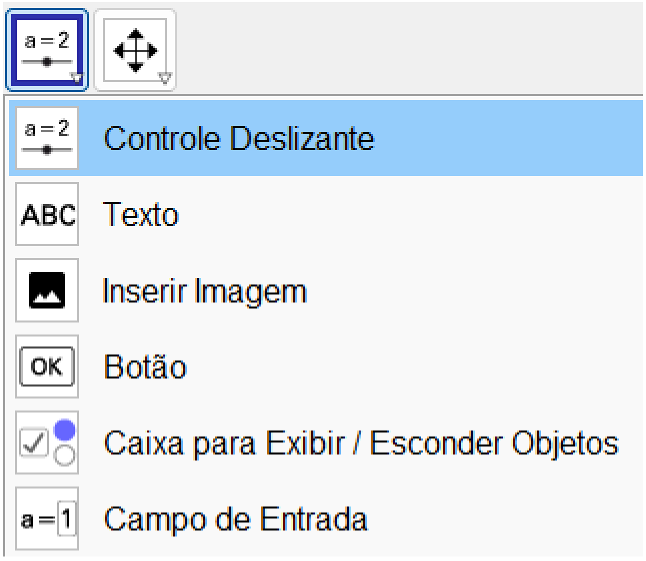
Figura 30: Ícone do GeoGebra

Fonte: GeoGebra (2025)

2. Ferramenta *Controle Deslizante*

- No menu apresentado, deve-se selecionar a opção *Controle Deslizante* (Figura 31), a fim de proceder à ativação da respectiva ferramenta. Esse recurso permitirá a manipulação dinâmica da forma geométrica em análise, constituindo etapa fundamental para a exploração das condições impostas pelo Problema 3.

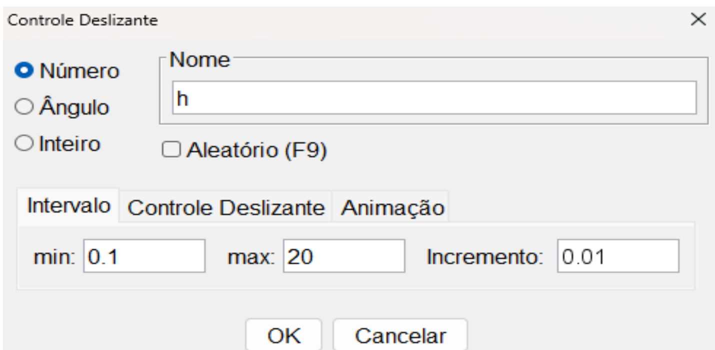
Figura 31: *Controle Deslizante*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique sobre a *Janela de Visualização*.
- Na janela do *Controle Deslizante* estabeleça o intervalo de valores com Mínimo = 0.1 e Máximo = 20, definindo o Incremento = 0.01.
- Atribua ao parâmetro o nome h (Figura 32) e pressione OK.

Figura 32: Configurando h



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

3. Construção da base do triângulo e do vértice A

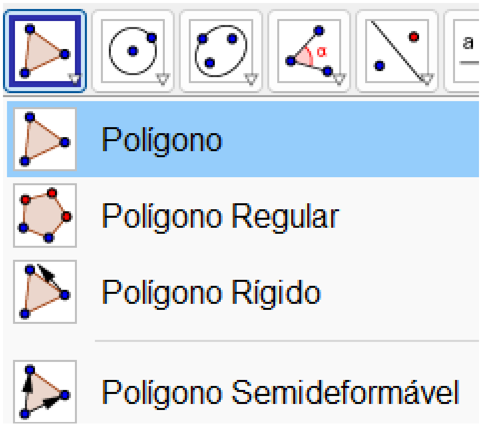
- Utilize a *Entrada* para definir os pontos da base: B = (-5, 0) e C = (5, 0). E aperte *Enter*.
- Novamente, use a Entrada para obter o ponto médio da base: *M = PontoMédio(B, C)*. Em seguida aperte *Enter*. Analogamente, digite A = (0, h) e pressione *Enter* para definir o vértice superior.

- Observa-se que o ponto A se encontra sobre o eixo das ordenadas (eixo Y), sendo sua altura determinada pelo parâmetro h, previamente configurado por meio do controle deslizante.

4. Construção do triângulo

- No conjunto de ferramentas disponíveis, escolha a opção *Polígono* (Figura 33).

