

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática
no Nível Fundamental.



ALEXANDRE FERREIRA DA SILVA

**ENSINO DE POTENCIAÇÃO NO 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL POR MEIO DE ATIVIDADES
EXPERIMENTAIS**

**BELÉM/PA
2025**

Alexandre Ferreira da Silva

**ENSINO DE POTENCIAÇÃO NO 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

**BELÉM/PA
2025**

***Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará***

S586e Silva, Alexandre Ferreira da
Ensino de potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de atividades
experimentais / Alexandre Ferreira da Silva. — Belém, 2025.
413 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática)
- Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e
Educação (CCSE), 2025.

1. Engenharia didática. 2. Ensino de matemática por atividades experimentais.
3. Potenciação. 4. Ensino de potenciação. I. Título.

CDD 22.ed. 510

Elaborado por Priscila Melo CRB2/1345

ALEXANDRE FERREIRA DA SILVA

**ENSINO DE POTENCIAÇÃO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE
ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data de aprovação: 11/08/2025

Banca examinadora

Documento assinado digitalmente
 PEDRO FRANCO DE SA
Data: 11/08/2025 17:19:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

_____. Orientador

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
 MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS
Data: 18/08/2025 16:16:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

_____. Examinador Interno

Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos

Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica - PUC/RJ
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
 THIAGO BEIRIGO LOPES
Data: 11/08/2025 17:29:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

_____. Examinador Externo

Prof. Dr. Thiago Beirigo Lopes

Doutor Educação, Ciências e Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso - UFMT
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Mato Grosso / IFMT

**Belém – PA
2025**

Aos meus pais, **Ana Regina** e **José Guilherme**, os quais me ensinaram desde o início a importância dos estudos e da busca pelo conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Meu primeiro agradecimento não poderia ser para outro que não fosse Deus, pois, para início de conversa, se não fosse por Ele eu não estaria vivo e, portanto, não teria concluído este curso de Mestrado, principalmente depois de passar maus bocados durante a pandemia de coronavírus, entre outros momentos difíceis desses últimos anos. Muito obrigado Senhor, por cuidar de mim e por possibilitar avanços científicos que curam pessoas e salvam vidas!

Além de já ter dedicado essa conquista a eles, quero também agradecer aos meus pais, José Guilherme e Ana Regina, por todo o ensinamento que me deram ao longo da vida, entre os quais, por me fazerem entender a importância de buscar conhecimento das mais diversas áreas científicas e fontes, de compartilhar valores como honestidade e empatia pelos próximos, de lutar por justiça social de forma inegociável, além de terem me dado os dois melhores irmãos do mundo, o Lucas e a Eloah. Muito obrigado, amo todos vocês!

Ampliando o conceito de família, é fundamental agradecer à minha esposa, Nayara Nascimento, que me acompanha (e me atura) desde que cursávamos juntos o Ensino Médio. Já são quase 20 anos de parceria, que incluem alegrias, tristezas, desentendimentos e muitas conquistas. Minha maior incentivadora dos estudos, dedicadíssima em tudo que faz, e que Deus também a abençoou com a cura de um câncer, durante esse processo em que eu cursava o mestrado. Muito obrigado Nay! Obrigado por dar sentido à minha vida. Obrigado por ter topado o desafio de adotar a Isabelle. Obrigado pelos nossos (atuais) 6 gatos (Candy, Cookie, Charles, Clara, Pit e Keka). Obrigado por ser minha esposa!

Agradeço também a todo corpo docente ligado ao curso de Matemática da UEPA, minha casa desde a graduação, passando por uma especialização e agora no mestrado. Muito do que sou como professor eu aprendi com vocês. Vocês fazem parte da instituição de ensino que melhor prepara profissionais da educação para o mercado de trabalho na região norte do país. Meu muito obrigado!

Quero fazer um agradecimento especial ao meu orientador (desde a graduação), o grande homem e excelente profissional, Prof. Dr. Pedro Franco de Sá. Eu jamais teria terminado esse mestrado sem a intervenção dele. Muito obrigado professor, por toda a paciência, dedicação, conselhos, conversas e puxões de orelha.

O senhor é de fundamental importância nessa conquista. Muito obrigado por tudo e que Deus lhe abençoe sempre!

Obrigado também à toda comunidade escolar da instituição de ensino em que foi realizado o experimento desse estudo, da qual sou professor, à gestão, que sempre me apoiou em todas as etapas da execução deste trabalho, aos colegas professores, funcionários administrativos, de serviços gerais e, principalmente aos estudantes, que na época cursavam o 6º ano e continuam sendo meus alunos, agora no 8º. Maravilhoso assistir a evolução deles ao longo dos anos, tanto escolar quanto de formação de seres humanos. Muito obrigado a todos pela oportunidade!

Por fim, quero agradecer a todas as muitas pessoas que sempre me incentivaram e me proporcionaram palavras de acolhimento, conforto e de carinho, ao longo de todo esse processo. Não foi nada fácil chegar até aqui, pois foram muito difíceis esses últimos anos, pelos mais diversos motivos. De longe, cursar o mestrado em meio a tudo isso foi o maior desafio da minha vida, até o presente momento. Mas Deus me abençoou, pessoas incríveis me apoiaram e eu consegui concluir. Você que está lendo até aqui: não desista! Você vai conseguir também, e se sentirá muito orgulhoso de si mesmo neste dia, assim como estou me sentindo nesse exato momento que escrevo isso.

“Matemática é a linguagem a qual
Deus escreveu o universo.”

Galileu Galilei

RESUMO

SILVA, Alexandre Ferreira da. **Ensino de Potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de Atividades Experimentais**. 2025. 410f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2025.

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que buscou responder a seguinte questão: Quais os resultados da aplicação de uma sequência didática, baseada na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais para o ensino de potenciação, na aprendizagem de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em termos do conhecimento conceitual e procedimental deste objeto matemático? O objetivo foi analisar os resultados na aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir da aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de potenciação, com base na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais. O método de pesquisa utilizado foi a Engenharia Didática, constituída de quatro fases: análises prévias; concepção e análise a priori; experimentação; e análise a posteriori e validação. Nas análises prévias, são apresentados os resultados do levantamento sobre o ensino de potenciação, a partir de seus aspectos históricos, matemáticos e curriculares, bem como são levantadas algumas discussões de caráter didático e epistemológico. Somado a isso, foi feita uma consulta, a partir de questionário online, a 70 professores de matemática atuantes da rede pública. A fase de concepção e análise a priori apresenta como resultado a elaboração dos testes e da sequência didática, os quais culminaram na produção de uma sequência didática que tem como base os princípios da Engenharia Didática e do Ensino por Atividades Experimentais. Na fase de experimentação foram aplicados um pré-teste e um pós-teste em duas turmas de 6º ano do ensino Fundamental, que juntas possuíam 60 estudantes, e que teve como lócus uma escola pública do município de Ananindeua, situado na Região Metropolitana de Belém. As informações produzidas durante a experimentação foram sistematizadas e analisadas tanto qualitativamente quanto quantitativamente. A análise e validação dos resultados ocorreu por meio dos dados coletados mediante a verificação dos registros das conclusões dos alunos em cada atividade realizada, a partir da comparação dos resultados do pós-teste em relação ao pré-teste; análise dos erros ocorridos no pós-teste, pela aplicação do Teste Exato de Fisher, V de Cramer e do Teste de Hipóteses para amostras pareadas. Os resultados da análise da aplicação da Sequência Didática proposta indicam que ela foi bem-sucedida. Os resultados obtidos pelo Teste Exato de Fisher e o V de Cramer comprovaram que os fatores socioeducacionais não interferiram significativamente no desempenho dos estudantes, visto que a associação medida pelo V Cramer entre as variáveis socioeducacionais analisadas e os resultados do pós-teste mostrou que não houve alguma que pudesse ser considerada forte. O Teste de Hipóteses comprovou estatisticamente que o aumento das notas no pós-teste sucedeu em função da aplicação da sequência didática utilizada, concluindo que as metodologias usadas estão diretamente relacionadas ao resultado obtido no experimento. Além disso, com relação aos estudantes, as atividades propostas foram bem avaliadas.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Ensino de Matemática por Atividades Experimentais; Potenciação; Ensino de Potenciação.

ABSTRACT

SILVA, Alexandre Ferreira da. Teaching Powers in the 6th Grade of Elementary School through Experimental Activities. 2025. 410f. Dissertation (Master's Degree in Mathematics Teaching) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2025.

This paper presents the results of a research that sought to answer the following question: What are the results of the application of a didactic sequence, based on the methodology of Teaching through Experimental Activities for teaching power, in the learning of 6th grade elementary school students, in terms of conceptual and procedural knowledge of this mathematical object? The objective was to investigate the results in the learning of 6th grade elementary school students, from the application of a didactic sequence designed for teaching and learning power, based on the methodology of Teaching through Experimental Activities. The research method used was Didactic Engineering, consisting of four phases: prior analysis; design and a priori analysis; experimentation; and a posteriori analysis and validation. The preliminary analyses present the results of the survey on the teaching of exponentiation, based on its historical, mathematical and curricular aspects, as well as some discussions of a didactic and epistemological nature. In addition, a survey was conducted using an online questionnaire with 70 mathematics teachers working in the public school system. The design and a priori analysis phase results in the development of tests and the didactic sequence, which culminated in the production of a didactic sequence based on the principles of Didactic Engineering and Teaching through Experimental Activities. In the experimental phase, a pre-test and a post-test were applied to two 6th grade classes of elementary school, which together had 60 students, and which took place at a public school in the municipality of Ananindeua, located in the metropolitan region of Belém. The information produced during the experimentation was systematized and analyzed both qualitatively and quantitatively. The analysis and validation of the results was carried out using data collected by checking the records of the students' conclusions in each activity carried out, by comparing the results of the post-test with the pre-test; analysis of the errors that occurred in the post-test, by applying Fisher's Exact Test, Cramer's V and the Hypothesis Test for paired samples. The results of the analysis of the application of the proposed Didactic Sequence indicate that it was successful. The results obtained by Fisher's Exact Test and Cramer's V proved that the socio-educational factors did not significantly interfere in the students' performance, since the correlation measured by Cramer's V between the socio-educational variables analyzed and the results of the post-test showed that it varied from weak to moderate. The Hypothesis Test statistically proved that the increase in the scores in the post-test occurred due to the application of the didactic sequence used, concluding that the methodologies used are directly related to the result obtained in the experiment. In addition, in relation to the students, the proposed activities were well evaluated.

Keywords: Didactic Engineering; Teaching Mathematics through Experimental Activities; Potentiation; Teaching Potentiation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Notação exponencial de Rafael Bombelli e Simon Stevin	40
Figura 02 – Expoente Racional	61
Figura 03 – Relação dos níveis de codeterminação com os documentos oficiais e o objeto matemático potência	82
Figura 04 – <i>Misconceptions</i> do tipo traduções errôneas.....	97
Figura 05 – Evolução do IDEB da EEEF analisada em nossa experimentação no período 2009-2023.....	175
Figura 06 – Evolução das proficiências de Língua Portuguesa e Matemática da EEEF analisada	176
Figura 07 – Evolução do Fluxo Escolar da EEEF analisada em nossa experimentação.....	177
Figura 08 – Processo de aplicação de cada atividade para o ensino de potenciação	181
Figura 09 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori.....	202
Figura 10 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori.....	203
Figura 11 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori.....	206
Figura 12 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori.....	206
Figura 13 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori.....	207
Figura 14 – Respostas do item “h” da Atividade 01 da turma A.....	207
Figura 15 – Respostas do item “h” da Atividade 01 da turma B	209
Figura 16 – Desenho produzido pela equipe dos alunos B01, B11, B19 e B24 para responder o item “h” da Atividade 01	210
Figura 17 – Exemplos de respostas sobre a satisfação com a aula proposta na Atividade 01.....	211
Figura 18 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori.....	213
Figura 19 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori.....	213
Figura 20 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado, após a intervenção do pesquisador	214
Figura 21 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori	214
Figura 22 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori	215
Figura 23 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori	215
Figura 24 – Exemplo com alguns itens respondidos conforme não desejados na análise à priori	215
Figura 25 – Exemplo com alguns itens respondidos conforme não desejados na análise à priori	216
Figura 26 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma A	223
Figura 27 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma B	224
Figura 28 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 04 no quadro – Turma A	229
Figura 29 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma B	229
Figura 30 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 05 no quadro – Turma A	234
Figura 31 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 05 no quadro – Turma B	235
Figura 32 – Resolução das questões da Atividade 04 do grupo G8 (A05, A17, A18)	236
Figura 33 – Tentativa de resolução das questões da Atividade 06 pelo grupo G6 (A02, A11, A28).....	241
Figura 34 – Exemplo de opinião positiva sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma A, ao fim da Atividade 10.....	263
Figura 35 – Exemplo de opinião negativa sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma A, ao fim da Atividade 10.....	264

Figura 36 – Exemplo de opinião positiva sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma B, ao fim da Atividade 10.....	264
Figura 37 – Exemplo de opinião negativa sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma B, ao fim da Atividade 10.....	264
Figura 38 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 11 no quadro – Turma B	266
Figura 39 - Compartilhamento das conclusões da Atividade 11 no quadro – Turma A.....	267
Figura 40 – Exemplo dado da Propriedade da Multiplicação de Potenciações com Expoentes Iguais, não abordada em forma de atividade da sequência didática.....	271
Figura 41 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 12 no quadro – Turma B	274
Figura 42 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 12 no quadro – Turma A.....	275
Figura 43 – Exemplo dado de procedimento de comparação entre as colunas da Atividade 12	275
Figura 44 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 13 no quadro – Turma B	280
Figura 45 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 13 no quadro – Turma A.....	281
Figura 46 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 14 no quadro – Turma B	285
Figura 47 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 14 no quadro – Turma A.....	286
Figura 48 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 15 no quadro – Turma B	290
Figura 49 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 15 no quadro – Turma A.....	291
Figura 50 - Operações realizadas incorretamente por G7 [A13, A22 e A23] na Atividade 15	292
Figura 51 – Alunos treinando suas habilidades em Potenciação com o jogo "Dorminhoco" – Turma B	296
Figura 52 – Alunos treinando suas habilidades em Potenciação com o jogo "Dorminhoco" – Turma A	297
Figura 53 - Exemplos de opiniões sobre a satisfação dos alunos com a sequência didática aplicada	299
Figura 54 – Tipos de curva normal	355
Figura 55 – Curva Student do teste de hipóteses do experimento, com uso do Geogebra – Turma A	358
Figura 56 – Resultado do Teste-T com o uso do software Jamovi – Turma A	358
Figura 57 – Curva Student do teste de hipóteses do experimento, com uso do Geogebra – Turma B	361
Figura 58 – Resultado do Teste-T com o uso do software Jamovi – Turma B	361

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Ações do engenheiro e do pesquisador em didática	33
Quadro 02 – Relação entre a adição de números ímpares e números quadrados perfeitos	76
Quadro 03 – Relação entre a adição de números ímpares e números cúbicos perfeitos	77
Quadro 04 – Conteúdo básico e habilidades da Potenciação na BNCC.....	85
Quadro 05 – Eixos temáticos e habilidades da Potenciação no DCEPA.....	86
Quadro 06 – Estudos anteriores sobre Potenciação	88
Quadro 07 – Etapas do ensino por Atividades Experimentais conceituação.....	123
Quadro 08 – Atividade sobre noções acerca da potenciação	136
Quadro 09 – Previsão de respostas dos grupos sobre a operação usada para resolver a Atividade 01	138
Quadro 10 – Atividade sobre o conceito de potenciação	139
Quadro 11 – Previsão de respostas dos grupos sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação, na Atividade 02.....	140
Quadro 12 – Atividade de Aprofundamento 01, referente à Atividade 02	141
Quadro 13 – Atividade sobre potenciação de base igual a 1	141
Quadro 14 – Previsão de observações das equipes sobre as potenciações de base igual a 1	142
Quadro 15 – Previsão de conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1	143
Quadro 16 – Atividade sobre potenciação de base igual a 10	144
Quadro 17 – Previsão de observações das equipes sobre as potenciações de base igual a 10.....	145
Quadro 18 – Previsão de conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10	145
Quadro 19 – Atividade de Aprofundamento 02, referente às Atividades 03 e 04	146
Quadro 20 – Atividade sobre o produto de potenciações com bases iguais.....	147
Quadro 21 – Previsão de conclusões das equipes sobre Produto de Potenciações com bases iguais.....	148
Quadro 22 – Atividade sobre divisão de potenciações com bases iguais.....	149
Quadro 23 – Previsão de conclusões das equipes sobre a divisão entre potenciações com bases iguais	149
Quadro 24 – Atividade de Aprofundamento 03, referente às Atividades 05 e 06	150
Quadro 25 – Atividade de potenciação de expoente igual a 1	151
Quadro 26 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de expoente igual a 1	152
Quadro 27 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de expoente igual a 1	152
Quadro 28 – Atividade de potenciação de expoente igual a zero	153
Quadro 29 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de expoente igual a zero	154
Quadro 30 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de expoente igual a zero	154
Quadro 31 – Atividade de potenciação de base igual a zero.....	156
Quadro 32 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de base igual a zero.....	156
Quadro 33 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de base igual a zero	157
Quadro 34 – Atividade de Aprofundamento 04, referente às Atividades 07, 08 e 09.....	158
Quadro 35 – Atividade sobre potenciação da potenciação.....	159
Quadro 36 – Previsão de conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação	160
Quadro 37 – Atividade sobre Potenciação do Produto	161
Quadro 38 – Previsão de conclusões das equipes sobre Potenciação do Produto.....	162
Quadro 39 – Atividade de Aprofundamento 05, referente às Atividades 10 e 11	162

Quadro 40 – Atividade sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados	163
Quadro 41 – Previsão de observações das equipes sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados	164
Quadro 42 – Previsão de conclusões das equipes sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados	164
Quadro 43 – Atividade sobre potência do produto e a potência da soma	165
Quadro 44 – Previsão de observações das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma	166
Quadro 45 – Previsão de conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma	167
Quadro 46 – Atividade sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados	168
Quadro 47 – Previsão de observações das equipes sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados	169
Quadro 48 – Previsão de conclusões das equipes sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados	169
Quadro 49 – Atividade sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados	170
Quadro 50 – Previsão de observações das equipes sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados	171
Quadro 51 – Previsão de conclusões das equipes sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados	172
Quadro 52 – Atividade de Aprofundamento 06, referente às Atividades 12, 13, 14 e 15	172
Quadro 53 – Jogo dorminhoco	173
Quadro 54 – Atividade de Aprofundamento 07, referente à todas as atividades anteriores	174
Quadro 55 – Cronograma da Experimentação	179
Quadro 56 – Idade e gênero dos Alunos – Turma A	184
Quadro 57 – Idade e gênero dos Alunos – Turma B	184
Quadro 58 - Distorção Idade-Série no 6º ano nessa EEEF e região, em 2023	185
Quadro 59 – Tipo de escola que o discente já estudou no Ensino Fundamental – Turma A	186
Quadro 60 – Tipo de escola que o discente já estudou no Ensino Fundamental – Turma B	186
Quadro 61 – Principais responsáveis e sua escolaridade – Turma A	187
Quadro 62 – Principais responsáveis e sua escolaridade – Turma B	187
Quadro 63 – Exercício de atividade remunerada na família dos alunos – Turma A	188
Quadro 64 – Exercício de atividade remunerada na família dos alunos – Turma B	188
Quadro 65 – Cursos extraclasse feitos pelos alunos – Turma A	189
Quadro 66 – Cursos extraclasse feitos pelos alunos – Turma B	189
Quadro 67 – Repetência dos alunos na série atual ou anterior – Turma A	190
Quadro 68 – Repetência dos alunos detalhado – Turma A	190
Quadro 69 – Repetência dos alunos na série atual ou anterior – Turma B	190
Quadro 70 – Repetência dos alunos detalhado – Turma B	191
Quadro 71 – Gosto dos alunos pela Matemática e suas dificuldades em aprendê-la – Turma A	192
Quadro 72 – Gosto dos alunos pela Matemática e suas dificuldades em aprendê-la – Turma B	192
Quadro 73 – Distração dos alunos durante a aula de matemática – Turma A	193
Quadro 74 – Distração dos alunos durante a aula de matemática – Turma B	193
Quadro 75 – Hábito de estudo extraclasse da Matemática e auxílio nas tarefas escolares – Turma A	194

Quadro 76 – Hábito de estudo extraclasse da Matemática e auxílio nas tarefas escolares – Turma B	194
Quadro 77 – Desenvolvimento da aula de Matemática – Turma A.....	195
Quadro 78 – Desenvolvimento da aula de Matemática – Turma B.....	196
Quadro 79 – Fixação dos conteúdos de Matemática – Turma A.....	197
Quadro 80 – Fixação dos conteúdos de Matemática – Turma B.....	197
Quadro 81 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A nos cinco primeiros itens da Atividade 01	201
Quadro 82 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B nos cinco primeiros itens da Atividade 01	201
Quadro 83 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A no item “f” da Atividade 01	203
Quadro 84 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B no item “f” da Atividade 01	204
Quadro 85 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A no item “g” da Atividade 01	204
Quadro 86 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B no item “g” da Atividade 01	205
Quadro 87 – Respostas dos alunos no item “h” da Atividade 01 – Turma A	208
Quadro 88 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 01 – Turma A	208
Quadro 89 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma B.....	209
Quadro 90 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 01 – Turma B	210
Quadro 91 – Quantitativo de acertos e erros na Atividade 02	216
Quadro 92 – Respostas das equipes sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação – Turma A	218
Quadro 93 – Frequências absoluta e relativa da validade das respostas na Atividade 02 – Turma A	219
Quadro 94 – Respostas das equipes sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação – Turma B.....	220
Quadro 95 – Frequências absoluta e relativa da validade das respostas na Atividade 02 – Turma B	221
Quadro 96 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma A.....	225
Quadro 97 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 03 – Turma A	226
Quadro 98 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma B.....	226
Quadro 99 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 03 – Turma B	228
Quadro 100 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10 – Turma A.....	230
Quadro 101 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 04 – Turma A	231
Quadro 102 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10 – Turma B.....	231
Quadro 103 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 04 – Turma B	232
Quadro 104 – Conclusões das equipes sobre o produto de potenciações de base iguais – Turma A	235
Quadro 105 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 05 – Turma A	237
Quadro 106 – Conclusões das equipes sobre o produto de potenciações de bases iguais – Turma B	237

Quadro 107 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 05 – Turma B	238
Quadro 108 – Conclusões das equipes sobre a divisão de potenciações de base iguais – Turma A ..	240
Quadro 109 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 06 – Turma A	242
Quadro 110 – Conclusões das equipes sobre a divisão de potenciações de bases iguais – Turma B ..	242
Quadro 111 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 06 – Turma B	243
Quadro 112 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a 1 – Turma A	246
Quadro 113 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 07 – Turma A	247
Quadro 114 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a 1 – Turma B	247
Quadro 115 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 07 – Turma B	248
Quadro 116 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a zero – Turma A	250
Quadro 117 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 08 – Turma A	252
Quadro 118 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a zero – Turma B	252
Quadro 119 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 08 – Turma B	253
Quadro 120 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de base igual a zero – Turma A	255
Quadro 121 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 09 – Turma A	256
Quadro 122 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de base igual a zero – Turma B	256
Quadro 123 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 09 – Turma B	257
Quadro 124 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação – Turma A	260
Quadro 125 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 10 – Turma A	261
Quadro 126 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação – Turma B	262
Quadro 127 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 10 – Turma B	263
Quadro 128 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação do Produto – Turma A	268
Quadro 129 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 11 – Turma A	268
Quadro 130 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação do Produto – Turma B	269
Quadro 131 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 11 – Turma B	270
Quadro 132 - Conclusões dos grupos sobre o quadrado da soma e a soma dos quadrados – Turma A	275
Quadro 133 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 12 – Turma A	277
Quadro 134 - Conclusões dos grupos sobre o quadrado da soma e a soma dos quadrados – Turma B	277

Quadro 135 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 12 – Turma B	279
Quadro 136 – Conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma – Turma A	281
Quadro 137 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 13 – Turma A	283
Quadro 138 – Conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma – Turma B	283
Quadro 139 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 13 – Turma B	284
Quadro 140 – Conclusões das equipes sobre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma A	286
Quadro 141 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 14 – Turma A	287
Quadro 142 – Conclusões das equipes sobre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma B	288
Quadro 143 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 14 – Turma B	289
Quadro 144 – Conclusões das equipes sobre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma A.....	291
Quadro 145 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 15 – Turma A	293
Quadro 146 – Conclusões das equipes sobre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma B.....	293
Quadro 147 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 15 – Turma B	294
Quadro 148 – Síntese das validades das conclusões elaboradas por Atividade – Turma A.....	300
Quadro 149 – Síntese das características das Conclusões elaboradas por Atividade – Turma B	301
Quadro 150 – Quantidade de faltas dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma A	303
Quadro 151 – Quantidade de faltas dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma B	304
Quadro 152 – Confronto da análise a priori e análise a posteriori.....	308
Quadro 153 – Comparação do desempenho por questão no pré e pós teste – Turma A	315
Quadro 154 – Comparação do desempenho por questão no pré- e pós-teste – Turma B.....	317
Quadro 155 – Comparação do desempenho individual nos testes avaliativos – Turma A.....	319
Quadro 156 – Comparação do desempenho individual nos testes avaliativos – Turma B	320
Quadro 157 – Erros cometidos no pós-teste na categoria “Definição de Potenciação” – Turmas A e B	322
Quadro 158 - Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Base igual a 0” – Turmas A e B	324
Quadro 159 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Base igual a 1” – Turmas A e B	325
Quadro 160 – Erros cometidos no pós-teste sobre “Potenciação de base igual a 10” nas turmas A e B	325

Quadro 161 – Erros no pós-teste sobre a “Potenciação de Expoente igual a 1” nas turmas A e B	327
Quadro 162 – Erros no pós-teste sobre “Potenciação de Expoente igual a 0” nas turmas A e B	328
Quadro 163 – Erros no pós-teste sobre a potenciação “zero elevado a zero” nas turmas A e B	329
Quadro 164 – Erros no pós-teste sobre a “Multiplicação entre Potenciações de bases iguais” nas turmas A e B	329
Quadro 165 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Divisão entre Potenciações de bases iguais” nas turmas A e B	331
Quadro 166 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Potenciação” nas turmas A e B	333
Quadro 167 – Erros no pós-teste sobre a “Multiplicação entre Potenciações com expoentes iguais” nas turmas A e B	335
Quadro 168 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação do Produto” nas turmas A e B...	337
Quadro 169 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Soma entre dois Quadrados” nas turmas A e B	339
Quadro 170 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Soma” nas turmas A e B	340
Quadro 171 – Erros no pós-teste sobre a “Diferença entre dois Quadrados” nas turmas A e B	341
Quadro 172 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Diferença” nas turmas A e B....	342
Quadro 173 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Diferença” nas turmas A e B....	343
Quadro 174 - Resultado Geral dos Testes: Acertos, Tipos de Erros e Questões em Branco – Turma A	345
Quadro 175 - Resultado Geral dos Testes: Acertos, Tipos de Erros e Questões em Branco – Turma B	346
Quadro 176 – Resultado quantitativo das 28 questões do pós-teste nas turmas A e B.....	347
Quadro 177 – Critérios para as categorias da variável “Desempenho no Pós-teste”	349
Quadro 178 – Resumo das associações entre as variáveis socioeducacionais, notas no pós-teste e frequência durante o experimento	349
Quadro 179 – Síntese dos resultados do Teste Exato de Fisher em estudos semelhantes ao nosso .	350
Quadro 180 – Interpretação das medidas de associação calculadas de V de Cramer (Φ ou “Phi”) ...	351
Quadro 181 – Valor de V de Cramer e o grau das associações entre as variáveis socioeducacionais, a frequência e as notas do pós-teste	352
Quadro 182 – Desempenhos nos Pré e Pós-testes e diferença entre as médias – Turma A	356
Quadro 183 – Resultado do Teste-T com o uso do software Microsoft Excel – Turma A.....	357
Quadro 184 – Desempenhos nos Pré e Pós-testes e diferença entre as médias – Turma B	359
Quadro 185 – Resultado do Teste-T com o uso do software Microsoft Excel – Turma B.....	360
Quadro 186 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e o hábito de estudo extraclasse de Matemática – Turma A	384
Quadro 187 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e o hábito de estudo extraclasse de Matemática – Turma B	385
Quadro 188 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma A.....	385
Quadro 189 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma B.....	386
Quadro 190 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma A	387

Quadro 191 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma B	387
Quadro 192 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A	388
Quadro 193 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B	388
Quadro 194 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma A	389
Quadro 195 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma B	390
Quadro 196 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e distração nas aulas de Matemática – Turma A	391
Quadro 197 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e distração nas aulas de Matemática – Turma B.....	391
Quadro 198 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma A	392
Quadro 199 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma B	393
Quadro 200 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma A	394
Quadro 201 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma B.....	394
Quadro 202 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma A	395
Quadro 203 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma B	396
Quadro 204 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a distração nas aulas de Matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A.....	397
Quadro 205 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a distração nas aulas de Matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B.....	397
Quadro 206 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o desempenho no Pós-Teste e o gosto de estudar Matemática – Turma A.....	398
Quadro 207 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e o gosto de estudar Matemática – Turma B	399
Quadro 208 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência de estudo extraclasse de Matemática – Turma A	400
Quadro 209 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência de estudo extraclasse de Matemática – Turma B.....	400
Quadro 210 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e o auxílio nas atividades extraclases de Matemática – Turma A.....	401
Quadro 211 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e o auxílio nas atividades extraclases de Matemática – Turma B.....	402
Quadro 212 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a distração nas aulas de Matemática – Turma A.....	403

Quadro 213 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a distração nas aulas de Matemática – Turma B.....	403
Quadro 214 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A	404
Quadro 215 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B.....	405
Quadro 216 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma A	406
Quadro 217 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma B	406

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Distribuição dos professores por gênero	104
Tabela 02 – Distribuição dos participantes, por faixa etária	104
Tabela 03 – Intervalo dos anos de conclusão da formação inicial dos participantes	105
Tabela 04 – Instituição da formação inicial dos participantes.....	106
Tabela 05 – Distribuição dos professores com relação à pós-graduação.	106
Tabela 06 – Intervalo dos anos de conclusão da Especialização dos participantes.....	107
Tabela 07 – Intervalo dos anos de conclusão do Mestrado dos participantes.....	108
Tabela 08 – Distribuição dos que possuem Pós-Graduação, por gênero	109
Tabela 09 – Pós-Graduação, por faixa etária, em quantidades absoluta e relativa.....	109
Tabela 10 – Tempo de serviço como professor.....	111
Tabela 11 – Redes de atuação dos professores	111
Tabela 12 – Opinião dos professores de Matemática quanto ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental.....	112
Tabela 13 – Desenvolvimento das aulas de Potenciação pelos professores no 6º ano do Ensino Fundamental	113
Tabela 14 – Métodos para o aprofundamento dos conteúdos de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes.....	114
Tabela 15 – Métodos avaliativos voltados ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes.....	115
Tabela 16 – Meios de seleção de conteúdos voltados ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes.....	115
Tabela 17 – Quantidade de horas-aula necessárias para ministrar o assunto de potenciação para alunos do 6º ano do ensino fundamental, segundo os professores.....	116
Tabela 18 – Assuntos de potenciação que são ensinados para alunos do 6º ano do ensino Fundamental, de acordo com os professores, em porcentagem	117
Tabela 19 – Grau de dificuldade dos alunos do 6º ano do ensino Fundamental para a aprendizagem dos conteúdos de potenciação, segundo os professores, em porcentagem	118

SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

DCEPA – Documento Curricular do Estado do Pará

ECA – Estatuto da Criança e do Adolescente

EEEF – Escola Estadual de Ensino Fundamental

EMAE – Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IFPA – Instituto Federal do Pará

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MMM – Movimento Matemática Moderna

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGED – Programa de Pós-Graduação em Educação

PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática

SEDUC-PA – Secretaria de Estado de Educação do Pará

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UEPA – Universidade do Estado do Pará

UESPI – Universidade Estadual do Piauí

UFPA – Universidade Federal do Pará

UMINHO – Universidade do Minho

UNAMA – Universidade da Amazônia

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
2 A ENGENHARIA DIDÁTICA	31
3 ANÁLISES PRÉVIAS	36
3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS	36
3.2 ASPECTOS MATEMÁTICOS	42
3.2.1 Potenciação de expoente natural	42
3.2.2 Demais propriedades da Potenciação com expoente natural	47
3.2.3 Propriedades operatórias da Potenciação	51
3.2.4 Potenciação de expoente inteiro negativo	55
3.2.5 Operações inversas à Potenciação	56
3.2.6 Potenciação de expoente Racional	59
3.2.7 Potenciação de expoente Irracional	61
3.2.8 Potenciações de expoente Real	62
3.2.9 Potenciação de base Complexa	63
3.2.10 i elevado a i	67
3.2.11 0 elevado a 0	68
3.2.12 Outras propriedades da Potenciação	76
3.3 BRASIL: ASPECTOS CURRICULARES DO ENSINO DE POTENCIAÇÃO	79
3.3.1 Formação do currículo nacional brasileiro: PCN e BNCC	79
3.3.2 Potenciação segundo documentos oficiais	81
3.4 ESTUDOS SOBRE A POTENCIAÇÃO E O SEU ENSINO	87
3.5 <i>MISCONCEPTIONS</i> NA POTENCIAÇÃO	93
3.5.1 Classificações de <i>misconceptions</i> e exemplos relacionados à potenciação	95
3.5.2 Possíveis causas das <i>Misconceptions</i> em Potenciação	99
3.5.3 Recomendações didático-pedagógicas para a não propagação das <i>misconceptions</i>	101
3.6 DIAGNÓSTICO	102
3.6.1 Consulta a Professores	102
3.7 O ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS	120
4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE <i>A PRIORI</i>	125
4.1 ANÁLISE <i>A PRIORI</i> DOS TESTES AVALIATIVOS	125
4.2 ANÁLISE <i>A PRIORI</i> DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	134
4.2.1 Atividade 01	135

4.2.2 Atividade 02	138
4.2.3 Atividade 03	141
4.2.4 Atividade 04	144
4.2.5 Atividade 05	147
4.2.6 Atividade 06	148
4.2.7 Atividade 07	151
4.2.8 Atividade 08	153
4.2.9 Atividade 09	155
4.2.10 Atividade 10	159
4.2.11 Atividade 11	160
4.2.12 Atividade 12	163
4.2.13 Atividade 13	165
4.2.14 Atividade 14	168
4.2.15 Atividade 15	170
5 EXPERIMENTAÇÃO	175
5.1 APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE PARA OS RESPONSÁVEIS E ASSINATURA DO TCLE	182
5.2 ASSINATURA DO TALE, APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL E DO PRÉ-TESTE	182
5.2.1 Perfil dos Discentes	184
5.3 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 01	199
5.4 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 02	212
5.5 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 01 (DA ATIVIDADE 02)	221
5.6 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 03	222
5.7 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 04	228
5.8 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 02 (DAS ATIVIDADES 03 E 04)	233
5.9 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 05	233
5.10 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 06	239
5.11 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 03 (DAS ATIVIDADES 05 E 06)	244
5.12 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 07	245
5.13 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 08	249
5.13 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 09	254
5.14 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 04 (DAS ATIVIDADES 07, 08 E 09)	258
5.15 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 10	259
5.16 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 11	265

5.17 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 05 (DAS ATIVIDADES 10 E 11)	272
5.18 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 12	272
5.19 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 13	280
5.20 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 14	285
5.21 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 15	289
5.22 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 06 (DAS ATIVIDADES 12, 13, 14 E 15) ...	295
5.23 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 16	296
5.24 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 07 (DE TODAS AS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA) E DO PÓS-TESTE	297
5.25 SÍNTESE DAS VALIDADES DAS CONCLUSÕES	300
5.26 QUANTIDADE DE FALTAS DOS ALUNOS DURANTE A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .	302
5.27 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REALIZAÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO	305
6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	307
6.1 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	308
6.2 ANÁLISE A POSTERIORI DO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE.....	314
6.3 ANÁLISE DOS ERROS NO PÓS-TESTE.....	321
6.4 ASSOCIAÇÕES ENTRE AS VARIÁVEIS SOCIOEDUCACIONAIS E OS RESULTADOS DO PÓS-TESTE	347
6.5 ASSOCIAÇÕES DAS VARIÁVEIS SOCIOEDUCACIONAIS E NOTAS NO PÓS-TESTE A PARTIR DO COEFICIENTE V DE CRAMER	351
6.6 TESTE DE HIPÓTESES	353
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	363
REFERÊNCIAS.....	365
APÊNDICES	374
ANEXOS	408

1 INTRODUÇÃO

“Não são novos os problemas colocados pelo ensino da Matemática, bem como os esforços para os tentar resolver” (Artigue; Douady, 1993, p. 42). Estudar e ensinar matemática sempre foram grandes desafios, fenômenos que ocorreram ainda na Grécia antiga, passando pela Idade Média e pelo Renascentismo, na Idade Moderna. Durante o século XX muito se discutiu em congressos, que tinham a participação de expoentes matemáticos de todo o mundo, sobre o ensino de matemática, a relevância de cada conteúdo e de que forma os estudantes poderiam aprender estes assuntos de maneira mais significativa (Antunes; Merli; Nogueira, 2019). Neste interim, diversas estratégias foram traçadas (algumas com algum grau de sucesso, outras nem tanto, conforme veremos posteriormente), até chegarmos à terceira década do século XXI ainda sem uma resposta definitiva (e que talvez nunca seja alcançada), mas que nos proporciona uma série de expectativas.

Neste ensejo, por muitos anos, ao ministrar aulas particulares e depois de me tornar professor estadual e municipal concursado, várias vezes me veio a indagação das razões que levavam os alunos a apresentarem erros substanciais na resolução de cálculos básicos de potenciação, como ao multiplicar a base pelo expoente, por exemplo, na tentativa de resolução dela. Quando ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática (PPGEM) da Universidade do Estado do Pará (UEPA), foi-me dada a oportunidade de pesquisar mais sobre este tema.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA) – Educação Infantil e Ensino Fundamental, o ensino de potenciação é iniciado no 6º ano e aprimorado nos demais anos finais do fundamental. Nos PCN este assunto faz parte do bloco “Números e Operações”; na BNCC faz parte da unidade temática “Números”; e no DCEPA encontra-se no eixo “Valores à vida social” e subeixo “O diálogo da matemática com a vida social” (Brasil, 1998, 2018; Pará, 2019).

Especificamente, a BNCC considera a potenciação como uma das operações fundamentais da matemática, em sua unidade temática Números. Ao comentar sobre as finalidades desta última, o documento ressalta:

Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (Brasil, 2018, p. 269)

Isso reforça, portanto, que a potenciação serve de base para outros objetos de conhecimento a serem vistos posteriormente no Ensino Fundamental, como os Produtos Notáveis, a Notação Científica e a Radiciação, bem como no Ensino Médio, entre os quais os Logaritmos, as Equações e Funções Exponenciais, a Permutação e os Binômios de Newton.

Certos de que o ato de ensinar não deve ser uma mera transmissão de conhecimentos consolidados, enxergamos na área da Educação Matemática uma fonte de aprendizado, inspiração e reflexão para a nossa jornada como professor de matemática e de profissional da educação. Para Pais (2011, p. 10):

A educação matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática.

Apesar de relativamente nova, quando comparada a outras, esta área de pesquisa possui, atualmente, diversas tendências teóricas. Uma delas é intitulada de *Didática da Matemática*, e tem origem francesa. Por ter como base metodológica o *Construtivismo Piagetiano* e ser algo que acreditamos ter grande valor teórico e científico, escolhemos a Didática da Matemática como alicerce da presente pesquisa. Novamente, de acordo com Pais (2011, p. 11):

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objetivo de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica.

Sobre o construtivismo, o qual a didática da matemática se inspira, D'Amore (2007, p. 75) explica que é:

Uma teoria da matemática [que] baseia-se nos estudos cognitivos: a questão básica é que o estudante constrói, de maneira ativa, seu próprio conhecimento, interagindo com o ambiente e organizando suas construções

mentais. O ensino influencia o que o estudante aprende, porém, não determina tal aprendizagem. Isso quer dizer que o estudante não se limita a receber passivamente o conhecimento, mas o elabora novamente, de modo constante e autônomo.

É necessário considerar, portanto, metodologias de ensino, aprendizagem e avaliação que estejam de acordo com o construtivismo e as teorias piagetianas. Em concordância com isso, utilizaremos então a do Ensino por Atividades, a qual de acordo com Sá (2019) tem como base as ideias de Jerome Bruner e a sua Teoria da Categorização, baseada em Vigotsky, que defendia a utilização da atividade como parte essencial do processo de aprendizagem dos estudantes, os quais se tornassem sujeitos ativos neste processo, em oposição ao método tradicional de ensino da Matemática, que os colocava como meros expectadores da transmissão de conhecimentos, oferecida pelo professor.

Segundo Sá (2019) o Ensino por Atividades apresenta dois tipos de atividades, no que se trata dos seus objetivos de intervenção: o de **conceituação**, isto é, que planeja introduzir um conceito matemático aos estudantes; e o de **redescoberta**, o qual pretende que o aluno perceba um determinado aspecto, regularidade ou propriedade do objeto matemático em questão. Quanto ao modo de execução, a atividade pode ser do tipo de **demonstração**, que é procedido pelo professor e acompanhado pelos estudantes, e o de **experimentação**, cujos próprios alunos são os protagonistas da execução da atividade, cabendo ao professor ser o mediador dela.

Desse modo, o problema que orienta esta pesquisa é o seguinte: **Quais os resultados da aplicação de uma sequência didática, baseada na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais para o ensino de potenciação, na aprendizagem de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em termos do conhecimento conceitual e procedimental deste objeto matemático?**

Já o nosso objetivo é: **Analisar os resultados na aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir da aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de potenciação, com base na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais.** Os objetivos específicos são:

- a) Descrever os resultados da aplicação de uma sequência didática para o ensino de potenciação por meio da metodologia do Ensino por Atividades Experimentais;
- b) Analisar o desempenho dos alunos antes e depois da aplicação da sequência didática;
- c) Verificar a interferência de variáveis socioeducacionais no desempenho dos alunos.

Como metodologia de pesquisa, escolhemos usar a Engenharia Didática, oriunda da escola francesa da Didática da Matemática. Essa escolha se deu por concordarmos com Sá e Alves (2011, p. 146) quando os autores afirmam que essa metodologia:

[...] está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino.

Ainda segundo Sá e Alves (2011), a Engenharia didática se divide em quatro etapas: **Análises Prévias, Concepção e Análise *a priori* das situações didáticas da engenharia, Experimentação e Análise *a posteriori* e Validação**. Desse modo, o presente trabalho foi dividido nas seguintes seções:

- **Seção 1 – Introdução:** a presente parte, onde são mostradas as informações gerais deste trabalho.
- **Seção 2 – Engenharia Didática:** explica de forma detalhada a metodologia de pesquisa escolhida para a elaboração desta obra, sua história, principais autores, suas etapas etc., além de descrever os procedimentos metodológicos adotados.
- **Seção 3 – Análises Prévias:** são apresentados os resultados do levantamento sobre o ensino de potenciação, a partir de seus aspectos históricos, matemáticos e curriculares, bem como são levantadas algumas discussões de

caráter didático e epistemológico. Somado a isso, é exibida a análise de uma consulta com 70 professores de matemática atuantes da rede pública.

- **Seção 4 – Concepção e Análise *a priori* das situações didáticas da engenharia:** apresenta como resultado a elaboração dos testes e da sequência didática, baseada em Sá (2009), Santos (2017), além de Melo e Justulin (2020), bem como os nossos pré e pós-testes, assim como expõe as hipóteses elaboradas a respeito da aplicação dela.
- **Seção 5 – Experimentação:** são realizados um pré-teste junto de um questionário socioeducacional, além da aplicação da sequência didática e, posteriormente, um pós-teste em duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental, que tem como *locus* uma escola pública da Região Metropolitana de Belém.
- **Seção 6 – Análise *a posteriori* e Validação:** os resultados são analisados, comparados com as hipóteses e validados estatisticamente, a partir do Teste Exato de Fisher, coeficiente V de Cramer, além do Teste de Hipóteses.
- **Seção 7 – Considerações finais:** momento em que fazemos um panorama geral do presente trabalho.

Além disso, a presente pesquisa tem como base trabalhos em estudos sobre este assunto, como Feltes (2007) e Paias (2009), assim como alguns mais recentes, como o de Barbosa (2016), Santos (2017), Paias (2019), Silva (2020), Melo (2020) e Ribeiro (2021). A parte histórica conta com autores como Boyer (1974), Cajori (1993), Ponte e Oliveira (1999) e Eves (2004). Sobre a área curricular no ensino de matemática nos baseamos em autores como Godoy e Santos (2012), Rafael, Sousa e Freitas (2013) e Mello (2014), além dos debates realizados nos PCN, BNCC (Brasil, 1998; 2018) e DCEPA (Pará, 2019).

Antes de iniciarmos, é importante ressaltar a diferença entre os termos “potenciação” e “potência”. Paias (2019, p. 38), com base nas teorias de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval e da Semiótica de Charles Sanders Peirce, afirma o seguinte:

[...] concluímos que existe uma diferença nos termos potenciação e potência. Assim, consideramos que a potenciação não é uma operação e sim uma representação do objeto matemático potência, pois Duval (2003) afirma que o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas.

[...] Portanto, para nós, após este estudo mais aprofundado, assumimos também que a potenciação é uma representação no registro algébrico do objeto matemático potência. Entendemos que, mesmo no conjunto dos números naturais, a potenciação não é uma operação, pois não envolve um algoritmo entre seus elementos: base e expoente, de uma forma direta e sim representa um produto reiterado de fatores que é a base tantas vezes quanto for o expoente.

Portanto, ao longo de toda essa pesquisa, quando utilizarmos o termo “potência” estaremos nos referindo especificamente ao resultado da potenciação, a não ser que seja devidamente expressa outra determinação ou quando estivermos citando diretamente trechos de outras obras, em que originalmente os autores tenham utilizado este termo de maneira diferente da nossa.

2 A ENGENHARIA DIDÁTICA

D'Amore (2007) traz uma discussão a respeito do termo “didática” e dos seus diferentes significados em tempos e países diferentes que, no geral, poderiam significar a área da pedagogia cujo objetivo é o estudo dos métodos de ensino. Entretanto, uma mudança significativa ocorreu na França, em meados dos anos 60 do século passado:

Nos anos 60, a Pedagogia geral parecia corresponder esquematicamente à teoria que trata dos problemas de organização, a partir de vários pontos de vista, mas sempre gerais, antes da classe e depois da escola, também entendidas em sentido abstrato. A Pedagogia especial, ao contrário, parecia referir-se de maneira específica a cada disciplina. Porém, dada a excessiva generalidade do sentido da Pedagogia geral e seu refugiar-se no seio da Filosofia, desenvolveu-se na França e foi sendo usado cada vez mais o termo ‘didática’ para distinguir, no interior da Pedagogia, tudo o que concerne à instrução e de todo modo, à relação com o ensino. (D'Amore, 2007, p. 19)

Um dos motivos desse fenômeno foi a ascensão da escola francesa de Didática da Matemática. Ela tem como base a teoria construtivista de Jean Piaget, além de ter sido bastante influenciada pela escola de Genebra e seus trabalhos de psicologia genética, em contraposição às teorias behavioristas da aprendizagem. Grande parte do seu desenvolvimento se deu nos *Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques*¹ (IREM) criados no fim dos anos 1960, na França (Sá; Alves, 2011).

Algumas das produções mais conhecidas dessa escola são: as teorias da Transposição Didática; e Antropológico do Didático, descritas por Yves Chevallard; a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, promovida por Michèle Artigue; as teorias das Situações Didáticas; dos Obstáculos Epistemológicos e do Contrato Didático, de Guy Brosseau; a teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud; e as teorias da Dialética Ferramenta-Objeto; e dos Jogos de Quadros, de Régine Douady (Artigue; Douady, 1993).

Os IREM foram responsáveis por juntar profissionais de diversas áreas para trabalharem juntos: professores dos ensinos Fundamental, Médio e Superior, bem como matemáticos, físicos, psicólogos, sociólogos, entre outros. Eles visavam, inicialmente, a melhoria da formação inicial e continuada dos profissionais da

¹ Em tradução própria: “Instituto de Pesquisa em Educação Matemática”.

educação, a partir da produção e divulgação de materiais de apoio para eles (Douady, 1995).

Desde o início, os estudiosos franceses da educação matemática buscaram investigar o ensino e aprendizagem em matemática de um ponto de vista mais científico, mas sem se desvincular do seu tripé professor-estudante-saber matemático. Isto é, as pesquisas deveriam sempre estar ligadas ao que acontece na prática em sala de aula, sendo essa o seu grande laboratório de experiências didáticas. Sobre isso, Douady (1995, p. 03, tradução nossa) afirma que:

Do ponto de vista da pesquisa, realizam-se estudos de fenômenos estimulados e inicia-se um processo de busca de explicações. Em 1972, a escola Michelet foi criada em Bordeaux. Essa escola, projetada por Guy Brousseau, é um lugar especial. É um laboratório dentro da própria prática, onde se encontram muitos meios para o estudo dos fenômenos didáticos.

D'Amore (2007, p. 77) afirma que na Escola francesa:

[...] o processo de ensino-aprendizagem é visto como global, os modelos que foram desenvolvidos compreendem as dimensões epistemológicas, sociais e cognitivas, e consideram as interações entre o saber, os alunos e o professor no interior do contexto de sala de aula.

Desse cenário são introduzidos outros conceitos, como o de *sistema de ensino*, *noosfera*, *situações didáticas*, *milieu*, *transposição didática*, *contrato didático*, entre outros. Nesse contexto de produção educacional para a pesquisa, o ensino e a aprendizagem de matemática, surge a Engenharia Didática, como afirma Douady (1995, p. 05, tradução nossa):

Os docentes das equipes dos IREM decidem preparar conjuntamente suas aulas com certa intenção de aprendizagem; fazer observações mútuas de classe; analisar as observações coletadas; e tomar novas decisões. A didática como campo científico entra em pleno auge. São desenvolvidas metodologias de investigação características da tradição francesa. Este é o caso da *engenharia didática* o que se encontra particularmente nas obras de G. Brousseau, M. Artigue, R. Duady, M. R. Perrin e J. Robinet.

Assim, observamos a concepção das autoras acerca da Engenharia Didática:

Por volta de 1982 surgiu em França o termo engenharia didáctica para designar e atribuir um estatuto a uma categoria de produtos didáticos elaborados por investigadores, alguns deles há já vários anos. Trata-se de situações de aprendizagem adaptadas aos quadros teóricos desenvolvidos pela investigação e destinadas a desempenhar para os alunos o papel de

gêneses artificiais de conceitos matemáticos em que os investigadores pretendem controlar as condições de aprendizagem e de apropriação. (Artigue; Douady, 1993, p. 56)

A engenharia didática foi oficialmente proposta em 1988, por Michèle Artigue, no volume 9/3 da *Recherches em didactique des mathématiques* (Sá; Alves, 2011) e se caracteriza como uma metodologia de investigação, ou seja, “um esquema experimental baseado nas ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na construção, realização, observação e análise de sessões de ensino” (Almouloud, 2007, p. 171). A autora sugeriu este nome porque é uma forma de trabalho didático:

(...) comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia nos conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar com objetos mais complexos que aqueles depurados da ciência (ARTIGUE, 1996, p. 193, tradução nossa).

Sá e Alves (2011, p. 147) elaboram o seguinte quadro para que possamos comparar o trabalho de um engenheiro com o de um pesquisador em didática:

Quadro 01 – Ações do engenheiro e do pesquisador em didática

Ações	Engenheiro	Pesquisador em didática
Apoia-se nos conhecimentos científicos de seu domínio.	Apoia-se nos conhecimentos oriundos da Engenharia e suas teorias.	Apoia-se nos conhecimentos oriundos da pesquisa em didática e suas teorias.
Submete-se ao controle científico.	É controlado pelas normas legais que estabelecem os procedimentos e exigências para as construções.	É controlado pelas normas estabelecidas pela ética na pesquisa.
Trabalha com objetos complexos.	Desenvolve o seu trabalho em um ambiente em que a complexidade é inerente às condições do projeto, devido envolver materiais distintos e combinações deles por seres humanos.	Desenvolve o seu trabalho em um ambiente em que a complexidade é inerente às condições de sala de aula devido à diversidade de relações envolvidas na atividade pedagógica e os aspectos cognitivos.
Estuda de forma prática meios de alcançar o seu objetivo.	Estuda a situação apresentada, buscando procedimentos e materiais que garantam a viabilidade do projeto.	Estuda a situação apresentada, buscando procedimentos e materiais que visem superar ou aperfeiçoar a situação didática em questão.
Estuda situações ainda não resolvidas.	A cada projeto tem que estudar as condições ambientais, materiais, de mão de obra, tecnológicas e financeiras disponíveis para, com criatividade e técnica, propor a sequência de desenvolvimento do novo projeto.	A cada pesquisa tem que estudar as condições socioambientais, ideológicas, materiais e tecnológicas disponíveis para, com criatividade e técnica, propor uma alternativa metodológica para a situação em estudo.

Fonte: adaptado de Sá e Alves (2011, p. 147).

Assim, Artigue (1996, p. 193) indica que a Engenharia Didática “foi então vista como meio de abordar duas questões cruciais, dado o estado de desenvolvimento da didáctica da matemática na época”. São elas:

- As relações entre a investigação e a ação no sistema de ensino;
- Colocar as ações didáticas desenvolvidas na sala de aula no seio das metodologias de investigação didática.

A autora afirma ainda que a Engenharia Didática se difere de outras metodologias de pesquisa, focadas na experimentação em sala de aula, por seu meio de validação: enquanto a maioria delas opta por uma abordagem comparativa, no qual são montados grupos experimentais e outros de controle, o método por ela elaborado utiliza um só grupo, no qual a experiência é validada por meio de um estudo de caso e no confronto das análises feitas antes e depois do experimento realizado nele.

Portanto, de acordo com Sá e Alves (2011), a pesquisa baseada na Engenharia Didática é constituída de quatro fases:

1. A das **Análises Prévias**, onde se verifica tudo o que já se tem de conhecimento sobre o objeto de estudo, como os aspectos históricos, matemáticos, curriculares, estudos bibliográficos a respeito do tema, a opinião de discentes e docentes sobre o ensino e a aprendizagem do objeto do conhecimento em questão, na tentativa de verificar os seus possíveis desafios didáticos e epistemológicos, entre outros;
2. A da **Concepção e Análise *a priori* das situações didáticas da engenharia**, momento em que é elaborada a sequência didática relacionada ao conteúdo matemático estudado, bem como são feitas as hipóteses detalhadas acerca da resposta dos estudantes frente à aplicação da sequência didática, com base nas análises prévias;
3. A da **Experimentação**, a qual se dedica a aplicar a sequência didática, desenvolvida na etapa anterior, e registrar tudo o que for possível a respeito da interação com os estudantes, e ao mesmo tempo mediar e

direcionar a compreensão deles quanto à aprendizagem do objeto estudado;

4. E, por fim, a da **Análise a posteriori e Validação**, ponto em que o pesquisador confronta os resultados da terceira fase com as hipóteses elaboradas na segunda, com o objetivo de encontrar explicações para o sucesso ou não da aplicação da sequência didática. Nesta etapa poderão ser usados métodos estatísticos que ajudem a comprovar as conclusões obtidas.

Considerando todos estes fatores apresentados, escolhemos a engenharia didática para nortear a presente pesquisa por acreditarmos que ela atende a todas as nossas necessidades metodológicas. Por fim, concordamos com Pais (2001, p. 107-108) quando este diz que:

A justificativa de escolha pelo uso de uma engenharia didática se deve ao fato que as técnicas tradicionais, tais como questionários, observações diretas, entrevistas, análises de livros, análise documental, são insuficientes para abranger a complexidade do fenômeno didático, sobretudo, em nível de sala de aula. (...) Assim, a utilização de uma engenharia didática reforça a confiabilidade da pesquisa e sua potencialidade se deve à defesa do vínculo com a realidade em sala de aula.

Inspirado nessa metodologia, veremos na seção a seguir as análises prévias quanto ao processo de ensino, aprendizagem e avaliação de potenciação, considerando aspectos históricos, matemáticos, curriculares, entre outros.

3 ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção, apresentamos a composição das Análises Prévias em nosso estudo: considerações históricas sobre a potenciação, além de estudos e experiências de professores e alunos acerca do seu processo de ensino-aprendizagem.

3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS

Assim como a maioria dos conhecimentos matemáticos, a ideia de potenciação surgiu da necessidade humana, sendo neste caso em específico, da demanda por expressões que representassem quantidades maiores e grandiosas (Paias, 2009). Sobre isso, Ponte e Oliveira (1999, p. 29) dizem que:

A escrita simbólica da potência de um número ou de uma variável é, actualmente, um assunto elementar, cedo introduzido na matemática escolar. Contudo, a simplicidade do conceito e do respectivo simbolismo esconde um extenso período de construção e desenvolvimento, para o qual contribuíram numerosos matemáticos de diversas civilizações.

Ao longo da história, muitos matemáticos e pensadores contribuíram para que fosse criada a notação que utilizamos hoje, passando pelas questões de cálculos simples, envolvendo, por exemplo, a geometria, e pelas equações e funções exponenciais, em que a potenciação não era, necessariamente, o objetivo final da resolução a ser feita. Vejamos a seguir, portanto, algumas das situações históricas que envolvem o desenvolvimento da ideia e da notação da potenciação.

Cajori (1993) aponta que em antigos documentos Babilônios e Egípcios há registros acerca do cálculo do quadrado de alguns números. Ponte e Oliveira (1999, p. 29) afirmam que um desses documentos é um “(...) papiro egípcio que remonta ao final do Império Médio (cerca de 2100-1580 a.C)”. Além disso, segundo os autores, em um registro babilônico (conhecido como “tabuinha de Larsa”) há o quadrado de vários números, que vão até o 60, talvez por o seu sistema de contagem ser o sexagenal.

Contudo, a palavra potência só foi utilizada pela primeira vez por Hipócrates de Quios (470–410 a.C.), em um livro que agrupou os conhecimentos de geometria da sua época:

Esse livro, considerado o primeiro em Geometria, foi precursor do livro Elementos, no qual dizem que o autor, Euclides, recolheu muitas informações importantes. Hipócrates designou o quadrado de um segmento pela palavra “dynamis”, que significa precisamente, potência. (AVAMEC, s.d.)

Inicialmente, o significado de “potência” se referia apenas àquele que hoje chamamos de expoente igual a 2 ou “quadrado”, e só muitas décadas depois é que se tornou um termo mais geral (Ponte; Oliveira, 1999).

Dois séculos depois de Hipócrates, por volta de 250 a. C., Arquimedes escreveu um livro cujo nome tem diferentes traduções para o português: Ponte e Oliveira (1999) o traduziram como “Contador de areia”, enquanto Boyer (1974) o nomeou como “Computador de areia”. Certo é que nesta obra Arquimedes mensura a quantidade de grãos de areia que são necessários para preencher o universo solar, baseado em especulações feitas por Aristarco de Samos, décadas antes, e assim poder escrever números ainda maiores que esse.

Para isso, Arquimedes desenvolveu uma nova terminologia: a numeração da época, que era alfabética, só ia até 10.000, o que se chamava de *miríade* (e que hoje expressamos por 10^4), então ele criou a *miríade de miríade*, ou seja, agora considerava números de 1 a 10^8 . Dessa forma, o matemático chegou a um número que não é maior que um que hoje escrevemos como 10^{51} , e o fez utilizando ordens: a primeira ia de 1 a 10^8 ; a segunda de 10^8 a 10^{16} , e assim por diante, sempre com a unidade sendo 10^8 (Ponte; Oliveira, 1999). Ou seja, Arquimedes acabou encontrando uma relação muito semelhante ao que hoje chamamos da propriedade do produto e bases iguais:

$$10^3 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 = 10^{51}$$

Arquimedes ainda propôs o número $(10^8)^{10^8}$, isto é, um número que começa com o algarismo 1 e segue com 800 milhões de algarismos zeros. Isso acabou por contribuir, muitos séculos depois, para a invenção dos logaritmos, onde “a adição das ‘ordens’ dos números (o equivalente de seus expoentes quando a base é 100 000 000) corresponde a achar o produto dos números” (Boyer, 1974, p. 93).

Contemporâneo de Arquimedes (e possivelmente um rival do mesmo), Apolônio do Perga fez parte da considerada “Idade Áurea” da matemática Grega

(Boyer, 1974). Ele tratou de muitos assuntos, mas especificamente sobre a potenciação, o matemático:

Desenvolveu um esquema de “tetradas” para exprimir grandes números, usando equivalentes de expoentes da miríade, ao passo que Arquimedes usava a dupla miríade como base. (...) Aqui o número $5\,462\,360\,064 \times 10^6$ é escrito como $\mu^\gamma, \varepsilon\nu\xi\beta\mu^\beta, \gamma\lambda\mu^\alpha, \varsigma^\nu$ onde μ^γ , μ^β e μ^α são a terceira, a segunda e a primeira potências, respectivamente, de uma miríade. (Boyer, 1974, p. 104)

Cinco séculos depois de Arquimedes e Apolônio, por volta de 250 d. C., Diofanto (ou também *Diofante*) de Alexandria, em sua obra *Arithmetica*, deu prosseguimento ao processo chamado de “Álgebra Sincopada”, ou seja, de representar valores a partir de símbolos e/ou letras. Cajori (1993, p. 72, tradução nossa, grifo nosso) nos mostra como Diofanto representou algumas potenciações:

O quadrado de um número, x^2 , é representado na obra de Diofanto como Δ^γ ; O cubo de um número, x^3 , é representado em *Arithmetica* como K^γ ; Um número elevado à quarta potência (quadrado-quadrado), x^4 , é representado na obra de Diofanto como $\Delta^\gamma\Delta$; Um número elevado à quinta potência (quadrado-cubo), x^5 , é representado em *Arithmetica* como ΔK^γ ; Um número elevado à sexta potência (cubo-cubo), x^6 , é representado na obra de Diofanto como $K^\gamma K$.

Eves (2004, p. 209) explica a escolha de Diofanto por essas expressões:

[...] o significado das notações para as potências da incógnita parece bastante claro: assim, “incógnita ao quadrado” se indica por Δ^γ , as duas primeiras letras da palavra grega *dunamis* ($\Delta Y N A M I \Sigma$) que significa “potência” e “incógnita ao cubo” se denota por K^γ , as duas primeiras letras da palavra grega *kubos* ($K Y B O \Sigma$) que significa “cubo”. Facilmente se explicam os símbolos das potências seguintes da incógnita [...].

Sobre a notação elaborada por Diofanto, Boyer (1974, p. 133) explica que:

A diferença principal entre a sincopação de Diofante e a notação algébrica moderna está na falta de símbolos especiais para operações e relações, bem como de notação exponencial. Esses elementos de notação que faltavam foram em grande parte contribuição do período do fim do século quinze ao começo do século dezessete, na Europa.

Muitos séculos depois de Diofanto, o matemático hindu Bhaskara lançou, em 1150 d.-C., uma obra intitulada *Lilavati*, a qual trazia menções às potenciações que envolviam o que chamamos hoje de expoentes quadrado e cúbico. Entretanto,

diferente de Diofanto, as demais potências foram expressas a partir do sistema multiplicativo: enquanto Diofanto representava a potenciação n^5 como ΔK^V (quadrado-cubo), ou seja, como nos dias de hoje fazemos $n^2 \cdot n^3 = n^5$ (que é chamado de princípio aditivo), os matemáticos hindus entendiam o quadrado-cubo (ou *varga-g'hana*, na língua deles) como o que hoje concebemos como n^6 , ou seja, eles multiplicavam os expoentes (Cajori, 1993).

Segundo Ponte e Oliveira (1999), vários matemáticos dos séculos XIII ao XVII consideravam ora o princípio aditivo, ora o multiplicativo, em suas obras, e isso ajuda a mostrar o quanto o desenvolvimento da matemática até os dias atuais não foi linear, com diferentes notações para os mesmos objetos coexistindo em muitas situações. Os autores, inclusive, alegam que a construção da notação de potenciação esteve bastante ligada ao desenvolvimento da álgebra:

O conceito de potência e a escrita algébrica estiveram fortemente ligados desde o princípio. Alguns matemáticos do século XV e XVI, tais como Luca Pacioli (1445-1517), Niccolò Tartaglia de Brescia (1499-1557), Gerolamo Cardano (1501-1576) e Pedro Nunes (1502-1578), usavam a mesma notação para representar potências das variáveis. A incógnita era representada por *co.*, a abreviatura da palavra *cosa*, por sua vez tradução de *res* em latim, *ce.*, abreviatura de *censo*, representava o seu quadrado e *cu.* (*cubo*) o seu cubo. (Ponte; Oliveira, 1999, p. 30)

Silva *et al.* (2024, p. 04) concordam com esse pensamento quando apontam que o desenvolvimento da ideia e representação da potenciação “está ligada às ideias de incógnita e, posteriormente, de variável”. E complementam:

(...) além da necessidade de representar números cada vez maiores, muito do que historicamente foi produzido com relação à potenciação se relaciona à ideia de simbolizar um valor desconhecido multiplicado por ele mesmo, certa quantidade de vezes. Isso significa que a transformação da representação do que hoje chamamos de *incógnita* e *variável* contribuiu diretamente nas propostas de notação exponencial feitas por diversos pensadores. (Silva *et al.*, 2024, p. 04)

Boyer (1974) nos mostra que um dos primeiros matemáticos a utilizar potenciações de expoentes independentes, isto é, que não dependiam da combinação de outras potenciações anteriores, como em Diofanto e Bhaskara, por exemplo, foi Nicolas Oresme, ainda no século XIV. Ele “sugeriu também o uso de notações especiais para potências fracionárias” (Boyer, 1974, p. 192), além de uma noção de potenciação de expoente irracional.

Sob certa influência de Oresme, o matemático francês Nicolas Chuquet lançou uma obra que nomeou de *Triparty en la science des nombres*, cuja última parte tratava da “regra da incógnita”, ou seja, de álgebra. Nela estabeleceu uma nova forma de escrever potenciações, muito parecida com a que temos atualmente, conforme vemos em Boyer (1974, p. 203):

A segunda potência ele chamava *champs* (ao passo que o termo latino era *censos*), a terceira *cubiez*, e a quarta *champs de champ*. Para múltiplos dessas Chuquet inventou uma notação exponencial de grande importância. A *denominacion* ou potência da quantidade desconhecida era indicada por um expoente associado ao coeficiente do termo, de modo que nossas expressões modernas $5x$ e $6x^2$ e $10x^3$ apareciam em *Triparty* como $.5.^1$ e $.6.^2$ e $.10.^3$. Ainda mais, expoentes zero e negativos também aparecem juntamente com as potências inteiras positivas, de modo que nosso $9x^0$ ficava $.9.^0$ e $9x^{-2}$ era escrito como $.9.^{2.m}$, isto é, $.9.^{seconds\ moins}$. Uma tal notação revelava as leis dos expoentes, que Chuquet pode ter conhecido através da obra de Oresme sobre proporções. Chuquet escreveu, por exemplo, que $.72.^1$ dividido por $.8.^3$ dá $.9.^{2.m}$ – isto é, $72x:8x^3 = 9x^{-2}$.

Outras notações foram introduzidas por matemáticos como Rafael Bombelli (1526-1572) e Simon Stevin (1548-1620) que escreviam expressões algébricas do tipo $x^4 + 3x^2 - 7x$, respectivamente, como:

Figura 01 – Notação exponencial de Rafael Bombelli e Simon Stevin

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{4} & \textcircled{2} & \textcircled{1} \\ 1+3-7 & e & 1+3-7 \end{array}$$

Fonte: Produzida pelo autor, baseada em Ponte e Oliveira (1999).

Assim, vemos em AVAMEC (s.d.) que:

Com o desenvolvimento da Matemática, principalmente pelo surgimento da álgebra, as potências foram cada vez mais utilizadas também com notações simbólicas nas variáveis das equações algébricas, introduzidas principalmente por François Viète (1540–1603).

O francês François Viète (1540-1603), que estudava matemática por lazer, contribuiu com vários avanços para a trigonometria, álgebra à geometria. Com relação a notação de potenciações, ele “introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes” (Eves, 2004, p. 309), além de passar a usar a mesma letra para representar a mesma quantidade, o que não era

feito antes dele. Então, as atuais expressões x, x^2, x^3 eram simbolizadas por ele como $A, A \text{ quadratum}, A \text{ cubum}$, que depois foram abreviadas por outros matemáticos como $A, A q, A c$ (Eves, 2004).

A notação de potenciação só foi se tornar mais próxima de como a concebemos hoje na obra *Géometrie* (1637), de René Descartes (1596-1650). Neste livro ele começa a utilizar as últimas letras do alfabeto para retratar as incógnitas, assim como usar as expressões xx e x^2 como “ x quadrado” (Boyer, 1974). Ponte e Oliveira (1999) contam que antes mesmo de Descartes, Hume em 1636 e Hérigone em 1634 escreveram potenciações de uma forma bem parecida com a da atualidade: representavam a expressão $5a^4$ como $5a^{iv}$ e $5a4$, respectivamente.

Apesar disso, foi mesmo a notação de Descartes que se tornou mais conhecida, influenciando matemáticos e outros estudiosos como Leibniz, John Wallis e Isaac Newton. Inclusive, segundo Eves (2004, p. 432), “Wallis foi o primeiro a explicar de maneira razoavelmente satisfatória o significado dos expoentes zero, negativos e fracionários”. Já Ponte e Oliveira (1999, p. 33) afirmam que mesmo com Descartes “o conceito de potência anda era algo restritivo. Ele só foi alargado, de modo que tanto a base como o expoente pudessem ser números racionais quaisquer, em 1676, por *Isaac Newton* (1642-1727)”.

Segundo Ponte e Oliveira (1999, p. 33):

O conceito de potência viria receber seus retoques finais quando foi feita uma construção rigorosa do conjunto dos números reais, já no final do século XIX. Nessa altura, colocou-se finalmente a questão de saber em que casos faz sentido definir potência.

Como já dissemos anteriormente, todos esses processos ajudam a mostrar que a matemática não foi construída de maneira pronta e muito menos de forma linear. Às vezes algo que é descoberto em um momento só fará sentido matemático ou então só será agregado aos conhecimentos elaborados, tempos depois. Um exemplo disso são os logaritmos:

Hoje em dia, um logaritmo é universalmente considerado como um expoente; assim, se $n = b^x$, dizemos que x é o logaritmo de n na base b . Dessa definição, as leis dos logaritmos decorrem imediatamente das leis dos expoentes. Uma das incongruências da história da matemática é que os logaritmos foram descobertos antes de se usarem expoentes. (Eves, 2004, p. 346)

Sobre o processo de elaboração da notação de Potenciação, Cajori (1993, p. 360, tradução nossa) conclui que:

Talvez não haja simbolismo em álgebra que foi tão bem escolhida e tão maleável quanto aos expoentes Cartesianos. Descartes escreveu um a^3, x^4 ; a extensão deste para expoentes a^n em geral foi fácil. Além disso, a introdução de frações e números negativos, como expoentes, foi prontamente realizada. O expoente irracional, como em $a^{\sqrt{2}}$, encontrou admissão incontestada. Era natural tentar expoentes na forma de imaginário puro ou de números complexos (L. Euler, 1740). No século XIX valiosas interpretações foram elaboradas, as quais constituem a teoria geral de b^n onde b e n podem ser ambos complexos. Nossa notação exponencial tem sido de grande ajuda para o avanço da ciência da álgebra a um grau que não poderia ter sido possível sob a antiga notação alemã ou de outras anteriores. Em nenhum outro lugar a importância de uma boa notação para o rápido avanço de uma ciência matemática pode ser visto com mais força do que no simbolismo exponencial da álgebra.

Por fim, Silva *et al.* (2024, p. 20) concordam com Cajori ao afirmarem que, “de fato, [...] uma parte importante da história da matemática se confunde com a história do desenvolvimento da notação da potenciação”. Sendo assim, após tratarmos dos aspectos históricos que envolvem a potenciação, no próximo tópico iremos abordar as questões matemáticas que permeiam este assunto.

3.2 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Foi possível observar anteriormente que a concepção da operação de potenciação sofreu vários processos de mudança e evolução ao longo dos séculos, até chegar ao atual estágio a qual se considera matematicamente consolidada. Vejamos a partir de agora os aspectos matemáticos deste assunto, os quais podem ser introduzidos de diversas maneiras, conforme podem ser vistos, por exemplo, em Caraça (1951), Iezzi, Dolce e Murakami (2013), Iezzi *et al* (2002) e Reis (2021a, 2021b). Para esta seção inteira foi escolhida uma miscelânea das ideias apresentadas nessas obras, onde foram feitas adaptações e que seguirá um caminho mais adequado para a apresentação do assunto, conforme as necessidades do autor.

3.2.1 Potenciação de expoente natural

3.2.1.1 Definição

Seja a um número Real ($a \in \mathbb{R}$) e n um número natural, com $n \geq 2$. Temos, assim, a *potenciação* a^n , cujo a é chamado de *base*, n de *expoente* e o resultado dessa interação entre a e n de *potência*, tal que:

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}^{n \text{ vezes}}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Dessa definição decorre que:

$$a^2 = \overbrace{a \cdot a}^{2 \text{ vezes}}; a^3 = \overbrace{a \cdot a \cdot a}^{3 \text{ vezes}}; a^4 = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a}^{4 \text{ vezes}},$$

ou seja, **para n natural, com $n \geq 2$, temos que a^n é uma potenciação obtida a partir de um produto de n fatores iguais a a .**

Além disso, também podemos definir a potenciação da forma a seguir, a qual amplia a definição anterior e irá nos auxiliar na demonstração das propriedades que veremos mais a frente: Sendo dado um número real $a \in \mathbb{R}$ chamado de *base* e n um número natural qualquer chamado de *expoente*, definimos o número a^n como uma *potenciação* de *base* a e *expoente* n , fornecendo um resultado nomeado de *potência*, de tal modo que:

$$\begin{cases} a^1 = a \\ a^{n+1} = a^n \cdot a \end{cases}$$

Assim,

$$\begin{aligned} a^1 &= a; \\ a^2 &= a^1 \cdot a = a \cdot a; \\ a^3 &= a^2 \cdot a = (a \cdot a) \cdot a = a \cdot a \cdot a; \\ a^4 &= a^3 \cdot a = (a \cdot a \cdot a) \cdot a = a \cdot a \cdot a \cdot a; \\ a^n &= \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}^{n-1 \text{ vezes}} \cdot a \end{aligned}$$

3.2.1.2 Consequências da definição

Para uma potenciação a^n de base a real e expoente n natural e uma potenciação b^m de base b real e expoente m natural, valem as seguintes propriedades:

- I. **$a = 1 \rightarrow 1^n = 1$, ou seja, sempre que a base for igual a 1, a potência também será igual a 1.**

Demonstração

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 1$, pois:

$$1^1 = 1$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $1^p = 1$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $1^{p+1} = 1$. De fato:

$$1^{p+1} = 1^p \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1$$

Logo, pelo princípio da indução, $1^n = 1$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

- II. **$a = 0 \rightarrow 0^n = 0, \forall n \in \mathbb{N}, n > 0$ isto é, quando a base for igual à zero, a potência também será igual à zero, para todo expoente natural diferente de zero.**

Demonstração

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 1$, pois:

$$0^1 = 0$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $0^p = 0$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $0^{p+1} = 0$. De fato:

$$0^{p+1} = 0^p \cdot 0 = 0 \cdot 0 = 0$$

Logo, pelo princípio da indução, $0^n = 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

- III. **$a > 0 \rightarrow a^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, ou seja, toda potenciação de base real positiva e que tem um expoente $n \in \mathbb{N}$ é um número real positivo.**

Demonstração (adaptada de Reis (2021b))

Sejam $a, b \in \mathbb{N}$ arbitrários. Suponha que $a > 0$. Vejamos, por indução, que $a^n > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Primeiro, note que, pela definição de potenciação de expoente natural, $a^1 = a$ donde $a^1 = a > 0$. Agora suponha que $a^n > 0$ para algum $n \in \mathbb{N}$. Novamente pela definição de potenciação de expoente natural, $a^{n+1} = a^n \cdot a$ donde

$$a^n \cdot a > 0 \cdot a \rightarrow a^{n+1} > 0.$$

Logo, pelo princípio da indução, $a^n > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

IV. Toda potenciação de base negativa que tem expoente par é um número real positivo: $a < 0 \rightarrow a^{2n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

Demonstração

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 1$ pois, de acordo com as regras de sinais, temos:

$$a^{2n} = a^{2 \cdot 1} = a^2 = a \cdot a \rightarrow a^2 > 0$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, ou seja, $a^{2p} > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $a^{2(p+1)} > 0$. De fato:

$$a^{2(p+1)} = a^{2p+2} = a^{2p} \cdot a^2$$

Como $a^{2p} > 0$ e $a^2 > 0$, então $a^{2(p+1)} = a^{2p} \cdot a^2 > 0$. Logo, pelo princípio da indução, $a^{2n} > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e $a < 0$.

V. Toda potenciação de base negativa que tem expoente ímpar é um número real negativo: $a < 0 \rightarrow a^{2n+1} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

Demonstração

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 1$ pois, de acordo com as regras de sinais, temos:

$$a^{2n+1} = a^{2 \cdot 1 + 1} = a^{2+1} = a^3 = a \cdot a \cdot a \rightarrow a^3 < 0$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, ou seja, $a^{2p+1} < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $a^{2(p+1)+1} < 0$. De fato:

$$a^{2(p+1)+1} = a^{2p+2+1} = a^{2p+1+2} = a^{2p+1} \cdot a^2$$

Como $a^{2p+1} < 0$ e $a^2 > 0$, então $a^{2(p+1)+1} = a^{2p+1} \cdot a^2 < 0$. Logo, pelo princípio da indução, $a^{2n+1} < 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e $a < 0$.

VI. Unicidade: $a = b, n = m \rightarrow a^n = b^m$, isto é, duas potenciações serão iguais se suas bases e expoentes, respectivamente, também forem iguais entre si.

VII. Monotônica – parte 1: entre duas potenciações de bases iguais com valor maior que 1, será maior aquela cujo expoente é maior que o da outra: $n > m, a > 1 \rightarrow a^n > a^m$;

Demonstração:

Sendo $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$, m e n naturais, temos:

$$a^n > a^m \text{ se, e somente se, } n > m.$$

$$n > m \leftrightarrow n - m > 0 \leftrightarrow a^{n-m} > a^0 \leftrightarrow a^n \cdot a^{-m} > a^m \cdot a^{-m} \leftrightarrow a^n > a^m$$

VIII. Monotônica – parte 2: entre duas potenciações com expoentes iguais, será maior aquela cuja base tem o valor maior que o da outra: $a > b \rightarrow a^n > b^n$, com a e $b \in \mathbb{R}_+$; m e $n \in \mathbb{N}$.

Demonstração:

Sendo $a, b \in \mathbb{R}_+$, $n \in \mathbb{N}$, temos:

$$a^n > b^n \text{ se, e somente se, } a > b.$$

$$a > b \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^n > 1^n \Leftrightarrow a^n \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^n > 1 \Leftrightarrow a^n \cdot b^{-n} > b^n \cdot b^{-n} \Leftrightarrow a^n > b^n$$

3.2.2 Demais propriedades da Potenciação com expoente natural

Se $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{N}$ e $n \in \mathbb{N}$, com $a \neq 0$ ou $n \neq 0$, são verdadeiras as seguintes propriedades:

3.2.2.1 Propriedade *i* (**Pi**)- Produto entre potenciações de bases iguais

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ou seja, o produto entre potenciações de bases iguais é igual a uma potenciação cuja base é a mesma das que estão se multiplicando e está elevada à soma de seus expoentes.

3.2.2.1.1 Demonstração de **Pi** (por indução sobre n)

Demonstração adaptada de Iezzi, Dolce e Murakami (2013, p. 03):

Consideremos m fixo.

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 1$, pois:

$$a^{m+1} = a^m \cdot a = a^m \cdot a^1$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $a^m \cdot a^p = a^{m+p}$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $a^m \cdot a^{p+1} = a^{m+p+1}$. De fato:

$$a^m \cdot a^{p+1} = a^m \cdot (a^p \cdot a) = (a^m \cdot a^p) \cdot a = a^{m+p} \cdot a = a^{m+p+1}$$

3.2.2.1.2 Consequência de **Pi**: Potenciação com expoente igual a zero

Na definição dada sobre potenciação é possível observar que o expoente n pode ser um número natural qualquer. Portanto n pode ser também igual a 0. Vejamos o que acontece, nesse caso:

Seja a base $a \in \mathbb{R}^*$ e m um expoente natural arbitrário. Temos:

$$\left. \begin{array}{l} a^{m+0} = a^m \cdot a^0 \\ a^{m+0} = a^m \end{array} \right\} a^m \cdot a^0 = a^m \rightarrow a^0 = \frac{a^m}{a^m} = 1$$

Logo,

$$a^0 = 1$$

Portanto, observa-se que uma potenciação de qualquer base real diferente de zero, elevada a um expoente igual a zero, será sempre igual a 1. Há outras formas de verificar isto, com outras propriedades, mas escolhemos esta neste trabalho por acreditarmos que é de simples entendimento. Para tal definição nos baseamos no *Princípio da permanência das leis formais* ou *Princípio de Hankel*, que advém do *Princípio da Extensão*, que Caraça (1951, p. 10) define da seguinte forma:

[...] o homem tem tendência a generalizar e estender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtêm, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações pela exploração metódica de todas as suas consequências.
 Todo o trabalho intelectual do homem é, no fundo, orientado por certas *normas*, certos *princípios*. Àquele princípio em virtude do qual se manifesta a tendência que acabamos de mencionar, daremos o nome de *princípio de extensão*.

Caraça (1951, p. 26-27) ainda explica:

(...) Encontra-se no mesmo caso a potência a^0 ; em face da definição, a^0 não tem significado – não há produtos com *nenhum* factor.
 No entanto, reparemos bem, não são casos de impossibilidade; são apenas casos que as definições dadas não abrangem. Convirá deixá-los assim e não atribuir significado a $a \cdot 0$ e a^0 ? De modo nenhum – o *princípio de extensão* leva-nos a procurar uma definição.
 (...) No caso que nos está ocupando, o que é que devemos nos *economizar*? Nós possuímos um conjunto de *leis operatórias*, formado pelas propriedades formais das operações – é a generalidade deste conjunto que devemos conservar. Quer dizer, *convém que as novas definições sejam dadas de tal modo que as leis formais das operações lhe sejam ainda aplicáveis*. Este princípio é conhecido pelo nome de *princípio da permanência das leis formais*, ou princípio de Hankel (...).

3.2.2.2 Propriedade ii (**Pii**)– Quociente entre Potenciações de bases iguais

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \leftrightarrow \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0, m \geq n$$

Ou seja, o quociente entre potências de bases iguais é igual a uma potenciação cuja base é a mesma das que estão se dividindo e está elevada à diferença entre seus expoentes.

3.2.2.2.1 Demonstração de **Pii** (por indução sobre **n**)

Consideremos **m** fixo.

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois:

$$a^{m-0} = a^m = \frac{a^m}{1} = \frac{a^m}{a^0}$$

2º) Suponhamos que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$, e mostremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $\frac{a^m}{a^{p+1}} = a^{m-(p+1)}$. De fato:

$$\frac{a^m}{a^{p+1}} = \frac{a^m}{a^p \cdot a} = \frac{a^m}{a^p} \cdot \frac{1}{a} = a^{m-p} \cdot \frac{1}{a} = \frac{a^{m-p}}{a} = a^{(m-p)-1} = a^{m+(-p-1)} = a^{m-(p+1)}$$

3.2.2.3 Propriedade iii (**Piii**)– Potenciação de um Produto

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \text{ com } b \neq 0 \text{ ou } n \neq 0$$

Isto é, a potenciação cuja base é um produto entre números reais, diferentes de zero, é igual ao produto entre potenciações com expoentes iguais e bases iguais a esses números, respectivamente.

3.2.2.3.1 Demonstração de **Piii** (por indução sobre **n**)

Demonstração adaptada de Iezzi, Dolce e Murakami (2013, p. 03):

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois:

$$(a \cdot b)^0 = 1 = 1 \cdot 1 = a^0 \cdot b^0$$

2º) Suponhamos que **Piii** seja verdadeira para $n = p$, isto é, $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$, e mostraremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $(a \cdot b)^{p+1} = a^{p+1} \cdot b^{p+1}$. De fato:

$$(a \cdot b)^{p+1} = (a \cdot b)^p \cdot (a \cdot b) = (a^p \cdot b^p) \cdot (a \cdot b) = (a^p \cdot a) \cdot (b^p \cdot b) = a^{p+1} \cdot b^{p+1}$$

3.2.2.4 Propriedade iv (**Piv**)– Potenciação de um Quociente (ou uma Fração)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ com } b \neq 0$$

Isto é, a potenciação do quociente de números reais, ou seja, uma fração, com o denominador diferente de zero, é igual ao quociente de potenciações com expoentes e bases iguais a esses números, respectivamente.

3.2.2.4.1 Demonstração de **Piv** (por indução sobre n)

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 = \frac{1}{1} = \frac{a^0}{b^0}$$

2º) Suponhamos que **Piv** seja verdadeira para $n = p$, isto é, $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$, e mostraremos que é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $\left(\frac{a}{b}\right)^{p+1} = \frac{a^{p+1}}{b^{p+1}}$. De fato:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{p+1} = \left(\frac{a}{b}\right)^p \cdot \left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{a^p}{b^p}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{(a^p \cdot a)}{(b^p \cdot b)} = \frac{a^{p+1}}{b^{p+1}}$$

3.2.2.5 Propriedade v (**Pv**)– Potenciação de uma Potenciação

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ou seja, a potenciação cuja base é outra potenciação que, por sua vez, possui como base um número real, é igual a uma potenciação na qual a base é também igual a esse número, elevado ao produto dos expoentes.

3.2.2.5.1 Demonstração de **Pv** (por indução sobre **n**)

Demonstração adaptada de Iezzi, Dolce e Murakami (2013, p. 03-04):

Consideremos **m** fixo.

1º) A propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois:

$$(a^m)^0 = 1 = a^0 = a^{m \cdot 0}$$

2º) Supondo que a propriedade seja verdadeira para $n=p$, isto é, $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$, mostremos que é verdadeira para $n=p+1$, isto é, $(a^m)^{p+1} = a^{m \cdot (p+1)}$. De fato:

$$(a^m)^{p+1} = (a^m)^p \cdot a^m = a^{m \cdot p} \cdot a^m = a^{m \cdot p + m} = a^{m \cdot (p+1)}$$

3.2.3 Propriedades operatórias da Potenciação

Adaptamos a presente seção de Domingues e Iezzi (2003) e apresentaremos a seguir, de acordo com os autores, uma conceituação para as leis de composição interna de uma operação.

3.2.3.1 Definição da lei de composição interna de uma operação

Sendo E um conjunto não vazio, toda aplicação $f: E \times E \rightarrow E$ recebe o nome *operação sobre E* (ou *em E*) ou *lei de composição interna sobre E* (ou *em E*).

Nas considerações de caráter geral que faremos a seguir neste parágrafo, uma operação f sobre E associa a cada par (x, y) de $E \times E$ um elemento de E que será simbolizado por $x * y$ (lê-se “x estrela y”). Assim $x * y$ é uma forma de indicar $f(x, y)$. Diremos também que E é um conjunto munido da operação $*$.

O elemento $x * y$ é chamado de *composto* de x e y pela operação $*$. Os elementos x e y do composto $x * y$ são chamados, respectivamente, *primeiro* e *segundo termos* ou, então, *termo da esquerda* e *termo da direita*.

Outras operações poderão ser usadas para indicar uma operação sobre E .

a) *Notação aditiva*

Nesse caso, o símbolo da operação é $+$, a operação é chamada *adição*, o composto $x + y$ é chamado *soma*, e os termos x e y são as *parcelas*.

b) *Notação multiplicativa*

Nesse caso, o símbolo da operação é $\cdot$ ou a simples justaposição, a operação é chamada *multiplicação*, o composto $x \cdot y$ é chamado *produto*, e os termos x e y são os *fatores*.

c) Outros símbolos utilizados para operações genéricas são: $\Delta, \Gamma, \perp, \times, \otimes, \oplus$, etc.

Exemplo: A aplicação $f: \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ tal que $f(x, y) = x^y$ é operação de *potenciação* sobre $\mathbb{N}^*$.

Quaisquer que sejam os naturais não nulos x e y , o símbolo x^y representa um natural não nulo; portanto, f está bem definida. Podemos notar que essa operação não pode ser estendida a $\mathbb{Z}^*$, porque, por exemplo, a imagem do par $(2, -1)$ seria $2^{-1} \notin \mathbb{Z}^*$.

3.2.3.2 Propriedades das operações

Seja $*$ uma lei de composição interna em E . Vejamos algumas propriedades que $*$ pode apresentar.

3.2.3.2.1 Propriedade Associativa

Definição: Dizemos que $*$ goza da *propriedade associativa* se

$$x * (y * z) = (x * y) * z,$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Dessa forma, a potenciação em $\mathbb{N}^*$ não é operação associativa, pois:

$$\begin{aligned} 2 * (3 * 4) &= 2^{(3^4)} = 2^{81} \\ (2 * 3) * 4 &= (2^3)^4 = 2^{12} \end{aligned}$$

3.2.3.2.2 Propriedade Comutativa

Definição: Dizemos que $*$ goza da *propriedade comutativa* se

$$x * y = y * x,$$

quaisquer que sejam $x, y \in E$.

Dessa forma, a potenciação em $\mathbb{N}^*$ não é operação comutativa, pois, por exemplo $2^3 = 8$ e $3^2 = 9$.

3.2.3.2.3 Elemento neutro

Definição: Se existe $e \in E$ tal que $e * x = x$ para todo $x \in E$, dizemos que e é um *elemento neutro à esquerda* para $*$.

Se existe $e \in E$ tal que $x * e = x$ para todo $x \in E$, dizemos que e é um *elemento neutro à direita* para $*$.

Se e é elemento neutro à direita e à esquerda para a operação $*$, dizemos simplesmente que e é *elemento neutro* para essa operação.

Dessa forma, a potenciação em $\mathbb{N}^*$ somente possui elemento neutro à esquerda, pois, $x * 1 = x^1 = x$, mas $1 * x = 1^x = 1$, e não x .

3.2.3.2.4 Elementos simetrizáveis

Definição: Seja $*$ uma operação sobre E que tem elemento neutro e . Dizemos que $x \in E$ é um *elemento simetrizável* para essa operação se existir $x' \in E$ tal que

$$x' * x = e = x * x'$$

O elemento x' é chamado *simétrico de x* para a operação $*$.

Quando a operação é uma adição, o simétrico de x também é chamado *oposto de x* e é indicado por $-x$.

Quando a operação é uma multiplicação, o simétrico de x também é chamado *inverso de x* e é indicado por x^{-1} .

Dessa forma, a potenciação em $\mathbb{N}^*$ não possui nenhum elemento simetrizável, além do próprio elemento neutro à esquerda, que é o número 1, pois apenas esse termo é que faz valer a igualdade $x * x' = e = x' * x$, já que ele é simétrico de si mesmo, por ser neutro.

3.2.3.2.5 Propriedade Distributiva

Definição: Sejam $*$ e Δ duas operações sobre E . Dizemos Δ que *distributiva à esquerda* relativamente a $*$ se:

$$x\Delta(y * z) = (x\Delta y) * (x\Delta z),$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Dizemos Δ que *distributiva à direita* relativamente a $*$ se:

$$(y * z)\Delta x = (y\Delta x) * (z\Delta x),$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Quando Δ é distributiva à esquerda e à direita de $*$, dizemos simplesmente que Δ é *distributiva* relativamente a $*$.

Dessa forma, em $\mathbb{N}^*$, a potenciação é distributiva à direita em relação à multiplicação, pois:

$$(x \cdot y)^z = x^z \cdot y^z$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Entretanto, a potenciação em $\mathbb{N}^*$ não é distributiva à esquerda em relação à multiplicação, pois, por exemplo:

$$2^{3 \cdot 4} \neq 2^3 \cdot 2^4$$

3.2.4 Potenciação de expoente inteiro negativo

3.2.4.1 Definição

Dados um número real a , diferente de zero, e um número n natural, chama-se *potenciação de base a e expoente $-n$* o número a^{-n} , que é o inverso de a^n , como pode ser visto abaixo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ou seja, a potenciação de base real, diferente de zero, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da potenciação de inteiro positivo correspondente.

3.2.4.2 Consequências da definição

- 1) Com essa definição a propriedade **Pii** $\left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0\right)$, passa a ter significado para $m < n$.
- 2) Se $a = 0$ e $n \in \mathbb{N}^*$, 0^{-n} é um símbolo que não tem significado.
- 3) Com as duas definições vistas anteriormente, de potenciação de expoente natural e de potenciação de expoente inteiro negativo, é possível estabelecer a seguinte definição:
Se $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{Z}$, então:

$$a^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \text{ e } a \neq 0 \\ a^{n-1} \cdot a & \text{se } n > 0 \\ \frac{1}{a^{-n}} & \text{se } n < 0 \text{ e } a \neq 0 \end{cases}$$

As propriedades **Pi**, **Pii**, **Piii**, **Piv** e **Pv** são compatíveis com a definição de $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, em que $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$, $m \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{Z}$.

3.2.5 Operações inversas à Potenciação

A Potenciação, ao contrário da Adição e da Multiplicação, possui como característica especial possuir duas operações inversas: a **Radiciação** e a **Logaritmação**. A primeira ocorre quando são dados a potência e o expoente, para que determinemos a base; já a segunda ocorre ao serem dadas a potência e a base, para que seja determinado o expoente.

3.2.5.1 Definição de Radiciação (Raiz enésima Aritmética)

Seja a um número real não negativo e n um número natural, com $n \geq 1$, chama-se *raiz enésima aritmética* de a o número real e não negativo b tal que $b^n = a$. Chamamos de *Radical* o símbolo $\sqrt[n]{}$, e $\sqrt[n]{a}$ indica a raiz enésima aritmética de a . Nele, a é chamado *Radicando* e n de *Índice*, como pode ser visto a seguir:

$$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a, b \geq 0$$

3.2.5.1.1 Consequências da definição

- 1) A partir da definição é possível afirmar que $(\sqrt[n]{a})^n = a$, para todo $a \geq 0$.
- 2) É importante ressaltar que $\sqrt{25} = 5$ e não $\sqrt{25} = \pm 5$, ou seja, a partir da definição vista em 2.2.4.1, uma raiz sempre terá valor positivo. Porém, $-\sqrt[3]{64} = -4$, $-\sqrt{49} = -7$ e $\pm\sqrt{4} = \pm 2$, isto é, são sentenças verdadeiras em que o radical não é causador do sinal que o antecede.
- 3) O cálculo da raiz quadrada de um quadrado perfeito é igual ao módulo do radicando:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Ou seja, $\sqrt{(-6)^2} = 6$ e não -6 , e $\sqrt{x^2} = |x|$ e não x .

3.2.5.1.2 Propriedades

Se $a \in \mathbb{R}_+$, $b \in \mathbb{R}_+$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}^*$ e $p \in \mathbb{N}^*$, temos as seguintes propriedades **Ri**, **Rii**, **Riii**, **Riv** e **Rv** da Radiciação:

$$\mathbf{Ri}: \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}, \text{ para } a \neq 0 \text{ ou } m \neq 0$$

$$\mathbf{Rii}: \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\mathbf{Riii}: \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\mathbf{Riv}: (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}, \text{ para } a \neq 0 \text{ ou } m \neq 0$$

$$\mathbf{Rv}: \sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \cdot n]{a}$$

3.2.5.2 Definição de Logaritmação

Seja o número $n = \log_b a$, que se lê *logaritmo de a na base b* , determinado por dois números reais positivos a (chamado de *logaritmando*) e b (chamado de *base*), tal qual vale a seguinte relação com a potenciação:

$$\log_b a = n \leftrightarrow b^n = a$$

com $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0$

Considerando as restrições impostas ($a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0$), dados a e b , existe um único $n = \log_b a$.

3.2.5.2.1 Consequências da definição

A partir da definição de logaritmo, observa-se as seguintes propriedades para $0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0$:

- 1) O logaritmo de 1 é sempre igual a 0, seja qual for o valor da base a .

$$\log_a 1 = 0, \text{ pois } a^0 = 1.$$

- 2) O logaritmo da base é sempre igual a 1, seja qual for o valor dela.

$$\log_a a = 1, \text{ pois } a^1 = a.$$

- 3) A potenciação de uma base qualquer a e expoente $\log_a b$ é igual a b .

$$a^{\log_a b} = b,$$

pois o logaritmo de b na base a é exatamente o expoente que deve ser dado à base a para que a potência seja igual a b .

- 4) Quando ocorre de dois logaritmos em uma mesma base serem iguais, significa, portanto, que os dois logaritmandos também são iguais.

$$\log_a b = \log_a c \rightarrow b = c,$$

$$\text{pois } \log_a b = \log_a c \rightarrow a^{\log_a c} = b \rightarrow c = b.$$

3.2.4.2.2 Propriedades operatórias

- 1) **Logaritmo do Produto:** seja qual for a base, o logaritmo do produto de dois números reais e positivos é sempre igual à soma dos logaritmos dos números. Em símbolos: se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

- 2) **Logaritmo do Quociente:** seja qual for a base, o logaritmo do quociente de dois números reais e positivos é sempre igual à diferença entre o logaritmo do

dividendo e o logaritmo do divisor. Em símbolos: se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

- 3) **Logaritmo da Potenciação:** seja qual for a base, o logaritmo de uma potenciação de base real e positiva é sempre igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potenciação. Em símbolos: se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $r \in \mathbb{R}$, então:

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

- 4) **Mudança de Base:** é possível mudar o valor da base de um logaritmo para um valor à sua escolha, da seguinte forma: se ***a***, ***b*** e ***c*** forem números reais positivos e ***a*** e ***c*** diferentes de 1, então temos que

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$$

para $0 < c \neq 1$.

3.2.6 Potenciação de expoente Racional

3.2.6.1 Definição

Dados um número real positivo ***a***, um número inteiro ***p*** e um número natural ***q*** ($q \geq 1$), chama-se *potenciação de base ***a*** e expoente $\frac{p}{q}$* a raiz *q*-ésima aritmética ***a^p***:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

3.2.6.2 Propriedades

A essência das propriedades **Pi**, **Pii**, **Piii**, **Piv** e **Pv** são válidas para as potenciações de expoente racional. Se $a \in \mathbb{R}_+^*$, $b \in \mathbb{R}_+^*$, $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ e $\frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$, então valem as

seguintes propriedades **Qi**, **Qii**, **Qiii**, **Qiv** e **Qv** (as demonstrações de **Qi**, **Qiii** e **Qv** apresentadas a seguir foram adaptadas de lezzi, Dolce e Murakami (2013, p. 19)):

$$\mathbf{Qi}: a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{p+r}{q+s}}$$

Demonstração:

$$\begin{aligned} a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{\frac{r}{s}} &= \sqrt[q]{a^p} \cdot \sqrt[s]{a^r} = \sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot s}} \cdot \sqrt[q \cdot s]{a^{r \cdot q}} = \sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot s} \cdot a^{r \cdot q}} = \sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot s + r \cdot q}} = a^{\frac{ps+rq}{qs}} \\ &= a^{\frac{ps}{qs} + \frac{rq}{qs}} = a^{\frac{p}{q} + \frac{r}{s}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{Qii}: \frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = a^{\frac{p}{q} - \frac{r}{s}}$$

Demonstração:

$$\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = \frac{\sqrt[q]{a^p}}{\sqrt[s]{a^r}} = \frac{\sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot s}}}{\sqrt[q \cdot s]{a^{r \cdot q}}} = \sqrt[q \cdot s]{\frac{a^{p \cdot s}}{a^{r \cdot q}}} = \sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot s - r \cdot q}} = a^{\frac{ps-rq}{qs}} = a^{\frac{ps}{qs} - \frac{rq}{qs}} = a^{\frac{p}{q} - \frac{r}{s}}$$

$$\mathbf{Qiii}: (a \cdot b)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}}$$

Demonstração:

$$(a \cdot b)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{(a \cdot b)^p} = \sqrt[q]{a^p \cdot b^p} = \sqrt[q]{a^p} \cdot \sqrt[q]{b^p} = a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}}$$

$$\mathbf{Qiv}: \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \frac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}$$

Demonstração:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{\left(\frac{a}{b}\right)^p} = \sqrt[q]{\frac{a^p}{b^p}} = \frac{\sqrt[q]{a^p}}{\sqrt[q]{b^p}} = \frac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}$$

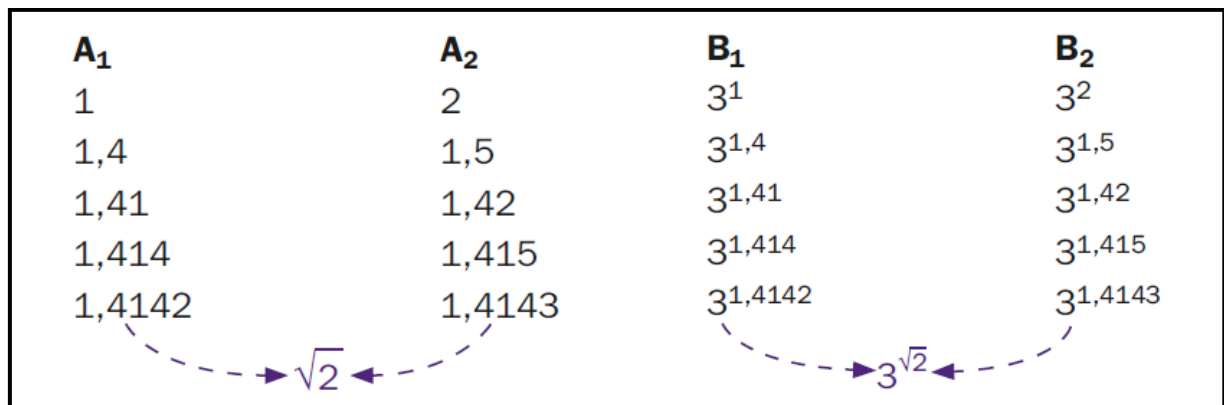
$$\mathbf{Qv}: \left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{p \cdot r}{q \cdot s}}$$

Demonstração:

$$\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^r} = \sqrt[s]{\left(\sqrt[q]{a^p}\right)^r} = \sqrt[s]{\sqrt[q]{a^{p \cdot r}}} = \sqrt[q \cdot s]{a^{p \cdot r}} = a^{\frac{p \cdot r}{q \cdot s}} = a^{\frac{p \cdot r}{q \cdot s}}$$

3.2.7 Potenciação de expoente Irracional

É possível se ter uma ideia do valor de uma potenciação de expoente irracional a partir da aproximação desse número irracional por outros dois que são racionais, um de menor e outro de maior valor, conforme pode ser na figura abaixo que ilustra o exemplo de $3^{\sqrt{2}}$:

Figura 02 – Expoente Racional

Retirada de Iezzi, Dolce e Murakami (2013, p. 21).

Ou seja, dessa forma obtemos os valores aproximados de $3^{\sqrt{2}}$ por falta e por excesso.

3.2.7.1 Definição

Dados dois números, sendo $a \in \mathbb{R}_+^*$ e β um número irracional, consideremos os conjuntos

$$A_1 = \{r \in \mathbb{Q} \mid r < \beta\} \text{ e } A_2 = \{s \in \mathbb{Q} \mid r > \beta\}.$$

A partir deles, é possível afirmar que:

a) todo número pertencente a A_1 é menor que qualquer um que pertença a A_2 .

b) existem dois números racionais r e s tais que $r < \beta < s$ e a diferença $s - r$ é menor que qualquer número positivo e arbitrário.

Em correspondência aos conjuntos A_1 e A_2 , consideremos os conjuntos

$$B_1 = \{a^r \mid r \in A_1\} \text{ e } B_2 = \{a^s \mid s \in A_2\}.$$

Se $a > 1$:

a) todo número pertencente a B_1 é menor que qualquer um que pertença a B_2 .

b) existem dois números a^r e a^s cuja diferença $a^s - a^r$ é menor que qualquer número positivo e arbitrário.

Nessas condições, pode-se afirmar que a^r e a^s são aproximações por falta e por excesso, respectivamente, de a^β e que B_1 e B_2 são classes que definem a^β .

Se $0 < a < 1$, tudo acontece de forma análoga.

3.2.7.2 Consequências da definição

- 1) Se $a = 0$ e β é um número irracional e positivo, então $0^\beta = 0$.
- 2) Se $a = 1$ e β é um número irracional qualquer, então $1^\beta = 1$.
- 3) Se $a < 0$ e β é um número irracional e positivo, então a^β não possui um significado.
- 4) Se $\beta < 0$, então 0^β não possui um significado.
- 5) Para as potenciações de expoente irracional também são válidas as propriedades **Pi**, **Pii**, **Piii**, **Piv** e **Pv**.

3.2.8 Potenciações de expoente Real

Como foi possível observar anteriormente, já foram definidas as potenciações de base a ($a \in \mathbb{R}_*^+$) e expoente b (b racional ou irracional), portanto, já está definida a potenciação a^b com $a \in \mathbb{R}_*^+$ e $b \in \mathbb{R}$.

Dessa forma, vale afirmar que:

- 1) Toda potenciação de base real e positiva e expoente real é um número positivo.

$$a > 0 \rightarrow a^b > 0$$

- 2) As propriedades **Pi**, **Pii**, **Piii**, **Piv** e **Pv** são todas válidas para potenciações de expoentes Reais.

3.2.9 Potenciação de base Complexa

3.2.9.1 Definição do conjunto dos números Complexos

Tomando por base lezzi (2013), o **conjunto dos números Complexos**, representado por $\mathbb{C}$, é aquele no qual os pares ordenados de números Reais têm as propriedades de *igualdade*, *adição* e *multiplicação* definidas da seguinte forma:

- 1) **Igualdade:** $(a, b) = (c, d) \leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$
- 2) **Adição:** $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$
- 3) **Multiplicação:** $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

Sendo assim, e representando o par ordenado $(x, y) \in \mathbb{C}$ por z , temos que

$$z \in \mathbb{C} \leftrightarrow z = (x, y), \text{ sendo } x, y \in \mathbb{R}.$$

3.2.9.2 Forma algébrica dos números Complexos

Considerando que os números Reais são um subconjunto dos números Complexos, onde $x = (x, 0), \forall x \in \mathbb{R}$, chamamos de **unidade imaginária** e indicamos por i o número complexo $(0, 1)$. Dessa forma, é válido afirmar que $i^2 = -1$, pois:

$$i^2 = i \cdot i = (1, 0) \cdot (1, 0) = (0 \cdot 0 - 1 \cdot 1, 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0) = (-1, 0) = -1.$$

Portanto:

$$z = (x, y) = (x, 0) + (0, y) = (x, 0) + (y \cdot 0 - 0 \cdot 1, y \cdot 1 + 0 \cdot 0) = (x, 0) + (y, 0) \cdot (0, 1),$$

ou seja:

$$z = x + y \cdot i,$$

a qual x é a parte real e y é a parte imaginária de z .

2.2.9.3 Forma trigonométrica dos números Complexos

Segundo lezzi (2013, p. 17, grifo do autor), “chama-se **módulo** ou **valor absoluto** de um número complexo $z = x + yi$ ao número real não negativo $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ”. Além disso, admitindo que $\rho = |z|$, lezzi (2013, p. 20, grifo do autor) chama de “**argumento** de um número complexo $z = x + yi$, não nulo, ao ângulo θ tal que $\cos \theta = \frac{x}{\rho}$ e $\sin \theta = \frac{y}{\rho}$ ”. Assim, a **forma trigonométrica** ou **polar** de z é concebida da seguinte forma:

$$z = \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

3.2.9.4 Produto de números Complexos na forma Trigonométrica

De lezzi (2013, p. 32) retiramos o teorema e a demonstração a seguir:

Teorema

O módulo do produto de dois números complexos é igual ao produto dos módulos dos fatores e seu argumento é congruente à soma dos argumentos dos fatores.

Demonstração:

Suponhamos dados os números:

$$z_1 = \rho_1 \cdot (\cos \theta_1 + i \cdot \sin \theta_1) \text{ e } z_2 = \rho_2 \cdot (\cos \theta_2 + i \cdot \sin \theta_2)$$

e calculemos o módulo e o argumento de:

$$z = z_1 \cdot z_2 = \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

Temos:

$$\begin{aligned} z &= z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot (\cos \theta_1 + i \cdot \operatorname{sen} \theta_1)(\cos \theta_2 + i \cdot \operatorname{sen} \theta_2) \\ &= \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot [(\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 - \operatorname{sen} \theta_1 \cdot \operatorname{sen} \theta_2) + i \cdot (\operatorname{sen} \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + \operatorname{sen} \theta_2 \cdot \cos \theta_1)] \end{aligned}$$

Portanto:

$$\rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \operatorname{sen} \theta) = (\rho_1 \cdot \rho_2)[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \cdot \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)]$$

Então:

$$\rho = \rho_1 \cdot \rho_2 \text{ e } \theta = (\theta_1 + \theta_2) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Esse teorema acaba se estendendo para

$$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot \dots \cdot z_n = \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \operatorname{sen} \theta),$$

ou seja:

$$\rho = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \rho_3 \cdot \dots \cdot \rho_n \text{ e } \theta = (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

3.2.9.5 Potenciação dos números Complexos

Baseado no teorema anterior, lezzi (2013, p. 34) apresenta a “Primeira fórmula de Moivre”, que se trata do teorema e da demonstração a seguir:

Teorema

Dado o número complexo $z = \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \operatorname{sen} \theta)$, não nulo, e o número inteiro n , temos:

$$z^n = \rho^n \cdot (\cos n\theta + i \cdot \operatorname{sen} n\theta)$$

Demonstração:

1ª parte

Provemos que a propriedade é válida para $n \in \mathbb{N}$, usando o princípio da indução finita.

a) Se $n = 0$, então $\begin{cases} z^0 = 1 \\ \rho^0 \cdot (\cos 0 + i \cdot \operatorname{sen} 0) = 1 \end{cases}$

b) Admitamos a validade da fórmula para $n = k - 1$:

$$z^{k-1} = \rho^{k-1} \cdot [\cos (k-1)\theta + i \cdot \operatorname{sen} (k-1)\theta]$$

e provemos a validade para $n = k$:

$$\begin{aligned} z^k &= z^{k-1} \cdot z = \rho^{k-1} \cdot [\cos (k-1)\theta + i \cdot \operatorname{sen} (k-1)\theta] \cdot \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \operatorname{sen} \theta) \\ &= (\rho^{k-1} \cdot \rho) \cdot [\cos ((k-1)\theta + \theta) + i \cdot \operatorname{sen} ((k-1)\theta + \theta)] \\ &= \rho^k \cdot (\cos k\theta + i \cdot \operatorname{sen} k\theta) \end{aligned}$$

2ª parte

Vamos estender a propriedade para $n \in \mathbb{Z}$.

Se $n < 0$, então $n = -m$ com $m \in \mathbb{N}$; portanto a m se aplica a fórmula:

$$\begin{aligned} z^k &= z^{-m} = \frac{1}{z^m} = \frac{1}{\rho^m \cdot (\cos m\theta + i \cdot \operatorname{sen} m\theta)} \\ &= \frac{1}{\rho^m} \cdot \frac{(\cos m\theta - i \cdot \operatorname{sen} m\theta)}{(\cos m\theta + i \cdot \operatorname{sen} m\theta) \cdot (\cos m\theta - i \cdot \operatorname{sen} m\theta)} \\ &= \frac{1}{\rho^m} \cdot \frac{(\cos m\theta - i \cdot \operatorname{sen} m\theta)}{\cos^2 m\theta + \operatorname{sen}^2 m\theta} = \rho^{-m} \cdot [\cos(-m\theta) + i \cdot \operatorname{sen}(-m\theta)] \\ &= \rho^n \cdot (\cos n\theta + i \cdot \operatorname{sen} n\theta) \end{aligned}$$

3.2.9.6 Exemplos

1) Calcular z^4 para $z = 1 + i$:

$$|z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$z = 1 + i = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

$$z^4 = (\sqrt{2})^4 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{4} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{4\pi}{4} \right) = \sqrt{16} \cdot (\cos \pi + i \cdot \operatorname{sen} \pi) = 4 \cdot (-1) = -4$$

2) Calcular z^{12} para $z = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$z = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

$$z^{12} = 1^{12} \cdot \left(\cos \frac{12\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{12\pi}{3}\right) = 1 \cdot (\cos 4\pi + i \cdot \sin 4\pi) = \cos 2\pi + i \cdot \sin 2\pi = 1$$

3.2.10 i elevado a i

É possível calcular a expressão i^i a partir da *Fórmula de Euler*, cujo nome homenageia o matemático Leonhard Euler, que é apresentada da seguinte forma:

$$e^{i \cdot \theta} = \cos \theta + i \cdot \sin \theta,$$

onde θ é o argumento real (em radianos), e é a base do logaritmo natural e i é a unidade imaginária. Conforme visto na seção anterior, podemos escrever o número complexo i em sua forma trigonométrica, da seguinte maneira:

$$i = 1 \cdot (0 + i \cdot 1) \rightarrow i = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow i = \cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

Assim, considerando a igualdade anterior e substituindo θ por $\frac{\pi}{2}$ na Fórmula de Euler, obtemos a seguinte expressão:

$$e^{i \cdot \theta} = \cos \theta + i \cdot \sin \theta \rightarrow e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \rightarrow e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} = i$$

Logo, a expressão i^i pode ser escrita como $\left(e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}\right)^i$. Portanto, temos:

$$i^i = \left(e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}\right)^i = e^{i^2 \cdot \frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e^\pi}} \cong 0,207879576$$

Ou seja, foi possível observar que há pelo menos um caso em que um número complexo elevado a outro número complexo é igual a um número real.

Por fim, como curiosidade, se utilizarmos a Fórmula de Euler considerando que $\theta = \pi$, obtemos uma identidade que é considerada por muitos matemáticos como a mais linda de todas as equações por, entre outros motivos, reunir alguns dos termos mais utilizados em distintas áreas da Matemática, três operações e aplicações em outras áreas da ciência, como a Física e a Engenharia (BBC Brasil [...], 2025):

$$e^{i\pi} = \cos \pi + i \cdot \sin \pi = -1 + i \cdot 0 = -1$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

3.2.11 0 elevado a 0

A expressão 0^0 até hoje gera muitas dúvidas e questionamentos entre alguns alunos, professores de Matemática e demais estudiosos da área, sobre qual seria o seu resultado correto: 1, 0, inexistente ou indeterminado. Por exemplo, Paias (2019) traz em sua obra o conceito de “obstáculos epistemológicos” (o qual discutiremos melhor na seção 3.5), e sobre ele a autora alega que os estudantes precisam enfrentar alguns obstáculos em seu processo de aprendizagem em potenciação, sendo um deles a expressão 0^0 . Segundo Paias (2019), isso ocorre porque 0^n é igual a zero para todos os valores de n no conjunto dos números Reais positivos, ao mesmo tempo em que n^0 é igual a 1 para a maioria dos valores de n no conjunto dos números Reais, logo, vemos uma indefinição da resposta para 0^0 .

Porém, como já dissemos, mesmo para professores e estudiosos da matemática há muitas controvérsias sobre o assunto. Silva (2020) contribui a respeito desse tema mostrando que até entre notáveis matemáticos há discordâncias, ainda que todas elas estejam matematicamente bem embasadas. O autor faz um apanhado histórico acerca do pensamento de diversos matemáticos ao longo do tempo acerca da expressão 0^0 .

Silva (2020) mostra que matemáticos do século XVIII e início do XIX, como Leonhard Euler e George Baron, demonstravam ter uma convergência de pensamentos a respeito do valor de zero elevado a zero ser igual à unidade. Ao longo

do século XIX a área matemática foi submetida ao processo de rigorismo de seus conhecimentos, e assim começou-se a questionar uma série de “verdades” matemáticas, incluindo o valor de 0^0 . Dessa forma, o matemático Augustin-Louis Cauchy conseguiu demonstrar a partir do uso do conceito de limites que a expressão na verdade deveria ser considerada uma indeterminação matemática.

A partir daí muitas discussões foram travadas por diversos matemáticos, ora defendendo o que fora proposto por Euler e Baron, ora argumentando a favor do que fora desenvolvido por Cauchy. Em paralelo a isso, o matemático Georg Cantor, precursor da teoria dos conjuntos, desenvolveu os conceitos de cardinalidade e números transfinitos (Barbosa, 2018), o que possibilitou a outros matemáticos provarem, por exemplo, que $0^0 = 1$.

Vejamos algumas dessas argumentações e/ou demonstrações matemáticas.

3.2.11.1 Leonhard Euler

Para Euler, estava claro que 0^0 , assim como qualquer outro número real elevado a zero, era igual à unidade:

Em uma série de potência, cada termo é obtido multiplicando o termo anterior por a , o que aumenta o expoente em 1; da mesma forma, quando um termo qualquer é dado, podemos também encontrar o termo anterior, se dividirmos por a , o que diminui o expoente em 1. Isso mostra que o termo que precede o primeiro termo a^1 deve necessariamente ser $\frac{a}{a}$ ou 1; e, se operamos os expoentes, podemos concluir imediatamente, que o termo que precede o primeiro deve ser a^0 ; e, portanto, deduzimos esta notável propriedade, que a^0 é sempre igual a 1, por maior ou menor que o valor do número a possa ser, e mesmo quando o valor de a seja o nada; isto é, a^0 é igual a 1. (Euler, 1840, pp.50-51, *apud* SILVA, 2020, p. 15)

E complementa:

Seja a operação de exponenciação a ser considerada a^z onde a é uma constante e o expoente z é uma variável. Como o expoente z representa um número qualquer, é claro que pelo menos todos os inteiros positivos podem ser substituídos por z para obter os valores determinados $a^1, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6$, etc. Se substituirmos o z por números inteiros negativos $-1, -2, -3$, etc. obteremos $\frac{1}{a^1}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}$, etc. Se $z = 0$, temos um $a^0 = 1$. Se $a = 0$, damos um grande salto nos valores de a^z . Enquanto o valor de z permanecer positivo ou maior que zero, sempre teremos $a^z = 0$. Se $z = 0$, então $a^0 = 1$. (EULER, 1988, p. 75-76, *apud* SILVA, 2020, p. 15)

3.2.11.2 Augustin-Louis Cauchy

Em seu livro *Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique*, é um dos (senão o) primeiros matemáticos a afirmar que a expressão 0^0 é uma forma indeterminada:

Se, em vez da função $y^{\frac{1}{x}}$, tivéssemos considerado a função ao longo de y^x , teríamos encontrado que esta se torna **indeterminada**. 1.º Quando a variável y converge para o limite 1, e a variável x para um das seguintes expressões: $-\infty, +\infty$; 2.º Quando, a variável x tende a zero por limite, y converge para zero ou para o infinito positivo. Às vezes encontramos no cálculo expressões particulares que só podem ser consideradas como limites para os quais convergem funções de várias variáveis, enquanto essas mesmas variáveis se tornam infinitamente pequenas ou infinitamente grandes, ou mesmo, com mais frequência, convergem para limites fixos. São, por exemplo, as expressões 0×0 , $\frac{0}{0}$, $\infty \times \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \times \infty$, 0^0 , 1^∞ , etc... (CAUCHY, 1821, p. 67-68, tradução nossa, grifo nosso)

3.2.11.3 Elon Lages Lima

O professor brasileiro apresenta argumentações do porquê a expressão 0^0 deve ser considerada indeterminada:

(...) lembramos que as potências de expoente zero foram introduzidas a fim de que a fórmula $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, que é evidente quando $m > n$, continue válida para $m = n$. Pondo $a^m = b$ teremos então $\frac{b}{b} = b^0$, logo $b^0 = 1$ se $b \neq 0$. No caso de $b = 0$, a igualdade $\frac{b}{b} = b^0$ tomaria a forma $\frac{0}{0} = 0^0$, o que leva a considerar 0^0 como uma expressão indeterminada. Esta conclusão é ainda reforçada pelo seguinte argumento: como $0^y = 0$ para todo $y \neq 0$, seria natural pôr $0^0 = 0$; por outro lado, como $x^0 = 1$ para todo $x \neq 0$ seria também natural por $0^0 = 1$. Logo, o símbolo 0^0 não possui um valor que se imponha naturalmente, o que nos leva a considerá-lo como uma expressão indeterminada.

(...) Existe, porém, uma razão mais profunda, advinda da teoria dos limites, em virtude da qual $\frac{0}{0}$ e 0^0 , (bem como as outras formulas análogas são expressões indeterminadas.

Escreve-se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ para significar que o número A é o limite para o qual tende o valor $f(x)$ da função f quando x se aproxima de a . Sabe-se que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ então $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$, desde que $B \neq 0$. Por outro lado, quando $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ então nada se pode garantir a respeito do limite do quociente $\frac{f(x)}{g(x)}$ quando x se aproxima de a . Dependendo das funções f e g que se escolham, pode-se conseguir que o quociente $\frac{f(x)}{g(x)}$ tenha como limite qualquer valor c dado de antemão, ou mesmo que não tenda para limite algum. Por exemplo, se tomarmos $f(x) = c(x - a)$ e $g(x) =$

$x \rightarrow a$ então $\frac{f(x)}{g(x)} = c$ para todo $x \neq a$, logo $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = c$. Por esse motivo se diz que $\frac{0}{0}$ é uma expressão indeterminada.

Analogamente, dado a priori qualquer número real $c > 0$, podemos achar funções f, g tais que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, enquanto $\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} = c$.

Basta, por exemplo, tomar $f(x) = x$ e $g(x) = \frac{\log c}{\log x}$; isto faz com que $f(x)^{g(x)} = c$. (...)

Portanto, quando $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ então $\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)}$ pode ter qualquer valor c , dado de antemão, desde que escolhamos convenientemente as funções f e g . Então se diz que 0^0 é uma expressão indeterminada. (LIMA, 1991, p. 155-156).

3.2.11.4 Euclides Rosa

Em resposta à Elon Lages Lima, o professor Euclides Rosa apresentou dois contra-argumentos para mostrar que $0^0 = 1$ em algumas situações. O primeiro é reproduzido por Silva (2020, p. 49):

O número binomial $\binom{n}{k}$ representa, em análise combinatória, o número de subconjuntos com k elementos num conjunto com n elementos. Logo $\binom{n}{0} = 1$, pois em qualquer conjunto existe como subconjunto o conjunto vazio. Particularmente, observa-se que o conjunto vazio é subconjunto do próprio conjunto vazio e consequentemente $\binom{0}{0} = 1$.

Observando a expressão e os termos do binômio de Newton, temos:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Portanto, para $a = -b \neq 0$ e $n = 0$, observa-se:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$(a - a)^0 = \binom{0}{0} (a)^0 (-a)^0 = 1$$

Logo, na abordagem pelo binômio de Newton, o valor de $0^0 = 1$.

Também podemos efetuar uma análise em casos particulares do binômio de Newton, por exemplo, para $n = 2$, temos que $(a + b)^2 = a^2 b^0 + 2a^1 b^1 + a^0 b^2$, mantendo os expoentes nulos no início e fim do desenvolvimento. Agora considerando $b = 0$ e $a \neq 0$, teremos $b^1 = b^2 = 0$. Então: $(a + 0)^2 = a^2 0^0 + 2a^1 \times 0 + a^0 \times 0 = a^2 0^0$ e mais uma vez encontramos que $0^0 = 1$.

O segundo argumento dele é reproduzido em Lima (1991, p. 195):

Uma função $f: X \rightarrow Y$, definida no conjunto X e tomando valores no conjunto Y , é um subconjunto f do produto cartesiano $X \times Y$ com as seguintes propriedades:

(i) Para todo $x \in X$ existe um par $(x, y) \in f$ cujo primeiro elemento é x .

(ii) Se os pares ordenados (x, y') e $(x, y'') \in f$, ambos tendo x como primeiro elemento, pertencem a f , então $y' = y''$.

Resulta desta definição formal de função que, quando $X = \emptyset$ é o conjunto vazio, então existe uma única função $f: X \rightarrow Y$, a saber, o conjunto vazio $f \subset X \times Y$.

Ora, dados m e n inteiros positivos, a potência n^m o número de funções definidas num conjunto com m elementos e tomando valores num conjunto com n elementos,

Se $m \neq 0$, não há função definida num conjunto com m elementos e tomando valores no conjunto vazio logo $0^m = 0$, para $m \neq 0$.

Por outro lado, mesmo que seja $n = 0$, existe uma única função definida no conjunto vazio (que tem 0 elementos) e tomando valores num conjunto com n elementos. Logo $n^0 = 1$ para todo $n \geq 0$. Em particular, $0^0 = 1$.

3.2.11.5 A expressão 0^0 sob a ótica da Teoria dos Conjuntos de Cantor

Outros matemáticos do século XX (como Nicolas Bourbaki², Roger Godement e Patrick Suppes) desenvolveram teoremas em favor da solução $0^0 = 1$, todos baseados na teoria dos conjuntos de Georg Cantor, que introduziu ideias notáveis e originais que revolucionaram a matemática nos séculos XIX e XX (Silva, 2020, p. 24).

A moderna teoria matemática dos conjuntos é uma das mais notáveis criações do espírito humano. Devido ao arrojo fora do comum de algumas de suas ideias e devido a alguns dos métodos de demonstração singulares aos quais deu origem, a teoria dos conjuntos é indescritivelmente fascinante. Acima disso, há a enorme importância que a teoria assumiu em praticamente todo o corpo da matemática. Ela enriqueceu, tornou mais claro e generalizou muitos domínios da matemática, e seu papel no estudo dos fundamentos da matemática é essencial. E constitui também um dos elos entre a matemática, de um lado, e a filosofia e a lógica, de outro. (Eves, 2004, p. 661-662)

Portanto, para entendermos como foram elaborados os teoremas desses matemáticos, precisamos primeiramente compreender os conceitos de Cardinalidade e Números Transfinitos de Cantor. É isso que faremos a seguir.

3.2.11.5.1 Cardinalidade e Números Transfinitos

Eves (2004, p. 662) explica esses conceitos iniciais da seguinte forma:

² Grupo de Matemáticos que usavam o mesmo pseudônimo ao fazer suas publicações (EVES, 2004).

Dois conjuntos se dizem *equipotentes* se, e somente se, eles podem ser colocados em correspondência biunívoca. Se dois conjuntos são equipotentes, diz-se que eles têm o mesmo *número cardinal*. Os números cardinais dos conjuntos finitos podem ser identificados com os números naturais. Os números cardinais dos conjuntos infinitos recebem o nome de *números transfinitos*. (...) Antes dos trabalhos de Cantor os matemáticos aceitavam apenas um infinito, denotado por algum símbolo como ∞ , o qual era empregado indiscriminadamente para indicar o “número” de elementos de conjuntos como o dos números naturais e o dos números reais. Com esses trabalhos introduziu-se uma nova visão que resultou, entre outras coisas, numa aritmética e numa escala para as infinidades.

Em resumo, Cantor descobriu que existem “diferentes infinitos”, sendo que os números naturais possuem a mesma quantidade de elementos (ou seja, a mesma cardinalidade) que os conjuntos dos números Inteiros e dos Racionais. Entretanto, o conjunto dos números Reais possui mais elementos (isto é, tem maior cardinalidade) que estes outros conjuntos³. Dessa maneira, foi possível desenvolver operações aritméticas entre números cardinais, as quais veremos a seguir.

3.2.11.5.2 Operações entre números cardinais

Como já dito, números cardinais referem-se a conjuntos finitos e que estão associados aos números naturais. Assim, podemos estabelecer entre eles operações que são fechadas a este último grupo, isto é, operações entre números naturais cujo resultado sempre será um número natural. São elas: Adição, Multiplicação e Potenciação. Vejamos uma por uma.

Para indicar a cardinalidade de um conjunto A são usadas as seguintes notações: $\#A$, $\text{card}(A)$ ou $n(A)$.

Por exemplo, para $A = \{a, b, c, d, e\}$ temos $\#A = 5$. Um resultado imediato é:

- i) $\#A = \#B \leftrightarrow A \sim B$ (A cardinalidade de um conjunto A é igual à cardinalidade de um conjunto B se, e somente se, os conjuntos A e B forem equipotentes).
- ii) $\#A = 0 \leftrightarrow A = \emptyset$ (A cardinalidade de um conjunto A é igual a zero se, e somente se, o conjunto A for vazio).

³ Para mais detalhes sobre este assunto, ver M3 Matemática Multimídia (2013).

Assim sendo, vejamos o seguinte corolário: Sejam os conjuntos A e B disjuntos (ou seja, $A \cap B = \emptyset$), onde $\#A = a$ e $\#B = b$. Logo,

$$A + B = A \cup B \rightarrow \#A + \#B = \#A \cup B = a + b$$

Isto é, a operação de adição com cardinais é efetuada a partir de dois conjuntos finitos disjuntos.

Vejamos um exemplo: Sejam os conjuntos $A = \{a, b\}$ e $B = \{c, d, e, f\}$ disjuntos. Como é possível observar, $\#A = 2$ e $\#B = 4$. Logo,

$$\#A + \#B = 2 + 4 = 6 \rightarrow \#A \cup B = \#\{a, b, c, d, e, f\} = 6$$

Já para realizar a multiplicação com cardinais são necessários pelo menos dois conjuntos não vazios e disjuntos. Assim, sejam os conjuntos A e B não vazios e disjuntos (ou seja, $\#A \neq \emptyset$, $\#B \neq \emptyset$ e $A \cap B = \emptyset$), onde $\#A = a$ e $\#B = b$. $A \times B$ é o produto cartesiano entre os conjuntos A e B . Logo,

$$\#\{A \times B\} = (\#A) \times (\#B) = a \times b$$

Utilizando o mesmo exemplo da adição, temos: Sejam os conjuntos $A = \{a, b\}$ e $B = \{c, d, e, f\}$ disjuntos. Como é possível observar, $\#A = 2$ e $\#B = 4$. Logo,

$$\{A \times B\} = \{(a, c); (a, d); (a, e); (a, f); (b, c); (b, d); (b, e); (b, f)\}$$

$$\#\{A \times B\} = (\#A) \times (\#B) = 2 \times 4 = 8$$

Por fim, na potenciação de números cardinais, quando temos dois conjuntos A e B , onde $\#A = a$ e $\#B = b$, podemos calcular a^b , que significa $a \times a \times a \times \dots \times a$ um número b de vezes. Isso significa que cada elemento de A^B terá uma quantidade b de componentes. Utilizemos novamente o exemplo já visto anteriormente: Sejam os conjuntos $A = \{a, b\}$ e $B = \{c, d, e, f\}$ disjuntos. Como é possível observar, $\#A = 2$ e $\#B = 4$. Logo,

$$\begin{aligned}
\{A^B\} &= \{A \times A \times A \times A\} \\
&= \{(a, a, a, a); (a, a, a, b); (a, a, b, a); (a, a, b, b); (a, b, a, a); (a, b, a, b); (a, b, b, a); (a, b, b, b); \\
&\quad (b, a, a, a); (b, a, a, b); (b, a, b, a); (b, a, b, b); (b, b, a, a); (b, b, a, b); (b, b, b, a); (b, b, b, b)\} \\
\#\{A^B\} &= (\#A)^{(\#B)} = a^b = 2^4 = 16
\end{aligned}$$

3.2.11.5.3 Zero elevado a zero nos números cardinais

Dessa forma, se considerarmos dois conjuntos A e B vazios, temos:

$$\{A^B\} = \emptyset \rightarrow \#\{A^B\} = 1$$

$$\#\{A^B\} = (\#A)^{(\#B)} = a^b = 0^0 = 1$$

Sobre isso, Silva (2020, p. 35) afirma que “(...) o valor a 0^0 corresponde às aplicações existentes entre dois conjuntos vazios (V' e V''). A função identidade é a autoaplicação que podemos estabelecer nesta situação, logo o valor de 0^0 é igual a um por este método”.

3.2.11.6 Considerações finais sobre a expressão 0^0

Assim como Silva (2020, p. 75), consideramos que a discussão sobre a expressão 0^0 não possui uma resposta unânime entre os estudiosos da área:

A questão primordial não é o valor a ser atribuído a expressão 0^0 , mas sim, uma vez adotada uma das alternativas, manter a coerência no contexto matemático, seja considerando $0^0 = 1$, seja considerando 0^0 como indeterminação. Portanto, ambas as posições podem estar corretas, desde que sejam coerentes com as proposições anteriormente aceitas como verdadeiras. Logo a questão de qual o valor 0^0 só pode ser respondida após a fixação da estrutura algébrica envolvida (a operação e seu conjunto suporte) (...).

Entretanto, não é porque não há uma resposta única que professores de matemática não possam explorar os aspectos dessa expressão em sala de aula. Pelo contrário, instigar os alunos a pensarem sobre essas questões pode ajudar a mostrar que a matemática não é uma ciência assim tão exata como eles talvez imaginem, e isso pode trazer muitos avanços, posteriormente, para a própria área.

3.2.12 Outras propriedades da Potenciação

Nesta seção mostramos as relações entre números ímpares com números quadrados perfeitos e cúbicos perfeitos, bem como as suas respectivas demonstrações.

3.2.12.1 Números Ímpares e números Quadrados Perfeitos

Observe no Quadro 02 a relação entre a soma de números ímpares e números quadrados perfeitos:

Quadro 02 – Relação entre a adição de números ímpares e números quadrados perfeitos

Números	Adição	Total
1	1	1
1 e 3	1 + 3	4
1, 3 e 5	1 + 3 + 5	9
1, 3, 5 e 7	1 + 3 + 5 + 7	16
1, 3, 5, 7 e 9	1 + 3 + 5 + 7 + 9	25
1, 3, 5, 7, 9 e 11	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11	36
1, 3, 5, 7, 9, 11 e 13	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13	49
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 e 15	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15	64
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 e 17	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17	81
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 e 19	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19	100

Fonte: Autoria Própria (2025).

É possível observar que quando somamos números ímpares em sequência, começando do 1, sempre obtemos um número quadrado perfeito.

Enunciado: A soma dos n primeiros números ímpares é igual a um número quadrado perfeito.

Demonstração

Observamos que:

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4 = 1 + 3$$

$$3^2 = 9 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 16 = 1 + 3 + 5 + 7$$

e assim por diante.

Podemos concluir que:

$$n^2 = \sum_{1}^n [2n - 1]$$

Verificação por indução

1) Para $n = 1$ é válido.

2) Considerando o método válido para n arbitrário, devemos mostrar que também é válido para $n + 1$.

$$\sum_{1}^{n+1} [2(n+1) - 1] = \sum_{1}^n [2n - 1] + [2(n+1) - 1] = [n^2] + [2(n+1) - 1]$$

$$= [n^2] + [2n + 2 - 1] = [n^2] + [2n + 1] = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$$

Sendo assim, o método é válido para qualquer n arbitrário.

3.2.12.2 Números Ímpares e números Cúbicos Perfeitos

Observe no Quadro 03 a seguinte relação entre a soma de números ímpares e números cúbicos perfeitos:

Quadro 03 – Relação entre a adição de números ímpares e números cúbicos perfeitos

Números	Adição	Total
1	1	1
3 e 5	3 + 5	8
7, 9 e 11	7 + 9 + 11	27
13, 15, 17 e 19	13 + 15 + 17 + 19	64
21, 23, 25, 27 e 29	21 + 23 + 25 + 27 + 29	125
31, 33, 35, 37, 39 e 41	31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41	216
43, 45, 47, 49, 51, 53 e 55	43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55	343
57, 59, 61, 63, 65, 67, 69 e 71	57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71	512
73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87 e 89	73 + 75 + 77 + 79 + 81 + 83 + 85 + 87 + 89	729
91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107 e 109	91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109	1000

Fonte: Adaptado de OS FANTÁSTICOS NÚMEROS PRIMOS (sd)⁴

⁴ Neste endereço eletrônico é possível encontrar uma série de outras relações que envolvem os mais diversos tipos de números com cúbicos perfeitos.

Podemos observar que quando somamos alguns grupos de números ímpares consecutivos, obtemos um número cúbico perfeito.

Enunciado: A soma de grupos de números ímpares consecutivos tem como resultado um número cúbico perfeito.

Demonstração

Observamos que:

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 8 = 3 + 5 \rightarrow 3 = 2^2 - (2 - 1) \text{ e } 5 = 2^2 - (2 - 1) + (2 - 1) \cdot 2$$

$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11 \rightarrow 7 = 3^2 - (3 - 1) \text{ e } 11 = 3^2 - (3 - 1) + (3 - 1) \cdot 2$$

$$4^3 = 64 = 13 + 15 + 17 + 19 \rightarrow 13 = 4^2 - (4 - 1) \text{ e } 19 = 4^2 - (4 - 1) + (4 - 1) \cdot 2$$

e assim por diante.

Podemos concluir que a primeira (ou menor) parcela de n^3 será $[n^2 - (n - 1)]$, e a parcela maior será $[n^2 - (n - 1) + (n - 1) \cdot 2]$. (Obs: o termo $(n - 1) \cdot 2$ é fácil ver por verificação numérica).

Efetuando as operações triviais, temos:

$$\text{Parcela menor: } n^2 - (n - 1) = n^2 - n + 1$$

$$\text{Parcela maior: } n^2 - (n - 1) + (n - 1) \cdot 2 = n^2 + n - 1$$

Para determinar os valores restantes, basta acrescentar duas unidades.

Verificação por indução

1) Para $n = 1$ é válido.

2) Considerando o método válido para n arbitrário, devemos mostrar que também é válido para $n + 1$.

Para a parcela menor, temos:

$$(n + 1)^2 - (n + 1) + 1$$

Para a parcela maior, temos:

$$(n + 1)^2 + (n + 1) - 1$$

E como estamos lidando com uma soma de Progressão Aritmética de razão 2 com $n + 1$ termos, logo a soma é:

$$S = \{[(n + 1)^2 - (n + 1) + 1] + [(n + 1)^2 + (n + 1) - 1]\} \cdot \left[\frac{(n + 1)}{2} \right]$$

$$S = \{2(n + 1)^2\} \cdot \left[\frac{(n + 1)}{2} \right]$$

$$S = (n + 1)^2 \cdot (n + 1)$$

$$S = (n + 1)^3$$

Sendo assim, o método é válido para qualquer n arbitrário.

3.3 BRASIL: ASPECTOS CURRICULARES DO ENSINO DE POTENCIAÇÃO

Esta seção contém algumas breves discussões: a primeira trata do desenvolvimento dos currículos escolares que temos atualmente e a segunda aponta como o assunto de potenciação é abordado nos documentos oficiais, dos quais analisamos os PCN, a BNCC e o DCEPA.

3.3.1 Formação do currículo nacional brasileiro: PCN e BNCC

Godoy e Santos (2012) nos mostram a evolução do currículo de matemática no Brasil, que passou de uma mera lista de conteúdos, antes da reforma Francisco Campos, para um documento oficial de Estado, com objetivos e orientações em diversos aspectos, como formas de abordagem na apresentação de conteúdos e avaliação, por exemplo, principalmente após a elaboração dos PCN.

Mello (2014) comenta que por muito tempo houve duas grandes frentes de discussão sobre este assunto: em uma se privilegiava os currículos focados no conhecimento, os quais eram vistos como sagrados e até inquestionáveis, e que a Matemática, particularmente, sempre teve grande vínculo; e a outra que é centrada no aluno, o qual deve ser capaz de reconstruir os conhecimentos a partir de sua

própria vivência cultural. Nesta frente, muitos padrões são questionados como, por exemplo, o papel e a relevância do professor e da escola, que poderiam atuar como meros transmissores de ideologias, ou como facilitadores da reconstrução do conhecimento, dependendo da visão.

A alternativa encontrada por muitos países foi um meio termo entre essas correntes, a qual também valoriza bastante os conhecimentos previamente estabelecidos, mas fornece possibilidades de problematização e reconstrução ao aluno a partir de suas necessidades contemporâneas, se for necessário. Dessa forma, o currículo “não é centrado nem no aluno nem no conhecimento, mas na aprendizagem e no resultado, entendido como aquilo que o aluno é capaz de saber e fazer. Por essa razão é também denominado currículo referenciado em competências” (Mello, 2014, p. 2).

Com relação especificamente ao processo de ensino da matemática, o currículo deveria dar ênfase na resolução de problemas e no uso de tecnologias, como calculadoras e computadores (Brasil, 1998). No Brasil este fenômeno se materializou na constituição dos PCN, de várias diretrizes curriculares estaduais e municipais e, mais recentemente, na BNCC. A seguir, temos como o primeiro documento se autodefine:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apresentam os **objetivos em termos das capacidades a serem desenvolvidas em cada ciclo**, assim como os conteúdos para desenvolvê-las. São apontadas as possíveis conexões entre os blocos de conteúdos, entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento e suas relações com o cotidiano e com os Temas Transversais.

Quanto aos conteúdos, apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na **dimensão de procedimentos e de atitudes**. (Brasil, 1998, p. 16, grifo nosso)

Os PCN consideram ainda que:

[...] um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente. (Brasil, 1998, p. 28)

Cada estado brasileiro também criou seu próprio currículo, enfatizando suas especificidades regionais. No Pará, o DCEPA propõe que:

A escola deve então assumir junto ao aluno sua responsabilidade educativa para a vida pública, com disposição para o diálogo, tolerância e respeito às diferenças, como ouvir e negociar em situações de conflito; daí porque as diversas culturas hoje devem compor a centralidade dos desenhos curriculares, no protagonismo de ensinar os sujeitos que dela fazem parte a lidar com o jogo das diferenças. (Pará, 2019, p. 16)

Dito isso, vejamos a seguir como o assunto de potenciação é organizado nestes documentos.

3.3.2 Potenciação segundo documentos oficiais

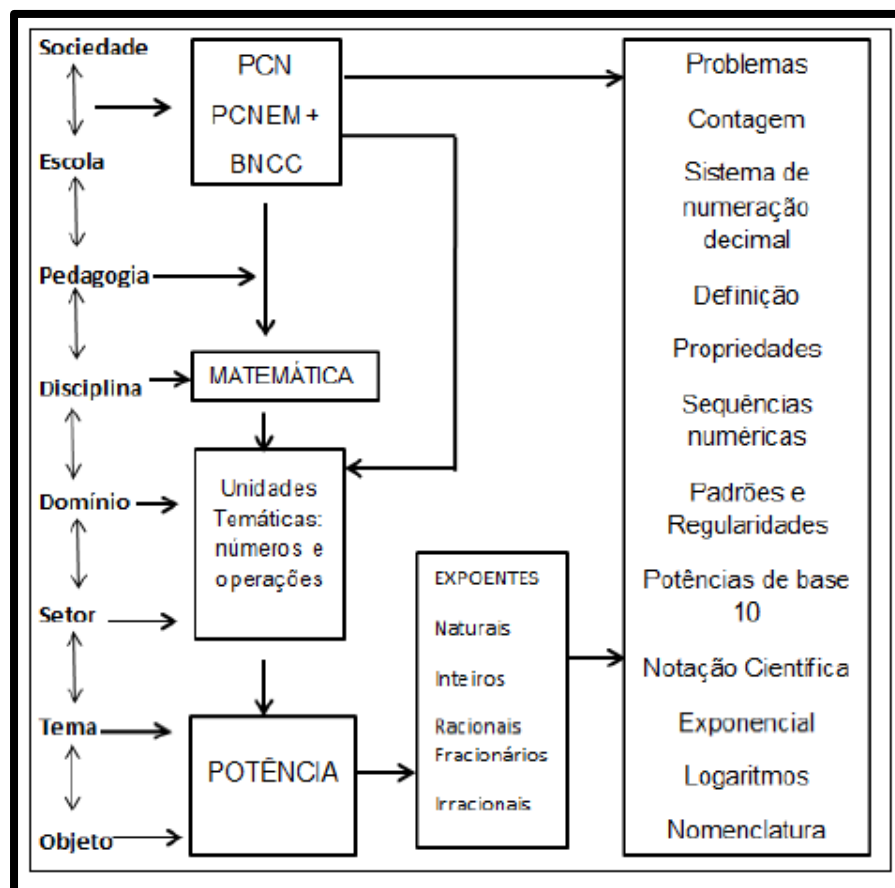
Nesta seção são feitos comentários acerca do ensino de potenciação em termos curriculares. Observamos que o assunto está presente nos PCN, bem como na BNCC e no DCEPA.

Em geral os alunos começam a ter noção de potenciação a partir do 5º ano do ensino fundamental, quando aprendem sobre a decomposição de números naturais a partir de potenciações de base igual a 10, mas veem especificamente o assunto apenas no 6º ano, quando aprendem a calcular potenciações com expoentes naturais. No 7º ano esse cálculo se expande para expoentes inteiros e números racionais na base. No 8º ano dá-se ênfase para as propriedades da potenciação, e no 9º ano há a utilização de números racionais no expoente, para a associação direta com a radiciação e suas propriedades.

Além disso, outros assuntos relacionados à potenciação são vistos durante os anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, como a decomposição em fatores primos no 6º ano, a notação científica no 8º ano, a função exponencial e a função logarítmica no 1º ano, e os binômios de Newton no 2º ano, bem como problemas que envolvem áreas de figuras geométricas, expressões algébricas e equações, ao longo de toda a educação básica.

Paías (2019) nos traz um quadro que mostra a relação dos níveis de codeterminação com os documentos oficiais e o objeto matemático potência, que pode visto na Figura 03.

Figura 03 – Relação dos níveis de codeterminação com os documentos oficiais e o objeto matemático potência



Fonte: Paias (2019, p. 154).

Vejamos agora como cada um dos documentos analisados (PCN, BNCC e DCEPA) aborda a potenciação.

3.3.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Como foi visto na seção 3.3.1, os PCN foram fruto de um processo internacional de reelaboração dos currículos escolares. O documento faz referência à educação básica brasileira, e com relação ao ensino Fundamental faz a divisão em quatro ciclos: o primeiro foca nas 1ª e 2ª séries (atuais 2º e 3º anos); o segundo nas 3ª e 4ª séries (atuais 4º e 5º anos); o terceiro nas 5ª e 6ª séries (atuais 6º e 7º anos); e, por fim, o quarto corresponde às 7ª e 8ª séries (atuais 8º e 9º anos).

Ainda que a potenciação seja mencionada primeiramente no bloco de Números e Operações, do 2º ciclo (Brasil, 1997, p. 39), somente é dada ênfase na construção do desenvolvimento matemático do aluno, com relação a essa operação, no 3º ciclo,

no bloco de conteúdos de mesmo nome. Um dos objetivos desse ciclo é “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, **potenciação** e radiciação” (Brasil, 1998, p. 64, grifo nosso).

Já na área de Conceitos e Procedimentos, os PCN dão três destaques para a potenciação, sendo os dois primeiros no bloco de Números e Operações e o terceiro em Grandezas e Medidas:

- Compreensão da **potência** com **expoente** inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, identificando e fazendo uso das propriedades da **potenciação** em situações-problema.
- Atribuição de significado à **potência** de **expoente** nulo e negativo pela observação de regularidades e pela extensão das propriedades das **potências** com **expoente** positivo.
- (...)
- Reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da **potenciação**. (Brasil, 1998, p. 72 e 74, grifo nosso)

Com relação ao 4º ciclo, um de seus objetivos é “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, **potenciação** e radiciação” (Brasil, 1998, p. 81, grifo nosso).

Além disso, na seção “Orientações didáticas para terceiro e quarto ciclos” os PCN sugerem que:

O conceito de **potenciação** com os números naturais pode ser trabalhado por meio de situações que envolvam multiplicações sucessivas de fatores iguais, que são frequentes, por exemplo, nos problemas de contagem. Ao desenvolver esse conceito, o professor pode conduzir o trabalho de modo a que os alunos observem a presença da **potenciação** no Sistema de Numeração Decimal. (Brasil, 1998, p. 112, grifo nosso)

E a partir disso são feitas as seguintes propostas: o uso da potenciação de base 10 na escrita dos números naturais; a divisão sucessiva da potência pelo valor da base, para justificar potenciações de expoentes iguais a um, zero e números inteiros negativos; o uso da notação científica e a elaboração preliminar do conceito de radiciação.

No entanto, apesar de ser considerado um importante documento norteador da educação brasileira, ainda era necessário a criação de um currículo nacional mínimo,

o que culminou na elaboração da BNCC, anos depois, conforme veremos no tópico a seguir.

3.3.2.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Inicialmente, é necessário perguntar: o que é a BNCC? Vejamos como o próprio documento se autodenomina, em Brasil (2018, p. 07):

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE).

Ou seja, a BNCC é um documento de referência nacional, que define as diretrizes para as aprendizagens essenciais que os estudantes de todas as regiões do país, em suas diferentes redes de ensino, devem aprender durante a sua formação básica, e que obrigatoriamente deve fazer parte do processo de elaboração de um projeto curricular deste nível de ensino, visando a formação cidadã de crianças e adolescentes, a partir da aprendizagem de habilidades e competências por ela propostas.

Nela a potenciação pertence à Unidade Temática intitulada de “Números”, que “tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (Brasil, 2018, p. 268). Assim, a potenciação pode ser vista explicitamente, segundo a BNCC, no 6º ano, a partir de operações com números naturais e racionais; e no 8º e 9º anos, a partir da sua relação com a radiciação.

Porém, implicitamente é possível abordar este conteúdo no 6º ano com o objeto de conhecimento “Aproximação de números para múltiplos de potências de 10”; no 8º ano em “Notação Científica”; e no 9º ano, em “Potências com expoentes negativos e fracionários” e em “Números reais: notação científica e problemas”. Ou seja, em praticamente todas as séries dos anos finais do Ensino Fundamental a potenciação está presente, o que pode ser observado com maior clareza no Quadro 04 a seguir.

Quadro 04 – Conteúdo básico e habilidades da Potenciação na BNCC

Ano	Objeto de conhecimento	Habilidade
6º ano	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números Naturais. Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais. Aproximação de números para múltiplos de potências de 10.	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação , por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
		(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
8º ano	Notação científica. Potenciação e radiciação.	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica. (EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
9º ano	Potências com expoentes negativos e fracionários. Números Reais: notação científica e problemas.	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números Reais, inclusive potências com expoentes fracionários. (EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números Reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Fonte: adaptado de Brasil (2018, p. 300-317, grifos nossos)

Assim, em comparação com os PCN, é possível observar que a BNCC detalha muito mais a abordagem da potenciação nos mais diferentes aspectos dos assuntos matemáticos para o ensino Fundamental.

3.3.2.3 Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA)

O DCEPA teve sua elaboração iniciada ainda no ano de 2007, a qual visava uma “construção curricular que orientasse e redefinisse o currículo das escolas concomitante às plenárias municipais e às conferências regionais de educação para a elaboração do Plano Nacional de Educação, todo ocorrido naquele mesmo ano” (Pará, 2019, p. 10). Após muitos debates, foi formulado um caderno intitulado Política de Educação Básica do Estado do Pará. Entretanto, apenas em 2014, devido ao Ministério da Educação solicitar o documento curricular vigente de cada estado com o objetivo de subsidiar a BNCC, as discussões foram retomadas.

Até a implementação da BNCC no final de 2017 e mesmo após isso, houve muitas mudanças nas propostas curriculares do estado do Pará, quando finalmente,

ao final de 2018, o documento foi aprovado pelo Conselho Estadual de Educação e publicado em 2019, além de passar “a ser também a referência legítima e legal, o documento base para a (re)elaboração de outros/novos currículos para a educação do Estado do Pará” (Pará, 2019, p. 12-13).

Dessa forma, o DCEPA, fortemente ligado às questões amazônicas e dos povos da floresta, tem como princípio:

a integridade sociocultural estimulando cada vez mais os processos criativos e produtivos que emanam dos diferentes grupos sociais e/ou comunidades sejam elas camponesas, ribeirinhas, quilombolas, indígenas ou cidadinas. Ao assumir em sua política educacional princípios basilares que se assentam no **Respeito às diversas culturas amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo**, na **Educação para a sustentabilidade ambiental, social e econômica** e na **Interdisciplinaridade no processo ensino-aprendizagem**, traz para o debate curricular aspectos inerentes aos costumes e modos de vida dos povos que vivem na Amazônia Paraense com suas riquezas cultural e econômica distribuídas nas mais diversas regiões do Estado. (PARÁ, 2019, p. 17, grifo do autor)

Considerando tudo isso, para o ensino Fundamental, Pará (2019) apresenta os seus conteúdos divididos em quatro eixos estruturantes:

- Espaço/Tempo e suas Transformações
- Linguagem e suas Formas Comunicativas
- Valores à Vida Social
- Cultura e Identidade

Sendo assim, vejamos como estão organizados os conteúdos envolvendo a potenciação, conforme o DCEPA, no Quadro 05 abaixo.

Quadro 05 – Eixos temáticos e habilidades da Potenciação no DCEPA

Ano	Eixo	Habilidade
4º	Linguagem e suas formas comunicativas	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo
6º	Linguagem e suas formas comunicativas	(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próximas
	Valores à vida social	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação , por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora

8º	Linguagem e suas formas comunicativas	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica
		(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário
9º	Linguagem e suas formas comunicativas	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários
		(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação Científica , envolvendo diferentes operações

Fonte: adaptado de Pará (2019, p. 301-311, grifo nosso)

Percebe-se, portanto, que a disposição do conteúdo de potenciação do DCEPA se assemelha bastante ao da BNCC.

3.4 ESTUDOS SOBRE A POTENCIAÇÃO E O SEU ENSINO

A pesquisa sobre a potenciação e o seu ensino ainda tem um longo caminho a ser percorrido, principalmente quando a comparamos com a de outros assuntos da matemática, como as geometrias plana e espacial, as frações, as equações do 1º e 2º graus, as funções, entre muitos outros, que possuem incontáveis trabalhos acadêmicos que visam tornar mais prática e significativa a sua abordagem em sala de aula pelos professores. O objeto matemático potenciação, até o momento, não aparenta dispor de tanta atenção quanto esses outros assuntos, porém, pesquisas de mestrado e doutorado já foram feitas a esse respeito, as quais veremos a seguir.

Ao pesquisar no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) os termos “potenciação” e “potência” (escritos de forma separada) surgiram 22438 resultados, a maioria deles relacionados ao segundo termo, talvez por não ser exclusivo da área da matemática. Devido a isso, escolhemos os filtros “Ensino de Matemática” e “Educação Matemática” no tópico “Área Concentração” da referida página. Assim, restaram 27 obras, as quais quatro nos chamaram a atenção pela semelhança com a nossa proposta de ensino: Barbosa (2016), Paias (2019), Ribeiro (2021) e Melo (2020).

Resolvemos realizar uma nova pesquisa com somente o termo “potenciação”, por ser de maior exclusividade da área da matemática, o que gerou 279 resultados, e logo na primeira página selecionamos os trabalhos de Silva (2020) (este por razões que abordaremos mais a frente), Santos (2017), Paias (2009) e Feltes (2007). Infelizmente estes dois últimos não estavam disponíveis na plataforma da Capes,

apesar de aparecerem como resultados. Portanto, fomos até o portal Google Acadêmico e pesquisamos a expressão “potenciação”, obtendo aproximadamente 19400 resultados. Logo entre os 10 primeiros obtivemos sucesso em encontrar os arquivos procurados disponíveis. Assim, analisamos as oito obras dispostas no Quadro 06 a seguir:

Quadro 06 – Estudos anteriores sobre Potenciação

AUTOR(A)	TÍTULO	CATEGORIA	IES	ANO
Arly Leite Ribeiro	Autismo e o ensino de potenciação e radiciação: um estudo a partir da resolução de problemas	Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT)	Fundação Universidade Federal Do Tocantins	2021
Marcela Camila Picin de Melo	A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de Matemática para a construção dos conteúdos de “potenciação e radiciação” com alunos do ensino fundamental	Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT)	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2020
Carlos José Amorim da Silva	A expressão zero elevado a zero	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT)	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro	2020
Ana Maria Paias	Obstáculos no ensino e na Aprendizagem do objeto matemático potência	Tese (Doutorado em Educação Matemática)	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	2019
Neusa de Oliveira Santos	O ensino de potenciação por atividades	Dissertação (Mestrado em Educação)	Universidade do Estado do Pará	2017
Ricardo Augusto Oliveira Jose Barbosa	Ensino de potências e funções exponenciais	Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT)	Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	2016
Ana Maria Paias	Diagnóstico dos erros sobre a operação de potenciação aplicada a alunos do Ensino Fundamental e Médio	Dissertação (Mestrado em Educação)	Pontifícia Universidade Católica	2009
Rejane Zeferino Feltes	Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de Ensino Fundamental e Médio	Dissertação (Mestrado em Educação)	Universidade Católica do Rio Grande do Sul	2007

Fonte: Consulta ao Banco de Teses e Dissertações da Capes, em 30 de maio de 2022.

Iniciando da mais antiga para a mais recente, Feltes (2007) fez uma análise quanto aos erros cometidos por 239 alunos do Ensino Fundamental e 193 do Ensino Médio de escolas públicas e particulares situadas no estado do Rio Grande do Sul, em testes sobre potenciação, radiciação e equações exponenciais. Para isso a autora

utilizou 17 categorias para classificar os 1030 erros cometidos pelos alunos, que foram por ela identificados.

Após fazer análises quantitativas e qualitativas dos dados, a autora concluiu que, em geral, as dificuldades dos alunos tinham maiores relações com operações numéricas e as propriedades de potenciação. Além disso, na pesquisa, feita com os quatro professores de matemática das turmas analisadas, foi respondido que faltava aos alunos mais estudo e atenção, e então sugeriram como solução que os alunos estudassem novamente os conteúdos e respondessem mais exercícios de fixação.

Baseada na análise de erros de Cury (2007), Feltes (2007) faz críticas a essas respostas dadas pelos entrevistados, por considerar ser uma visão absolutista da Matemática, na qual creem que o erro ocorre simplesmente por uma suposta falta de atenção ou empenho por parte do aluno, além de acreditarem que o aluno deve ter um conhecimento incontestável. Por fim, a autora tece algumas considerações acerca do potencial do uso dos erros dos alunos como ferramenta de ensino e aprendizagem em sala de aula.

No mesmo tom de Feltes (2007), Paias (2009) faz um diagnóstico sobre o ensino de potenciação, com alunos da então oitava série do Ensino Fundamental (atual 9º ano) e do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola estadual de São Paulo. Seu objetivo foi fazer um diagnóstico acerca dos erros cometidos por estes alunos em operações de potenciação e refletir sobre a importância dessa análise para o processo de ensino e aprendizagem.

Suas conclusões são as de que a maioria dos alunos não domina a concepção de potenciação, ao confundir esta operação com a de multiplicação. Segundo a autora, em algumas situações específicas, como o uso de números inteiros negativos ou fracionários, aumentam a quantidade de erros, bem como quando os números 1 e 0 são colocados como expoentes. A pesquisa de Paias (2009) tem como base os Registros de Representação Semiótica de Duval (2003), os estudos sobre o erro de Cury (2007) e a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999).

Muito antes disso, já nos PCN vemos uma preocupação com um aspecto do ensino de potenciação semelhante a uma das conclusões obtidas por Paias (2009), que é sobre a conceituação das potenciações cujo expoente é igual a 1 ou zero, os quais fogem da definição usual de que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais cujo expoente representa o número de fatores.

Mais recentemente, foram produzidos novos trabalhos sobre o ensino de potenciação, sendo alguns também vinculados à radiciação, às equações e inequações exponenciais e às funções exponenciais. Nesse sentido, destacamos quatro trabalhos, sendo três dissertações de mestrado e uma tese de doutorado.

Barbosa (2016) apresenta aspectos matemáticos conceituais, bem como formas contextualizadas em diversas áreas (como a biologia, a física e a química) para que professores ensinem potenciação e equações exponenciais através de problemas e jogos. O autor utilizou a análise quantitativa de acertos, aplicando testes antes e depois da realização das atividades em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, para que pudesse mensurar a evolução da aprendizagem dos alunos a partir de sua intervenção.

Por sua vez, Santos (2017) elaborou uma sequência didática para o ensino de potenciação por meio de atividades, utilizando a metodologia da Engenharia Didática de Artigue (1996), e avaliou os efeitos dela na aprendizagem dos alunos de uma escola pública municipal localizada na cidade de Nova Ipixuna do Pará. O público-alvo era de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e, portanto, em suas análises prévias, ela entrevistou os 11 profissionais que representavam a totalidade do quadro de professores da disciplina de matemática da rede pública do município e que atuavam do 6º ao 9º ano desse nível de ensino, além de 78 alunos do 7º ano, egressos do 6º ano.

A partir de sua análise dos dados elaborou e aplicou uma sequência didática voltada ao ensino de potenciação, composta por 12 atividades, para 31 alunos de uma turma de 6º ano da mesma escola em que os alunos do 7º ano foram entrevistados na fase anterior. O resultado encontrado pela autora foi o de que os alunos obtiveram uma melhora na aprendizagem, após a aplicação da sequência didática, inclusive comprovado estatisticamente através do Teste de Hipóteses e a Correlação Linear de Pearson. Santos (2017) propôs suas atividades baseadas em uma série de trabalhos desenvolvidos pelo professor Pedro Franco de Sá, os quais foram todos condensados em Sá (2019), que contém várias propostas de ensino de conteúdos matemáticos por meio de atividades, utilizando a metodologia da Redescoberta, e que incluem atividades de potenciação também.

Dando continuidade a seus estudos sobre os erros cometidos pelos alunos ao resolverem questões de potenciação, em sua dissertação de mestrado, Paias (2019) é uma pesquisa de tese de doutorado que busca identificar os obstáculos

epistemológicos e/ou didáticos que fazem parte do processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático potência. A autora inicia sua análise fazendo distinção entre “potenciação” e “objeto matemático potência”, a partir da seguinte indagação: “a potenciação é uma operação ou uma representação?” (Paías, 2019, p. 29). Após a consulta em várias obras sobre o assunto, considerou que a resposta era “representação”, e passou a estudar a potência, como objeto matemático, a partir dos enfoques cognitivo e epistemológico.

Paías (2019) é uma pesquisa fortemente influenciada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003), além da Teoria da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1999), bem como a noção de obstáculos de Guy Brosseau (1983). Em suas considerações finais, a autora elenca os obstáculos epistemológicos e didáticos que encontrou a partir de seus estudos, para citar alguns: a inabilidade da percepção da potenciação e a ruptura da definição de potenciação para expoentes não naturais, da primeira classificação dos obstáculos; a inadequação no uso das convenções e a existência de símbolos matemáticos no cálculo de potências, da segunda.

A dissertação de Silva (2020) não discute especificamente sobre o ensino de potenciação, mas nos chamou a atenção por ser uma pesquisa bibliográfica para tratar especificamente de um assunto bastante controverso no ensino e aprendizagem da potenciação (e na matemática como um todo): a expressão 0^0 .

O autor aborda historicamente a concepção de diversos matemáticos a respeito desse tema, desde os tempos em que Leonhard Euler e outros matemáticos eram unânimes em dizer que zero elevado a zero é igual a um, passando por Cauchy e seu método utilizando limites para mostrar que 0^0 é, na verdade, uma expressão indeterminada, bem como um novo ramo da matemática desenvolvida por Gerg Cantor em que se demonstra a expressão pode sim ser igual 1, passando pelo atuais softwares disponíveis em sites, programas e smartphones em que não se apresenta um consenso na resposta. Além disso, há uma análise de como os livros didáticos expõem esse tema aos estudantes da educação básica.

Silva (2020) conclui que o foco da discussão não deve ser o valor de 0^0 em si, mas sim o contexto o qual o termo está sendo utilizado, pois, dependendo dele, a expressão pode adotar diferentes significados. Além disso, ele diz que o assunto permite que alunos, professores e demais estudiosos do tema constatem que a matemática é repleta de expressões que ameaçam a sua ideia de aparente exatidão.

Outra dissertação que se destacou em nossa pesquisa foi a de Melo (2020). Este trabalho utiliza como metodologia o Ensino-Aprendizagem-Avaliação a partir da Resolução de Problemas, considerada uma “metodologia ativa”, a qual o aluno adquire conhecimento através da sua própria construção. Desta maneira, participaram do estudo 15 alunos de uma turma de 7º ano de uma escola particular da cidade de Sertanópolis, localizada no norte do estado do Paraná, cuja professora era a própria pesquisadora.

Os estudantes foram divididos em quatro grupos, os quais foram apresentados a nove problemas e um jogo, relacionados ao conteúdo de potenciação e radiciação. Cada um desses problemas foi visto em uma aula de 50 minutos, assim como o jogo, tendo a duração, portanto, de dez seções. A coleta de dados para a pesquisa se deu por meio de fotos, áudios gravados, anotações da pesquisadora e resoluções escritas dos alunos. A conclusão de Melo (2020) foi a de que a sua estratégia metodológica possibilitou aos alunos uma aprendizagem significativa dos assuntos de potenciação e radiciação. Deste trabalho originou-se um produto educacional de grande qualidade, que pode ser visto em Melo e Justulin (2020).

A pesquisa mais recente sobre o ensino de potenciação (e radiciação) a que tivemos acesso foi a dissertação de Ribeiro (2021). É um trabalho de cunho teórico que visa atender as particularidades de estudantes autistas do 6º ano do ensino Fundamental na aprendizagem de potenciação e radiciação, seguindo as etapas do roteiro de ensino proposta por Allevato e Onuchic (2014), utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas.

Entres os objetivos deste trabalho estão os de gerar discussões a respeito das garantias legais das pessoas com deficiências e da Educação Inclusiva, além de apresentar uma visão geral de conceitos relacionados ao Autismo e da Resolução de Problemas, bem como o desenvolvimento de uma proposta didática para o ensino de potenciação e radiciação através de materiais manipuláveis.

Desse modo, são elaborados cinco planos de aula com intervenções visando atender os objetivos anteriormente citados. O autor conclui o trabalho dizendo que uma limitação dele foi a não realização de um estudo de caso, mas que espera que obras futuras consigam superar este ponto, gerando mais conhecimentos a respeito deste tema da Educação Inclusiva.

Estas oito obras analisadas, portanto, contribuíram para retratar diferentes aspectos da abordagem das pesquisas feitas com o tema da potenciação, que às

vezes é analisado (como nesta pesquisa) de maneira individual, e em outras de forma conjunta com a radiciação; com metodologias e propostas de intervenções diferentes, mas todas concluindo o quão desafiador são aos professores ensinarem estes assuntos para os jovens que cursam o Ensino Fundamental.

A seguir veremos algumas possíveis causas da complexidade que é o ensino de potenciação aos estudantes.

3.5 MISCONCEPTIONS NA POTENCIAÇÃO

O termo “*misconceptions*” é uma palavra oriunda da língua inglesa que em tradução literal para português pode ter significados como “equivocos” ou “erros”, porém, para alguns autores como Nunes e Santana (2017), Silva (2003) e Serrazina (2000), algumas traduções mais apropriadas seriam expressões como “concepções errôneas”, “conceitos errôneos” ou “concepções equivocadas”, pois o termo se refere a erros cometidos pelo aluno que se materializaram a partir de concepções equivocadas que ele tem de um assunto em específico, ou mesmo da matemática como um todo. D’Amore (2007, p. 126-127) fornece sua visão sobre o assunto:

Uma *misconception* quer dizer uma concepção errada e, portanto, de modo geral, constitui um evento a ser evitado. Entretanto, não significa que deva ser encarada como uma situação total ou certamente negativa: não se exclui que, a fim de chegar à construção de um conceito, seja necessário passar por uma *misconception* momentânea, porém em curso de sistematização.

A concepção errônea não é como um erro comum, em que um simples aviso ou dica por parte do professor poderia ser capaz de fazer com que o aluno enxergasse o seu erro; ao possuir uma concepção errônea o aluno tende a defender o seu erro, como se fosse um ponto de vista a partir de sua crença, algo muito comum, por exemplo, nas ciências sociais (Allen, 2007).

Não é possível cravar um possível criador do termo “*misconceptions*”, até porque não é de hoje que são realizados estudos acerca da importância do erro do aluno em seu processo de aprendizagem, porém, podemos destacar alguns pioneiros no assunto, como Pines (1985), Graeber e Johnson (1990) e Pinto (1998). O estudo sobre o erro na aprendizagem dos estudantes se mostra de grande importância porque permite ao professor compreender melhor as dificuldades de cada aluno, e

assim traçar estratégias que possam minimizar a ocorrência do mesmo (Ozkan; Bal, 2017). Nunes e Santana (2017, p. 71) afirmam que:

Os registros feitos pelo aluno na resolução de um problema, mesmo que errôneos, possui informações essenciais à ação pedagógica e, também, revela os efeitos da ação pedagógica. A análise desses registros se torna fundamental para que o professor possa acompanhar e mediar o processo de aprendizagem do aluno.

Sem mencionar o termo *misconceptions*, os PCN também destacam a importância de o professor conhecer minimamente o contexto histórico e social em que seus alunos se encontram, para que a transposição didática por ele realizada não acabe por gerar dificuldades e até mesmo *misconceptions* na aprendizagem deles:

Tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos.

Essa consideração implica rever a idéia (sic), que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência.

Além disso, essa transposição implica conhecer os **obstáculos** envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos para que o professor possa compreender melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos.

Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de **natureza epistemológica**, mas é marcado significativamente por condições de ordem social e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras (Brasil, 1996, p. 36, grifo nosso)

Portanto, nesta seção apresentaremos exemplos de *misconceptions* no ensino e na aprendizagem de potenciação, além de mostrar as possíveis causas da sua existência. Procurando alcançá-los, tomamos por referência a pesquisa de Paias (2019), onde observamos um amplo estudo a respeito dos obstáculos epistemológicos e didáticos no ensino e na aprendizagem do objeto matemático “potência” (sendo que, como já dito em seções anteriores, este termo, na concepção da autora, tem um significado diferente do termo “potenciação”), onde o conceito de “obstáculos”, apresentado pela autora, se baseia nas ideias de Brosseau (1983, 2003).

Paias (2019, p. 218, grifo nosso) afirma que “um obstáculo em matemática desponta de um conjunto de dificuldades ou erros comuns a muitos sujeitos ou instituições que compartilhem uma **concepção inadequada** do objeto matemático de modo persistente e ao longo do tempo”.

3.5.1 Classificações de *misconceptions* e exemplos relacionados à potenciação

Graeber e Johnson (1990) *apud* Nunes e Santana (2017) destacam quatro categorias de classificações para as *misconceptions*: “Supergeneralização”, “Superespecialização”, “Traduções errôneas” e “Concepções limitadas”. Baseados nelas desenvolvemos e apresentamos a seguir alguns exemplos de *misconceptions* do assunto de potenciação. Neles, destacamos em itálico o tipo de *misconceptions* e em negrito, as possíveis *misconceptions* dos estudantes.

Iniciamos pela categoria da **supergeneralização**, a qual se um estudante “toma um conceito, um princípio ou um procedimento que é verdadeiro para uma classe e o estende a outra classe, então ele está supergeneralizando” (Nunes; Santana, 2017, p. 72).

Entre os exemplos possíveis, temos os seguintes:

- Quando o aluno observa que a potência de zero elevado a qualquer número positivo é igual a zero, ele *supergeneraliza* esse resultado para quando os expoentes são negativos;

$$0^x = 0 \rightarrow 0^{-5} = 0$$

- Na potenciação de base com números inteiros, o aluno costuma colocar sempre uma resposta positiva, haja visto que sempre que a base é positiva a potência também é positiva, e para metade dos casos em que a base é negativa, a potência também será positiva, fazendo desse um caso de *supergeneralização*.

$$(+5)^2 = 25, (+5)^3 = 125, (-5)^2 = 25, (-5)^3 = 125$$

- Outra concepção errônea do tipo *supergeneralização* é a do uso ou não dos parênteses no cálculo de uma potência. Os alunos tendem a achar que se calcula da mesma forma.

$$4^2 = 16, (+4)^2 = 16, (-4)^2 = 16, -4^3 = 16$$

- Há uma *supergeneralização* quando em uma potenciação de base positiva e expoente negativo o aluno coloca como resposta o valor correto da potência caso o expoente fosse positivo, mas com sinal negativo, devido ao “jogo de sinais” que ele aprendeu na multiplicação de números inteiros.

$$(+3)^{-2} = -9$$

A segunda categoria é a da **superespecialização**, que segundo Nunes e Santana (2017, p. 72, grifo nosso) é onde:

(...) as concepções errôneas dos alunos impõem a uma classe toda uma propriedade de alguma subclasse. Ou ainda, se um aluno adiciona alguma restrição a um conceito, a um princípio ou a um procedimento que não é uma característica da classe toda, então ele está **superespecializando**.

Como exemplos, temos:

- Quando há uma soma de potenciações de bases iguais, alguns alunos conservam a base e somam os expoentes, assim como eles fazem na multiplicação de potenciações de mesma base, dando um exemplo de *superespecialização*.

$$b^m \times b^n = b^{m+n} \rightarrow b^m + b^n = b^{m+n}$$

- Outro caso de *superespecialização* é quando, ao se defrontar com as propriedades de divisão de mesma base e potenciação de potenciação, o aluno resolve somando os expoentes, como ele faz na propriedade de multiplicação de mesma base.

$$2^3 \times 2^4 = 2^7, \quad 3^6 \div 3^2 = 3^8, \quad (4^3)^7 = 4^{10}$$

A terceira categoria é a das **traduções errôneas**. De acordo com Nunes e Santana (2017, p. 72):

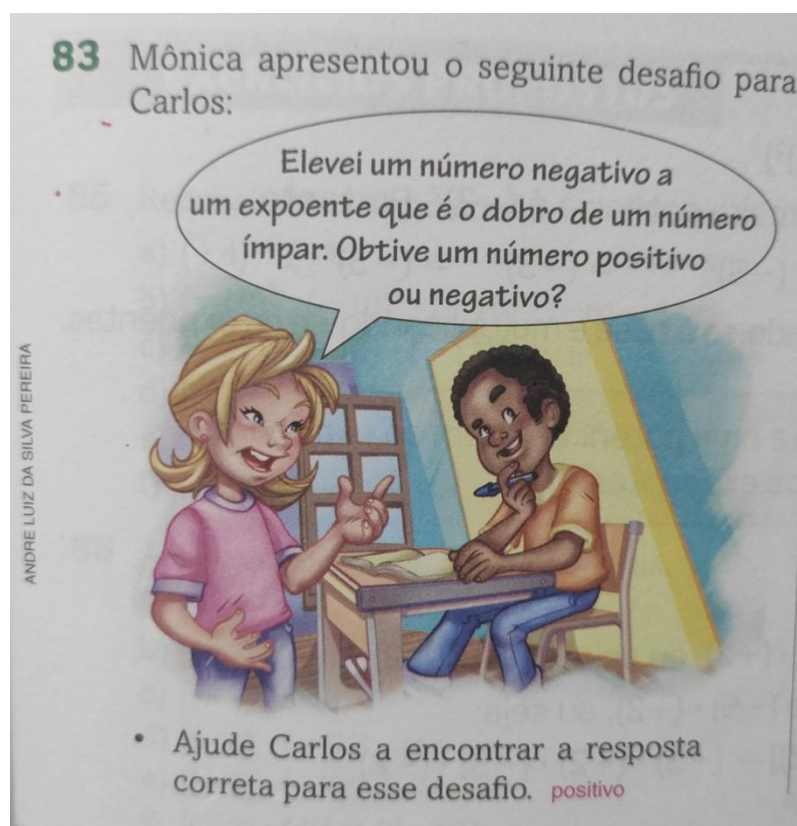
(...) muitos erros acontecem enquanto os estudantes traduzem determinadas formas, tais como palavras, símbolos ou fórmulas, tabelas e gráficos. Tais

traduções são frequentemente encontradas, e cada tipo de tradução (por exemplo, palavras para símbolos) tem dificuldades associadas a ela.

Este tipo de erro ocorre comumente no ato de transformar uma sentença escrita da lei de uma função entre duas grandezas para a linguagem algébrica.

- Neste exemplo temos uma grande possibilidade de *misconceptions* do tipo *traduções errôneas*:

Figura 04 – *Misconceptions* do tipo traduções errôneas



Retirado de Bianchini (2015, p. 39).

Por fim, a última categoria é das **concepções limitadas**. Nunes e Santana (2017, p. 72) dizem que:

(...) se a concepção errônea de um estudante é notada pela falta de um conceito, de um procedimento ou de um princípio ou, se o estudante tem apenas uma noção limitada daquele conceito, princípio ou procedimento, então o estudante está usando uma concepção limitada, consideradas “concepções fracas” (pontos de vista limitados) ou “concepções perdidas” (quando os estudantes são capazes apenas de recuperar pedaços e partes da concepção), ou ainda “conhecimento frágil” (conhecimento que cai quando a capacidade de processamento das pessoas é imposta).