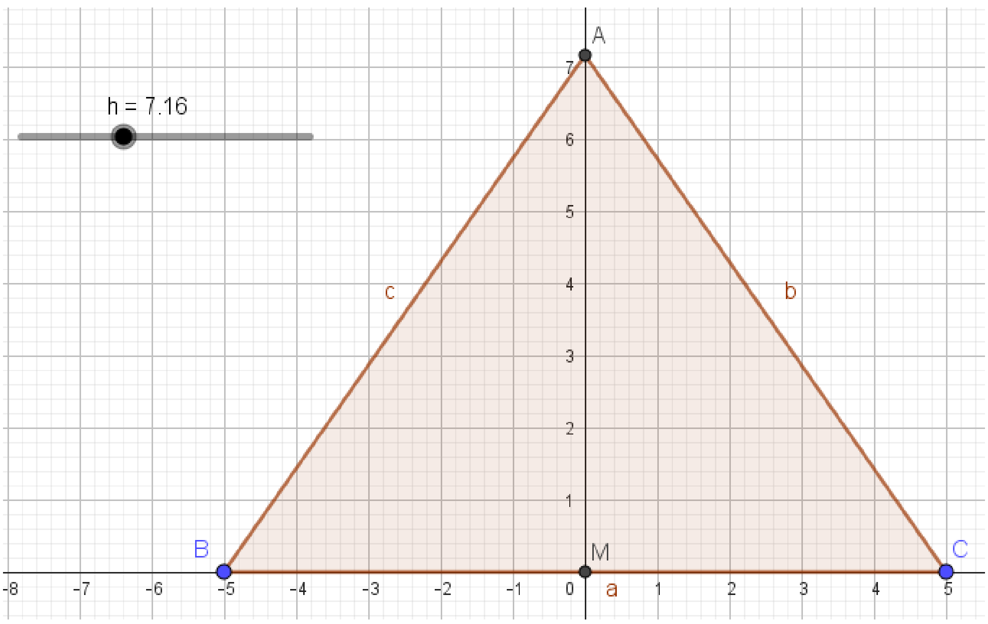
Figura 33: Ferramenta *Polígono*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Definição dos vértices: clique sucessivamente nos pontos previamente definidos A, B e C.
- Fechamento da figura: retorne ao ponto A para concluir a construção, obtendo assim o triângulo ABC (Figura 34).

Figura 34: Triângulo ABC



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

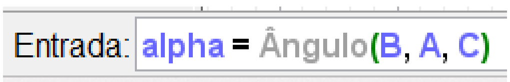
5. Pergunta para refletir

- Ao fixarmos os pontos B e C sobre o eixo X e definirmos o ponto A como móvel ao longo do eixo Y (com x=0), qual propriedade geométrica do triângulo estamos garantindo?
- Ao criar B e C fixos no eixo X e o ponto A móvel sobre o eixo Y (com x= 0), qual propriedade do problema estamos garantindo? Por quê?

6. Construção da reta AD com base na razão dos ângulos

- O problema estabelece que o ângulo ∠BAD corresponde a um quarto do ângulo total ∠BAC.
- Na *Entrada*, meça o ângulo total em A, digitando (Figura 35):

Figura 35: Gerando o ângulo

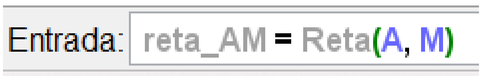


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

Em seguida, pressione *Enter*.

- Para traçar a altura AM do triângulo a partir do vértice A até a base BC, digite na *Entrada* (Figura 36):

Figura 36: Definindo a reta AM



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- O ângulo ∠BAM é alpha / 2. O ângulo ∠BAD é alpha / 4. Portanto, o ângulo entre a altura AM e a reta AD é dado por ∠DAM = (alpha / 2) - (alpha / 4) = alpha / 4.

7. Construção da reta por rotação

- Na *Entrada*, digite (Figura 37):

Figura 37: Definindo a reta AD

Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

Em seguida, pressione *Enter.*

- Encontre o ponto D na base digitando (Figura 38):

Figura 38: Exibindo o ponto D

Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

E, clique em *Enter*.

8. Construção do ponto E (pé da perpendicular)

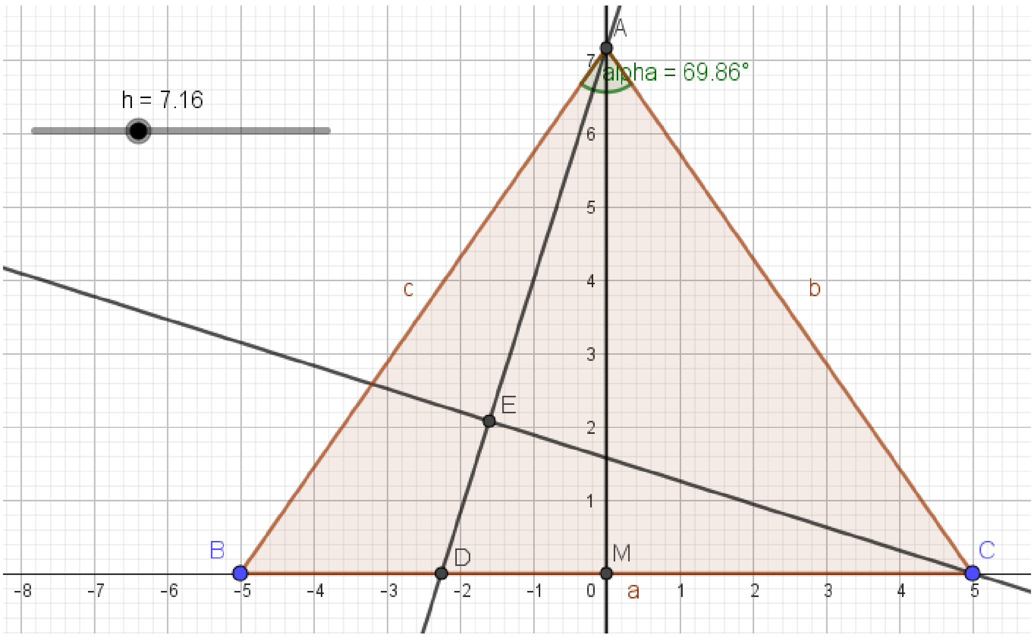
- O problema estabelece que E é o pé da perpendicular traçada a partir de C até a reta AD.
- Na Entrada, digite (Figura 39):

Figura 39: Definindo a reta AD

Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Em outras palavras, E é o ponto de interseção entre a reta AD e a perpendicular que passa por C, garantindo que o segmento CE seja ortogonal a AD.
- No segundo atalho, selecione a ferramenta *Interseção de Dois Objetos*. Em seguida, clique na reta perpendicular e AD, formando o ponto E que será o pé da perpendicular proposta no problema (Figura 40).

Figura 40: Pé da perpendicular



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

Momento 2. Testando os Conhecimentos do Problema 3

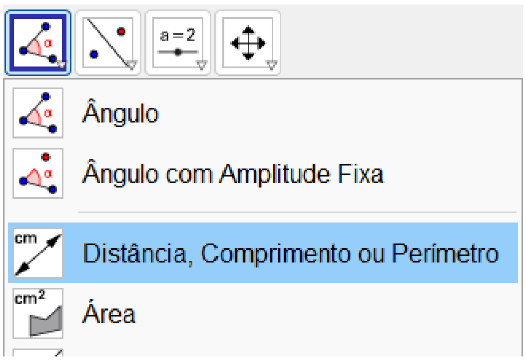
Agora que a construção geométrica está concluída, resta verificar a última condição do Problema 3:

DE = DM.

1. Utilizamos o controle deslizante h, ajustando gradualmente a altura do vértice A sobre o eixo Y. O objetivo é identificar o valor de h para o qual o ponto E, pé da perpendicular de C sobre a reta AD, se encontra à mesma distância de D que o ponto médio M da base BC.
2. O procedimento permitiu explorar dinamicamente a figura e reconhecer, de forma experimental, o instante em que a igualdade DE = DM é satisfeita.
3. **Meça as distâncias**

- Na barra de ferramentas, selecione a ferramenta *Distância, Comprimento ou Perímetro* (Figura 41).