- A principal concepção errônea adquirida pelos alunos ocorre geralmente no primeiro exemplo dado pelo professor, quando este escolhe mostrar quanto é 2^2 . Ao dizer que esta potenciação se resolve fazendo 2×2 , a maioria dos alunos entende que para resolver uma potenciação basta multiplicar a base pelo expoente. Esta *misconception* é grave porque acaba por contaminar grande parte da continuação do ensino de potenciação, já que o aluno costuma fazer isso com todos os demais exemplos. Esta concepção errônea pode ser classificada na categoria *concepções limitadas*.

$$2^2 = 4 \rightarrow 5^3 = 15$$

- Quando o professor afirma que “todo número elevado a zero é igual a 1” e que “zero elevado a qualquer número é igual a zero”, o aluno fica com uma *concepção limitada* do valor de zero elevado a zero.

$$x^0 = 1, \quad 0^x = 0 \quad \rightarrow \quad 0^0 = ?$$

- O conceito inicial de potenciação de números naturais como “o produto de n fatores iguais” não se aplica aos casos dos expoentes igual a um e igual a zero, o que pode acabar gerando concepções equivocadas do tipo *concepções limitadas* para estes casos.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2, \quad 2^0 = ?, \quad 2^1 = ?$$

- Em uma expressão numérica contendo adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, os alunos tendem a não priorizar a potenciação na ordem de resolução dela, e acabam fazendo operações com a base da potenciação antes de resolvê-la, fazendo desse um exemplo de *concepções limitadas*.

$$3 \times 5^2 - 8 = 15^2 - 8 = 7^2 = 49$$

Por fim, a aplicação satisfatória dos conceitos de potenciação e suas propriedades são bastante limitados durante o Ensino Fundamental, fazendo com que

os alunos tenham uma *concepção limitada* de que o assunto de potenciação não serve para nada, só serve para que eles tirem notas baixas na prova.

3.5.2 Possíveis causas das *Misconceptions* em Potenciação

Essas concepções errôneas podem ocorrer de diferentes formas, mas estudos apontam que grande parte delas acontece em decorrência da própria atuação do professor em sala de aula. Na Matemática ela pode ocorrer, por exemplo, a partir do ensino de atalhos procedimentais para a resolução de questões e problemas, assim como o professor pode induzir não intencionalmente o aluno ao erro, em testes, provas e questões mal formuladas (Ajayi, 2017).

Outra maneira que este fenômeno pode se manifestar é a partir de materiais de ensino mal formulados, como os livros didáticos, por exemplo. Todas essas situações podem contribuir para que o aluno entenda os conceitos e procedimentos matemáticos de forma equivocada, e acabe cometendo erros não por falta de inteligência ou atenção, mas porque foi levado a raciocinar desta forma.

Sobre as causas da ocorrência de *misconceptions* especificamente no ensino e na aprendizagem de potenciação, atribuímos que elas estão relacionadas aos obstáculos epistemológicos e didáticos apontados por Paias (2019). Mas antes, como já foi exposto em seções anteriores, é preciso dizer que a autora, baseada na Teoria dos registros de representação semiótica de Duval (a qual aborda a aprendizagem da matemática relacionada ao modo como temos acesso aos objetos matemáticos e que somente é possível através das representações) chegou à conclusão de que a potenciação não é uma operação, mas sim uma representação do objeto matemático potência. Entre outros motivos isto ocorre porque base e expoente não operam diretamente entre si, a partir de um algoritmo, e como são feitas as conversões e tratamentos para se chegar ao valor da potência (PAIAS, 2019).

Além disso, a autora também se baseia, entre outras, na teoria da transposição didática, de Yves Chevallard, que trata sobre as transformações realizadas no saber sábio (aquele produzido pelos cientistas) para se tornar o saber a ser ensinado (definido pela noosfera, que é o conjunto de pessoas e/ou instituições que julgam o que deve ser ensinado aos alunos, a partir de suas perspectivas sociais, culturais e econômicas, que agrega professores, diretores, secretários de educação, políticos, editoras de livros, etc), tornando-se o saber ensinado, que é o que é propriamente

ministrado em sala de aula, que depende do planejamento pedagógico, da estrutura e organização escolar, até, por fim, se transformar no saber aprendido, que é de fato o que o aluno entendeu e levou para a vida, depois de todo esse processo.

Essas variáveis cognitiva e epistemológica moldam o processo de ensino e aprendizagem na matemática, e na potenciação não seria diferente, o que acaba por gerar obstáculos neste mesmo processo. Segundo Paias (2019), alguns dos **obstáculos epistemológicos** são os seguintes:

- **Inabilidade da percepção de potenciação como registro de representação do objeto matemático potência** – Esta é a razão de muitos alunos multiplicarem a base pelo expoente, ao resolver uma potenciação. Eles não conseguem compreender a definição de potenciação, e que aquele objeto é um diferente do visto na multiplicação, e por isso deve ser resolvido de modo diferente daquele.
- **Ruptura da definição de potenciação para expoentes não naturais** – Este obstáculo justifica a grande dificuldade que os alunos têm ao resolver potenciações de bases e expoentes negativos e racionais.
- **Compreensão do expoente zero como nada** – A própria humanidade levou séculos para poder entender melhor a noção correta sobre o zero, e nossos alunos passam pelas mesmas dificuldades. Some-se a isso o fato do expoente igual a zero representar uma potência igual a um, e não igual a zero.
- **Indução à multiplicação com expoente 1 por entender que se multiplica a base apenas uma vez** – A dificuldade de associar um único termo à uma multiplicação confunde os alunos, e acaba reforçando a ideia da multiplicação entre a base e o expoente.

Ainda de acordo com Paias (2019), alguns dos **obstáculos didáticos** são os seguintes:

- **Exiguidade na proposta de problemas relacionados ao objeto matemática potência** – Os livros didáticos trazem poucos problemas relacionados ao

assunto de potenciação, e quando trazem estes problemas nem sempre fazem sentido para a compreensão do aluno.

- **Existência de símbolos matemáticos no cálculo de potenciações** – O uso de parênteses se revela um desafio para os alunos, na solução de sentenças que incluem números inteiros na base ou em expressões numéricas, por exemplo.
- **Conflito do mau exemplo 2^2** - O exato exemplo que mencionamos anteriormente sobre ser a principal *misconception* de potenciação, o que acaba repercutindo em vários outros cálculos de potenciação.
- **Abrangência na aplicação das propriedades de potenciações** – Os livros didáticos em geral reforçam a ideia da pouca aplicação prática das propriedades de potenciação no cotidiano dos alunos, as utilizando apenas com o objetivo algébrico das mesmas, de simplificação, entre outros.
- **Trivialidade na apresentação de conversões entre representação do registro de língua natural para a representação no registro algébrico em livros didáticos** – Esse é o caso da imagem tirada do livro didático, em que há uma tentativa de tradução de uma situação na língua materna para a linguagem matemática.

É importante ressaltar que mostramos apenas alguns dos obstáculos, tanto epistemológicos quanto didáticos, que foram apresentados por Paias (2019), os quais tem mais relação com as possíveis causas das concepções errôneas que apresentamos nesta seção.

3.5.3 Recomendações didático-pedagógicas para a não propagação das *misconceptions*

Para evitar que essas concepções errôneas se propaguem ainda mais, é necessário primeiramente que os professores tomem consciência deste assunto, portanto, é essencial discutir sobre este assunto em congressos, eventos e na própria universidade, durante sua formação acadêmica; uma vez que essa consciência seja

tomada, o professor deve se livrar de práticas danosas à aprendizagem dos alunos, como o uso de macetes que podem ser objetivos para a resolução de algumas questões, mas que são vazios de significado matemático.

Também é preciso evitar o uso do famoso “decoreba” de fórmulas e propriedades matemáticas; passar a estimular o aluno a descobrir por conta própria as regularidades dos fenômenos matemáticos, e os auxiliar a formalizar esse conhecimento, utilizando os erros dos alunos como processo essencial para a melhoria da aprendizagem dos mesmos; e, para tudo isso, utilizar o máximo possível a metodologia da resolução de problemas e do ensino por atividades experimentais, que ajudam a fazer dos alunos sujeitos ativos no processo de aprendizagem (Silva, D., 2023).

Tomar consciência, conhecer mais sobre este assunto e discuti-lo com seus pares tornam-se papéis fundamentais dos professores de matemática que primam por um ensino de qualidade para os seus alunos. Fazer do estudante um sujeito ativo em sua aprendizagem, a partir de metodologias que o coloquem como protagonista da construção de seus conhecimentos, também é uma medida muito importante para combater as concepções equivocadas que alunos trazem consigo para a sala de aula, ou que podem lá mesmo ser geradas (Ajayi, 2017).

3.6 DIAGNÓSTICO

Para a nossa pesquisa, é muito importante fazer um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem-avaliação ligado à potenciação, para que possamos fazer as devidas comparações e análises, após a aplicação da nossa sequência didática. Devido a isso, consultamos 70 professores que atuam no ensino Fundamental de escolas públicas. Vejamos, então, os resultados que obtivemos.

3.6.1 Consulta a Professores

Em tempos de pandemia, a única forma segura encontrada para a obtenção de informações que pudessem subsidiar esta pesquisa quali-quantitativa e explicativa, foi por meio de consulta pela internet das obras aqui destacadas, e de uma pesquisa de campo a partir de um questionário online (pela plataforma Google Forms), disponibilizado durante os meses de novembro e dezembro de 2020 e janeiro de 2021,

o que nos possibilitou chegar, de maneira prática, a docentes que atuam em diferentes estados e redes públicas de ensino da federação. O modelo das perguntas feitas está disponível no Apêndice A do presente trabalho.

Uma desvantagem desse formato é o de não estarmos presentes fisicamente no ato da devolução, para verificar se o participante deixou de responder alguma informação relevante, ou se respondeu de forma incompleta ou insatisfatória. Infelizmente esta situação ocorreu principalmente nas questões de respostas livres, como a da formação inicial, por exemplo, em que eram pedidas três informações ao mesmo tempo: Instituição de ensino, curso e ano de formação.

O universo da pesquisa foi composto por professores de matemática que fizeram graduação ou que estão cursando a pós-graduação em universidades situadas em solo paraense, públicas ou particulares, mas que não necessariamente estão exercendo a profissão neste estado, e que atuam em redes públicas municipais e/ou estaduais. Em nossa amostra há 70 profissionais com estas características, que ensinam matemática para estudantes do Pará, Amazonas, Mato Grosso, Goiás e Paraíba. O contato com esses participantes foi realizado a partir do aplicativo *Whatsapp*, por meio de grupos online de professores e de estudantes de pós-graduação.

No total, houve mais respostas ao questionário do que este número mencionado, porém foi preciso excluir algumas delas da pesquisa por alguns motivos, entre eles: por algumas repostas estarem repetidas (ou seja, a pessoa respondeu mais de uma vez o questionário) ou então sem coerência, pois não traziam respostas adequadas com relação a uma pesquisa científica; por terem sido respondidas por professores que só atuavam na rede privada; ou então por professores que não tinham qualquer vínculo de estudo ou ensino com o estado do Pará. A intenção, inicialmente, era de que a amostra contivesse um total de 100 professores, no entanto, o tempo e a dificuldade de estar presencialmente com profissionais, que possuíam as características necessárias para se tornarem parte da pesquisa, fizeram com que não fosse possível executá-la desta forma.

O questionário elaborado foi dividido em duas partes principais: os perfis dos professores e do ensino de potenciação segundo eles. Na primeira parte procuramos conhecer os participantes, com relação ao gênero, idade, formação inicial, pós-graduação, tempo de serviço e redes de ensino em que eles atuam. Na segunda parte fizemos perguntas relacionadas ao ensino de potenciação para alunos de 6º ano do

ensino Fundamental, mais especificamente, como quais disciplinas feitas ou eventos que tivesse participado que tratavam explicitamente sobre o ensino de potenciação, sobre a dificuldade de ensinar esse assunto, formas e métodos de iniciar, aprofundar e avaliar esse assunto, entre outros.

3.6.1.1 Perfil dos professores consultados

Vejamos então algumas características dos professores que responderam ao questionário eletrônico, organizados nas tabelas abaixo. Nesta primeira parte iremos comparar os resultados obtidos com os de algumas pesquisas de dissertação de mestrado que utilizaram uma base comum para a elaboração de seus questionários, a qual também se aplica a este artigo. Todas elas são de ex-alunos do PMPEM-UEPA ou do PPGED⁵-UEPA e que tratam de diversos assuntos relacionados ao ensino de matemática para alunos da educação básica.

Tabela 01 – Distribuição dos professores por gênero

Gênero	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Feminino	16	22,9%
Masculino	54	77,1%
Total	70	100%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Na Tabela 01 podemos observar aquilo que é bem característico entre os profissionais da educação ligados à matemática: a maioria deles são homens, e uma minoria são mulheres. Nesta pesquisa, cerca de 23% dos participantes são do gênero feminino, enquanto aproximadamente 77% são do masculino. Em Pereira (2017), Alves (2018), Batista (2018) e Menezes (2018) os percentuais de professoras variou entre 10% e 30% dos participantes. Lopes (2015) obteve um resultado de 33% e Santos (2017) um de 45%.

Tabela 02 – Distribuição dos participantes, por faixa etária

Faixa Etária	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
26 a 30 anos	12	17,14%
31 a 35 anos	19	27,14%
36 a 40 anos	14	20,00%
41 a 45 anos	6	8,57%

⁵ PPGED – Programa de Pós-Graduação em Educação.

46 a 50 anos	11	15,72%
51 a 55 anos	7	10,00%
56 a 60 anos	1	1,43%
Total	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Acima, na Tabela 02, das onze categorias existentes no questionário, quatro não possuíram nenhuma resposta: justamente as de professores muito jovens ou muito idosos. Fora essas, as categorias que tiveram menor representação foram a de 56 a 60 anos, com 1,43%, e a de 41 a 45 anos, com 8,57%. As de maior representatividade são as de 31 a 35 anos, com 27,14%, e de 36 a 40 anos, com 20%. Quase 65% dos participantes têm até 40 anos de idade, o que significa que a maioria pode ser considerada ainda jovem.

Em Lopes (2015), Santos (2017), Pereira (2017), Alves (2018), Batista (2018) e Menezes (2018) os professores de até 40 anos também representam mais da metade dos participantes das pesquisas, dando inclusive bastante destaque para a faixa de 26 a 30 anos, na maioria delas, e a baixa frequência nas extremidades, o que se assemelha bastante aos nossos resultados.

Tabela 03 – Intervalo dos anos de conclusão da formação inicial dos participantes

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
1991 – 1995	3	5,56%
1996 – 2000	8	14,81%
2001 – 2005	7	12,96%
2006 – 2010	15	27,78%
2011 – 2015	20	37,04%
2016 – 2020	1	1,85%
Total	54	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Sobre a formação inicial dos professores participantes, apenas 54 pessoas responderam o ano em que completaram seus estudos. Percebe-se pela Tabela 03 que exatamente dois terços deles (ou seja, 66,67%) se formaram desde o ano de 2006 até o presente momento, sendo que menos de 2% nos últimos cinco anos. Portanto, mais da metade deles se formou entre 2006 e 2015.

Nem todas as pesquisas as quais estamos comparando nossos resultados fizeram a pergunta da Tabela 03. Em Lopes (2015) e Batista (2018) menos da metade dos participantes se formou entre 2006 e 2015, mas quando incluímos a categoria 2001 a 2005, quase dois terços deles estão nessas três faixas analisadas. No entanto,

em Santos (2017) 100% dos que responderam a esta pergunta se formaram justamente entre 2006 e 2015.

Tabela 04 – Instituição da formação inicial dos participantes

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
UEPA	38	58,46%
UFPA	22	33,85%
IFPA	3	4,61%
UNAMA	1	1,54%
UESPI	1	1,54%
Total	65	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Para a pergunta acerca do local em que ocorreu a formação dos participantes, houve 65 respostas. É possível visualizar na Tabela 04 que mais da metade dos professores respondeu que se formou na UEPA, universidade que é reconhecida pela sua boa formação docente na região norte do país. Cerca de um terço estudou na UFPA, que é a maior da região em termos de estrutura. Os demais se dividem entre IFPA (antiga escola técnica), UNAMA (única instituição particular citada) e UESPI, que foi a única de fora do estado do Pará mencionada. O detalhe é que o participante formado por esta última atende aos requisitos estipulados por esta pesquisa por estar cursando mestrado na UEPA.

Em Lopes (2015), Santos (2017) e Batista (2018) a instituição da formação inicial dos professores foi de pelo menos 70% das públicas, mas variaram bastante entre a estadual do Pará e as federais do estado, sem nenhum caso de universidades de fora. Sobre o tipo de graduação houve 62 respostas em nossa pesquisa, em que todas se dividiram entre os termos “Matemática” e “Licenciatura em Matemática”, indicando não haver profissionais de fora desta área ensinando os conteúdos provenientes a ela. Apenas Santos (2017) perguntou sobre isso, e constatou que 27% dos participantes não possuíam formação inicial em matemática.

Tabela 05 – Distribuição dos professores com relação à pós-graduação.

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Possui Especialização	41	58,57%
Possui Mestrado	17	24,29%
Possui Especialização e Mestrado	11	15,72%
Possui Doutorado	0	0,00%
Possui alguma pós-graduação	47	67,14%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Com relação à formação continuada dos professores, que pode ser observada na Tabela 05, aproximadamente 67% dos participantes possuem algum tipo de pós-graduação (somente especialização, somente mestrado, ou os dois ao mesmo tempo), ou seja, pouco mais de dois terços deles. O aperfeiçoamento mais comum é o da Especialização, que conta com 58,57% dos casos, e apenas 24,29%, quase um quarto deles, é formado em algum programa de mestrado.

É válido destacar que a maioria dos que tem mestrado também tem uma especialização, assim como é notório que nenhum professor participante havia se formado em um doutorado até o momento da conclusão desta pesquisa, apesar de uma das participantes ter comunicado que só ainda não havia defendido sua tese por conta dos contratempos da pandemia.

Em Lopes (2015), Pereira (2017), Alves (2018) e Batista (2018) os índices dos que têm pelo menos alguma pós-graduação gira em torno de 60% (bastante semelhante ao nosso), enquanto os que têm mestrado alcançam no máximo 15%. Como a taxa de nossa pesquisa referente a essa categoria é maior, isso talvez reflita, mesmo que de maneira bastante lenta, o crescimento da busca pelo mestrado por parte de alguns professores, do tempo em que foram realizadas estas pesquisas até o presente momento. Apenas Lopes (2015) e Alves (2018) apresentaram pelo menos um docente que tinha doutorado, mas ainda assim com índices de no máximo 3%. Em Santos (2017) apenas 36% possuíam pós-graduação, sendo que nenhum dos professores possuía mestrado.

Tabela 06 – Intervalo dos anos de conclusão da Especialização dos participantes

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
1996 – 2000	1	4,35%
2001 – 2005	4	17,39%
2006 – 2010	8	34,78%
2011 – 2015	7	30,44%
2016 – 2020	3	13,04%
Total	23	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Seguindo a mesma tendência da formação inicial, a maior parte das especializações foi concluída entre os anos de 2006 e 2015, de acordo com a Tabela 06, em que houve apenas 23 respostas para esta pergunta. Foram citadas 16 instituições diferentes neste tipo de formação, em 31 resultados, com destaque para a UFPA que possui o total de 11 citações, sendo as demais mencionadas no máximo

três vezes apenas. Os três cursos com maior incidência foram o de “Educação Matemática”, com 8 menções, “Ensino da Matemática” com 7 e “Educação Especial”, com 6. Esses cursos se assemelham com os vistos em Alves (2018).

Tabela 07 – Intervalo dos anos de conclusão do Mestrado dos participantes

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
2011 – 2015	4	40%
2016 – 2020	6	60%
Total	10	100%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Sobre os professores que já são Mestres, os 10 que responderam sobre o ano em que se formaram têm formação durante a última década. Quanto à instituição em que foram cursados estes programas houve 17 respostas, com a UFPA com 53% delas (principalmente por meio do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT)), e a UEPA com 41%, com ênfase em seu PMPEM. Houve também uma formação na Universidade do Minho (UMINHO), localizada em Portugal.

A partir dos dados das Tabelas 05, 06 e 07, é importante ressaltar que, em geral, o serviço público oferece uma gratificação para os profissionais que se qualificam em cursos de pós-graduação, com uma média de 10% para os que têm uma especialização, 20% para quem tem mestrado e 30% para quem tem doutorado, os quais não são cumulativos. Imaginando que uma especialização dura, geralmente, entre 12 a 18 meses, um mestrado dura 24 meses e um doutorado 48 meses, não parece ser financeiramente muito vantajoso fazer um doutorado quando já se tem um mestrado, pelo fato de ser preciso estudar por mais quatro anos para se obter apenas mais 10% de gratificação. Além disso, quando se é apenas licenciado, parece ser bem mais prático fazer uma especialização, haja vista a quantidade de cursos ofertados por inúmeras faculdades, com relação aos cursos de mestrado oferecidos.

É muito importante que haja cada vez mais um maior incentivo para a busca por qualificação profissional por parte dos professores, pois este é um dos fatores de maior agregação de qualidade na aprendizagem dos alunos. Sobre a importância da formação continuada do professor, o documento “Referenciais para a formação de Professores”, do Ministério da Educação afirma:

A formação inicial em nível superior é fundamental, uma vez que possibilita que a profissionalização se inicie após uma formação em nível médio, considerada básica e direito de todos. Entretanto, não se pode desconsiderar

que uma formação em nível superior não é, por si só, garantia de qualidade. É consenso que nenhuma formação inicial, mesmo que em nível superior, é suficiente para o desenvolvimento profissional, o que torna indispensável a criação de sistemas de formação continuada e permanente para todos os professores (Brasil, 2002, p. 17).

Sobre a Pós-graduação relacionada ao gênero, temos:

Tabela 08 – Distribuição dos que possuem Pós-Graduação, por gênero

	Mulheres		Homens	
	Absoluta	Relativa	Absoluta	Relativa
Possui Especialização	11	68,75%	30	55,55%
Possui Mestrado	2	12,50%	15	27,78%
Possui Especialização e Mestrado	1	6,25%	10	18,52%
Possui alguma Pós-Graduação	12	75,00%	35	64,81%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Especificando um pouco mais estas informações, a Tabela 08 nos fornece informações de como ocorre essa formação continuada com relação ao sexo dos participantes. Lembrando que apenas 16 pessoas do sexo feminino foram participantes, temos que 75% (ou três quartos delas) possuem alguma pós-graduação, no entanto, apenas 12,5% delas possui mestrado, enquanto 68,75% têm especialização. Já com relação aos de sexo masculino, que foram 54 nas respostas, o índice dos que têm alguma pós-graduação é um pouco menor: 64,81%. Porém, os que têm mestrado são 27,78%, ou seja, mais que o dobro das mulheres.

Tabela 09 – Pós-Graduação, por faixa etária, em quantidades absoluta e relativa

Faixa Etária	Frequência	Possui Especialização	Possui Mestrado	Possui Especialização e Mestrado	Possui Doutorado	Possui alguma pós-graduação
26 a 30	Absoluta	4	3	2	0	5
	Relativa	33,33%	25,00%	16,67%	0,00%	41,67%
31 a 35	Absoluta	10	3	2	0	11
	Relativa	52,63%	15,78%	10,53%	0,00%	57,89%
36 a 40	Absoluta	11	5	4	0	12
	Relativa	78,57%	35,71%	28,57%	0,00%	85,71%
41 a 45	Absoluta	4	3	2	0	5
	Relativa	66,66%	50,00%	33,33%	0,00%	83,34%
46 a 50	Absoluta	9	2	1	0	10
	Relativa	81,82%	18,18%	9,09%	0,00%	90,91%
51 a 55	Absoluta	3	0	0	0	3
	Relativa	42,86%	0,00%	0,00%	0,00%	42,86%
56 a 60	Absoluta	0	1	0	0	1
	Relativa	0,00%	100,0%	0,00%	0,00%	100,0%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

A Tabela 09 continua o detalhamento dos dados, mas agora focando na faixa etária. Com o devido cuidado ao analisar a última categoria, de 56 a 60 anos, que só possui um único integrante, temos o total de quatro faixas etárias que possuem mais de 80% de seus membros com alguma pós-graduação, dando destaque à de 41 a 45 anos em que metade de seus participantes possui mestrado. No entanto, a maior parte dos que têm mestrado são os professores de até 40 anos. A análise das informações das Tabelas 08 e 09 não foram feitas por nenhuma das outras pesquisas que estamos fazendo a comparação dos resultados com esta.

Ainda sobre a formação dos profissionais consultados, apenas 21,42% responderam que “Sim” para a pergunta “Durante sua formação de Professor(a) de Matemática você fez alguma disciplina que abordava explicitamente o ensino de Potenciação?”. 58,58% responderam que “Não” e 20% que “Não lembro”. Dos que responderam que “Sim”, a maioria disse que viu algo relativo ao ensino de potenciação na disciplina “Fundamentos da Matemática Elementar”.

Apesar de tratarem de temas que não necessariamente são relacionados com o deste artigo, se assemelharam ao nosso os resultados de Lopes (2015), Santos (2017), Alves (2018) e Batista (2018), em que tiveram pelo menos 70% de respostas “Não” para disciplinas que tenham abordado explicitamente o ensino do assunto referente aos seus trabalhos, e que variavam em até 90% em alguns casos. Para os que responderam que “Sim”, as disciplinas citadas também são semelhantes à de nossa pesquisa.

Portanto, em todas as pesquisas o índice de professores que não consideram que tiveram uma disciplina específica para tratar do ensino de determinado assunto foi muito alto. Podemos considerar esses aspectos bastante negativos, pois conforme aponta o documento sobre propostas para a formação inicial de professores, é nela que “a definição e estruturação dos conteúdos para que respondam às necessidades da atuação do professor” é um dos fatores que melhoram a formação docente (Brasil, 2000, p. 12).

No questionamento “Como Professor(a) de Matemática você já participou de evento(s)/curso(s) sobre o ensino de Potenciação?”, apenas 10% responderam que “Sim”, 77,14% que “Não” 12,86% que “Não lembro”. Os cursos citados foram diversos, como semanas acadêmicas, palestras etc. Essas respostas e a baixa quantidade de pesquisas relacionadas ao ensino de potenciação evidenciam que é necessário dar mais destaque a este assunto nas formações inicial e continuada dos professores, na

tentativa de superação dos baixos índices de aprendizagem neste assunto por parte dos estudantes. Em Lopes (2015), Santos (2017), Alves (2018) e Batista (2018) as respostas “Sim” para esta pergunta variam de 5% a 24%, semelhantes ao nosso resultado.

Tabela 10 – Tempo de serviço como professor

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Menos de 1	2	2,86%
1 a 5	8	11,43%
6 a 10	18	25,71%
11 a 15	16	22,86%
16 a 20	14	20,00%
21 a 25	10	14,28%
26 a 30	2	2,86%
Total	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Segundo a Tabela 10, cerca de dois terços dos professores participantes têm de 6 a 20 anos de serviço, ou seja, apresentam bastante experiência com os desafios do contexto escolar, sobretudo o da escola pública. Sobre esta pergunta, Lopes (2015), Santos (2017), Pereira (2017), Alves (2018), Batista (2018) e Menezes (2018) têm resultados que mostram que mais da metade dos participantes tem até 15 anos de serviço como professor, o que também acontece em nossa pesquisa.

É importante enfatizar que todas essas perguntas que envolvem a variável tempo, como os das Tabelas 02 e 10, estão sujeitas a grandes mudanças conforme vão se fazendo novas pesquisas. De Lopes (2015) até janeiro de 2021 (data do término da realização desta pesquisa) se passaram cerca de seis anos, ou seja, necessariamente mudou-se a idade dos professores e seus tempos de serviço, diferente dos índices de pós-graduação, em que há outras variáveis envolvidas.

Tabela 11 – Redes de atuação dos professores

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Municipal	39	55,71%
Estadual	56	80,00%
Federal	2	2,86%
Municipal e Estadual	26	37,14%
Privada	15	21,43%
Pelo menos em um tipo de escola pública	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Quatro quintos dos respondentes desta pesquisa trabalham em escolas estaduais, mais da metade em escolas municipais e cerca de um quinto em escolas privadas. É importante lembrar que todos os participantes trabalham em pelo menos um tipo de escola pública, seja municipal, estadual ou federal. Esse resultado é praticamente idêntico ao que se vê em Lopes (2015), Batista (2018) e Menezes (2018) quanto ao índice de professores que trabalham na rede estadual e dos que trabalham em algum tipo de escola pública. Santos (2017) é a única em que 100% dos professores trabalhavam na rede pública municipal.

Analisando essas 11 tabelas até o momento, é possível definir o perfil majoritário desse professor de escola pública estudado nesta pesquisa. Em geral é do sexo masculino, de até 40 anos de idade e que possui especialização, comumente em “Didática da Matemática” ou em “Ensino da Matemática”. Eles se formaram em universidades públicas do estado do Pará, entre os anos 2006 e 2015, e dão aulas principalmente na rede estadual de ensino, e têm entre 6 e 20 anos de serviço nesta profissão.

3.6.1.2 Visão dos professores sobre o ensino de potenciação

Agora vamos falar mais especificamente sobre o ensino de potenciação, segundo a visão docente. Nesta seção pedimos a opinião dos professores com relação ao ensino de potenciação para turmas de 6º ano, os métodos utilizados por eles para aprofundar os assuntos, para avaliar os alunos, material de apoio e utilizados e quantidade de aulas disponibilizadas para ministrar esse conteúdo. Além disso, cada item específico do assunto de potenciação voltado a estudantes do 6º é analisado com relação à facilidade ou não de os ensinar, bem como se cada professor chega ou não a ensiná-los.

Tabela 12 – Opinião dos professores de Matemática quanto ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Muito Fácil	2	2,86%
Fácil	38	54,29%
Difícil	27	38,57%
Muito Difícil	3	4,28%
Total	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Apesar das dificuldades, mais da metade dos participantes (54,29%) consideram como “fácil” o ensino de potenciação para alunos do 6º ano do ensino Fundamental, enquanto pouco mais de um terço (38,57%) acham “difícil”. Sobre o desenvolvimento da maioria de suas aulas acerca desse assunto, quase metade (46,48%) dos professores respondeu que utiliza uma situação problema para depois introduzir o assunto, e 35,21% disseram que inicia pela definição seguida de exemplos e exercícios. Na pesquisa de Santos (2017), que também trata do ensino de potenciação, 27% dos participantes responderam que iniciam o assunto pela definição, e 73% a partir de uma situação-problema.

Uma das bandeiras levantadas pelos PCN e pela BNCC em suas propostas para o ensino de matemática é a adoção do método da resolução de problemas, tal como é feito em Melo (2020). Este trabalho é importante porque quebra alguns paradigmas quanto às aplicações voltadas ao ensino de potenciação, haja vista certa dificuldade em criar problemas do cotidiano que envolvam este assunto, que pode ser observada, inclusive, em livros didáticos e até mesmo em testes avaliativos como a OBMEP ou a Prova Brasil, ainda que quase metade dos professores tenha respondido que inicia o assunto através de uma situação problema.

Feltes (2007, p. 14) confirma isso ao afirmar que:

Ao contextualizar, trabalhando com problemas, muitos educandos não compreendem o que fazer, pois nem sempre os livros didáticos apresentam situações práticas para relacionar a parte algébrica do estudo de potenciação com problemas reais. Assim, o estudo da potenciação e da radiciação fica, muitas vezes, restrito à parte algébrica, sem aplicações.

Portanto, torna-se importante analisar como esses professores desenvolvem as suas aulas acerca deste assunto, como veremos na tabela a seguir.

Tabela 13 – Desenvolvimento das aulas de Potenciação pelos professores no 6º ano do Ensino Fundamental

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Pela definição seguida de exemplos e exercícios	25	35,71%
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	32	45,71%
Com um experimento para chegar ao conceito	1	1,43%
Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	3	4,29%
Com jogos para depois sistematizar os conceitos	3	4,29%

Contando a história da elaboração e sistematização do conteúdo	1	1,43%
Utilizando experimentos didáticos envolvendo o assunto	5	7,14%
Total	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Como pode ser visto na Tabela 13, menos da metade (45,71%) dos professores desenvolvem suas aulas de potenciação no 6º ano do Fundamental, enquanto aproximadamente 35% iniciam o assunto pela definição e depois passam exemplo e exercícios. Cerca de 20% dos professores trabalham com outros métodos, com destaque para os experimentos didáticos (tal como o uso de uma sequência didática, por exemplo), cujo em torno de 7% deles declararam os utilizar.

Mais da metade dos professores, portanto, revela utilizar algum tipo de contextualização no ensino de potenciação, mesmo com as dificuldades, citadas anteriormente neste trabalho, de encontrar situações que sirvam como exemplos didáticos aos estudantes. Outro fator importante para a nossa análise é a forma como os professores aprofundam os conhecimentos após apresentar os conceitos e demais conteúdos ligados à potenciação. Vejamos a seguir as respostas deles para isso.

Tabela 14 – Métodos para o aprofundamento dos conteúdos de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes

Método utilizado	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	60	85,71%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	13	18,57%
Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático	53	75,71%
Solicitar que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver	8	11,43%
Propor questões da OBMEP	31	44,29%
Propor questões da Prova Brasil	32	45,71%
Propor questões de Concursos Públicos ou de Escolas Militares	13	18,57%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

No decorrer das aulas os professores estabelecem estratégias para o aprofundamento dos conteúdos específicos de potenciação. Como podemos observar na Tabela 14, grande parte dos participantes disse que apresentam listas de exercícios aos alunos, para alcançar tal objetivo. Três quartos deles também solicitam que os alunos resolvam exercícios do livro, e quase metade propõe questões da OBMEP e da Prova Brasil.

Vale pontuar que nos causa estranheza quase 50% deles afirmarem que utilizam questões sobre potenciação elaboradas em provas oficiais, como a OBMEP e a prova Brasil, para o ensino de potenciação para alunos do 6º ano, pois são, conforme pesquisa própria, muito raras as questões do assunto nesses tipos de provas, geralmente marcadas por perguntas contextualizadas dos assuntos de matemática em geral.

Feltes (2007) e Paias (2009; 2019) constataram que alunos de outros anos do ensino Fundamental e até mesmo do Médio apresentavam dificuldades básicas ao resolverem questões que envolviam assuntos relacionados à potenciação. Parte desse problema ocorre pelo aprofundamento excessivo deste conteúdo através de listas de exercícios (cujo 85% dos professores alegaram utilizar, nesta pesquisa) e, posteriormente a isso, o seu desligamento quase que total dos conteúdos vistos em sequência. Com base nos PCN, é importante que os alunos estudem estes assuntos de diferentes formas e contextos, e associados a outros objetos de conhecimento.

Tabela 15 – Métodos avaliativos voltados ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes

Método avaliativo	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
Prova oral	5	7,14%
Prova escrita	65	92,86%
Autoavaliação	7	10,00%
Trabalhos em grupo ou individuais	42	60,00%
Resolução das tarefas de casa	50	71,43%
Simulados	33	47,14%
Participação durante a aula	49	70,00%
Frequência nas aulas	16	22,86%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Já quando se trata da avaliação da aprendizagem dos alunos, mais de 90% dos participantes alegam utilizar a tradicional prova escrita para este fim, com destaque também para a resolução de tarefas para serem resolvidas em casa, participação durante a aula e tarefas em grupo ou individuais, com 60% ou mais de frequência relativa.

Tabela 16 – Meios de seleção de conteúdos voltados ao ensino de Potenciação no 6º ano do ensino Fundamental, utilizados pelos participantes

Recurso curricular	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
PCN	3	4,28%
Livro Didático	23	32,86%

Caderno de Orientações da Rede de ensino	9	12,86%
BNCC	35	50,00%
Total	70	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Na Tabela 14 vimos que cerca de 75% dos professores responderam que solicitam aos alunos que resolvam exercícios do livro didático. Isso vai de encontro com a informação de que 92,86% deles utiliza este instrumento em suas aulas, ou seja, podemos considerá-lo bastante importante neste processo de ensino. No entanto, conforme pode ser observado na Tabela 16, apenas 32,86% deles afirmaram que utilizam este recurso na seleção dos conteúdos de potenciação a serem ensinados e sala de aula. Metade deles afirmou que usa a BNCC com este objetivo, e menos de 20% utiliza os PCN ou os cadernos de orientações de sua respectiva rede de ensino.

De fato, como já dissemos anteriormente, a BNCC possui uma forte tendência a se tornar, cada vez mais, a grande referência para a constituição dos currículos dos estados, Distrito Federal e municípios, bem como as Propostas Político-Pedagógicas (PPP) de cada unidade de ensino e também os individuais de cada professor. Livros didáticos, cadernos de orientações das redes ensino, entre outros documentos, todos têm tomado a BNCC como a grande base curricular que se projetou a ser quando fora elaborada.

Tabela 17 – Quantidade de horas-aula necessárias para ministrar o assunto de potenciação para alunos do 6º ano do ensino fundamental, segundo os professores

	Quantidade absoluta	Quantidade relativa
1 a 2	4	5,71%
3 a 4	23	32,86%
5 a 8	31	44,29%
9 a 12	8	11,43%
Mais de 12	4	5,71%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Os professores também responderam sobre o tempo que dedicam para ministrar os conteúdos referentes à potenciação (cujos dados estão organizados na Tabela 17), e quase a metade disse que utiliza entre 5 e 8 horas-aula, e aproximadamente um terço relatou utilizar entre 3 e 4 horas-aula. Menos de 20% dos participantes utilizam 9 ou mais horas-aula para este fim. É bastante difícil conceber que uma gama tão grande de conteúdos seja ministrada satisfatoriamente em menos

de 5 horas-aula, já que não pode ser considerada como uma revisão e que é a primeira vez que esses alunos têm contato direto com a potenciação.

Vejamos agora se cada assunto ligado à potenciação é ensinado ou não pelos professores consultados, em turmas de 6º ano do Fundamental:

Tabela 18 – Assuntos de potenciação que são ensinados para alunos do 6º ano do ensino Fundamental, de acordo com os professores, em porcentagem

Conteúdo	Você costuma ensinar?	
	SIM	NÃO
Definição de potenciação	97,14%	2,86%
Transformação de multiplicação de fatores iguais em potenciação	98,57%	1,43%
Transformação da potenciação em multiplicação de fatores iguais	97,14%	2,86%
Identificação dos termos da potenciação	95,71%	4,29%
Cálculo da potenciação	98,57%	1,43%
Potenciação de base zero	95,71%	4,29%
Potenciação de base 1	97,14%	2,86%
Potenciação de base 10	92,86%	7,14%
Potenciação de expoente 1	98,57%	1,43%
Potenciação de expoente zero	97,14%	2,86%
Potenciação de base zero e expoente zero	60,00%	40,00%
Produto de potenciações de mesma base	82,86%	17,14%
Divisão de potenciações de mesma base	80,00%	20,00%
Potenciação de potenciação	77,14%	22,86%
Potenciação do produto	71,43%	28,57%
Potenciação de base fracionária	51,43%	48,57%
Simplificação de expressão numérica com potenciações	52,86%	47,14%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Organizamos cada um dos itens mencionados a partir da sequência lógica normalmente encontrada nos livros didáticos. Dessa forma, é possível perceber que, em geral, conforme o ensino dos conteúdos vai avançando, menor vai se tornando a sua taxa. O primeiro assunto é visto por 97% dos participantes e, com o passar de cada um deles, essa porcentagem vai diminuindo até chegar a quase 53% com o último. A principal exceção é o conteúdo “Potenciação da base zero e expoente zero” que se encontra na metade do caminho, mas contém com uma taxa de apenas 60% de professores que o ministram.

Uma explicação para a expressão 0^0 ter uma porcentagem de ensino menor que outros conteúdos ligados à potenciação é a possível existência de dúvidas, por parte dos professores, sobre o valor dela. Vimos na seção 3.2.11 os inúmeros debates acerca desta expressão e a definição de que o seu valor depende do contexto em que

é utilizada. Porém, devido à falta da discussão acerca desse assunto na formação inicial de professores de matemática, bem como em publicações acadêmicas de modo geral, acreditamos serem poucos os profissionais que têm domínio sobre sete temas, fazendo assim com que ele não seja majoritariamente ensinado aos estudantes, apesar dos temas “Potenciação de base zero” e “Potenciação de expoente zero” serem ministrados por mais de 95% dos professores cada.

Vale notar também que, com exceção dos temas “Potenciação da base zero e expoente zero”, “Potenciação de base fracionária” e “Simplificação de expressão numérica com potenciações”, todos os demais são ministrados por pelo menos 70% dos professores. Ao compararmos aos resultados da Tabela 17, nos quais cerca de apenas 15% dos professores reservam 9 ou mais horas-aula para ministrar os assuntos ligados à potenciação, e por volta de 45% deles usam de 5 a 8 horas-aula para ensinar os mesmos conteúdos, temos um percentual de 60% de professores que utilizam 5 ou mais horas-aula para ministrar tais assuntos, o que se aproxima bastante dos 70% que veem a maioria deles com os alunos.

Ainda assim, consideramos uma quantidade pequena de horas-aula para ministrar tantos assuntos. Consideramos que a maioria destes professores, apesar dos resultados da Tabela 13, utiliza em demasia o método do ensino pela definição, seguida pelo uso de exemplos e exercícios, para darem conta de ministrar tantos assuntos em uma margem tão pequena de tempo em sala de aula voltada a estes assuntos.

Tabela 19 – Grau de dificuldade dos alunos do 6º ano do ensino Fundamental para a aprendizagem dos conteúdos de potenciação, segundo os professores, em porcentagem

Conteúdo	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
Definição de potenciação	11,43%	72,85%	14,29%	1,43%
Transformação de multiplicação de fatores iguais em potenciação	8,57%	72,86%	17,14%	1,43%
Transformação da potenciação em multiplicação de fatores iguais	7,14%	70,00%	20,00%	2,86%
Identificação dos termos da potenciação	15,72%	68,56%	15,72%	0,00%
Cálculo da potenciação	1,43%	37,14%	61,43%	0,00%
Potenciação de base zero	24,29%	55,71%	20,00%	0,00%
Potenciação de base 1	28,57%	55,71%	15,72%	0,00%
Potenciação de base 10	15,72%	54,28%	30,00%	0,00%
Potenciação de expoente 1	25,72%	61,42%	11,43%	1,43%
Potenciação de expoente zero	22,86%	47,14%	28,57%	1,43%

Potenciação de base zero e expoente zero	12,86%	25,72%	45,70%	15,72%
Produto de potenciações de mesma base	2,86%	34,29%	54,29%	8,56%
Divisão de potenciações de mesma base	1,43%	27,14%	61,43%	10,00%
Potenciação de potenciação	1,43%	28,57%	55,71%	14,29%
Potenciação do produto	0,00%	20,00%	68,14%	12,86%
Potenciação de base fracionária	0,00%	8,57%	65,72%	25,71%
Simplificação de expressão numérica com potenciações	0,00%	5,71%	62,86%	31,43%

Fonte: Pesquisa de campo (Nov/Dez-2020; Jan-2021)

Por fim analisamos a Tabela 19, a qual sistematiza a opinião dos participantes quanto ao grau de dificuldade dos alunos em sua aprendizagem para cada um dos conteúdos de potenciação voltados ao 6º ano do ensino Fundamental. Nos primeiros as porcentagens de respostas “Muito fácil” ou “Fácil” estão entre 70% e 85%, com a exceção do assunto “Cálculo da potenciação”, que possui menos de 40% de respostas, ao juntar estes dois itens. Nos últimos conteúdos são as respostas “Difícil” e “Muito difícil” que configuram com índices entre 60% e 95%.

Aparentemente, por acreditarem que estes últimos conteúdos dificilmente serão entendidos pelos alunos, muitos professores deixam de ensiná-los para darem maior ênfase nos conteúdos iniciais, ou até mesmo para passar para outros tipos de conteúdo que julgam mais importantes, até pelo fato de, conforme a Tabela 17, cerca de 40% dos professores utilizam menos de 5 aulas para ministrar os conteúdos referentes a este assunto. No entanto, estes resultados diferiram dos de Santos (2017), pois 100% dos professores informaram que ministram todos os assuntos referentes à potenciação, e que mais de 70% deles utiliza mais de 5 horas-aula para isso.

Ainda sobre a expressão 0^0 , é interessante notar que mais de 60% dos professores consideram que este assunto difícil ou muito difícil de ser ensinado, o que corrobora com a análise feita sobre a Tabela 18 de que talvez muitos professores não tenham grande domínio sobre o assunto. Sobre a aprendizagem de potenciações que envolvem o zero, de alguma maneira, Paias (2019) nos fala sobre os obstáculos epistemológicos os quais os estudantes precisam enfrentar, uma vez que 0^n é igual a zero para a maioria dos valores de n no conjunto dos números Reais, ao modo que n^0 é igual a 1 também para a maioria dos valores de n no mesmo conjunto. Logo vemos a indefinição da resposta para 0^0 para os estudantes. Por isso o professor precisa estar bastante ciente sobre o assunto para explicar aos alunos o porquê dessa aparente incoerência, ligada a essa expressão.

Sobre as dificuldades relatadas pelos docentes de os alunos não entenderem os últimos assuntos listados, é preciso comentar que vários destes fazem parte do bloco das propriedades de potenciação, que são vistas com mais ênfase a partir do 8º ano do ensino Fundamental, de acordo com os PCN, a BNCC e o DCEPA, e que se juntam àquelas que envolvem os números inteiros e racionais como expoentes.

Em comparação com a pesquisa feita por Santos (2017), uma diferença considerável é que a autora pôs a opção “Regular”, quanto à dificuldade encontrada pelos professores ao ministrar cada assunto. Resolvemos retirar essa opção de nossa pesquisa por acreditarmos que ela tende a ser mais indevidamente utilizada por professores que não queiram se comprometer a analisar de fato suas atuações profissionais. Isto é nítido logo no primeiro assunto da lista, a “Definição de potenciação”, que teve 55% de respostas “regular”, para ela. Outra diferença é que a autora coloca assuntos ligados à potenciação que envolve números negativos e fracionários, os quais não foram considerados pela presente pesquisa.

Mesmo com todas essas diferenças, podemos considerar que os resultados se assemelham se juntarmos a opção “Regular” à “Fácil” e à “Muito Fácil” na pesquisa feita por Santos (2017), pois as porcentagens de cada assunto em que é possível fazer a comparação ficam bastante parecidas com as nossas duas primeiras categorias juntas.

Podemos afirmar, portanto, que o ensino de potenciação é complexo, pois envolve diversas variáveis epistemológicas e didáticas, vistos com mais detalhes na seção 3.5.2, entre elas a ruptura da definição de potenciação para expoentes não naturais; a compreensão do expoente zero como nada e; a existência de símbolos matemáticos no cálculo de potenciações, por exemplo, tanto referentes à sua aprendizagem quanto ao seu ensino. Apesar de parecer um assunto trivial para a maioria dos professores, torna-se claro, com esta pesquisa e mais todas as demais analisadas no presente trabalho, que é necessário realizarmos muito mais estudos para cada vez mais auxiliar o professor em sala de aula, sempre visando a melhoria da qualidade da educação em nosso país.

3.7 O ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

O método de ensino que foi utilizado na elaboração da sequência didática para o ensino de potenciação é a do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

(EMAE). Sá (2020) nos fornece uma série de argumentações do porquê, em sua visão, o EMAE deve ser considerado uma tendência da educação matemática no Brasil, junto com outras já consideradas, nos PCN. Entre elas está a questão de o EMAE atender aos mesmos requisitos da chamada Teoria da Atividade, cujas outras tendências também atendem.

Em Sá (2019) o autor chama esta tendência de “Ensino de Matemática por Atividade”, sem o termo “Experimentais” no fim. No entanto, o autor muda de opinião em Sá (2020), argumentando que julgou “mais adequado denominar a referida alternativa metodológica de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, para assim diferenciar das demais Atividades realizadas pelas outras Tendências em Educação Matemática” (Sá, 2020, p. 155). O autor ainda define esta tendência da seguinte forma:

(...) o ensino de matemática por atividade experimental é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático.

De acordo com Sá (2019), esta tendência surgiu no Brasil a partir da década de 1930, a partir do crescimento do movimento intitulado de Escola Nova, que se tratava de uma resposta ao ensino tradicional de matemática. A tradição de ensino até então privilegiava a atuação do professor como autoridade intelectual da turma, fazendo dos estudantes meros reprodutores dos conhecimentos repassados pelo professor, e era isso que a Escola Nova tentava combater.

Esta abordagem, que trouxe vários avanços com relação à aprendizagem dos alunos em comparação ao método de ensino tradicional, se baseava no preceito de que o aluno precisava ser peça ativa no processo de ensino-aprendizagem em sala de aula. Portanto, o ensino por atividades experimentais possibilitaria o estudante a participar mais ativamente do mesmo, a partir de experimentos, atividades lúdicas e materiais manipulativos, para que assim pudesse participar do processo de descoberta dos conhecimentos a serem adquiridos (SÁ, 2019).

Segundo Cáliz (2011) *apud* Sá (2019), a proposta de aprendizagem pelo método da descoberta foi feita por Jerome Bruner ao publicar a sua Teoria da Categorização na qual aceita o que fora proposto por Vigotsky ao reiterar a importância da atividade como parte essencial de todo o processo de aprendizagem.

Bruner “atribuiu uma grande importância à atividade direta dos indivíduos sobre a realidade e adiciona que condição indispensável para aprender uma informação de maneira significativa é ter a experiência pessoal de descobri-la” (SÁ, 2019, p. 15). Esse foi o pontapé inicial para o ensino por descoberta, denominado hoje de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

Hennig (1996) *apud* SÁ (2019, p. 15-16) aponta as vantagens do ensino por descoberta:

- 1ª: Aprender por descoberta é aprender a aprender.
- 2ª: Aprender por descoberta é automotivador e autogratificante.
- 3ª: Aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar.
- 4ª: Aprender por descoberta facilita a transferência e memorização.

Sá (2020, p. 158–159) apresenta ainda as características do ensino de matemática por atividades experimentais:

- 1) É diretivo
- 2) Tem compromisso com o conteúdo;
- 3) Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo;
- 4) É estruturado
- 5) É sequencial
- 6) Não está necessariamente associado à resolução de problemas
- 7) Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes
- 8) Os resultados são institucionalizados ao final da atividade
- 9) Não dispensa a participação do professor
- 10) É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos.
- 11) É iterativo entre estudantes e professor.

É importante ressaltar também que, de acordo com Sá (2020), para a melhor eficácia do processo de aprendizagem, a execução das atividades do EMAE deve ser realizada em grupos, que podem variar entre dois a quatro estudantes, para estimular a troca de ideias entre eles.

São essas características que diferenciam o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais das demais tendências da educação matemática.

Assim posto, Sá (2019) afirma que há duas propostas de atividades, quanto a seus objetivos, ao se promover o ensino de matemática por esta tendência: a de **conceituação** e a de **redescoberta**. A primeira “tem como objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação”. Já a segunda “tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade

relativa a um dado objeto ou operação matemática”. Além disso, a atividade de redescoberta “não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado” (Sá, 2019, p. 17).

As atividades também podem ser caracterizadas como de **demonstração** ou na forma **experimental**, com relação ao seu modo de aplicação. No primeiro tipo, a atividade ocorre por intermédio do professor, na qual os estudantes vão anotando e percebendo as ocorrências e características da atividade realizada. Esse tipo é realizado quando envolve a manipulação de objetos caros, raros ou que podem ser facilmente danificados e que coloquem em risco o seu manipulador. Já no segundo tipo de atividade citado os próprios alunos executam o experimento. Ambos os tipos podem ser tanto para atividades de conceituação quanto de redescoberta (SÁ, 2019).

Por fim, de acordo com Sá (2019, 2020), uma atividade de conceituação realiza o ensino de matemática a partir da divisão, didática, dos seguintes momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização**, conforme pode ser visto no Quadro 07 abaixo.

Quadro 07 – Etapas do ensino por Atividades Experimentais conceituação

Organização	A turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2, mas pode também ocorrer de forma individual o que não é recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. Esta organização deve ser preferencialmente espontânea.
Apresentação	O professor distribui o material necessário a execução das atividades, o material necessário para a realização da atividade incluindo o seu roteiro. Ele pode ser, preferencialmente, impresso ou disponibilizado no quadro o que vai depender das condições estruturais da escola.
Execução	Corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. O professor neste momento deve deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no ocorrer da realização do procedimento.
Registro	Refere-se ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica. Nele é esperado que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no espaço destinado no roteiro.
Análise	Nesta etapa espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e percebam as características do objeto matemático que se deseja conceituar ou definir entre as informações registradas. Este momento é crucial para o bom andamento da atividade devido, ser o momento quando os alunos deverão ter o primeiro acesso à informação desejada pelo professor
Institucionalização	É o momento em que o professor, a partir das observações elaboradas pelas equipes, apresentará o conceito ou definição planejada à turma. É muito raro no início os estudantes apresentarem observações próximas do conceito a ser apresentado.

Fonte: Adaptado de Sá (2019)

Já o seu planejamento é feito a partir das seguintes etapas: **determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação**. Já uma atividade de redescoberta realiza o ensino de matemática nos mesmos momentos que a de conceituação, porém o seu planejamento é feito a partir de ligeiras mudanças: **determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro**.

Agora que tratamos de todas essas análises prévias a respeito do processo de ensino-aprendizagem-avaliação de potenciação, partiremos na próxima seção para as nossas concepções e análises *a priori* das atividades que compõem a sequência didática por nós proposta, visando a melhoria da aprendizagem desse objeto matemático por parte dos estudantes de 6º ano do ensino fundamental, baseada em Sá (2009), Santos (2017), além de Melo e Justulin (2020), bem como os nossos pré- e pós-testes.

4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI*

Nesta seção apresentamos o teste que funciona, ao mesmo tempo, como pré e pós-teste, bem como as atividades que constituem a sequência didática e a análise *a priori* de cada uma delas, com base na etapa desenvolvida anteriormente, as Análises Prévias. Como já foi dito anteriormente, as atividades que compõe a presente proposta de sequência didática têm como referências os trabalhos de Sá (2009), Santos (2017), além de Melo e Justulin (2020), que se baseia na tendência do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

A sequência didática planejada para a experimentação consiste em testes avaliativos, atividades para o ensino de potenciação e atividades de fixação. Foi realizada a análise *a priori* dos testes avaliativos e das atividades para o ensino de potenciação.

4.1 ANÁLISE *A PRIORI* DOS TESTES AVALIATIVOS

Os testes têm o objetivo de identificar os conhecimentos dos alunos sobre o assunto de potenciação antes (pré-teste) e após (pós-teste) à aplicação das atividades, e contém 28 questões abertas, separadas em quatro partes, tendo o primeiro sido aplicado no início da fase de experimentação e o segundo ao final desta mesma fase.

A única diferença entre eles é que o pré-teste inclui (além das 28 questões já mencionadas) um questionário socioeducacional com perguntas acerca do gosto do estudante pela matemática, se já havia repetido de ano, se fazia aula de reforço, se alguém em casa o ajudava a estudar, entre outros, que ajudarão o pesquisador na elaboração dos resultados desta pesquisa na fase de Análise à *posteriori* e validação. O pós-teste não inclui este questionário.

O pré-teste (e, automaticamente, o pós-teste) foi adaptado de Santos (2017), para que possamos comparar os nossos resultados aos desta autora, e é apresentado no apêndice B deste trabalho.

É válido ressaltar também que, como nossa pesquisa é realizada com estudantes do 6º ano do ensino Fundamental, não incluímos potenciações que envolvam números negativos, sejam eles na base ou no expoente, pois este assunto

ainda não é de conhecimento da maioria dos alunos desta série. O mesmo ocorre com potenciações de bases ou expoentes fracionários: apesar das frações serem vistas nesta série, no momento da realização da pesquisa este objeto de estudo provavelmente ainda não teria sido visto pelos estudantes.

A seguir apresentamos a análise a priori do teste de avaliação diagnóstica, começando pela parte 1.

Conceito de Potenciação

a) $4^3 =$	b) $6^2 =$

Queremos avaliar com estas questões os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito inicial de potenciação.

Análise a priori das questões no pré-teste: Dificilmente os alunos irão conseguir resolver essas questões e a maioria deve deixá-las em branco, principalmente por nunca terem visto este assunto antes, como ocorre em Santos (2017) onde quase 80% dos alunos não responderam e o restante errou as questões desse tipo, em seu pré-teste. Os que tentarem resolvê-las provavelmente cometerão erros do tipo *misconceptions*, entre os quais, multiplicar a base pelo expoente, o que é corroborado por Feltes (2007) que encontra vários erros do tipo em seu teste diagnóstico, e por Paias (2008) que admite essa possibilidade em suas análises prévias para a aplicação do seu.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que nenhum aluno deixe as questões em branco, como visto também em Santos (2017), e que a maioria dos alunos consiga resolvê-las sem cometer equívocos do tipo *misconceptions* e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potenciação caso a base seja igual a zero.

Potenciação de base igual a zero

c) $0^4 =$	d) $0^{15} =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Alguns poucos alunos talvez consigam resolver essas questões, por um caso de sorte ou coincidência, pois provavelmente cometerão erros do tipo *misconceptions*, entre os quais, multiplicar a

base pelo expoente, o que resultaria no valor zero, que é a resposta correta, porém executada erroneamente. A maioria deve deixá-las em branco, principalmente por nunca terem visto este assunto antes, o que também é corroborado por Santos (2017) em que 81% dos alunos não responderam a essas questões. Os que errarem poderão dar como resultado da potência o valor do expoente, por cometerem a *misconceptions* da multiplicação da base pelo expoente, mas de forma equivocada, por muitos acharem que a multiplicação por zero ocorre da mesma forma que a multiplicação por 1 (ou seja, uma *misconceptions* oriunda da operação de multiplicação), conforme sugere Paias (2008) em suas análises prévias para uma questão semelhante.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que nenhum aluno deixe as questões em branco, como visto também em Santos (2017), e que a maioria dos alunos consiga resolvê-las sem cometer equívocos do tipo *misconceptions* e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potência caso a base seja igual a 1.

Potenciação de base igual a 1	
e) $1^4 =$	f) $1^7 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Assim como no caso das questões que envolvem o conceito de potenciação, dificilmente os alunos irão conseguir resolver essas em que a base é igual 1, e a maioria deve deixá-las em branco, fenômeno que também foi observado em Santos (2017) em que mais de 80% dos estudantes não resolveu a essas questões. Além disso, os que tentarem resolver provavelmente cometerão erros do tipo *misconceptions*, entre os quais, multiplicar a base pelo expoente.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que nenhum aluno deixe as questões em branco, como visto também em Santos (2017), e que a maioria dos alunos consiga resolvê-las sem cometer equívocos do tipo *misconceptions* e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste. Os poucos estudantes que errarem talvez façam isso devido a uma *misconceptions* da multiplicação, em que ao realizarem o produto $1 \times 1 \times 1$, por exemplo, o resultado é igual a 3, ou seja, na multiplicação de todos os fatores iguais a 1, o aluno soma os números, ao invés de multiplicar.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potência caso a base seja igual a 10.

Potenciação de base igual a 10

g) $10^2 =$	h) $10^5 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Assim como no caso das questões que envolvem as potenciações de base igual a 1, dificilmente os alunos irão conseguir resolver essas em que a base é igual 10, e a maioria deve deixá-las em branco, fenômeno que também foi observado em Santos (2017) em que 85% dos estudantes não resolveu a essas questões. Além disso, os que tentarem resolver provavelmente cometerão erros do tipo *misconceptions*, entre os quais, multiplicar ou somar a base pelo expoente.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que nenhum aluno deixe as questões em branco, como visto também em Santos (2017), e que a maioria dos alunos consiga resolvê-las sem cometer equívocos do tipo *misconceptions* e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potência caso o expoente seja igual a 1.

Potenciação de expoente igual a 1

i) $3^1 =$	j) $100^1 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Alguns poucos alunos talvez consigam resolver essas questões, por um caso de sorte ou coincidência, pois provavelmente cometerão erros do tipo *misconceptions*, entre os quais, multiplicar a base pelo expoente, o que resultaria no valor da base, que é a resposta correta, porém executada erroneamente. A maioria deve deixá-las em branco, o que é corroborado por Santos (2017) em que 85% dos alunos não responderam a essas questões no pré-teste. Os que errarem poderão dar como resultado da potência o valor do expoente, conforme sugere Paias (2008) em suas análises prévias para uma questão semelhante.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que nenhum aluno deixe as questões em branco, como visto também em Santos (2017), e que a maioria

dos alunos consiga resolvê-las sem cometer equívocos do tipo *misconceptions* e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potência caso o expoente seja igual a 0.

Potenciação de expoente igual a 0

k) $6^0 =$	l) $12^0 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Baseado nos resultados do pré-teste de por Santos (2017), a maioria deve deixá-las em branco, onde 95% dos alunos não responderam a essas questões e nenhum dos estudantes acertou. Os que tentarem responder talvez deem como resultado da potência o zero, por multiplicarem a base pelo expoente, conforme sugere Paias (2008) em suas análises prévias para uma questão semelhante.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a convenção que envolve o expoente igual a zero e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

A questão a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao valor da potência caso tanto a base quanto o expoente sejam iguais a 0.

Potenciação de base e expoente iguais a 0

m) $0^0 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Essa questão não consta no pré-teste elaborado por Santos (2017), porém, está presente no teste diagnóstico desenvolvido por Paias (2008). Vale destacar que esta última autora deixa subentendido que considera que a expressão 0^0 tem valor inexistente, ou seja, tanto zero quanto 1 seriam respostas erradas. Com base nisso, acreditamos que a maioria dos alunos deve deixar essa questão em branco e que os poucos que tentarem darão como resultado da potência o zero, por multiplicarem a base pelo expoente.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver a questão e que a maior parte deles responda algo como

“depende do contexto”. Outra possibilidade é que os alunos deem como resultado o valor de 1, embora vários possam responder zero, conforme sugere Paias (2008) em seus resultados de diagnóstico.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao uso das propriedades de potenciação e compõem a parte 2 do teste de avaliação diagnóstica.

Multiplicação de potenciações de bases iguais

a) $2^2 \times 2^3 =$	b) $4^3 \times 4^5 =$

Queremos avaliar com estas questões os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito da propriedade da Multiplicação de potenciações de bases iguais.

Análise a priori das questões no pré-teste: Baseado nos resultados do pré-teste obtidos por Santos (2017), onde quase 100% dos alunos não responderam a essas questões, a maioria dos estudantes deve deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a propriedade da multiplicação de potenciações de bases iguais e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste. Algumas respostas erradas podem conter a multiplicação dos expoentes, conforme visto em Paias (2008), ou a multiplicação de cada base pelo seu respectivo expoente, e multiplicando os resultados, como pode ser visualizado em Feltes (2007).

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito da propriedade da Divisão de potenciações de bases iguais.

Divisão de potenciações de bases iguais

c) $3^6 \div 3^4 =$	d) $5^4 \div 5^2 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Baseado nos resultados do pré-teste obtidos por Santos (2017), onde 100% dos alunos não responderam a essas questões, todos os estudantes devem deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a

maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a propriedade da divisão de potenciações de bases iguais e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste. Algumas respostas erradas podem conter a soma dos expoentes, conforme visto em Paias (2008), ou a troca de operações, bem como a divisão das bases, ao invés da manutenção das mesmas, conforme pode ser visualizado em Feltes (2007).

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito da propriedade da Potenciação de Potenciação.

Potenciação de Potenciação	
e) $(4^3)^5 =$	f) $(3^2)^3 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Baseado nos resultados do pré-teste obtidos por Santos (2017), onde 100% dos alunos não responderam a essas questões, todos os estudantes devem deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a propriedade da Potenciação de Potenciação e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste. Algumas respostas erradas podem conter a soma dos expoentes, conforme visto em Paias (2008), ou a multiplicação também da base, ao invés disso dever ocorrer apenas com os expoentes, conforme pode ser visualizado em Feltes (2007).

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito da propriedade da Potenciação do Produto.

Potenciação do Produto	
g) $(2 \times 4)^3 =$	h) $(3 \times 5)^2 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Baseado nos resultados do pré-teste obtidos por Santos (2017), onde 100% dos alunos não responderam a essas questões, todos os estudantes devem deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a propriedade da

Potenciação do Produto e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste. Algumas respostas podem conter a não aplicação da propriedade, ou seja, sendo feita primeiro a multiplicação entre os números dentro dos parênteses, para depois ser feita a potenciação, conforme visto em Paias (2008) e em Feltes (2007).

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito da propriedade do Produto de expoentes iguais.

Produto de potenciações de expoentes iguais

i) $2^3 \times 3^3 =$	j) $4^2 \times 5^2 =$

Análise *a priori* das questões no pré-teste: Essas questões não constam no pré-teste elaborado por Santos (2017), porém, as colocamos neste trabalho por considerar importante que os alunos saibam que podem realizar a multiplicação de potenciações de diferentes bases que tenham outros expoentes que não apenas o 1, desde que esses expoentes sejam iguais entre si. Acreditamos, no entanto, que a maioria dos alunos as deixará em branco, seguindo a mesma lógica das análises das questões anteriores.

Análise *a priori* das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, e que a maior parte deles consiga as resolver por compreenderem a propriedade do Produto de Potenciações de Expoentes iguais e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação à não associatividade da adição e da subtração de potenciações de expoentes quadrados, e compõem a parte 3 do teste de avaliação diagnóstica.

Quadrado da soma e a soma dos quadrados

a) $5^2 + 3^2 =$	b) $(5 + 3)^2 =$

Queremos avaliar com estas questões os conhecimentos dos alunos com relação à não associatividade da adição de potenciações de expoente quadrado com a potenciação de expoente quadrado de uma soma.

Análise *a priori* das questões no pré-teste: Apesar de não ficar muito clara a forma como Santos (2017) executou essa parte do seu pré-teste, nos baseamos nos

seus resultados, onde 100% dos alunos não responderam a essas questões, e acreditamos que a maioria dos estudantes deve deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a diferença entre somar duas potenciações de expoente quadrado e calcular o quadrado de uma soma e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

As questões a seguir têm o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação à não associatividade da subtração de potenciações de expoente quadrado com a potenciação de expoente quadrado de uma diferença.

Quadrado da diferença e a diferença dos quadrados

c) $5^2 - 3^2 =$	d) $(5 - 3)^2 =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Apesar de não ficar muito clara a forma como Santos (2017) executou essa parte do seu pré-teste, nos baseamos nos seus resultados, onde 100% dos alunos não responderam a essas questões, e acreditamos que a maioria dos estudantes deve deixá-las em branco.

Análise a priori das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver as questões, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-las por compreenderem a diferença entre subtrair duas potenciações de expoente quadrado e calcular o quadrado de uma subtração e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

A questão a seguir tem o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao produto da soma pela diferença entre dois números, para que eles vejam que o resultado tem consonância com o valor obtido na diferença entre dois quadrados, vista na questão anterior.

Produto da soma pela diferença entre dois números

e) $(5 + 3) \times (5 - 3) =$

Análise a priori das questões no pré-teste: Apesar de não ficar muito clara a forma como Santos (2017) executou essa parte do seu pré-teste, nos baseamos nos

seus resultados, onde 100% dos alunos não responderam a essa questão, e acreditamos que a maioria dos estudantes deve deixá-la em branco.

Análise *a priori* das questões no pós-teste: Esperamos que a maioria dos alunos tente resolver a questão, como visto também em Santos (2017), e que a maior parte deles consiga resolvê-la e compreendam a sua consonância com o valor obtido na diferença entre dois quadrados, vista na questão anterior e, dessa forma, obter resultados melhores do que os do pré-teste.

Vejamos agora, na próxima seção, a análise *a priori* das atividades que compõem a sequência didática e que nortearão nosso ensino para que consigamos alcançar o que foi previsto para os resultados do pós-teste.

4.2 ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste tópico apresentamos as atividades que foram propostas para o ensino da operação potenciação, considerando os princípios do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. Nossa sequência didática é constituída por 16 atividades que visam a aprendizagem desde os conceitos iniciais da potenciação, passando por suas propriedades, bem como a sua utilização em outros campos da matemática, como, por exemplo, a diferença entre dois quadrados, na área da fatoração.

É importante ressaltar que aplicamos esta sequência didática para estudantes do 6º ano do ensino Fundamental e, devido a isso, a formulamos considerando que havia alguns assuntos relacionados à potenciação que eles não teriam estudado nesta série ou até a aplicação dela, como números negativos ou frações, por exemplo, e por esta razão não foram incluídos em nossa sequência didática. Também é preciso enfatizar que as atividades foram elaboradas para serem realizadas em grupos, compostos por dois a quatro estudantes, conforme defende Sá (2020).

A nossa sequência didática toma como base os trabalhos de Sá (2009), Santos (2017) e Melo e Justulin (2020), e é composta de atividades que abordam vários assuntos relacionados à operação de potenciação, como: Conceito de potenciação; potenciação de base 1; potenciação de base zero; potenciação de base 10; produto de potenciações; divisão de potenciações; potenciação de potenciação; potenciações de expoente 1; potenciações de expoente zero; quadrado da soma e a soma dos quadrados; quadrado da diferença e a diferença dos quadrados; produto da soma pela diferença de dois números, entre outros. Além disso, para o aprofundamento do

conhecimento desenvolvido durante a sequência didática propusemos uma atividade com questões envolvendo tais conhecimentos para a maioria das atividades de maneira agrupada, com assuntos relacionados entre si.

Para as atividades em que os alunos precisavam fazer observações e/ou tirar conclusões acerca delas, fizemos previsões de suas respostas, divididas em quatro categorias: “Válida e desejada”, “Válida e não desejada”, “Parcialmente válida” e “Inválida e não desejada”.

A categoria “Válida e desejada” indica a resposta (em forma de observação e/ou conclusão) que nós gostaríamos que os estudantes dessem em cada uma das atividades, pois demonstraria o seu entendimento matemático do assunto, proposto nelas. Já a “Válida e não desejada” significa uma explicação matematicamente verdadeira, porém que não se relaciona com o objetivo central da respectiva atividade. Em “Parcialmente válida” temos uma proposição que não é totalmente adequada para os padrões matemáticos, mas que possui algum grau de sentido. Por fim, o tipo “Inválida e não desejada” refere-se às respostas que não possuem sentido matemático, o que caracteriza o não entendimento do assunto por parte dos alunos.

É importante ressaltar novamente, assim como fizemos no início da seção, que quando utilizamos em nossa análise a palavra “potência” estamos nos referindo exclusivamente ao resultado da potenciação, a não ser que fique explícito outro sentido específico para o caso. A seguir apresentamos a proposta de atividades que compõem a sequência didática da nossa pesquisa.

4.2.1 Atividade 01

Nesta primeira atividade introduzimos a relação entre a potenciação e a multiplicação, por termos verificado em nossas análises prévias, no tópico dos aspectos históricos, que a potenciação nasceu a partir da necessidade humana de representar quantidades muito grandes, bem como as nossas próprias experiências como professores da educação básica, onde diversos alunos mostraram dificuldades em relacionar as duas operações. Para introduzir o assunto, iniciamos com uma situação-problema com a perspectiva de que os estudantes adotem uma estratégia para responder às perguntas.

Quadro 08 – Atividade sobre noções acerca da potenciação

ATIVIDADE 01

Título: Primeiras noções sobre Potenciação.

Objetivo: Introduzir algumas noções sobre a Potenciação, ligadas à multiplicação.

Material: Panfleto impresso, papel A4, lápis ou caneta.

Procedimento: Leia o texto abaixo:

Vocês estão navegando pelas redes sociais, quando veem o seguinte anúncio:



Atenção para as condições de participação! Uma delas diz que, para estar concorrendo, é necessário compartilhar a publicação e marcar três amigos.

Outra regra é que não é permitido marcar de volta a pessoa que lhe marcou: é preciso marcar **três novos amigos**! E cada pessoa só pode compartilhar a publicação uma única vez!

Adaptado de Melo e Justulin (2020, p. 19).

1) Com base no texto acima, responda:

- Imaginem que uma adolescente viu essa publicação por um acaso em suas redes sociais, sem saber se outras pessoas já tinham visto ou não. Tendo apenas essas informações, é possível afirmar com certeza que quantas pessoas foram atingidas pelo anúncio, antes de ela realizar o seu próprio compartilhamento?
- Depois do compartilhamento da adolescente, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?
- Depois da segunda etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

d) Depois da terceira etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

e) Depois da quarta etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

f) Responda no quadro abaixo as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais **duas** pessoas:

Compartilhamento com duas pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	
Um	
Dois	
Três	
Quatro	

g) Responda as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais **quatro** pessoas:

Compartilhamento com quatro pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	
Um	
Dois	
Três	
Quatro	

h) Para os três casos acima, qual foi a operação que o seu grupo utilizou para chegar às respostas?

i) O seu grupo conseguiu perceber algum padrão para chegar às respostas de modo mais rápido?

j) Se fossem 100 etapas de compartilhamento, o seu grupo conseguiria facilmente representar a operação para chegar à resposta? E se fossem mil? E se fossem 10 mil? Qual seria a maior dificuldade?

k) Vocês acreditam que existe uma forma mais simples de representar esse tipo de operação de multiplicação de vários fatores iguais? Se sim, como talvez seria?

Adaptado de Melo e Justulin (2020, p. 19)

Análise *a priori* da Atividade 01: É possível que alguns alunos tenham dificuldade em fazer a correta interpretação do texto, assim como de entenderem que com nenhum compartilhamento a quantidade total de uma pessoa fora atingida pela propaganda, porém, caso esses problemas de fato ocorram, o professor instrutor deverá interferir para viabilizar o prosseguimento da atividade. Esperamos que os

estudantes entendam que devem sempre iniciar os cálculos considerando uma única pessoa atingida, e que para saber quantos novos compartilhamentos haverá em cada etapa, eles precisam multiplicar o valor anterior pela quantidade de compartilhamentos que cada pessoa atingida precisa realizar para participar da promoção, de acordo com cada item da atividade. Por fim, esperamos que eles concluam que a operação que deve ser usada para chegarem nos resultados corretos é a multiplicação. Acreditamos que o entendimento dos alunos deve ocorrer sem maiores problemas, a não ser que eles tenham dificuldades em fazer os cálculos das operações solicitadas em cada item.

Quadro 09 – Previsão de respostas dos grupos sobre a operação usada para resolver a Atividade 01

Item	Resposta prevista	Validade da resposta
1	Multiplicação.	Válida e desejada
2	Tabuada.	Válida e não desejada
3	Adição.	Inválida e não desejada
4	Subtração.	
5	Divisão.	

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 09 aponta que a resposta “Multiplicação”, no item 1, é a considerada válida e desejada. O item 2, “Tabuada”, também é uma solução válida, por geralmente significar multiplicação, porém é não desejada por não retratar fielmente o que se pede nessa atividade. As demais operações fundamentais, destacadas nos itens 3, 4 e 5, foram todas declaradas como inválidas, pois não são adequadas para que os alunos alcancem o objetivo pretendido.

4.2.2 Atividade 02

Na segunda atividade introduzimos o conceito de potenciação de maneira mais formal, quando comparada com a anterior, de modo a apresentar as ideias de base, expoente e potência. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Conceituação, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à sua execução.

Quadro 10 – Atividade sobre o conceito de potenciação**ATIVIDADE 02****Título:** Conceito de Potenciação**Objetivo:** Introduzir o conceito de Potenciação.**Material:** Folha de atividade impressa e lápis ou caneta.**Procedimento:** Responda as questões abaixo:

- 1) Quantas vezes o número **três** aparece como fator na multiplicação $3 \times 3 \times 3 \times 3$?
- 2) Quantas vezes o número **cinco** aparece como fator na multiplicação $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$?
- 3) Quantas vezes o número **dois** aparece como fator na multiplicação $2 \times 2 \times 2$?
- 4) Quantas vezes o número **quatro** aparece como fator na multiplicação $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$?
- 5) Quantas vezes o número **sete** aparece como fator na multiplicação 7×7 ?
- 6) Quantas vezes o número **oito** aparece como fator na multiplicação $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$?
- 7) Quantas vezes o número **um** aparece como fator na multiplicação $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$?
- 8) Quantas vezes o número **nove** aparece como fator na multiplicação $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$?
- 9) Quantas vezes o número **seis** aparece como fator na multiplicação $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$?
- 10) Quantas vezes o número **zero** aparece como fator na multiplicação $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$?

A multiplicação $5 \times 5 \times 5 \times 5$, cujo fator **5** se repete **quatro vezes**, é simbolicamente representada por 5^4 .

Sendo assim, **observando quantas vezes cada número se repete nas multiplicações abaixo**, escrevam como podemos representar cada uma delas:

- 11) $3 \times 3 \times 3 \times 3$
- 12) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
- 13) $2 \times 2 \times 2$
- 14) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
- 15) 7×7
- 16) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$
- 17) $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$
- 18) $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$
- 19) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- 20) $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$

Agora responda:

- 21) Qual é a multiplicação que corresponde a 5^2 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
- 22) Qual é a multiplicação que corresponde a 4^3 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
- 23) Qual é a multiplicação que corresponde a 3^4 ? E qual é o resultado desta multiplicação?

- 24) Qual é a multiplicação que corresponde a 2^5 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
- 25) Qual é a multiplicação que corresponde a 1^6 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
- 26) Qual é a multiplicação que corresponde a 0^7 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
- Essa forma de representar uma multiplicação de vários fatores iguais se chama **Potenciação**! Na potenciação $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, o número 2 é denominado de *base*, o número 3 é denominado de *expoente* e o número 8 é denominado de *potência*.
- 27) O seu grupo acha vantajosa essa forma de representar uma multiplicação de vários fatores iguais? Justifique.

Fonte: Autoria própria (2023)

Análise a priori da Atividade 02: Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender o conceito de potenciação. Talvez as únicas dificuldades que eles enfrentem sejam as de calcular o valor da potência nas questões finais e de expressar em palavras o porquê de ser vantajosa a representação de uma multiplicação de fatores iguais a partir da potenciação.

Quadro 11 – Previsão de respostas dos grupos sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação, na Atividade 02

Item	Resposta prevista	Validade da resposta
1	Sim, é vantajosa porque é uma expressão mais simples e prática.	Válida e desejada
2	Sim, é vantajosa porque é uma expressão menor.	
3	Sim, é vantajosa.	Válida e não desejada
4	Sim, é vantajosa por ela ser mais fácil de responder.	Parcialmente válida e não desejada
5	Não, não é vantajosa.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

No Quadro 11 as respostas dos itens 1 e 2 foram consideradas válidas e desejadas porque afirmam que a vantagem da utilização da notação de potenciação se deve à simplicidade de entendimento, uma vez que usar uma expressão baseada na multiplicação pode acabar confundindo quem estiver trabalhando com ela, haja visto possuir muitos fatores, com frequência.

O item 3 também é uma resposta válida, mas não desejada porque não traz consigo uma justificativa. Já o item 4 foi tido como parcialmente válido devido ao fato de não necessariamente o cálculo de uma potenciação ser diferente de uma notação baseada na multiplicação. Por fim o item 5 foi classificado como inválido por dizer que não há vantagens na representação a partir da potenciação.

Quadro 12 – Atividade de Aprofundamento 01, referente à Atividade 02

- 1) Escreva as multiplicações abaixo na forma de potenciação:
- | | |
|--|--|
| a) $7 \times 7 \times 7 \times 7 =$ | f) $10 \times 10 \times 10 =$ |
| b) $8 \times 8 \times 8 =$ | g) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 =$ |
| c) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 =$ | h) $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 =$ |
| d) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ | i) $2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ |
| e) $6 \times 6 =$ | j) $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$ |
- 2) Encontre a potência de cada potenciação a seguir:
- | | |
|------------|-------------|
| 1) $9^2 =$ | 6) $2^7 =$ |
| 2) $8^3 =$ | 7) $5^4 =$ |
| 3) $1^4 =$ | 8) $10^9 =$ |
| 4) $4^5 =$ | 9) $3^6 =$ |
| 5) $0^6 =$ | 10) $6^4 =$ |

Rascunho

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 12 mostra a atividade proposta aos estudantes, com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos na Atividade 02.

4.2.3 Atividade 03

A partir desta atividade passamos a trabalhar especificamente as potenciações que possuem algum tipo de padrão em sua resolução. Em especial nesta, tratamos do valor da potência quando a base da potenciação é igual a 1. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 13 – Atividade sobre potenciação de base igual a 1

ATIVIDADE 03

Título: Potenciação de base igual a 1

Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de base igual a 1.

Material: Papel e lápis ou caneta.

Procedimento: Calcule as potenciações a seguir:

1) $1^2 =$	6) $1^7 =$

2) $1^3 =$	7) $1^8 =$
3) $1^4 =$	8) $1^9 =$
4) $1^5 =$	9) $1^{10} =$
5) $1^6 =$	10) $1^{12} =$
Observação:	
Conclusão:	

Fonte: Adaptado de Sá (2009, p. 32).

Análise *a priori* da Atividade 03: Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a 1, qualquer que seja o expoente, a potência sempre será também igual a 1.

Quadro 14 – Previsão de observações das equipes sobre as potenciações de base igual a 1

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Não é necessário transformar a expressão para a forma de multiplicação para saber qual será o resultado.	Válida e desejada
2	Todos os resultados foram iguais a 1	
3	Toda multiplicação por 1 tem como resultado o número que está multiplicando por ele.	Válida e não desejada
4	O resultado da potenciação nunca muda.	
5	Multiplicando a base pelo expoente o resultado sempre é igual ao expoente.	Parcialmente válida e não desejada
6	Multiplicando a base pelo expoente o resultado sempre é igual a 1.	Inválida e não desejada
7	O resultado é igual ao expoente.	

Fonte: Autoria própria (2023)

Classificamos os itens 1 e 2 no Quadro 14 na categoria “Válida e desejada” porque o objetivo nessa atividade era “Descobrir uma relação entre as potenciações de base igual a 1” e, de fato, caso os alunos percebessem que independentemente do valor do expoente a potência sempre era igual a 1, também observariam que não necessitavam transformar, como na atividade anterior, a potenciação em multiplicação de vários fatores iguais, para saber qual seria o resultado. Então ambas as observações são válidas e desejadas.

Já os itens 3 e 4 são válidos e não desejados porque são afirmações verdadeiras, mas que não estão ligadas ao objetivo da atividade: de fato toda multiplicação por 1 tem como resultado o próprio número que o multiplica, porém estamos falando especificamente de multiplicações de 1 por ele mesmo, ou seja, a

resposta foge do tema central; os resultados nunca mudam, isso é verdadeiro, mas é essencial notar que essa não variação sempre será igual a 1, que é o cerne da propriedade. Essas respostas poderiam acontecer devido a conhecimentos prévios dos alunos acerca da multiplicação, vistas em séries anteriores.

O item 5 foi classificado como parcialmente válido e não desejado porque, realmente, como nesta atividade a base é sempre igual a 1, ao multiplicarmos a base pelo expoente o resultado sempre será igual ao expoente, porém, isso se trata de um erro conceitual a respeito do cálculo de potenciações e, por isso, não pode ser considerado como válido para esta atividade.

Consideramos os itens 6 e 7 como inválidos e não desejados devido não serem considerados matematicamente verdadeiros. O item 6, por exemplo, se assemelha ao item 5, que fora considerado parcialmente válido, porém, utiliza o termo “sempre” para indicar que o resultado será igual 1, quando na verdade só daria certo para a expressão 1^1 , o que significa que seria a exceção, e não a regra; o item 7 apresenta uma afirmação que não pode ser considerada como verdadeira, pelos mesmos motivos do item anterior.

Quadro 15 – Previsão de conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Em uma potenciação de base igual a 1, a potência sempre será igual a 1.	Válida e desejada
2	Multiplicar 1 por ele mesmo sempre dá 1 como resultado.	Válida e não desejada
3	O resultado sempre será o mesmo porque a multiplicação é por 1.	Parcialmente válida e não desejada
4	Quando a base é igual a 1 o resultado é sempre igual ao expoente.	Inválida e não desejada
5	O resultado é sempre igual a 1 porque toda multiplicação por 1 é igual a 1.	

Fonte: o Autor

A conclusão válida e desejada expressa no item 1 do Quadro 15 advém das observações também consideradas válidas e desejadas no quadro anterior. Esta é a relação que esperamos que os estudantes percebam ao efetuar esta atividade, mencionada no objetivo dela.

O item 2 mostra uma conclusão matematicamente válida, porém não desejada pelo motivo de não estar alinhada com o propósito da atividade em questão. Por sua vez o item 3 é classificado como parcialmente válido porque, realmente, o fato de a multiplicação ser por 1 faz com que o resultado seja o mesmo sempre, entretanto, a

questão central da percepção dos estudantes nesta atividade deveria ser que o resultado era igual a 1 de modo específico, e não que o resultado sempre era o mesmo, de forma geral.

Finalmente, foram considerados inválidos e não desejados como possíveis respostas os itens 4 e 5, pois, respectivamente, o resultado só seria igual ao expoente se este também fosse igual a 1, como a base, e não é isso que acontece nas questões apresentadas; e a multiplicação por 1 só tem como resultado o valor 1 quando todos os fatores são iguais a 1.

4.2.4 Atividade 04

Nesta atividade tratamos do valor da potência quando a base da potenciação é igual a dez. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 16 – Atividade sobre potenciação de base igual a 10

ATIVIDADE 04	
Título: Potenciação de base 10	
Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de base 10.	
Material: Papel e lápis ou caneta.	
Procedimento: Calcule as potenciações a seguir:	
1) $10^2 =$	6) $10^7 =$
2) $10^3 =$	7) $10^8 =$
3) $10^4 =$	8) $10^9 =$
4) $10^5 =$	9) $10^{10} =$
5) $10^6 =$	10) $10^{12} =$
Observação:	
Conclusão:	

Fonte: Adaptado de Sá (2009, p. 33).

Análise a priori da Atividade 04: Acreditamos que, até por já conhecerem bem o conceito de potenciação, a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a dez, qualquer que seja o expoente positivo, a potência sempre será um número que começa com 1 e possui a mesma quantidade de zeros que o valor do expoente.

Quadro 17 – Previsão de observações das equipes sobre as potenciações de base igual a 10

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	A quantidade de zeros da potência é a mesma do valor do expoente.	Válida e desejada
2	Multiplicações por 10 têm como resultado números que terminam com zero.	Válida e não desejada
3	A quantidade de zeros da potência vai aumentando conforme o expoente aumenta também.	
4	Multiplicando a base pelo expoente o resultado será um número que termina com zero.	Parcialmente válida e não desejada
5	Na potenciação de base igual a 10, a potência vai aumentando de 10 em 10.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

No Quadro 17 o item 1 foi considerado válido e desejado porque atende exatamente à percepção que os alunos tenham, esperada por nós: a de que a quantidade de zeros da potência é igual ao do expoente da potenciação. Variações dessa observação são vistas nos itens 2 e 3, que são consideradas por nós como válidas, mas não desejadas. Isso se deu porque, de fato, o resultado das multiplicações por 10 entre números inteiros sempre terminam com zero, e a quantidade de zeros vai aumentando conforme o expoente também aumenta, mas essas não são exatamente o que pretendemos que os alunos observem, pois o entendimento principal que eles devem ter é o de associar a quantidade de zeros da potência com o expoente da potenciação.

O item 4 é considerado parcialmente válido por carregar uma afirmação verdadeira, já que para esse caso a base sempre é igual a 10 e, portanto, ao se multiplicar com um expoente inteiro, o resultado sempre terminará com zero, porém, não resolvemos a potenciação multiplicando a base pelo expoente, então esse argumento não pode ser considerado totalmente válido para o caso e, por isso, não é desejado. Já o item 5 é considerado inválido porque não possui qualquer tipo de coerência, haja visto a potência não crescer, proporcionalmente, de 10 em 10.

Quadro 18 – Previsão de conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando a base de uma potenciação é igual a 10, a quantidade de zeros da potência é a mesma do valor do expoente.	Válida e desejada
2	O valor do expoente é importante para saber quantos zeros terá a potência.	Válida e não desejada
3	O resultado é um número que sempre termina com zero.	

4	A resposta sempre contém muitos zeros.	Parcialmente válida e não desejada
5	Não há um padrão entre as respostas.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 18 traz o item 1 como sendo considerado uma conclusão válida e desejada, porque se alinha diretamente à observação de mesmo tipo, analisada no quadro anterior. Isto é, percebendo que a quantidade de zeros da potência tem o mesmo valor do expoente da potenciação, os alunos deverão concluir que isso sempre acontece quando a base é igual a 10.

O item 2 mostra uma conclusão verdadeira, no entanto, não condiz com o que realmente espera-se que os alunos concluam com a presente atividade e, por isso, não é desejada. Algo bastante semelhante ocorre na resposta do item 3: a ideia principal esperada é a de que os alunos vinculem a quantidade de zeros da potência com o valor do expoente da potenciação, e em ambos os itens isso não fica totalmente claro, ao ponto de acreditarmos que eles tenham efetivamente conseguido alcançar essa percepção.

Consideramos o item 4 como parcialmente válido porque entra no campo subjetivo do que viria a ser “muitos zeros”. De fato, se o expoente for um número de valor alto, a potência terá muitos zeros, porém, como é possível definir exatamente o que é um valor alto? E será que toda e qualquer potência oriunda de uma potenciação de base igual a 10 terá uma quantidade alta de zeros? Ainda assim, essa conclusão traz consigo o cerne do que esperamos que os estudantes concluam com essa atividade. Já o item 5 foi tido como inválido porque há sim relação entre as potências e suas respectivas potenciações, como já foi analisado anteriormente.