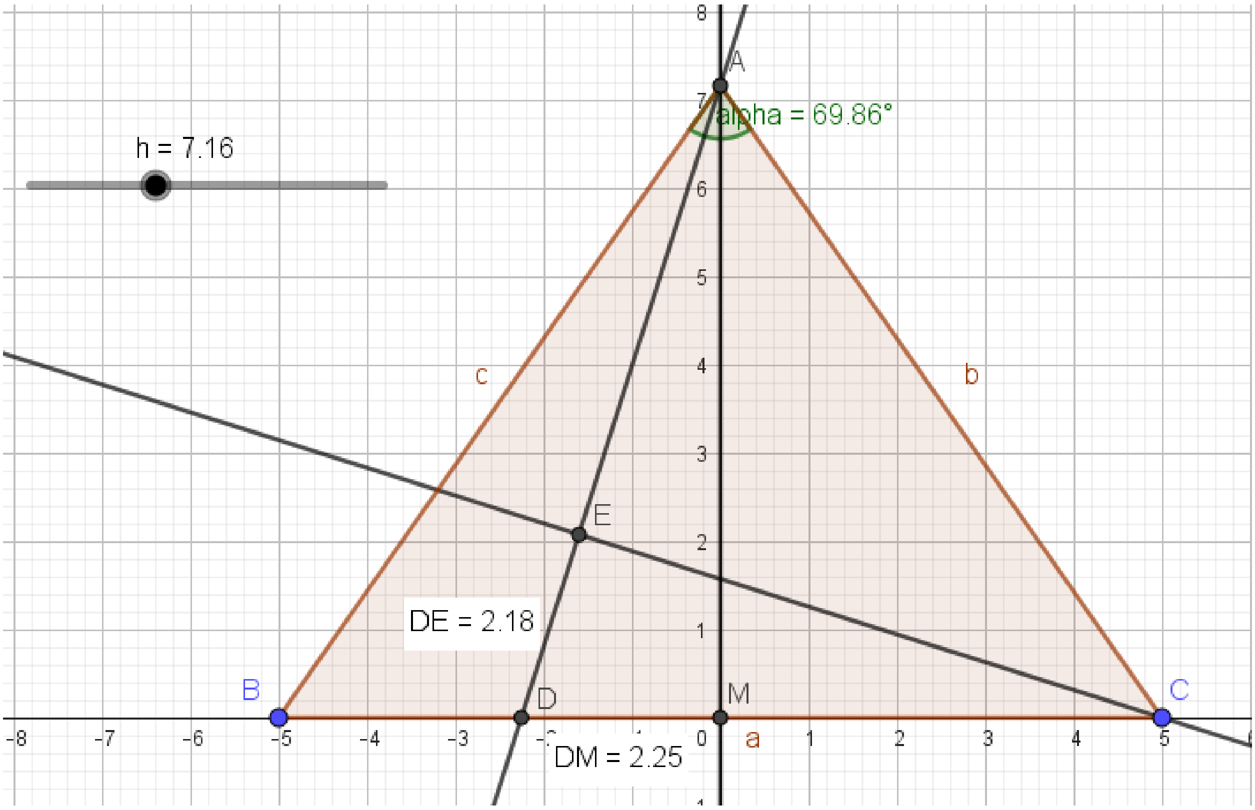
Figura 41: Ferramenta



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique nos pontos D e E. O GeoGebra mostrará a distância.
- Clique nos pontos D e M. O GeoGebra mostrará a outra distância (Figura 42).

Figura 42: Distâncias DE e DM



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

4. Analise os resultados

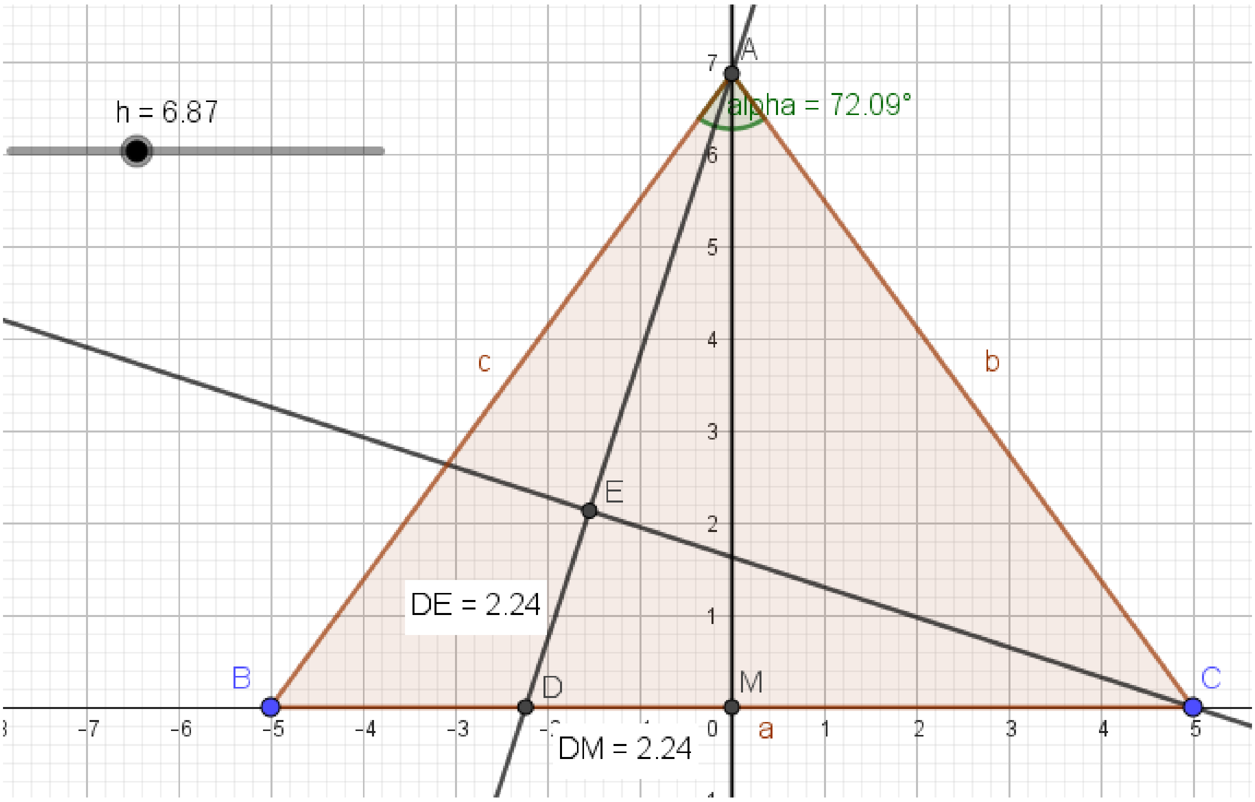
- O que acontece com os valores das distâncias *Distância(D, E)* e *Distância(D, M)* quando você move o controle *h*?
- Mova o controle *h* (aumentando ou diminuindo a altura do triângulo) até que os valores das duas distâncias fiquem iguais. Quando as distâncias ficam iguais (DE = DM), qual é o valor do ângulo alpha (∠BAC) que aparece na *Janela de Álgebra*?