Quadro 19 – Atividade de Aprofundamento 02, referente às Atividades 03 e 04

1) Encontre a potência de cada potenciação a seguir:	
1) $1^{20} =$	7) $10^{13} =$
2) $1^{25} =$	8) $10^{15} =$
3) $1^{30} =$	9) $10^{18} =$
4) $1^{100} =$	10) $10^{21} =$
5) $1^{350} =$	11) $10^{24} =$
6) $1^{400} =$	12) $10^{27} =$

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 19 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos nas Atividades 03 e 04.

4.2.5 Atividade 05

Nesta atividade tratamos de uma forma de simplificar uma expressão que contenha multiplicação entre potenciações com bases iguais, ou seja, de escrevê-la como uma única potenciação. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 20 – Atividade sobre o produto de potenciações com bases iguais

ATIVIDADE 05	
Título: Produto de Potenciações com bases iguais	
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de simplificar a multiplicação de potenciações de mesma base.	
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.	
Procedimento: Escreva os produtos entre as potenciações abaixo como uma única potenciação.	
1) $2^3 \times 2^4 =$	6) $7^3 \times 7^2 =$
2) $3^5 \times 3^5 =$	7) $8^3 \times 8^3 =$
3) $5^6 \times 5^4 =$	8) $3^2 \times 3^7 =$
4) $4^4 \times 4^5 =$	9) $9^7 \times 9^3 =$
5) $6^7 \times 6^6 =$	10) $10^4 \times 10^5 =$
Descubra uma maneira mais rápida de obter os resultados.	
Conclusão:	

Fonte: Sá (2009, p. 35)

Análise a priori da Atividade 05: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem escrever cada uma das potenciações na forma de multiplicação, para depois reagrupar todos os fatores em uma só potenciação. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e somar os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.

Quadro 21 – Previsão de conclusões das equipes sobre Produto de Potenciações com bases iguais

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando há uma multiplicação entre potenciações com bases iguais, para simplificarmos a expressão e escrevermos em uma só potenciação, repetimos a base e somamos os expoentes.	Válida e desejada
2	A base não muda, quando multiplicamos potenciações com bases iguais.	Válida e não desejada
3	O expoente do resultado é sempre maior que os das potenciações que estão se multiplicando.	Parcialmente válida e não desejada
4	Não há um padrão entre as respostas.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 21 traz as previsões de possíveis conclusões dos estudantes para a Atividade 05. No item 1 temos aquela que consideramos válida desejada, pois reflete o entendimento por parte dos alunos de que é mais fácil simplificar uma multiplicação entre potenciações de mesma base repetindo essa base e somando os expoentes. Já o item 2 é válido, mas não desejado porque faz a análise correta sobre a base, porém negligencia o que acontece com os expoentes, dando a entender que não há relação alguma entre eles.

O item 3 foi tido como parcialmente válido porque só é verdadeiro para expoentes naturais diferentes de zero, que é o caso de todas as questões propostas nessa atividade, porém, como já dissemos anteriormente, não propusemos questões que envolviam, por exemplo, números negativos, nos quais essa afirmação não é válida e, devido a isso, somado a não definição do valor exato do expoente nos fizeram considerar essa conclusão como não-desejada. Consideramos o item 4 como inválido porque há sim, nesta atividade, uma relação direta entre os expoentes das potenciações que estão se multiplicando com o da potenciação resultante, a partir da adição deles.

4.2.6 Atividade 06

Nesta atividade tratamos de uma forma de simplificar uma expressão que contenha divisão entre potenciações com bases iguais, ou seja, de escrevê-la como uma única potenciação. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 22 – Atividade sobre divisão de potenciações com bases iguais

ATIVIDADE 06	
Título: Divisão de Potenciações com bases iguais	
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de simplificar a divisão de potenciações de mesma base.	
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.	
Procedimento: Escreva as divisões entre potenciações abaixo na forma de uma única potenciação:	
1) $2^5 \div 2^2 =$	6) $10^5 \div 10^3 =$
2) $3^6 \div 3^4 =$	7) $7^8 \div 7^5 =$
3) $5^7 \div 5^4 =$	8) $9^7 \div 9^5 =$
4) $6^9 \div 6^3 =$	9) $2^6 \div 2^4 =$
5) $8^{10} \div 8^7 =$	10) $4^8 \div 4^5 =$
Descubra uma maneira mais rápida de obter os resultados.	
Conclusão:	

Fonte: Adaptado de Sá (2009, p. 36)

Análise *a priori* da Atividade 06: Inicialmente havíamos pensado em instruir os alunos a escrever essas divisões na forma de fração, para que eles pudessem simplificá-las e assim alcançar o objetivo da atividade, porém, durante a qualificação deste trabalho ficou evidente que essa estratégia não fazia sentido, haja vista a grande possibilidade de os alunos ainda não terem estudado frações até o momento da aplicação desta atividade. Ficou decidido então que o professor instrutor iria falar sobre simplificação entre os termos do divisor e do dividendo, mas sem estar no formato de uma fração, antes do início da atividade.

Após isto, acreditamos que a maioria dos grupos de alunos conseguirá escrever cada uma das potenciações na forma de multiplicação, para depois simplificar os fatores idênticos de uma expressão com os da outra, e então reagrupar todos os fatores em uma só potenciação. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, durante todo este processo. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e subtrair os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.

Quadro 23 – Previsão de conclusões das equipes sobre a divisão entre potenciações com bases iguais

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando há uma divisão entre potenciações com bases iguais, para simplificarmos a expressão e a	Válida e desejada

	escrevermos em uma só potenciação, repetimos a base e subtraímos os expoentes.	
2	A base não muda, quando dividimos potenciações com bases iguais.	Válida e não desejada
3	O expoente do resultado é sempre menor que os das potenciações que estão se dividindo.	Parcialmente válida e não desejada
4	Não há um padrão entre as respostas.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

No Quadro 21, o item 1 mostra a conclusão que consideramos válida e desejada para esta atividade, pois reflete o entendimento dos alunos de que a maneira mais prática de simplificar a divisão entre potenciações com bases iguais é repetir essa base e subtrair os seus expoentes. No item 2 observamos uma conclusão que é válida, pois realmente a base não muda, porém não cita o que acontece com os expoentes e, por isso, não é desejada. O item 3 é considerado parcialmente válido porque só se aplica aos números naturais; e o item 4 claramente não é válido pois existe sim uma relação entre as respostas.

Quadro 24 – Atividade de Aprofundamento 03, referente às Atividades 05 e 06

1) Escreva cada expressão abaixo na forma de uma única potenciação:	
a) $8^{12} \times 8^4 =$	k) $5^8 \div 5^2 =$
b) $9^6 \times 9^2 =$	l) $6^7 \div 6^4 =$
c) $7^{15} \times 7^{25} =$	m) $4^9 \div 4^3 =$
d) $12^7 \times 12^5 =$	n) $3^7 \div 3^6 =$
e) $20^{16} \times 20^9 =$	o) $2^7 \div 2^7 =$
f) $100^{35} \times 100^{15} =$	p) $10^{45} \div 10^{40} =$
g) $7^2 \times 7^{10} =$	q) $7^{10} \div 7^2 =$
h) $8^8 \times 8^7 \times 8^6 =$	r) $8^8 \div 8^5 =$
i) $10^4 \times 10^6 \times 10^2 =$	s) $9^7 \div 9^3 =$
j) $12^3 \times 12^7 \times 12^3 \times 12^5 =$	t) $12^7 \div 12^5 =$
Rascunho	

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 24 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos nas Atividades 05 e 06.

4.2.7 Atividade 07

Nesta atividade tratamos especificamente de potenciações cujo expoente é igual a 1. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 25 – Atividade de potenciação de expoente igual a 1

ATIVIDADE 07		
Título: Potenciações de expoente 1		
Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de expoente 1.		
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.		
Procedimento: preencha o quadro abaixo:		
Divisão de potenciações	Resultado da divisão na forma de potenciação	Valor numérico da divisão
$2^6 \div 2^5$		
$3^5 \div 3^4$		
$4^4 \div 4^3$		
$5^4 \div 5^3$		
$6^3 \div 6^2$		
$7^3 \div 7^2$		
$8^3 \div 8^2$		
$9^3 \div 9^2$		
$10^5 \div 10^4$		
$11^3 \div 11^2$		
Observação:		
Conclusão:		

Fonte: Adaptado de Sá (2009, p. 38)

Análise a priori da Atividade 07: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em como preencher o quadro da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá relacionar os resultados da coluna do meio com os da coluna da direita, para cada linha, e assim atingir o objetivo de perceber que quando o expoente de uma potenciação é igual a 1, a potência é igual a própria base.

Quadro 26 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de expoente igual a 1

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	O valor numérico é sempre o mesmo que o valor da base da potenciação.	Válida e desejada
2	O expoente sempre fica igual a 1.	Válida e não desejada
3	A potenciação tem expoente, mas o valor numérico não.	Parcialmente válida e não desejada
4	O valor numérico é o mesmo que o valor da base da potenciação, porém com expoentes diferentes.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

No Quadro 26, o item 1 mostra a principal observação que gostaríamos que os estudantes fizessem nessa atividade, pois é o que os levarão a conclusão esperada para ela. Nela os alunos terão percebido que ao resolver a divisão entre as potenciações pela regra vista na atividade anterior e pela maneira convencional, a base da potenciação na coluna do meio é igual ao valor numérico, da coluna da direita. O item 2 mostra uma observação válida, pois o resultado da coluna do meio sempre trará um expoente igual a 1, em todas as linhas, porém ela é não desejada porque não traz uma comparação com o resultado da coluna da direita.

O item 3 possui uma observação parcialmente válida devido afirmar que o valor numérico não possui expoente, mas, apesar de estar oculto, sabemos que ele existe e o valor dele é igual a 1. Já o item 4 não é válido pois os expoentes não são diferentes.

Quadro 27 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de expoente igual a 1

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando o expoente de uma potenciação é igual a 1, a potência sempre é igual ao valor da base da potenciação.	Válida e desejada
2	Quando não aparece o expoente em um número, significa que ele é igual a 1.	
3	Em uma divisão de potenciações o expoente pode ficar igual a 1.	Válida e não desejada
4	Não é necessário resolver a potenciação quando o expoente é igual a 1.	Parcialmente válida e não desejada
5	O expoente igual a 1 não muda nada.	
6	O expoente igual a 1 não serve para nada.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Ao relacionar a coluna do meio com a da direita, na Atividade 07, esperamos que os estudantes cheguem a conclusões como as expressas nos itens 1 e 2 do Quadro 27, as quais são válidas e desejadas porque relacionam as potenciações de

expoente igual a 1 com o valor da própria base. O item 3 apresenta uma conclusão que é válida, porém não se relaciona com o objetivo principal da atividade, que é o de estabelecer quanto vale a potência quando o expoente de uma potenciação é igual a 1.

Os itens 4 e 5 foram considerados conclusões parcialmente válidas pois têm seu grau de razão, mas são totalmente apropriadas para o objetivo dessa atividade. O item 6 foi tido como inválido porque desconsidera o real significado de uma potenciação ter o seu expoente igual a 1.

4.2.8 Atividade 08

Nesta atividade tratamos especificamente de potenciações cujo expoente é igual a zero. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 28 – Atividade de potenciação de expoente igual a zero

ATIVIDADE 08		
Título: Potenciações de expoente igual a zero		
Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de expoente zero.		
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.		
Procedimento: preencha o quadro abaixo:		
Divisão de potenciações	Resultado da divisão na forma de potenciação	Valor numérico da divisão
$2^6 \div 2^6$		
$3^5 \div 3^5$		
$4^4 \div 4^4$		
$5^4 \div 5^4$		
$6^3 \div 6^3$		
$7^3 \div 7^3$		
$8^3 \div 8^3$		
$9^2 \div 9^2$		
$10^5 \div 10^5$		
$11^2 \div 11^2$		
Observação:		
Conclusão:		

Fonte: Sá (2009, p. 38)

Análise a priori da Atividade 08: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em como preencher a tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas, principalmente a imediatamente anterior a essa. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá relacionar os resultados da coluna do meio com os da coluna da direita, para cada linha, e assim atingir o objetivo de perceber que quando o expoente de uma potenciação é igual a zero, a potência é igual a 1.

Quadro 29 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de expoente igual a zero

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	O valor numérico ficou sempre igual a 1. .	Válida e desejada
2	O expoente sempre ficou igual a zero.	Válida e não desejada
3	A base da potenciação é diferente do seu valor numérico	Parcialmente válida e não desejada
4	A potenciação tem expoente, mas o valor numérico não.	Inválida e não desejada
5	O valor numérico é o mesmo que o valor da base da potenciação.	

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 29 apresenta as previsões de observações dos estudantes quanto a Atividade 08. O item 1 foi considerado válido pois está vinculado ao objetivo dessa atividade que, para os exemplos dados, quando o expoente é igual a zero a potência é igual a 1. O item 2, apesar de válido, não é desejado porque não está alinhado com o objetivo já citado da atividade.

O item 3 foi tido como parcialmente válido porque negligencia a possibilidade de uma potenciação de base igual a 1. Já os itens 4 e 5 trazem observações consideradas inválidas e não desejadas devido, respectivamente, o valor numérico ter expoente sim, apesar de ele estar oculto, e nos exemplos dados ser diferente do valor da base da potenciação.

Quadro 30 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de expoente igual a zero

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando o expoente de uma potenciação é igual a zero, a potência é sempre igual a 1.	Válida e desejada

2	Quando dividimos um número por ele mesmo, o resultado é sempre igual a 1.	Válida e não desejada
3	Em uma divisão de potenciações o expoente pode ficar igual a zero.	
4	Não é necessário resolver a potenciação quando o expoente é igual a zero.	Parcialmente válida e não desejada
5	Quando o expoente de uma potenciação é igual a zero, a potência sempre é igual ao valor da base da potenciação.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

No Quadro 30, o item 1 apresenta uma conclusão que consideramos válida e desejada porque é o que se espera que os alunos percebam ao comparar os resultados da coluna do meio com a da direita na atividade proposta. Já os itens 2 e 3 também são válidos, porém não desejados nesse caso, porque, apesar de conclusões verdadeiras, são afirmações que não estão alinhadas com o seu objetivo principal.

O item 4 foi conceituado como parcialmente válido pois, apesar da associação compreendida entre o expoente igual a zero e a potência igual a 1, há sim um cálculo implícito entre essas duas formas de escrita, a partir de uma divisão de potenciações de bases e expoentes iguais, por exemplo. Já o item 5 não condiz com a realidade, uma vez que essa afirmação só é válida quando a base da potenciação é igual a 1, o que a torna uma conclusão inválida e não desejada.

É importante notar que até essa atividade não foi abordada a possibilidade da base ser igual a zero e, portanto, nem a expressão 0^0 . Faremos isso na atividade seguinte.

4.2.9 Atividade 09

Nesta atividade tratamos do valor da potência quando a base da potenciação é igual a zero. Escolhemos fazer a abordagem desse tema nesse momento de nossa sequência didática, ao invés de no início dela (próxima às atividades sobre as bases igual a 1 e a 10), justamente para poder discutir de maneira mais aprofundada o significado da expressão 0^0 , seguindo o que foi visto em nossas análises prévias, principalmente na obra de Silva (2020). Essa discussão será feita no fim da atividade, no momento de institucionalização do seu conceito.

Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi adaptada de Sá (2009).

Quadro 31 – Atividade de potenciação de base igual a zero

ATIVIDADE 09	
Título: Potenciação de base zero	
Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de base zero.	
Material: Papel, lápis ou caneta, roteiro da atividade.	
Procedimento: Calcule as potenciações a seguir:	
1) $0^1 =$	6) $0^6 =$
2) $0^2 =$	7) $0^7 =$
3) $0^3 =$	8) $0^8 =$
4) $0^4 =$	9) $0^9 =$
5) $0^5 =$	10) $0^0 =$
Observação:	
Conclusão:	

Fonte: Adaptado de Sá (2009, p. 34)

Análise *a priori* da Atividade 09: Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a zero, e o expoente é igual ou maior que um, a potência sempre também será igual a zero. Considerando que essa atividade servirá, também, para discutir acerca da expressão 0^0 com os alunos, cremos que eles assimilarão (respeitando o nível de conhecimento esperado para a série em que se encontram) a complexidade dela.

Quadro 32 – Previsão de observações das equipes sobre potenciação de base igual a zero

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Não é necessário transformar a expressão para a forma de multiplicação para saber qual será o resultado.	Válida e desejada
2	Toda multiplicação por zero dá zero.	Válida e não desejada
3	O resultado nunca muda.	
4	Multiplicando a base pelo expoente o resultado sempre é igual a zero.	Parcialmente válida e não desejada
5	Multiplicando a base pelo expoente o resultado sempre é igual à base.	
6	Multiplicando a base pelo expoente o resultado sempre é igual ao expoente.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Para a atividade da potenciação de base igual a zero, a observação por parte dos alunos que previmos e consideramos como válida e desejada é a disposta no item 1 do Quadro 32, pois é a que melhor representa o que queremos que eles percebam: que não é necessário desenvolver a potenciação para a forma de multiplicação de antemão para saber o seu resultado. Os itens 2 e 3 foram apontados como válidos, mas não desejados porque, apesar de verdadeiros, não têm ligação com o objetivo principal da atividade, que é dizer o resultado da potenciação quando a base é igual a zero.

Os itens 4 e 5 foram julgados como parcialmente válidos e não desejados pelo motivo de que, como nessa atividade as bases são sempre iguais a zero, se multiplicarmos a base pelo expoente de uma potenciação o resultado será igual a zero, realmente, entretanto, não está correto realizar essa multiplicação para chegarmos a algum resultado, no que se refere a uma potenciação. Finalmente, o item 6 foi apontado como inválido e indesejado porque, além de não ser uma estratégia correta de resolução da potenciação, não é verdadeiro pois o resultado raramente é igual ao próprio expoente para o caso desta atividade e da maioria das potenciações existentes.

Quadro 33 – Previsão de conclusões das equipes sobre potenciação de base igual a zero

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Em uma potenciação de base igual a zero e expoente igual ou maior que 1, a potência sempre será igual a zero.	Válida e desejada
2	O resultado em geral é igual a zero porque toda multiplicação por zero é igual a zero.	Válida e não desejada
3	Independentemente do valor do expoente, o resultado sempre será igual a zero.	Parcialmente válida e não desejada
4	O resultado será sempre igual a zero porque a multiplicação da base pelo expoente sempre é igual a zero.	
5	Quando a base é igual a zero o resultado é sempre igual ao expoente.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Classificamos o item 1 do Quadro 33 como uma conclusão válida e desejada, por considerarmos que ele representa de forma apropriada o que ocorre quando a base da potenciação é igual a zero. No entanto, temos consciência de que os alunos não irão se preocupar em afirmar que o expoente deve ser maior ou igual a 1 para que a potência seja igual a zero, haja visto que eles ainda não terão estudado os

números negativos e muito menos saberão que caso o expoente fosse negativo a expressão se transformaria em uma divisão por zero. Portanto, qualquer adaptação dessa resposta, que não fuja de a potência ser igual a zero, será considerada válida e desejada. O item 2 foi tido como válido, mas não desejado porque é verdadeiro que toda multiplicação por zero é igual a zero, porém, essa justificativa não se adequa perfeitamente ao objetivo da atividade.

Além disso, apontamos os itens 3 e 4 como parcialmente válidos, pois, respectivamente: já dissemos que não esperamos que os alunos façam qualquer tipo de menção a algo relacionado a números negativos, contudo, não é indicado que eles afirmem que a potência será igual a zero independente do expoente, pois isso poderá gerar uma *misconception* a eles, futuramente; também sabemos que nos exemplos desta atividade as bases são todas iguais a zero e, por isso, ao multiplicarmos a base pelos expoentes o resultado será igual a zero, entretanto, não é válido fazer esse procedimento ao calcular o valor de uma potenciação. Já o item 5 foi considerado inválido e não desejado pelo motivo de não proceder a informação de que, para esses casos, a potência sempre será igual ao valor do expoente.

Quadro 34 – Atividade de Aprofundamento 04, referente às Atividades 07, 08 e 09

1) Calcule a potência de cada potenciação abaixo:	
a) $0^1 =$	k) $1^0 =$
b) $1^1 =$	l) $2^0 =$
c) $2^1 =$	m) $3^0 =$
d) $3^1 =$	n) $4^0 =$
e) $4^1 =$	o) $5^0 =$
f) $6^1 =$	p) $10^0 =$
g) $12^1 =$	q) $12^0 =$
h) $13^1 =$	r) $15^0 =$
i) $14^1 =$	s) $20^0 =$
j) $15^1 =$	t) $100^0 =$
2) Calcule a potência de cada potenciação abaixo:	
a) $0^{11} =$	f) $0^{20} =$
b) $0^{12} =$	g) $0^{30} =$
c) $0^{13} =$	h) $0^{50} =$
d) $0^{14} =$	i) $0^{100} =$
e) $0^{15} =$	j) $0^0 =$

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 34 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos nas Atividades 07, 08 e 09. É válido ressaltar que as regras para a resolução de potenciações com expoentes iguais a zero e 1 foram abordadas, respectivamente, nas Atividades 07 e 08 e que, portanto, as avaliamos como suficientes para que os alunos pudessem resolver a primeira questão desta atividade de aprimoramento, mesmo sem antes terem resolvido questões nesse exato formato.

4.2.10 Atividade 10

Nesta atividade tratamos especificamente de potenciações que são base de outra potenciação. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 35 – Atividade sobre potenciação da potenciação

ATIVIDADE 10	
Título: Potenciação da potenciação	
Objetivo: Descobrir uma relação entre as potenciações de potenciações.	
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.	
Procedimento: Escreva as potenciações abaixo na forma de uma única potenciação:	
1) $(2^2)^2 =$	6) $(6^{10})^4 =$
2) $(3^3)^3 =$	7) $(3^{12})^2 =$
3) $(5^4)^4 =$	8) $(8^{15})^4 =$
4) $(3^5)^2 =$	9) $(3^{20})^2 =$
5) $(7^6)^5 =$	10) $(2^{30})^6 =$
Descubra uma maneira mais rápida de obter os resultados.	
Conclusão:	

Fonte: Sá (2009, p. 37)

Análise a priori da Atividade 10: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem tomar cada uma das potenciações de dentro dos parênteses como base de outra potenciação, cujo expoente é aquele que aparece na parte externa dos parênteses, para depois reagrupar todos os fatores em uma só potenciação, utilizando a propriedade da

multiplicação de mesma base. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e multiplicar os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.

Quadro 36 – Previsão de conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando uma potenciação serve de base para outra potenciação, para simplificar a expressão, basta repetir a base da primeira potenciação e multiplicar todos os expoentes da expressão.	Válida e desejada
2	Uma potenciação pode ter como base outra potenciação.	Válida e não desejada
3	Na potenciação da potenciação podemos usar a mesma regra da multiplicação de potenciações de bases iguais.	Parcialmente válida e não desejada
4	Na potenciação da potenciação devemos usar a mesma regra da multiplicação de potenciações de bases iguais.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Avaliamos o item 1 do Quadro 36 como válido e desejado por exprimir exatamente o que queremos que os estudantes percebam com esta atividade. O item 2 é válido, mas não é desejado porque essa conclusão não ajuda na execução do seu objetivo que é a simplificação desse tipo de expressão.

O item 3 foi considerado como parcialmente válido pois, de fato, é possível utilizar a propriedade da multiplicação de potenciações de bases iguais, partindo da definição de potenciação, para resolver expressões desse tipo, ainda assim, não estará correto se os alunos tentarem somar os expoentes inicialmente postos nelas.

Já o item 4 foi classificado como inválido e não desejado por dar a entender que, necessariamente, devemos utilizar a propriedade da multiplicação de potenciações de bases iguais para resolver expressões como as presentes nesta atividade.

4.2.11 Atividade 11

Nesta atividade tratamos da potenciação do produto entre números. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à sua execução. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 37 – Atividade sobre Potenciação do Produto

ATIVIDADE 11	
Título: Potenciação do Produto	
Objetivo: Descobrir uma maneira de calcular a potenciação de um produto a representando como um produto entre potenciações.	
Material: Papel, lápis ou caneta e roteiro da atividade.	
Procedimento: Escreva as expressões abaixo como um produto entre potenciações.	
1) $(2 \times 3)^4 =$	6) $(7 \times 3)^2 =$
2) $(3 \times 4)^2 =$	7) $(8 \times 9)^5 =$
3) $(5 \times 3)^3 =$	8) $(3 \times 7)^7 =$
4) $(7 \times 2)^5 =$	9) $(4 \times 9)^3 =$
5) $(4 \times 5)^6 =$	10) $(6 \times 7)^5 =$
Descubra uma maneira mais rápida de obter os resultados.	
Conclusão:	

Fonte: Sá (2009, p. 39)

Para esta atividade, é importante ressaltar que o seu objetivo é (como fica claro no cabeçalho dela) “descobrir uma maneira de calcular a potenciação de um produto a representando como um produto entre potenciações”, no qual o procedimento a ser feito para alcançá-lo é escrever as expressões “como um produto entre potenciações”.

Portanto, enfatizamos isso porque, apesar de ser possível simplificar tais expressões a partir de uma multiplicação entre os fatores que estão dentro dos parênteses, nosso intuito é que os estudantes entendam a propriedade relacionada à potenciação, visando que em séries posteriores eles tenham facilidade no entendimento de operações que envolvam a potenciação de expressões algébricas, principalmente as de variáveis diferentes.

Análise a priori da Atividade 11: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem primeiramente reagrupar os fatores iguais, para formar uma potenciação entre eles, utilizando a propriedade associativa da multiplicação, assim formando, no final, duas potenciações de mesmo expoente. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir as bases e atribuir o expoente existente a cada uma delas, para encontrar a resposta.

Quadro 38 – Previsão de conclusões das equipes sobre Potenciação do Produto

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	Quando a base de uma potenciação é uma multiplicação entre números, podemos reescrever a expressão como uma multiplicação de potenciações de expoentes iguais.	Válida e desejada
2	Quando a base de uma potenciação é uma multiplicação entre números, basta multiplicar os valores de dentro dos parênteses e encontramos uma expressão no formato de uma potenciação.	Válida e não desejada
3	Quando a base de uma potenciação é uma multiplicação, sempre poderemos reescrever a expressão realizando a multiplicação de dentro dos parênteses.	Parcialmente válida e não desejada
4	Nada pode ser feito para simplificar a expressão, já que as bases possuem valores diferentes.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Para a Atividade 11, avaliamos o item 1 do Quadro 38 como uma conclusão válida e desejada, pois, como afirmamos anteriormente, o objetivo dessa atividade é que percebam que a potenciação cuja base é uma multiplicação de dois ou mais fatores pode ser transformada para o produto entre potenciações cujas bases são esses fatores e o expoente é o mesmo para todas elas, o que se alinha à conclusão mencionada.

O item 2 mostra uma conclusão válida, mas não adequada para os objetivos desta atividade. Por isso, ela não é desejada. Consideramos o item 3 como uma conclusão parcialmente válida porque sempre é possível realizar a multiplicação, e assim poder eliminar os parênteses, quando os fatores são numerais, mas quando são variáveis, não basta simplesmente excluir os parênteses, ou seja, não se trata de uma afirmação totalmente válida. Já o item 4 é inválido pois é possível sim simplificar a expressão, mesmo que os fatores tenham valores diferentes.

Quadro 39 – Atividade de Aprofundamento 05, referente às Atividades 10 e 11

1) Escreva cada expressão abaixo como uma potenciação de uma única base e um único expoente:	
a) $(2^4)^3 =$	f) $(9^3)^6 =$
b) $(3^2)^5 =$	g) $(12^3)^4 =$
c) $(10^5)^4 =$	h) $(4^8)^3 =$
d) $(7^3)^7 =$	i) $(15^2)^8 =$
e) $(5^4)^8 =$	j) $(20^0)^3 =$
2) Escreva as potenciações abaixo como o produto entre potenciações:	
a) $(3 \times 7)^8 =$	f) $(10 \times 4)^4 =$
b) $(4 \times 2)^7 =$	g) $12 \times 6)^5 =$

c) $(5 \times 8)^6 =$	h) $(15 \times 5)^6 =$
d) $(2 \times 5 \times 7)^5 =$	i) $(13 \times 12)^7 =$
e) $(3 \times 5 \times 6)^4 =$	j) $(5 \times 6 \times 3 \times 4)^8 =$

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 39 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos nas Atividades 10 e 11.

4.2.12 Atividade 12

Ao propormos as próximas quatro atividades pretendemos minimizar algumas *misconceptions* relacionadas à potenciação, que são as que envolvem operações de adição e subtração entre dois números quadrados perfeitos. Nesta, em específico, tratamos sobre a frequente não igualdade entre os valores do quadrado da soma e da soma dos quadrados de dois números quaisquer. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 40 – Atividade sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados

ATIVIDADE 12		
Título: Quadrado da soma e a soma dos quadrados		
Objetivo: Descobrir uma relação entre o quadrado da soma e a soma dos quadrados de dois números naturais.		
Material: lápis ou caneta e roteiro da atividade.		
Procedimento: Preencha o quadro a seguir:		
Valores	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$
$a = 3$ e $b = 4$		
$a = 2$ e $b = 3$		
$a = 4$ e $b = 5$		
$a = 5$ e $b = 1$		
$a = 4$ e $b = 2$		
$a = 3$ e $b = 1$		
$a = 2$ e $b = 1$		
$a = 6$ e $b = 2$		
$a = 7$ e $b = 1$		
$a = 5$ e $b = 3$		
Observação:		
Conclusão:		

Fonte: Sá (2009, p. 90)

Análise a priori da Atividade 12: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para **a** e **b** em cada linha da tabela da atividade. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.

Quadro 41 – Previsão de observações das equipes sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Os valores numéricos das duas expressões são, em geral, diferentes.	Válida e desejada
2	Os valores da primeira coluna são sempre maiores que os valores da segunda.	Válida e não desejada
3	Os valores da segunda coluna são sempre menores que os valores da primeira.	
4	Os valores nunca serão iguais.	Parcialmente válida e não desejada
5	Os valores numéricos das duas expressões às vezes são iguais, às vezes são diferentes.	Inválida e não desejada
6	Os valores numéricos das duas expressões geralmente são iguais.	

Fonte: Autoria própria (2023)

Na Atividade 12 os estudantes precisam perceber que os valores das duas colunas de uma mesma linha do Quadro 40, em geral, são diferentes. Dessa forma, consideramos o item 1 do Quadro 41 como uma observação válida e desejada para esta atividade. Os itens 2 e 3 foram avaliados como válidos, porém não desejados, porque são observações verdadeiras para esta atividade, mas que não se relacionam ao objetivo central dela.

O item 4 é parcialmente válido pois, apesar de ser exceção, é possível sim que os valores sejam iguais, caso ambos os números sejam iguais a zero. Foram tidos como inválidos os itens 5 e 6, pois estão completamente em desconformidade ao objetivo central desta atividade.

Quadro 42 – Previsão de conclusões das equipes sobre quadrado da soma e a soma dos quadrados

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	A expressão $(a + b)^2$ tem, em geral, um valor numérico diferente de $a^2 + b^2$.	Válida e desejada
2	A expressão $(a + b)^2$ tem, em geral, um valor numérico maior que $a^2 + b^2$.	Válida e não desejada

3	A expressão $a^2 + b^2$ tem, em geral, um valor numérico menor que $(a + b)^2$.	
4	A expressão $(a + b)^2$ tem sempre um valor numérico diferente de $a^2 + b^2$.	Parcialmente válida e não desejada
5	A expressão $(a + b)^2$ tem sempre um valor numérico maior de $a^2 + b^2$.	
6	A expressão $a^2 + b^2$ tem sempre um valor numérico menor que $(a + b)^2$.	
7	A expressão $(a + b)^2$ equivale à $a^2 + b^2$.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Na Atividade 12 desejamos que os alunos percebam que o quadrado da soma entre dois números tem um valor diferente que a soma dos quadrados desses números, portanto, consideramos o item 1 do Quadro 42 como uma conclusão válida, por estar alinhada a este desejo.

De forma semelhante ao quadro das observações previstas, neste também os itens 2 e 3 foram avaliados como válidos, mas não desejados porque são observações verdadeiras para esta atividade, mas que não se relacionam ao objetivo central dela.

Os itens 4, 5 e 6 foram julgados como conclusões parcialmente válidas devido ao termo “sempre” que se encontra em cada um deles, o que não reflete a realidade, além de não necessariamente se relacionarem ao principal objetivo da atividade. Já o item 7 representa uma conclusão inválida porque não é verdadeira.

4.2.13 Atividade 13

Nesta atividade tratamos sobre a não igualdade dos valores da potência do produto e da potência da soma de dois números. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela.

Quadro 43 – Atividade sobre potência do produto e a potência da soma

ATIVIDADE 13	
Título: Potência do Produto e Potência da Soma	
Objetivo: Descobrir uma relação entre potência do produto e potência da soma de dois números naturais.	
Material: lápis ou caneta e roteiro da atividade.	
Procedimento: Preencha o quadro a seguir:	

Valores	$(a \times b)^n$	$(a + b)^n$
$a = 3, b = 4$ e $n = 2$		
$a = 2, b = 3$ e $n = 3$		
$a = 4, b = 5$ e $n = 1$		
$a = 5, b = 1$ e $n = 4$		
$a = 4, b = 2$ e $n = 3$		
$a = 3, b = 1$ e $n = 2$		
$a = 2, b = 1$ e $n = 1$		
$a = 6, b = 2$ e $n = 2$		
$a = 7, b = 1$ e $n = 3$		
$a = 5, b = 3$ e $n = 2$		
Observação:		
Conclusão:		

Fonte: Autoria própria (2023)

Análise *a priori* da Atividade 13: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para **a**, **b** e **n** em cada linha da tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que a da atividade anterior, já que ela foi bastante parecida. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.

Quadro 44 – Previsão de observações das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Os valores numéricos das duas expressões são, em geral, diferentes.	Válida e desejada
2	Os valores da primeira coluna são, em geral, menores que os valores da segunda.	Válida e não desejada
3	Os valores da segunda coluna são, em geral, maiores que os valores da primeira.	
4	Os valores nunca serão iguais.	Parcialmente válida e não desejada
5	Os valores numéricos das duas expressões às vezes são iguais, às vezes são diferentes.	Inválida e não desejada
6	Os valores numéricos das duas expressões geralmente são iguais.	

Fonte: Autoria própria (2023)

Com relação às nossas expectativas, a Atividade 13 é bem semelhante à Atividade 12: desejamos que os alunos percebam que os valores das duas colunas de uma mesma linha do Quadro 43, em geral, são diferentes. Portanto, consideramos o item 1 do Quadro 44 como uma observação válida e desejada para esta atividade.

Os itens 2 e 3 foram avaliados como válidos, porém não desejados, porque são observações verdadeiras para esta atividade, mas que não se relacionam ao objetivo central dela.

O item 4 é parcialmente válido pois, apesar de ser exceção, é possível sim que os valores sejam iguais, caso ambos os números sejam iguais a zero. Foram tidos como inválidos os itens 5 e 6, pois estão completamente em desconformidade ao objetivo central desta atividade.

Quadro 45 – Previsão de conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	A expressão $(a \times b)^n$ tem, em geral, um valor numérico diferente de $(a + b)^n$.	Válida e desejada
2	A expressão $(a \times b)^n$ tem, em geral, um valor numérico maior que $(a + b)^n$.	Válida e não desejada
3	A expressão $(a + b)^n$ tem, em geral, um valor numérico menor que $(a \times b)^n$.	
4	A expressão $(a \times b)^n$ tem sempre um valor numérico diferente de $(a + b)^n$.	Parcialmente válida e não desejada
5	A expressão $(a \times b)^n$ tem sempre um valor numérico maior de $(a + b)^n$.	
6	A expressão $(a + b)^n$ tem sempre um valor numérico menor que $(a \times b)^n$.	
7	A expressão $(a \times b)^n$ equivale à $(a + b)^n$.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Na Atividade 13 desejamos que os alunos percebam que a potência do produto de dois números tem, geralmente, um valor diferente que a potência da soma desses mesmos números, dessa forma, consideramos a resposta do item 1 do Quadro 45 como uma conclusão válida e desejada, por estar em conformidade à essa expectativa.

De forma semelhante ao quadro das observações previstas, neste os itens 2 e 3 também foram avaliados como válidos, no entanto não desejados, porque são conclusões verdadeiras para esta atividade, porém que não se relacionam ao seu objetivo principal, que é o de considerá-las expressões que possuem valores diferentes.

Os itens 4, 5 e 6 foram julgados como conclusões parcialmente válidas devido ao termo “sempre” que se encontra em cada um deles, o que não reflete a realidade, além de não necessariamente se relacionarem ao principal objetivo da atividade. Já o item 7 representa uma conclusão inválida porque não é verdadeira, a não ser que os valores de a e b sejam iguais a zero.

4.2.14 Atividade 14

Nesta atividade tratamos sobre a não igualdade dos valores do quadrado da diferença e da diferença entre dois quadrados, de dois números. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 46 – Atividade sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados

ATIVIDADE 14		
Título: Quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados		
Objetivo: Descobrir uma relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais.		
Material: lápis ou caneta e roteiro da atividade.		
Procedimento: Preencha o quadro a seguir:		
Valores	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
$a = 4$ e $b = 2$		
$a = 3$ e $b = 2$		
$a = 5$ e $b = 4$		
$a = 5$ e $b = 1$		
$a = 4$ e $b = 3$		
$a = 3$ e $b = 1$		
$a = 2$ e $b = 1$		
$a = 6$ e $b = 2$		
$a = 7$ e $b = 1$		
$a = 5$ e $b = 3$		
Observação:		
Conclusão:		

Fonte: Sá (2009, p. 91)

Análise *a priori* da Atividade 14: Acreditamos que os alunos terão menores dificuldades em substituir os valores dados para **a** e **b** em cada linha da tabela da atividade, já que as atividades anteriores foram bastante parecidas. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.

Quadro 47 – Previsão de observações das equipes sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Os valores numéricos das duas expressões são, em geral, diferentes.	Válida e desejada
2	Os valores da primeira coluna são sempre menores que os valores da segunda.	Válida e não desejada
3	Os valores da segunda coluna são sempre maiores que os valores da primeira.	
4	Os valores nunca serão iguais.	Parcialmente válida e não desejada
5	Os valores numéricos das duas expressões às vezes são iguais, às vezes são diferentes.	Inválida e não desejada
6	Os valores numéricos das duas expressões geralmente são iguais.	

Fonte: Autoria própria (2023)

Na Atividade 14, assim como nas duas anteriores, os estudantes precisam perceber que os valores das duas colunas de uma mesma linha do Quadro 46, em geral, são diferentes. Dessa forma, consideramos o item 1 do Quadro 47 como uma observação válida e desejada para esta atividade. Os itens 2 e 3 foram avaliados como válidos, mas não desejados porque são observações verdadeiras para esta atividade, mas que não se relacionam ao objetivo central dela.

O item 4 é parcialmente válido pois, apesar de ser exceção, é possível sim que os valores sejam iguais, caso ambos os números sejam iguais a zero. Foram tidos como inválidos os itens 5 e 6, pois estão completamente em desconformidade ao objetivo central desta atividade.

Quadro 48 – Previsão de conclusões das equipes sobre quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	A expressão $(a - b)^2$ tem, em geral, um valor numérico diferente de $a^2 - b^2$.	Válida e desejada
2	A expressão $(a - b)^2$ tem, em geral, um valor numérico menor que $a^2 - b^2$.	Válida e não desejada
3	A expressão $a^2 - b^2$ tem, em geral, um valor numérico maior que $(a - b)^2$.	
4	A expressão $(a - b)^2$ tem sempre um valor numérico diferente de $a^2 - b^2$.	Parcialmente válida e não desejada
5	A expressão $(a - b)^2$ tem sempre um valor numérico menor de $a^2 - b^2$.	
6	A expressão $a^2 - b^2$ tem sempre um valor numérico maior que $(a - b)^2$.	
7	A expressão $(a - b)^2$ equivale à $a^2 - b^2$.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Na Atividade 14 desejamos que os alunos percebam que o quadrado da diferença entre dois números tem um valor distinto da diferença dos quadrados desses números, portanto, consideramos o item 1 do Quadro 48 como uma conclusão válida, por estar alinhada a este desejo.

De forma semelhante ao quadro das observações previstas, neste também os itens 2 e 3 foram avaliados como válidos, porém não desejados, porque são observações verdadeiras para esta atividade, mas que não se relacionam ao objetivo central dela.

Os itens 4, 5 e 6 foram julgados como conclusões parcialmente válidas devido ao termo “sempre” que se encontra em cada um deles, o que não reflete a realidade, além de não necessariamente se relacionarem ao principal objetivo da atividade. Já o item 7 representa uma conclusão inválida porque não é verdadeira.

4.2.15 Atividade 15

Nesta atividade tratamos sobre a igualdade dos valores do produto da soma pela diferença e da diferença entre dois quadrados, de dois números. Aqui utilizamos o método do Ensino por Atividades, do tipo Redescoberta, com relação ao seu objetivo, e Experimental, em relação à execução dela. Essa atividade foi retirada de Sá (2009).

Quadro 49 – Atividade sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados

ATIVIDADE 15				
Título: Produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados				
Objetivo: Descobrir uma relação entre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais.				
Material: lápis ou caneta e roteiro da atividade.				
Procedimento: Preencha o quadro a seguir:				
Valores	$(a + b)$	$(a - b)$	$(a + b) \times (a - b)$	$a^2 - b^2$
$a = 5$ e $b = 3$				
$a = 3$ e $b = 2$				
$a = 5$ e $b = 4$				
$a = 5$ e $b = 1$				
$a = 4$ e $b = 2$				
$a = 3$ e $b = 1$				
$a = 2$ e $b = 1$				
$a = 6$ e $b = 2$				

$a = 7$ e $b = 1$					
$a = 4$ e $b = 3$					
Observação:					
Conclusão:					

Fonte: Sá (2009, p. 92)

Análise *a priori* da Atividade 15: Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para **a** e **b** em cada linha da tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas. É possível também que eles não percebam de imediato a semelhança entre os valores da terceira e da quarta colunas preenchidas por eles em cada linha. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.

Quadro 50 – Previsão de observações das equipes sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados

Item	Observação prevista	Validade da conclusão
1	Os valores numéricos das expressões $(a + b) \times (a - b)$ e $a^2 - b^2$ são, em geral, iguais.	Válida e desejada
2	Os valores numéricos das duas primeiras colunas geralmente são diferentes.	Válida e não desejada
3	Os valores numéricos da primeira coluna são sempre maiores que os da segunda.	Parcialmente válida e não desejada
4	Os valores numéricos das expressões das duas últimas colunas geralmente são diferentes.	Inválida e não desejada

Fonte: Autoria própria (2023)

Para a Atividade 15, desejamos que os estudantes percebam que o produto da soma pela diferença de dois números é igual à diferença entre os quadrados desses números. Dessa maneira, admitimos como uma observação válida e desejada a que está disposta no item 1 do Quadro 50, por estar em conformidade com este objetivo.

O item 2 foi tido como uma observação válida, porém não desejada, porque as duas primeiras colunas não dizem nada sobre o que está ligado ao objetivo da atividade, apesar de verdadeira. Já a observação contida no item 3 foi considerada apenas parcialmente válida devido ao termo “sempre”, pois há a exceção de quando ambos os valores são iguais a zero. O item 4 traz uma observação que avaliamos como inválida, pois não é verdadeira.

Quadro 51 – Previsão de conclusões das equipes sobre produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados

Item	Conclusão prevista	Validade da conclusão
1	As expressões $(a + b) \times (a - b)$ e $a^2 - b^2$ são equivalentes.	Válida e desejada
2	As expressões $(a + b) \times (a - b)$ e $a^2 + b^2$ são diferentes.	Válida e não desejada
3	Somar dois números tem como resposta um valor maior que os subtrair.	Parcialmente válida e não desejada
4	Os valores numéricos das expressões $(a + b) \times (a - b)$ e $a^2 - b^2$ são diferentes.	Inválida e não desejada
5	Os valores numéricos das expressões $(a + b) \times (a - b)$ e $a^2 - b^2$ nem sempre são iguais.	

Fonte: Autoria própria (2023)

Com base no que foi previsto para as observações desenvolvidas pelos alunos na Atividade 15, avaliamos o item 1 do Quadro 51 como uma conclusão válida e desejada, por estar adequada com a observação que foi considerada válida no quadro anterior, e com o objetivo da atividade; já o item 2 mostra uma conclusão verdadeira, mas que não está alinhada com a principal finalidade almejada para ela.

Por sua vez, o item 3 foi tido como parcialmente válido porque, além de não mostrar relação para os fins que desejamos para a referida atividade, não é totalmente válido quando são considerados os números negativos. Por fim, os itens 4 e 5 foram classificados como inválidos e não desejados porque não são verdadeiros.

Quadro 52 – Atividade de Aprofundamento 06, referente às Atividades 12, 13, 14 e 15

1) Preencha a tabela abaixo:					
Valores	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$	$(a + b) \times (a - b)$
$a = 8$ e $b = 6$					
$a = 9$ e $b = 3$					
$a = 6$ e $b = 3$					
$a = 7$ e $b = 2$					
$a = 10$ e $b = 7$					

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 52 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos nas Atividades 12, 13, 14 e 15.

4.2.16 Atividade 16

Esta atividade fecha a nossa sequência didática de forma lúdica: utilizamos um jogo de cartas elaborado por Melo e Justulin (2020) com o objetivo de retomar os conteúdos aprendidos pelos estudantes. Como a pesquisa de Melo (2020) é voltada tanto para a potenciação quanto para a radiciação, adaptamos a atividade utilizando apenas as cartas que envolvem potenciações envolvendo números naturais. Vejamos abaixo as regras do jogo. No anexo A mostramos as cartas criadas pelas autoras que atendem as demandas deste trabalho.

Quadro 53 – Jogo dorminhoco

ATIVIDADE 16

Título: Jogo “Dorminhoco”

Objetivo: Retomar as propriedades de potenciação vistas anteriormente.

Material: Roteiro da atividade e cartas do jogo.

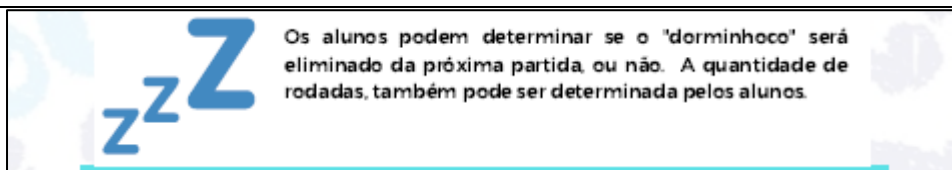
Procedimento: Leia o texto a seguir:

DORMINHOCO

Como jogar? zzzZ

- 1** Os alunos são divididos em grupos de, no máximo, cinco alunos.
- 2** Cada aluno recebe até oito cartas. De acordo com a quantidade de cartas e de alunos no grupo, faz-se a escolha.
- 3** As demais cartas ficam sobre a mesa para que sejam “compradas”. Cada aluno, na sua vez, resgata uma carta que está sobre a mesa e tenta formar um par, de acordo com a operação e sua resposta. Se a carta não servir, deve ser descartada e, se servir, deverá descartar outra que já estava em sua mão.

- 4** Assim que alguém fizer todos os pares, abaixa as cartas silenciosamente, sem que seja percebido. Este será o vencedor.
- 5** Porém os outros, ao verem que ele abaixou as cartas, também devem fazê-lo. Será o dorminhoco aquele que for o último a abaixar as cartas.



Fonte: retirado de Melo e Justulin (2020, p. 57)

Agora reúnam-se em grupos e vamos jogar!

Fonte: Autoria própria (2023)

Análise *a priori* da Atividade 16: Acreditamos que, por ser bem parecido com um jogo tradicional de baralho, a maioria dos alunos não terá nenhuma dificuldade em participar e entender esta atividade.

Quadro 54 – Atividade de Aprofundamento 07, referente à todas as atividades anteriores

1 - Efetue as operações a seguir:	
a) $3^4 =$	b) $5^3 =$
c) $0^8 =$	d) $0^{20} =$
e) $1^9 =$	f) $1^{15} =$
g) $10^3 =$	h) $10^6 =$
i) $7^1 =$	j) $15^1 =$
k) $5^0 =$	l) $8^0 =$
m) $0^0 =$	
2 - Represente as operações a seguir na forma de uma única potência:	
a) $3^4 \times 3^5 =$	b) $7^5 \times 7^8 =$
c) $6^8 \div 6^5 =$	d) $8^7 \div 8^3 =$
e) $(5^4)^6 =$	f) $(2^3)^7 =$
g) $3^5 \times 4^5 =$	h) $6^4 \times 10^4 =$
3 - Represente as operações a seguir na forma de um produto entre potenciações:	
a) $(7 \times 2)^8 =$	b) $(6 \times 3)^7 =$
4 - Efetue as operações a seguir:	
a) $7^2 + 4^2 =$	b) $(7 + 4)^2 =$
c) $7^2 - 4^2 =$	e) $(7 + 4) \times (7 - 4) =$
d) $(7 - 4)^2 =$	

Fonte: Autoria própria (2023)

O Quadro 54 mostra a atividade proposta aos estudantes com o objetivo de eles aprofundarem os conhecimentos obtidos em todas as atividades de nossa sequência didática.

Apresentada a sequência didática, veremos na próxima seção, que trata sobre a etapa da experimentação, mais detalhes sobre a aplicação dela.

5 EXPERIMENTAÇÃO

Esta seção tem os objetivos de descrever a aplicação das atividades que compõem a sequência didática vista na seção anterior e o de apresentar os resultados obtidos nesta fase, intitulada de Experimentação, conforme é exposto em Almouloud (2007) e Sá e Alves (2011), acerca das pesquisas que tem como metodologia a Engenharia Didática.

A experimentação ocorreu em duas turmas do 6º ano do turno da manhã de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental (EEEF) localizada no conjunto Júlia Seffer (que antes pertencia ao bairro das Águas Lindas, mas que no ano de 2025 tornou-se oficialmente um bairro próprio), próximo à várias regiões consideradas periféricas, no município de Ananindeua (PA). Na Figura 05 observamos a evolução do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) da escola até 2023.

Figura 05 – Evolução do IDEB da EEEF analisada em nossa experimentação no período 2009-2023

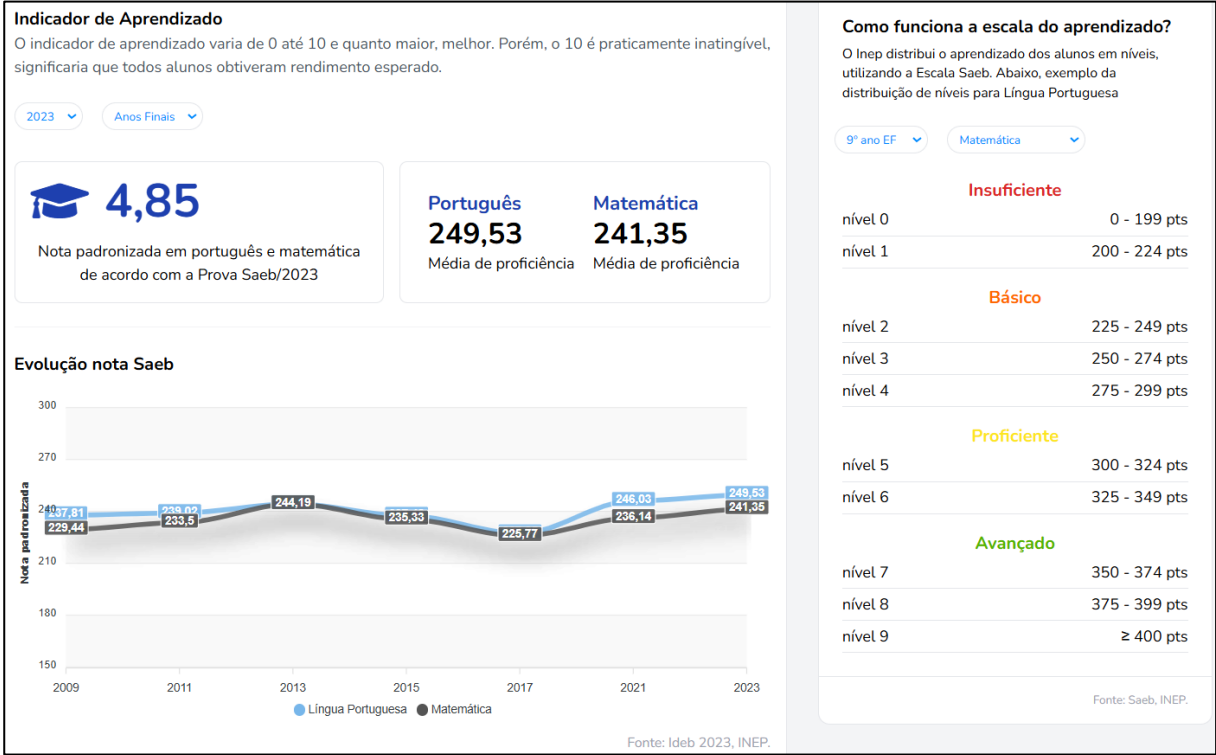


Fonte: QEduc (2024)

A Figura 05 mostra uma tendência de evolução do IDEB da escola nos últimos anos, a qual atingiu a nota de 4,8 em 2023, a maior da série histórica iniciada em

2009. A Figura 06 mostra a evolução das proficiências em Língua Portuguesa e Matemática, as quais fazem parte do cálculo do IDEB.

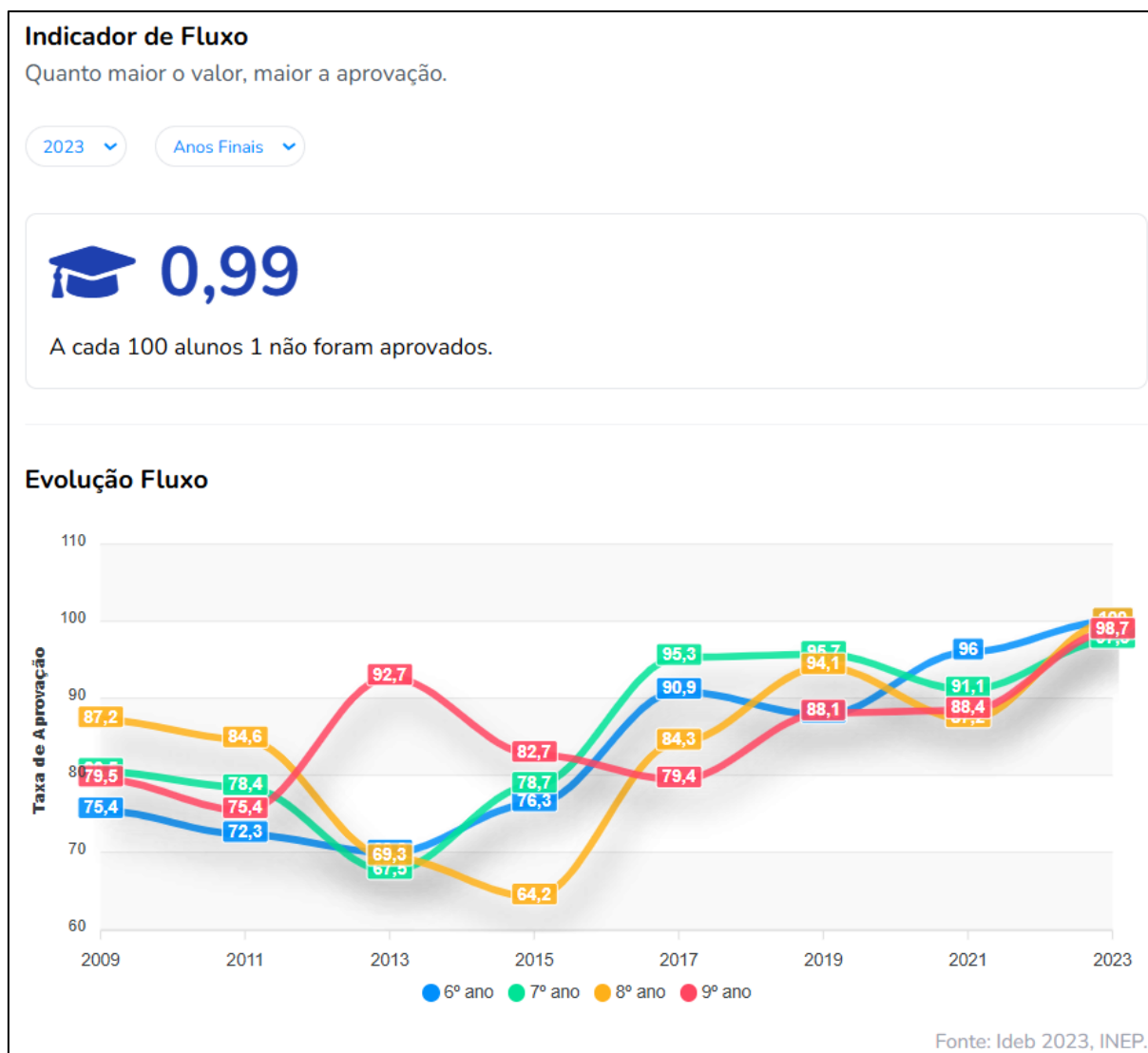
Figura 06 – Evolução das proficiências de Língua Portuguesa e Matemática da EEEF analisada



Fonte: QEdu (2024)

A Figura 06 mostra que a média das proficiências em língua portuguesa e matemática dos alunos do 9º ano dessa EEEF em 2023 é caracterizada como de nível 2, ou seja, na categoria “Básico”. Isso significa que, em média, os alunos dessa escola concluíram o Ensino Fundamental apenas com um nível de conhecimento básico nessas duas disciplinas, bastante abaixo dos níveis considerados proficientes.

Falando especificamente da proficiência de matemática, é possível verificar na Figura 06 que a do ano de 2013 foi maior que a de 2023, ainda assim o IDEB de 2023 tenha sido bem maior que o de 2013, como mostrou a Figura 05. Isso se deve pela política de incentivos para o aumento do fluxo escolar em 2023, promovido pela Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA), que o fez chegar a 99%, algo que nunca havia ocorrido, conforme pode ser visto na Figura 07.

Figura 07 – Evolução do Fluxo Escolar da EEEF analisada em nossa experimentação

Fonte: QEdU (2024)

Esse estabelecimento de ensino possuía, no ano de 2023, um total de 13 turmas de 6º a 9º anos, divididas entre os turnos da manhã e da tarde, e até hoje atende muitos alunos que residem no mesmo bairro em que ela se encontra, mas também de vários de bairros vizinhos (Águas Lindas, Águas Brancas, Girassol e Aurá) e até mesmo da comunidade quilombola “Abacatal”, uma das maiores da região metropolitana de Belém (PA).

As duas turmas participantes tinham este pesquisador como professor de matemática efetivo, e cada uma delas possuía de início 30 estudantes regulares matriculados. Porém, em uma delas também havia um aluno extra que, originalmente, era do 7º ano regular, mas cursava a chamada “dependência de estudos”, em matemática.

Sendo assim, o público-alvo era inicialmente composto por 61 estudantes ao total, no entanto, ao longo da aplicação da sequência didática uma das alunas foi transferida para outra escola, não realizou as últimas atividades e nem respondeu o pós-teste, o que nos fez a retirar da pesquisa, diminuindo o público-alvo para 60 estudantes, com 29 em uma turma e 31 na outra.

Além disso, para facilitar a análise do desempenho dos mesmos, as turmas foram intituladas de “A” e “B” e eles foram classificados como A01, A02, A03, ..., A28 e A29, e como B01, B02, B03, ..., B30 e B31, que segue a ordem alfabética da lista de frequência das turmas, respectivamente.

Para que essa experimentação ocorresse solicitamos a permissão da direção escolar, dos pais ou responsáveis (por meio de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que está disponível no Apêndice C) e, também, dos estudantes alvo (a partir de um Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), que está disponível no Apêndice D).

Inicialmente a aplicação das atividades foi pensada para acontecer em 14 encontros para cada turma, durante 5 semanas entre os meses de abril e maio de 2023. Porém, na prática, devido à diversos motivos como a falta de merenda escolar, dinâmicas internas da escola, dificuldades dos alunos na execução das atividades e inserção de novas atividades, a fase de experimentação durou cerca de 4 meses ao todo, iniciando em maio e finalizando em setembro de 2023, com um hiato entre o início de junho e a primeira metade do mês de agosto, totalizando 22 encontros para a turma A e 23 para a turma B.

É importante deixar claro que um dos motivos desse expressivo aumento na duração da aplicação das atividades foi o atraso do seu início, o que acabou esbarrando na dinâmica dos meses seguintes: junho fica marcado no calendário escolar como o mês realização da segunda avaliação e da recuperação semestral, portanto, os estudantes pouco têm aulas em sala de aula nesse período; o mês de julho é o das férias escolares na rede estadual paraense; e em agosto historicamente muitos alunos não voltam às aulas logo de imediato.

Além disso, a aplicação das atividades nas turmas foi pensada em encontros em que cada um deles teria a duração de duas aulas de 45 minutos, totalizando 90, no entanto, a sexta e última aula do turno possuía 25 minutos a menos que as demais em todos os dias, pois, como muitos alunos moravam em localidades distantes da

escola, havia essa flexibilidade, o que acabou interferindo no planejamento inicial, já que isso ocorria uma vez por semana em cada uma das turmas.

Outro motivo importante para esta mudança no cronograma de aplicação das atividades foi que, por um longo período, a escola ficou sem merenda escolar, por falta de repasse da SEDUC-PA, o que fez com que a direção da escola determinasse que cada aula durasse apenas 30 minutos cada (isto é, reduzindo o tempo de aula em um terço cada) nas semanas em que ocorreu este problema, para que os alunos pudessem sair mais cedo e lanchassem em suas casas.

Devido a todos estes motivos, resolvemos mudar a forma de analisar esta fase da pesquisa: antes iríamos debater a aplicação das atividades focado em cada encontro, da mesma forma como é feito em Lopes (2015), Santos (2017), Andrade (2023), Lopes (2023), Pinheiro (2023), C. Silva (2023), D. Silva (2023) e Barros (2024), entretanto, isto se tornou inviável por nem sempre as turmas A e B terem realizado as atividades no mesmo respectivo encontro, o que nos gerou grande dificuldade em analisar dessa maneira.

Portanto, decidimos discutir cada uma delas de forma separada, independentemente de sua realização ter sido feita em um ou em outro encontro em cada uma das turmas. Sendo assim, a aplicação das atividades de nossa sequência didática se deu conforme pode ser visto no Quadro 55, o qual tem cores diferentes para ilustrar os encontros ocorridos até o início de junho de 2023 e os que aconteceram em agosto e setembro do mesmo ano.

Quadro 55 – Cronograma da Experimentação

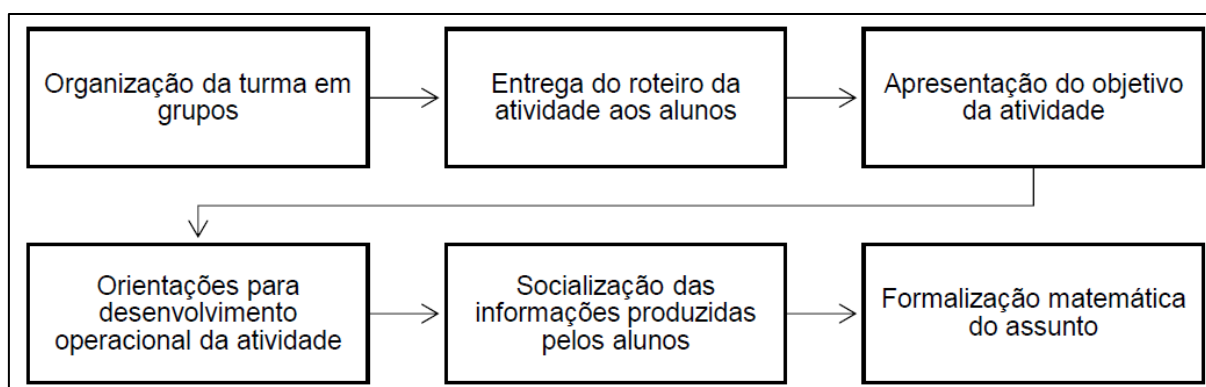
ATIVIDADE/AÇÃO	TURMA	DATA	ENCONTRO	ESTUDANTES PRESENTES
Assinatura do TALE, aplicação do questionário socioeducacional e do Pré-teste.	A	08/05	1º	26
	B			29
Aplicação da Atividade 01	A	09/05	2º	25
	B	10/05		30
Aplicação da Atividade 02	A	10/05	3º	26
	B	11/05		28
Aprofundamento da Atividade 02	A	15/05	4º	24
	B			28
Aplicação da Atividade 03	A	15/05	4º	24
	B	17/05	5º	30
Aplicação da Atividade 04	A	16/05	5º	27

	B	17/05		30
Aprofundamento das Atividades 03 e 04	A	16/05	5º	27
	B	18/05	6º	31
Aplicação da Atividade 05	A	17/05	6º	27
	B	18/05		31
Aplicação da Atividade 06	A	22/05	7º	23
	B			24
Aprofundamento das Atividades 05 e 06	A	23/05	8º	24
	B	24/05		26
Aplicação da Atividade 07	A	24/05	9º	25
	B	25/05		25
Aplicação da Atividade 08	A	29/05	10º	24
	B	25/05	9º	25
Aplicação da Atividade 09	A	29/05	10º	24
	B			23
Aprofundamento das Atividades 07, 08 e 09	A	31/05	11º	26
	B			29
Aplicação da Atividade 10	A	05/06	12º	22
	B	01/06		29
Aplicação da Atividade 11	A	21/08	13º	20
	B	16/08		26
Aprofundamento das Atividades 10 e 11	A	21/08	13º	20
	B	17/08	14º	28
Aplicação da Atividade 12	A	22 e 23/08	14º e 15º	27 e 27
	B	21 e 23/08	15º e 16º	27 e 28
Aplicação da Atividade 13	A	28 e 29/08	16º e 17º	24 e 23
	B	24 e 28/08	17º e 18º	30 e 24
Aplicação da Atividade 14	A	30/08	18º	23
	B		19º	27
Aplicação da Atividade 15	A	04/09	19º	21
	B	31/08	20º	28
Aprofundamento das Atividades 12, 13, 14 e 15	A	05/09	20º	27
	B	04/09	21º	28
Aplicação da Atividade 16	A	06/09	21º	20
	B		22º	25
Aplicação da atividade geral de aprofundamento e realização do Pós-teste	A	11/09	22º	23
	B		23º	29

Fonte: Experimentação (2023)

Em todos os encontros (com exceção dos que aconteceram a assinatura dos termos, preenchimento do questionário socioeducacional e pré e pós-testes) foram considerados o esquema disponível na Figura 08, para o desenvolvimento das atividades:

Figura 08 – Processo de aplicação de cada atividade para o ensino de potenciação



Fonte: Lopes (2015, p. 136)

Durante a aplicação do pré-teste foram produzidas informações que serviram para análise dos resultados dessa fase de experimentação, que são as seguintes: de cunho pessoal; sobre o gosto pela matemática; hábito de estudos; quem os auxilia nas atividades de matemática fora da escola; conhecimentos prévios sobre potenciações; entre outras; as quais foram obtidas por meio de aplicação de um questionário socioeducacional, além do teste diagnóstico sobre o tema da sequência didática, que pode ser visto no Apêndice B, intitulado de “Questionário de Pesquisa”.

Também foram produzidas informações a respeito das observações e conclusões elaboradas durante cada atividade desenvolvida, assim como as dificuldades. Elas foram coletadas por meio do registro da observação durante o seu desenvolvimento, por parte do pesquisador, e dos registros escritos feitos pelos estudantes. Ao fim desse processo, também foram coletadas informações a respeito do pós-teste, para que a eficácia da sequência didática pudesse ser avaliada.

Dessa forma, como instrumentos utilizados para a produção das informações, disponibilizamos, em cada um dos encontros, uma quantidade suficiente de roteiros de atividades, bem como lápis e canetas, para que todos os alunos participassem das mesmas em grupos de dois a quatro integrantes, sem maiores dificuldades. A satisfação dos participantes também foi registrada em algumas das atividades, por

meio de tiras de papel em branco, nas quais os alunos podiam dar a sua opinião sobre as atividades sem se identificar.

Vejamos a seguir a descrição dos encontros e da aplicação de cada uma das atividades da sequência didática propostas nas duas turmas, bem como as considerações feitas pelo pesquisador sobre elas.

5.1 APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE PARA OS RESPONSÁVEIS E ASSINATURA DO TCLE

Antes do primeiro encontro oficial referente à aplicação da sequência didática, aconteceu, sem a presença dos estudantes, a assinatura do TCLE, o qual apenas os responsáveis assinavam. Foi escolhida a data de 28/04/2023 porque nela estava marcado o “Plantão Pedagógico”, evento bimestral em que os responsáveis vão à escola para receber as notas e avisos gerais por parte da coordenação pedagógica. As explicações acerca dos objetivos da pesquisa e a assinatura dos responsáveis duraram 50 minutos, e todos concordaram que seus filhos/tutelados participassem das atividades.

5.2 ASSINATURA DO TALE, APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL E DO PRÉ-TESTE

O primeiro encontro oficial da aplicação da sequência didática aconteceu com a presença dos estudantes. Nesta oportunidade estava planejado que eles assinassem o TALE, preenchessem o questionário socioeducacional e realizassem o pré-teste.

Na turma A este encontro ocorreu no dia 08/05/2023, nos 3º e 4º horários (que são separados pelo intervalo do lanche). Participaram desta atividade 26 alunos, estando ausentes os seguintes: A08, A13 e A27. Houve um atraso inicial de 5 minutos pelo motivo de outro professor estender um pouco mais a sua aula sobre o horário deste pesquisador. Depois foram mais 5 minutos tomados para que a turma se acalmasse e então as orientações iniciais fossem dadas, na qual tiveram a mesma duração.

Então, foi iniciada a leitura em voz alta do TALE pelo pesquisador que, junto com as dúvidas respondidas e a assinatura em si dos alunos, durou 20 minutos. Nesse

momento a coordenadora pedagógica da escola entrou na turma para dar avisos referentes a uma oficina que seria oferecida aos estudantes, o que durou até o fim desta primeira aula, antes do intervalo.

Passados os 15 minutos do lanche, os alunos retornaram para a sala e demoraram mais 5 minutos até estarem concentrados novamente. As orientações dadas para o preenchimento do questionário socioeducacional somadas com a sua leitura em voz alta, duraram 25 minutos. Após isso os alunos iniciaram o pré-teste, que ao todo teve a duração de 20 minutos, extrapolando em 5 o horário previamente estabelecido.

Na turma B esse encontro também aconteceu no dia 08/05/2023, logo após o que ocorreu com a turma A, nos dois últimos horários da manhã. Vale ressaltar que o 6º e último horário nessa escola possui apenas 20 minutos, o que reduz o tempo total da aula em 25 minutos (27,78% ao todo). 29 estudantes participaram deste encontro, estando ausentes o B09 e o B23.

Como na turma anterior pesquisador utilizou 5 minutos a mais, nesta aqui começou com 5 minutos de atraso. A organização da turma junto com a explicação do que seria feito naquela oportunidade duraram mais 10 minutos. A leitura e a assinatura do TALE, bem como o preenchimento do questionário socioeducacional e do pré-teste, duraram 20, 20 e 15 minutos, respectivamente. Portanto a duração deste encontro foi de 65 minutos.

Em geral os alunos de ambas as turmas aparentaram estar tendo muita dificuldade em saber o que deveria ser feito para resolver as questões do pré-teste, devido a maioria nunca ter visto aquele assunto em sua vida. Além disso, eles pareciam receosos com relação à nota que tirariam, mesmo já tendo sido explicado que elas não valiam nota alguma, independentemente do nível de acerto deles.

Portanto, nesse momento em cada uma das turmas, mais uma vez foi explicado que o projeto serviria justamente para ensiná-los a resolver aquele tipo de questões, mas que antes era necessário saber se eles tinham alguma noção de como proceder com relação a elas, e que eles não seriam prejudicados por não saberem responder. Foi comunicado também que, mesmo que eles não soubessem exatamente o que deveria ser feito, eles poderiam tentar imaginar algum tipo de relação entre os números que ali apareciam e dar um resultado, conforme alguma lógica que eles pensassem.

Essa atitude pareceu ser acertada, porque após isso os estudantes se mostraram mais tranquilos para poder refletir de que forma aqueles números poderiam se relacionar entre si: se, por exemplo, eles se somavam ou se multiplicavam. Isso possibilitou que poucos deixassem em branco as questões, com a maior parte deles tentando resolver de uma forma que fosse lógica no entendimento de cada um.

Ressaltamos que os estudantes ausentes neste encontro assinaram o TALE, bem como preencheram o questionário socioeducacional e responderam o pré-teste, em momentos posteriores, assim que retornaram à escola. A seguir, vejamos as respostas dos alunos no questionário socioeducacional.

5.2.1 Perfil dos Discentes

A partir da aplicação do questionário nas turmas A e B, foram produzidos diversos dados que poderão ser vistos a seguir. Os Quadros 56 e 57 trazem informações dos estudantes quanto às suas idades e gêneros, em cada turma:

Quadro 56 – Idade e gênero dos Alunos – Turma A

Idade	Gênero				Total	
	Masculino		Feminino			
10 anos	1	3,45%	0	0,00%	1	3,45%
11 anos	11	37,93%	5	17,24%	16	55,17%
12 anos	4	13,79%	6	20,69%	10	34,48%
13 anos	1	3,45%	1	3,45%	2	6,90%
Total	17	58,62%	12	41,38%	29	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 56 mostra que a média de idade dos estudantes da turma A, no momento da aplicação do questionário, era de 11,45 anos, com desvio padrão de 0,67 anos. Os meninos são maioria, com 58,62% de frequência, sendo 11 anos a idade predominante da turma. Porém, mais da metade das meninas tinha 12 anos ou mais.

Quadro 57 – Idade e gênero dos Alunos – Turma B

Idade	Gênero				Total	
	Masculino		Feminino			
11 anos	10	32,25%	11	35,48%	21	67,73%
12 anos	5	16,13%	3	9,68%	8	25,81%
13 anos	1	3,23%	1	3,23%	2	6,46%
Total	16	51,61%	15	48,39%	31	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B, como mostrado no Quadro 57, temos dados de idade muito parecidos com os da turma A: a média era de 11,38 anos, com o desvio padrão de 0,61 anos. Os meninos também são maioria nessa turma, com frequência de 51,61%, bem como a idade mais frequente é de 11 anos, no entanto, dessa vez, a maior parte das meninas tem 11 anos, assim como os meninos.

De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), a Taxa de Distorção Idade-Série é um “indicador [que] permite avaliar o percentual de alunos, em cada série, com idade superior à idade recomendada” (INEP, 2004, p. 17). O INEP adota como critério para determinar se um estudante está com distorção idade-série se em nenhum momento durante o ano ele possui a idade considerada a adequada durante a série em questão.

Exemplificando, como pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB – Lei 9.394/96 que foi alterada pela Lei 11.274/06), o aluno que ingressa no 6º ano do Ensino Fundamental precisa completar 11 anos no ano em curso para ser considerado como tendo a idade recomendada para esta série, ou seja, no ano de 2023 qualquer aluno que estiver no 6º ano e ter nascido em 2010 ou antes não terá 11 anos em qualquer momento do ano e, assim, será considerado estando na distorção série-idade. Em contrapartida, o estudante que nasceu em 2011 ou posterior a isso, terá 11 anos ou menos em algum momento ao longo do ano de 2023, portanto, não será considerado em situação de distorção idade-série (INEP, 2004).

Para efetuar o cálculo dessa taxa, é necessário (via Censo Escolar) saber quantos estudantes estão em situação de distorção idade-série em um determinado grupo e dividir pelo total de alunos daquele mesmo grupo. Em 2023, o INEP apresentou a configuração mostrada no Quadro 58 para o 6º ano desta EEEF e região.

Quadro 58 - Distorção Idade-Série no 6º ano nessa EEEF e região, em 2023

	Distorção Idade-Série no 6º ano do Ensino Fundamental – Geral	Distorção Idade-Série no 6º ano do Ensino Fundamental - Urbano
Brasil	15,8%	14,5%
Pará (Total)	31,7%	26,3%
Pará (Rede Estadual)	29,2%	28,5%
Ananindeua (Total)	20,0%	20,0%
Ananindeua (Rede Estadual)	29,4%	29,4%
EEEF analisada	30,1%	-
Turma A	13,8%	-
Turma B	20,0%	-

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados do INEP (2024)

Como já dito anteriormente, a EEEF analisada em nosso experimento fica no município de Ananindeua (PA), no perímetro urbano, por isso, para efeito de comparação, inserimos no Quadro 58 as informações gerais da taxa de distorção idade-série do Brasil, do Pará e de Ananindeua, bem como informações específicas para a rede estadual e das respectivas escolas do perímetro urbano, para o 6º ano em 2023.

As taxas das turmas A e B foram calculadas por este próprio autor, com base nas respostas dos estudantes quanto às suas datas de nascimento, e tendo considerado a exclusão do aluno B31 desse cálculo, por ele não pertencer realmente à turma B, e assim não configurar como estando na distorção idade-série.

É possível notar que a turma A tem uma taxa inferior a todos os casos mostrados no quadro, incluindo a da própria escola, que possuía outros dois 6º anos no período da tarde. Já a turma B tem taxa superior à média nacional, tanto no geral como na região urbana, e se iguala à taxa das escolas situadas no município, independente se municipal, estadual ou particular. Ainda assim possui taxa inferior às médias da rede estadual, tanto no município quanto no estado como um todo.

Nos Quadros 59 e 60 veremos o tipo de escola que os discentes de ambas as turmas estudam e estudaram até aqui o Ensino Fundamental.

Quadro 59 – Tipo de escola que o discente já estudou no Ensino Fundamental – Turma A

Tipo de escola que estuda e estudou no Ensino Fundamental	Frequência
Somente Estadual	27,59%
Estadual e Municipal	72,41%
Total	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Em 2023, todos os alunos desta pesquisa estudam em uma escola estadual. Portanto, a maioria deles na turma A afirmou ter estudado os anos iniciais do Ensino Fundamental em uma escola municipal.

Quadro 60 – Tipo de escola que o discente já estudou no Ensino Fundamental – Turma B

Tipo de escola que estuda e estudou no Ensino Fundamental	Frequência
Somente Estadual	25,81%
Estadual e Municipal	61,29%
Estadual e Particular	6,45%
Estadual, Municipal e Particular	6,45%
Total	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B temos uma situação bastante parecida com a turma A, com a diferença de que cerca de 14% dos alunos afirmaram já ter estudado antes em uma escola particular.

A forma que fizemos essa pergunta aos estudantes foi diferente de todos os trabalhos que temos comparado os seus resultados com os nossos, os quais indagaram especificamente a escola em que os discentes estudaram no ano anterior à pesquisa, mas, assim como o nosso, em Santos (2017), D. Silva (2023), Lopes (2023) e Barros (2024) a maioria deles respondeu já ter estudado em uma escola municipal, uma das principais características dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os Quadros 61 e 62 apresentam o quantitativo dos principais responsáveis de cada estudante, além da escolaridade deles.

Quadro 61 – Principais responsáveis e sua escolaridade – Turma A

Principal Responsável	Ens. Fundamental		Ens. Médio		Ens. Superior		Não soube informar	Total
	Não concluiu	Concluiu	Não concluiu	Concluiu	Não concluiu	Concluiu		
Mãe	10,34%	-	6,90%	17,24%	-	6,90%	31,03%	72,41%
Avó	-	-	-	3,45%	-	3,45%	-	6,90%
Pai	-	-	-	-	-	6,90%	13,79%	20,69%
Total	10,34%	-	6,90%	20,69%	-	17,25%	44,82%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com o Quadro 61, quase quatro quintos dos alunos da turma A têm como seus principais responsáveis as suas mães, enquanto os pais equivalem a cerca de apenas um quinto destes. Além disso, a figura da avó foi citada por 6,90% deles. Isto é, quase 80% dos estudantes dessa turma consideram uma figura feminina como sua principal responsável.

Quase metade dos estudantes não soube responder acerca da escolaridade de seus responsáveis, mas dos que souberam, mais da metade afirmou que eles haviam concluído o ensino Médio, e cerca de um terço também o nível Superior.

Quadro 62 – Principais responsáveis e sua escolaridade – Turma B

Principal Responsável	Ens. Fundamental		Ens. Médio		Ens. Superior		Não soube informar	Total
	Não concluiu	Concluiu	Não concluiu	Concluiu	Não concluiu	Concluiu		
Mãe	19,35%	3,23%	-	38,70%	3,23%	3,23%	22,58%	90,32%
Tia	-	3,22%	-	3,23%	-	-	-	6,45%
Pai	-	-	-	-	-	-	3,23%	3,23%
Total	19,35%	6,45%	-	41,93%	3,23%	3,23%	25,81%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 62 mostra que na turma B as mães são as principais responsáveis por 90% dos alunos, e o pai por pouco mais de 3%. Aqui, quem aparece além dos pais não é a avó, como na turma A, e sim a figura de uma tia, para pouco mais de 6% deles. Ou seja, mais de 96% dos estudantes dessa turma também consideram uma figura feminina como sua principal responsável.

Um quarto dos alunos não soube dizer qual a escolaridade de seus responsáveis, mas mais da metade dos que responderam afirmou que eles concluíram o ensino Médio, porém, cerca de um quarto não concluiu nem o ensino Fundamental, e poucos chegaram ao ensino Superior.

Quanto à escolaridade dos responsáveis, os resultados das duas turmas se assemelham à trabalhos como Andrade (2023), Lopes (2023), C. Silva (2023), Pinheiro (2023) e Barros (2024), nos quais em torno de 50% dos responsáveis iniciou o Ensino Superior ou pelo menos já concluiu o Ensino Médio, estando com valores acima dos dados obtidos por Santos (2017) e abaixo de Lopes (2015).

A seguir, os quadros 63 e 64 mostram quem exerce as atividades remuneradas nas famílias dos estudantes de ambas as turmas.

Quadro 63 – Exercício de atividade remunerada na família dos alunos – Turma A

Membro da Família	Exerce atividade remunerada	Não Exerce atividade remunerada	Às vezes exerce atividade remunerada
Principal responsável	86,21%	13,79%	0,00%
Estudante	6,90%	89,65%	3,45%

Fonte: Experimentação (2023)

Mais de 85% dos responsáveis pelos estudantes da turma A (que em sua maioria era composto pelas mães deles, conforme foi visto no quadro 61) exerce alguma atividade remunerada, enquanto cerca de 10% dos próprios alunos afirmaram que também ganham dinheiro de alguma forma, como pode ser visto no Quadro 63.

Quadro 64 – Exercício de atividade remunerada na família dos alunos – Turma B

Membro da Família	Exerce atividade remunerada	Não Exerce atividade remunerada	Às vezes exerce atividade remunerada	Sem resposta
Principal responsável	70,97%	29,03%	0,00%	0,00%
Estudante	6,45%	54,84%	35,48%	3,23%

Fonte: Experimentação (2023)

No quadro 64 observamos que mais de 70% dos responsáveis dos alunos (que também em maioria é composto pelas mães, como visto no Quadro 62) trabalham. Porém, chama a atenção de que mais 40% dos estudantes da turma B afirmaram exercer algum tipo de atividade remunerada com alguma frequência.

Com relação ao exercício de atividade remunerada por parte dos alunos, a turma A apresentou taxas semelhantes às encontradas em Lopes (2015), Santos (2017) e D. Silva (2023), enquanto a turma B se assemelhou ao que foi encontrado em Lopes (2023) e Barros (2024). Porém, é importante ressaltar que todos os alunos de ambas as turmas possuem menos de 14 anos, que é a idade mínima prevista pelo Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) para o exercício de atividade remunerada (com exceção do trabalho artístico infantil, no qual é permitido via autorização judicial).

Os Quadros 65 e 66 trazem informações quanto as atividades extraclasses realizadas pelos alunos.

Quadro 65 – Cursos extraclasses feitos pelos alunos – Turma A

Curso	Informática	Língua Estrangeira	Esporte	Outros	Não faz
Total	13,79%	10,34%	17,24%	3,45%	58,62%

Fonte: Experimentação (2023)

No Quadro 65 observamos que em torno de três quintos dos estudantes não realizam nenhuma atividade extraclasses na turma A. Entre os que fazem, a principal delas é a prática de algum esporte. Um dos estudantes afirmou fazer, ao mesmo tempo, curso de informática e um esporte e, por esse motivo, a totalidade das frequências é maior que 100%.

Quadro 66 – Cursos extraclasses feitos pelos alunos – Turma B

Curso	Informática	Língua Estrangeira	Esporte	Outros	Não faz
Total	16,13%	12,90%	19,35%	16,13%	38,71%

Fonte: Experimentação (2023)

Conforme mostra o Quadro 66, na turma B, mais de 60% dos estudantes realizam alguma atividade extraclasses, e o esporte continua sendo a atividade de maior frequência, como na turma A e, além disso, o somatório das frequências também é maior que 100% nesta turma, pois um dos alunos afirmou fazer o curso de informática e o de língua estrangeira, concomitantemente. Em Santos (2017), 70%

dos discentes afirmou não realizar nenhum curso extracurricular, e os outros 30% disseram fazer curso de informática.

A seguir, os Quadros 67 e 68 fornecem informações a respeito da reprovação dos estudantes da turma A na série atual ou em anteriores.

Quadro 67 – Repetência dos alunos na série atual ou anterior – Turma A

Pergunta	Sim	Não
É repetente em Matemática atualmente?	0,00%	100,00%
Já repetiu anteriormente?	10,35%	89,65%

Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com o Quadro 67, 100% dos alunos da turma A afirmaram que não estavam repetindo o 6º ano naquele momento. De fato, o único aluno repetente participante da sequência didática aplicada neste trabalho é o B31, da turma B. Porém, 10,35% dos estudantes responderam que já haviam repetido em séries anteriores, como podemos ver detalhadamente no Quadro 68.

Quadro 68 – Repetência dos alunos detalhado – Turma A

Disciplina	Série	
	3º ano	4º ano
Matemática	-	3,45%
Português	3,45%	-
Outros	3,45%	-
Total	6,90%	3,45%

Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com o Quadro 68, dois terços das repetências de alunos da turma A foram no 3º ano e um terço no 4º ano, sendo este último o único caso em que a repetência fora exclusivamente em matemática. No entanto, é interessante notar que nesta turma a taxa de distorção idade-série é de 13,8% (como ilustrado no Quadro 58), valor superior à porcentagem dos que se declararam repetentes. Isso se deu porque dois alunos em situação de distorção idade-série afirmaram nunca terem repetido de ano, enquanto outro aluno que afirmou ser repetente não atende aos critérios para ser considerado na distorção.

A seguir temos os Quadros 69 e 70 que apresentam dados sobre a reprovação dos estudantes da turma B em matemática, na série atual ou em anteriores.

Quadro 69 – Repetência dos alunos na série atual ou anterior – Turma B

Pergunta	Sim	Não

É repetente em Matemática atualmente?	3,23%	96,77%
Já repetiu anteriormente?	19,35%	80,65%

Fonte: Experimentação (2023)

Como já foi dito anteriormente, a turma B possui um caso de aluno repetente em matemática no 6º ano, o qual pode ser visto no Quadro 69. O percentual de estudantes que disseram já ter repetido anteriormente também é maior: quase 20%. Entretanto, chama atenção a resposta de um aluno que disse ter repetido o 4º e o 5º anos, porém ele tem 11 anos, ou seja, está na idade correta para a série. Devido a isso, por ele supostamente ter repetido duas séries, a soma das frequências de repetência por ano, no Quadro 70, dá um resultado maior que o indicado com relação ao total de alunos que afirmaram ter repetências anteriores.

Quadro 70 – Repetência dos alunos detalhado – Turma B

Disciplina	Série		
	3º ano	4º ano	5º ano
Matemática	3,23%	-	-
Português	6,45%	-	-
Outros	3,23%	3,23%	-
Não indicou a disciplina	-	3,22%	3,23%
Total	12,91%	6,45%	3,23%

Fonte: Experimentação (2023)

A taxa de distorção idade-série da turma B é de 20% (conforme pode ser visto no Quadro 58), no qual teve o aluno B31 excluído do cálculo, por não pertencer, de fato, a essa turma. Além do caso já relatado do aluno de 11 anos que disse já ter repetido duas vezes, há também o de alunos que estavam em situação de distorção idade-série e afirmaram nunca terem repetido de ano. Nossa avaliação disso é que alguns dos alunos talvez tenham se confundido na hora de marcar as opções do questionário e, por isso, os Quadros 68 e 70 não retratem necessariamente a realidade dos fatos quanto à reprovação desses estudantes.