Momento 3. Resolvendo o Problema 3

1. Ajuste do controle

- Mantenha o controle deslizante h exatamente na posição encontrada no Momento 2, ou seja, no ponto em que a condição DE = DM foi satisfeita (Figura 43).
- Essa configuração garante que a altura do vértice A está ajustada corretamente, preservando a igualdade entre as duas distâncias.

Figura 43: DE = DM

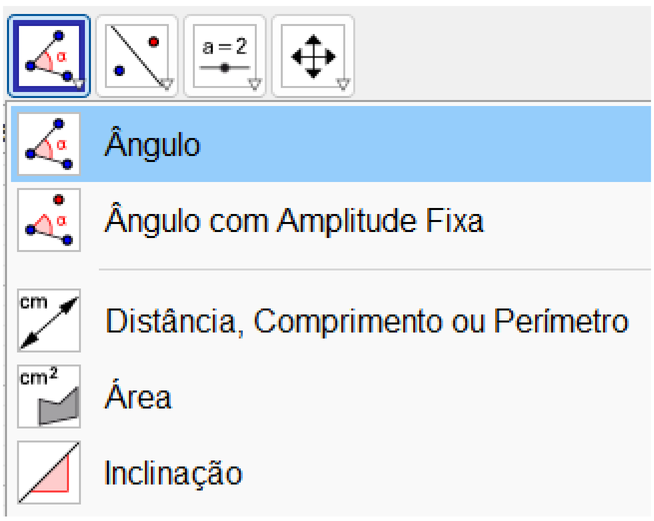


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

2. Medição dos ângulos do triângulo ABC

- Selecione a ferramenta *Ângulo* (Figura 44) na barra de ferramentas.

Figura 44: Selecionando *Ângulo*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Ângulo no vértice A: Clique nos pontos B, A, C. O GeoGebra exibirá a medida do ângulo BAC.
- Ângulo no vértice C: Clique nos pontos A, C, B. O GeoGebra exibirá a medida do ângulo ACB.
- Ângulo no vértice B: Clique nos pontos C, B, A. O GeoGebra exibirá a medida do ângulo CBA.

3. Perguntas para refletir

- No momento exato em que DE = DM, qual o valor que apareceu para o ângulo em A (∠BAC)?
- Quais os valores que apareceram para os ângulos da base (∠ ABC e ∠ACB)?
- A soma dos três ângulos (A + B + C) é 180°?

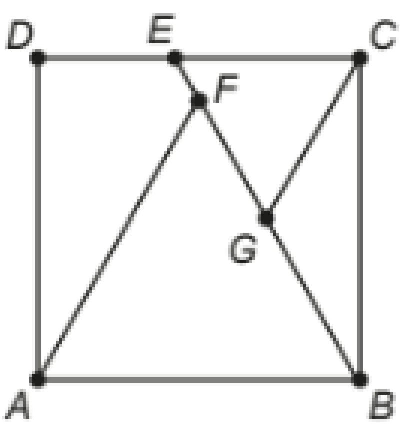
4. Conclusão

- Após realizar todas as construções e medições, registre os valores dos ângulos internos do triângulo ABC: Ângulo A, Ângulo B e Ângulo C.
- Lembre-se: a soma dos três ângulos internos de qualquer triângulo deve ser igual a 180°. Assim, ao preencher os valores medidos, verifique se essa propriedade fundamental está sendo satisfeita.