Também é válido ressaltar que esses alunos haviam passado havia pouco tempo pela necessidade de terem aulas remotas, devido à pandemia de Covid-19, justamente quando estavam entre o 3º e o 5º ano, dependendo da idade de cada um. Dessa forma, vários deles podem ter reprovado em alguma disciplina ou por falta de entrega de atividades, porém, mesmo assim foram promovidos para a série seguinte, enquanto outros podem ter abandonado os estudos nessa época e ficaram retidos

(não necessariamente reprovados). Tudo isso pode explicar a confusão deles na hora de marcar as opções sobre a repetência de estudos.

As informações a respeito do gosto dos estudantes pela Matemática e sua dificuldade em aprendê-la é mostrada nos Quadros 71 e 72.

Quadro 71 – Gosto dos alunos pela Matemática e suas dificuldades em aprendê-la – Turma A

Tem dificuldade de aprender Matemática?	Gosta de Matemática?			Total
	Nenhum pouco	Um pouco	Muito	
Muita	10,34%	3,45%	-	13,79%
Pouca	3,45%	24,14%	31,03%	58,62%
Nenhuma	3,45%	10,34%	13,80%	37,59%
Total	17,24%	37,93%	44,83%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Menos de 15% dos alunos da turma A indicaram ter muita dificuldade em aprender matemática, porém, a maioria destes declarou gostar nenhum pouco da disciplina. O Quadro 71 mostra que mais da metade deles respondeu que tem pouca dificuldade em aprender matemática, e que 30% têm nenhuma, e a maioria deles afirmou gostar muito dela.

Quadro 72 – Gosto dos alunos pela Matemática e suas dificuldades em aprendê-la – Turma B

Tem dificuldade de aprender Matemática?	Gosta de Matemática?			Total
	Nenhum pouco	Um pouco	Muito	
Muita	6,45%	12,90%	6,45%	25,80%
Pouca	6,45%	25,81%	32,26%	64,52%
Nenhuma	-	-	9,68%	9,68%
Total	12,90%	38,71%	48,39%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Já o Quadro 72 apresenta as respostas dos estudantes da turma B, onde cerca de um quarto afirmou que tem muita dificuldade em aprender matemática, em torno de 65% tem pouca e apenas aproximadamente 10% deles tem nenhuma dificuldade. Apesar disso, quase metade dos alunos respondeu que gosta muito da disciplina, e quase 40% disseram que gostam um pouco.

Com relação ao gosto pela Matemática, os números das turmas A e B se assemelham aos de trabalhos como Lopes (2015), Santos (2017), Andrade (2023), Lopes (2023), C. Silva (2023), D. Silva (2023) e Barros (2024), os quais menos de 20% dos estudantes afirmam que não gostam da disciplina, e a maior parte deles diz gostar um pouco ou suportá-la. Se tratando da dificuldade em aprender matemática,

os dados obtidos em nossa pesquisa estão em conformidade com Lopes (2015), Santos (2017), Lopes (2023), Pinheiro (2023), D. Silva (2023) e Barros (2024), em que a maioria dos estudantes afirmou ter um pouco de dificuldade, com muita ou nenhuma variando em cada trabalho.

Em seguida, os Quadros 73 e 74 revelam as respostas dos estudantes com relação a sua atenção durante a aula de matemática.

Quadro 73 – Distração dos alunos durante a aula de matemática – Turma A

	Você se distrai nas aulas de matemática?
Não, eu sempre presto atenção.	51,73%
Sim, eu não consigo prestar atenção.	10,34%
Às vezes, quando a aula tá chata.	37,93%

Fonte: Experimentação (2023)

Conforme pode ser observado no Quadro 73, mais da metade dos discentes da turma A respondeu que sempre presta atenção nas aulas de matemática, enquanto menos de 40% se distraem quando a aula está chata e cerca de 10% afirmaram que, em geral, não consegue prestar atenção nas aulas.

Quadro 74 – Distração dos alunos durante a aula de matemática – Turma B

	Você se distrai nas aulas de matemática?
Não, eu sempre presto atenção.	41,93%
Sim, eu não consigo prestar atenção.	9,68%
Às vezes, quando a aula tá chata.	48,39%

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 74 mostra as respostas dos estudantes da turma B. Quase metade deles afirmou perder a atenção quando a aula está chata, com pouco mais de 40% respondendo que sempre presta atenção e pouco menos de 10% não consegue em hipótese alguma.

Em vários dos trabalhos que temos feito comparação com este, em torno de 10% dos estudantes afirmaram não conseguir prestar atenção nas aulas de matemática, e entre 40 e 50% responderam que prestam atenção às vezes. Isso acontece em Santos (2017), Andrade (2023), Lopes (2023) e C. Silva (2023).

Sobre o estudo da matemática por parte dos alunos no período extraclasse e quem os auxilia nessa tarefa, os Quadros 75 e 76 apresentam essas informações a partir das respostas deles.

Quadro 75 – Hábito de estudo extraclasse da Matemática e auxílio nas tarefas escolares – Turma A

Hábito de estudo da Matemática fora da escola	Auxílio recebido para realizar as tarefas escolares			Total
	Sem auxílio	Auxílio não especializado	Auxílio especializado	
Só no período da prova	6,90%	17,24%	-	24,14%
Só na véspera da prova	10,34%	-	-	10,34%
Só nos fins de semana	-	6,90%	-	6,90%
Todo dia	3,45%	3,45%	3,45%	10,35%
Alguns dias da semana	10,34%	31,03%	3,45%	44,82%
Sem resposta	-	3,45%	-	3,45%
Total	31,03%	62,07%	6,90%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Observamos no Quadro 75 que cerca de 70% dos alunos da turma A alegam ter algum tipo de ajuda para estudar matemática, porém, a maioria se trata de um auxílio não especializado, isto é, de uma pessoa que não tem formação acadêmica na disciplina, principalmente vindo das mães (31,03%) seguidas de irmãos ou irmãs (13,80%), pais (10,34%), avó e amigo (3,45% cada). Apenas 6,90% fazem reforço escolar com um professor (provavelmente) formado, e 31,03% não tem ajuda alguma no estudo.

Com relação à frequência de estudos fora do horário escolar, quase metade dos alunos afirmou estudar matemática em alguns dias da semana, enquanto aproximadamente um quarto deles disse estudar essa matéria somente no período próximo à realização das provas. Em tempo, 10,34% dos discentes responderam estudar apenas na véspera da prova da disciplina, que é a mesma quantidade de estudantes que afirmou que estuda matemática todos os dias.

Quadro 76 – Hábito de estudo extraclasse da Matemática e auxílio nas tarefas escolares – Turma B

Hábito de estudo da Matemática fora da escola	Auxílio recebido para realizar as tarefas escolares			Total
	Sem auxílio	Auxílio não especializado	Auxílio especializado	
Só no período da prova	-	25,81%	-	25,81%
Só na véspera da prova	9,68%	9,68%	3,22%	22,58%
Só nos fins de semana	-	-	-	-
Todo dia	3,22%	6,45%	6,45%	16,12%
Alguns dias da semana	6,45%	16,13%	9,68%	32,26%
Sem resposta	3,23%	-	-	3,23%
Total	22,58%	58,07%	19,35%	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com as respostas dos alunos da turma B, ilustradas no Quadro 76, pouco menos que 80% deles dispõe de algum tipo de auxílio para estudar matemática fora da escola, sendo cerca de 58% se tratando de uma ajuda não especializada, composto, principalmente, por suas mães (38%), seguidas de seus pais (6,45%) e irmãos, tia, primo ou amigos (3,23% cada). Nesta turma quase 20% dos alunos afirmaram ter ajuda especializada no reforço escolar, e pouco mais de 20% não tem auxílio algum no estudo da matemática.

Quase metade desses estudantes afirmou estudar apenas no período de prova ou véspera dela, enquanto cerca de um terço estuda em alguns dias da semana e um sexto deles estuda matemática todos os dias, estas duas últimas categorias representando quase a totalidade da outra metade da turma. Apenas um aluno não respondeu a esse questionamento.

Sobre essa frequência de estudos, os trabalhos por nós pesquisados trazem dados bastante diversos entre si e ao nosso: em C. Silva (2023), D. Silva (2023), Lopes (2023), Pinheiro (2023) e Barros (2024) entre 20 e 40% dos alunos responderam que não estudam matemática em nenhum momento, nem mesmo nas vésperas da prova, e por volta de 30% estuda apenas na semana da prova. Os resultados de Santos (2017) são os que mais se parecem com os nossos.

Com relação ao auxílio que os discentes têm para estudar matemática fora da escola, as turmas A e B tem porcentagens menores de estudantes que não tem auxílio algum, que os trabalhos de Lopes (2015), Andrade (2023), Lopes (2023) e Barros (2024), onde cerca de metade dos alunos afirmaram isso. Já os trabalhos de Santos (2017) e D. Silva (2023) se assemelham aos nossos quanto às taxas de auxílio não especializado, que em torno de 60% dos alunos respondeu ter.

Os próximos dois quadros trazem dados sobre a percepção dos estudantes das duas turmas em como a aula de matemática, em geral, é realizada e se desenvolve.

Quadro 77 – Desenvolvimento da aula de Matemática – Turma A

Como se desenvolve a aula de Matemática?	
Pela definição seguida de exemplos e exercícios	48,26%
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	68,97%
Com um experimento para chegar no conceito	0,00%
Com um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo	3,45%
Com a história do assunto	13,80%
Com jogo didático	3,45%

Fonte: Experimentação (2023)

Considerando que vários alunos deram, cada um, mais de uma resposta para esta pergunta, o Quadro 77 mostra a porcentagem de alunos da turma A que citou cada uma das sugestões dadas no questionário socioeducacional.

Dessa forma, quase 70% deles afirmaram que o professor de matemática desenvolve a aula a partir de “uma situação problema para depois introduzir o assunto”, sendo essa a de maior frequência. Em seguida, com 48,26% de citações, ficou a resposta “Pela definição seguida de exemplos e exercícios”, e a única opção que nenhum dos alunos citou foi “Com um experimento para chegar no conceito”.

Quadro 78 – Desenvolvimento da aula de Matemática – Turma B

Como se desenvolve a aula de Matemática?	
Pela definição seguida de exemplos e exercícios	70,97%
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	29,03%
Com um experimento para chegar no conceito	19,35%
Com um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo	9,68%
Com a história do assunto	35,48%
Com jogo didático	0,00%

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 78 mostra que um fenômeno semelhante ao da turma A ocorreu na turma B: muitos alunos escolheram mais de uma opção para este questionamento. Entretanto, a resposta mais frequente foi “Pela definição seguida de exemplos e exercícios”, com quase 71%, seguida da “Com a história do assunto”, com 35,48% “Com uma situação problema para depois introduzir o assunto”, com apenas 29,03%. Nesta turma nenhum estudante respondeu que a aula de matemática é desenvolvida a partir de um jogo didático.

Conforme pôde ser percebido, houve uma discrepância significativa entre as respostas dos alunos das duas turmas. Acreditamos que isso tenha ocorrido por talvez eles não terem total discernimento do que representava esta pergunta, devido a pouca experiência que alunos de 6º ano têm com relação a aulas dadas por professores formados em matemática.

A categoria “Pela definição seguida de exemplos e exercícios” foi a que recebeu mais respostas em Andrade (2023), Lopes (2023), Barros (2024) e Lopes (2015), com esta última contando com mais de 90% de escolha por parte dos alunos. Em D. Silva (2023) a opção com mais escolhas foi “Com um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo”, com 54%, bem diferente das turmas A e B. Apenas em Lopes

(2023) e Barros (2024) as categorias “Com uma situação problema para depois introduzir o assunto” e “Com a história do assunto” tiveram algum destaque, com cerca de 20 e 30% de escolhas, respectivamente.

Podemos comparar essas respostas também com as obtidas em nossa consulta aos docentes, na seção 3.6.1.2, Tabela 13, em que aproximadamente 45% afirmaram que desenvolvem a aula “Com uma situação problema para depois introduzir o assunto” e em torno de 35% “Pela definição seguida de exemplos e exercícios”, com as demais opções sem grande relevância percentual. Apesar da frequência relativa não ser a mesma encontrada nas turmas A e B, pelo menos as duas respostas mais dadas na consulta aos docentes se assemelham com as respostas dadas pelos discentes nesta presente pesquisa.

Já os Quadros 79 e 80 mostram as percepções dos estudantes de ambas as turmas quanto a como o professor de matemática geralmente propõe a fixação dos conteúdos vistos em aula para eles. Assim como na pergunta anterior, nesta os alunos puderam escolher mais de uma opção ao responder, portanto, a frequência disposta nos quadros a seguir refere-se a de discentes que escolheram determinada categoria ao responder o questionário, independentemente de escolher outra opção ou não.

Quadro 79 – Fixação dos conteúdos de Matemática – Turma A

Para exercitar os conteúdos de Matemática o seu professor costuma:	
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	79,31%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	20,69%
Solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático	58,62%
Não propor exercícios de fixação	3,45%
Solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver	13,79%

Fonte: Experimentação (2023)

A opção mais escolhida na turma A, como podemos observar no Quadro 79, foi “Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos” com aproximadamente 80% de estudantes a escolhendo; em segundo lugar ficou “Solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático”, com quase 59% de alunos escolhendo essa categoria; e as demais tiveram em torno de 20% de frequência ou menos de escolhas.

Quadro 80 – Fixação dos conteúdos de Matemática – Turma B

Para exercitar os conteúdos de Matemática o seu professor costuma:	
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	90,32%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	6,45%
Solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático	51,61%
Não propor exercícios de fixação	0,00%
Solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver	3,23%

Sem resposta	3,23%

Fonte: Experimentação (2023)

Assim como na turma A, os estudantes da turma B também afirmaram que, em geral, os professores de matemática apresentam “uma lista de exercícios para serem resolvidos” como principal estratégia de fixação dos conteúdos ensinados em sala de aula, com mais de 90% de frequência, como pode ser visto no Quadro 80. A segunda opção mais citada também foi comum às duas turmas: “Solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático”, com mais da metade dos alunos dando essa resposta. As demais opções não alcançaram 10% de frequência cada.

Portanto, ao contrário do questionamento anterior, neste houve uma maior convergência de respostas nas duas turmas. Atribuímos isso ao fato de os alunos terem um pouco mais de noção, nessa série, a respeito de como os professores agem quando querem que os alunos fixem os conhecimentos aprendidos em sala de aula, principalmente se tratando da educação pública onde os recursos geralmente são mais limitados.

Os resultados obtidos em nossa pesquisa para como os professores propõem a fixação dos conhecimentos apresentados em sala de aula, pela percepção dos discentes, se assemelham principalmente aos encontrados em Lopes (2015), mas também têm correspondência aos vistos em Andrade (2023), D. Silva (2023) e Lopes (2023), sendo um pouco mais diferente de Barros (2024).

Comparando com as respostas dadas na consulta aos docentes na seção 3.6.1.2, Tabela 14, as duas opções mais escolhidas também foram “Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos” e “Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático” com aproximadamente 85 e 75%, respectivamente. Porém tivemos outras categorias com frequências expressivas, como “Propor questões da OBMEP” e “Propor questões da Prova Brasil” que tiveram em torno de 45% de respostas, cada. Portanto, as repostas dadas pelos docentes estão em conformidade pelas dadas pelos discentes, nesta pesquisa.

A partir da próxima seção iremos discutir os fatos ocorridos na aplicação das atividades que compõem nossa sequência didática. É importante lembrar que iremos fazer essa discussão independentemente de qual encontro a aplicação de cada atividade aconteceu, em cada turma, por motivos de melhor organização deste trabalho.

5.3 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 01

A Atividade 01 tinha como objetivo introduzir algumas noções sobre a potenciação, ligadas à multiplicação. Na turma A essa atividade foi aplicada no dia 09/05 (dia seguinte à aplicação do questionário socioeducacional e do Pré-teste, ou seja, foi segundo encontro dessa turma), nos horários iniciais. Na ocasião participaram 25 alunos, sendo que novamente os estudantes A08 e A27 não estavam presentes. Além deles, faltaram também os alunos A03 e A22. Os participantes foram distribuídos em 7 grupos, sendo 5 deles compostos de 4 membros, um com 3 alunos e outro com 2 integrantes, que não quiseram se juntar com os demais.

A aplicação desta atividade na turma B só aconteceu na data 10/05, no dia seguinte ao da turma A, nos dois primeiros horários (mas que também representou o segundo encontro dessa turma, assim como o da A). Comparecem nesta oportunidade todos os 30 alunos regulares da turma, e a única ausência foi a do estudante do sétimo ano da tarde, que faz dependência de matemática com eles, o B31. Os participantes foram distribuídos em 8 grupos, sendo seis deles compostos de 4 membros e dois com 3 integrantes cada.

A estratégia usada pelo pesquisador em ambas as turmas foi a de ler o texto contendo a situação problema em voz alta para os alunos, bem como as questões iniciais. A opção por essa estratégia se deu por serem alunos do 6º ano, onde muitos, apesar da série, não têm pleno domínio de leitura (e de escrita).

Um questionamento foi feito na turma A sobre a primeira pergunta, a qual se refere ao fato de a adolescente não ter como saber quantas pessoas já haviam visto a publicação antes. Um colega da turma disse que dava sim para saber: bastava ela ter visto o número de curtidas da publicação, no que o pesquisador respondeu que curtidas não eram a mesma coisa que visualizações.

Na turma B também aconteceu algo parecido: um grupo questionou que a pessoa que fez a publicação original também havia visto inicialmente a publicação, já que fora ela mesmo que postou. Desse modo, eles responderam que antes do compartilhamento um total de 2 pessoas havia visto a publicação, e não apenas 1, como era esperado que eles respondessem. O pesquisador tentou contornar afirmando que a pergunta se referia a quantas novas pessoas haviam sido atingidas pela publicação, e esta, que criou a publicação, não poderia ser considerada, por não poder atingir a si mesma.

Após isso, um membro do mesmo grupo continuou indagando que se a adolescente quisesse realmente saber quantas pessoas tinham visto a postagem antes dela, bastava ela procurar a quantidade de curtidas para ter uma noção, o que foi respondido pelo pesquisador de que aquilo não se tratava do objetivo da atividade, e sim em saber quantas pessoas seriam afetadas diretamente pelos seus compartilhamentos.

Porém, ambos os questionamentos ainda assim são válidos, pois em algumas redes sociais, como o X (antigo Twitter) e o Facebook, é possível ver facilmente quantas contas acessaram determinadas postagens. Portanto, surge aí uma sugestão de aprimoramento desse ponto da atividade, para talvez melhor se adequar à realidade dos alunos.

Desse modo, as dúvidas que iam surgindo, relacionadas à interpretação do texto, iam logo sendo tiradas coletivamente. Na turma B uma das equipes se destacou e não precisou esperar a leitura das demais questões para realizar a tarefa, enquanto outras equipes, pelo contrário, foram tendo bastante dificuldade em entender exatamente o que estava sendo pedido.

Nesse momento o papel do pesquisador (tal como é previsto ao se utilizar o método de ensino por atividades experimentais) foi essencial ao ir de grupo em grupo para que as dúvidas fossem sanadas, atitude essa que surtiu efeito e as equipes, em sua maioria, conseguiram avançar nas questões, apesar de não terem, necessariamente respondido algumas delas de forma válida e desejada para a pesquisa.

Uma dificuldade que os alunos tiveram inicialmente foi a de estarem fazendo o somatório de pessoas que ficavam sabendo da promoção, e não apenas calculando a quantidade adicional de pessoas sendo atingidas a cada etapa de compartilhamentos. Além disso, alguns grupos somaram (ao invés de multiplicarem) o número de pessoas a ser compartilhado a cada etapa: da segunda para a terceira, isto é, fizeram $9 + 3 = 12$, enquanto o correto seria $9 \cdot 3 = 27$.

Vejamos no Quadro 81 a seguir como os grupos da turma A responderam os cinco primeiros itens dessa atividade:

Quadro 81 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A nos cinco primeiros itens da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 3 até chegar em 81.	G1: A05, A12, A16 e A25 G2: A14, A21, A24 e A29	28,6%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 3 e não chegou em 81 no final.	G3: A01, A09, A19 e A20 G4: A07 e A17 G5: A13, A15, A18 e A23	42,8%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 3, mas depois foi somando por 3 ou por 9 ao invés de multiplicar.	G6: A02, A04, A11 e A28 G7: A06, A10 e A26	28,6%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 3 ao invés de multiplicar.	-----	0,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida inicialmente, mas utilizou as potências de 3 nas demais etapas.	-----	0,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Apenas G1 e G2, ou seja, pouco mais de 25% das equipes da turma A, responderam os cinco primeiros itens conforme esperávamos em nossas análises a priori. G3, G4 e G5 até iniciaram corretamente os seus procedimentos, porém continuaram as contas multiplicando por outros números que não apenas o 3. Já G6 e G7 também iniciaram corretamente, mas trocaram a multiplicação pela soma posteriormente, e até utilizando o 9 ao invés do 3, por vezes.

O Quadro 82 a seguir mostra como os grupos da turma B responderam os cinco primeiros itens dessa atividade:

Quadro 82 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B nos cinco primeiros itens da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 3 até chegar em 81.	G1: B01, B11, B19 e B24 G2: B02, B05, B08 e B14 G3: B03, B22, B29 e B30 G4: B06, B09, B16 e B21 G5: B20, B23, B27 e B28	62,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 3 e não chegou em 81 no final.	-----	0,0%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 3, mas depois foi somando por 3 ou por 9 ao invés de multiplicar.	G6: B10, B13 e B26	12,5%

Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 3 ao invés de multiplicar.	G7: B04, B12 e B18	12,5%
Não iniciou com 1 pessoa atingida inicialmente, mas utilizou as potências de 3 nas demais etapas.	G8: B07, B15, B17 e B25	12,5%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B o índice de procedimentos adotados pelos grupos para calcular os cinco primeiros itens da atividade, que foram de acordo com o previsto nas análises a priori, foi maior: 62,5%. As equipes responsáveis por isso foram G1, G2, G3, G4 e G5. Por sua vez, na parte final do procedimento G6 trocou a multiplicação pela adição. G7 fez a soma por 3 em todos os itens, e G8 nem considerou que uma pessoa foi atingida inicialmente.

A Figura 09 nos apresenta como exemplo a resolução dos cinco primeiros itens feito pelos grupos dos estudantes B03, B22, B29 e B30.

Figura 09 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori

1) Com base no texto acima, responda:

a) Imaginem que uma adolescente viu essa publicação por um acaso em suas redes sociais, sem saber se outras pessoas já tinham visto ou não. Tendo apenas essas informações, é possível afirmar com certeza que quantas pessoas foram atingidas pelo anúncio, antes de ela realizar o seu próprio compartilhamento?

1 pessoa

b) Depois do compartilhamento da adolescente, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

3 pessoas

c) Depois da segunda etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

9 pessoas

d) Depois da terceira etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

27 pessoas

e) Depois da quarta etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

81 pessoas

Fonte: Atividade 01 dos alunos B03, B22, B29 e B30

A seguir, a Figura 10 mostra como exemplo a resolução dos cinco primeiros itens feito pelos grupos dos estudantes B04, B12 e B18.

Figura 10 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori

1) Com base no texto acima, responda:

a) Imaginem que uma adolescente viu essa publicação por um acaso em suas redes sociais, sem saber se outras pessoas já tinham visto ou não. Tendo apenas essas informações, é possível afirmar com certeza que quantas pessoas foram atingidas pelo anúncio, antes de ela realizar o seu próprio compartilhamento?

1 pessoa viu

b) Depois do compartilhamento da adolescente, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

2 pessoas

c) Depois da segunda etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

6 pessoas

d) Depois da terceira etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

9 pessoas

e) Depois da quarta etapa de compartilhamentos, quantas pessoas a mais ficaram sabendo da promoção?

12 pessoas

Fonte: Atividade 01 dos alunos B04, B12 e B18

Os itens “f” e “g” da Atividade 01 replicavam as perguntas feitas nos cinco itens anteriores, mas para a promoção prevendo o compartilhamento para duas e quatro pessoas, respectivamente. O Quadro 83 exhibe as classificações das respostas dos grupos da turma A para o item “f”.

Quadro 83 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A no item “f” da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 2 até chegar em 16.	G1: A05, A12, A16 e A25 G2: A14, A21, A24 e A29	28,6%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 2 e não chegou em 16 no final.	G4: A07 e A17 G7: A06, A10 e A26	28,6%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 2, mas depois foi somando por 2 ou por 4 ao invés de multiplicar.	G3: A01, A09, A19 e A20 G5: A13, A15, A18 e A23 G6: A02, A04, A11 e A28	42,8%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 2 ao invés de multiplicar.	-----	0,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida, mas utilizou as potências de 2 nas demais etapas.	-----	0,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por 2 ao invés de multiplicar.	-----	0,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por diferentes números	-----	0,0%

Fonte: Experimentação (2023)

As duas equipes que haviam respondido conforme esperado no item anterior voltaram a responder corretamente neste. As demais seguiram cometendo pequenos erros, mas dessa vez todos iniciaram com uma pessoa atingida. O Quadro 84 mostra os procedimentos utilizados pelos grupos da turma B para o item “f”.

Quadro 84 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B no item “f” da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 2 até chegar em 16.	G1: B01, B11, B19 e B24	12,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 2 e não chegou em 16 no final.	-----	0,0%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 2, mas depois foi somando por 2 ou por 4 ao invés de multiplicar.	G3: B03, B22, B29 e B30	12,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 2 ao invés de multiplicar.	G5: B20, B23, B27 e B28	12,5%
Não iniciou com 1 pessoa atingida, mas utilizou as potências de 2 nas demais etapas.	G2: B02, B05, B08 e B14 G4: B06, B09, B16 e B21	25,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por 2 ao invés de multiplicar.	G7: B04, B12 e B18 G8: B07, B15, B17 e B25	25,0%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por diferentes números	G6: B10, B13 e B26	12,5%

Fonte: Experimentação (2023)

Somente G1 continuou respondendo conforme esperado, na turma B. Mais da metade dos grupos nem sequer iniciou com uma única pessoa atingida. Abaixo, no Quadro 85, iremos voltar para a turma A, mas agora para analisar o item “g”.

Quadro 85 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma A no item “g” da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 4 até chegar em 256.	G1: A05, A12, A16 e A25 G2: A14, A21, A24 e A29	28,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 4 e não chegou em 256 no final.	-----	0,0%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 4, mas depois foi somando por 4 ou por 16 ao invés de multiplicar.	G6: A02, A04, A11 e A28	14,3%

Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 4 ao invés de multiplicar.	G3: A01, A09, A19 e A20	14,3%
Não iniciou com 1 pessoa atingida, mas utilizou multiplicações por 4 nas demais etapas.	G7: A06, A10 e A26	14,3%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por 4 ao invés de multiplicar.	G5: A13, A15, A18 e A23	14,3%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por diferentes números	G4: A07 e A17	14,3%

Fonte: Experimentação (2023)

Pela terceira vez, G1 e G2 foram os únicos que responderam exatamente conforme esperado, na turma A. As demais equipes utilizaram estratégias diversas, com mais de 40% delas nem ao menos iniciando com uma única pessoa sendo atingida. Vejamos no Quadro 86 como esse item foi respondido da turma B.

Quadro 86 – Procedimentos realizados pelos grupos da turma B no item “g” da Atividade 01

Procedimento realizado pelo grupo	Grupos e seus participantes	Frequência dos procedimentos
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda e depois foi multiplicando por 4 até chegar em 256.	G1: B01, B11, B19 e B24	12,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi multiplicando por outros números que não apenas o 4 e não chegou em 256 no final.	G2: B02, B05, B08 e B14	12,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, inicialmente foi multiplicando por 4, mas depois foi somando por 4 ou por 16 ao invés de multiplicar.	G3: B03, B22, B29 e B30	12,5%
Afirmou que 1 pessoa foi atingida inicialmente pela propaganda, mas depois foi somando por 4 ao invés de multiplicar.	G5: B20, B23, B27 e B28	12,5%
Não iniciou com 1 pessoa atingida, mas utilizou multiplicações por 4 nas demais etapas.	G4: B06, B09, B16 e B21	12,5%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por 4 ao invés de multiplicar.	G7: B04, B12 e B18	12,5%
Não iniciou com 1 pessoa atingida e somou por diferentes números	G8: B07, B15, B17 e B25 G6: B10, B13 e B26	25,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B também pela terceira vez G1 respondeu conforme esperado, sendo o único da turma B pela segunda vez consecutiva. Os demais grupos cometeram diversos erros, tanto de estratégia quanto de cálculo.

Fica nítido, portanto, que os alunos em geral apresentaram dificuldades em replicar o exemplo inicial para outras quantidades de compartilhamento. Além disso, outras categorias precisaram ser criadas com relação aos quadros que mostravam os

procedimentos para responder os itens iniciais, pois alguns grupos preencheram os quadros seguintes com números bastante aleatórios, para o que se pedia no item.

A Figura 11 exibe as respostas do grupo dos alunos A05, A12, A16 e A25 nos itens “f” e “g”.

Figura 11 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori

f) Responda no quadro abaixo as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais duas pessoas:

Compartilhamento com duas pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	1 PESSOAS
Um	2 PESSOAS
Dois	4 PESSOAS
Três	8 PESSOAS
Quatro	16 PESSOAS

g) Responda as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais quatro pessoas:

Compartilhamento com quatro pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	1 PESSOA
Um	4 PESSOAS
Dois	16 PESSOAS
Três	64 PESSOAS
Quatro	256 PESSOAS

Fonte: Atividade 01 dos alunos A05, A12, A16 e A25

A Figura 12 mostra as respostas dos alunos A07 e A17 nos itens “f” e “g”.

Figura 12 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori

f) Responda no quadro abaixo as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais duas pessoas:

Compartilhamento com duas pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	1
Um	2
Dois	4
Três	12
Quatro	36

g) Responda as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais quatro pessoas:

Compartilhamento com quatro pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	1
Um	4
Dois	20
Três	36
Quatro	52

Fonte: Atividade 01 dos alunos A07 e A17

A Figura 13 apresenta as respostas do grupo dos alunos B06, B09, B16 e B21 nos itens “f” e “g”.

Figura 13 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori

f) Responda no quadro abaixo as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais duas pessoas:

Compartilhamento com duas pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	0
Um	2
Dois	4
Três	8
Quatro	16

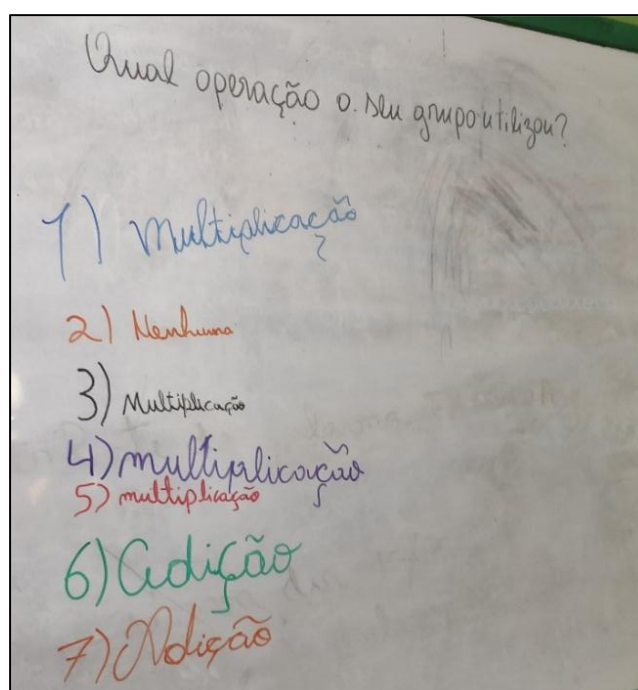
g) Responda as mesmas perguntas feitas anteriormente, mas agora para o caso de cada pessoa precisar compartilhar a promoção com apenas mais quatro pessoas:

Compartilhamento com quatro pessoas	
Número de compartilhamentos	Quantas novas pessoas ficam sabendo da promoção?
Nenhum	0
Um	4
Dois	16
Três	64
Quatro	256

Fonte: Atividade 01 dos alunos B06, B09, B16 e B21

Após o término da resolução da atividade, foi pedido às equipes escolherem um membro de cada uma delas para ir até o quadro e responder o item h: “Para os três casos acima, qual foi a operação que o seu grupo utilizou para chegar às respostas?”. As respostas da turma A podem ser vistas na Figura 14.

Figura 14 – Respostas do item “h” da Atividade 01 da turma A



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 87 mostra as respostas de cada equipe da turma A e as suas respectivas validades:

Quadro 87 – Respostas dos alunos no item “h” da Atividade 01 – Turma A

Grupo	Resposta do grupo	Validade da resposta
G1: A02, A04, A11, A28	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G2: A05, A12, A16, A25	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G3: A13, A15, A18, A23	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G4: A14, A21, A24, A29	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G5: A01, A09, A19, A20	Adição	Inválida, prevista e não desejada
G6: A06, A10, A26	Adição	Inválida, prevista e não desejada
G7: A07, A17	Sem resposta	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3 e G4 responderam conforme previsto e suas respostas foram consideradas válidas e desejadas. Por sua vez, as de G5, G6 e G7 foram classificadas como inválidas, as dos primeiros porque afirmaram ter usado adição, e o último por ter respondido “sem resposta”.

É válido destacar que alguns grupos apresentaram respostas contraditórias. Por exemplo, o que foi formado pelos alunos A06, A10 e A26 respondeu os itens anteriores da atividade multiplicando e utilizando potências, mas nesse último item respondeu que utilizou a adição para resolver a atividade; já o grupo formado pelos estudantes A02, A04, A11 e A28 somou valores para resolver a atividade, no entanto respondeu que utilizou a multiplicação. O mesmo aconteceu com outras equipes.

Abaixo, o Quadro 88 mostra o quantitativo das respostas dadas pelos grupos de alunos da turma A na Atividade 01:

Quadro 88 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 01 – Turma A

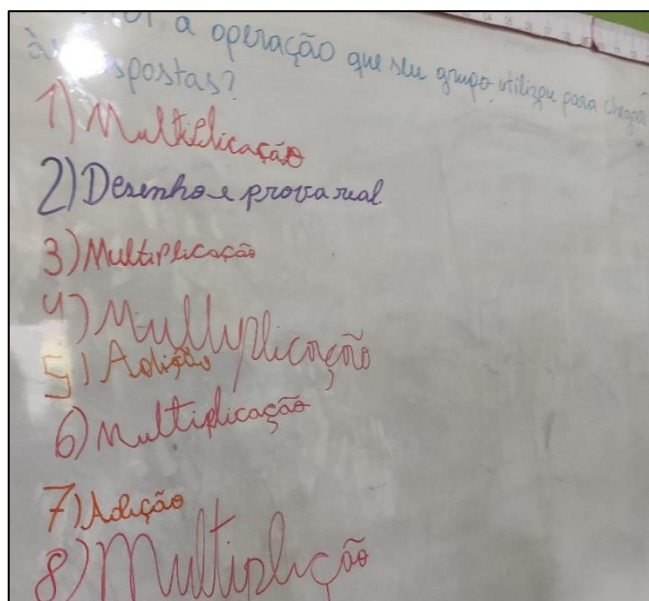
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	57,2%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	3	42,8%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Mais da metade das equipes deram respostas válidas e desejadas, o que reflete um bom cenário para esta atividade na turma A, o que nos faz considerar como satisfatória a sua execução na referida turma.

A Figura 15 apresenta as respostas dadas pelos grupos da turma B no item “h” da Atividade 01.

Figura 15 – Respostas do item “h” da Atividade 01 da turma B



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 89 abaixo apresenta as conclusões de cada equipe da turma B e suas respectivas validades.

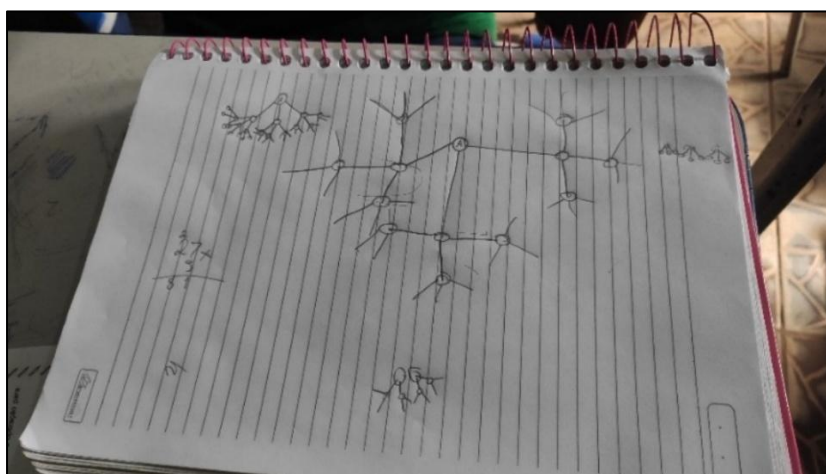
Quadro 89 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma B

Grupo	Resposta do grupo	Validade da resposta
G1: B02, B05, B08, B14	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G2: B03, B22, B29, B30	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G3: B06, B09, B16, B21	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G4: B07, B15, B17, B25	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G5: B20, B23, B27, B28	Multiplicação	Válida, prevista e desejada
G6: B01, B11, B19, B24	Desenho e prova real	Válida, não prevista e desejada
G7: B04, B12, B18	Adição	Inválida, prevista e não desejada
G8: B10, B13, B26	Adição	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

As respostas de G1, G2, G3, G4, G5 e G6 foram categorizadas como válidas e desejadas, onde a da última equipe não era esperada, pois resolveram de uma forma bastante diferente, mas que se adequa perfeitamente ao objetivo proposto da atividade. Para responder este item, o grupo dos alunos B01, B11, B19 e B24 produziu um desenho, que pode ser visto na Figura 16.

Figura 16 – Desenho produzido pela equipe dos alunos B01, B11, B19 e B24 para responder o item “h” da Atividade 01



Fonte: Experimentação (2023)

O grupo em questão produziu, por conta própria, um diagrama para chegar nas respostas solicitadas. Considerando que eles responderam todos os demais itens das maneiras desejadas nas análises *à priori*, conforme pode ser observado nos Quadros 82, 84 e 86, avaliamos como válida a resolução produzida por eles. Já G7 e G8 tiveram suas respostas invalidadas, por terem respondido “adição”.

Adiante, o Quadro 90 mostra o resumo quantitativo das conclusões dadas pelos grupos de alunos da turma B na Atividade 01:

Quadro 90 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 01 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	6	75,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	2	25,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

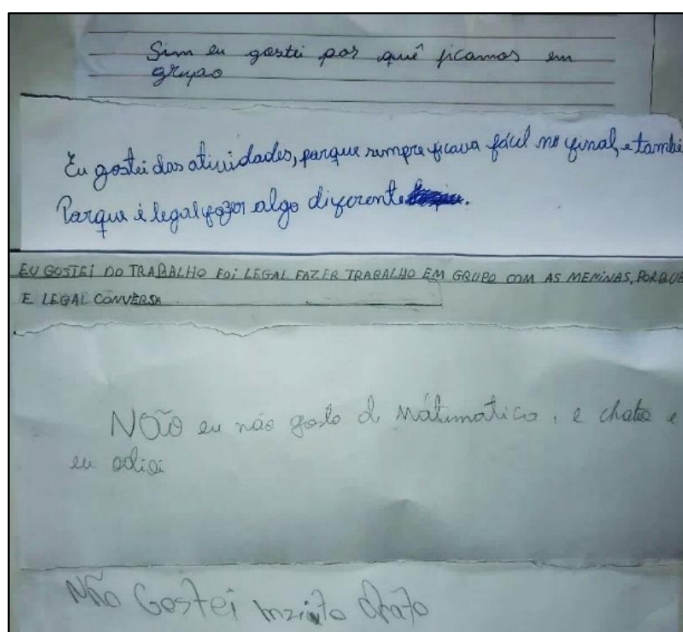
Três quartos dos grupos da turma B responderam de maneira válida e desejada, enquanto apenas 25% não. Esses números reforçam o resultado satisfatório que obtivemos na aplicação da Atividade 01.

Com as respostas no quadro, em ambas as turmas o pesquisador explicou que apesar de ser possível chegar aos mesmos resultados por adição, seria mais prático usar a multiplicação, em concordância com a resposta da maioria dos grupos, no que pareceu ter convencido a maior parte dos estudantes.

Nos últimos instantes dos encontros foi pedido também que os estudantes respondessem individualmente em uma tira de papel, de forma sucinta, a seguinte pergunta: “o que você achou da aula de hoje?”. Dos 55 participantes desta atividade nas duas turmas, 45 deram uma resposta positiva, ou seja, que gostaram da aula naquele formato, com vários deles citando o fato dela ter acontecido em grupos e outros de terem aprendido o assunto de uma maneira mais fácil.

Dez alunos afirmaram não ter gostado da aula, com a maioria citando que tiveram desentendimentos com outros membros de seu grupo na forma de resolver as questões, e outros pelo fato de simplesmente não gostarem de matemática. De todo modo, concluímos que foi satisfatória essa primeira experiência, haja visto que mais de 80% dos estudantes aprovaram o formato de aula proposto. A Figura 17 mostra algumas dessas respostas.

Figura 17 – Exemplos de respostas sobre a satisfação com a aula proposta na Atividade 01



Fonte: Experimentação (2023)

5.4 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 02

A Atividade 02 tinha como objetivo introduzir o conceito de Potenciação de maneira um pouco mais formal que a anterior. Na turma A ela foi aplicada no dia 10/05 (equivalente ao terceiro encontro na aplicação da sequência didática), nos horários finais, que juntos possuem apenas 65 minutos ao todo, como já explicado o porquê no início da seção 5. Na ocasião participaram 26 alunos, estando ausentes os estudantes A05, A10 e A27. Os participantes foram distribuídos em oito grupos, sendo quatro deles compostos de 4 membros cada, dois com 3 participantes cada e outros dois com 2 integrantes.

Uma informação relevante é que essa aula de quarta-feira ocorria após as da disciplina de Educação Física, portanto, os alunos geralmente se mostravam bastante agitados, suados e querendo ir embora para as suas casas. Nessa ocasião foi preciso 15 minutos para acalmar os ânimos deles e organizá-los para a execução do que era proposto.

No geral os alunos apresentaram muito mais facilidade nessa atividade do que com a anterior, talvez por ser mais direta e não exigir tantas interpretações por parte deles. Alguns grupos avançaram bastante rápido nas questões, com o primeiro terminando-a com apenas 25 minutos. Outras equipes demoraram um pouco mais e a última terminou depois de 40 minutos no total.

A aplicação desta atividade na turma B só aconteceu em 11/05 (o que também equivale ao terceiro encontro da aplicação da sequência), no dia seguinte ao da turma A, nos 3º e 4º horários. 28 alunos regulares compareceram, com três ausências ao todo: o B01, o B05 e o B31, sendo este último o estudante do sétimo ano da tarde, que faz dependência de matemática com eles. Os participantes foram distribuídos em oito grupos, sendo quatro deles compostos de 4 membros cada e outros quatro com 3 integrantes cada.

Em geral as equipes desta turma também não tiveram dificuldades em entender o comando das questões, porém, uma equipe foi logo escrevendo as multiplicações na forma de potenciação, algo que foi pedido apenas na segunda etapa de questões. Outra equipe tentou resolver as multiplicações, e não apenas indicar a quantidade de repetições, como fora pedido. Foi preciso, portanto, que o pesquisador intervisse em ambas as situações, de modo que os alunos se direcionassem para o que foi traçado como objetivo na atividade. Duas equipes terminaram as suas questões antes da hora

do intervalo, na metade da aula, mas a maioria precisou de mais alguns minutos para concluir, na volta.

Na turma A, nenhuma das equipes mostrou dificuldades com a primeira etapa, já na turma B, como já foi dito, uma equipe acabou respondendo a quantidade de repetições na forma de uma potenciação. Assim, juntando as equipes de ambas as turmas, de um total de 16, apenas uma não respondeu como era desejado na análise *à priori* para esta primeira etapa, o que pode ser verificado na Figura 18.

Figura 18 – Exemplo de atividade respondida conforme não desejado na análise a priori

Handwritten student work for Figure 18. The student has written the following answers to the questions:

- 54 vezes
- 2) Quantas vezes o número cinco aparece como fator na multiplicação $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$? 58 vezes
- 3) Quantas vezes o número dois aparece como fator na multiplicação $2 \times 2 \times 2$? 3 vezes
- 4) Quantas vezes o número quatro aparece como fator na multiplicação $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$? 46 vezes
- 5) Quantas vezes o número sete aparece como fator na multiplicação 7×7 ? 2 vezes
- 6) Quantas vezes o número oito aparece como fator na multiplicação $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$? 8 vezes
- 7) Quantas vezes o número um aparece como fator na multiplicação $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$? 70 vezes
- 8) Quantas vezes o número nove aparece como fator na multiplicação $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$? 99 vezes
- 9) Quantas vezes o número seis aparece como fator na multiplicação $6 \times 6 \times 6 \times 6$? 65 vezes
- 10) Quantas vezes o número zero aparece como fator na multiplicação $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$? 10 vezes

Fonte: Atividade 02 dos alunos B07, B15, B17 e B25

A Figura 19 exibe um exemplo de resolução desejado desta etapa da atividade.

Figura 19 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado na análise a priori

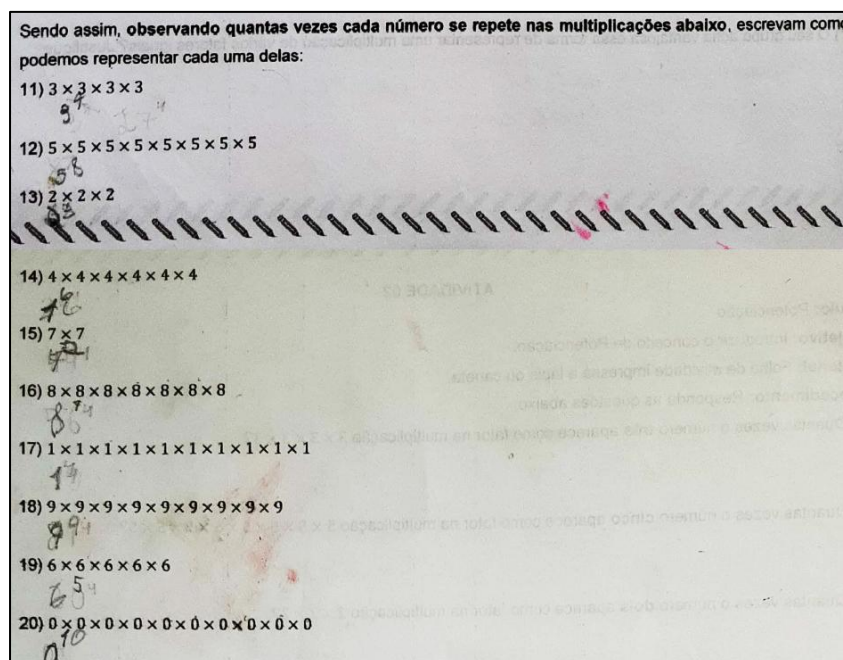
Handwritten student work for Figure 19. The student has written the following answers to the questions:

- 1) Quantas vezes o número três aparece como fator na multiplicação $3 \times 3 \times 3$? 4 vezes
- 2) Quantas vezes o número cinco aparece como fator na multiplicação $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$? 8 vezes
- 3) Quantas vezes o número dois aparece como fator na multiplicação $2 \times 2 \times 2$? 3 vezes
- 4) Quantas vezes o número quatro aparece como fator na multiplicação $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$? 6 vezes
- 5) Quantas vezes o número sete aparece como fator na multiplicação 7×7 ? 2 vezes
- 6) Quantas vezes o número oito aparece como fator na multiplicação $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$? 4 vezes
- 7) Quantas vezes o número um aparece como fator na multiplicação $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$? 10 vezes
- 8) Quantas vezes o número nove aparece como fator na multiplicação $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$? 9 vezes
- 9) Quantas vezes o número seis aparece como fator na multiplicação $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$? 5 vezes
- 10) Quantas vezes o número zero aparece como fator na multiplicação $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$? 10 vezes

Fonte: Atividade 02 dos alunos B10, B13 e B26

Na segunda etapa pedimos aos alunos que escrevessem as multiplicações na forma de potenciação. A maioria dos grupos na turma A não teve dificuldades, mas um deles, por exemplo, primeiro somou as bases para depois escrever esse resultado como uma potenciação com um expoente igual ao número de repetições dos fatores. Após a intervenção do pesquisador, os membros da equipe apagaram o que haviam feito e responderam como era desejado, mas as marcas das respostas anteriores ainda ficaram aparentes, conforme pode ser visto na Figura 20:

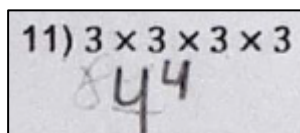
Figura 20 – Exemplo de atividade respondida conforme desejado, após a intervenção do pesquisador



Fonte: Atividade 02 dos alunos A03, A06 e A26

Na turma B, para esta etapa, não houve maiores problemas. No todo, quatro equipes não responderam uma quantidade de um item cada conforme o esperado, por diferentes motivos, entre os quais: terem confundido a posição entre base e expoente; por não terem contado corretamente a quantidade de fatores da multiplicação; ou deixado em branco, como pode ser visto nas Figuras 21, 22 e 23.

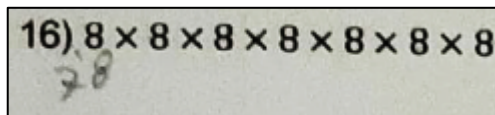
Figura 21 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori



Fonte: Atividade 02 dos alunos B03, B22, B29 e B30

No exemplo retratado na Figura 21, os alunos trocaram o valor da base por 4, a qual deveria ser 3.

Figura 22 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori



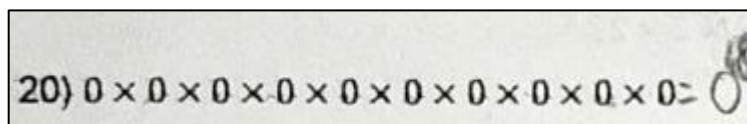
$$16) 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$$

28

Fonte: Atividade 02 dos alunos B20, B23, B27 e B28

A Figura 22 apresenta um exemplo onde os valores da base e do expoente foram trocados.

Figura 23 – Exemplo de item respondido conforme não desejado na análise à priori

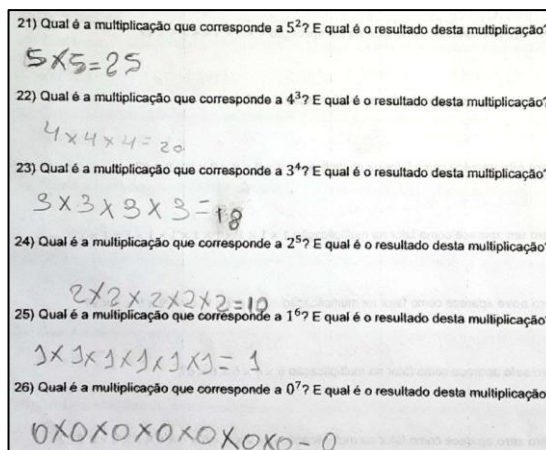


$$20) 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$$

Fonte: Atividade 02 dos alunos A07, A12, A16 e A25

Na Figura 23 temos um exemplo de erro no valor do expoente, que deveria ser igual a 10. Após isso, na terceira etapa, os estudantes de ambas as turmas pareceram compreender bem os comandos das questões, com as únicas dificuldades sendo o cálculo da multiplicação em alguns casos, pois muitos deles transformavam corretamente da forma da potenciação para a da multiplicação, mas calculavam às vezes como se fossem somas, ou mesmo multiplicavam, porém, incorretamente, como pode ser visto na Figura 24.

Figura 24 – Exemplo com alguns itens respondidos conforme não desejados na análise à priori



21) Qual é a multiplicação que corresponde a 5^2 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $5 \times 5 = 25$

22) Qual é a multiplicação que corresponde a 4^3 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $4 \times 4 \times 4 = 20$

23) Qual é a multiplicação que corresponde a 3^4 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 18$

24) Qual é a multiplicação que corresponde a 2^5 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 10$

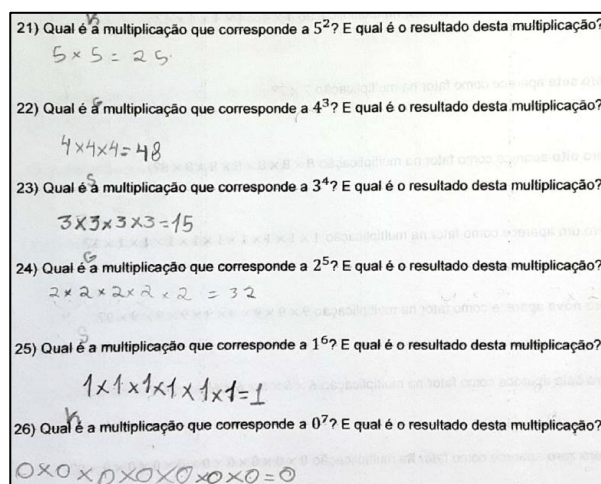
25) Qual é a multiplicação que corresponde a 1^6 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

26) Qual é a multiplicação que corresponde a 0^7 ? E qual é o resultado desta multiplicação?
 $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$

Fonte: Atividade 02 dos alunos A11 e A28

A Figura 25 também apresenta um exemplo de itens respondidos conforme não desejados em nossa análise a priori.

Figura 25 – Exemplo com alguns itens respondidos conforme não desejados na análise a priori



Fonte: Atividade 02 dos alunos B10, B13 e B26

Para esta terceira etapa da Atividade 02 contabilizamos um total de 16 itens respondidos de forma não desejada por todas as equipes. Considerando que eram 6 itens para cada um dos 16 grupos, houve 80 acertos, ou seja, cerca de 83,3% de respostas dadas conforme fora desejado na fase da análise *à priori*, o que é um valor bastante satisfatório.

Avaliando a atividade com um todo, foram 416 itens propostos, com 386 deles tendo sido respondidos de forma correta, isto é, por volta de 92,8% de acertos. Esses dados são mostrados no Quadro 91:

Quadro 91 – Quantitativo de acertos e erros na Atividade 02

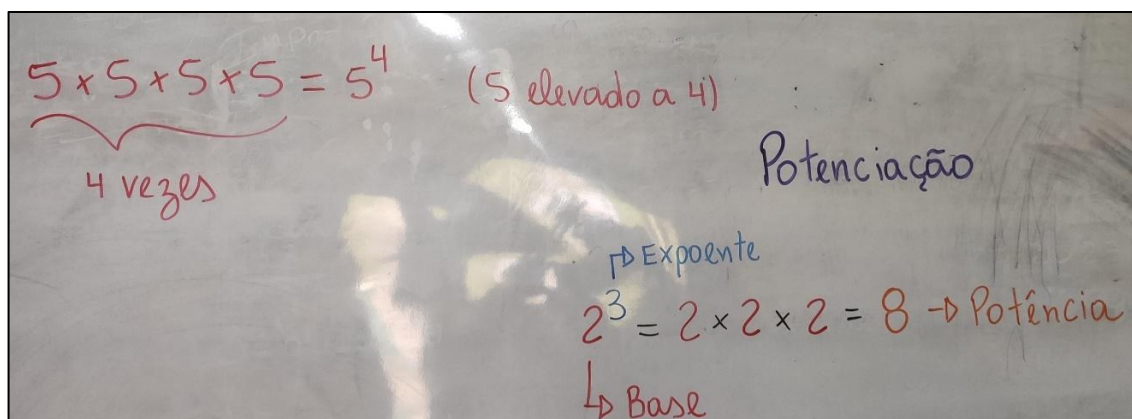
Etapa	Total de itens	Acertos	Erros
Primeira	160	150	10
Segunda	160	156	4
Terceira	96	80	16
Total Absoluto	416	386	30
Total Relativo	100%	92,8%	7,2%

Fonte: Experimentação (2023)

Quando todos terminaram de responder, foi explicado para eles de qual assunto se tratava aquele conteúdo. O pesquisador introduziu uma maneira mais

formal (adequada para o nível de rigor matemático de alunos do 6º ano) do que havia sido feito durante a aplicação da sequência didática até então, utilizando tanto o material fornecido às equipes quanto o quadro disponível em sala de aula, conforme pode ser visto nas Figuras 22 e 23:

Figura 22 – Formalização do conceito de Potenciação ao nível de alunos do 6º ano



Fonte: Experimentação (2023)

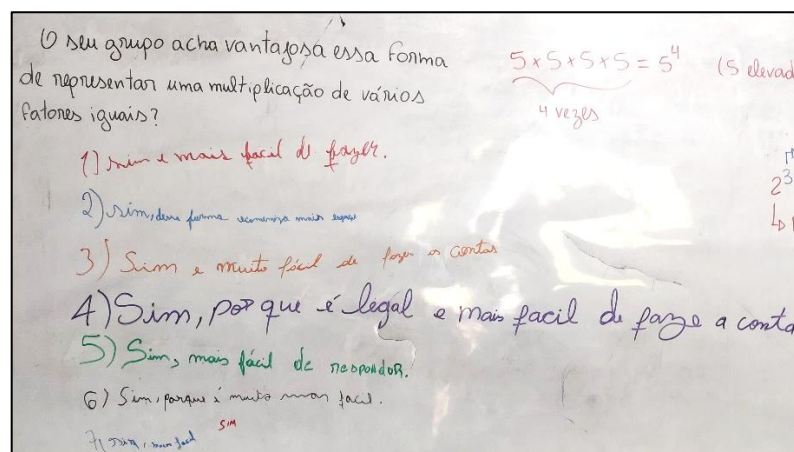
Figura 23 – Formalização do conceito de Potenciação ao nível de alunos do 6º ano

Essa forma de representar uma multiplicação de vários fatores iguais se chama **Potenciação**! Na potenciação $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, o número 2 é denominado de **base**, o número 3 é denominado de **expoente** e o número 8 é denominado de **potência**.

Fonte: Atividade 02

Por fim, nas duas turmas foi pedido que um membro de cada equipe escrevesse no quadro as suas repostas do item 27 da atividade, ou seja, se achavam vantajosa aquela maneira de representação. A Figura 24 mostra as respostas da turma A.

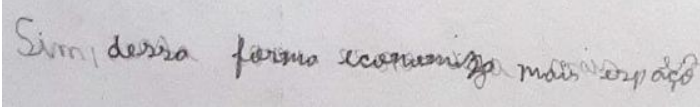
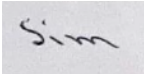
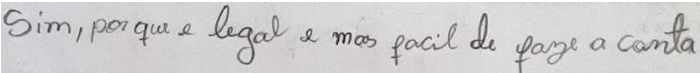
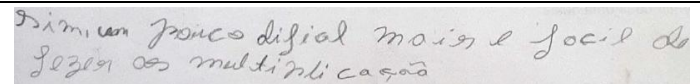
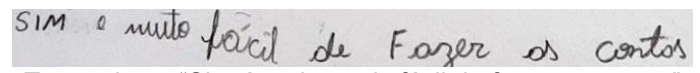
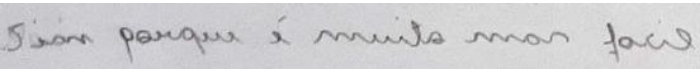
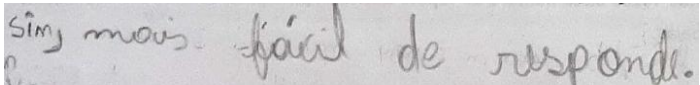
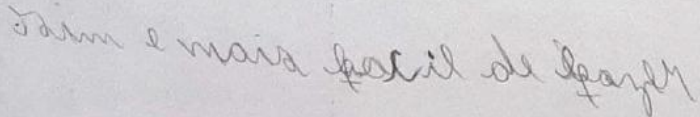
Figura 24 – Respostas das equipes da turma A ao item 27 da Atividade 02



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 92 mostra as respostas de cada equipe da turma A e as suas respectivas validades:

Quadro 92 – Respostas das equipes sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação – Turma A

Grupo	Resposta do grupo e sua transcrição	Validade da resposta
G1: A14, A21, A24, A29	 Transcrição: "Sim, dessa forma economiza mais espaço"	Válida, prevista e desejada
G2: A02, A04	 Transcrição: "Sim"	Válida, prevista e não desejada
G3: A01, A09, A19, A20	 Transcrição: "Sim, porque é legal e mais fácil de fazer a conta"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G4: A03, A10, A26	 Transcrição: "Sim, um pouco difícil mas é fácil de fazer as multiplicações"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G5: A07, A12, A16, A25	 Transcrição: "Sim é muito mais fácil de fazer as contas"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G6: A08, A17, A22	 Transcrição: "Sim porque é muito mais fácil"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G7: A11, A28	 Transcrição: "Sim, mais fácil de responder"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G8: A13, A15, A18, A23	 Transcrição: "Sim é mais fácil de fazer"	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1 e G2 deram respostas classificadas como válidas, porém só a da primeira como desejada, porque a segunda não justificou. As demais foram todas consideradas parcialmente válidas, pois concordaram que era vantajoso usar a notação de potenciação, porém justificaram como ser mais fácil resolver aquelas operações nessa forma.

Como já havíamos afirmado em nossas análises a priori, escrever na forma de potenciação é vantajoso porque economiza espaço e recursos, além de ser mais simples e prática a sua representação, no entanto, a resolução em si da maioria das potenciações passa por multiplicar os fatores por eles mesmos várias vezes, o que não caracteriza, portanto, maior ou menor facilidade desse cálculo.

Abaixo, o Quadro XX mostra o resumo quantitativo das conclusões dadas pelos grupos de alunos da turma A na Atividade 02:

Quadro 93 – Frequências absoluta e relativa da validade das respostas na Atividade 02 – Turma A

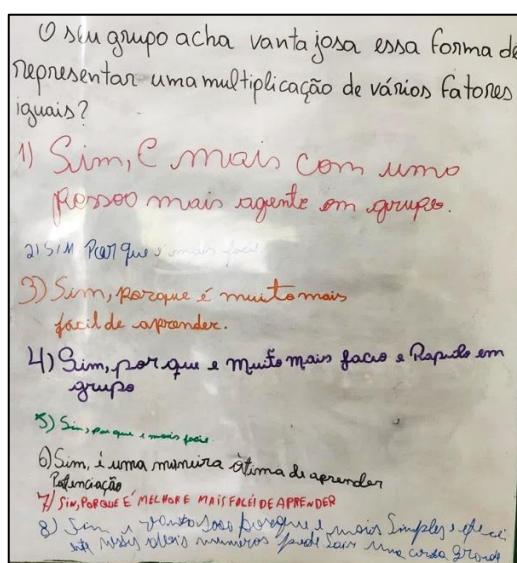
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	12,5%
Válida e não desejada	1	12,5%
Parcialmente válida	6	75,0%
Inválida	0	0,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Apesar de toas as equipes afirmarem ser vantajoso o uso da notação da potenciação com relação a multiplicação de vários fatores, somente 12,5% das respostas foram avaliadas como válidas e desejadas. Talvez alguns grupos até tenham usado o termo “fácil” no mesmo sentido que “simples”, o que nos faria ter um índice melhor, porém, não é possível ter certeza nessa constatação.

Abaixo a Figura 25 mostra as respostas compartilhadas na lousa pelos grupos da turma B na Atividade 02.

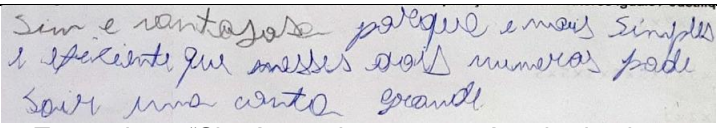
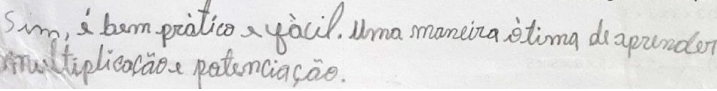
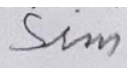
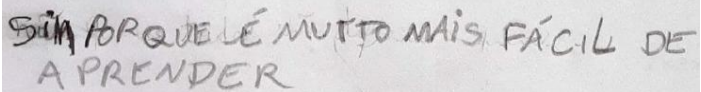
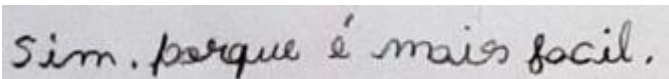
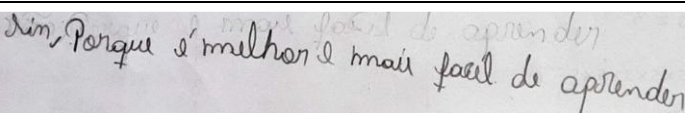
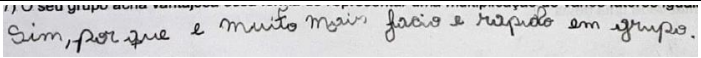
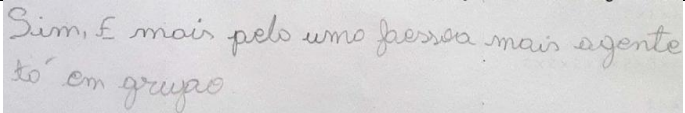
Figura 25 – Respostas das equipes da turma B ao item 27 da Atividade 02



Fonte: Experimentação (2023)

A seguir, o Quadro 94 apresenta com detalhes as respostas de cada equipe da turma B e as suas respectivas validades:

Quadro 94 – Respostas das equipes sobre a vantagem de representar uma multiplicação de vários fatores iguais como potenciação – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B04, B12, B18	 Transcrição: “Sim é vantajoso porque é mais simples e eficiente que nesses dois números pode sair uma conta grande”	Válida, prevista e desejada
G2: B11, B19, B24	 Transcrição: “Sim, é bem prático e fácil. Uma maneira ótima de aprender multiplicação e potenciação”	Válida, prevista e desejada
G3: B02, B08, B14	 Transcrição: “Sim”	Válida, prevista e não desejada
G4: B03, B22, B29, B30	 Transcrição: “Sim, porque é muito mais fácil de aprender”	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G5: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: “Sim, porque é mais fácil.”	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G6: B07, B15, B17, B25	 Transcrição: “Sim, porque é mais fácil de aprender”	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G7: B10, B13, B26	 Transcrição: “Sim, porque é muito mais fácil e rápido em grupo”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B20, B23, B27, B28	 Transcrição: “Sim. É mais por uma pessoa, mas a gente está em grupo”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

G1 e G2 produziram respostas que foram classificadas como válidas e desejadas, pois afirmaram que a vantagem do uso dessa notação se dava pela sua simplicidade, eficiência e praticidade. G3 também foi considerada válida, porém não justificou sua resposta.

G4, G5 e G6 tiveram suas respostas avaliadas como parcialmente válidas, pelos mesmos motivos que já relatamos sobre essa categoria na turma A. Já G7 e G8 foram caracterizadas como inválidas porque, apesar de também usarem o termo “fácil” em suas respostas, provavelmente se confundiram a respeito da pergunta ter sido sobre a nova notação aprendida, e não da dinâmica da atividade de trabalho em grupo, não podendo, portanto, ser julgada como válida de forma alguma.

Logo em seguida, o Quadro 95 mostra o resumo quantitativo das respostas dadas pelos grupos de alunos da turma B na Atividade 02:

Quadro 95 – Frequências absoluta e relativa da validade das respostas na Atividade 02 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	2	25,0%
Válida e não desejada	1	12,5%
Parcialmente válida	3	37,5%
Inválida	2	25,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Como é possível observar, novamente todas as equipes consideraram vantajosa essa nova maneira de representar uma multiplicação de vários fatores iguais, a partir de uma potenciação, porém só um quarto delas foi avaliada como válida e desejada. Dessa vez tivemos também respostas consideradas como inválidas, mas a maioria foi mesmo classificada como parcialmente válida, pelos mesmos motivos já anteriormente relatados. No âmbito geral, portanto, julgamos como satisfatória a execução da referida atividade na turma B.

Ao analisarmos os resultados da atividade como um todo, incluindo os exercícios iniciais, as duas turmas tiveram ótimo desempenho: alto índice de acerto nos itens preliminares, 100% das respostas finais avaliando como vantajosa a notação de potenciação, com baixo índice de respostas inválidas. Diante de todos esses dados, avaliamos como positiva aplicação da Atividade 02 em ambas as turmas.

5.5 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 01 (DA ATIVIDADE 02)

Uma nova semana letiva se iniciou e, com isso, o dia 15/05 ficou marcado como o início da diferença de aplicação de atividades entre as duas turmas, por encontro. Explicamos: inicialmente, o objetivo para este quarto encontro em ambas as turmas

era o de aplicar a primeira atividade de aprofundamento (referente à Atividade 02) e a Atividade 03, entretanto, devido na segunda-feira a aula da turma B ser nos últimos horários (que tinham 25 minutos a menos ao todo, comparados aos demais horários, conforme já explicado anteriormente), isso não foi possível.

Na turma A o encontro aconteceu no 3º e 4º horários, ou seja, antes e depois do intervalo. Estavam presentes 24 alunos, com as ausências dos estudantes A06, A08, A13, A14 e A27. Foram formados três grupos de 4 alunos cada, dois com 3 alunos, dois com 2 integrantes e outros dois com apenas 1 membro cada. Essa diferença entre a quantidade de integrantes das equipes ocorreu devido a algumas divergências entre os estudantes da turma, que se recusaram a se juntar com outros.

Depois das explicações iniciais, eles começaram a resolução da atividade, com a primeira equipe precisando de 30 minutos para finalizar. Outras quatro equipes precisaram de 40 minutos para também terminá-la, no entanto as três restantes não conseguiram concluir tudo a tempo, antes do início do intervalo. Nesse momento o pesquisador recolheu todas as atividades e liberou os alunos para irem lanchar. Na volta, o pesquisador realizou a correção das questões no quadro, que durou 20 minutos.

Na turma B, o encontro aconteceu nos dois últimos horários, como já foi dito. Estavam presentes 28 alunos, com as ausências dos estudantes B04, B06 e B18. Foram formados quatro grupos de 4 alunos cada e outros quatro com 3 membros cada. Foram necessários cerca de 20 minutos para organizar a sala de aula, as equipes e explicar a atividade. Várias deles a terminaram ao mesmo tempo, após 30 minutos de duração. Nos últimos 15 minutos o pesquisador corrigiu as questões no quadro, e foi necessário liberar os alunos, pois não daria tempo de realizar a Atividade 03.

5.6 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 03

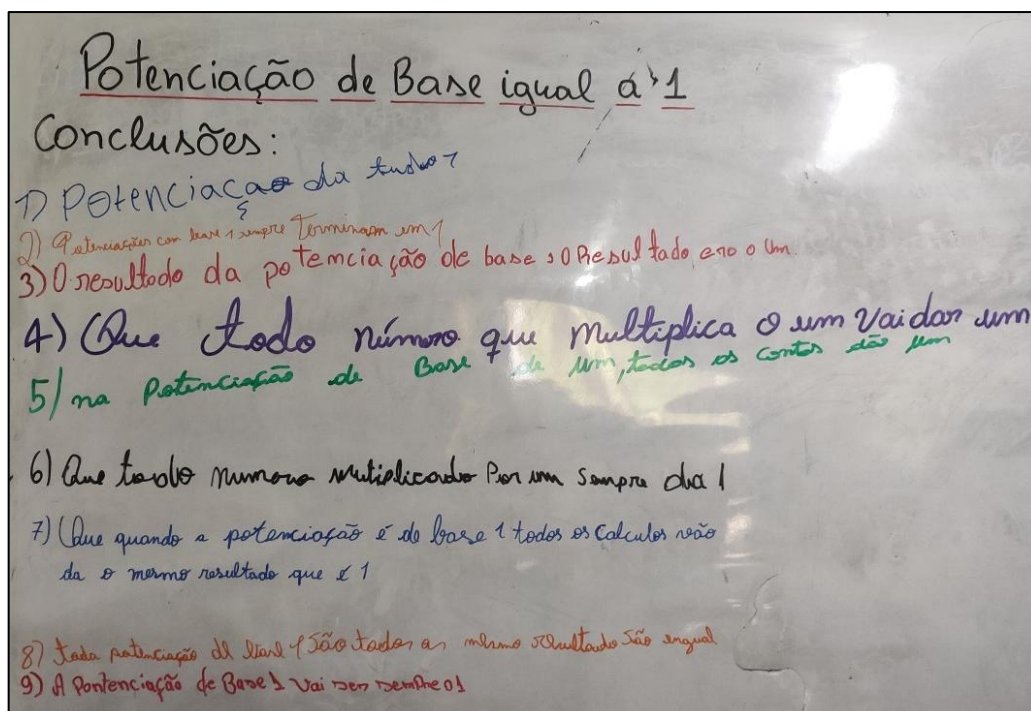
A Atividade 03 (a da base das potenciações igual a 1) é a primeira desta sequência didática que apresenta somente questões que seguem o mesmo padrão, visando que os alunos o descubram e cheguem a uma conclusão a respeito daquele tipo de questão. Nesta, e em outras atividades da sequência, havia antes também a solicitação de que fizessem uma observação a respeito da resolução das questões, para auxiliar na tarefa final de encontrar uma conclusão apropriada. Ou seja: a

observação é percepção dos estudantes sobre um padrão entre as respostas encontradas, e a conclusão é a tentativa de estabelecer uma regra que valha sempre para aquele tipo em específico de potenciação.

Em nossas análises a priori previmos algumas observações e conclusões, em diferentes tipos de validades, que os discentes poderiam fazer durante a resolução das atividades. Traremos mais a frente debates acerca especificamente das conclusões elaboradas pelos grupos, em cada uma das atividades. Vejamos, antes, como ocorreu a execução dessa atividade em cada turma.

A aplicação da Atividade 03 na turma A aconteceu ainda no quarto encontro, no dia 15/05. Após o pesquisador ter corrigido as questões da primeira atividade de aprofundamento, foi dada às equipes a Atividade 03 (da potenciação de base igual a 1), mesmo restando pouco para o fim da aula, por ser considerada de simples resolução. De fato, todas as nove equipes conseguiram resolver as questões, além de elaborar uma observação e uma conclusão no tempo que ainda tinham disponível, que era em torno de 25 minutos. A socialização dessas respostas ficou para o encontro seguinte, no dia 16/05, junto com o da Atividade 04, após a resolução dela por parte dos alunos. A figura 26 mostra o compartilhamento no quadro das conclusões produzidas na turma A.

Figura 26 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma A

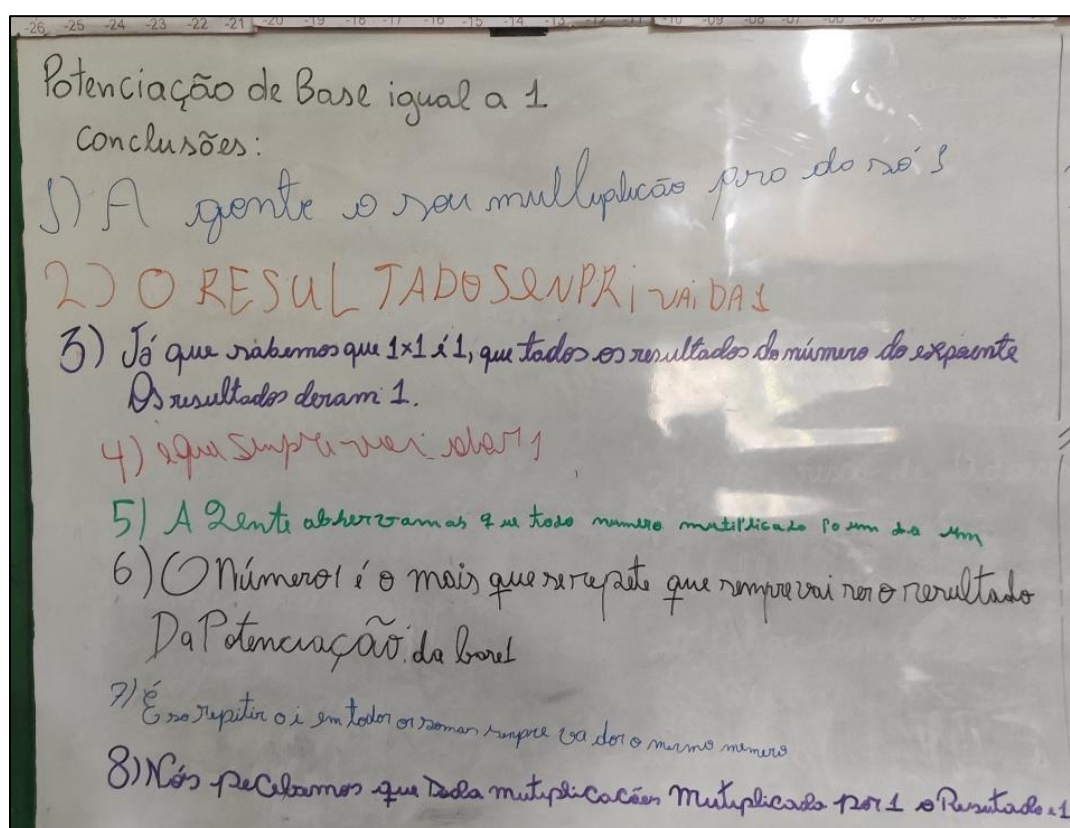


Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B o quinto encontro foi realizado no dia 17/05, nos dois primeiros horários, com o objetivo de realizar as Atividades 3 e 4, sobre a potenciação de base igual a 1, e a potenciação de base igual a 10, respectivamente. Todos os 30 estudantes regulares da turma participaram deste encontro, estando ausente apenas o A31, que faz a dependência de estudos.

O encontro começou com um atraso de 10 minutos, às 07:40. Depois de organizar a turma, dividi-los novamente em equipes e de uma breve explicação acerca dos procedimentos que elas deveriam adotar para a resolução das questões (que ao todo durou 25 minutos), os discentes levaram mais 25 minutos para resolver a Atividade 03, terminando-a às 08:30. Assim como com a turma A, a socialização das respostas ocorreu junto com o da Atividade 04, após a resolução dela por parte dos alunos, porém no mesmo encontro, ao contrário da primeira. A figura 27 mostra o compartilhamento no quadro das conclusões produzidas na turma B.

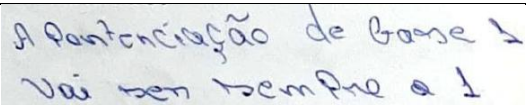
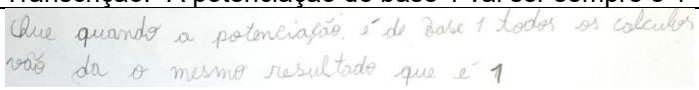
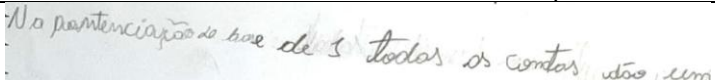
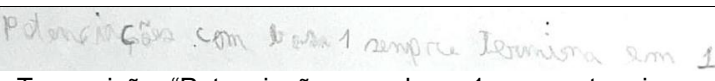
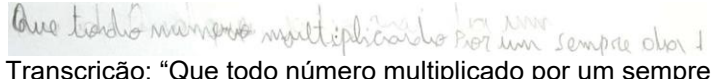
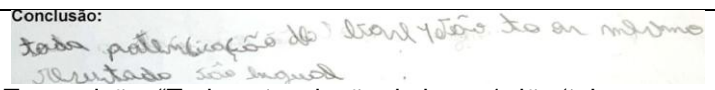
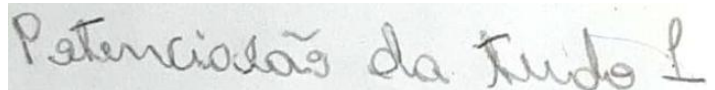
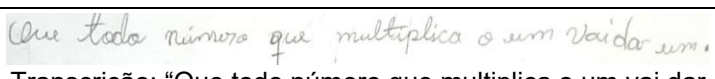
Figura 27 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 96 mostra as conclusões de cada equipe da turma A e as suas respectivas validades.

Quadro 96 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A02, A04	 Transcrição: “A potenciação de base 1 vai ser sempre o 1”	Válida, prevista e desejada
G2: A03, A10, A26	 Transcrição: “Que quando a potenciação é de base 1 todos os cálculos vão dar o mesmo resultado que é 1”	Válida, prevista e desejada
G3: A07, A12, A16, A25	 Transcrição: “Na potenciação de base de 1 todas as contas dão um”	Válida, prevista e desejada
G4: A11, A28	 Transcrição: “O resultado da Potenciação de base 1 o resultado era o um”	Válida, prevista e desejada
G5: A21, A24, A29	 Transcrição: “Potenciações com base 1 sempre terminam em 1”	Válida, prevista e desejada
G6: A18	 Transcrição: “Que todo número multiplicado por um sempre dá 1”	Válida, prevista e não desejada
G7: A05	 Transcrição: “Toda potenciação de base 1 dão ‘to’ o mesmo resultado, são iguais”	Válida, não prevista e não desejada
G8: A15, A17, A22, A23	 Transcrição: “Potenciação dá tudo 1”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G9: A01, A09, A19, A20	 Transcrição: “Que todo número que multiplica o um vai dar um.”	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

As respostas dos grupos G1, G2, G3, G4 e G5 foram todas consideradas válidas e desejadas, pois, cada um com a sua maneira de se expressar, se alinham com o que foi previsto como conclusões válidas em nossas análises a priori de que “Em uma potenciação de base igual a 1, a potência sempre será igual a 1”.

Os grupos G6 e G7 deram respostas válidas, mas não desejadas: o primeiro respondeu de forma bastante semelhante a que vimos no item 2 do Quadro 15 de nossas análises prévias de a que dizia que “Multiplicar 1 por ele mesmo sempre dá 1 como resultado”, ou seja, citava o 1 como uma resposta de uma multiplicação, mas não o fato da base de uma potenciação ser igual a 1; já o segundo respondeu que o resultado é sempre o mesmo, o que é verdadeiro, porém, não citou que a resposta era sempre igual a 1, o que não fora previsto por nós em nossas análises a priori.

Foi considerada parcialmente válida a conclusão do grupo G8, pois especificamente nessa atividade a resposta era sempre 1, no entanto, não é verdadeiro que toda potenciação sempre dá 1, como ela sugere. Já o G9 elaborou uma conclusão já prevista por nós anteriormente, sendo classificada naquele momento como inválida.

Abaixo, o Quadro 97 mostra o resumo quantitativo das conclusões dadas pelos grupos de alunos da turma A na Atividade 03.

Quadro 97 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 03 – Turma A

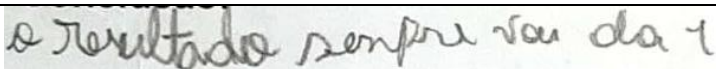
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	55,6%
Válida e não desejada	2	22,2%
Parcialmente válida	1	11,1%
Inválida	1	11,1%
Total	9	100,0%

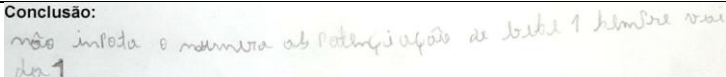
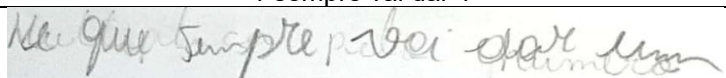
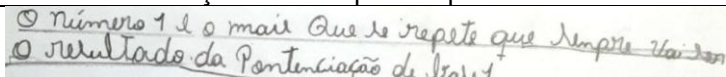
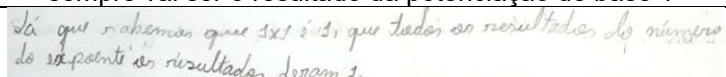
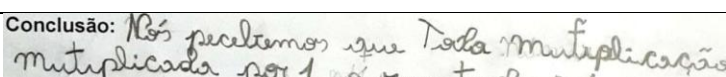
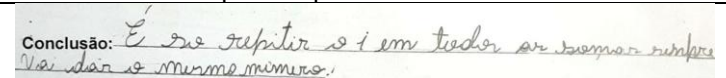
Fonte: Experimentação (2023)

Mais de 75% das conclusões foram classificadas como válidas e mais da metade como válidas e desejadas, mostrando um resultado positivo na aplicação da atividade em questão nesta turma, pois mesmo os dois grupos que não tiveram respostas consideradas válidas executaram corretamente todas as questões da atividade, demonstrando dificuldade apenas na elaboração da conclusão.

A seguir, o Quadro 98 apresenta as conclusões de cada equipe da turma B e sua respectiva validade.

Quadro 98 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 1 – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B02, B05, B08, B14	 Transcrição: “O resultado sempre vai dar 1”	Válida, prevista e desejada

G2: B03, B22, B29, B30	Conclusão:  Transcrição: "Não importa o número, a potenciação de base 1 sempre vai dar 1"	Válida, prevista e desejada
G3: B04, B12, B18	 Transcrição: "Não é que sempre vai dar um"	Válida, prevista e desejada
G4: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: "O número 1 é o mais que se repete que[logo,] sempre vai ser o resultado da potenciação de base 1"	Válida, prevista e desejada
G5: B01, B07, B11, B19	 Transcrição: "Já que sabemos que 1×1 é 1, que todos os resultados do número do expoente os resultados deram 1"	Válida, não prevista e desejada
G6: B20, B23, B27, B28	 Transcrição: "A gente usou multiplicação pra dar só 1"	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G7: B10, B13, B26	Conclusão:  Transcrição: "Nós percebemos que toda multiplicação multiplicada por 1 o resultado é 1"	Inválida, prevista e não desejada
G8: B06, B09, B16, B21	Conclusão:  Transcrição: "É só repetir o 1 em todas as somas sempre vai dar o mesmo número"	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Como pôde ser visto, as equipes G1, G2, G3, G4 e G5 da turma B tiveram suas conclusões apontadas como válidas e desejadas pois trazem consigo o cerne do objetivo da atividade que é o de os alunos perceberem que o resultado da potenciação de base igual a 1 sempre terá como resultado o 1. Especificamente a resposta do G5 foi classificada como não esperada, pois apesar da semelhança com as respostas dos grupos anteriores, falou do fato de 1×1 ser igual 1 e concluindo que, portanto, independentemente do expoente isso iria acontecer, algo não que não fora previsto em nossas análises a priori.

G6 teve sua conclusão tida como parcialmente válida pela ênfase dada à multiplicação, embora o resultado da potenciação também ter sido o mesmo que das equipes anteriores. Por sua vez, os grupos G7 e G8 tiveram respostas avaliadas como inválidas porque trazem afirmação que não condizem com a realidade. Respectivamente, não é verdade que toda multiplicação por 1 o resultado é igual a 1 e nem há somas nas contas desta atividade.

Adiante, o Quadro 99 mostra o resumo quantitativo das conclusões dadas pelos grupos de alunos da turma B na Atividade 03.

Quadro 99 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 03 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	62,5%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	12,5%
Inválida	2	25,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Mais de 60% das conclusões foram classificadas como válidas e desejadas, mostrando um resultado positivo na aplicação da atividade em questão nesta turma, pois todos os grupos que não tiveram respostas consideradas totalmente válidas ou inválidas executaram corretamente todas as questões da atividade, sugerindo dificuldade apenas na elaboração da conclusão, até mesmo por pertencerem ao 6º ano e não possuírem ainda uma linguagem matemática consolidada.

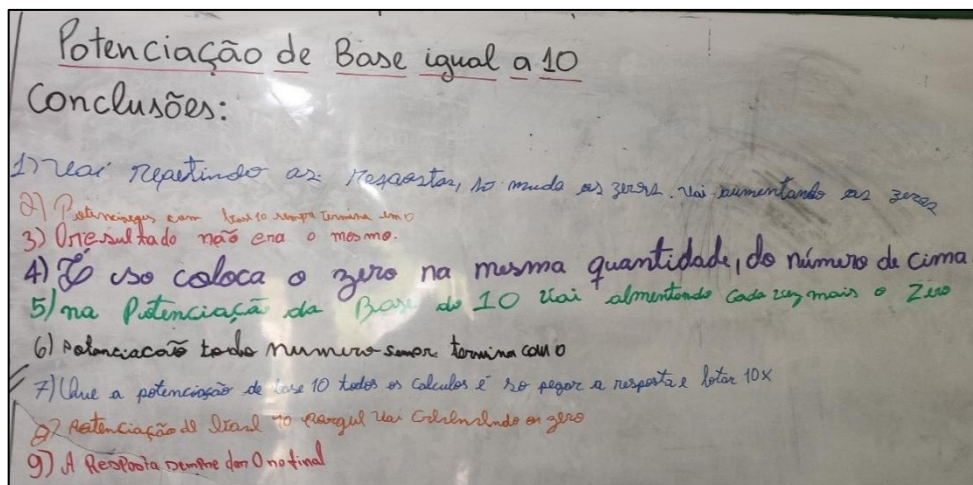
Dessa forma, considerando que em ambas as turmas mais da metade dos grupos elaboraram conclusões válidas, avaliamos de forma positiva a referida atividade em nossa análise a posteriori, em conformidade com o que fora previsto nas análises a priori.

5.7 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 04

Conforme já anunciado, a atividade 04 na turma A ocorreu no quinto encontro, no dia 16/05, com as ausências dos alunos A04 e A22. Iniciamos efetivamente a aplicação da atividade às 07:55, após a organização da turma em nove grupos, sendo quatro com 4, três com 3 e dois com 1. Às 08:30, após 35 minutos, todos os grupos já haviam terminado de responder as questões e elaborar suas conclusões. Após isso foi solicitado que eles colocassem suas conclusões das Atividades 03 e 04 no quadro, o que durou aproximadamente 10 minutos. O mesmo tempo foi gasto para o pesquisador validar essas respostas, e nos minutos finais eles realizaram a Atividade de Aprofundamento 02, com sucesso.

A figura 28 mostra o compartilhamento das conclusões produzidas na turma A na lousa.

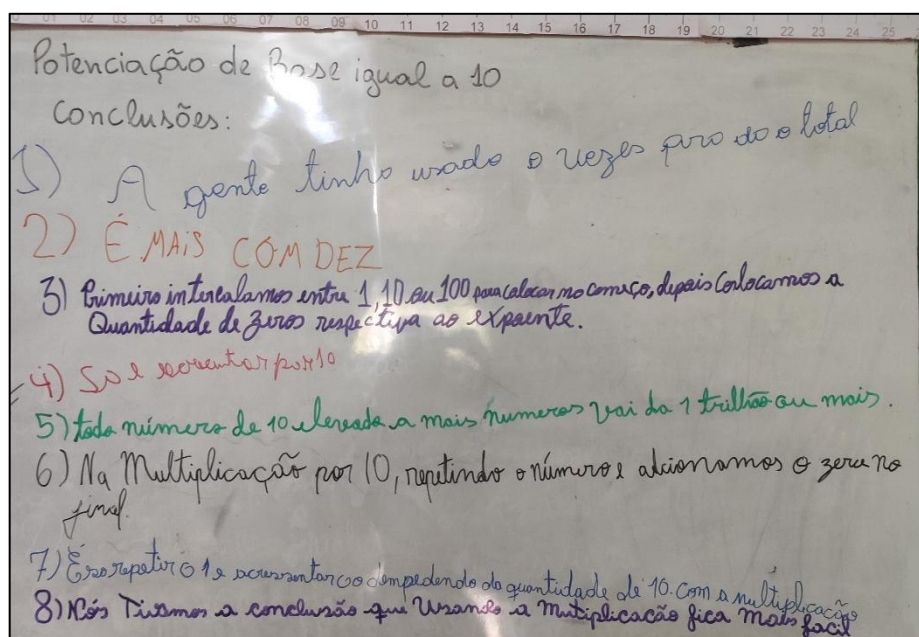
Figura 28 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 04 no quadro – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B a Atividade 04 foi realizada no mesmo dia em que a Atividade 03, no dia 17/05, quinto encontro. Os grupos iniciaram as suas resoluções às 08:30 e às 08:55 todas as equipes haviam terminado. Após isso, um aluno de cada uma delas foi até o quadro compartilhar a sua conclusão, e finalmente o pesquisador, fazendo suas considerações, chegou a uma que melhor generalizava o conjunto apresentado pelos estudantes, os quais pareceram concordar e entender, terminando assim este encontro às 09:15 (com 15 minutos ultrapassados da aula seguinte, de outro professor). A figura 29 mostra o compartilhamento no quadro das conclusões produzidas na turma B.

Figura 29 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 03 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 100 mostra as conclusões de cada equipe da turma A e as suas respectivas validades:

Quadro 100 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10 – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A19, A20	Conclusão: É só colocar o zero na mesma quantidade do número de cima. Transcrição: “É só colocar o zero na mesma quantidade do número de cima”	Válida, prevista e desejada
G2: A02	O resultado sempre dá 0 no final Transcrição: “O resultado sempre dá 0 no final”	Válida, prevista e não desejada
G3: A14, A21, A24, A29	potenciação com base 10 sempre termina em 0 Transcrição: “Potenciação com base 10 sempre termina em 0”	Válida, prevista e não desejada
G4: A07, A12, A16, A25	NA POTENCIAÇÃO DA BASE DO 10 vai aumentando cada vez mais Transcrição: “Na potenciação da base do 10 vai aumentando cada vez mais”	Válida, não prevista e não desejada
G5: A11, A27, A28	O resultado não era o mesmo Transcrição: “O resultado não era o mesmo”	Válida, não prevista e não desejada
G6: A15, A17, A23	Conclusão: Vai repetindo as respostas, só muda os zeros, vai aumentando os zeros Transcrição: “Vai repetindo as respostas, só muda os zeros, vai aumentando os zeros”	Válida, não prevista e não desejada
G7: A05	Conclusão: potenciação de base 10 porque vai crescendo o zero Transcrição: “Potenciação de base 10 porque vai crescendo o zero”	Parcialmente válida, prevista e não desejada
G8: A03, A06, A10, A26	Que a potenciação de base 10 todos os cálculos é só pegar a resposta e botar 10x Transcrição: “Que a potenciação de base 10 todos os cálculos é só pegar a resposta e botar 10 x”	Inválida, não prevista e não desejada
G9: A08, A13, A18	potenciação todo o número sempre termina com 0 Transcrição: “Potenciação todo número sempre termina com 0”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Podemos observar que os grupos G1, G2, G3, G4, G5 e G6 apresentaram conclusões que classificamos como válidas, porém, somente a do primeiro foi considerada como desejada. Isso aconteceu devido essas respostas relatarem fatos, como a resposta sempre terminar em zero, que os zeros vão aumentando ou que o

resultado sempre muda, mas sem vincular ao fato de isso ter relação ao valor do expoente, algo que somente G1 faz.

A conclusão do G7 foi tida como parcialmente válida pois afirma que a quantidade de zeros aumenta, mas o restante da resposta não faz muito sentido. Os grupos G8 e G9 foram classificadas como inválidas pois não traziam respostas condizentes com a realidade. O Quadro 101 abaixo apresenta o resumo quantitativo da validade das conclusões elaboradas pelos grupos da turma A.

Quadro 101 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 04 – Turma A

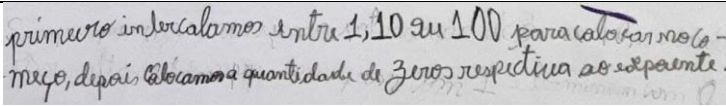
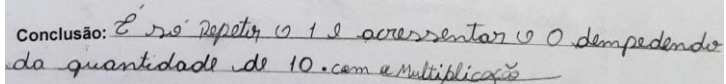
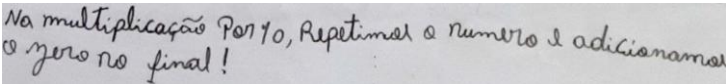
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	11,1%
Válida e não desejada	5	55,6%
Parcialmente válida	1	11,1%
Inválida	2	22,2%
Total	9	100,0%

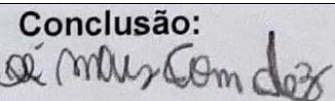
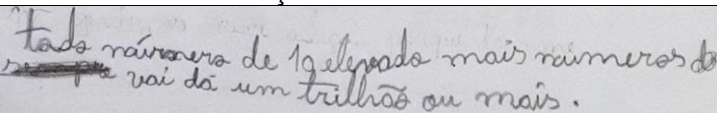
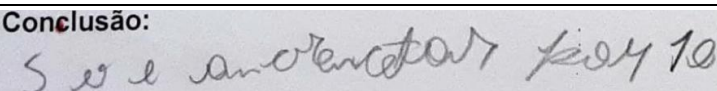
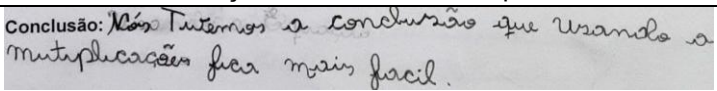
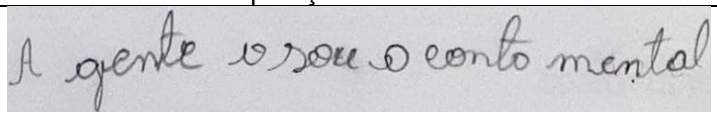
Fonte: Experimentação (2023)

Mais de 65% das conclusões foram interpretadas como válidas, mas apenas cerca de 10% eram desejadas. Avaliamos que uma possível explicação para isso é que na atividade anterior eles precisaram afirmar que o resultado sempre dava 1, que não se alterava e acabaram tendendo a repetir esse tipo de resposta. Ainda assim, como menos de 25% dos grupos formularam respostas tidas como inválidas, avaliamos como positiva a execução da Atividade 04 na turma A.

No Quadro 102 veremos as conclusões desenvolvidas pelos alunos da turma B e suas respectivas validades.

Quadro 102 – Conclusões das equipes sobre as potenciações de base igual a 10 – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B07, B11, B19	 Transcrição: "Primeiro intercalamos entre 1, 10 ou 100 para colocar no começo, depois colocamos a quantidade de zeros respectiva ao expoente"	Válida, prevista e desejada
G2: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: "É só repetir o 1 e acrescentar o 0 dependendo da quantidade de 10 com a multiplicação"	Válida, prevista e desejada
G3: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: "Na multiplicação por 10, repetimos o número e adicionamos o zero no final!"	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

G4: B02, B05, B08, B14	 Transcrição: “É mais com dez”	Inválida, não prevista e não desejada
G5: B03, B22, B29, B30	 Transcrição: “Todo número de 10 elevado mais números vai dar um trilhão ou mais”	Inválida, não prevista e não desejada
G6: B04, B12, B18	 Transcrição: “Só é acrescentar por 10”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B10, B13, B26	 Transcrição: “Nós tivemos a conclusão que usando a multiplicação fica mais fácil”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B20, B23, B27, B28	 Transcrição: “A gente usou a conta mental”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Apenas os grupos G1 e G2 produziram conclusões julgadas como válidas e desejadas. G3 apresentou uma resposta tida como parcialmente válida, dado que não mencionou que a quantidade de zeros que seriam adicionados no final do número dependia do valor do expoente. Já as equipes G4, G5, G6, G7 e G8 elaboram conclusões que foram classificadas como inválidas, sendo todas elas não previstas inicialmente em nossas análises a priori. A maioria delas não fazia qualquer sentido, com exceção talvez da que foi feita por G5 que ainda trazia uma noção de quantidade de zeros, mesmo que exagerada.

O Quadro 103 apresenta o quantitativo de validade das conclusões das equipes da turma B na Atividade 04, por categoria.

Quadro 103 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 04 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	2	25,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	12,5%
Inválida	5	62,5%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

É possível observar que apenas um quarto das respostas fora considerada como válida, além de desejada, o que é uma quantidade de avaliamos como baixa.

Sendo assim, foi preciso que, na etapa de compartilhamento e generalização dos conceitos da atividade, o pesquisador fizesse considerações de modo que os alunos entendessem bem a relação entre o expoente e quantidade de zeros, quando há uma potenciação de base igual a dez, em ambas as turmas. E, ao observarem a explicação, grande parte dos alunos se deu conta da ligação existente nesse tipo de potenciação. Portanto, consideramos como válida essa atividade, por termos alcançado seu objetivo, ainda que na etapa final de sua aplicação.

5.8 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 02 (DAS ATIVIDADES 03 E 04)

A atividade de aprofundamento das propriedades vistas nas Atividades 03 e 04 ocorreu ainda no 5º encontro, dia 16/05, na turma A, e no início do 6º encontro, dia 18/05, na turma B. Ela se mostrou de grande importância para a consolidação das aprendizagens objetivadas até esta etapa de nossa sequência didática, principalmente com relação à Atividade 04, que não havia alcançado bons índices com relação à elaboração das conclusões, por parte das equipes.

Na turma A, a totalidade dos grupos conseguiu resolver corretamente as questões propostas depois das considerações feitas pelo pesquisador, na etapa de generalização dos conceitos aprendidos, ocorrendo em por volta de 10 minutos. Na turma B ela foi realizada por todas as equipes em no máximo 25 minutos, sendo que apenas uma não conseguiu responder corretamente a parte da potenciação de base igual a dez.

5.9 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 05

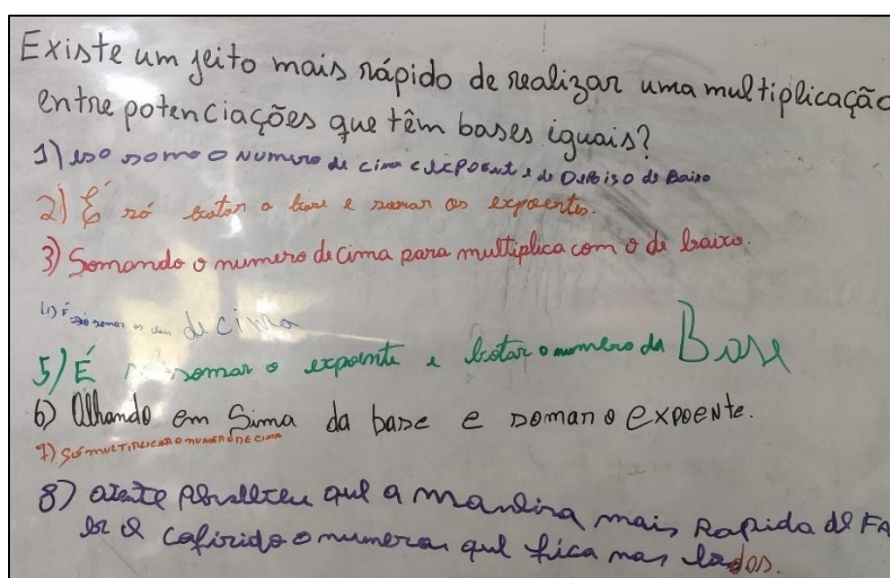
Realizado nos dois últimos horários do dia 17/05, o objetivo desse encontro na turma A (o sexto dela) era o de realizar a Atividade 5, sobre a multiplicação entre potenciações de bases iguais. 27 estudantes participaram deste encontro, estando ausentes o A13 e o A27, divididos em cinco grupos com 4 integrantes, um com 3 e dois com 2 alunos cada.

Depois de organizar a turma e de uma breve explicação acerca dos procedimentos que elas deveriam adotar para a resolução das questões (que ao todo

durou 10 minutos), um grupo precisou de apenas 10 minutos para finalizar a atividade, enquanto o último a finalizar necessitou do triplo de tempo.

Após isso, um aluno de cada equipe foi até o quadro compartilhar a conclusão de sua equipe até que o pesquisador, fazendo suas considerações, chegou a uma que melhor generalizava o conjunto apresentado pelos estudantes, os quais pareceram concordar e entender. A figura 30 exibe o compartilhamento das conclusões das equipes da Turma A no quadro.

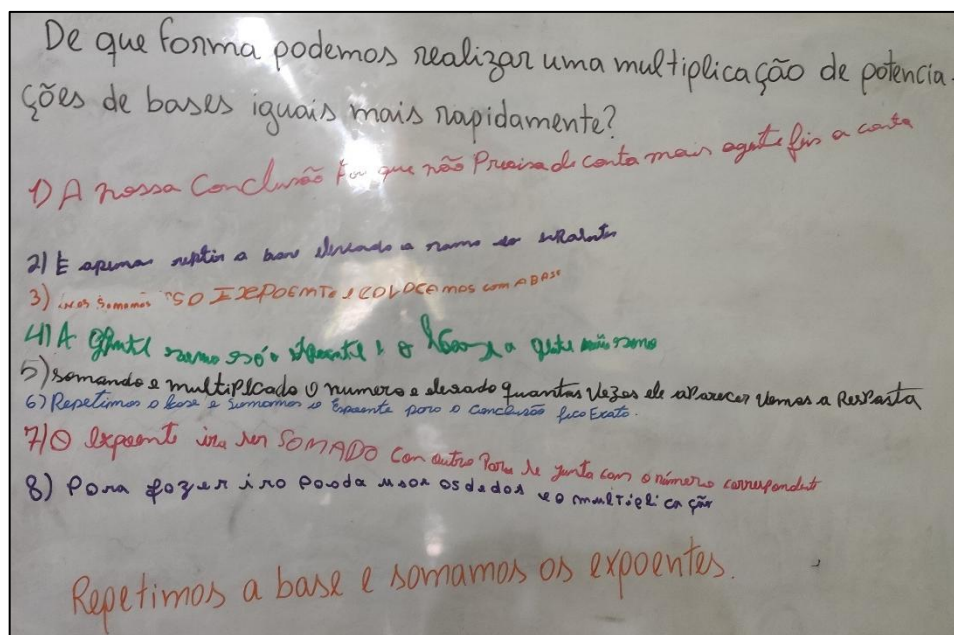
Figura 30 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 05 no quadro – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B, a Atividade 05 foi aplicada no sexto encontro, que aconteceu no dia 18/05 nos 3º e 4º horários, e contou com a presença de 100% dos alunos matriculados, ou seja, um total de 31, divididos em sete grupos com 4 estudantes cada e um com 3. Ela foi iniciada após a realização da Atividade de Aprofundamento das Atividades 03 e 04, sobre as potenciações de base igual a 1, e base igual a 10, respectivamente.

Entre a aplicação da atividade e, posteriormente, o compartilhamento das conclusões desenvolvidas e a generalização do conceito estudado, por parte do pesquisador, foram necessários em torno de 60 minutos. A Figura 31 apresenta o compartilhamento das respostas dos grupos nessa turma.

Figura 31 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 05 no quadro – Turma B

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 104 as conclusões e suas respectivas validades elaboradas pelas equipes da turma A na Atividade 05.

Quadro 104 – Conclusões das equipes sobre o produto de potenciações de base iguais – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A03, A06, A10, A26	Conclusão: É só somar o número de cima (expoente) e depois [repetir] o número de baixo Transcrição: "É só somar o número de cima (expoente) e depois [repetir] o número de baixo"	Válida, prevista e desejada
G2: A07, A12, A16, A25	É só somar o expoente e botar o número da base. Transcrição: "É só somar o expoente e botar o número da base"	Válida, prevista e desejada
G3: A08, A15, A22, A23	É só somar os dois de cima tipo 3×3 Transcrição: "É só somar os dois de cima, tipo $3^2 \times 3^2 = 3^4$ "	Válida, prevista e desejada
G4: A11, A28	Olhando em cima da base e somar o expoente. Transcrição: "Olhando em cima da base e somar o expoente"	Válida, prevista e desejada
G5: A14, A21, A24, A29	É só botar a base e somar os expoentes Transcrição: "É só botar a base e somar os expoentes"	Válida, prevista e desejada

estratégia válida, mas que não mostra ser a “maneira mais rápida”, por isso foi classificada apenas como parcialmente válida. Importante ressaltar que não tivemos nenhuma resposta inválida dessa vez, demonstrando uma evolução da turma quanto à formulação de suas conclusões e adequação ao estilo desse tipo de atividade, as quais os alunos de 6º ano não estavam acostumados.

O Quadro 105 fornece o quantitativo com relação à validade dessas conclusões produzidas pelos grupos da turma A.

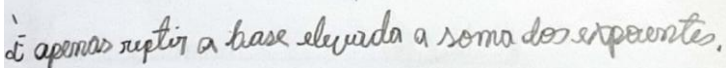
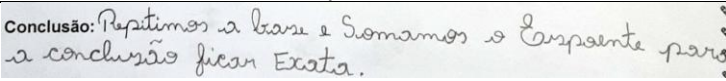
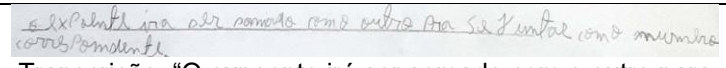
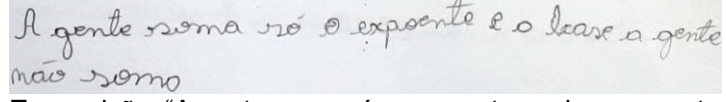
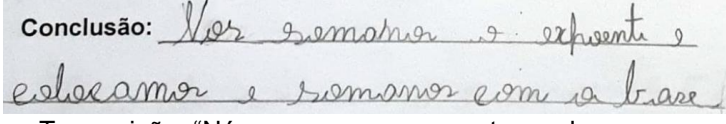
Quadro 105 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 05 – Turma A

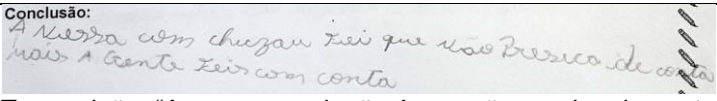
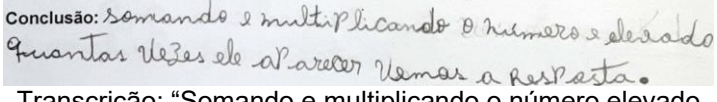
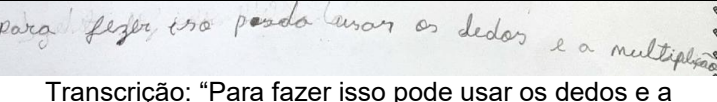
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	62,5%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	3	32,5%
Inválida	0	0,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Conforme já havia sido comentado, mais da metade das conclusões foram tidas como válidas e desejadas e nenhuma como inválida, evidenciando assim o sucesso da aplicação desta atividade na turma A. Vejamos agora como foi a sua aplicação na turma B, a partir do Quadro 106:

Quadro 106 – Conclusões das equipes sobre o produto de potenciações de bases iguais – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B07, B11, B19	 Transcrição: “É apenas repetir a base elevada a soma dos expoentes”	Válida, prevista e desejada
G2: B10, B13, B26, B31	 Transcrição: “Repetimos a base e somamos o expoente para a conclusão ficar exata”	Válida, prevista e desejada
G3: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: “O expoente irá ser somado com o outro para se juntar com o número correspondente”	Válida, prevista e desejada
G4: B20, B23, B27, B28	 Transcrição: “A gente soma só o expoente e a base a gente não soma”	Válida, prevista e desejada
G5: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: “Nós somamos o expoente e colocamos e somamos com a base”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

G6: B02, B05, B08, B14	 Transcrição: “A nossa conclusão é que não precisa de conta mas a gente fez com conta”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B03, B22, B29, B30	 Transcrição: “Somando e multiplicando o número elevado quantas vezes ele aparecer vemos a resposta”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B04, B12, B18	 Transcrição: “Para fazer isso pode usar os dedos e a multiplicação”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B as equipes G1, G2, G3 e G4 tiveram suas respostas consideradas como válidas e desejadas por deixar explícita a necessidade de somar os expoentes. G5, por sua vez, teve sua conclusão classificada como parcialmente válida porque mencionou a soma dos expoentes, mas também afirmou que a base era somada. Já os grupos G6, G7 e G8 tiveram suas respostas avaliadas como inválidas, pois falaram sobre multiplicação ou algo que não tinha nada relacionado ao objetivo da atividade.

No Quadro 107 abaixo trazemos o resumo do quantitativo das frequências das conclusões por validade, na turma B.

Quadro 107 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 05 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	50,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	12,5%
Inválida	3	37,5%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B, metade das conclusões foram consideradas válidas e desejadas, porém quase 40% foram classificadas como inválidas. Ainda assim, isso demonstra um avanço com relação à última atividade, tal como aconteceu com a turma A, e que pode estar relacionado ao melhor entendimento agora de como funciona esse tipo de atividade, por parte deles.

Em ambas as turmas percebemos um progresso com relação à produção das conclusões da maioria das equipes, e mesmo aquelas que não conseguiram inicialmente elaborá-las da forma que eram esperadas demonstraram ter obtido

melhor compreensão após a fase de generalização dos conceitos vistos, portanto, avaliamos como positivo a aplicação da Atividade 05.

5.10 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 06

Logo que o pesquisador chegou à escola, no dia 22 de maio de 2023, foi informado que não havia merenda para os alunos nesse dia e, devido a isso, eles seriam liberados mais cedo, tendo as mesmas aulas do dia, porém com a duração de meia hora cada uma. Portanto, o encontro nas duas turmas teria ao todo somente 60 minutos cada.

Outro fato digno de ser reportado é que, por motivos técnicos, o pesquisador perdeu os registros fotográficos da aplicação das Atividades 06, 07, 08, 09 e 10, só voltando tê-los a partir da Atividade 11. Portanto, não teremos a imagem do compartilhamento de conclusões desta atividade e demais, em ambas as turmas.

Sobre a aplicação em si da Atividade 06, iniciando com 5 minutos de atraso devido a professora do horário anterior estender a sua aula, foi preciso igual tempo para organizar os alunos para este 7º encontro da turma A. Estavam presentes nesta oportunidade 23 estudantes, sendo as ausências as discentes A04, A05, A07, A08, A13 e A27. Foram feitos seis grupos, sendo cinco com 4 discentes e um com 3. Foi dado então aos grupos o roteiro da Atividade 06, que trata da divisão entre potenciações com bases iguais.

Passadas as orientações da atividade, só havia sobrado 15 minutos para que os grupos pudessem desenvolver suas respostas, até o início do intervalo. Quando chegou esse momento, alguns grupos já estavam quase finalizando a mesma, porém os roteiros foram recolhidos para que pudessem ir para o recreio (que aconteceu mesmo não havendo merenda para os alunos no dia).

Na volta, eles continuaram de onde haviam parado e logo algumas equipes foram terminando suas conclusões. Ou seja, a equipe que entregou primeiro a sua atividade levou em torno de 20 minutos para tal. Já a que por último finalizou precisou de 35 minutos para isso. Nos 10 minutos finais os alunos compartilharam as conclusões de suas equipes e o pesquisador formalizou matematicamente o assunto em questão.

Em seguida da turma A foi iniciado o sétimo encontro da B. Estavam presentes 24 estudantes, estando ausentes 7, sendo eles B02, B03, B05, B13, B19, B20 e B31.

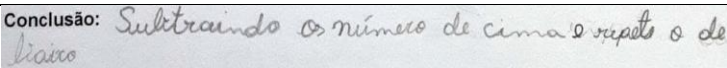
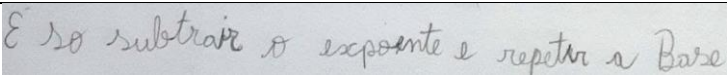
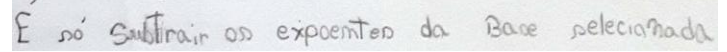
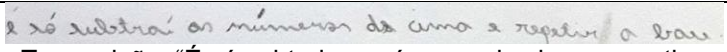
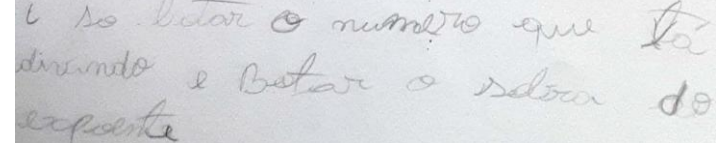
Devido a essas ausências, alguns grupos precisaram ser refeitos pois seus membros ficariam sozinhos, o que não é desejado para o bom andamento da atividade. Eles foram divididos em sete grupos, sendo três com 4 alunos e quatro com 3 cada. Esse reagrupamento junto das orientações iniciais dadas aos alunos durou cerca de 15 minutos.

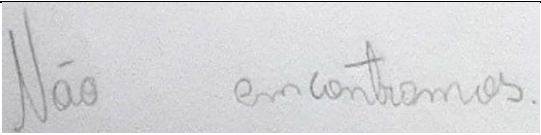
Assim como na turma anterior, foi fornecido a eles o roteiro da Atividade 06. Iniciada a atividade, um grupo a finalizou com 20 minutos de duração. Outras equipes levaram até 35 ao todo. E, assim, como na turma anterior, os últimos 10 minutos ficaram para que houvesse a socialização das conclusões entre as equipes, e a formalização do assunto, por parte do pesquisador.

O fato de a duração das aulas desse dia terem sido um terço menor que o esperado afetou o planejamento inicial da turma A, que era de que realizasse, além da Atividade 06, a Atividade de Aprofundamento 03, sobre o produto e a divisão entre potenciações de bases iguais. Já a turma B, que normalmente tem 25 minutos a menos de aulas nas segundas-feiras, o planejamento se manteve. Dessa forma, as duas turmas ficaram igualadas.

O Quadro 108 abaixo nos apresenta as conclusões realizadas pelos alunos da turma A nesta atividade e suas respectivas validades.

Quadro 108 – Conclusões das equipes sobre a divisão de potenciações de base iguais – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A19, A20	Conclusão:  Transcrição: "Subtraindo os números de cima e repete o de baixo"	Válida, prevista e desejada
G2: A03, A06, A10, A26	 Transcrição: "É só subtrair o expoente e repetir a base"	Válida, prevista e desejada
G3: A14, A21, A24, A29	 Transcrição: "É só subtrair os expoentes da base selecionada"	Válida, prevista e desejada
G4: A15, A17, A22, A23	 Transcrição: "É só subtrair os números de cima e repetir a base"	Válida, prevista e desejada
G5: A12, A16, A18, A25	 Transcrição: "É só botar o número que tá dividindo e botar a sobra do expoente"	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

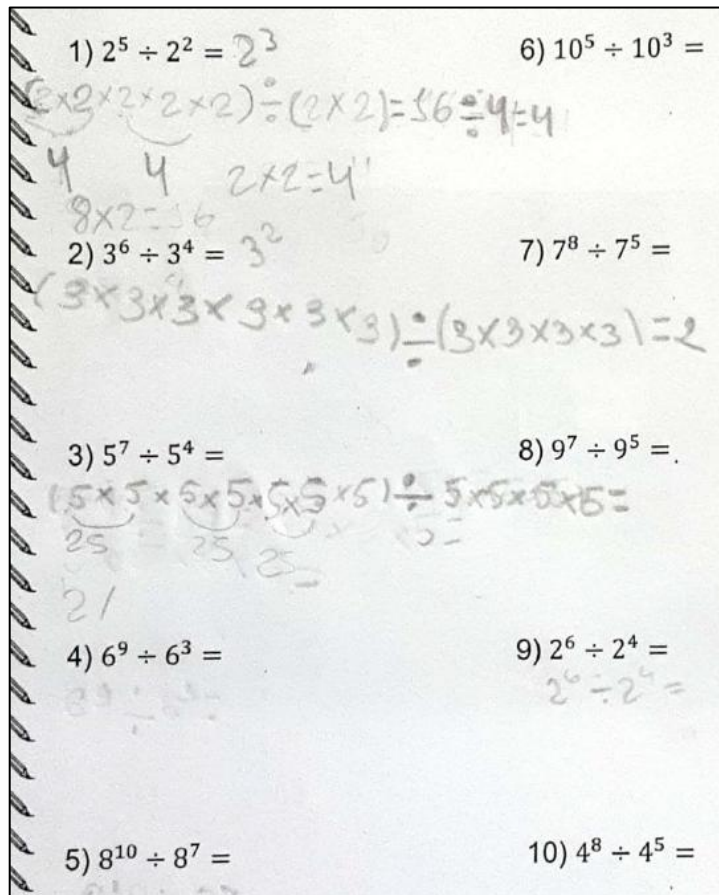
G6: A02, A11, A28		Inválida, prevista e não desejada

Transcrição: "Não encontramos"
Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3 e G4, cada um à sua maneira, deram respostas à essa atividade que classificamos como válidas, previstas e desejadas, por se assemelharem bastante com o que esperávamos em nossas análises a priori. G5 produziu uma resposta que poderia ser considerada válida também, mas pelo sentido muito amplo que poderia ser interpretado, a consideramos como parcialmente válida.

Enquanto isso a equipe G6 não conseguiu encontrar uma relação entre os expoentes da questão e a da resposta. Na verdade, a Figura 33 mostra que esse grupo deixou muitas questões sem resolução, e na primeira até tentou resolver a partir do desenvolvimento das potenciações, mas se atrapalhou no cálculo de uma das potenciações, calculando 2^5 como sendo igual a 16:

Figura 33 – Tentativa de resolução das questões da Atividade 06 pelo grupo G6 (A02, A11, A28)



Fonte: Experimentação (2023)

O resumo do quantitativo das frequências da validade das conclusões elaboradas pelos grupos da turma A na Atividade 06 pode ser observado no Quadro 109.

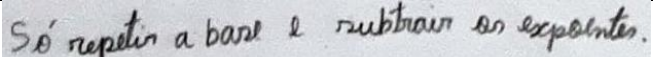
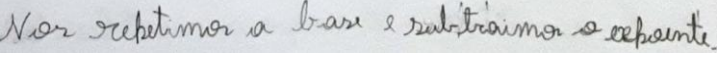
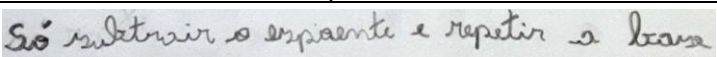
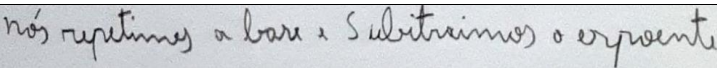
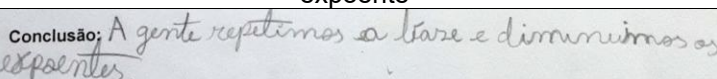
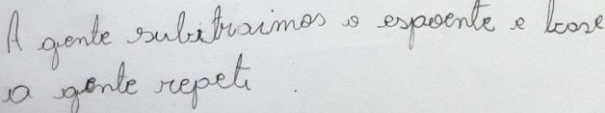
Quadro 109 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 06 – Turma A

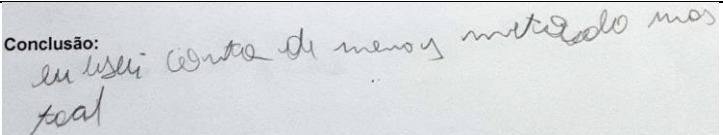
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	66,6%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	16,7%
Inválida	1	16,7%
Total	6	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Como é possível perceber, a turma A mantém na Atividade 06 o bom desempenho na elaboração de suas conclusões, com relação à atividade anterior, pois dois terços das equipes deram respostas classificadas como válidas e desejadas, enquanto menos de 20% foram avaliadas como inválidas, reforçando a evolução da turma. O Quadro 110 a seguir apresenta a validade das conclusões produzidas pelos grupos da turma B:

Quadro 110 – Conclusões das equipes sobre a divisão de potenciações de bases iguais – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B07, B11	 Transcrição: "Só repetir a base e subtrair os expoentes"	Válida, prevista e desejada
G2: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: "Nós repetimos a base e subtraímos o expoente"	Válida, prevista e desejada
G3: B10, B13 e B26	 Transcrição: "Só subtrair o expoente e repetir a base"	Válida, prevista e desejada
G4: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: "Nós repetimos a base e subtraímos o expoente"	Válida, prevista e desejada
G5: B22, B29, B30	 Transcrição: "Repetimos a base e diminuimos os expoentes"	Válida, prevista e desejada
G6: B23, B27, B28	 Transcrição: "Subtraímos o expoente e [a] base a gente repete"	Válida, prevista e desejada

G7: B04, B08, B12, B18	 Conclusão: Transcrição: "Eu usei conta de menos..." restante incompreensível.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Foram classificadas como respostas válidas e desejadas as conclusões de G1, G2, G3, G4, G5 e G6. Em todas elas as equipes responderam a base deveria ser repetida e os expoentes subtraídos, exatamente conforme esperado em nossas análises a priori. A única equipe que não obteve essa mesma classificação foi G7, que até mencionou o uso da subtração, mas que teve o restante de sua resposta incompreensível e, portanto, não passível de ser apontada como válida.

O Quadro 111 mostra as frequências absolutas e relativas das validades das conclusões das equipes da turma B na Atividade 06.

Quadro 111 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 06 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	6	85,7%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	14,3%
Inválida	0	0,0%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Pela primeira vez, seja na turma A ou B, uma atividade possui mais de 80% de conclusões classificadas como válidas e desejadas. Além disso, mais uma vez nenhum grupo teve sua resposta classificada como inválida, o que demonstra a evolução dos alunos com relação a essa proposta de ensino, tanto com relação ao trabalho em grupo quanto à necessidade de que chegassem a uma conclusão de como proceder mais rapidamente para chegar aos resultados, após as orientações iniciais do pesquisador.

Um outro fato interessante é que em ambas as turmas os estudantes já sabiam previamente que teriam que compartilhar as suas conclusões, e isso pareceu fazê-los se empenharem um pouco mais para que suas respostas não destoassem das dos demais grupos, já que alunos do 6º ano são, em geral, bastante competitivos. Dessa maneira, avaliamos a aplicação e os resultados da Atividade 06 como positivos.

Como já relatada em nossas análises a priori, por parte do pesquisador, houve nessa atividade certa dificuldade no planejamento da abordagem que seria dada à

divisão entre potenciações de mesma base de maneira diferente da simplificação de frações, uma vez que esses alunos ainda não haviam estudado este assunto até essa oportunidade. Foi necessário utilizar técnicas de simplificação de divisões, algo mais habitual aos discentes do 6º ano em seu primeiro semestre.

5.11 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 03 (DAS ATIVIDADES 05 E 06)

Ainda sem merenda escolar disponível, (ou seja, com o tempo total reduzido para 60 minutos) o 8º encontro em cada turma ocorreu em dias diferentes: na A aconteceu no dia 23/05, e na B no dia seguinte, em 24/05. Em ambas o objetivo dele era a resolução da Atividade de Aprofundamento 03, o que fazia referência às Atividades 05 e 06.

Na turma A estavam ausentes os alunos A03, A08, A10, A15 e A27, ou seja, havia 24 presentes. Foram necessários 15 minutos para a organização das equipes na turma, e após 30 minutos todas elas haviam concluído, tendo o pesquisador utilizado os minutos finais para fazer a correção no quadro.

O da turma B quase foi necessário que fosse adiado, pois logo no início dele o pesquisador percebeu que não havia trazido consigo as folhas da atividade de aprofundamento. Para que isso não de fato acontecesse, a alternativa foi escrever as questões no quadro para que os estudantes copiassem e pudessem resolver em seus cadernos.

Este imprevisto custou um tempo adicional para a resolução da atividade, mas ao todo não prejudicou de forma tão significativa o andamento dela, pois a maioria dos alunos conseguiu bem rapidamente resolver as questões, com a última equipe terminando-a após 30 minutos. No final da aula o pesquisador resolveu todas elas para a turma. Estavam presentes um total de 26 estudantes, e ausentes os alunos B02, B03, B10, B19 e B23.

Em ambas as turmas alguns alunos haviam esquecido a conclusão que haviam chegado nos dois últimos encontros, acerca da multiplicação e da divisão entre potenciações de bases iguais. Mas, com a orientação do pesquisador, rapidamente a maioria lembrou e conseguiu realizar a atividade sem maiores problemas.

5.12 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 07

No dia 24/05, data do encontro de número 9 na turma A, novamente não havia merenda na escola, portanto as aulas continuam contando com apenas 30 minutos cada. O objetivo único desse encontro, portanto, foi o de desenvolver a Atividade 07, das potenciações de expoente igual a 1. Vale ressaltar que, inicialmente, estava previsto para o 9º encontro a aplicação das atividades 08 e 09, mas por conta da diferença de tempo de aula ao longo de toda essa semana, esse cronograma precisou ser alterado.

Neste dia apenas 24 estudantes participaram deste encontro, os quais foram divididos em 7 grupos, sendo cinco com 4 estudantes cada, um com 3 e outro com apenas 1. Este último ficou sozinho devido a problemas com outros alunos da turma e, por isso, preferiu fazer a atividade individualmente. Estavam ausentes os alunos A05, A13, A18, A23 e A27.

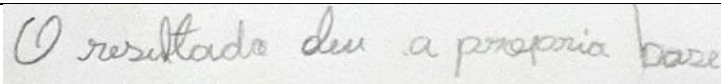
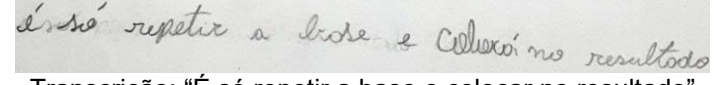
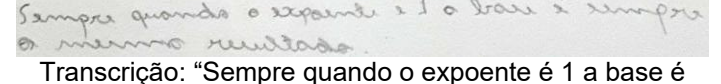
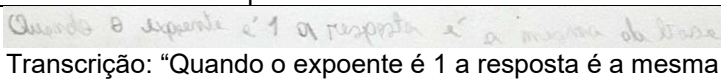
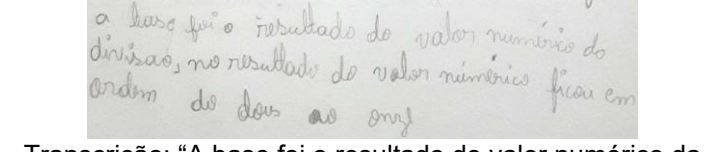
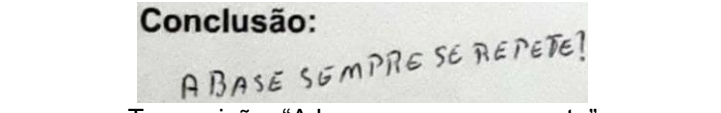
Foram necessários 10 minutos para organizar a turma e dar orientações acerca da atividade do dia. Importante a informação de que quase o encontro é adiado nessa turma, pois a direção escolar marcou de última hora uma reunião com todos os professores nos últimos horários, para tratar de questões internas da escola. Porém, o pesquisador conseguiu fazer uma troca com outra professora e acabou conseguindo adiantar suas aulas para os 3º e 4º horários, e assim conseguiu manter a data programada.

No dia seguinte ocorreu o 9º encontro da turma B e, especificamente nesse dia, havia merenda na escola (por questão de os professores terem feito uma coleta para comprar ingredientes para a produção de um mingau), portanto, a duração das aulas voltou ao tempo normal de 45 minutos cada. No caso dessa turma as aulas ocorreram antes e depois do intervalo.

Dessa forma, o pesquisador aproveitou para aplicar, além da Atividade 07, também a Atividade 08, sobre o expoente igual a zero, uma em cada horário. Estavam presentes 25 alunos, que foram divididos em sete grupos, sendo quatro com 4 discentes cada e três com 3, estando ausentes B01, B03, B07, B19, B23 e B31. Foram necessários 15 minutos iniciais para organização da turma e demais explicações. A primeira equipe terminou a atividade em 10 minutos, enquanto a última levou cerca de meia hora para a conclusão.

No quadro 112 podemos observar as conclusões produzidas pelas equipes da turma A e suas respectivas validades.

Quadro 112 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a 1 – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A19, A20	 Transcrição: “O resultado deu a própria base”	Válida, prevista e desejada
G2: A03, A06, A10, A26	 Transcrição: “O resultado é o mesmo da base”	Válida, prevista e desejada
G3: A07, A12, A16, A25	 Transcrição: “É só repetir a base e colocar no resultado”	Válida, prevista e desejada
G4: A08, A15, A17, A22	 Transcrição: “Sempre quando o expoente é 1 a base é sempre o mesmo resultado”	Válida, prevista e desejada
G5: A14, A21, A24, A29	 Transcrição: “Quando o expoente é 1 a resposta é a mesma da base”	Válida, prevista e desejada
G6: A02, A11, A28	 Transcrição: “A base foi o resultado do valor numérico da divisão, no resultado do valor numérico ficou em ordem do dois ao onze”	Válida, não prevista e não desejada
G7: A04	 Transcrição: “A base sempre se repete”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3, G4, G5 e G6 deram respostas consideradas válidas, mas só as dos cinco primeiros foram desejadas, pois G6 deu mais ênfase ao resultado do valor numérico que, de fato, é igual a base, do que ao expoente igual a um, que era o elemento central dessa atividade.

G7, o único “grupo” em que a atividade foi feita individualmente, também foi o único que elaborou uma conclusão avaliada como parcialmente válida, uma vez que a propriedade do expoente igual não é a única em que “a base sempre se repete” e, dessa forma, não sendo uma resposta totalmente adequada para essa atividade.

A seguir, o Quadro XX traz o quantitativo de validade das conclusões produzidas pelos grupos da Turma A.

Quadro 113 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 07 – Turma A

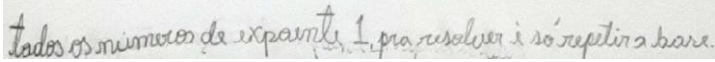
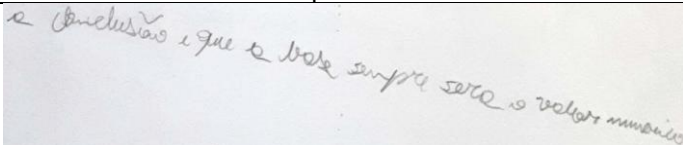
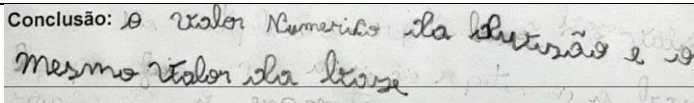
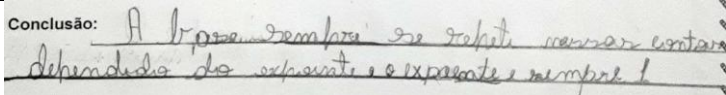
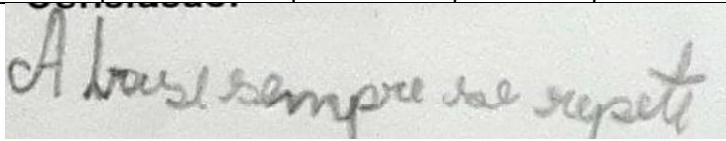
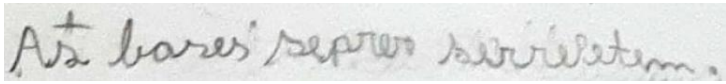
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	71,4%
Válida e não desejada	1	14,3%
Parcialmente válida	1	14,3%
Inválida	0	0,0%
Total	7	100,0%

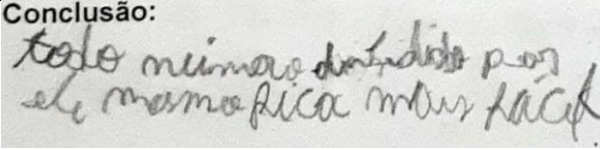
Fonte: Experimentação (2023)

Mais de 80% das equipes deram respostas julgadas como válidas, sendo que em torno de 70% elas também foram tidas como desejadas. Mais uma vez não tivemos a elaboração de conclusões inválidas, o que reflete a continuação do bom desempenho da turma com relação a sua produção.

Abaixo temos o Quadro 114, que mostra as conclusões realizadas na Atividade 07 pelas equipes da turma B.

Quadro 114 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a 1 – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B11, B20, B27, B28	 Transcrição: “Todos os números do expoente 1 pra resolver é só repetir a base”	Válida, prevista e desejada
G2: B04, B12, B18	 Transcrição: “A conclusão é que a base sempre será o valor numérico”	Válida, não prevista e não desejada
G3: B10, B13, B26	 Transcrição: “O valor numérico da divisão é o mesmo valor da base”	Válida, não prevista e não desejada
G4: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: “A base sempre se repete nessas contas dependendo do expoente e o expoente sempre 1”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G5: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: “A base sempre se repete”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G6: B22, B29, B30	 Transcrição: “As bases sempre se repetem”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

G7: B02, B05, B08, B14	Conclusão:  Transcrição: "Todo número dividido por ele mesmo fica mais fácil"	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B apenas um grupo, o G1, teve sua conclusão avaliada como validade e desejada ao mesmo tempo. G2 e G3 tiveram respostas válidas, porém deram ênfase à relação entre o valor da base e o resultado do valor numérico da divisão, sem mencionar o expoente igual a 1, portanto, não foram consideradas como desejadas.

As equipes G4, G5 e G6 produziram respostas tidas como parcialmente válidas, pois disseram que "a base sempre se repete" e, como já dissemos anteriormente, isso não é uma característica própria da propriedade em questão. G7 foi o único grupo entre as duas turmas que teve sua resposta conclusão invalidada, e isso aconteceu porque não havia nenhuma divisão de um número por ele mesmo nessa atividade, com ela sugere.

O Quadro 115 a seguir apresenta as frequências da validade das conclusões na Atividade 07, elaboradas pelos grupos da turma B.

Quadro 115 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 07 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	14,3%
Válida e não desejada	2	28,6%
Parcialmente válida	3	42,8%
Inválida	1	14,3%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Em geral, o desempenho da turma B diminuiu com relação a algumas atividades anteriores pois apenas de 15% das respostas foram avaliadas como válidas e desejadas, apesar da quantidade de conclusões inválidas ter sido baixa também, de igual frequência relativa. A maior parte das respostas foi classificada como válida e não desejada ou parcialmente válida.

Na verdade, em nossa concepção, houve um equívoco em nosso planejamento para esta atividade, que só foi percebido durante a sua aplicação. Na Atividade 07 os estudantes deveriam calcular a divisão entre potenciações no seguinte formato: $a^{n+1} \div a^n$, cujo resultado seria a^1 na forma de potenciação e a , como valor numérico.

Num primeiro momento pensou-se que os estudantes poderiam, com alguma facilidade, resolver a expressão $5^4 \div 5^3$ na forma $625 \div 125 = 5$, como foi sugerido a eles, no entanto, houve grande dificuldade por parte de todos os grupos no momento da resolução por este método.

Alguns até conseguiram resolver os primeiros itens fazendo dessa forma, porém percebemos que levariam um tempo muito maior do que o que estava disponível a eles e, por isso, foi preciso mudar a estratégia durante a execução da atividade. Dessa maneira, foi dito a eles que fizessem de forma semelhante a que tinham feito na atividade anterior, transformando as potenciações em multiplicações e depois simplificando os fatores devido à divisão. A partir daí todas as equipes conseguiram dar prosseguimento na atividade bem rapidamente, com as últimas a terminando após 35 minutos desde o início.

Outro problema detectado foi o fato de as questões da atividade proposta estarem com as bases da potenciação na sequência numérica dos Naturais, de 2 a 11. Isso acabou interferindo nas observações feitas por alguns grupos, que, em nossa concepção, foram induzidos ao erro de que o que poderia ser observado ao resolver a coluna do meio da atividade era justamente o fato de que eles estavam em sequência, e não que o expoente de todos era igual a 1. Assim, o pesquisador, questionou à toda turma se, além dessa observação, não havia outra mais pertinente, e algumas equipes perceberam a questão de todos os expoentes serem iguais a 1, mas outras equipes não.

Apesar de todas essas questões, avaliamos que a atividade decorreu de forma satisfatória, com a maioria dos grupos elaborando conclusões válidas, após a interferência do pesquisador. Em nossas análises a priori já havíamos dito que talvez alguns alunos demonstrassem dificuldades ao realizar essa atividade, pois ela tem um estilo diferentes das anteriores. Portanto, consideramos positiva a realização da Atividade 07.

5.13 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 08

Pela primeira vez na aplicação desta sequência didática, a turma B realizou uma atividade antes da turma A. Como já foi dito antes, isso aconteceu porque no dia em que ocorreu o 9º encontro da turma A, não havia merenda para os alunos, e então o tempo de aula foi reduzido, sendo suficiente apenas para a aplicação da Atividade

07; por sua vez, o 9º encontro da turma B aconteceu no dia seguinte, em que havia merenda, e então em 90 minutos foi possível realizar as Atividades 07 e 08.

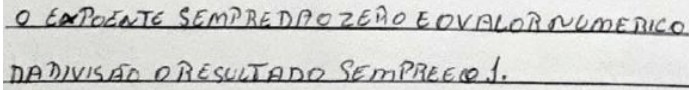
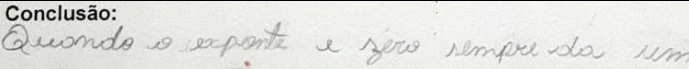
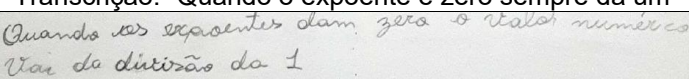
A turma B, portanto, realizou Atividade 08 com a mesma quantidade e configuração de grupos e alunos que da atividade anterior: 25 alunos, que foram divididos em sete grupos, sendo quatro com 4 discentes cada e três com 3, estando ausentes B01, B03, B07, B19, B23 e B31. Ela aconteceu no horário após o intervalo, no dia 25/05, com a primeira equipe terminando em 20 minutos e a última em meia hora, sobrando os 15 minutos finais para as considerações do pesquisador.

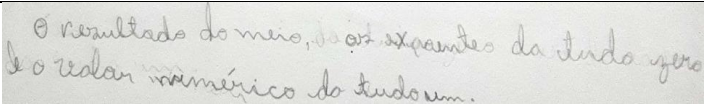
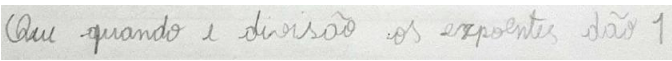
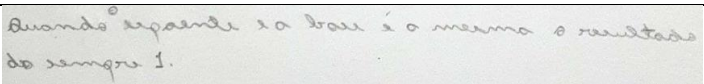
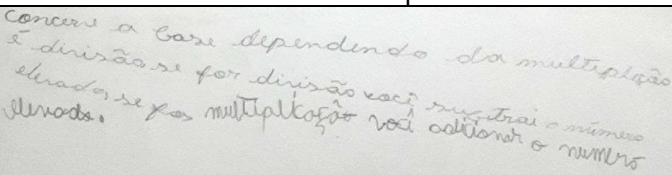
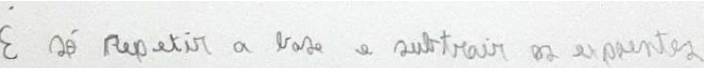
O encontro com a turma A aconteceu apenas no dia 29/05, no 3º e 4º horários, em um cenário de não haver merenda escolar ainda presente. Além disso, esta turma terminou a semana anterior “atrasada” com relação à outra, assim, o pesquisador utilizou os 60 minutos já previstos para essa e mais 15 da outra turma, para que elas pudessem ficar igualadas. Assim, foram realizadas na turma A as Atividades 08 e 09, respectivamente do expoente igual a zero e da base igual a zero.

O tempo foi distribuído da seguinte forma: os 15 minutos iniciais para a organização da turma e orientações da primeira atividade do dia; 20 minutos para todas as equipes realizarem a atividade (sendo que a primeira precisou de apenas 15); mais 20 para orientações e resolução da segunda atividade; e, por fim, os últimos 20 para a socialização no quadro das conclusões das duas atividades, bem como a formalização do assunto. Estavam presentes 24 alunos neste dia, divididos em 8 grupos com dois contendo 4 integrantes, quatro com 3 e dois com 2 cada, sendo os ausentes o A02, A06, A08, A16 e A18.

No quadro 116 abaixo trazemos as validades das conclusões produzidas pelas equipes da turma A.

Quadro 116 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a zero – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A04, A28	 Transcrição: “O expoente dá o zero e o valor numérico da divisão o resultado [é] sempre o 1”	Válida, prevista e desejada
G2: A07, A12, A19	Conclusão:  Transcrição: “Quando o expoente é zero sempre dá um”	Válida, prevista e desejada
G3: A01, A09, A20, A29	 Transcrição: “Quando os expoentes dão zero o valor numérico da divisão dá 1”	Válida, não prevista e não desejada

G4: A15, A17, A23	 Transcrição: “O resultado do meio, os expoentes dão tudo zero e o valor numérico dá tudo um”	Válida, não prevista e não desejada
G5: A03, A10, A26	 Transcrição: “Que quando é divisão os expoentes dão 1”	Inválida, não prevista e não desejada
G6: A05, A13, A22	 Transcrição: “Quando o expoente e a base são a mesma o resultado dá sempre 1”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: A11, A27	 Transcrição: “Conserve a base, dependendo da multiplicação e [da] divisão. Se for divisão você subtrai o número elevado, se for multiplicação vai adicionar o número elevado”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: A14, A21, A24, A25	 Transcrição: “É só repetir a base e subtrair os expoentes”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Com base em nossas análises prévias, neste trabalho defendemos que todo número elevado a zero (mesmo quando a base é nula) é igual a 1. Mesmo que não fosse dessa forma, nessa etapa da aplicação de nossa sequência didática os alunos não teriam condições de fazer qualquer distinção do contrário disso, pois a discussão a respeito da expressão 0^0 ainda não havia sido feita. Portanto, consideramos válida e desejada toda resposta para essa atividade que se assemelhe a “todo número elevado a zero é igual a 1”.

Isto posto, as equipes G1 e G2 formularam respostas consideradas válidas e desejadas porque o fizeram conforme esperado em nossas análises a priori. G3 e G4 também elaboraram conclusões válidas, porém, não estabeleceram a relação direta entre o expoente igual a zero e o resultado 1: o primeiro grupo deu ênfase à divisão e seu valor numérico resultante, e o segundo não fez relação entre as colunas.

G5, G6, G7 e G8 tiveram suas conclusões caracterizadas como inválidas, não previstas e não desejadas. Esses grupos pareceram se confundir com as repostas das atividades anteriores, pois trazem algumas características delas, mas que não se encaixam para a atividade atual. G8, por exemplo, utilizou o enunciado literal da propriedade da divisão de bases iguais.

O Quadro 117 a seguir apresenta o quantitativo de frequências das validades das conclusões produzidas pelas equipes da turma A na Atividade 08.

Quadro 117 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 08 – Turma A

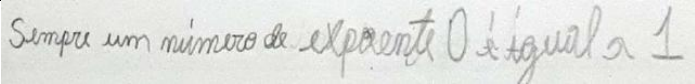
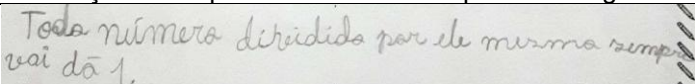
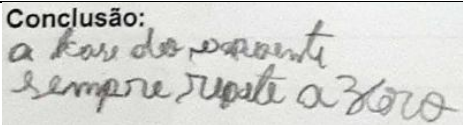
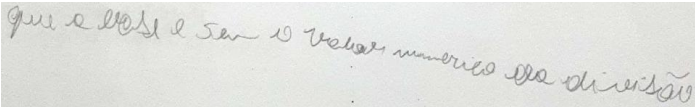
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	2	25,0%
Válida e não desejada	2	25,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	4	50,0%
Total	8	100,0%

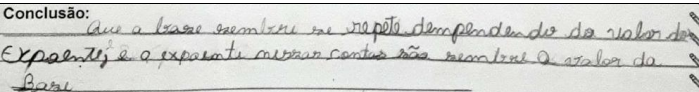
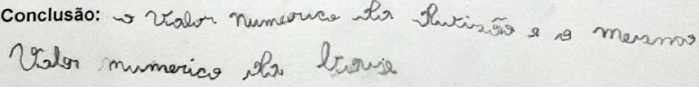
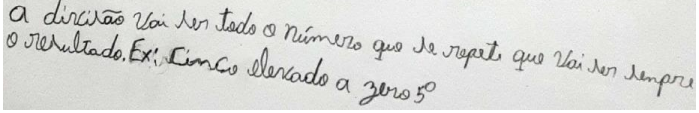
Fonte: Experimentação (2023)

Desta vez, metade das respostas foi considerada válida e a outra, inválida, no entanto, apenas a metade das válidas foi tida como desejada. Isso demonstra que a maioria dos estudantes manteve algumas das dificuldades da atividade anterior, em especial a da necessidade de relacionar uma coluna com a outra e de focar mais nos conceitos relacionados à potenciação em si.

Apesar disso, considerando que mesmo que a maioria das respostas não tenha sido como se esperava, a resolução em si da atividade foi um sucesso, com grande parte das equipes tendo resolvido todas as questões corretamente, e que no momento de generalização dos conceitos os estudantes pareceram compreender bem a mensagem proposta, avaliamos com satisfatória a aplicação dessa atividade na turma A. O Quadro 118 mostra as conclusões elaboradas pelos grupos da turma B na Atividade 08.

Quadro 118 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de expoente igual a zero – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B11, B20, B27, B28	 Transcrição: "Sempre um número de expoente 0 é igual a 1"	Válida, prevista e desejada
G2: B22, B29, B30	 Transcrição: "Todo número dividido por ele mesmo sempre vai dar 1"	Válida, prevista e não desejada
G3: B02, B05, B08, B14	 Transcrição: "a base do expoente sempre repete a zero"	Inválida, não prevista e não desejada
G4: B04, B12, B18	 Transcrição: "que a base e sempre o mesmo número de divisão"	Inválida, não prevista e não desejada

	Transcrição: “Que a base é sem[pre] o valor numérico da divisão”	
G5: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: “Que a base sempre se repete dependendo do valor do expoente, e o expoente nessas contas são sempre o valor da base”	Inválida, não prevista e não desejada
G6: B10, B13, B26	 Transcrição: “O valor numérico da divisão é o mesmo valor numérico da base”	Inválida, prevista e não desejada
G7: B15, B17, B24, B25	 Transcrição: “A divisão vai ser todo o número que se repete que vai ser sempre o resultado. Ex: cinco elevado a zero 5⁰”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Conforme estabelecemos em nossas análises a priori, apenas G1 teve sua conclusão caracterizada como válida e desejada na turma B. G2 também teve sua resposta classificada como válida e até esperada, no entanto não desejada porque abordou o fato da divisão de um número por ele mesmo ser sempre igual a 1, o que não se tratava do objetivo principal da atividade.

As conclusões de G3, G4, G5, G6 e G7 foram avaliadas como inválidas pois, em geral, trazem informações que não condizem com a verdade. Por exemplo, o grupo G3 usou a expressão “a base do expoente”, a qual não possui sentido algum. Já G5 e G6 discorrem sobre o valor da base, talvez confundindo sobre o que viram na atividade anterior, do expoente igual a 1, mas que não se aplica a esta.

No Quadro 119 trazemos as informações referentes às frequências das validades das conclusões elaboradas pelas equipes da turma B.

Quadro 119 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 08 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	14,3%
Válida e não desejada	1	14,3%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	5	71,4%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

O resultado da Atividade 08 na turma B não foi bom. Menos de 15% dos grupos tiveram reposta considerada válida e desejada, e mais de 70% foi caracterizada como inválida. A expectativa em nossas análises a priori eram de que os alunos tivessem

nessa atividade dificuldade menor do que na anterior, já que são bastante parecidas e, supostamente, eles já estariam mais acostumados a como proceder. Não foi isso que observamos nos números finais, demonstrados no Quadro 119.

Outro fato importante a ser abordado é que alguns alunos relataram certa insatisfação em trabalhar em grupos, pois alguns colegas estariam se aproveitando dessa condição para não fazer nada e, conseqüentemente, sem ajudar a sua equipe. Além disso, alguns desentendimentos (comuns entre crianças dessa idade) afetaram a composição dos grupos. Acreditamos que esses fatos podem ter exercido efeito negativo no desempenho dos discentes.

Mesmo diante de todos esses problemas, devido às resoluções corretas encontradas nas atividades e ao momento de generalização dos conceitos relacionados a elas, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 08. A evolução da maioria dos alunos foi notória, tanto com relação aos conhecimentos obtidos como na forma de resolução das atividades.

5.13 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 09

Como já dito anteriormente, a Atividade 09 foi realizada na turma A no mesmo dia que a Atividade 08, no 4º horário, em 29/05, início da quarta semana de aplicação da sequência didática. Estavam presentes 24 alunos, divididos em 8 grupos com dois contendo 4 integrantes, quatro com 3 e dois com 2 cada, sendo os ausentes o A02, A06, A08, A16 e A18.

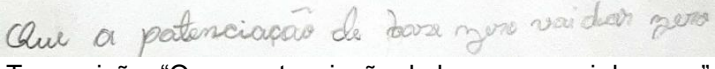
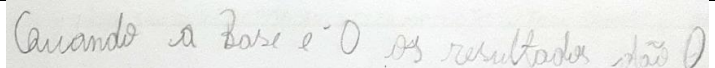
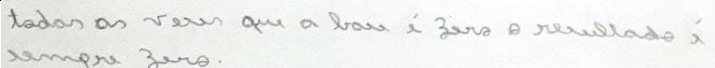
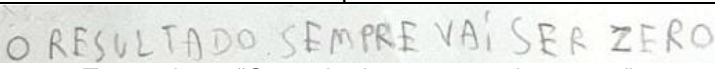
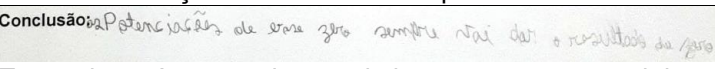
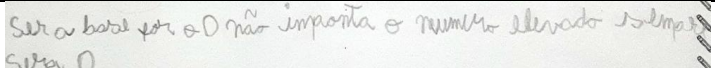
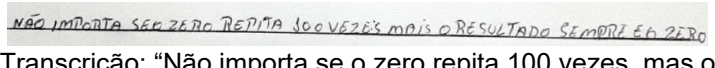
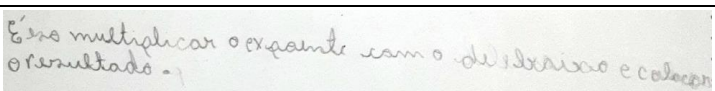
Considerando que ainda não havia chegado merenda na escola e que tinham sido gastos 35 minutos para a organização e resolução da Atividade 08, sobraria apenas 25 minutos para esta atividade, porém, como a turma B estava adiantada com relação a esta, foram utilizados 15 minutos dos 60 reservados para ela, totalizando 40 para a turma A realizar a Atividade 09. Eles foram distribuídos da seguinte forma: 20 para a explicação e conclusão da atividade e os últimos 20 para a socialização no quadro das respostas das duas atividades, bem como a formalização do assunto.

Na turma B, como dissemos, tivemos 15 minutos de atraso para o início, restando apenas 45 para realizar a Atividade 09. Dessa forma, foram gastos 10 minutos para organizar os estudantes e dar a eles orientações acerca da atividade. As equipes precisaram de 20 minutos para finalizá-la, e nos 15 minutos finais foram feitas as socializações no quadro e a formalização matemática.

Foi registrada a presença de 23 estudantes neste encontro, separados em sete equipes, sendo três com 4 discentes, outras três com 3 e uma com 2 membros, estando ausentes os alunos B08, B10, B14, B17, B18, B19, B27 e B31.

No Quadro 120 a seguir temos em detalhes as conclusões e suas respectivas validades, feitas pelos grupos da turma A na Atividade 09.

Quadro 120 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de base igual a zero – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A20, A29	 Transcrição: “Que a potenciação de base zero vai dar zero”	Válida, prevista e desejada
G2: A03, A10, A26	 Transcrição: “Quando a base é 0 os resultados dão 0”	Válida, prevista e desejada
G3: A05, A13, A22	 Transcrição: “Todas as vezes que a base é zero o resultado é sempre zero”	Válida, prevista e desejada
G4: A07, A12, A19	 Transcrição: “O resultado sempre vai ser zero”	Válida, prevista e desejada
G5: A14, A21, A24, A25	 Transcrição: “As potenciações de base zero sempre vai dar o resultado zero”	Válida, prevista e desejada
G6: A11, A27	 Transcrição: “Se a base for 0 não importa o número elevado sempre será 0”	Válida, não prevista e desejada
G7: A04, A28	 Transcrição: “Não importa se o zero repita 100 vezes, mas o resultado sempre é o zero”	Válida, prevista e não desejada
G8: A15, A17, A23	 Transcrição: “É só multiplicar o expoente com o de baixo e colocar o resultado”	Parcialmente válida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Mais uma vez é importante ressaltar que estes alunos, de 6º ano, ainda não haviam estudado sobre números negativos nessa altura do ano, além disso, até então não tinham tido nenhuma discussão a respeito da expressão 0^0 , portanto, foi considerada válida toda resposta que se assemelhava com a afirmação “quando a base é igual a zero, o resultado será igual a zero”. Assim sendo, foram avaliadas como válidas e desejadas as respostas de G1, G2, G3, G4, G5 e G6. A conclusão deste

último grupo foi assim considerada por entendermos que a expressão “o número elevado” tem como significado algo como “a potenciação”.

A resposta de G7 também foi caracterizada como válida, no entanto, não desejada, pois é verdade que se o zero se repetir muitas vezes, por conta uma potenciação, ainda assim o resultado será zero, porém faltou, em nossa concepção, uma melhor explicação por parte da equipe. A conclusão de G8 foi avaliada como parcialmente válida porque só será verdadeira para este caso em específico, e não para todo tipo de potenciação.

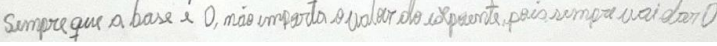
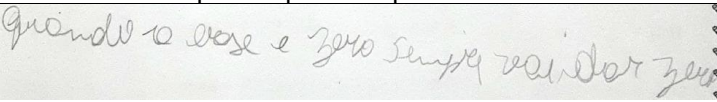
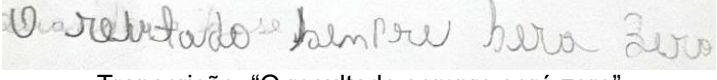
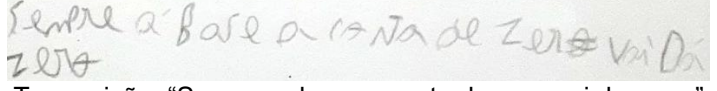
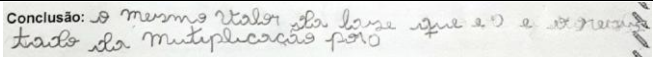
Quadro 121 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 09 – Turma A

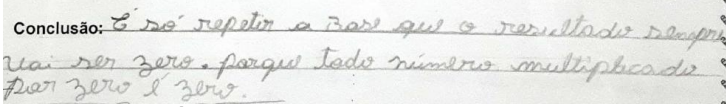
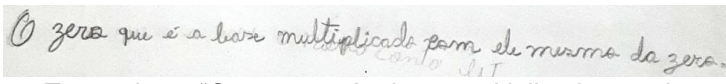
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	6	75,0%
Válida e não desejada	1	12,5%
Parcialmente válida	1	12,5%
Inválida	0	0,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Quase 90% das equipes produziram conclusões que foram classificadas como válidas, onde 75% eram desejadas. Não houve nenhuma resposta inválida desta vez. É um excelente índice, principalmente quando comparado com o da atividade anterior. Dessa forma, classificamos como positiva a aplicação da referida atividade na turma em questão. A seguir, o Quadro 122 apresenta as validades das conclusões elaboradas por cada uma das equipes da turma B na Atividade 09.

Quadro 122 – Conclusões das equipes sobre a potenciação de base igual a zero – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B07, B11	 Transcrição: “Sempre que a base é 0, não importa o valor do expoente pois sempre vai dar 0”	Válida, prevista e desejada
G2: B02, B04, B05, B12	 Transcrição: “Quando a base é zero sempre vai dar zero”	Válida, prevista e desejada
G3: B03, B29, B30	 Transcrição: “O resultado sempre será zero”	Válida, prevista e desejada
G4: B20, B23, B28	 Transcrição: “Sempre a base a conta de zero vai dar zero”	Válida, prevista e desejada
G5: B13, B26	 Transcrição: “Conclusão: o mesmo valor da base que é 0 e a potência de 0”	Válida, prevista e

	Transcrição: “O mesmo valor da base que é o zero é o resultado da multiplicação por 0”	não desejada
G6: B06, B09, B16, B21	 Conclusão: É só repetir a base que o resultado sempre vai ser zero, porque todo número multiplicado por zero é zero. Transcrição: “É só repetir a base que o resultado sempre vai ser zero, porque todo número multiplicado por zero é zero”	Válida, não prevista e não desejada
G7: B15, B22, B24, B25	 Transcrição: “O zero que é a base multiplicado por ele mesmo dá zero”	Parcialmente válida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Foram caracterizadas como válidas e desejadas as conclusões produzidas pelos grupos G1, G2, G3 e G4, pois são diretos em dizer que a resposta será igual a zero. G5 e G6 também foram consideradas respostas válidas, porém não desejadas, porque deu ênfase ao fato de toda multiplicação por zero ser sempre igual a zero, o que não se tratava do cerne dos objetivos da atividade. Já G7 teve sua conclusão avaliada apenas como parcialmente válida porque não faz menção direta a uma potenciação, necessariamente.

No Quadro 123 abaixo mostramos o resumo quantitativo de validades das frequências da Atividade 09 na turma B.

Quadro 123 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 09 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	57,1%
Válida e não desejada	2	28,6%
Parcialmente válida	1	14,3%
Inválida	0	0,0%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B tivemos um alto índice de respostas classificadas como válidas: aproximadamente 85%, das quais pouco mais de 57% foram avaliadas como desejadas. Adicionalmente, não tivemos registro de conclusões invalidadas, assim como registrado na turma A. Esse resultado reflete o fato dessa atividade ser bastante parecida com as iniciais, as quais os estudantes já tinham afinidade. Todos esses fatores nos fazem considerar que a aplicação da Atividade 09 foi positiva em ambas as turmas.

Ademais, se mostrou interessante os alunos da turma A fazerem as atividades 08 e 09 (de expoente igual a zero e expoente igual a zero, respectivamente) no mesmo

dia, pois ao fim do encontro gerou-se a seguinte discussão: qual o valor de 0^0 ? Como não havia mais tempo para explicações, o pesquisador deixou a pergunta no ar prometeu explicar melhor na próxima oportunidade, enquanto alguns alunos ficaram discutindo entre si qual o valor correto. Essa mesma dinâmica final também ocorreu na turma B, porém as referidas atividades não foram feitas no mesmo dia, não gerando o mesmo impacto inicial que na turma A.

5.14 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 04 (DAS ATIVIDADES 07, 08 E 09)

As duas turmas tiveram os seus respectivos 11º encontros no dia 31/05, pois no dia anterior foi realizada a OBMEP, o que não tornou possível a turma A ter tido o seu naquele dia. Como a escola continuava sem merenda, as aulas continuavam reduzidas a meia hora cada. O objetivo do dia em ambas as turmas era o de realizar a Atividade de Aprofundamento 04, referente às Atividades 07, 08 e 09, respectivamente sobre expoente igual a 1, expoente igual a zero e base igual a zero, e no final fazer uma discussão acerca da expressão 0^0 .

Na turma A, passados os 15 minutos iniciais de organização da turma e mais 5 para dar as orientações da atividade, as equipes demoraram cerca de 15 minutos para realizar a atividade. Nos 25 minutos finais ela foi resolvida no quadro e o pesquisador fez considerações a respeito ao valor de zero elevado a zero. Estavam presentes 26 alunos, com as ausências de A04, A06 e A13.

Já na turma B o tempo decorreu de maneira bastante semelhante ao da turma A: 15 minutos de organização dos grupos e orientação da atividade; mais 15 para as equipes a resolverem, e outros 20 para a correção no quadro e considerações sobre 0^0 . Nos últimos 10 minutos foram dados alguns avisos aos estudantes a respeito de um evento escolar que aconteceria na semana seguinte. Estavam ausentes neste dia os alunos B16 e B19, portanto, houve 29 presentes.

Alguns estudantes demoraram um pouco a lembrar das propriedades vistas nos encontros anteriores, principalmente a do expoente igual a zero, que muitos insistiam que o resultado era igual a zero. Porém, após algumas considerações feitas pelo pesquisador e, principalmente, ao resolver as questões no quadro, a maioria deles pareceu lembrar das atividades anteriores, nas quais havíamos chegado em conclusões apropriadas das propriedades.

Sobre a expressão 0^0 foi explicado que a classificação da matemática como ciência imutável, de caráter sempre pronto e acabado não é unânime. Assim como em outras ciências, muito é discutido por seus estudiosos sobre os seus aspectos, sejam eles gerais ou específicos. Também foi dito que, dependendo do contexto, o valor de 0^0 pode ser 1 ou indeterminado, e que naquele em que eles se encontram atualmente, que é o escolar, o valor a ser considerado deveria ser o de 1. Posteriormente, ao estudarem assuntos mais avançados em matemática, a resposta poderia se tornar o de indeterminação, porém nunca zero, como muitos haviam respondido inicialmente.

Além disso, a impressão tida pelo pesquisador, por meio de sua observação, é de que, até esse momento da aplicação da sequência didática, a maioria dos estudantes estava realmente aprendendo o assunto, enquanto alguns não. Isso, entre outros motivos, poderia estar acontecendo porque alguns alunos aproveitavam o fato de as atividades serem realizadas em grupo para ficarem conversando, não necessariamente sobre o assunto da aula. Também passava a impressão de que alguns dos estudantes não estavam mais gostando de trabalharem em grupos, como se, por não ser mais novidade para eles como foi no início das aplicações, tivesse caído na rotina e não estivessem mais com o mesmo interesse que antes.

Apesar disso, no âmbito geral, os estudantes como um todo pareciam estar mais motivados com as aulas acontecendo dessa forma do que da maneira como esses conteúdos seriam ministrados tradicionalmente. Pelo nosso planejamento, no encontro seguinte estava programado de medirmos novamente o grau de satisfação deles, tal como foi feito no início das atividades. Quanto à aprendizagem, só poderíamos ter certeza dos resultados após a aplicação do pós-teste.

5.15 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 10

Devido aos atrasos recorrentes provenientes da falta de merenda na escola aliado ao início do período de provas já para o início do mês de junho, além de outras dificuldades, nosso planejamento inicial de aplicar as 16 atividades dessa sequência didática ainda no primeiro semestre do ano de 2023 não se concretizou. Por isso, a Atividade 10 foi a última de uma pausa que durou aproximadamente dois meses e meio, pois em julho são as férias escolares no estado do Pará e geralmente os

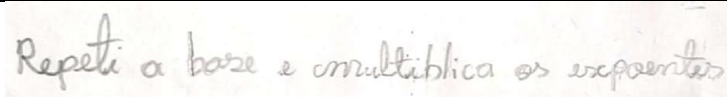
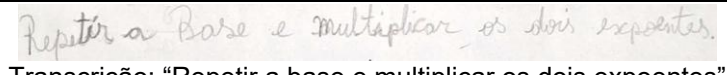
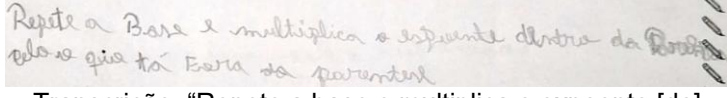
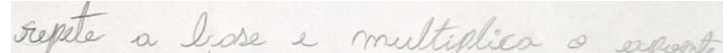
estudantes demoram alguns dias para efetivamente retornarem, em grande número, no mês de agosto.

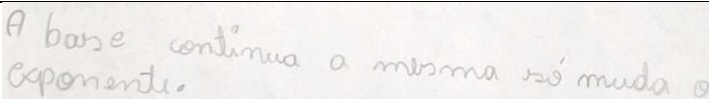
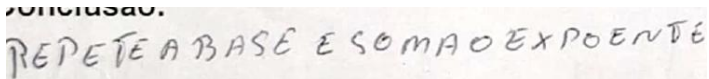
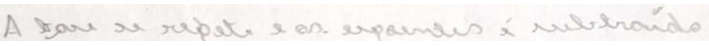
Novamente o encontro aconteceu primeiro na turma B, no dia 1º de junho. Na oportunidade estavam presentes 27 estudantes, distribuídos em nove grupos da seguinte forma: dois grupos com 4, cinco com 3 membros e dois com 2 cada. Estavam ausentes os alunos B05, B19, B24 e B31. O início aconteceu às 08:30, no terceiro horário, foram gastos 15 minutos para organização da turma e explicação da atividade, mais 25 minutos para todas as equipes terminarem e 20 minutos para a generalização dos conteúdos e mais a produção de um bilhete sobre o que os alunos estavam achando das atividades naquele formato, além de serem avisados que as atividades desse projeto seriam retomadas em agosto.

Na turma A o 12º encontro aconteceu somente no dia 05/06, por ocasião do atraso ocorrido por conta da realização da OBMEP. Ele aconteceu no 3º e 4º horários, tendo começado, inclusive, 10 minutos adiantados do horário habitual do período sem merenda. Foram necessários 13 minutos para organizar a turma e explicar a atividade, 26 minutos para concluí-la e o restante do tempo para a generalização, produção do bilhete sobre a opinião deles e mais a explicação do retorno do projeto. Estavam presentes 2 alunos, distribuídos em sete grupos da seguinte forma: quatro equipes com 4 integrantes cada; um com 3 estudantes, um com 2 e outro com apenas um componente. Estavam ausentes os alunos A06, A07, A08, A17, A24, A27 e A29.

O Quadro 124 a seguir mostra as conclusões das equipes da turma A na Atividade 10 e suas respectivas validades.

Quadro 124 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A20	 Transcrição: "Repete a base e multiplica os expoentes"	Válida, prevista e desejada
G2: A02, A03, A10, A26	 Transcrição: "Repetir a base e multiplicar os dois expoentes"	Válida, prevista e desejada
G3: A05, A14, A21, A25	 Transcrição: "Repete a base e multiplica o expoente [de] dentro do parêntese pelo que tá fora do parêntese"	Válida, prevista e desejada
G4: A12, A16, A18, A19	 Transcrição: "Repete a base e multiplica o expoente"	Válida, prevista e desejada

G5: A11, A28	 Transcrição: "A base continua a mesma, só muda o expoente"	Válida, não prevista e não desejada
G6: A04	 Transcrição: "Repete a base e soma o expoente"	Inválida, não prevista e não desejada
G7: A15, A13, A22, A23	 Transcrição: "A base se repete e o expoente é subtraído"	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3 e G4 tiveram respostas avaliadas como válidas e desejadas, pois afirmaram que a base repetia e os expoentes eram multiplicados. G5 também deu uma resposta classificada como válida, pois se trata de uma afirmação verdadeira, porém, não menciona o que acontece com os expoentes para que fique diferente o da resposta final, por isso se mostrou não desejada.

G6 e G7 apresentaram conclusões caracterizadas como inválidas porque remetem à outras, retiradas de atividades anteriores, como as da multiplicação e da divisão entre potenciações de bases iguais, respectivamente. Ou seja, não fazem nenhum sentido com relação a atual.

O Quadro 125 sintetiza quantitativamente as validades das conclusões produzidas pelas equipes da turma A na Atividade 10.

Quadro 125 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 10 – Turma A

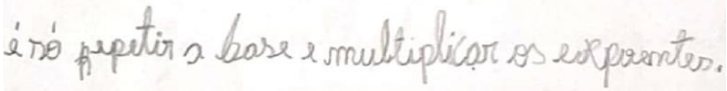
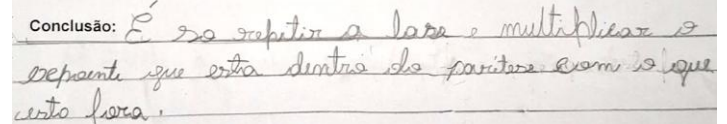
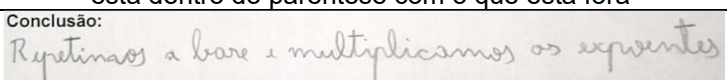
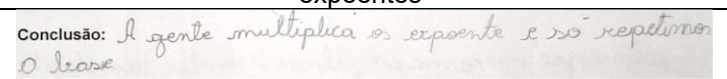
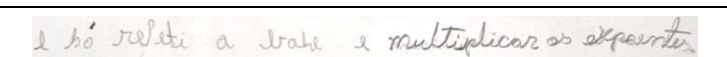
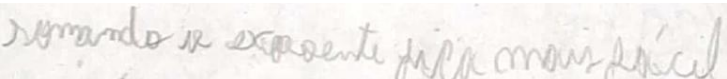
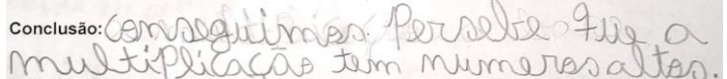
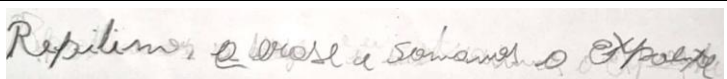
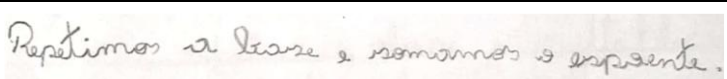
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	57,1%
Válida e não desejada	1	14,3%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	2	28,6%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Como pode ser observado, cerca de 70% dos grupos elaboraram respostas classificadas como válidas, sendo que mais da metade eram desejadas, e somente as restantes foram avaliadas como inválidas. Temos, portanto, um resultado positivo da Atividade 10 na turma A.

No Quadro 126 a seguir são mostradas as conclusões e suas validades, das equipes da turma B na Atividade 10.

Quadro 126 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação da Potenciação – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B07, B11	 Transcrição: “É só repetir a base e multiplicar os expoentes”	Válida, prevista e desejada
G2: B06, B09, B16, B21	 Transcrição: “É só repetir a base e multiplicar o expoente que está dentro do parêntese com o que está fora”	Válida, prevista e desejada
G3: B15, B17, B25	 Transcrição: “Repetimos a base e multiplicamos os expoentes”	Válida, prevista e desejada
G4: B20, B23, B27, B28	 Transcrição: “A gente multiplica os expoentes e só repetimos a base”	Válida, prevista e desejada
G5: B22, B29	 Transcrição: “É só repetir a base e multiplicar os expoentes”	Válida, prevista e desejada
G6: B02, B08, B14	 Transcrição: “Somando o expoente fica mais fácil”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B03, B30	 Transcrição: “Consequimos perceber que a multiplicação tem números altos”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B04, B12, B18	 Transcrição: “Repetimos a base e somamos o expoente”	Inválida, não prevista e não desejada
G9: B10, B13, B26	 Transcrição: “Repetimos a base e somamos o expoente”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

G1, G2, G3, G4 e G5 tiveram suas conclusões classificadas como válidas e desejadas. Esses grupos deram respostas que se adequaram perfeitamente ao que fora previsto e desejado em nossas análises a priori. Já G6, G7, G8 e G9 produziram análises finais que foram caracterizadas como inválidas, os dois primeiros porque responderam algo completamente sem sentido para a referida atividade, e os dois últimos porque utilizaram a propriedade da multiplicação entre potenciações de bases iguais, talvez por terem desenvolvido a potenciação e não percebido que era mais fácil multiplicar os expoentes iniciais.

O Quadro 127 apresenta o resumo quantitativo das frequências das validades das conclusões elaboradas pelos grupos da turma B.

Quadro 127 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 10 – Turma B

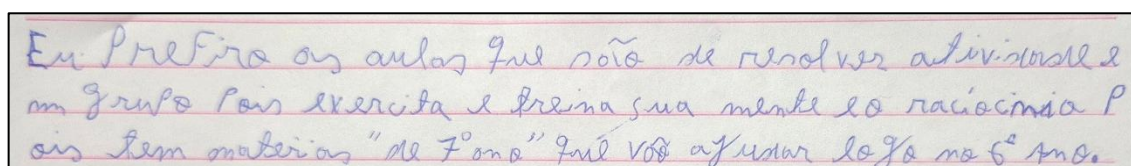
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	55,6%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	4	44,4%
Total	9	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Mais da metade dos grupos desenvolveu conclusões válidas e desejadas, porém, é de se destacar a alta porcentagem de respostas tidas como inválidas que, por vezes, acontecem por desatenções dos estudantes, por outras por falta de compromisso de alguns. Ainda assim, bem como na turma A, avaliamos como positiva a realização da Atividade 10 na turma B.

Portanto, como seria necessária uma pausa na aplicação das atividades, pelos motivos já citados anteriormente, nos programamos para saber como estavam as percepções dos alunos quanto à execução da sequência didática. Para isso, pedimos para eles escreverem em uma tira de papel suas opiniões, as quais algumas delas podem ser vistas nas figuras a seguir.

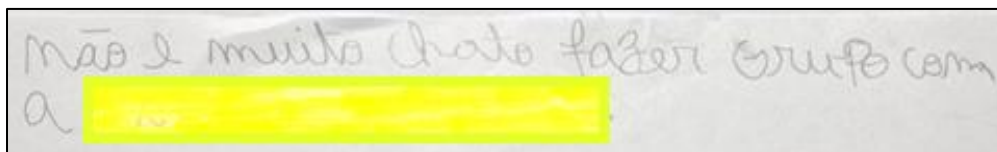
Figura 34 – Exemplo de opinião positiva sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma A, ao fim da Atividade 10



Fonte: Experimentação (2023)

Na Figura 34 o aluno A6 relata gostar das atividades serem em grupos, pois desenvolve o seu raciocínio lógico, o que o prepararia melhor para o que ele iria estudar no ano seguinte.

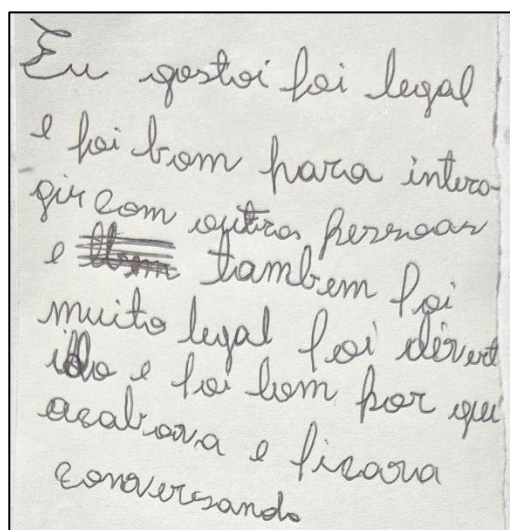
Figura 35 – Exemplo de opinião negativa sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma A, ao fim da Atividade 10



Fonte: Experimentação (2023)

Na Figura 35 a aluna A3 diz não gostar de fazer grupo com uma colega em específico.