➢ **Problema 4** (Resolução da questão 16 da primeira fase - Obmep - Nível 3 - 2025)

Na figura ABCD é um quadrado e os triângulos ABF e CEG são equiláteros. A área do triângulo ABF é 18 cm². Qual é a área do triângulo CEG (Figura 45)?

Figura 45: Dados do Problema 4



Fonte: Portal da Obmep

Momento 1. Conhecendo o Problema 4

Neste problema, trabalhamos com um quadrado e dois triângulos equiláteros associados a ele. O triângulo ABF é fixo, pois sua construção depende diretamente do lado do quadrado. Por outro lado, o triângulo CEG apresenta uma particularidade: sua posição e tamanho parecem depender de uma configuração geométrica específica indicada na figura. Para compreender melhor essa relação, vamos construir a figura de forma dinâmica, explorando passo a passo como os elementos se conectam e como isso nos leva à solução do Problema 4.

1. Abrir o aplicativo

- Para iniciar, abra o aplicativo GeoGebra clicando duas vezes sobre o seu ícone (Figura 46).

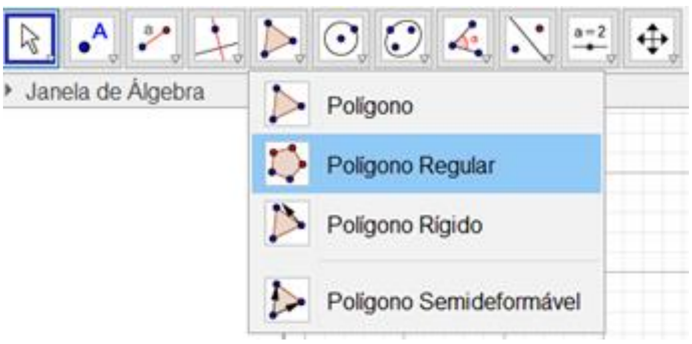
Figura 46: Ícone do GeoGebra

Fonte: GeoGebra (2025)

2. Selecionar a ferramenta *Polígono Regular*

- Na barra de ferramentas clique no quinto atalho e escolha a opção *Polígono Regular* (Figura 47). Essa ferramenta permite construir polígonos com um número de lados previamente determinado.

Figura 47: Selecionando a ferramenta *Polígono Regular*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

4. Construção do quadrado ABCD

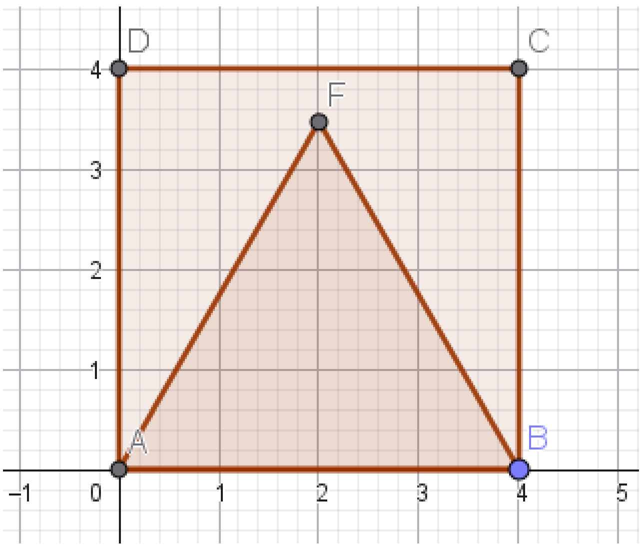
- Clique na origem (0,0) e depois em um ponto sobre o eixo X, por exemplo (4,0).

- Na janela que se abrir, digite 4 vértices.
- O GeoGebra criará automaticamente o quadrado ABCD.

5. Construção do triângulo equilátero ABF

- Selecione novamente a ferramenta *Polígono Regular* (Figura 4).
- Clique nos pontos A e B (a base do quadrado).
- Digite 3 vértices.
- O GeoGebra criará o triângulo equilátero ABE.
- Clique com o botão direito sobre o ponto E e, na opção *Renomear*, altere para F (Figura 48).

Figura 48: Construção do triângulo equilátero ABE

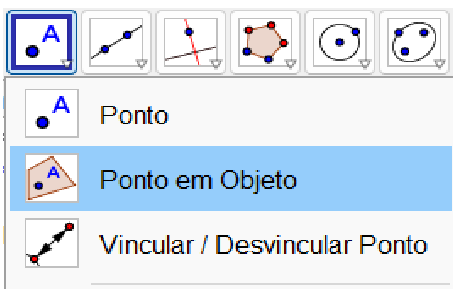


Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

6. Construindo o triângulo variável (CEG)

- Precisamos de um ponto E sobre o lado superior do quadrado CD.
- Selecione a ferramenta *Ponto em Objeto* (Figura 49).