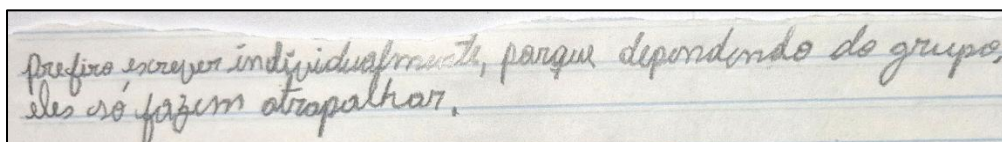
Figura 36 – Exemplo de opinião positiva sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma B, ao fim da Atividade 10



Fonte: Experimentação (2023)

Na Figura 36 a aluna B16 revela gostar de fazer trabalho em grupo porque ela interage com os colegas e conversa com eles quando terminam a atividade.

Figura 37 – Exemplo de opinião negativa sobre o processo de aplicação da sequência didática na turma B, ao fim da Atividade 10



Fonte: Experimentação (2023)

Na Figura 37 o aluno B11 diz preferir fazer os trabalhos individualmente, pois é atrapalhado dependendo de qual colega faça parte de sua equipe.

Pelas respostas das figuras mostradas agora e comparando com as das exibidas ao fim da Atividade 01 é possível constatar que ainda temos tanto alunos satisfeitos quanto outros insatisfeitos com a proposta de ensino apresentada nesta sequência didática. O pesquisador chegou a ouvir questionamentos como “Professor, quando vamos parar de fazer atividade e ver a matéria mesmo, copiando o assunto do quadro?” ou “Professor, quando vamos voltar a usar o livro?”, ao mesmo tempo que ouvia “Quem dera que todas as disciplinas fizessem isso de trabalharmos em grupo também!”.

Ou seja, alguns alunos demonstraram não estarem acostumados com práticas de ensino não-tradicionais, as quais fazem dos estudantes protagonistas na construção dos seus conhecimentos escolares. Porém, a maioria percebe que é uma prática exitosa, que os permite enxergar além de meramente fazer contas sem sentido prático para o dia a dia, em uma sala de aula. Dessa forma, avaliamos como positiva e satisfatória aplicação de nossa sequência didática, até aqui.

5.16 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 11

Após o período de provas do mês de junho e as férias escolares do mês de julho, as aulas voltaram em agosto já para o período de duas semanas referentes à recuperação do primeiro semestre letivo. Ademais, como já dito anteriormente, há um costume histórico de os alunos estenderem (com anuência dos responsáveis) as suas férias por uma ou duas semanas, principalmente com relação àqueles que não ficaram em situação de recuperação de estudos em alguma disciplina.

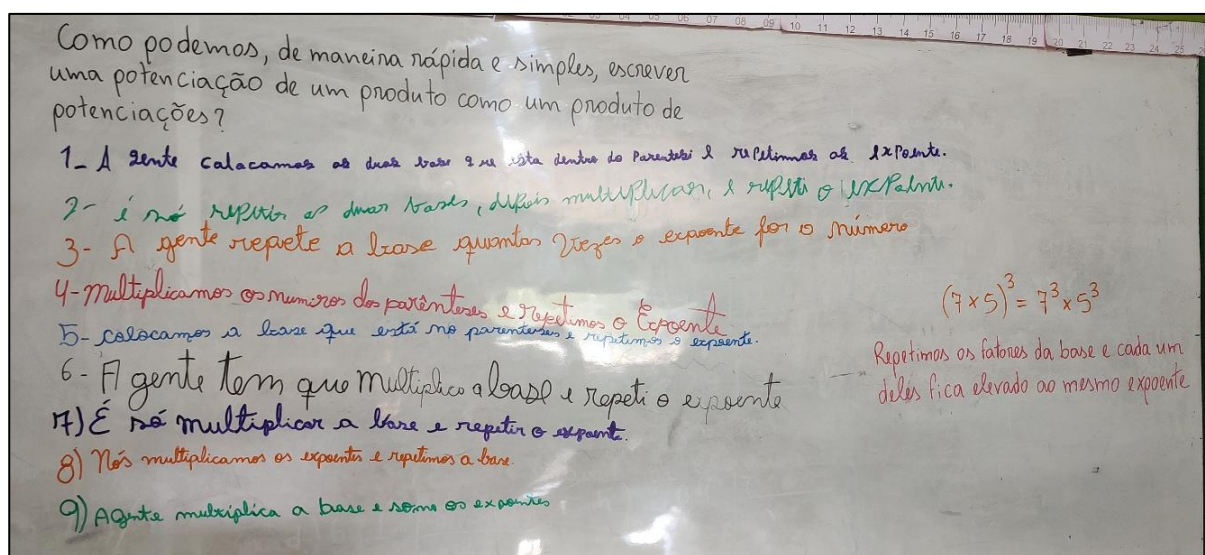
Por esses motivos, o pesquisador aproveitou as duas semanas iniciais do mês de agosto para fazer revisões dos assuntos aprendidos até a Atividade 10, nas duas turmas, até que a quantidade de frequentadores das aulas se normalizasse e, assim, a aplicação da sequência pudesse voltar a acontecer, sem maiores prejuízos, a partir da Atividade 11.

A realização da atividade em questão iniciou pela turma B, no dia 16/08 (logo após um feriado estadual), no que era o seu 13º encontro. A aulas foram nos dois primeiros horários, de 45 minutos cada, já que a situação da merenda já estava normalizada no momento. Estavam presentes 26 estudantes, distribuídos em nove grupos, sendo oito de 3 alunos cada e um com 2 estudantes. Foram registradas as ausências de B01, B02, B08, B10 e B31.

Houve um atraso inicial de 25 minutos para a entrada do pesquisador na turma, e depois foram gastos 15 minutos na sua organização e posterior explicação da atividade. Às 08:10 foi iniciada a resolução, com a primeira equipe terminando com apenas 10 minutos e a última com 35. Foram necessários mais 15 minutos para que os alunos escrevessem suas conclusões no quadro e os 5 finais para as considerações e generalizações do pesquisador.

A Figura 38 mostra o compartilhamento no quadro das conclusões dos grupos da turma B na Atividade 11 e a generalização sugerida pelo pesquisador.

Figura 38 –Compartilhamento das conclusões da Atividade 11 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

Na turma A o encontro 13 foi realizado no dia 21/08, 3º e 4º horários. Estavam presentes 20 estudantes, que foram divididos em sete grupos, distribuídos da seguinte forma: seis com 3 componentes cada e mais um com 2 membros. Estavam ausentes os alunos A02, A04, A06, A07, A08, A13, A24, A27 e A29.

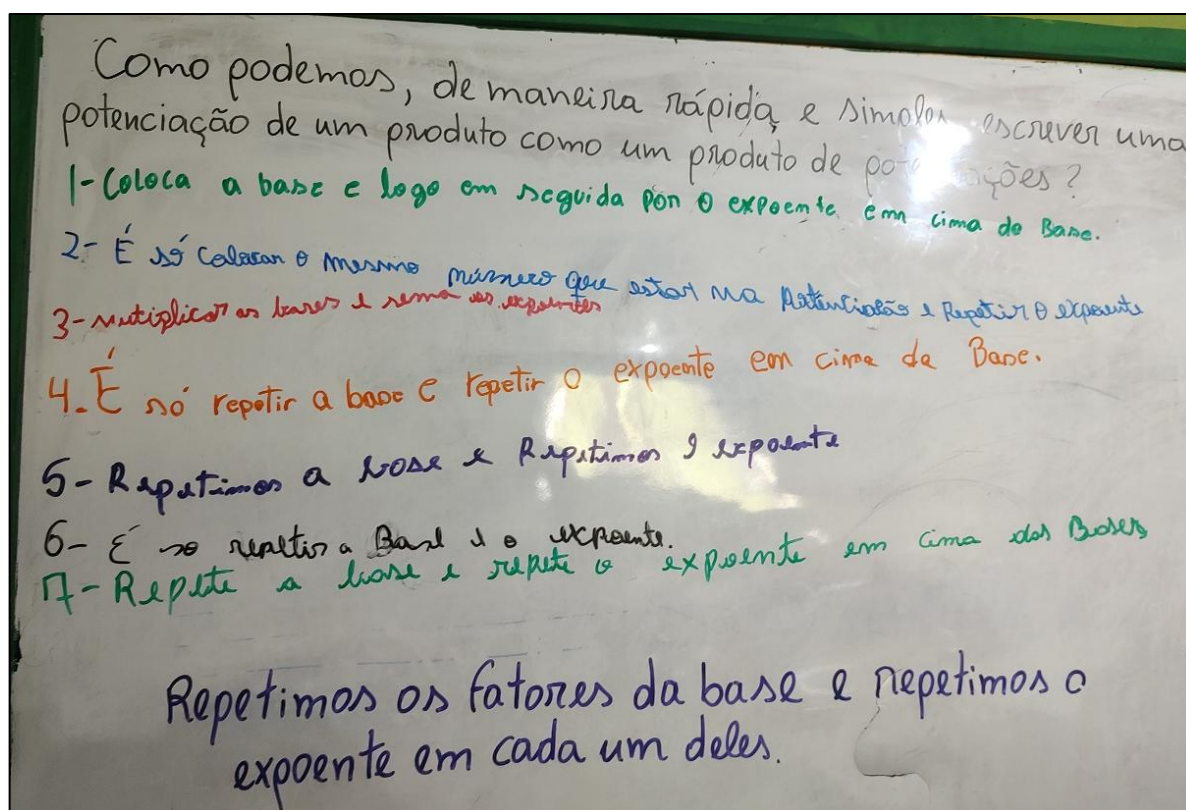
Houve 5 minutos iniciais de atraso, e depois foram necessários 10 para a organização da turma e mais 5 para a explicação. A primeira equipe terminou sua atividade após apenas 5 minutos do início, enquanto a última levou 16. No restante do tempo até a hora do intervalo foi para que os começassem o compartilhamento de suas conclusões no quadro.

Na volta do intervalo tivemos 7 minutos de atraso e depois os alunos levaram mais 10 para acabar de escreverem na lousa. Outros 7 foram gastos para as considerações do pesquisador, o tempo final ficou para a resolução da Atividade de

Aprofundamento 05, que faz referência às Atividades 10 e 11, ainda nesse mesmo encontro, já que essa turma estava bastante atrasada com relação a outra.

A Figura 39 mostra o compartilhamento no quadro das conclusões dos grupos da turma A na Atividade 11 e a generalização sugerida pelo pesquisador.

Figura 39 - Compartilhamento das conclusões da Atividade 11 no quadro – Turma A

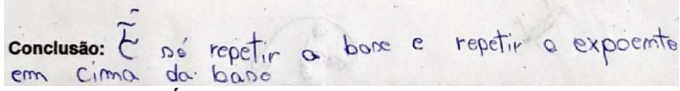
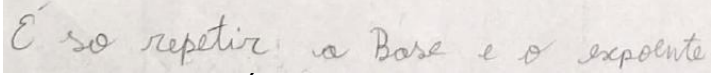
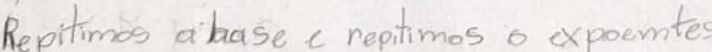
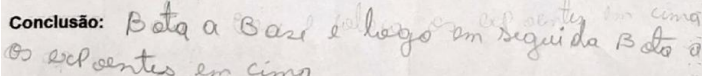
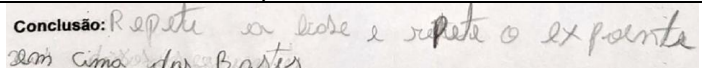
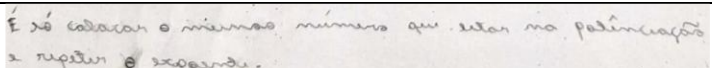
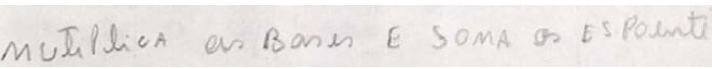


Fonte: Experimentação (2023)

Uma questão relevante para as duas turmas é que, com base nas reclamações feitas nos últimos encontros com relação às problemáticas envolvendo a resolução das atividades em grupo, o pesquisador decidiu misturar as equipes e diminuir a quantidade de alunos em cada uma delas, de quatro para três em cada. Essa medida foi necessária para que os estudantes que estavam se prevalecendo dos colegas fossem estimulados a participar de forma mais integrada do processo de resolução das atividades.

O Quadro 128 abaixo apresenta as conclusões e suas respectivas validades, feitas pelas equipes da turma A na Atividade 11.

Quadro 128 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação do Produto – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A14, A20	Conclusão:  Transcrição: “É só repetir a base e repetir o expoente em cima da base”	Válida, prevista e desejada
G2: A05, A23, A26	 Transcrição: “É só repetir a base e o expoente”	Válida, prevista e desejada
G3: A09, A11, A25	 Transcrição: “Repetimos a base e repetimos os expoentes”	Válida, prevista e desejada
G4: A10, A28	Conclusão:  Transcrição: “Bota a base e logo em seguida bota os expoentes em cima”	Válida, prevista e desejada
G5: A12, A16, A19	Conclusão:  Transcrição: “Repete a base e repete o expoente em cima das bases”	Válida, prevista e desejada
G6: A15, A17, A22	 Transcrição: “É só colocar o mesmo número que está na potenciação e repetir o expoente”	Válida, prevista e desejada
G7: A03, A18, A21	 Transcrição: “Multiplica as bases e soma os expoentes”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Consideramos válidas e desejadas na Atividade 11 todas as conclusões que afirmavam que era preciso repetir as bases (ou a base como um todo, de dentro dos parênteses) e repetir o expoente em cada uma delas. Assim sendo, as respostas de G1, G2, G3, G4, G5 e G6 se encaixaram neste critério. G7, porém, elaborou uma conclusão em que dizia que os expoentes deveriam ser somados, o que nos fez classificá-la como inválida.

No Quadro 129 a seguir expomos o quantitativo de frequências referentes à validade das conclusões das equipes da turma A, na Atividade 11.

Quadro 129 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 11 – Turma A

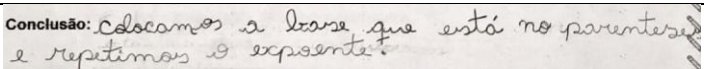
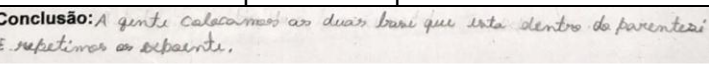
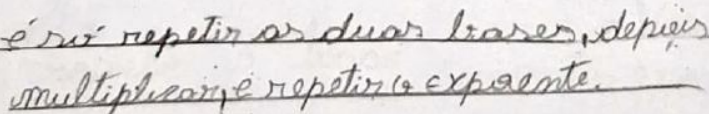
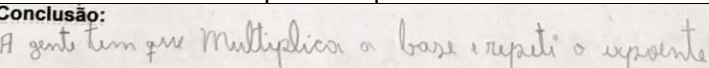
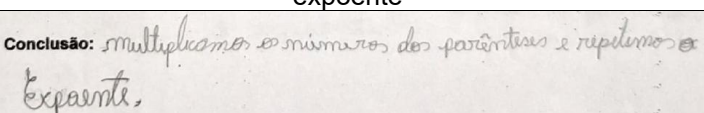
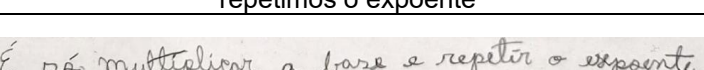
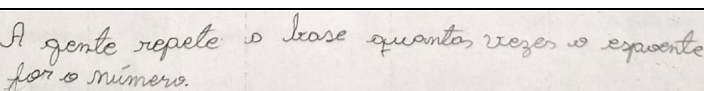
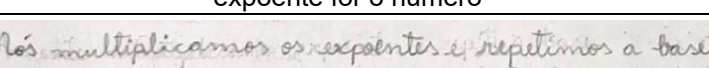
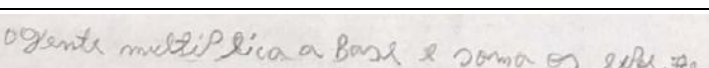
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	6	85,7%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	1	14,3%
Total	7	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

O resultado da Atividade 11 na turma A foi bastante positivo. Aproximadamente 85% dos grupos produziram conclusões tidas com válidas e desejadas. Apenas cerca de 15% responderam algo que foi considerado inválido. Esse êxito pode estar relacionado por esta atividade ainda parecer bastante com várias das anteriores, as quais eles já estavam familiarizados.

A seguir, o Quadro 130 apresenta as conclusões elaboradas pelas equipes da turma B na Atividade 11, e suas respectivas validades.

Quadro 130 – Conclusões das equipes sobre a Potenciação do Produto – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B13, B16, B26	Conclusão:  Transcrição: “Colocamos a base que está nos parênteses e repetimos o expoente”	Válida, prevista e desejada
G2: B18, B21, B29	Conclusão:  Transcrição: “A gente coloca as duas bases que estão dentro dos parênteses e repete as bases”	Válida, prevista e desejada
G3: B04, B06, B28	 Transcrição: “É só repetir as duas bases, depois multiplica e repete o expoente”	Válida, prevista e não desejada
G4: B07, B14, B17	Conclusão:  Transcrição: “A gente tem que multiplicar a base e repetir o expoente”	Válida, prevista e não desejada
G5: B09, B11, B23	Conclusão:  Transcrição: “Multiplicamos os números dos parênteses e repetimos o expoente”	Válida, prevista e não desejada
G6: B15, B22, B25	 Transcrição: “É só multiplicar a base e repetir o expoente”	Válida, prevista e não desejada
G7: B05, B27	 Transcrição: “A gente repete a base quantas vezes o expoente for o número”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G8: B03, B19, B30	 Transcrição: “Nós multiplicamos os expoentes e repetimos a base”	Inválida, não prevista e não desejada
G9: B12, B20, B24	 Transcrição: “A gente multiplica a base e soma os expoentes”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Utilizando o mesmo critério que na turma anterior, as respostas de G1 e G2 foram caracterizadas como válidas e desejadas, pois mencionavam a necessidade de repetição das bases e do expoente em cada uma delas.

G3, G4, G5, e G6 também tiveram respostas válidas, embora terem afirmado que os termos da base precisavam ser multiplicados. De fato, por serem numerais, a multiplicação dos termos da base quando ela é um produto de dois ou mais fatores é plenamente viável, no entanto, foi explicado aos alunos que o objetivo da atividade era escrever aquelas expressões como o produto de duas potenciações, uma vez que, quando estivessem em séries posteriores, iriam utilizar aquelas propriedades com letras (ou seja, variáveis), e que a forma mais adequada de resolução seria o produto entre a potenciação dos termos. Com base nessas ponderações, as conclusões dessas equipes foram dadas como não desejadas.

G7 teve sua resposta tida como parcialmente válida porque focou na forma inicial de como o pesquisador procedeu em sua resolução, de repetir a base na quantidade de vezes exposta no expoente, para então depois reorganizar os fatores e reescrevê-los como um produto entre duas potenciações, isto é, algo válido, mas que não condiz com a forma mais simples de solução. Os grupos G8 e G9 fizeram conclusões consideradas inválidas, pois afirmaram que os expoentes precisavam ser multiplicados ou somados, o que não é verdadeiro.

O Quadro 131 exibe as quantidades absoluta e relativa de validades das respostas dadas pelos grupos da turma B na Atividade 11.

Quadro 131 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 11 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	2	22,2%
Válida e não desejada	4	44,5%
Parcialmente válida	1	11,1%
Inválida	2	22,2%
Total	9	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com o que podemos observar, a turma B, apresentou apenas cerca de 22% dos grupos produzindo conclusões que foram avaliadas como válidas e desejadas. Apesar disso, dois terços das respostas foram classificadas como válidas, com o restante sendo parcialmente ou totalmente inválidas. Boa parte dos estudantes

dessa turma pareceu não levar em consideração o objetivo principal da atividade, que era o de escrever as respostas como um produto entre duas potenciações.

Analisando as duas turmas conjuntamente, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 11, pois foi baixa a porcentagem de grupos que deram respostas inválidas ao final. A maior parte dos alunos tiveram conclusões classificadas como válidas e desejadas, além disso, dúvidas foram tiradas tanto na etapa de generalização dos conhecimentos como na atividade de aprofundamento, no encontro seguinte.

Por fim, é importante dizer que o pesquisador explicou em ambas as turmas que quando duas potenciações têm o mesmo expoente e elas estão se multiplicando, é possível multiplicar as bases e repetir o expoente, conforme mostra a Figura 40.

Figura 40 – Exemplo dado da Propriedade da Multiplicação de Potenciações com Expoentes Iguais, não abordada em forma de atividade da sequência didática

The image shows two examples of the property of multiplying powers with the same exponent, written on a whiteboard. The first example is $(4 \times 5)^3 = 4 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 = 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 4^3 \times 5^3 = 20^3$. The second example is $(3 \times 6)^2 = 3 \times 6 \times 3 \times 6 = 3 \times 3 \times 6 \times 6 = 3^2 \times 6^2 = 18^2$. In the second example, the numbers 3, 6, and the final result 18 are written in green ink, while the rest is in blue.

Fonte: Experimentação (2023)

Em nosso entendimento, essa poderia ter sido uma outra atividade em nossa sequência didática, pois trata-se de uma propriedade importante e que é comumente esquecida por alunos de séries superiores, usada, entre outras oportunidades, na resolução de radiciações pelo método da decomposição em fatores primos.

Infelizmente, isso só foi pensado num momento posterior ao planejamento das atividades e, por isso, não pôde ser executado.

5.17 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 05 (DAS ATIVIDADES 10 E 11)

A retomada da aplicação da sequência didática aconteceu cerca de uma semana antes na turma B, o que significa que a turma A ficou atrasada. Na tentativa de superar essa defasagem, a segunda teve a sua Atividade de Aprofundamento 05 aplicada junto com a Atividade 11, ainda no 13º encontro, dia 21/08. Já na turma B essa atividade foi realizada em seu 14º encontro, no dia 17/08, de maneira exclusiva. Dessa forma, a partir desse momento houve uma diferença de encontros entre as turmas que perdurou até o fim da fase de experimentação, que culminou da turma A ter um encontro a menos que a turma B.

Foram necessários 15 minutos para a preparação e explicação da atividade na turma B. Em 10 minutos a primeira equipe a terminou, enquanto a última precisou de 23 minutos. Após o intervalo foi feita a sua resolução, que durou em torno de meia hora. Estavam presentes na oportunidade 28 estudantes, com as ausências de B02, B16 e B31.

Na turma A essa atividade foi respondida nos últimos 25 minutos do 13º encontro, logo após a aplicação da Atividade 11. Como já dito, estavam presentes 20 alunos, com as ausências de A02, A04, A06, A07, A08, A13, A24, A27 e A29. Nas duas turmas a realização se deu de modo tranquilo, embora a turma A tenha tido bem menos tempo de aplicação que a B, ainda assim, o desempenho dos estudantes foi bastante satisfatório, até pelos resultados vistos durante a execução das Atividades 10 e 11.

5.18 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 12

A Atividade 12 marca o início da reta final da aplicação de nossa sequência didática, pois dali em diante essa e as demais possuem características semelhantes entre si que são bastante diferentes com relação às anteriores. Para resolvê-las, os estudantes precisam saber noções de “valor numérico da expressão algébrica”,

assunto esse visto geralmente no 8º ano, mas que em nossas análises a priori avaliamos que alunos de 6º poderiam aprender sem grandes dificuldades.

No entanto, na prática o que vimos foi um grande entrave na tentativa de resolução dessa e da atividade seguinte, por parte dos discentes, como especificaremos mais adiante. Por conta disso, a aplicação das Atividades 12 e 13 precisaram ocorrer em dois encontros cada, porque foi impossível finalizá-las em um único encontro, cada uma.

Com isso a realização da Atividade 12 na turma B ocorreu nos encontros 15 e 16, respectivamente nos dias 21 e 23 de agosto. Na primeira etapa da aplicação estavam presentes 27 estudantes, que foram divididos em nove grupos com 3 integrantes cada. Estavam ausentes os alunos B09, B17, B28 e B31. No segundo dia se fizeram presentes 28 discentes, tendo faltado os discentes B16, B20 e novamente o B31.

Em 21/08 a execução da atividade (que aconteceu nos dois últimos horários, os quais normalmente possuem apenas 65 minutos ao todo) iniciou com 3 minutos de atraso e foram gastos mais 14 para organizar os alunos em equipes e explicar a atividade. O primeiro grupo a terminou após somente 16 minutos, porém todos os demais tiveram enormes dificuldades para respondê-la, sendo elas de vários os tipos: problemas em cálculos simples de potenciação e de adição, bem como de associar os valores obtidos em uma coluna com os da outra. Ao fim do tempo previsto para essa aula apenas cinco equipes haviam terminado, e outras quatro não. Devido a isso, o pesquisador resolveu retomar a atividade no próximo encontro.

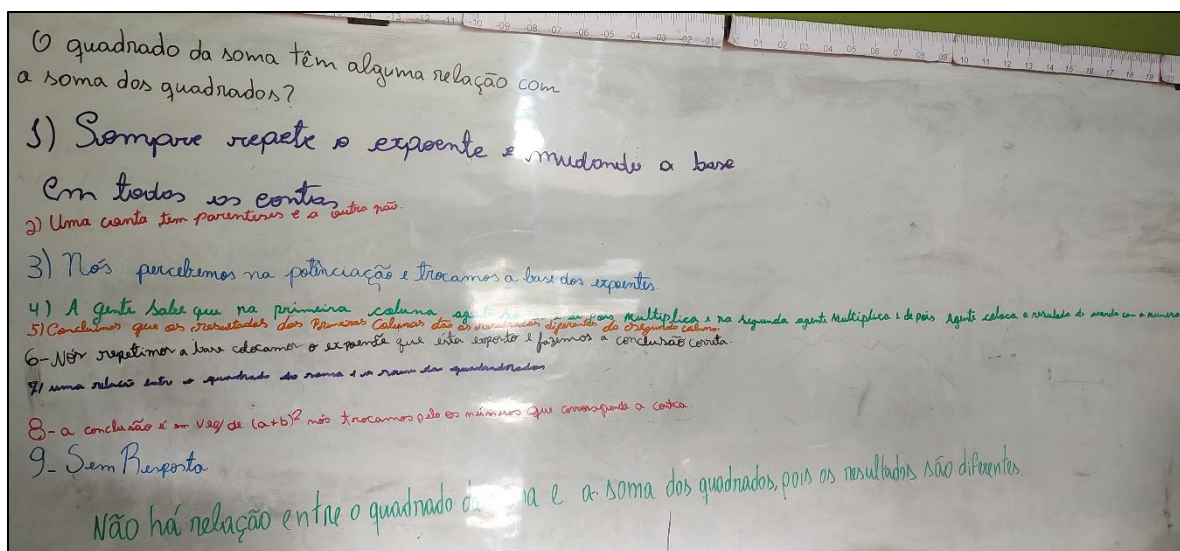
Então, no dia 23/08 as equipes que estavam com pendências em suas respostas puderam finalizá-las. Importante pontuar que nem todos os presentes e ausentes do dia 21 eram os mesmos do dia 23. Os que faltaram na primeira etapa puderam apenas acompanhar o desenrolar da atividade nesse dia, mesmo algumas equipes tendo ficado desfalcadas devido a ausência, nessa oportunidade, de alguns que foram apenas no primeiro dia.

Quando todos os grupos terminaram suas conclusões (por volta de meia hora desde o início) um membro de cada um deles foi ao quadro compartilhar sua resposta, o que durou 25 minutos. Após isso o pesquisador, percebendo que o resultado não fora satisfatório por conta da quantidade de respostas inválidas produzidas, utilizou todo o restante do encontro para explicar as formas mais adequadas de resolver a

atividade e o que eles precisariam ter observado, para chegarem nas conclusões desejadas, o que parte da turma pareceu entender.

A Figura 41 mostra as conclusões das equipes da turma B, na Atividade 12, compartilhadas no quadro.

Figura 41 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 12 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

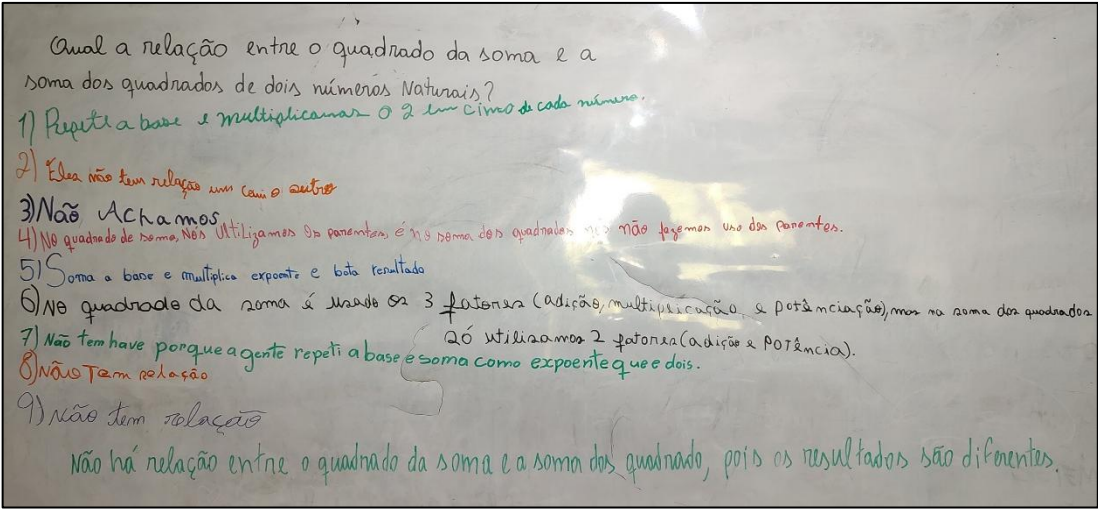
A referida atividade aconteceu na turma A nos dias 22 e 23 de agosto, contando com 27 alunos no primeiro dia, distribuídos em nove grupos com 3 membros cada, e contando com as ausências de A14 e A27; também foram registrados 27 estudantes na segunda etapa, mas dessa vez com as ausências de A16 e A18.

Em 22/08 a aplicação aconteceu nos dois primeiros horários e começou com 15 minutos de atraso, sendo necessários outros 15 para a organização da turma e explicação da atividade. As equipes tiveram muito trabalho para elaborar suas conclusões, com a primeira terminando após 37 minutos e a última depois de 54. O restante foi utilizado para explicar que a atividade continuaria no dia seguinte.

No dia 23/08, nos dois últimos horários, os 65 minutos disponíveis foram gastos para que os alunos compartilhassem suas conclusões na lousa e para o pesquisador orientá-los como proceder nas demais atividades, haja visto a grande quantidade de respostas inválidas dadas pelos grupos.

A Figura 42 a seguir exhibe as respostas dos grupos da turma A compartilhados no quadro, para a Atividade 12.

Figura 42 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 12 no quadro – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

Adiante, a Figura 43 apresenta um exemplo dado pelo pesquisador acerca de como os estudantes de ambas as turmas poderiam ter feitos suas observações para que auxiliasse a produção de suas conclusões nas atividades seguintes.

Figura 43 – Exemplo dado de procedimento de comparação entre as colunas da Atividade 12

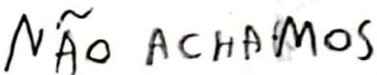
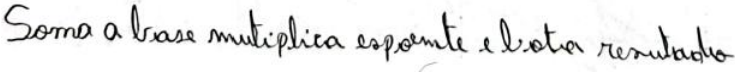
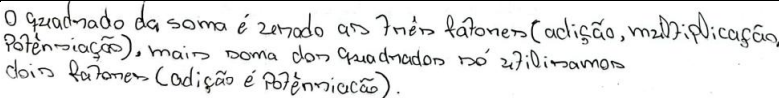
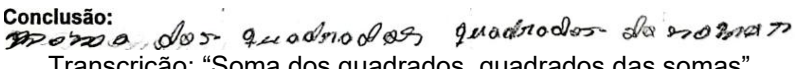
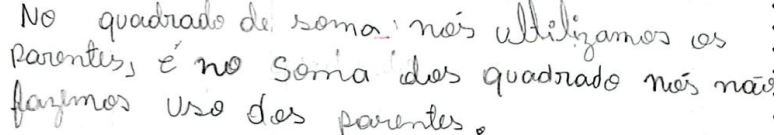
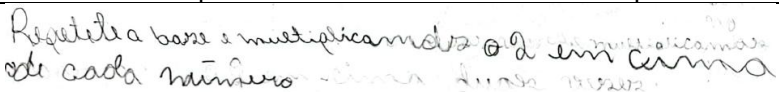
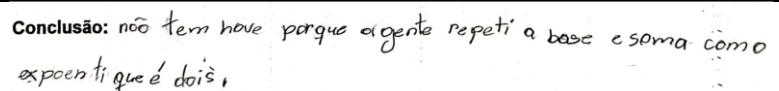
	$(a+b)^2$ quadrado da soma	$a^2 + b^2$ soma dos quadrados
$a=3$ e $b=4$	$(3+4)^2 = 7^2 = 49$	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
$a=2$ e $b=3$		

Fonte: Experimentação (2023)

Abaixo o Quadro 132 apresenta as conclusões das equipes na turma A e as validades atribuídas a cada uma delas.

Quadro 132 - Conclusões dos grupos sobre o quadrado da soma e a soma dos quadrados – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A12, A16, A19	<i>não tem relação</i> Transcrição: “Não tem relação”	Válida, não prevista e desejada
G2: A15, A17, A22	<i>Eles não tem relação um com o outro</i> Transcrição: “Eles não têm relação um com o outro”	Válida, não prevista e desejada

G3: A07, A13, A29	 Transcrição: “Não achamos”	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G4: A01, A18, A20	 Transcrição: “Soma a base, multiplica o expoente e bota o resultado”	Inválida, não prevista e não desejada
G5: A02, A08, A24	 Transcrição: “O quadrado da soma é usado os três fatores (adição, multiplicação, potenciação), na soma dos quadrados só utilizamos dois fatores (adição e potenciação)”	Inválida, não prevista e não desejada
G6: A03, A06, A21	 Transcrição: “Soma dos quadrados, quadrados das somas”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: A04, A10, A28	 Transcrição: “No quadrado da soma nós utilizamos os parênteses, e na soma dos quadrados nós não fazemos uso dos parênteses”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: A05, A23, A26	 Transcrição: “Repete a base e multiplicamos o 2 em cima de cada número”	Inválida, não prevista e não desejada
G9: A09, A11, A25	 Transcrição: “Não tem nove porque a gente repete a base e soma com o expoente que é dois”	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Em nossas análises prévias afirmamos que as respostas que seriam consideradas válidas e desejadas seriam aquelas que dissessem que o resultado do quadrado da soma de dois números naturais é, em geral, diferente da soma dos quadrados desses mesmos números. Porém, é verdadeiro também afirmar que um não tem relação com o outro, principalmente quando são colocados em coluna, lado a lado, para serem comparados.

Devido a isso, as conclusões de G1 e G2 foram classificadas como válidas e desejadas, apesar de não terem usado o termo “diferentes” nelas. Já G3 teve sua resposta avaliada como parcialmente válida porque, ao nosso ver, nessa etapa da sequência didática os alunos estavam acostumados a buscar padrões entre as respostas das atividades anteriores, e nessa era justamente o contrário: não havia padrão, as respostas eram todas diferentes. Portanto, essa equipe não achou relação

entre as colunas da atividade, mas acabou não se dando conta que era exatamente isso que deveria ser observado e concluído, ou seja, estavam no caminho certo, mas não souberam concluir adequadamente.

Por fim, as equipes G4, G5, G6, G7, G8 e G9 tiveram suas conclusões categorizadas como inválidas e não desejadas por motivos diversos, o principal deles por não condizerem com a realidade matemática relacionada a esta atividade. Destacam-se as respostas de G6 e G9 que não fazem qualquer sentido para esta ou qualquer outra atividade.

No Quadro 133 temos o resumo da quantidade de tipos de respostas que os grupos da turma A proporcionaram na Atividade 12.

Quadro 133 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 12 – Turma A

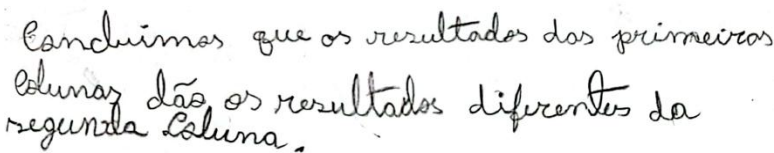
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	2	22,2%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	11,1%
Inválida	6	66,7%
Total	9	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Dois terços das conclusões dessa turma foram classificadas como inválidas, o maior índice até então. Ainda assim tivemos mais de 20% delas tidas como válidas e desejadas. Considerando que em nossas análises a priori já prevíamos contratempos na resolução dessa atividade, até por se tratar de alunos que carregam consigo problemas em seu processo de aprendizagem e, por isso, não terem ainda grande maturidade matemática para certos assuntos, avaliamos como positiva a execução da Atividade 12 na turma A.

O Quadro 134 mostra as validades atribuídas às respostas dadas pelas equipes da turma B na Atividade 12.

Quadro 134 - Conclusões dos grupos sobre o quadrado da soma e a soma dos quadrados – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B15, B22, B25	 Transcrição: "Concluimos que os resultados das primeiras colunas dão os resultados diferentes da segunda coluna"	Válida, prevista e desejada

G2: B01, B05, B27	<i>Sempre repete o expoente e mudando a base em todas as contas</i> Transcrição: "Sempre repete o expoente e mudando a base em todas as contas"	Inválida, prevista e não desejada
G3: B02, B07, B14	<i>Conclusão: uma relação entre o quadrado da soma e a soma dos quadrados</i> Transcrição: "Uma relação entre o quadrado da soma e a soma dos quadrados"	Inválida, não prevista e não desejada
G4: B03, B19, B30	<i>∴ A gente percebeu na potenciação e trocamos a base dos expoentes.</i> Transcrição: "A gente percebeu na potenciação e trocamos a base dos expoentes"	Inválida, não prevista e não desejada
G5: B06, B10, B23	<i>Uma conta tem parênteses e a outra não</i> Transcrição: "Uma conta tem parênteses e a outra não"	Inválida, não prevista e não desejada
G6: B12, B20, B24	<i>A conclusão é em vez de $(a+b)^2$ nós trocamos pelos números que correspondem à conta.</i> Transcrição: "A conclusão é que em vez de $(a+b)^2$ nós trocamos pelos números que correspondem à conta"	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B13, B16, B26	<i>Conclusão: Nós repetimos a base colocamos o expoente que está exposto e fazemos a conclusão correta.</i> Transcrição: "Nós repetimos a base, colocamos o expoente que está exposto e fazemos a conclusão correta"	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B18, B21, B29	<i>Conclusão: A gente sabe que na primeira coluna a gente soma e depois multiplica e na segunda a gente multiplica e depois soma, e depois a gente coloca o resultado de acordo com o número</i> Transcrição: "A gente sabe que na primeira coluna a gente soma e depois multiplica, e na segunda a gente multiplica e depois soma, e depois a gente coloca o resultado de acordo com o número"	Inválida, não prevista e não desejada
G9: B04, B08, B11	Conclusão: Não responderam.	Não formulou conclusão

Fonte: Experimentação (2023)

Apenas G1 deu uma resposta considerada válida e desejada. Além disso, pela primeira vez na aplicação de uma atividade dessa sequência didática uma equipe não produziu uma conclusão. Já havia acontecido de os estudantes afirmarem não ter chegado a nenhuma resposta, mas deixar em branco, não. G9 inaugurou essa categoria em nossa análise.

Enquanto isso, G2, G3, G4, G5, G6, G7 e G8 produziram conclusões classificadas como inválidas e não desejadas. A maioria delas são respostas em que o grupo aparentou tentar estipular algum tipo de relação entre as variáveis analisadas, porém algumas foram feitas de uma forma totalmente sem sentido, como as de G3 e

G7, por exemplo. Isso reflete uma falta de compromisso por parte desses grupos para com o método de ensino proposto.

O Quadro 135 a seguir apresenta os resultados quantitativos com relação à validade das conclusões elaboradas pelos grupos da turma B na Atividade 12.

Quadro 135 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 12 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	11,1%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	7	77,8%
Não formulou conclusão	1	11,1%
Total	9	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Sem dúvidas este foi, até aqui, o pior resultado de uma atividade em uma turma, durante a aplicação de nossa sequência didática. Mesmo assim, é preciso considerar o que já foi dito anteriormente a respeito das dificuldades que os estudantes apresentaram em sua resolução. Ainda que com todas as adversidades, tivemos uma pequena parcela dos grupos que conseguiu elaborar uma conclusão válida e desejada e, por isso e por todas as ponderações já feitas, avaliamos como positiva a execução desta atividade na turma B.

Entre os problemas apresentados pelos discentes, tivemos vários relacionados ao cálculo das quatro operações fundamentais, nesta atividade em especial a adição e a multiplicação. Os estudantes não tinham pleno domínio da tabuada e, devido a isso, gastavam muito tempo e erravam vários dos cálculos de potenciação, além das expressões numéricas resultantes. Somado a isso, havia a dificuldade em substituir os valores na posição correta das variáveis, na aplicação do conceito inicial de potenciação (muitos estavam cometendo a *misconception* de multiplicar a base pelo expoente) e em relacionar a coluna da soma entre quadrados com a do quadrado da soma.

Dessa forma, foi fundamental para o bom andamento da sequência didática que o pesquisador utilizasse dois encontros para somente uma atividade, bem como em posteriormente resolvê-la com eles após o compartilhamento das suas conclusões na lousa. Essa atitude pareceu ser acertada, pois muitos passaram a perceber que era relativamente fácil o que deveria ter sido constatado por eles durante a realização

da atividade. Levando tudo isso em conta, e com esperanças de melhoras na atividade seguinte, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 12 em ambas as turmas.

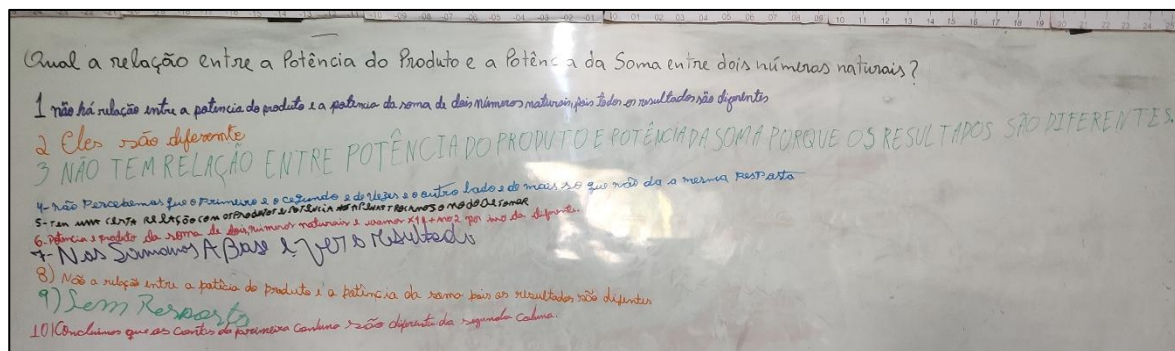
5.19 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 13

Mais uma vez os alunos enfrentaram adversidades na resolução desse tipo de atividade, e novamente foi necessário utilizar dois encontros para realizar uma única. Dessa forma, a turma B realizou a Atividade 13 nos dias 24 e 28 de agosto (respectivamente os seus 17º e 18º encontros), e a turma A nos dias 28 e 29 do mesmo mês, mas que representavam os seus 16º e 17º encontros, nessa ordem.

No dia 24/08 estavam presentes 30 estudantes na turma B, tendo faltado apenas o B10. Eles foram distribuídos em dez grupos, todos com 3 integrantes cada. Já no dia 28/08 vieram apenas 24 estudantes, com as ausências de B02, B04, B05, B08, B18, B19 e B31.

O 17º encontro da turma B, portanto, aconteceu nos horários de antes e depois do intervalo. Iniciou com 6 minutos de atraso e foram necessários outros 10 para a organização da turma. Até o início do intervalo, nenhuma equipe havia terminado. A volta ocorreu com um atraso de 16 minutos por conta de um contratempo ocorrido na distribuição do lanche escolar e só depois de 11 minutos desse fato é que o primeiro grupo entregou, enquanto o último só depois de 2 minutos fim do tempo regulamentar da aula. Por esse motivo, o compartilhamento das respostas na lousa aconteceu apenas no encontro seguinte, as quais podem ser vistas na Figura 44 a seguir.

Figura 44 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 13 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

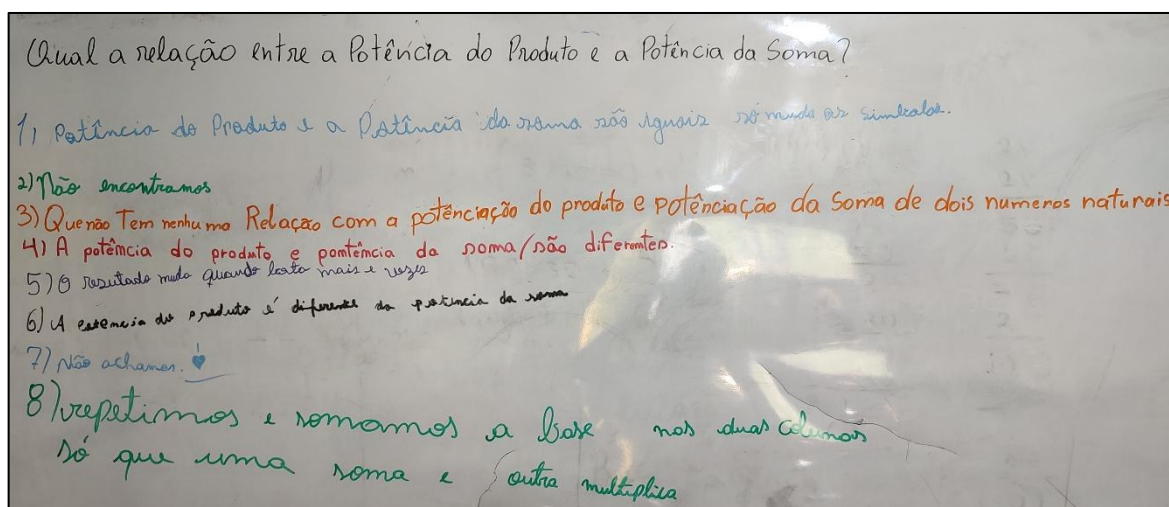
Na turma A o encontro do dia 28/08 aconteceu com 24 participantes, distribuídos em oito equipes com 3 membros cada e com as ausências de A03, A04,

A06, A08 e A27. No dia seguinte se fizeram presentes 23 estudantes, tendo faltado os alunos A04, A07, A18, A24, A28 e A29.

O primeiro dia de aplicação da Atividade 13 na turma A aconteceu de forma bastante parecida que no da turma B na semana anterior: ocorreu nos 3º e 4º horários, sendo necessários os 20 minutos iniciais para a organização da turma em grupos e explicação da atividade; nenhuma equipe concluiu antes de iniciar o intervalo, pois eles apresentaram novamente muitas dificuldades nos cálculos das potenciações básicas; houve uma demora na distribuição da merenda escolar, o que atrasou o retorno em 13 minutos, fazendo com que o primeiro grupo terminasse faltando apenas 8 minutos pro fim do tempo regulamentar de aula, e deixando outros com pendência para o encontro seguinte.

Assim, no dia posterior algumas equipes finalizaram suas conclusões e todas elas as compartilharam na lousa, conforme pode ser visto na Figura 45 abaixo.

Figura 45 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 13 no quadro – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 136 apresenta as conclusões elaboradas pelos grupos da turma A acerca da Atividade 13 e suas respectivas validades.

Quadro 136 – Conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A20	Conclusão: Que não tem nenhuma Relação com a potenciação do produto e potenciação da soma de dois números naturais, Transcrição: "Que não tem nenhuma relação com a potenciação do produto e a potenciação da soma de dois números naturais"	Válida, prevista e desejada

G2: A11, A21, A25	Conclusão: A Potência do produto é diferente da Potência da soma Transcrição: A potência do produto é diferente da potência da soma	Válida, prevista e desejada
G3: A14, A24, A29	A potência do produto e potência da soma, são diferentes Transcrição: "A potência do produto e a potência da soma são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G4: A16, A17, A18	Conclusão: o resultado muda quando bota mais e vezes Transcrição: "O resultado muda quando bota mais e vezes"	Válida, não prevista e desejada
G5: A05, A22, A28	Não achamos Transcrição: "Não achamos"	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G6: A02, A10, A26	Não encontramos diferença Transcrição: "Não achamos diferença"	Inválida, prevista e não desejada
G7: A07, A12, A19	repetimos e somamos a base nas duas colunas só que uma soma e outra multiplica Transcrição: "Repetimos e somamos a base nas duas colunas só que uma soma e outra multiplica"	Inválida, prevista e não desejada
G8: A13, A15, A23	Potência do Produto e a Potência da Soma não iguais só muda os simboles	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3 e G4 produziram respostas avaliadas como válidas e desejadas, pois afirmaram que as variáveis analisadas eram diferentes ou que não tinham relação. Vale destacar a conclusão de G4 que, ao seu jeito, afirmou ter diferença entre os resultados das duas colunas.

Consideramos a conclusão de G5 como parcialmente válida porque, como explicamos na atividade anterior, os alunos talvez ainda não estivessem acostumados ao fato de não existir relação entre as informações a serem verificadas, o que não poderá mais ser usado como justificativa para a atividade seguinte, dado que já será terceira do tipo.

As equipes G6, G7 e G8 elaboraram respostas classificadas como inválidas visto que disseram não haver diferença entre os resultados das variáveis analisadas, ou porque suas afirmações não faziam sentido para o que se pedia na atividade. No

Quadro 137 a seguir temos o quantitativo das categorizações dessas conclusões, de acordo com a sua validade.

Quadro 137 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 13 – Turma A

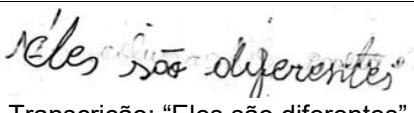
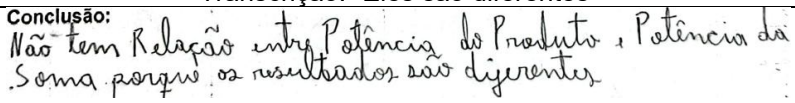
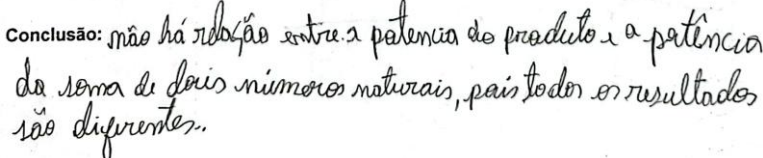
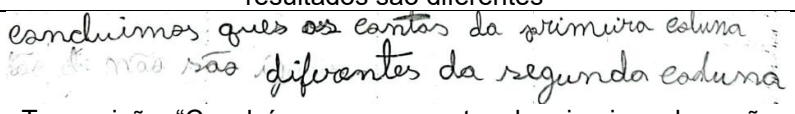
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	4	50,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	12,5%
Inválida	3	37,5%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Podemos observar que metade dos grupos produziu respostas tidas como válidas e desejadas, o que representa uma melhora substancial com relação à atividade anterior nessa turma. A quantidade de conclusões inválidas diminuiu para menos da metade, o que pode significar que os estudantes passaram a entender melhor a proposta desse tipo de atividade, após as considerações do pesquisador, no fim da última atividade.

A seguir, o Quadro 138 exibe as validades de cada conclusão elaborada pelos grupos da turma B na Atividade 13.

Quadro 138 – Conclusões das equipes sobre a potência do produto e a potência da soma – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B01, B05, B28	 Transcrição: "Eles são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G2: B07, B17, B31	 Transcrição: "Não tem relação entre Potência do Produto e Potência da Soma porque os resultados são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G3: B09, B11, B23	 Transcrição: "Não há relação entre a potência do produto e a potência da soma de dois números naturais, pois todos os resultados são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G4: B15, B22, B25	 Transcrição: "Concluímos que as contas da primeira coluna são diferentes das da segunda coluna"	Válida, prevista e desejada

G5: B18, B21, B29	Conclusão: NÃO A RELAÇÃO ENTRE A POTÊNCIA DO PRODUTO E POTÊNCIA DA SOMA POIS OS RESULTADOS SÃO DIFERENTES Transcrição: "Não há relação entre a potência do produto e a potência da soma pois os resultados são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G6: B03, B19, B30	Conclusão: mas percebemos que o primeiro e o segundo é de vezes e o outro lado é de mais, só que não dá a mesma resposta. Transcrição: "Nós percebemos que o primeiro e o segundo é de vezes e o outro lado é de mais, só que não dá a mesma resposta"	Válida, não prevista e desejada
G7: B13, B16, B26	Conclusão: Produto e potência da soma de dois números naturais, usamos 'vezes' no 1º e 'mais' no 2º, por isso dá diferente Transcrição: "Potência do Produto e Potência da Soma de dois números naturais, usamos 'vezes' no 1º e 'mais' no 2º, por isso dá diferente"	Válida, não prevista e desejada
G8: B04, B08, B27	Conclusão: Nós somamos a base e vemos o resultado Transcrição: "Nós somamos a base vimos o resultado"	Inválida, não prevista e não desejada
G9: B12, B20, B24	Conclusão: Tem uma certa relação com os produtos de potência, nós apenas trocamos o modo de somar Transcrição: "Tem uma certa relação com os produtos de potência, nós apenas trocamos o modo de somar"	Inválida, não prevista e não desejada
G10: B02, B06, B14	Conclusão: Não responderam.	Não formulou conclusão

Fonte: Experimentação (2023)

Contrastando fortemente com a atividade anterior, os grupos G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7 fizeram conclusões que foram avaliadas como válidas e desejadas. Destaque para G6 e G7 que escreveram suas respostas de uma forma que não fora imaginada nas análises a priori. G8 e G9 deram respostas classificadas como inválidas, pois não faziam sentido para a proposta da atividade.

O fato negativo é que tivemos novamente uma equipe que deixou sua conclusão em branco, a qual repetidamente elaborou conclusões tidas como inválidas em oportunidades anteriores. Podemos observar no Quadro 139 abaixo as frequências absoluta e relativa das validações das conclusões produzidas pelas equipes da turma B na Atividade 13.

Quadro 139 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 13 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	7	70,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	2	20,0%

Não formulou conclusão	1	10,0%
Total	10	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Depois de apenas pouco mais de 10% dos grupos elaborarem respostas consideradas válidas e desejadas na atividade anterior, atingir a marca de 70% nessa categoria na atividade seguinte é uma evolução expressiva. Por sua vez, a quantidade de respostas inválidas caiu para um quinto, reforçando que houve melhora na percepção dos estudantes para a resolução desse tipo de exercício.

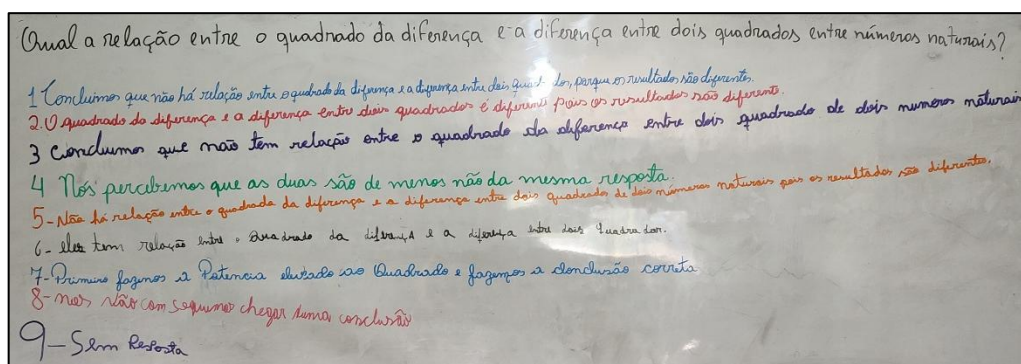
Fica evidente, portanto, que avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 13 nas turmas A e B. Além disso, fica ainda mais fortalecida a validade da atividade anterior, dada a superação que a maioria dos estudantes demonstrou desde a realização dela.

5.20 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 14

Na Atividade 14 voltamos à normalidade, com relação a realizar todas as etapas de uma atividade num mesmo encontro. Em ambas as turmas ela foi aplicada no dia 30 de agosto, sendo o 18º da A e o 19º da B.

Com 10 minutos de atraso iniciou-se, logo nos dois primeiros horários, o desenvolvimento da atividade na turma B. Havia 27 alunos na oportunidade, que foram divididos em nove grupos contendo 3 integrantes cada, e estiveram ausentes os estudantes B01, B02, B07 e B10. Após 8 minutos de organização e explicação as equipes começaram a resolução, com a primeira finalizando com 36 minutos e a última com 52, restando os últimos 20 para o compartilhamento das conclusões na lousa e generalização dos conceitos pelo pesquisador, conforme é mostrado na Figura 46.

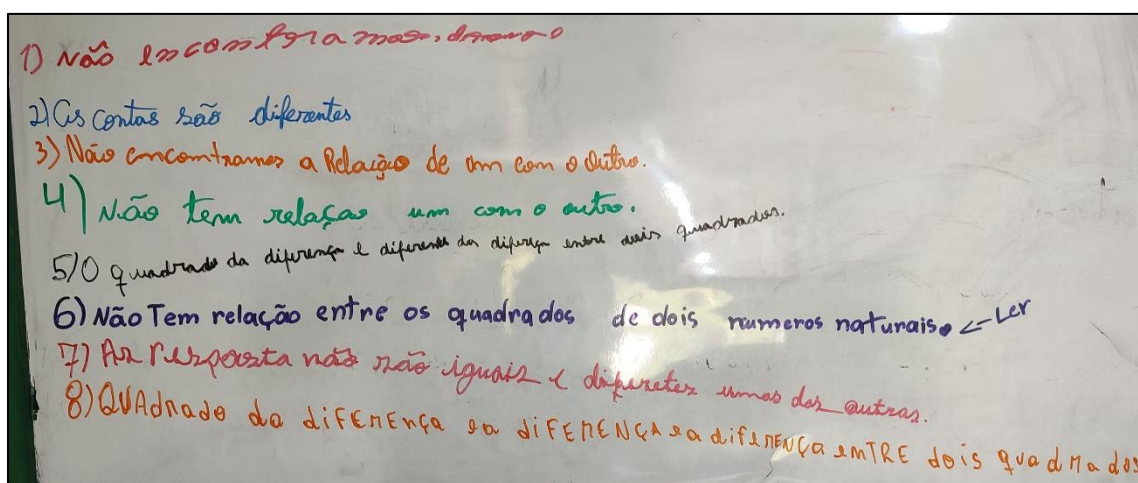
Figura 46 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 14 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

No mesmo dia, nos dois últimos horários, foram necessários 13 minutos para que os grupos da turma A iniciassem suas resoluções. Estavam presentes nesse encontro 23 discentes divididos em oito grupos, sendo sete com 3 alunos cada e um com apenas 2, com A03, A13, A16, A18, A24 e A27 estando ausentes. A primeira equipe levou 25 minutos para resolver sua atividade e a última 42. Os últimos minutos ficaram para o compartilhamento das respostas no quadro, conforme mostra a Figura 47 abaixo.

Figura 47 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 14 no quadro – Turma A

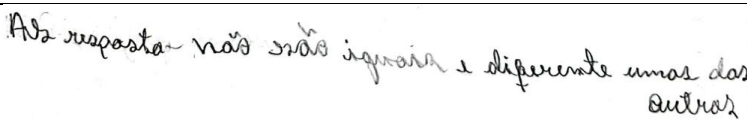
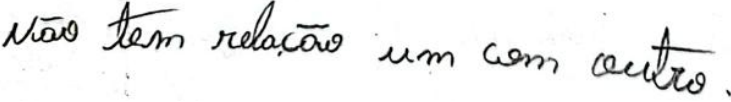
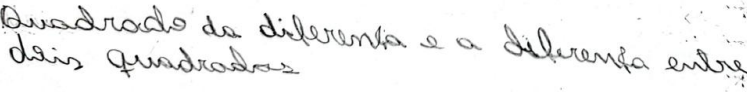
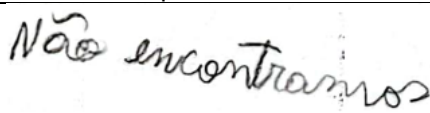


Fonte: Experimentação (2023)

A seguir, as conclusões elaboradas pelos grupos da turma A têm suas validações exibidas no Quadro 140.

Quadro 140 – Conclusões das equipes sobre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A20	A resposta é diferente com ou sem as parênteses Transcrição: "A resposta é diferente com ou sem parênteses"	Válida, prevista e desejada
G2: A02, A10, A26	As contas são diferentes Transcrição: "As contas são diferentes"	Válida, prevista e desejada
G3: A14, A21, A29	Conclusão: O quadrado da diferença é diferente da diferença entre dois quadrados. Transcrição: "O quadrado da diferença é diferente da diferença entre dois quadrados"	Válida, prevista e desejada

G4: A15, A22, A23	 Transcrição: "As respostas não são iguais, é diferente umas das outras"	Válida, prevista e desejada
G5: A04, A28	 Transcrição: "Não encontramos relação um com o outro"	Válida, não prevista e desejada
G6: A07, A12, A19	 Transcrição: "Não tem relação um com o outro"	Válida, não prevista e desejada
G7: A05, A08, A17	 Transcrição: "Quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados"	Inválida, não prevista e não desejada
G8: A06, A11, A25	 Transcrição: "Não encontramos"	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Tiveram suas conclusões classificadas como válidas e desejadas aquelas elaboradas pelos grupos G1, G2, G3, G4, G5 e G6. Já G7 e G8 deram respostas que foram consideradas como inválidas. Sobre a da equipe G8 especificamente, foi avaliada dessa forma pois, conforme dito na atividade anterior, a atual atividade já é a terceira nesse estilo, não cabendo mais a alegação de que os discentes têm dificuldades para perceber que os valores de uma coluna são em geral diferentes dos da outra.

Veremos no Quadro 141 a seguir a quantidade que cada categoria de validação obteve na turma A, na Atividade 14.

Quadro 141 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 14 – Turma A

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	6	75,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	2	25,0%
Total	8	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

A turma A apresentou melhora em seu desempenho, com relação a atividade anterior, atingindo três quartos de suas respostas tidas como válidas e desejadas. O restante foi categorizado como inválido, mantendo a tradição das equipes que não

conseguem formular conclusões apropriadas. Abaixo vemos o Quadro 142 que apresenta as conclusões feitas pelos grupos da turma B e suas devidas validades.

Quadro 142 – Conclusões das equipes sobre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B03, B19, B30	Conclusão: mas percebemos que as duas são de menos e não dá a mesma resposta. Transcrição: “Nós percebemos que as duas são de menos e não dá a mesma resposta”	Válida, prevista e desejada
G2: B06, B14, B21	Conclusão: o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados é diferente pois os resultados são diferentes. Transcrição: “O quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados são diferentes pois os resultados são diferentes”	Válida, prevista e desejada
G3: B09, B11, B23	Conclusão: Concluímos que não há relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados, porque os resultados são diferentes. Transcrição: “Concluímos que não há relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados, porque os resultados são diferentes”	Válida, prevista e desejada
G4: B15, B22, B25	Conclusão: não há relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais pois os resultados são diferentes. Transcrição: “Não há relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais, pois os resultados são diferentes”	Válida, prevista e desejada
G5: B17, B27, B31	Conclusão: Concluímos que não tem relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais. Transcrição: “Concluímos que não tem relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados de dois números naturais”	Válida, prevista e desejada
G6: B04, B08, B28	Conclusão: mas não conseguimos chegar numa conclusão. Transcrição: “Nós não conseguimos chegar numa conclusão”	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B05, B13, B26	Conclusão: Primeiro fazemos a potência elevada ao quadrado e fazemos a conclusão correta. Transcrição: “Primeiro fazemos a potência elevada ao quadrado e fazemos a conclusão correta”	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B12, B20, B24	Sem Resposta Transcrição: “Sem resposta”	Inválida, não prevista e não desejada
G9: B16, B18, B29	Conclusão: Eles têm relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados. Transcrição: “Eles têm relação entre o quadrado da diferença e a diferença entre dois quadrados”	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

As conclusões de G1, G2, G3, G4 e G5 ficaram caracterizadas como válidas e desejadas, enquanto as de G6, G7, G8 e G9 como inválidas. As primeiras deixam claro que não relação entre as variáveis analisadas, enquanto as últimas tiveram problemas em elaborar uma resposta consistente e que fizesse sentido. Vale ressaltar o cuidado que algumas equipes tiveram de deixar bem explicado suas ideias.

Logo adiante trazemos o Quadro 143 com as informações acerca das frequências que as categorias de validação apareceram nas respostas dos grupos da turma B na Atividade 14.

Quadro 143 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 14 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	55,6%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%
Inválida	4	44,4%
Total	9	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

A turma B obteve um desempenho um pouco inferior na Atividade 14, quando comparado ao da anterior. Ainda assim, o consideramos satisfatório, haja visto mais de a metade das equipes terem conseguido elaborar conclusões vistas como válidas e desejadas, o que mostra que parte dos alunos conseguiu assimilar bem a ideia proposta nesse tipo de atividade.

Nas duas turmas os alunos demonstraram muito mais facilidade na execução desta, voltando a conseguir terminar tudo em um único encontro, do jeito que imaginamos em nossas análises a priori. Com isso, evidentemente avaliamos como bastante positiva a aplicação da Atividade 14 nas duas turmas, porque ela demonstrou de vez que a dificuldade encontrada na resolução da Atividade 12 ficou para trás.

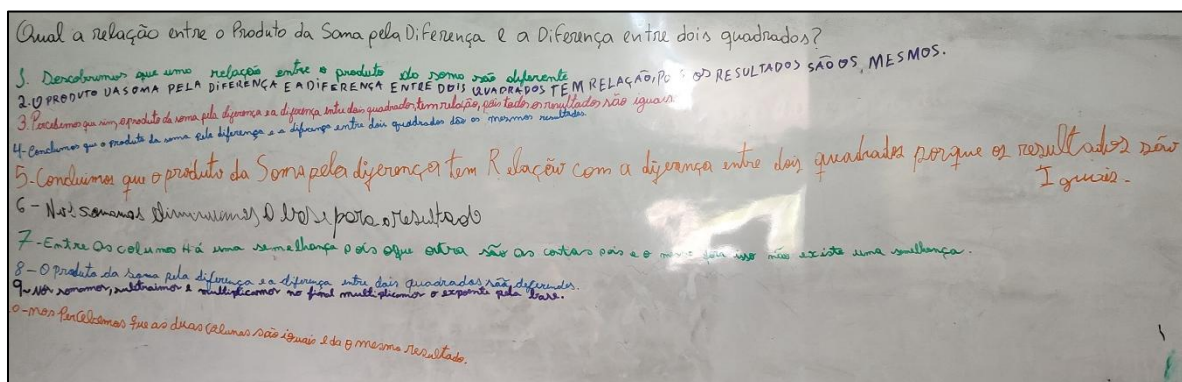
5.21 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 15

A última atividade com questões a serem resolvidas e conclusões a serem elaboradas em nossa sequência didática foi a de número 15. Na turma B ela foi realizada no dia 31 de agosto, em seu 20º encontro, e na A na data de 04 já do mês de setembro, em seu 19º encontro.

Acontecendo nos dois horários que cercam o intervalo escolar, estavam presentes no dia um total de 28 estudantes na turma B, dispostos da seguinte forma: oito grupos com 3 membros cada e dois com 2 integrantes cada um. Estiveram ausentes os alunos B01, B19 e B31.

Foram necessários 16 minutos de preparação inicial até o começo da resolução por parte das equipes. Todas elas foram para o intervalo sem terem terminado suas resoluções, e só retornaram a resolvê-las com 12 minutos de atraso, com o primeiro grupo concluindo tudo com 36 minutos de duração e o último com 56, sobrando o restante do tempo para as considerações do pesquisador, bem como o compartilhamento das respostas na lousa, conforme pode ser visto na Figura 48 a seguir.

Figura 48 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 15 no quadro – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

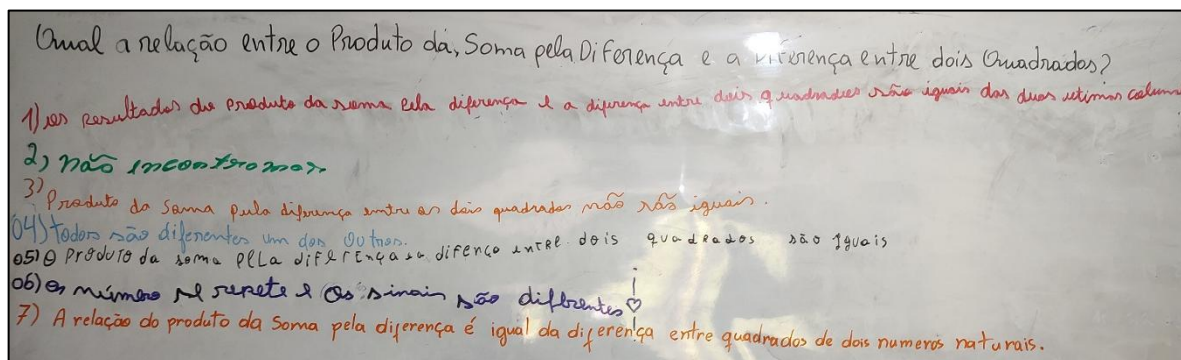
Na semana seguinte, a referida atividade foi aplicada na turma A. Esse encontro contou com a presença de apenas 21 alunos, os quais foram distribuídos em sete grupos com 3 estudantes em cada. Os faltosos foram A04, A07, A08, A15, A16, A18, A24 e A27.

Iniciado no horário que antecede o intervalo, demorou-se 20 minutos, com a chegada do pesquisador na sala e mais as orientações e demais organizações, para que houvesse o começo efetivo da resolução da atividade. Os 25 minutos que restaram até o início da pausa para o lanche foram insuficientes para que alguma equipe terminasse. Os alunos então foram lanche e retornaram após um atraso de 10 minutos.

Depois de 6 minutos a primeira equipe terminou, e com mais 19 a última. Ficou restando apenas 10 para as considerações finais e compartilhamento das respostas

no quadro, portanto, o pesquisador utilizou 10 minutos extras, da turma B, para terminar tudo na turma A. A Figura 49 exhibe as conclusões compartilhadas na lousa.

Figura 49 – Compartilhamento das conclusões da Atividade 15 no quadro – Turma A

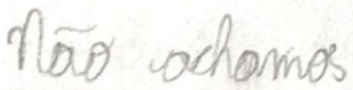
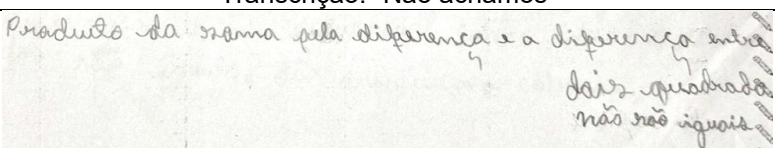


Fonte: Experimentação (2023)

A seguir o Quadro 144 apresenta as validades atribuídas às conclusões produzidas pelas equipes da turma A na Atividade 15.

Quadro 144 – Conclusões das equipes sobre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma A

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: A01, A09, A20	Conclusão: A relação do produto da soma pela diferença é igual da diferença entre quadrados de dois números naturais. Transcrição: "A relação do produto da soma pela diferença é igual da diferença entre quadrados de dois números naturais"	Válida, prevista e desejada
G2: A12, A19, A21	Conclusão: Os resultados do produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados são iguais das duas últimas colunas. Transcrição: "Os resultados do produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados são iguais, das duas últimas colunas"	Válida, prevista e desejada
G3: A14, A17, A29	O Produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados não iguais. Transcrição: "O produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados são iguais"	Válida, prevista e desejada
G4: A05, A11, A25	Os números se repetem e os sinais são diferentes. Transcrição: "Os números se repetem e os sinais são diferentes"	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
G5: A02, A10, A28	Todos são diferentes um dos outros. Transcrição: "Todos são diferentes um dos outros"	Inválida, prevista e não desejada

G6: A03, A06, A26	 Transcrição: "Não achamos"	Inválida, não prevista e não desejada
G7: A13, A22, A23	 Transcrição: "Produto da soma pela diferença entre dois quadrados não são iguais"	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2 e G3 formularam conclusões que foram avaliadas como válidas e desejadas, pois foram os que perceberam que, ao contrário das três atividades anteriores, os resultados das duas últimas colunas eram idênticos. As demais equipes não atingiram essa compreensão, com G4 chegando bastante próximo disso, afirmando que os números se repetiam, porém, falou de "sinais diferentes", o que não fazia sentido, por isso foi considerada parcialmente válida.

As de G5, G6 e G7 foram dadas como inválidas, com a segunda não encontrando relação alguma e os demais afirmando que os valores eram diferentes, pelo motivo de, talvez, não terem executado as operações corretamente, como mostra a Figura 50.

Figura 50 - Operações realizadas incorretamente por G7 [A13, A22 e A23] na Atividade 15

$a^2 - b^2$
$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 12$
$3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$
$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$
$5^2 - 1^2 = 25 - 1 = 24$
$4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$
$3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$
$2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$
$6^2 - 1^2 = 36 - 1 = 35$
$7^2 = 49$
$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$

Fonte: Experimentação (2023)

O Quadro 145 mostra o quantitativo de cada categoria de validade atribuída às conclusões produzidas pelas equipes da turma A, na Atividade 15.

Quadro 145 – Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 15 – Turma A

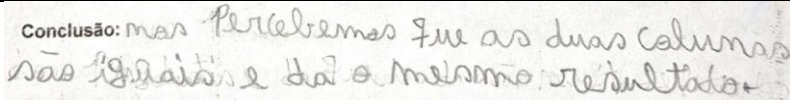
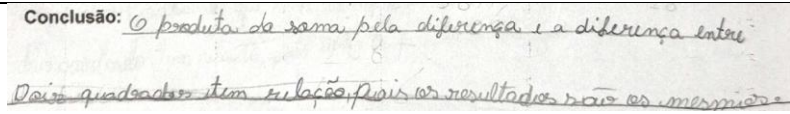
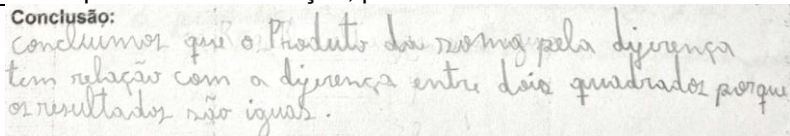
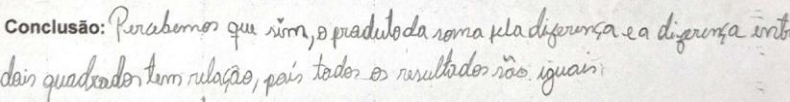
Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	3	42,9%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	1	14,2%
Inválida	3	42,9%
Total	7	100,0%

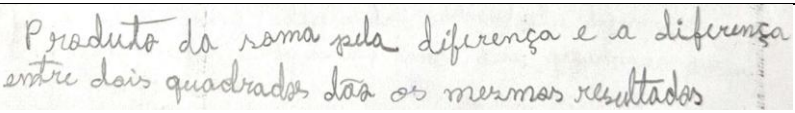
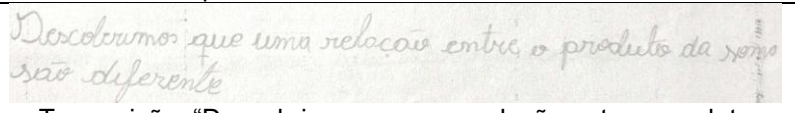
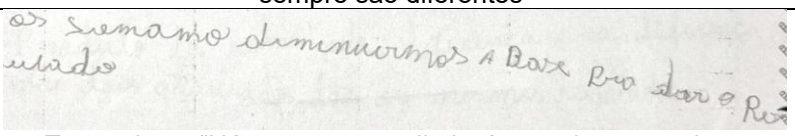
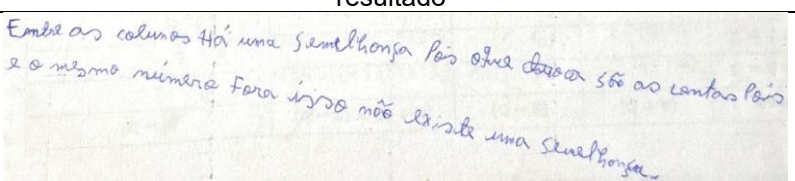
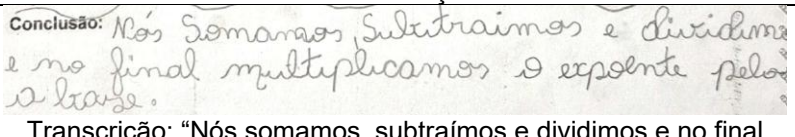
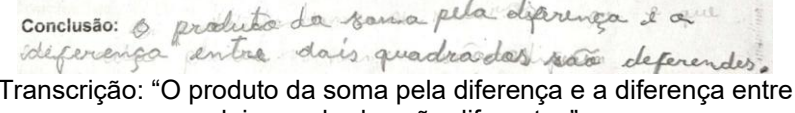
Fonte: Experimentação (2023)

A quantidade de respostas válidas e inválidas foi a mesma, com cada uma das categorias ficando com menos da metade do quantitativo total. Uma pequena regressão com relação à atividade anterior, que pode estar relacionada ao fato dessa vez as variáveis possuírem o mesmo valor, diferente das três anteriores que elas possuíam valores diferentes. Embora isso tenha acontecido, avaliamos como satisfatória a execução da Atividade 15 na turma A.

No Quadro 146 podemos observar as respostas dadas pelos grupos da turma B na Atividade 15, e as suas respectivas validades.

Quadro 146 – Conclusões das equipes sobre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados – Turma B

Grupo	Conclusão do grupo e sua transcrição	Validade da conclusão
G1: B03, B30	 Transcrição: “Nós percebemos que as duas colunas são iguais e dá o mesmo resultado”	Válida, prevista e desejada
G2: B06, B10, B21	 Transcrição: “O produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados tem relação, pois os resultados são os mesmos”	Válida, prevista e desejada
G3: B07, B17	 Transcrição: “Concluimos que o produto da soma pela diferença tem relação com a diferença entre dois quadrados porque os resultados são iguais”	Válida, prevista e desejada
G4: B09, B11, B23	 Transcrição: “Percebemos que sim, o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados têm relação, pois todos os resultados são iguais”	Válida, prevista e desejada

G5: B15, B22, B25	 Transcrição: "Produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados dão os mesmos resultados"	Válida, prevista e desejada
G6: B02, B05, B28	 Transcrição: "Descobrimos que uma relação entre o produto sempre são diferentes"	Inválida, não prevista e não desejada
G7: B04, B08, B27	 Transcrição: "Nós somamos e diminuimos a base pra dar o resultado"	Inválida, não prevista e não desejada
G8: B12, B20, B24	 Transcrição: "Entre as colunas há uma semelhança pois o que troca são as contas pois é o mesmo número, fora isso não existe semelhança"	Inválida, prevista e não desejada
G9: B13, B14, B26	 Transcrição: "Nós somamos, subtraímos e dividimos e no final multiplicamos o expoente pela base"	Inválida, não prevista e não desejada
G10: B16, B18, B29	 Transcrição: "O produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados são diferentes"	Inválida, prevista e não desejada

Fonte: Experimentação (2023)

Os grupos G1, G2, G3, G4 e G5 explicaram muito bem a relação de igualdade entre o produto da soma pela diferença e a diferença entre dois quadrados e, por isso, tiveram suas conclusões classificadas como válidas e desejadas. G6 e G10 afirmaram o contrário, que as duas variáveis analisadas são diferentes, enquanto G6, G7 e G8 deram respostas que não fazem qualquer sentido, portanto, todas as suas conclusões foram consideradas inválidas.

O quantitativo das categorias das respostas dadas pelas equipes da turma B na Atividade 15 podem ser vistas no Quadro 147 abaixo.

Quadro 147– Frequências absoluta e relativa da validade das conclusões na Atividade 15 – Turma B

Validade das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	5	50,0%
Válida e não desejada	0	0,0%
Parcialmente válida	0	0,0%

Inválida	5	50,0%
Total	10	100,0%

Fonte: Experimentação (2023)

Os resultados da turma B foram muito parecidos com os da A, pois aqui também as respostas consideradas válidas e desejadas foram elaboradas na mesma quantidade que as inválidas, porém com a diferença de ser exatamente metade para cada uma delas. Apesar de já termos tido resultados melhores em outras atividades, avaliamos com satisfatória a aplicação da Atividade 15 na turma B.

Dessa forma, em nossa concepção, foi positiva a realização da Atividade 15 nas duas turmas, uma vez que em torno de 50% dos grupos conseguiu fazer todos os cálculos devidos e estabelecer a relação correta entre as duas variáveis analisadas.

5.22 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 06 (DAS ATIVIDADES 12, 13, 14 E 15)

No dia 04 de setembro aconteceu o 21º encontro da turma B, nos dois últimos horários. Ele iniciou com 10 minutos de atraso devido o pesquisador ter precisado estender a sua estada na turma A, que estava terminando a aplicação de sua Atividade 15. Com isso, após toda a preparação necessária, que durou 11 minutos, as equipes iniciaram a resolução da Atividade de Aprofundamento 05, que faz jus a tudo que fora aprendido entre as Atividades 12 e 15.

Estavam presentes 28 alunos, com as ausências de B05, B024 e B31. As equipes levaram bastante tempo para concluir a atividade, com várias extrapolando o tempo de aula, que por ser nos últimos horários, era mais curto. Apesar disso, a maioria dos grupos conseguiu responder de forma satisfatória as questões, com o pesquisador sempre os orientando de perto e tirando todas as dúvidas que apareciam.

A execução dessa atividade na turma A aconteceu no dia seguinte, em 05 de setembro, nos dois primeiros horários escolares, sendo este o 20º encontro da turma, e contou com 27 estudantes presentes, tendo faltado os alunos A04 e A16. Iniciou com atraso, que somado com a preparação da turma para a realização da atividade, teve duração de 30 minutos. Foi preciso em torno de uma hora para que todas as equipes terminassem de responder as questões, processo que sempre contou com a presença do pesquisador, para que todas as dúvidas fossem tiradas.

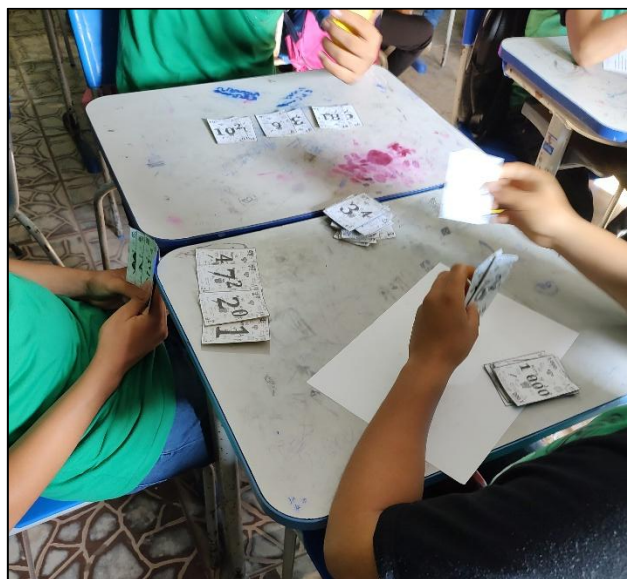
5.23 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE 16

No dia seguinte, em 06 de setembro, foi aplicada a última atividade de nossa sequência didática, nas duas turmas. Tratava-se de um jogo intitulado “Dorminhoco”, que tem como base um baralho de potenciações e que foi adaptado do trabalho de Melo e Justulin (2020). O objetivo geral do jogo era de que os alunos pudessem fazer associações de algumas potenciações com os seus respectivos resultados, além do uso de algumas propriedades simples e, com isso, pudessem fazer uma revisão diferente do habitual, para que pudessem responder as questões do Pós-teste.

Na turma B esse foi o 22º encontro e aconteceu nos dois primeiros horários. Um total de 25 alunos se fizeram presentes na oportunidade, com as ausências de B09, B10, B16, B24, B30 e B31. Foram gastos os 20 minutos iniciais para que as regras do jogo fossem explicadas, mesmo assim, os alunos (que estavam divididos em trios ou quartetos, para jogarem entre si) tiveram muitas dificuldades de compreender o que se pretendia com a atividade lúdica.

Após isso, os contratempos continuaram na execução em si do jogo, com vários alunos não sabendo fazer as associações corretas entre os valores de cada carta e seus devidos resultados, relacionadas à potenciação. Aos poucos os problemas foram dirimidos e os discentes até chegaram a ultrapassar em 10 minutos o tempo limite da aula. A Figura 51 mostra o registro da execução do jogo na turma B.

Figura 51 – Alunos treinando suas habilidades em Potenciação com o jogo "Dorminhoco" – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

Na turma A o 21º encontro foi realizado nos dois últimos horários e foram prestigiados por apenas 20 alunos, estando ausentes A04, A08, A11, A13, A16, A17, A22, A27 e A29. Aqui a realização da atividade foi mais curta, durando ao todo somente 50 minutos, com os estudantes apresentando as mesmas dificuldades já relatadas sobre a turma B. No entanto, depois de muitas orientações, eles conseguiram entender a dinâmica proposta e cumpriram os objetivos da referida atividade, conforme mostra a Figura 52 a seguir.

Figura 52 – Alunos treinando suas habilidades em Potenciação com o jogo "Dorminhoco" – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

Ao fim da aplicação de cada turma o pesquisador enfatizou aos alunos de que o encontro seguinte seria o último da sequência didática, que eles iriam fazer uma avaliação individual e que precisavam estudar para ela.

5.24 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 07 (DE TODAS AS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA) E DO PÓS-TESTE

No dia 11 de setembro de 2023 foi realizado o último encontro das duas turmas referentes à aplicação de nossa sequência didática, sendo o de número 22 da turma A e 23 da B. Eram três os objetivos desse dia: responder a Atividade de Aprofundamento 07, uma espécie de revisão geral; resolver o pós-teste; fazer a última avaliação quanto à proposta de ensino executada nos últimos meses.

Apesar do aviso no encontro anterior sobre a importância de não faltarem neste último, estiveram presentes na turma A apenas 23 alunos. Os ausentes foram os seguintes: A04, A05, A06, A08, A11 e A27.

A realização começou no 3º horário, com 5 minutos de atraso e outros 5 foram necessários para a organização da turma. Meia hora depois todos os estudantes haviam terminado e o pesquisador iniciou a resolução da atividade de aprofundamento, sendo interrompido pelo sinal que indicava o horário do intervalo. Na volta, com um atraso de 10 minutos, o pesquisador precisou de mais 20 para completar sua explicação, para os discentes pudessem responder o pós-teste.

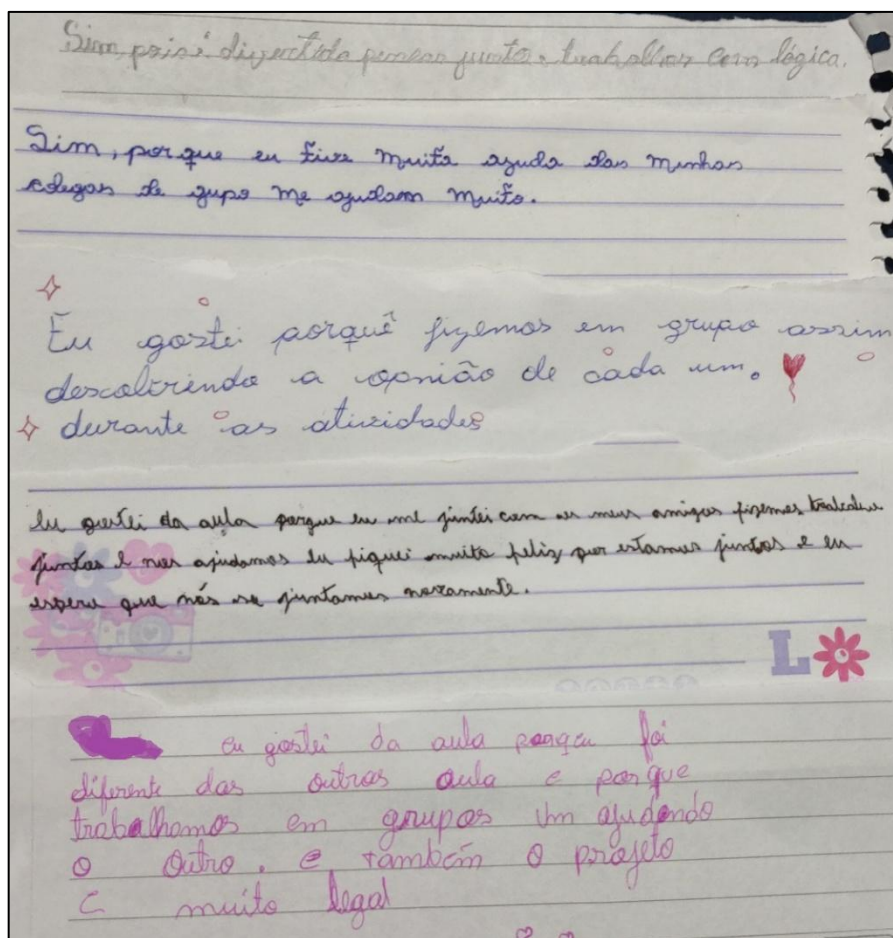
Restavam apenas 15 minutos até o fim regulamentar da aula. O primeiro aluno finalizou com apenas 8 minutos, enquanto o último levou 37, fazendo que fosse ultrapassado o horário regulamentar em 22 minutos.