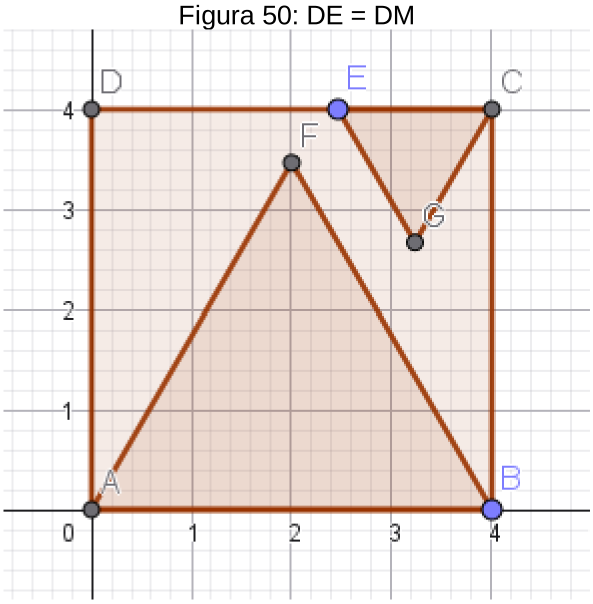
Figura 49: Ferramenta ponto em objeto



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique sobre o segmento CD.
- O GeoGebra criará um ponto sobre esse lado (renomeie-o para E, se necessário).
- Selecione a ferramenta *Polígono Regular* (Figura 3).
- Clique nos pontos C e E (ou em E e depois em C).
- Digite 3 vértices.
- O GeoGebra criará o triângulo equilátero CEG (Figura 50).
- Certifique-se de que o vértice G fique dentro do quadrado. Caso contrário, refaça a construção invertendo a ordem dos cliques em C e E.

Figura 50: DE = DM



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

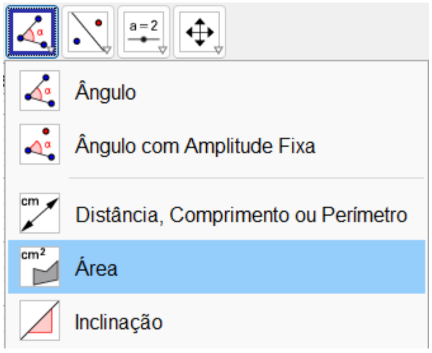
Momento 2. Testando os Conhecimentos do Problema 4

Agora que temos a construção, vamos usar o GeoGebra para investigar a relação entre as áreas dos dois triângulos.

1. Medindo as áreas dos triângulos

- Na barra de ferramentas, clique no ícone de *Ângulo* e selecione a ferramenta *Área* (Figura 51).

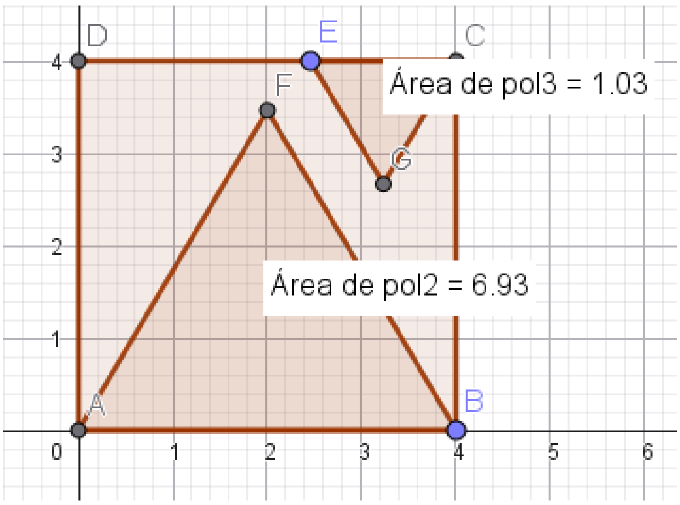
Figura 51: Ferramenta área



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Clique dentro do triângulo ABF: o GeoGebra exibirá automaticamente o valor da área (já sabemos que é 18 cm²).
- Clique dentro do triângulo CEG: o GeoGebra mostrará o valor da área correspondente, que varia conforme a posição do ponto E.
- A Figura 52 exibe os resultados obtidos, mostrando as áreas calculadas para os triângulos ABF e CEG.

Figura 52: Área dos triângulos ABF e CEG



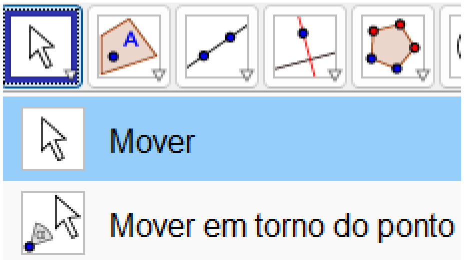
Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Essa representação gráfica facilita a comparação direta entre as duas áreas e evidencia a relação geométrica investigada no problema.

2. O ajuste fino - encontrando a posição correta

- Selecione a ferramenta *Mover* (Figura 53).

Figura 53: Ferramenta *Mover*



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

- Arraste o ponto E ao longo do lado CD.
- Observe como o triângulo CEG muda de tamanho e posição conforme o ponto E se desloca.

3. Comparação com a figura original

- A figura original do problema sugere uma relação especial entre os vértices.
- Ao mover o ponto E ao longo do lado CD, observe cuidadosamente a posição dos vértices.
- Ajuste o ponto E até que os pontos F (vértice do triângulo maior), G (vértice do triângulo menor) e o próprio E pareçam estar alinhados.

Dicas de investigação

- Tente posicionar o ponto E de forma que o vértice G caia exatamente sobre o segmento BF.
- Outra possibilidade é verificar se há colinearidade entre vértices opostos, o que pode indicar a configuração correta da construção.
- O processo de ajuste visual é essencial para identificar a posição especial de E que revela a relação geométrica entre os triângulos ABF e CEG.

4. Perguntas para investigar

- Área de Referência: defina a área do triângulo ABF para um valor conhecido (ajustando o zoom ou escolhendo o tamanho inicial do quadrado).
- Relação entre as Áreas

Na configuração que mais se aproxima da figura original do problema, investigue:

- Qual é a proporção entre a área do triângulo ABF e a área do triângulo CEG?
- Observe os valores obtidos no GeoGebra e compare-os.

- Procure identificar se a área de CEG corresponde a uma fração simples da área de ABF. A área de CEG é metade da área de ABF? É equivalente a um terço? Ou talvez apenas um nono?

Momento 3. Resolvendo o Problema 4

Com base na investigação visual e na construção dinâmica, vamos calcular a resposta final de forma objetiva.

1. Dados do problema

- Área de ABF: 18 cm².
- Observação-chave: quando E, F e G ficam colineares (a configuração que lembra a figura original), os triângulos equiláteros são construídos sobre segmentos proporcionais do quadrado.

2. Cálculo final

- Na investigação, você deve ter percebido que para a configuração geométrica ser válida (encaixe perfeito dos triângulos no quadrado), a razão entre as áreas segue um padrão de semelhança. Se a investigação visual sugeriu que a razão de semelhança dos lados é 1/3 ou que a área é uma fração específica (por exemplo, se a altura de um é metade ou terço da outra).
- Após observação dessas relações calcule o valor da área do triângulo CEG.
- Caso você não soubesse a relação entre as áreas como poderia realizar este cálculo?

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Larissa Cândido pela leitura crítica e pelas relevantes observações que enriqueceram este produto educacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, Hilário; BORTOLOSSI, Humberto José; CÂNDIDO, Larissa; SILVA NETO, Gregório. Problemas do nível 1 da OBMEP como veículos de articulação entre resolução de problemas em matemática e pensamento computacional: exemplos com animações usando o GeoGebra. **Vidya**, Santa Maria (RS), v. 45, n. 1, p. 173–193, 2025. DOI: 10.37781/vidya.v45i1.5310. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/5310>. Acesso em: 02 jan. 2026.

ALENCAR, Hilário; CÂNDIDO, Larissa. **Animações de dois problemas da Olimpíada Canguru, usando o software GeoGebra**. Maceió: UFAL, 2025. Produto educacional (tutorial). Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1001082>. Acesso em: 02 jan. 2026.

ALENCAR, Hilário; CÂNDIDO, Larissa; LAURENTINO, Everton. Clube de Matemática: GeoGebra e preparação olímpica. **Professor de Matemática Online (PMO)**, (2026). Aceito para publicação.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf>. Acesso em: 4 dez. 2025.

OAM. **Olimpíada Alagoana de Matemática**, 2025. Disponível em: <https://sites.google.com/view/oamufal/p%C3%A1gina-inicial>. Acesso em: 07 dez. 2025.

PORTAL DA OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - Obmep**, 2025. Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: 07 dez. 2025

Hilário Alencar
Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Matemática
Maceió - Alagoas, Brasil, 57072-900
hilario@mat.ufal.br

Everton Laurentino
Secretaria de Estado da Educação de Alagoas
E. E. Professor Edmilson de Vasconcelos Pontes
Maceió - Alagoas, Brasil, 57051-160
elaurentinosh@gmail.com