Ao ir logo em seguida para a turma B, o pesquisador ainda avaliou a possibilidade de adiar o encontro, pois restaria menos de uma hora para a sua execução, porém, como a semana de provas da 3ª avaliação iria começar em pouco dias, considerou ser problemática a possibilidade de levar algumas semanas a mais para poder aplicar o pós-teste, e então resolveu executá-lo no mesmo dia.

Estiveram presentes 29 estudantes neste último encontro da turma B, tendo faltado os alunos B28 e B31. As orientações, execução e resolução da atividade de aprofundamento duraram 34 minutos. Após iniciada a aplicação do pós-teste, o primeiro aluno precisou de somente 8 minutos para resolvê-la, porém outros estudantes acabaram ultrapassando o tempo regular da aula, até que depois de 42 minutos, já perto de meio dia e meia, os dois últimos alunos restantes (B12 e B18) tiveram que entregar seus testes sem terem respondido tudo, pois seus responsáveis já estavam impacientes de estarem tanto tempo os esperando no horário de saída.

Além disso, os discentes foram orientados a cada um escrever em uma tira de papel a sua opinião sobre a proposta de ensino em que estiveram envolvidos ao longo do ano, logo que terminassem de responder as questões do pós-teste. Eles deveriam responder a seguinte pergunta: “Você gostou da forma como as aulas de matemática aconteceram nesses últimos meses?”. A Figura 53 traz alguns exemplos das respostas dadas.

Figura 53 - Exemplos de opiniões sobre a satisfação dos alunos com a sequência didática aplicada



Fonte: Experimentação (2023)

Na opinião da maioria dos alunos, portanto, o trabalho em grupo foi vantajoso, pois eles puderam interagir com os colegas, o que, além do entretenimento de poderem conversar entre si, resultou no aumento da satisfação de vir para a escola, em ajuda mútua e melhora no desempenho do raciocínio lógico para a resolução das atividades propostas.

No mais, após a realização do pós-teste avaliamos que os seus resultados poderiam ter sido influenciados negativamente, por ocasião de parte dos alunos das duas turmas, principalmente da B, não ter tido tempo o suficiente para resolver suas questões de forma tranquila, pois tiveram que fazer com pressa devido o esgotamento do tempo de aula ou nem terem conseguido efetivamente concluir. O ideal era ter tido um encontro exclusivo para a resolução do pós-teste, o que não foi possível devido à dinâmica do calendário escolar.

5.25 SÍNTESE DAS VALIDADES DAS CONCLUSÕES

A seguir apresentamos a síntese das validades das conclusões elaboradas pelos grupos das duas turmas durante a fase de experimentação. O Quadro 148 exhibe esses dados referentes à turma A.

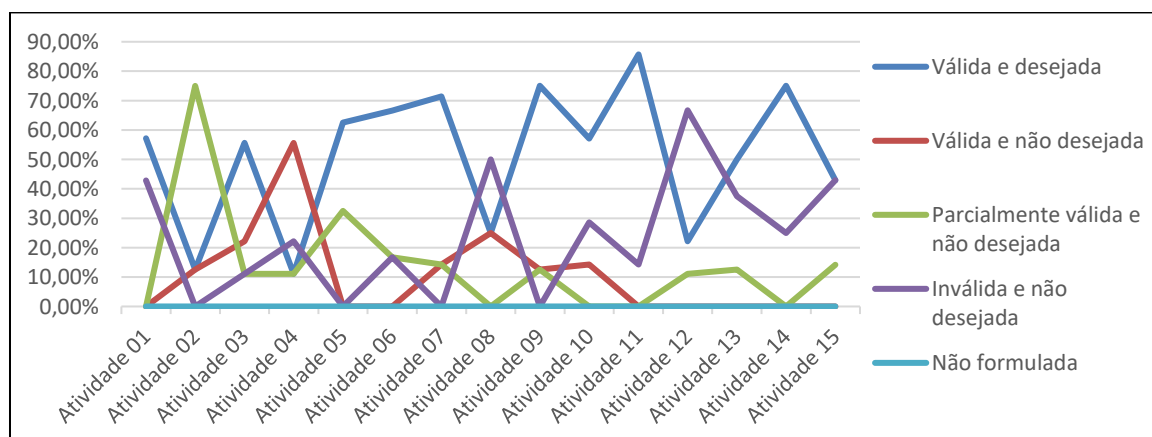
Quadro 148 – Síntese das validades das conclusões elaboradas por Atividade – Turma A

Atividade	Validade das Conclusões				
	Válida e desejada	Válida e não desejada	Parcialmente válida e não desejada	Inválida e não desejada	Não formulada
Atividade 01	57,2%	0,0%	0,0%	42,8%	0,0%
Atividade 02	12,5%	12,5%	75,0%	0,0%	0,0%
Atividade 03	55,6%	22,2%	11,1%	11,1%	0,0%
Atividade 04	11,1%	55,6%	11,1%	22,2%	0,0%
Atividade 05	62,5%	0,0%	32,5%	0,0%	0,0%
Atividade 06	66,6%	0,0%	16,7%	16,7%	0,0%
Atividade 07	71,4%	14,3%	14,3%	0,0%	0,0%
Atividade 08	25,0%	25,0%	0,0%	50,0%	0,0%
Atividade 09	75,0%	12,5%	12,5%	0,0%	0,0%
Atividade 10	57,1%	14,3%	0,0%	28,6%	0,0%
Atividade 11	85,7%	0,0%	0,0%	14,3%	0,0%
Atividade 12	22,2%	0,0%	11,1%	66,7%	0,0%
Atividade 13	50,0%	0,0%	12,5%	37,5%	0,0%
Atividade 14	75,0%	0,0%	0,0%	25,0%	0,0%
Atividade 15	42,9%	0,0%	14,2%	42,9%	0,0%

Fonte: Experimentação (2023)

A partir dos dados do quadro acima elaboramos o Gráfico 01 a seguir:

Gráfico 01 – Frequência da validade das conclusões por atividade – Turma A



Fonte: Experimentação (2023)

Podemos perceber com as informações exibidas no Quadro 148 e no Gráfico 01 que houve uma variação significativa das frequências das validades como um todo

ao longo da realização das atividades, porém, houve um crescimento notório relacionado às conclusões válidas no âmbito geral. As exceções foram nas Atividades 08 e 12, da potenciação de expoente igual a zero e da relação entre o quadrado da soma e do quadrado da diferença, as quais os alunos tiveram muitas dificuldades.

Vejamos agora as informações das validades das conclusões referentes à turma B, dispostas no Quadro 149.

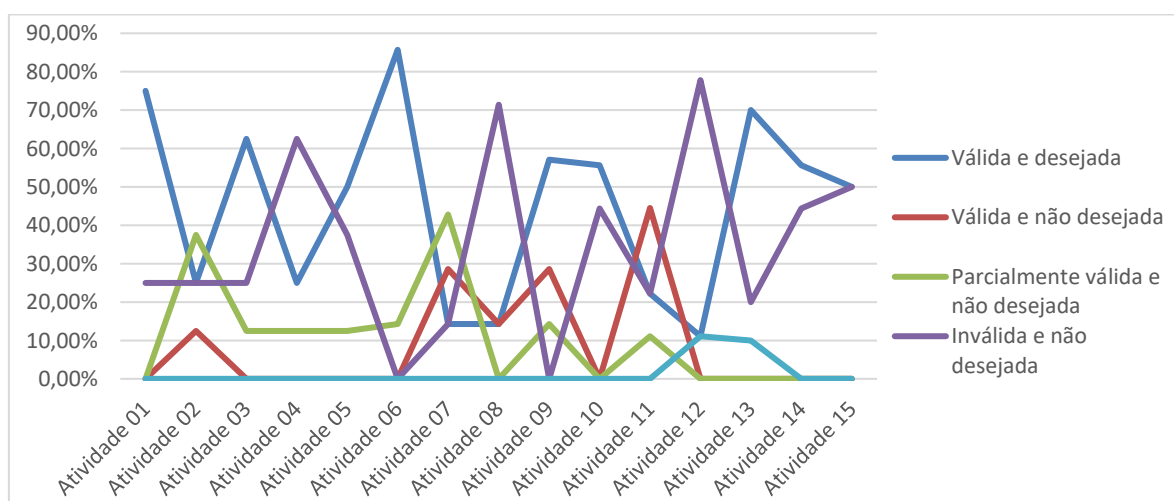
Quadro 149 – Síntese das características das Conclusões elaboradas por Atividade – Turma B

Atividade	Características das Conclusões				
	Válida e desejada	Válida e não desejada	Parcialmente válida e não desejada	Inválida e não desejada	Não formulada
Atividade 01	75,0%	0,0%	0,0%	25,0%	0,0%
Atividade 02	25,0%	12,5%	37,5%	25,0%	0,0%
Atividade 03	62,5%	0,0%	12,5%	25,0%	0,0%
Atividade 04	25,0%	0,0%	12,5%	62,5%	0,0%
Atividade 05	50,0%	0,0%	12,5%	37,5%	0,0%
Atividade 06	85,7%	0,0%	14,3%	0,0%	0,0%
Atividade 07	14,3%	28,6%	42,8%	14,3%	0,0%
Atividade 08	14,3%	14,3%	0,0%	71,4%	0,0%
Atividade 09	57,1%	28,6%	14,3%	0,0%	0,0%
Atividade 10	55,6%	0,0%	0,0%	44,4%	0,0%
Atividade 11	22,2%	44,5%	11,1%	22,2%	0,0%
Atividade 12	11,1%	0,0%	0,0%	77,8%	11,1%
Atividade 13	70,0%	0,0%	0,0%	20,0%	10,0%
Atividade 14	55,6%	0,0%	0,0%	44,4%	0,0%
Atividade 15	50,0%	0,0%	0,0%	50,0%	0,0%

Fonte: Experimentação (2023)

A partir das informações do quadro acima elaboramos o Gráfico 02 abaixo:

Gráfico 02 – Frequência da validade das conclusões por atividade – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

Foi significativa também a variação das frequências das validações como um todo, na turma B, ao longo da execução da sequência didática. Além dos problemas que tivemos nas Atividades 08 e 12 (como na turma A) a turma B teve mais respostas inválidas do que válidas e desejadas na Atividade 04 (da base igual a 10) e um empate nas Atividades 02, 07, 11 e 15. Nas demais, as conclusões válidas e desejadas prevaleceram.

Considerando os inúmeros contratempos que tivemos durante a fase de experimentação, já relatados detalhadamente nos tópicos anteriores, o nível de complexidade de algumas atividades para alunos de 6º ano, e as avaliações positivas que tivemos durante a aplicação da sequência, bem como no número de atividades com percentuais de conclusões classificadas como válidas em relação às inválidas, em ambas as turmas, avaliamos como satisfatórios os resultados das atividades de nossa sequência didática, pois ficou clara a sua potencialidade em promover relevante melhora no aprendizado da maioria dos alunos.

5.26 QUANTIDADE DE FALTAS DOS ALUNOS DURANTE A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Sem dúvidas, o sucesso de uma experimentação do tipo também depende, entre vários outros fatores, da assiduidade do público-alvo. Por se tratar de uma sequência didática, por vezes quando um estudante se ausenta em um encontro, fica sem saber como proceder no seguinte. Isto, é claro, é amenizado pelo fato de as tarefas serem resolvidas em grupo, porém, quando a ausência é recorrente, o desempenho final pode ser bastante influenciado por conta disso e pelos demais fatores que levam o aluno ter tantas faltas.

Portanto, mostraremos em seguida a síntese da quantidade de ausências por aluno, em cada turma, durante nosso experimento. Nos quadros seguintes a marcação de um “X” representa que o discente faltou naquele encontro. Na direita há o somatório das faltas junto d sua respectiva porcentagem de ausências durante a realização da experimentação.

Vamos iniciar pela turma A, que tem suas informações dispostas no Quadro 150 a seguir.

Quadro 150 – Quantidade de faltas dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma A

Aluno	Encontro																						Total	%
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
A01																							0	0%
A02										X			X										2	9%
A03		X						X								X		X					4	18%
A04					X		X			X		X				X	X		X	X	X	X	10	45%
A05			X				X		X													X	4	18%
A06				X						X	X	X	X			X						X	7	32%
A07							X					X	X				X		X				5	23%
A08	X	X		X			X	X		X		X	X			X			X		X	X	12	55%
A09																							0	0%
A10			X					X															2	9%
A11																					X	X	2	9%
A12																							0	0%
A13	X			X		X	X		X		X							X			X		8	36%
A14				X										X									2	9%
A15								X											X				2	9%
A16										X					X			X	X	X	X		6	27%
A17												X									X		2	9%
A18									X	X					X		X	X	X				6	27%
A19																							0	0%
A20																							0	0%
A21																							0	0%
A22		X			X																X		3	14%
A23									X														1	5%
A24												X	X				X	X	X				5	23%
A25																							0	0%
A26																							0	0%
A27	X	X	X	X		X	X	X	X			X	X	X		X		X	X		X	X	16	73%
A28																	X						1	5%
A29												X	X				X				X		4	18%

Fonte: Experimentação (2023)

Aproximadamente um terço dos estudantes da turma A tiveram mais de 20% de ausências durante a realização do nosso experimento, com uma parte deles tendo faltado em mais da metade dos encontros. Ao mesmo tempo, pouco mais da metade dos alunos teve mais de 90% de assiduidade, com mais de um quarto do total tendo 100% de frequência.

A maioria desses discentes, portanto, não possuiu uma quantidade de ausências tão elevada, porém, alguns deles apresentaram grande disparidade com

relação aos demais, o que certamente pode influenciar nos seus resultados do pós-teste. Adiante, o Quadro 151 apresenta as informações referentes às faltas dos alunos da turma B durante a realização do nosso experimento.

Quadro 151 – Quantidade de faltas dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma B

	Encontro																							T o t a l	%
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23		
B01			X						X				X						X	X				5	22%
B02							X	X					X	X				X	X					6	26%
B03							X	X	X															3	13%
B04				X																				1	4%
B05			X				X					X						X			X			5	22%
B06				X														X						2	9%
B07									X										X					2	9%
B08										X			X					X						3	13%
B09	X														X							X		3	13%
B10								X		X			X				X		X			X		6	26%
B11																								0	0%
B12																								0	0%
B13																								0	0%
B14							X			X														2	9%
B15																								0	0%
B16											X			X		X						X		4	17%
B17										X					X									2	9%
B18				X						X								X						3	13%
B19							X	X	X	X	X	X						X		X				8	35%
B20							X									X								2	9%
B21																								0	0%
B22																								0	0%
B23	X							X	X															3	13%
B24												X									X	X		3	13%
B25																								0	0%
B26																								0	0%
B27										X														1	4%
B28															X								X	2	9%
B29																								0	0%
B30																						X		1	4%
B31		X	X		X		X		X	X		X	X	X	X	X		X		X	X	X	X	16	70%

Fonte: Experimentação (2023)

Na turma B cerca de um quinto dos alunos tiveram mais que 20% de faltas durante o experimento. Aproximadamente três quintos deles tiveram mais de 90% de

assiduidade, e metade destes últimos, ou seja, 30% do total, não possuem uma falta sequer. A grande disparidade ficou por conta do aluno B31, repetente, que faltou em 70% dos encontros.

Dessa forma, assim como na turma A, a maior parte dos alunos dessa turma possuíram poucas faltas durante a fase de experimentação, o que pode significar um rendimento satisfatório nos resultados do pós-teste.

5.27 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REALIZAÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO

Na etapa da experimentação aplicamos um questionário socioeducacional, o pré- e o pós-teste, além de um total de 16 atividades de ensino e mais 7 atividades de aprofundamento, utilizando para isso 22 encontros na turma A e 23 na turma B, num processo que durou aproximadamente quatro meses, indo de 08 de maio a 11 de setembro do ano de 2023.

Durante o experimento foram muitos os percalços passados pelo pesquisador e pelos estudantes, que envolveram, por exemplo, a falta de merenda escolar por várias semanas seguidas e consequente diminuição do tempo de aulas; períodos de provas regulares, de recuperação e das férias escolares; aplicação de provas de avaliações externas; questões administrativas da escola e de indisciplina por parte de alunos; bem como a resistência proveniente de alguns deles em trabalhar em grupos; entre outros. Tudo isso acabou resultando na extensão do tempo necessário para aplicação das atividades da sequência didática.

Em cada análise dos encontros buscamos sempre enfatizar todos os detalhes que envolveram a execução do experimento, para tentar mostrar o quão dinâmicos e desafiadores são o cotidiano e a realidade de uma escola pública brasileira regular, os quais possuem inúmeras variáveis que podem interferir diretamente no planejamento e efetivação de estratégias de ensino que visem a melhoria do aprendizado dos estudantes, seja em matemática ou qualquer outra disciplina.

Embora todos esses contratempos citados tenham acontecido, consideramos que o saldo final foi positivo, pois a utilização do ensino por atividade experimental como metodologia tornou as aulas de matemática mais atrativas para a maioria dos alunos, contribuindo para uma participação significativa por parte deles, seja na elaboração de suas conclusões em grupo, ou no compartilhamento de suas respostas

na lousa, fato esse que pode ser comprovado a partir das suas opiniões dadas em diferentes fases do experimento.

Consideramos também que os momentos de generalização de conceitos promovidos pelo pesquisador ao fim de cada atividade foram muito importantes para o entendimento conceitual e prático nas resoluções de atividades, tanto do encontro em questão quanto nas de posteriores, contribuindo assim para a evolução do aprendizado dos alunos.

A análise do pré-teste deixou evidente que a maioria dos estudantes analisados tinham pouca ou nenhuma noção a respeito dos conceitos iniciais de potenciação, e a realização dos encontros de ensino confirmaram as dificuldades deles em outros assuntos, como o cálculo das quatro operações fundamentais, leitura, escrita e na interpretação de textos em geral e do enunciado dos problemas.

Já a análise detalhada do pós-teste ficará para a próxima seção deste trabalho, mas podemos adiantar que houve um expressivo progresso por grande parte dos alunos, apesar de acreditarmos que poderia ter sido ainda melhor, já que avaliamos que a dinâmica ocorrida no dia da sua aplicação pode ter influenciado negativamente no desempenho dos estudantes, pois eles precisavam ter tido maior tempo para resolverem as questões mais tranquilamente.

Por fim, é importante salientar que esse momento foi de grande aprendizado para o pesquisador também, devido ter sido uma oportunidade única de conduzir um experimento, do qual exigia grande planejamento prévio, método a ser executado, tanto de ensino quanto de análise e execução, além da necessidade de flexibilidade para adaptar a aplicação com a dinâmica escolar. Foi, sem dúvidas, um enorme desafio a qual consideramos ter sido superado de forma satisfatória.

Na seção seguinte realizaremos a análise a posteriori dos resultados do pós-teste e a validação das atividades da sequência didática proposta, com a utilização de testes estatísticos.

6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Nesta seção iremos analisar os resultados da aplicação da sequência didática proposta, bem como das informações socioeducacionais nela produzidas. Os dados obtidos na fase de experimentação serão examinados estatisticamente por meio da comparação percentual dos resultados do pré-teste e do pós-teste, com análise de índice de acertos, erros e itens em branco, por questão e por estudante. Também serão explorados qualitativamente os tipos de erros cometidos no pós-teste, para que possamos vislumbrar possibilidades de aperfeiçoamento da sequência didática.

Dessa forma, realizaremos uma combinação de uma análise quantitativa com uma qualitativa, com base nos referenciais teóricos utilizados no início deste trabalho, objetivando apontar as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos no cálculo de potenciações e suas propriedades, e quais habilidades os estudantes possam ter desenvolvido a partir da aplicação desta sequência didática.

Além disso, utilizaremos a ferramenta estatística do Teste Exato de Fisher para a verificação da existência ou não de correlação entre as notas obtidas pelos alunos nos testes e as suas respostas do questionário socioeducacional, bem como a utilização do coeficiente V de Cramer, para medir o seu grau de existência, os quais serão sistematizados em quadros. Ao final da seção faremos uso do teste de hipóteses para amostra dependente, de modo a obter conclusões estatísticas com relação ao nosso experimento. Para tanto, faremos uso de softwares matemáticos e estatísticos como o Jamovi, Microsoft Excel e Geogebra.

Com o intuito de validar o nosso experimento, iniciaremos esta seção com a comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori* das atividades propostas na sequência didática, para sabermos se conseguimos alcançar o objetivo inicialmente apresentado neste trabalho, que é: analisar os resultados na aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir da aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de potenciação, com base na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais, e se conseguimos responder a indagação: quais os resultados da aplicação de uma sequência didática, baseada na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais para o ensino de potenciação, na aprendizagem de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em termos do conhecimento conceitual e procedimental deste objeto matemático?

6.1 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O Quadro 152 faz a comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori* das atividades propostas na sequência didática, além de mostrar a validação (ou não) de cada uma delas.

Quadro 152 – Confronto da análise a priori e análise a posteriori

ATIVIDADE	ANÁLISE A PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
01	É possível que alguns alunos tenham dificuldade em fazer a correta interpretação do texto, assim como de entenderem que com nenhum compartilhamento a quantidade total de uma pessoa fora atingida pela propaganda, porém, caso esses problemas de fato ocorram, o professor instrutor deverá interferir para viabilizar o prosseguimento da atividade. Esperamos que os estudantes entendam que devem sempre iniciar os cálculos considerando uma única pessoa atingida, e que para saber quantos novos compartilhamentos haverá em cada etapa, eles precisam multiplicar o valor anterior pela quantidade de compartilhamentos que cada pessoa atingida precisa realizar para participar da promoção, de acordo com cada item da atividade. Por fim, esperamos que eles concluam que a operação que deve ser usada para chegarem nos resultados corretos é a multiplicação. Acreditamos que o entendimento dos alunos deve ocorrer sem maiores problemas, a não ser que eles tenham dificuldades em fazer os cálculos das operações solicitadas em cada item.	Na turma A mais da metade das equipes deram respostas válidas e desejadas. Três quartos dos grupos da turma B responderam de maneira válida e desejada, enquanto apenas 25% não. Esses números reforçam o resultado satisfatório que obtivemos na aplicação da Atividade 01 nas duas turmas. Além disso, dos 55 participantes desta atividade em ambas as turmas, 45 deram uma resposta positiva, ou seja, que gostaram da aula naquele formato, com vários deles citando o fato dela ter acontecido em grupos e outros de terem aprendido o assunto de uma maneira mais fácil. Os outros dez afirmaram não ter gostado da aula porque tiveram desentendimentos com outros membros de seu grupo na forma de resolver as questões ou por não gostarem de matemática. De todo modo, concluímos que foi positiva a aplicação da Atividade 01, haja visto seus resultados e a aprovação de 80% dos estudantes sobre o formato de aula proposto.	Positiva
02	Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender o conceito de potenciação. Talvez as únicas dificuldades que eles enfrentem sejam as de calcular o valor da potência nas questões finais e de expressar em palavras o porquê de ser vantajosa a representação de uma multiplicação de fatores iguais a partir da potenciação.	Apesar de todas as equipes afirmarem ser vantajoso o uso da notação da potenciação com relação a multiplicação de vários fatores, na turma A somente 12,5% das respostas foram avaliadas como válidas e desejadas. Na turma B também todas as equipes consideraram vantajosa essa nova maneira de representar uma multiplicação de vários fatores iguais, a partir de uma potenciação, porém apenas 25% delas foi avaliada como válida e desejada. No entanto, essa dificuldade na elaboração da resposta final já era esperada em nossa análise a priori. Aliás, ao analisarmos os resultados da atividade como um todo, incluindo os exercícios iniciais, as duas	Positiva

		turmas tiveram ótimo desempenho: alto índice de acerto nos itens preliminares, 100% das respostas finais avaliando como vantajosa a notação de potenciação, com baixo índice de respostas inválidas. Diante de todos esses dados, avaliamos como positiva aplicação da Atividade 02 em ambas as turmas.	
03	Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a 1, qualquer que seja o expoente, a potência sempre será também igual a 1.	Na turma A, mais de 75% das conclusões foram classificadas como válidas e mais de 50% como válidas e desejadas, mostrando um resultado positivo na aplicação da atividade nesta turma. Na turma B, mais de 60% das conclusões foram classificadas como válidas e desejadas, também mostrando um resultado positivo na aplicação da atividade nesta turma. É válido ressaltar que nas duas turmas, em todos os grupos que não tiveram respostas consideradas totalmente válidas ou inválidas, ocorreu a execução correta de todas as questões da atividade, sugerindo dificuldade apenas na elaboração da conclusão, até mesmo por pertencerem ao 6º ano e não possuírem ainda uma linguagem matemática consolidada. Dessa forma, considerando que em ambas as turmas mais da metade dos grupos elaboraram conclusões válidas, avaliamos de forma positiva a referida atividade, em conformidade com o que fora previsto nas análises a priori.	Positiva
04	Acreditamos que, até por já conhecerem bem o conceito de potenciação, a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a dez, qualquer que seja o expoente positivo, a potência sempre será um número que começa com 1 e possui a mesma quantidade de zeros que o valor do expoente.	Na turma A, mais de 65% das conclusões foram interpretadas como válidas, mas apenas cerca de 10% eram desejadas. Ainda assim, como menos de 25% dos grupos formularam respostas tidas como inválidas, avaliamos como positiva a execução da Atividade 04 na turma A. Já na turma B apenas 25% das respostas foram consideradas como válidas e desejadas, o que é uma quantidade de avaliamos como baixa. Dessa forma, foi preciso que, na etapa de compartilhamento e generalização dos conceitos da atividade, o pesquisador fizesse considerações de modo que os alunos entendessem bem a relação entre o expoente e quantidade de zeros, quando há uma potenciação de base igual a dez, em ambas as turmas. E, ao observarem a explicação, grande parte dos alunos se deu conta da ligação existente nesse tipo de potenciação. Portanto, consideramos como válida essa atividade, por termos alcançado seu objetivo, ainda que na etapa final de sua aplicação.	Positiva
05	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem escrever cada uma das potenciações na forma de multiplicação, para depois reagrupar todos os fatores em uma só potenciação. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos	Mais da metade das conclusões foram tidas como válidas e desejadas e nenhuma como inválida, evidenciando assim o sucesso da aplicação desta atividade na turma A. Na turma B, metade das conclusões foram consideradas válidas e desejadas, porém	Positiva

	estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e somar os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.	quase 40% foram classificadas como inválidas. Em ambas as turmas percebemos um progresso com relação à produção das conclusões da maioria das equipes, e mesmo aquelas que não conseguiram inicialmente elaborá-las da forma que eram esperadas demonstraram ter obtido melhor compreensão após a fase de generalização dos conceitos vistos, portanto, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 05, conforme era esperado nas análises a priori.	
06	Inicialmente havíamos pensado em instruir os alunos a escrever essas divisões na forma de fração, para que eles pudessem simplificá-las e assim alcançar o objetivo da atividade, porém, durante a qualificação deste trabalho ficou evidente que essa estratégia não fazia sentido, haja vista a grande possibilidade de os alunos ainda não terem estudado frações até o momento da aplicação desta atividade. Ficou decidido então que o professor instrutor iria falar sobre simplificação entre os termos do divisor e do dividendo, mas sem estar no formato de uma fração, antes do início da atividade. Após isto, acreditamos que a maioria dos grupos de alunos conseguirá escrever cada uma das potenciações na forma de multiplicação, para depois simplificar os fatores idênticos de uma expressão com os da outra, e então reagrupar todos os fatores em uma só potenciação. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, durante todo este processo. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e subtrair os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.	Como já relatada em nossas análises a priori, por parte do pesquisador, houve certa dificuldade no planejamento da abordagem que seria dada à divisão entre potenciações de mesma base de maneira diferente da simplificação de frações, uma vez que esses alunos ainda não haviam estudado este assunto até essa oportunidade. Foi necessário utilizar técnicas de simplificação de divisões, algo mais habitual aos discentes do 6º ano em seu primeiro semestre. Após isso, na turma A quase 70% das equipes deram respostas classificadas como válidas e desejadas, enquanto menos de 20% foram avaliadas como inválidas e na turma B mais de 80% das conclusões foram classificadas como válidas e desejadas. Além disso, mais uma vez nenhum grupo teve sua resposta classificada como inválida, o que demonstra a evolução dos alunos das duas turmas com relação a essa proposta de ensino, tanto com relação ao trabalho em grupo quanto à necessidade de que chegassem a uma conclusão de como proceder mais rapidamente para chegar aos resultados, após as orientações iniciais do pesquisador. Dessa maneira, avaliamos a aplicação e os resultados da Atividade 06 como positivos.	Positiva
07	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em como preencher o quadro da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá relacionar os resultados da coluna do meio com os da coluna da direita, para cada linha, e assim atingir o objetivo de perceber que quando o expoente de uma potenciação é igual a 1, a potência é igual a própria base.	Em nossas análises a priori já havíamos previsto que talvez alguns alunos demonstrassem dificuldades ao realizar essa atividade, por ela ter um estilo diferentes das anteriores. Isso se mostrou verdadeiro e, além disso outros problemas que não haviam sido imaginados surgiram, como a realização das divisões entre as potências e com o fato de o valor numérico estar disposto em uma sequência numérica que iniciava no 2 e ia até o 11, o que acabou confundindo alguns dos alunos em suas observações. Apesar disso, mais de 80% das equipes da turma A deram respostas avaliadas como válidas, sendo que em torno de 70% elas também foram tidas como desejadas, e com a ausência da elaboração de conclusões inválidas, o que reflete a continuação do bom desempenho da turma com relação a sua produção. Na turma B, porém, o desempenho diminuiu com relação a algumas atividades anteriores pois apenas de 15% das respostas foram	Positiva

		avaliadas como válidas e desejadas. Mesmo assim a quantidade de conclusões inválidas também foi baixa, com a mesma porcentagem das válidas. Por fim, avaliamos que a atividade decorreu de forma satisfatória, com a maioria dos grupos elaborando conclusões válidas, após a interferência do pesquisador. Portanto, consideramos positiva a realização da Atividade 07.	
08	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em como preencher a tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas, principalmente a imediatamente anterior a essa. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá relacionar os resultados da coluna do meio com os da coluna da direita, para cada linha, e assim atingir o objetivo de perceber que quando o expoente de uma potenciação é igual a zero, a potência é igual a 1.	Em geral, durante a realização dessa atividade os estudantes demonstraram ter na prática mais dificuldades do que esperávamos em nossas análises a priori. Na turma A apenas 25% dos grupos apresentou uma conclusão que foi considerada válida, enquanto na turma B um valor ainda menor: menos de 15%. Alguns fatores não diretamente ligados à esta aplicação podem ter influenciado nesses índices baixos, quando comparados às atividades anteriores, ainda assim, devido às resoluções corretas encontradas nas atividades e ao momento de generalização dos conceitos relacionados a elas, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 08.	Positiva
09	Acreditamos que a maioria dos estudantes conseguirá encontrar os padrões que os levem a entender que quando a base em uma potenciação é igual a zero, e o expoente é igual ou maior que um, a potência sempre também será igual a zero. Considerando que essa atividade servirá, também, para discutir acerca da expressão 0^0 com os alunos, cremos que eles assimilarão (respeitando o nível de conhecimento esperado para a série em que se encontram) a complexidade dela.	Na turma A, quase 90% das equipes produziram conclusões que foram classificadas como válidas, onde 75% eram desejadas. Na B, também tivemos um alto índice de respostas classificadas como válidas: aproximadamente 85%, das quais pouco mais de 57% foram avaliadas como desejadas. Adicionalmente, não tivemos registro de conclusões invalidadas, em ambas as turmas. Esse resultado reflete o fato dessa atividade ser bastante parecida com as iniciais, as quais os estudantes já tinham afinidade. Todos esses fatores nos fazem considerar que a aplicação da Atividade 09 foi positiva em ambas as turmas. Já a expressão 0^0 foi abordada apenas superficialmente, sendo melhor discutida no encontro seguinte.	Positiva
10	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem tomar cada uma das potenciações de dentro dos parênteses como base de outra potenciação, cujo expoente é aquele que aparece na parte externa dos parênteses, para depois reagrupar todos os fatores em uma só potenciação, utilizando a propriedade da multiplicação de mesma base. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir a base e multiplicar os expoentes das potenciações para encontrar a resposta.	Cerca de 70% dos grupos da turma A elaboraram respostas classificadas como válidas, sendo que mais da metade eram desejadas, e somente as restantes foram avaliadas como inválidas. Na turma B, mais da metade dos grupos desenvolveu conclusões válidas e desejadas, porém, aproximadamente 45% foram de respostas tidas como inválidas. Por vezes, essas últimas acontecem por desatenções dos estudantes, por outras por falta de compromisso de alguns. Ainda assim, considerando o que foi pensado em nossas análises a priori, avaliamos como positiva a realização da Atividade 10 nas turmas A e B.	Positiva

11	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em perceber que eles devem primeiramente reagrupar os fatores iguais, para formar uma potenciação entre eles, utilizando a propriedade associativa da multiplicação, assim formando, no final, duas potenciações de mesmo expoente. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar as eventuais dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essa dificuldade, pelo menos a maioria deles deverá perceber que bastava repetir as bases e atribuir o expoente existente a cada uma delas, para encontrar a resposta.	Na turma A, aproximadamente 85% dos grupos produziram conclusões tidas com válidas e desejadas. Apenas cerca de 15% responderam algo que foi considerado inválido. Já a turma B apresentou apenas cerca de 22% dos grupos produzindo conclusões que foram avaliadas como válidas e desejadas. Apesar disso, dois terços das respostas foram classificadas como válidas, com o restante sendo parcialmente ou totalmente inválidas. Uma parte dos estudantes pareceu não levar em consideração o objetivo principal da atividade, que era o de escrever as respostas como um produto entre duas potenciações. Analisando as duas turmas conjuntamente, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 11, pois foi baixa a porcentagem de grupos que deram respostas inválidas ao final. A maior parte dos alunos tiveram conclusões classificadas como válidas e desejadas, além disso, dúvidas foram tiradas tanto na etapa de generalização dos conhecimentos como na atividade de aprimoramento referente a ela.	Positiva
12	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para a e b em cada linha da tabela da atividade. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.	Aproximadamente 70% dos grupos das turmas A e B elaboraram conclusões consideradas inválidas nesta atividade, enquanto apenas em torno de 20% na primeira e 10% na segunda produziram respostas classificadas como válidas e desejadas. Trata-se, até aqui, do pior resultado de uma atividade durante a aplicação de nossa sequência didática. Porém, é preciso considerar que em nossas análises a priori já prevíamos contratempos na resolução dessa atividade, até por se tratar de alunos que carregam consigo problemas em seu processo de aprendizagem. Entre os problemas apresentados pelos discentes, tivemos vários relacionados ao cálculo das quatro operações fundamentais, nesta atividade em especial a adição e a multiplicação. Os estudantes não tinham pleno domínio da tabuada e, devido a isso, gastavam muito tempo e erravam vários dos cálculos de potenciação, além das expressões numéricas resultantes. Somado a isso, havia a dificuldade em substituir os valores na posição correta das variáveis, na aplicação do conceito inicial de potenciação (muitos estavam cometendo a <i>misconception</i> de multiplicar a base pelo expoente) e em relacionar a coluna da soma entre quadrados com a do quadrado da soma. Levando tudo isso em conta, de que os problemas não estão relacionados diretamente a essa atividade e que o pesquisador fez intervenções ao fim da aplicação, visando as seguintes, e que os alunos corresponderam bem a esse momento, avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 12 em ambas as turmas.	Positiva

13	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para a, b e n em cada linha da tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que a da atividade anterior, já que ela foi bastante parecida. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.	Metade dos grupos da turma A produziu respostas tidas como válidas e desejadas, e a quantidade de conclusões inválidas diminuiu para menos da metade. Na turma B a taxa de respostas dessa categoria atingiu 70%, por sua vez, a quantidade de respostas inválidas caiu para um quinto. Todos esses resultados representam uma melhora substancial com relação à atividade anterior, o que pode significar que os estudantes passaram a entender melhor a proposta desse tipo de atividade, após as considerações do pesquisador, no seu fim, reforçando o que fora esperado nas análises prévias, de que os alunos apresentariam menos problemas na realização dessa. Fica evidente, portanto, que avaliamos como positiva a aplicação da Atividade 13 nas turmas A e B. Além disso, fica ainda mais fortalecida a validade da atividade anterior, dada a superação que a maioria dos estudantes demonstrou desde a realização dela.	Positiva
14	Acreditamos que os alunos terão menores dificuldades em substituir os valores dados para a e b em cada linha da tabela da atividade, já que as atividades anteriores foram bastante parecidas. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.	A turma A apresentou melhora em seu desempenho, com relação a atividade anterior, atingindo a marca de 75% de suas respostas tidas como válidas e desejadas. A turma B obteve um desempenho um pouco inferior na Atividade 14, quando comparado ao da anterior. Ainda assim, mais de a metade das conseguiram elaborar conclusões vistas como válidas e desejadas. Nas duas turmas os alunos demonstraram muito mais facilidade na execução desta, voltando a conseguir terminar tudo em um único encontro, do jeito que imaginamos em nossas análises a priori. Todos esses fatores mostram que parte dos alunos conseguiu assimilar bem a ideia proposta nesse tipo de atividade. Com isso, evidentemente avaliamos como bastante positiva a aplicação da Atividade 14 nas duas turmas, porque ela demonstrou de vez que a dificuldade encontrada na resolução da Atividade 12 ficou para trás.	Positiva
15	Acreditamos que inicialmente os alunos poderão ter dificuldade em substituir os valores dados para a e b em cada linha da tabela da atividade, porém, de uma maneira menor que as das atividades anteriores, já que elas foram bastante parecidas. É possível também que eles não percebam de imediato a semelhança entre os valores da terceira e da quarta colunas preenchidas por eles em cada linha. O professor instrutor deverá ficar atento para tirar todas as dúvidas dos estudantes, com relação a isto. Superando essas dificuldades, pelo menos a maioria deles deverá atingir o objetivo dela.	Na turma A tivemos uma pequena regressão com relação à atividade anterior, com a quantidade de respostas válidas e inválidas sendo a mesma, com menos da metade do quantitativo total, cada uma delas. Os resultados da turma B foram muito parecidos com os da A, pois aqui também as respostas consideradas válidas e desejadas foram elaboradas na mesma quantidade que as inválidas, porém com a diferença de ser exatamente metade para cada uma delas. Apesar de já termos tido resultados melhores em outras atividades (os quais podem estar relacionados ao fato de nessa as variáveis possuírem o mesmo valor, diferente das três anteriores em que elas possuíam valores	Positiva

		diferentes), avaliamos como satisfatória a aplicação da Atividade 15 em ambas as turmas. Dessa forma, em nossa concepção, foi positiva a realização da Atividade 15 nas duas turmas, uma vez que em torno de 50% dos grupos conseguiu fazer todos os cálculos devidos e estabelecer a relação correta entre as duas variáveis analisadas.	
16	Acreditamos que, por ser bem parecido com um jogo tradicional de baralho, a maioria dos alunos não terá nenhuma dificuldade em participar e entender esta atividade.	Ao contrário do que imaginamos em nossas análises a priori, os estudantes demonstraram dificuldades para entender o objetivo do jogo proposto, bem como em fazer as operações necessárias para o seu desenvolvimento. Porém, após muitas orientações por parte do pesquisador, a maioria dos alunos conseguiu entender bem as regras e a dinâmica do jogo, tendo eles se divertido bastante usufruindo do que as atividades lúdicas podem oferecer. Portanto, avaliamos como bastante positiva a aplicação da Atividade 16 em ambas as turmas.	Positiva

Fonte: Experimentação (2023)

Nossa análise a posteriori classificou como positivas todas as 16 atividades de nossa sequência didática, pois ratificou vários dos procedimentos e atitudes realizados pelos estudantes das turmas estudadas, os quais foram pensados e esperados em nossa análise a priori. Os resultados gerados após a aplicação de cada uma delas dão base para afirmarmos de maneira consistente que, mesmo com vários contratempos, o experimento foi bastante satisfatório.

6.2 ANÁLISE A POSTERIORI DO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Vejamos agora os resultados dos pré- e pós-teste e compará-los. Consideramos uma questão como certa aquela respondida exatamente de acordo com as regras da matemática. Por exemplo, na primeira só acertaram os alunos que responderam que $4^3 = 64$; todos os que deram quaisquer outras respostas diferentes dessa as tiveram avaliadas como incorretas; e os que não responderam nada tiveram as suas “respostas” classificadas como “em branco”. Posteriormente faremos as análises dos erros cometidos pelos alunos nessa etapa do pós-teste.

Primeiramente vamos analisar o percentual que as categorias de respostas levaram com relação a cada questão, e em seguida por aluno, para cada uma das turmas.

O quadro 153 a seguir faz a comparação da quantidade de acertos, erros e questões em branco do pré- com o pós-teste, da turma A.

Quadro 153 – Comparação do desempenho por questão no pré e pós teste – Turma A

Assunto	Questão	Questões Certas (%)		Questões Erradas (%)		Questões em Branco (%)	
		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
Definição de Potenciação	4^3	0,00%	41,38%	82,76%	58,62%	17,24%	0,00%
	6^2	0,00%	58,62%	79,31%	41,38%	20,69%	0,00%
Base igual a 0	0^4	6,90%	100,00%	72,41%	0,00%	20,69%	0,00%
	0^{15}	6,90%	96,55%	72,41%	3,45%	20,69%	0,00%
Base igual a 1	1^4	0,00%	72,41%	79,31%	27,59%	20,69%	0,00%
	1^7	0,00%	51,72%	79,31%	48,28%	20,69%	0,00%
Base igual a 10	10^2	0,00%	82,76%	79,31%	17,24%	20,69%	0,00%
	10^5	0,00%	62,07%	82,76%	37,93%	17,24%	0,00%
Expoente igual a 1	3^1	13,79%	72,41%	65,52%	27,59%	20,69%	0,00%
	100^1	6,90%	55,17%	72,41%	44,83%	20,69%	0,00%
Expoente igual a 0	6^0	0,00%	48,28%	79,31%	51,72%	20,69%	0,00%
	12^0	0,00%	41,38%	82,76%	58,62%	17,24%	0,00%
Base e Expoente iguais a 0	0^0	0,00%	55,17%	82,76%	44,83%	17,24%	0,00%
Produto entre bases iguais	$2^2 \times 2^3$	0,00%	62,07%	89,66%	37,93%	10,34%	0,00%
	$4^3 \times 4^5$	0,00%	62,07%	86,21%	37,93%	13,79%	0,00%
Divisão entre bases iguais	$3^6 \div 3^4$	0,00%	68,97%	82,76%	27,59%	17,24%	3,45%
	$5^4 \div 5^2$	0,00%	68,97%	79,31%	27,59%	20,69%	3,45%
Potenciação de Potenciação	$(4^3)^5$	0,00%	51,72%	72,41%	41,38%	27,59%	6,90%
	$(3^2)^3$	0,00%	48,28%	75,86%	48,27%	24,14%	3,45%
Produto entre Potenciações com expoentes iguais	$2^3 \times 3^3$	0,00%	20,69%	79,31%	75,86%	20,69%	3,45%
	$4^2 \times 5^2$	0,00%	13,79%	82,76%	82,76%	17,24%	3,45%
Potenciação do Produto	$(2 \times 4)^3$	0,00%	41,38%	79,31%	58,62%	20,69%	0,00%
	$(3 \times 5)^2$	0,00%	41,38%	79,31%	58,62%	20,69%	0,00%
Soma entre dois quadrados	$5^2 + 3^2$	0,00%	27,59%	75,86%	68,97%	24,14%	3,45%
Quadrado da soma	$(5 + 3)^2$	0,00%	65,52%	72,41%	27,59%	27,59%	6,90%
Diferença entre dois quadrados	$5^2 - 3^2$	0,00%	24,14%	72,41%	68,97%	27,59%	6,90%
Quadrado da diferença	$(5 - 3)^2$	34,48%	68,97%	41,38%	20,69%	24,14%	10,34%
Produto da Soma pela Diferença	$(5 + 3) \times (5 - 3)$	27,59%	55,17%	48,28%	41,38%	24,14%	3,45%

Fonte: Experimentação (2023)

O primeiro ponto a se destacar é que a quantidade de questões deixadas em branco para cada um dos 28 itens analisados diminuiu consideravelmente. No pré-teste em todos os itens tivemos pelo menos em torno de 10% de questões deixadas em branco, e no pós-teste 17 itens dos 28 não tiveram nenhuma resposta deixada em

branco, e dos que tiveram, a maioria foi menor que 10%, com apenas uma (a do quadrado da diferença) tendo superado essa marca.

Com relação às respostas classificadas como erradas, ainda que algumas questões tenham obtido índices altos, em praticamente todas houve diminuição entre os dois testes, com exceção da questão $4^2 \times 5^2$, que manteve a porcentagem. Em algumas ocasiões a redução foi bastante considerável, como nas duas questões do tema “base igual a zero”, que passaram de 72,41% cada para 0,00% e 3,45% em 0^4 e 0^{15} , respectivamente; assim como em outras foi mínima, como na outra referente ao “produto entre potenciações com expoentes iguais” ($2^3 \times 3^3$), que foi de 79,31% para 75,86%. No geral o pós-teste teve pouco mais de um terço dos seus itens contendo mais de 50% de respostas erradas.

Quanto às respostas dadas corretamente, aproximadamente 65% dos itens tiveram frequências superiores a 50%. Um ponto positivo é que mais de três quartos das questões do pré-teste não tiveram qualquer resposta correta, situação que mudou no pós-teste, onde todos os itens tiveram questões respondidas corretamente por pelo menos um quarto dos estudantes da turma. Da parte negativa, merece atenção especial o fato de uma das questões do conceito de potenciação (a do 4^3) ter obtido menos da metade de respostas corretas. Certamente o mal desempenho nessa categoria de questão influenciou diretamente o resultado negativo de outros itens (como veremos mais a frente em nosso trabalho), por se tratar de um saber essencial no entendimento de outras propriedades.

Restringindo-se às propriedades em si da potenciação, que vão da “Base igual a zero” até a “Potenciação do Produto”, tivemos bons índices de acerto na maioria dos itens, em geral acima dos 60%. As exceções foram o “Expoente igual a 0”, a “Multiplicação de potenciações com expoentes iguais” e a “Potenciação do produto”, em que menos da metade dos estudantes acertaram as questões referentes a esses tópicos. Veremos em uma seção posterior, em nossa análise de erros do pós-teste, que é possível que uma parcela significativa dos discentes tenha confundido essas duas últimas propriedades (principalmente a última), dando, assim, respostas não totalmente erradas, porém que não se aninhavam ao que pedia o comando da questão.

Abaixo, o Quadro 154 faz a comparação da quantidade de acertos, erros e questões em branco do pré- com o pós-teste, da turma B.

Quadro 154 – Comparação do desempenho por questão no pré- e pós-teste – Turma B

Assunto	Questão	Questões Certas (%)		Questões Erradas (%)		Questões em Branco (%)	
		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
Definição de Potenciação	4^3	0,00%	25,81%	64,52%	74,19%	35,48%	0,00%
	6^2	0,00%	51,61%	64,52%	48,39%	35,48%	0,00%
Base igual a 0	0^4	3,23%	87,10%	58,06%	12,90%	38,71%	0,00%
	0^{15}	3,23%	80,65%	54,84%	19,35%	41,94%	0,00%
Base igual a 1	1^4	3,23%	70,97%	58,06%	29,03%	38,71%	0,00%
	1^7	0,00%	74,19%	58,06%	25,81%	41,94%	0,00%
Base igual a 10	10^2	0,00%	83,87%	61,29%	16,13%	38,71%	0,00%
	10^5	0,00%	74,19%	58,06%	25,81%	41,94%	0,00%
Expoente igual a 1	3^1	6,45%	77,42%	58,06%	22,58%	35,48%	0,00%
	100^1	3,23%	54,84%	58,06%	19,35%	38,71%	0,00%
Expoente igual a 0	6^0	0,00%	67,74%	61,29%	29,03%	38,71%	3,23%
	12^0	0,00%	67,74%	61,29%	32,26%	38,71%	0,00%
Base e Expoente iguais a 0	0^0	3,23%	67,74%	61,29%	32,26%	35,48%	0,00%
Produto entre bases iguais	$2^2 \times 2^3$	0,00%	61,29%	58,06%	38,71%	41,94%	0,00%
	$4^3 \times 4^5$	0,00%	58,06%	51,61%	41,94%	48,39%	0,00%
Divisão entre bases iguais	$3^6 \div 3^4$	0,00%	74,19%	45,16%	25,81%	54,84%	0,00%
	$5^4 \div 5^2$	0,00%	70,97%	45,16%	29,03%	54,84%	0,00%
Potenciação de Potenciação	$(4^3)^5$	0,00%	58,06%	48,39%	32,26%	51,61%	9,68%
	$(3^2)^3$	0,00%	51,61%	45,16%	45,16%	54,84%	3,23%
Produto entre Potenciações com expoentes iguais	$2^3 \times 3^3$	0,00%	45,16%	48,39%	54,84%	51,61%	0,00%
	$4^2 \times 5^2$	0,00%	48,39%	48,39%	51,61%	51,61%	0,00%
Potenciação do Produto	$(2 \times 4)^3$	3,23%	22,58%	54,84%	74,19%	41,94%	3,23%
	$(3 \times 5)^2$	3,23%	29,03%	54,84%	67,74%	41,94%	3,23%
Soma entre dois quadrados	$5^2 + 3^2$	0,00%	25,81%	58,06%	74,19%	41,94%	0,00%
Quadrado da soma	$(5 + 3)^2$	3,23%	54,84%	54,84%	41,94%	41,94%	3,23%
Diferença entre dois quadrados	$5^2 - 3^2$	0,00%	25,81%	58,06%	74,19%	41,94%	0,00%
Quadrado da diferença	$(5 - 3)^2$	12,90%	67,74%	45,16%	29,03%	41,94%	3,23%
Produto da Soma pela Diferença	$(5 + 3) \times (5 - 3)$	12,90%	45,16%	38,71%	51,61%	48,39%	3,23%

Fonte: Experimentação (2023)

Os resultados da turma B foram ligeiramente melhores que o da A. No pré-teste dessa turma também ocorreu o fato de que todas as questões tiveram muitas respostas deixadas em branco, porém, no pós-teste cerca de apenas um quarto delas apresentaram ao menos uma solução desse tipo, mais especificamente 20 das 28 questões foram 100% respondidas, estando elas certas ou erradas. As 8 restantes tiveram menos de 10% de suas respostas deixadas em branco. É válido lembrar também que alguns alunos dessa turma não conseguiram terminar de responder a tempo o pós-teste, deixando algumas questões em branco por conta disso, o que fez aumentar a quantidade desse tipo de resposta.

Sobre as incorretas, a turma B manifestou um comportamento diferente ao da turma A, pois nela uma parte das questões (aproximadamente um terço delas) aumentaram o seu índice de erros, quando se compara os resultados do pré- com o do pós- teste. Essa mesma quantidade foi a de itens que tiveram mais da metade de respostas erradas, valor um menor que o da turma A.

Os menores índices de erros foram nas questões 0^4 e 10^2 , com 12,9% e 16,13% nessa ordem, e os maiores em quatro questões: 4^3 , $(2 \times 4)^3$, $5^2 + 3^2$ e $5^2 - 3^2$ com 74,19% em cada. Nessas últimas, percebemos que os discentes demonstraram mais coragem para tentar responder as questões, não as deixando em branco, entretanto, não conseguiram responder como se esperava, aumentando assim o índice de questões classificadas como erradas.

Em todas as questões houve um aumento significativo de respostas configuradas como corretas. No pós-teste, mais de dois terços tiveram mais de 50% de acertos, com várias apresentando mais de 70% nesse índice. Destacam-se os itens das propriedades da potenciação, do “Quadrado da soma” e do “Quadrado da diferença”, os quais todos ostentaram bons resultados.

Nota-se, portanto, que os estudantes das duas turmas, em geral, tiveram muitas dificuldades com as questões de definição de potenciação, bem como com as dos assuntos vistos após a pausa das férias, a partir da Atividade 11. Talvez tivesse sido importante ter gastado mais tempo exercitando potenciações simples antes de ir para as propriedades, porque se tratava da base para a continuação da aplicação da sequência.

Ao mesmo tempo que se conclui isso, há de se considerar também que o fato de a sua execução ter se alongado bastante, com relação ao que foi inicialmente planejado, fez com que ela ficasse mais sujeita a intempéries, o que pode ter prejudicado principalmente os resultados das atividades finais. Além disso, é claro, há as questões que envolveram as dificuldades naturais que alunos de 6º ano teriam em assuntos mais complexos, principalmente quando apresentavam dificuldades de realizar cálculos básicos das quatro operações fundamentais da matemática, as quais eles já deveriam ter domínio completo nessa série.

Ainda assim, consideramos que houve muitos avanços entre os resultados do pré- e do pós-teste, pois a quantidade total de acertos aumentou de forma bastante significativa. Além disso, muitos dos erros se deram por erros de cálculo dissociados do assunto de potenciação, ou por pequenas confusões por parte dos alunos na hora

de aplicar as propriedades, o que em uma prova avaliativa cotidiana comumente um professor consideraria as respostas “parcialmente certas”, conforme veremos mais adiante.

O Quadro 155 abaixo exhibe a comparação entre os desempenhos por aluno no pré- e pós-teste, na turma A.

Quadro 155 – Comparação do desempenho individual nos testes avaliativos – Turma A

Aluno	Questões Certas		Questões Erradas		Questões em Branco	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
A01	0,00%	60,71%	100,00%	39,29%	0,00%	0,00%
A02	0,00%	25,00%	53,57%	46,43%	46,43%	28,57%
A03	0,00%	25,00%	100,00%	75,00%	0,00%	0,00%
A04	0,00%	21,43%	7,14%	78,57%	92,86%	0,00%
A05	3,57%	14,29%	96,43%	85,71%	0,00%	0,00%
A06	14,29%	32,14%	85,71%	67,86%	0,00%	0,00%
A07	0,00%	71,43%	100,00%	28,57%	0,00%	0,00%
A08	0,00%	7,14%	0,00%	92,86%	100,00%	0,00%
A09	0,00%	96,43%	100,00%	3,57%	0,00%	0,00%
A10	0,00%	25,00%	100,00%	75,00%	0,00%	0,00%
A11	0,00%	35,71%	50,00%	64,29%	50,00%	0,00%
A12	3,57%	78,57%	96,43%	21,43%	0,00%	0,00%
A13	0,00%	57,14%	0,00%	32,15%	100,00%	10,71%
A14	3,57%	53,57%	96,43%	46,43%	0,00%	0,00%
A15	0,00%	53,57%	100,00%	46,43%	0,00%	0,00%
A16	0,00%	50,00%	28,57%	50,00%	71,43%	0,00%
A17	0,00%	46,43%	71,43%	53,57%	28,57%	0,00%
A18	3,57%	39,29%	96,43%	60,71%	0,00%	0,00%
A19	7,14%	57,14%	92,86%	42,86%	0,00%	0,00%
A20	7,14%	85,71%	89,29%	14,29%	3,57%	0,00%
A21	7,14%	100,00%	92,86%	0,00%	0,00%	0,00%
A22	0,00%	89,29%	100,00%	10,71%	0,00%	0,00%
A23	14,29%	53,57%	39,29%	46,43%	46,43%	0,00%
A24	7,14%	100,00%	92,86%	0,00%	0,00%	0,00%
A25	0,00%	71,43%	100,00%	28,57%	0,00%	0,00%
A26	7,14%	64,28%	92,86%	21,43%	0,00%	14,29%
A27	7,14%	46,43%	50,00%	50,00%	42,86%	3,57%
A28	7,14%	71,43%	78,57%	28,57%	14,29%	0,00%
A29	7,14%	82,14%	92,86%	17,86%	0,00%	0,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Aproximadamente 35% dos estudantes da turma A acertaram mais de 70% das questões, e cerca de 38% responderam corretamente menos da metade delas. Dois alunos (A05 e A08) responderam corretamente menos de 20% das questões, enquanto seis (A09, A20, A21, A22, A24 e A29) tiveram mais de 80% de acertos, com dois deles (A21 e A24) tendo acertado todas. Os demais alunos tiveram desempenhos que variaram entre 50 e 70% de respostas certas.

Um total de onze discentes apresentou desempenho de menos de 50% de acertos, e desses (de acordo com o Quadro 150 da seção 5.26), sete faltaram em mais de 15% dos encontros, com cinco deles tendo ficado ausentes em mais de 25% das reuniões. Sem dúvidas essa quantidade de faltas fez diferença em suas notas, apesar de não ser um fator determinante por si só, pois outros alunos também tiveram bastante ausências e mesmo assim manifestaram um bom desempenho.

O Quadro 156 abaixo exhibe a comparação entre os desempenhos por aluno no pré- e pós-teste, na turma B.

Quadro 156 – Comparação do desempenho individual nos testes avaliativos – Turma B

Aluno	Questões Certas		Questões Erradas		Questões em Branco	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
B01	14,29%	96,43%	57,14%	3,57%	28,57%	0,00%
B02	0,00%	32,14%	100,00%	60,71%	0,00%	7,14%
B03	0,00%	28,57%	100,00%	71,43%	0,00%	0,00%
B04	0,00%	46,43%	100,00%	50,00%	0,00%	3,57%
B05	0,00%	53,57%	57,14%	46,43%	42,86%	0,00%
B06	0,00%	50,00%	0,00%	50,00%	100,00%	0,00%
B07	0,00%	7,14%	50,00%	92,86%	50,00%	0,00%
B08	0,00%	53,57%	0,00%	42,86%	100,00%	3,57%
B09	0,00%	64,29%	53,57%	35,71%	46,43%	0,00%
B10	0,00%	57,14%	0,00%	42,86%	100,00%	0,00%
B11	10,71%	85,71%	89,29%	14,29%	0,00%	0,00%
B12	0,00%	57,14%	0,00%	21,43%	100,00%	21,43%
B13	0,00%	42,86%	0,00%	57,14%	100,00%	0,00%
B14	0,00%	53,57%	100,00%	46,43%	0,00%	0,00%
B15	3,57%	67,86%	17,86%	32,14%	78,57%	0,00%
B16	0,00%	57,14%	10,71%	42,86%	89,29%	0,00%
B17	0,00%	100,00%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%
B18	0,00%	75,00%	100,00%	25,00%	0,00%	0,00%
B19	0,00%	85,71%	35,71%	14,29%	64,29%	0,00%
B20	0,00%	25,00%	0,00%	75,00%	100,00%	0,00%
B21	17,86%	67,86%	35,71%	32,14%	46,43%	0,00%
B22	3,57%	100,00%	96,43%	0,00%	0,00%	0,00%
B23	0,00%	42,86%	78,57%	57,14%	21,43%	0,00%
B24	0,00%	60,71%	46,43%	39,29%	53,57%	0,00%
B25	0,00%	67,86%	0,00%	32,14%	100,00%	0,00%
B26	0,00%	67,86%	100,00%	32,14%	0,00%	0,00%
B27	3,57%	85,71%	32,14%	14,29%	64,29%	0,00%
B28	3,57%	57,14%	96,43%	42,86%	0,00%	0,00%
B29	3,57%	78,57%	96,43%	21,43%	0,00%	0,00%
B30	3,57%	53,57%	96,43%	46,43%	0,00%	0,00%
B31	0,00%	3,57%	46,43%	96,43%	53,57%	0,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Cerca de 25% dos alunos da turma B acertaram mais de 70% das questões, pouco menos da metade obteve entre 50% e 70% de acertos, e aproximadamente 25% erraram mais da metade delas. Seis estudantes apresentaram desempenho

maior de 80%, com dois deles (B17 e B22) tendo acertado todas as questões, enquanto outros dois acertaram menos de 10% delas (B07 e B31).

A quantidade de faltas na turma B, de acordo com o Quadro 151 da seção 5.26, foi baixa comparada ao da turma A. B07 e B31, que tiveram os piores resultados no pós-teste dessa turma tiveram, respectivamente, um percentual de faltas de 9% e 70%. Já B19 teve 35% de faltas, porém acertou mais de 80% das questões. Isso reforça que a quantidade de ausências influencia no resultado, porém não é fator determinante. A seguir veremos as análises dos erros cometidos pelos estudantes no pós-teste.

6.3 ANÁLISE DOS ERROS NO PÓS-TESTE

Analisar os erros cometidos pelos alunos é uma tarefa essencial para um trabalho que, como este, objetiva analisar os resultados de uma proposta de ensino não-convencional. Em nossas análises prévias tratamos sobre as obras de Feltes (2007) e Paias (2009), que examinam erros cometidos por alunos em questões sobre potenciação com base no trabalho de Cury (2007), as quais utilizaram várias categorias de erros para realizar suas pesquisas. No presente estudo optamos por concordar com Spinillo et al (2016, p. 1192) quando dizem que “(...) em síntese, os erros na solução de problemas matemáticos podem ser agrupados, ao menos, em duas grandes classes: erro conceitual e erro procedimental”.

De acordo com os autores, o primeiro trata-se do erro ligado a um entendimento equivocado acerca da aplicação dos conceitos ou propriedades relacionadas a um assunto, tal como somar as bases (além do expoente), em uma multiplicação entre potenciações de bases iguais, ou colocar uma quantidade diferente de zeros do valor do expoente, no resultado de uma potenciação de base igual a 10; o segundo tipo refere-se a erros associados ao cálculo em si das questões como, por exemplo, afirmar que $6^2 = 6 \times 6 = 42$ ou que $4^3 \times 4^5 = 4^{3+5} = 4^9$, ou seja, que não necessariamente dizem respeito ao assunto de potenciação, em específico.

No entanto, durante a análise dos erros cometidos pelos estudantes no pós-teste, verificamos que havia uma terceira categoria a ser considerada: a dos erros inconclusivos. Percebemos que poderíamos ter solicitado a eles que realizassem algum tipo de justificativa em suas respostas pois, sem ela, não é possível definir exatamente quais conceitos ou procedimentos foram usados por eles em suas

resoluções. Dessa forma, diante da impossibilidade de concluir algo sobre essas soluções em específico, as classificamos como inconclusivas.

Sendo assim, apresentaremos a seguir a análise dos erros, por assunto, cometidos pelos alunos das duas turmas, iniciando pela categoria “Definição de Potenciação”, no Quadro 157.

Quadro 157 – Erros cometidos no pós-teste na categoria “Definição de Potenciação” – Turmas A e B

Questão 01		Resolução correta		
4^3		$4 \times 4 \times 4 = 64$		
Questão 02		Resolução correta		
6^2		$6 \times 6 = 36$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A03, A04, A05, A08, A11, B02, B09, B16	$4^3 = 12$	Erro Conceitual	8	35
A02, A04, A11, A15, A18, B02, B05, B09, B12, B13, B16, B23, B25	$6^2 = 12$		13	
A19, A25 B05, B08, B21, B25, B29	$4^3 = 81$		7	
A02, A28	$4^3 = 16$		2	
B01	$4^3 = 256$		1	
B31	$2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 21$		1	
B07, B28	$6 \times 6 = 36^2$		2	
B31	$6^2 \cdot 6^2 = 6^4$		1	
B13	$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 16$	Erros Conceitual e Procedimental	1	3
B28	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 12^3$		1	
A01	$6 \times 6 = 186$		1	
A01	$4 \times 4 \times 4 = 52$	Erro Procedimental	1	15
A10, A18	$4^3 = 32$		2	
A12, B04	$4^3 = 48$		2	
B15	$4 \times 4 \times 4 = 16$		1	
B19	$4 \times 4 \times 4 = 8$		1	
B20, B23	$4^3 = 68$		2	
B26	$4 \times 4 \times 4 = 72$		1	
A05	$6 \times 6 = 30$		1	
A14	$6^2 = 42$		1	
A26	$6^2 = 72$		1	
B08	$6^2 = 38$		1	
B15	$6 \times 6 = 18$		1	
A06	$4^3 = 28$		1	14

A17	$4^3 = 24$	Erro Inconclusivo	1	
A14, B06	$4^3 = 28$		2	
A27	$4^3 = 21$		1	
B07	$4 \times 4 \times 4 = 45$		1	
B14	$4^3 = 20$		1	
B24	$4^3 = 35$		1	
B27	$4^3 = 37$		1	
A06	$6^2 = 32$		1	
A08	$6^2 = 74$		1	
A10	$6^2 = 43$		1	
B03	$6^2 = 64$		1	
B24	$6^2 = 86$		1	
Total Geral			67	

Fonte: Experimentação (2023)

Nas questões sobre a definição do conceito de potenciação, mais da metade dos erros foram conceituais, em sua maioria devido os alunos terem multiplicado a base pelo expoente, algo que já fora previsto em nossas análises prévias, na seção que falamos das *misconceptions*, sendo essa uma das principais relacionadas à potenciação. Outro erro conceitual também bastante frequente ocorreu a partir da inversão de atribuições entre base e expoente, na qual alguns discentes multiplicaram o expoente por ele mesmo tantas vezes quanto o valor da base. Os demais erros dessa categoria foram a respeito de multiplicações a menos, ou adicionais desnecessárias, além da utilização de outras propriedades que não se relacionavam às questões analisadas.

Cerca de um quinto dos erros cometidos nessa categoria foi caracterizado como procedimental, pois os estudantes pareciam saber como resolver, porém, realizaram cálculos equivocados, como afirmar que $6 \times 6 = 30$ ou 18, por exemplo, além de outros valores aproximados ou que tinham parcelas a mais ou a menos, com relação aos números que deveriam se multiplicar.

Em três ocasiões houve a existência de erros conceituais e procedimentais simultaneamente: na questão 01 o aluno B13 afirmou que $4^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 4$, o que é um erro conceitual, pois colocou um fator a mais, porém colocou como resultado 16 ao invés de 256, ou seja, tendo somado ao invés de ter multiplicado; B28 fez o contrário, primeiro afirmou que $4 \times 4 \times 4 = 12$ e depois colocou o expoente em cima desse número; já A01 até disse, corretamente, que $6^2 = 6 \times 6$, entretanto, muito

provavelmente tentou fazer a conta $6 \times 6 \times 6$, que é igual a 216, mas disse ser igual a 186, o que o fez errar o conceito e o procedimento, na mesma questão.

Pouco mais de um quinto dos alunos responderam as questões de uma maneira em que não conseguimos interpretar com certeza qual foi a lógica usada na resolução, pois tiveram como resultado valores bastante aleatórios, com relação à base, ao expoente ou qualquer interação matemática entre eles e, por esse motivo, foram classificadas como inconclusivas.

No Quadro 158 a seguir veremos a categorização dos erros cometidos pelos alunos das turmas A e B nas questões sobre “Potenciação de Base igual a 0”.

Quadro 158 - Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Base igual a 0” – Turmas A e B

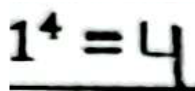
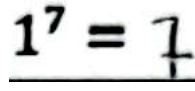
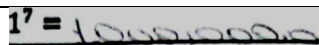
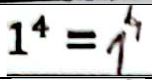
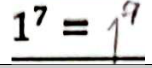
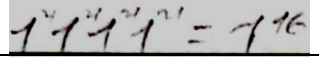
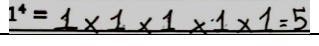
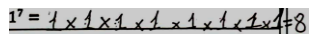
Questão 03		Resolução correta		
0^4		$0^4 = 0$		
Questão 04		Resolução correta		
0^{15}		$0^{15} = 0$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
B06	$0^4 = 10000$	Erro Conceitual	1	5
	$0^{15} = 1000000000000000$		1	
B07	$0^4 = 0^7$		1	
	$0^{15} = 0^{15}$		1	
B31	$0^{15} = 0^{16}$		1	
A18	$0^{15} = 15$	Erro Inconclusivo	1	6
B16, B26, B30	$0^{15} = 1$		3	
B26	$0^4 = 1$		1	
B31	$0^{15} = 1^{15}$		1	
Total Geral				11

Fonte: Experimentação (2023)

Nas questões de base igual a zero, tivemos uma quantidade total de erros 6 vezes menor que as da definição de potenciação, onde mais da metade das respostas foram consideradas inconclusivas, por usarem o valor do expoente ou do número 1 como solução, o que não faz muito sentido. As demais foram classificadas como erros conceituais, devido confundirem com essa com o procedimento de outras propriedades, ou repetir desnecessariamente o expoente, o que configura uma clara confusão de conceitos ligados a esse tipo de potenciação. Não houve registro de erros procedimentais nesta categoria.

O Quadro 159 abaixo apresenta os erros praticados pelos discentes nas questões de “Potenciação de Base igual a 1” no pós-teste.

Quadro 159 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Base igual a 1” – Turmas A e B

Questão 05		Resolução correta		
1^4		$1^4 = 1$		
Questão 06		Resolução correta		
1^7		$1^7 = 1$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01, A04, A08, A11, A14, A18, A22, A23, B03, B04, B05, B14, B23, B29		Erro Conceitual	14	37
A01, A02, A04, A05, A08, A11, A14, A16, A17, A18, A22, A23, A26, B02, B03, B04, B05, B29			18	
A13			1	
B07			1	
B07, B31			2	
B31			1	
B13		Erros Conceitual e Procedimental	1	2
			1	
Total Geral			39	

Fonte: Experimentação (2023)

Nas questões de potenciações de base igual a 1 tivemos um total de 39 respostas incorretas, das quais 100% tiveram algum problema envolvendo a aplicação do conceito dessa propriedade, com cerca de 5% delas também apresentando erros procedimentais. Não houve registros de resoluções inconclusivas.

A maioria dos erros nessa categoria de questões foi relacionado à multiplicação da base pelo expoente, associado ao problema já visto nas questões sobre a definição de potenciação. Os outros erros foram com relação ao uso de outras propriedades que não se adequavam à situação em análise, com destaque para A13 que utilizou a propriedade da base igual a 10, e B13 que desenvolveu ambas as questões inserindo um fator a mais, e depois somando, ao invés de multiplicar.

No Quadro 160 adiante veremos os erros praticados pelos estudantes nas questões sobre a potenciação de base igual a 10.

Quadro 160 – Erros cometidos no pós-teste sobre “Potenciação de base igual a 10” nas turmas A e B

Questão 07	Resolução correta
10^2	$10^2 = 100$
Questão 08	Resolução correta
10^5	$10^5 = 100.000$

Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A04, A11, B02, B03	$10^2 = 20$	Erro Conceitual	4	13
A04, A17, A27, B02, B03	$10^5 = 50$		5	
A03	$10^2 = 100^2$		1	
	$10^5 = 100000^5$		1	
B31	$10^2 \cdot 10^2 = 10^4$		1	
	$10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 10^5$		1	
B07	$10 \times 10 = 203$	Erros Conceitual e Procedimental	1	2
A05	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 98$		1	
A10	$10^5 = 5.000$	Erro procedimental	1	8
A16, B06, B07, B15	$10^5 = 10.000$		4	
A28, B13	$10^5 = 10.000.000$		2	
B13	$10^2 = 1.000$		1	
A05, A08	$10^2 = 98$	Erro Inconclusivo	2	6
A06	$10^5 = 100$		1	
A08	$10^5 = 25$		1	
A11	$10^5 = 60$		1	
B12	$10^5 = 1100$		1	
Total Geral				29

Fonte: Experimentação (2023)

As questões referentes à propriedade da potenciação de base igual a 10 apresentaram uma quantidade de erros menor que as de base igual a 1. Mais uma vez a maior parte dos erros foram classificados como conceituais, os quais alguns mantiveram a ideia equivocada de multiplicar o base pelo expoente e outros usaram propriedades diversas ou repetiram o expoente na resposta, de maneira desnecessária.

Certos discentes acabaram (talvez por falta de atenção) colocando zeros a menos ou a mais em suas respostas. Em nossa avaliação eles sabiam a relação entre o expoente e o número de zeros da potência, porém não executaram a ideia corretamente. Devido a isso, classificamos esses erros como procedimentais. Dois alunos ainda, de maneira simultânea, cometeram erros conceituais e procedimentais, pois desenvolveram a potenciação, mas a calcularam equivocadamente, sendo este o erro procedimental, e depois repetiram o expoente na resposta, configurando o erro conceitual.

Por fim, uma minoria ainda respondeu as questões de maneira inconclusiva, pois suas repostas não demonstram relação alguma com os valores da base ou do expoente, não tornando possível uma análise mais consistente acerca de suas intenções, nos fazendo as caracterizar dessa forma.

O Quadro 161 abaixo exhibe os erros cometidos nas questões sobre “Potenciação de expoente igual a 1” em ambas as turmas estudadas.

Quadro 161 – Erros no pós-teste sobre a “Potenciação de Expoente igual a 1” nas turmas A e B

Questão 09		Resolução correta		
3^1		$3^1 = 3$		
Questão 10		Resolução correta		
100^1		$100^1 = 100$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01, A02, A07, A16	$100^1 = 1000$	Erro Conceitual	4	17
A05	$100^1 = 100^1$		1	
A07, A10, A16, A27, B10, B13	$3^1 = 9$		6	
A13, B20	$100^1 = 10$		2	
A20, A28, B13	$100^1 = 10000$		3	
B07	$3^1 = 3^1$		1	
A03, A08, A26, B23, B31	$3^1 = 4^1$	Erro Inconclusivo	5	17
A06, B06	$3^1 = 4$		2	
A03, A06, A26, B07, B186, B23, B31	$100^1 = /$		7	
63A08	$100^1 = 7007$		1	
A10	$100^1 = 1.000.000$		1	
B20	$3^1 = 2$		1	
Total Geral				34

Fonte: Experimentação (2023)

A quantidade de erros nas questões sobre potenciação de expoente igual a 1 se manteve parecida com o das categorias anteriores. Aqui, metade das respostas erradas foram do tipo conceitual, e a outra metade foi classificada como inconclusivas. Muitos estudantes pareceram pensar que 3^1 era o mesmo que 3^2 , e por isso colocaram 9 como resposta, o que também pode ter acontecido com 100^1 em comparação com 100^2 , que é igual a 10.000. Outros podem ter confundido a questão de base 100 como sendo uma de base 10, portanto, todas as respostas delas foram consideradas erros do tipo conceitual.

Já na parte das soluções avaliadas como erros inconclusivos, como o nome sugere, não conseguimos fazer maiores análises a respeito das intenções dos alunos

ao responderem essas questões, entretanto, é importante destacar o alto número de alunos que afirmou que as expressões 3^1 e 100^1 são ambas iguais a 1.

O Quadro 162 a seguir apresenta as respostas erradas dos discentes das turmas A e B nas questões sobre a “Potenciação de Expoente igual a 0”, no pós-teste.

Quadro 162 – Erros no pós-teste sobre “Potenciação de Expoente igual a 0” nas turmas A e B

Questão 11		Resolução correta		
6^0		$6^0 = 1$		
Questão 12		Resolução correta		
12^0		$12^0 = 1$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A02, A05, A07, A08, A11, A14, A16, A17, A19, A26, A27, B03, B04, B13, B30	$6^0 = 6$	Erro Conceitual	15	45
A01, A02, A05, A07, A08, A11, A15, A16, A17, A19, A27, B04, B07, B13, B16, B28	$12^0 = 12$		16	
A03, A04, A10, A18, A26, B03, B09, B23	$12^0 = 0$		8	
A04, A10, A18, B09, B23	$6^0 = 0$		5	
B07	$6^0 = 6^0$		1	
A03	$6^0 = 60$	Erro Inconclusivo	1	6
A14	$12^0 = 16$		1	
B20	$6^0 = 5$		1	
	$12^0 = 6$		1	
B24	$12^0 = 4$		1	
B31	$6^0 = 6 \cdot 6 \cdot 6$		1	
Total Geral				51

Fonte: Experimentação (2023)

Houve um aumento da quantidade de erros cometidos pelos alunos nas questões acerca da potenciação de expoente igual a zero, quando comparado às categorias anteriores. Ainda assim, como nas demais, a maior parte deles foi classificado como erro do tipo conceitual, pois a maioria acabou repetindo os conceitos relacionados à propriedade da potenciação de base igual a 1 nessa. Também ocorreu, em número significativo, tal como nas questões antecessoras, a multiplicação da base pelo expoente, além de um exemplo em que o aluno somente repetiu a potenciação que deveria ser resolvida.

A menor parte dos erros (aproximadamente 12%) foi avaliada como sendo do tipo inconclusivo, os quais os alunos forneceram respostas que, à primeira vista, não condizem com o esperado, até mesmo no que diz respeito aos erros em si.

O Quadro 163 seguinte apresenta os erros elaborados na questão única da categoria “zero elevado a zero”, pelos estudantes das turmas A e B no pós-teste.

Quadro 163 – Erros no pós-teste sobre a potenciação “zero elevado a zero” nas turmas A e B

Questão 13		Resolução correta		
0^0		$0^0 = 1$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A02, A04, A05, A06, A08, A09, A10, A11, A13, A15, A16, A17, B04, B05, B13, B14, B23, B24, B28, B31	$0^0 = 0$	Erro Conceitual	20	22
A03, B07	$0^0 = 0^0$		2	
B20	$0^0 = 2$	Erro Inconclusivo	1	1
Total Geral				23

Fonte: Experimentação (2023)

Na questão da potenciação de base e expoente iguais a zero, conforme já discutido nas análises prévias e a priori, o esperado era que os discentes respondessem que $0^0 = 1$. 95% dos erros existentes foram classificados como conceituais, com a maioria deles tendo multiplicado a base pelo expoente, novamente. Os outros 5% referem-se a um aluno que deu uma resposta considerada inconclusiva, ao afirmar que $0^0 = 2$.

Até o presente momento, nas sete categorias analisadas até agora, grande parte dos erros foram avaliados como conceituais, com a maioria deles tendo sido gerados pela *misconception* da multiplicação da base pelo expoente, problema originado na atividade de abertura dessa sequência didática, a da definição de potenciação. Isso reforça a necessidade de maior atenção para a aplicação das suas atividades iniciais, devido a sua influência no restante delas.

O Quadro 164 a seguir mostra os erros efetuados pelos estudantes das turmas A e B nas questões sobre a “Multiplicação entre Potenciações de bases iguais” durante o pós-teste.

Quadro 164 – Erros no pós-teste sobre a “Multiplicação entre Potenciações de bases iguais” nas turmas A e B

Questão 14		Resolução correta		
$2^2 \times 2^3$		$2^{2+3} = 2^5$		
Questão 15		Resolução correta		
$4^3 \times 4^5$		$4^{3+5} = 4^8$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total

A01, A15, A18, B05, B06, B16, B24	$4^3 \times 4^5 = 4^{15}$	Erro Conceitual	7	29
A04	$2^2 \times 2^3 = 4$		1	
A04, A08	$4^3 \times 4^5 = 16$		2	
A05, B30	$2^2 \times 2^3 = 4^6$		2	
A06, A25, B28, B31	$2^2 \times 2^3 = 4^{2+3} = 4^5$		4	
A11, B02, B03	$2^2 \times 2^3 = 4 \times 6 = 24$		3	
A15, B05, B10, B16, B24	$2^2 \times 2^3 = 2^6$		5	
B03	$4^3 \times 4^5 = 12 \times 20 = 240$		1	
B07	$2^2 \times 2^3 = 2^6$		1	
B21	$2^2 \times 2^3 = 4 + 8 = 12$		1	
B28, B31	$4^3 \times 4^5 = 16^8$		2	
A05	$4^3 \times 4^5 = 4 \times 4 = 12$	Erros Conceitual e Procedimental	1	8
A06	$4^3 \times 4^5 = 28$		1	
A10	$2^2 \times 2^3 = 4 \times 6 = 49$		1	
A23	$2^2 \times 2^3 = 8 \times 3 = 916$		1	
	$4^3 \times 4^5 = 4^3 \times 5 = 84$		1	
B07	$4^3 \times 4^5 = 7 \times 18$		1	
B21	$4^3 \times 4^5 = 64 + 1824 = 1888$		1	
B30	$4^3 \times 4^5 = 8^{15}$		1	
B08	$9^3 + 5 = 4^9$	Erro procedimental	1	1
A02	$2^2 \times 2^3 = 12^2$	Erro Inconclusivo	1	9
	$4^3 \times 4^5 = 12^{20}$		1	
A03	$2^2 \times 2^3 = 9^3$		1	
	$4^3 \times 4^5 = 32$		1	
A08	$2^2 \times 2^3 = 76$		1	
A10	$4^3 \times 4^5 = 19 \times 44 = 76$		1	
B02	$4^3 \times 4^5 = 47$		1	
B20	$2^2 \times 2^3 = 1$		1	
	$4^3 \times 4^5 = 5$		1	
Total Geral			47	

Fonte: Experimentação (2023)

Tivemos erros bastante diversos nessa categoria. A maioria deles (cerca de 60%) continuou sendo do tipo exclusivamente conceitual, entretanto, houve quantidade relevante de erros que envolviam o mal uso tanto do conceito quanto dos procedimentos para se chegar ao resultado, bem como de respostas que não conseguimos chegar a uma conclusão do que pretendiam os estudantes. Apenas um erro foi considerado somente do tipo procedimental, o qual o aluno afirmou ser necessário somar os expoentes, mas executou $3 + 5 = 9$.

Os 47 erros nessa etapa foram divididos em 29 especificidades diferentes, o que sugere um pensamento bastante heterogêneo dos discentes, além de insinuar que houve falta de atenção por parte de alguns deles, pois é interessante notar que alguns alunos responderam corretamente uma das duas questões, mas errou a outra.

Muitos dos erros conceituais aconteceram porque os estudantes multiplicaram as bases e/ou os expoentes, enquanto deveriam repetir e somá-los, respectivamente. Outros, de forma inadequada, tentaram primeiro desenvolver as potenciações para depois multiplicar as potências entre si, porém mais uma vez cometeram a *misconception* de multiplicar a base pelo expoente. Isso configurou vários dos erros que envolveram tanto os conceitos quanto os procedimentos. Já os erros inconclusivos, mais uma vez, não demonstravam qualquer relação entre a resposta dada com os termos das potenciações e, por não termos pedido as suas justificativas, ficou impossível de terem sido analisadas mais detalhadamente.

O Quadro 165 mostra os erros cometidos no pós-teste nas questões sobre a “Divisão entre Potenciações de Bases Iguais”, pelos alunos das turmas A e B.

Quadro 165 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Divisão entre Potenciações de bases iguais” nas turmas A e B

Questão 16		Resolução correta		
$3^6 \div 3^4$		$3^{6-4} = 3^2$		
Questão 17		Resolução correta		
$5^4 \div 5^2$		$5^{4-2} = 5^2$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A04	$3^6 \div 3^4 = 9$	Erro Conceitual	1	14
	$5^4 \div 5^2 = 25$		1	
A10	$3^6 \div 3^4 = 3^{10}$		1	
A16, B31	$5^4 \div 5^2 = 5^5$		2	
A23	$3^6 \div 3^4 = 3^{6 \div 4}$		1	
	$5^4 \div 5^2 = 5^{4 \div 2}$		1	
B03	$5^4 \div 5^2 = 20 - 10 = 10$		1	
B06	$5^4 \div 5^2 = 5^8$		1	
B07, B14, B20	$3^6 \div 3^4 = 3^{6-1} = 3^5 = 2$		3	
B26	$5^4 \div 5^2 = 5^{4-2} = 2$		1	
B31	$3^6 \div 3^4 = 3^{10}$		1	
A10	$5^4 \div 5^2 = 3^3$		1	
B03	$3^6 \div 3^4 = 18 - 12 = 6$	Erros Conceitual e Procedimental	1	6
B07	$5^4 \div 5^2 = 5 - 1 = 4$		1	
B21	$3^6 \div 3^4 = 72 - 81 = 9$		1	
	$5^4 \div 5^2 = 225 + 25 = 650$		1	
B26	$3^6 \div 3^4 = 3^{6-1} = 3$		1	

A13, B02	$3^6 \div 3^4 = 1$	Erro procedimental	2	3
B14	$5^4 \div 5^2 = 5^2$		1	
A03	$3^6 \div 3^4 = 9$	Erro Inconclusivo	1	10
	$5^4 \div 5^2 = 30$		1	
A05	$3^6 \div 3^4 = 1$		1	
A05, B20	$5^4 \div 5^2 = 5 \cdot 5 = 1$		2	
A06	$3^6 \div 3^4 = 2$		1	
	$5^4 \div 5^2 = 8$		1	
A08	$3^6 \div 3^4 = 0$		1	
	$5^4 \div 5^2 = 0$		1	
B02	$5^4 \div 5^2 = 10$	1		
Total Geral			33	

Fonte: Experimentação (2023)

Os erros provenientes das questões da divisão entre potenciações de bases iguais também foram muito variados, assim como nos do assunto anterior, totalizando 33 deles, organizados em 28 tipos diferentes. As quatro classificações de erros tiveram pelo menos três casos detectados, e quase 20% deles foram erros que envolveram tanto o conceito quanto o procedimento adotado e, de maneira aproximada, um terço dos estudantes produziram respostas erradas que não tivemos a capacidade de definir a lógica utilizada por eles ao responderem as questões.

Entre os erros conceituais efetuados (que novamente representaram o maior número de incidências) destacamos os do aluno A04, que afirmou que $3^6 \div 3^4 = 9$ e que $5^4 \div 5^2 = 25$, ou seja, ambos verdadeiros, no entanto, não atenderam ao comando da questão, que solicitava a elaboração de uma resposta no formato de uma potenciação única. Outros exemplos referentes a esse tipo de erro trataram-se de os alunos dividirem as bases, ou mesmo somar ou multiplicar os expoentes, além de os subtrair corretamente, mas por como resultado apenas o valor da diferença dos expoentes, esquecendo da base.

Nos erros procedimentais os discentes executaram corretamente o processo esperado, o de subtrair os expoentes, porém realizaram os cálculos de maneira incorreta, pois afirmaram que $4 - 2 = 7$ e que $6 - 4 = 1$. Outra parte deles errou tanto a parte conceitual como a procedimental, às vezes dividindo as bases e subtraindo incorretamente os expoentes, ou desenvolvendo a potenciação e depois somando os resultados.

Uma quantidade considerável de respostas erradas (cerca de um terço delas) foram avaliadas como inconclusivas, tendo como exemplo a de A03, que afirmou que $5^4 \div 5^2 = 30$, talvez porque fez $5 \times 4 + 5 \times 2 = 20 + 10 = 30$, mas que é impossível afirmar isso com certeza, sem estar de posse da sua justificativa, ou a de B02, que atribuiu o resultado 10 a esta mesma questão, talvez por ter subtraído os valores, ao invés de somado, como vimos no exemplo anterior.

O Quadro 166 adiante exhibe os erros e suas classificações, cometidos pelos estudantes das turmas A e B no pós-teste, sobre a “Potenciação de Potenciação”.

Quadro 166 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação de Potenciação” nas turmas A e B

Questão 18		Resolução correta		
$(4^3)^5$		$4^{3 \times 5} = 4^{15}$		
Questão 19		Resolução correta		
$(3^2)^3$		$3^{2 \times 3} = 3^6$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A04, B03	$(4^3)^5 = 32^5$	Erro Conceitual	2	33
	$(3^2)^3 = 63$		2	
A05	$(3^2)^3 = 3 \times 3 \times 3$		1	
A06, B04	$(3^2)^3 = 6^5$		2	
A08	$(4^3)^5 = 12$		1	
	$(3^2)^3 = 8$		1	
A1, B23, B25	$(4^3)^5 = 4^8$		3	
A10, A18, B23, B25	$(3^2)^3 = 3^5$		4	
A11	$(4^3)^5 = 7 \times 5$		1	
	$(3^2)^3 = 6 \times 3 = 18$		1	
A14	$(3^2)^3 = 3^2$		1	
A17	$(4^3)^5 = 4 \times 4 = 16^5$		1	
	$(3^2)^3 = 3 \times 3 = 9^2$		1	
A27	$(3^2)^3 = 27$		1	
B07	$(4^3)^5 = 4^{15}$		1	
	$(3^2)^3 = 3 \times 3 = 6$		1	
B08	$(4^3)^5 = 60$		1	
B10	$(4^3)^5 = 4^2$		1	
	$(3^2)^3 = 3^2$		1	
B16	$(4^3)^5 = 4^2 \times 5 \times 15$		1	
	$(3^2)^3 = 3^2 = 3^2$		1	
B20	$(4^3)^5 = 4$		1	
B30	$(3^2)^3 = 6^2 = 36$		1	
B31	$(4^3)^5 = 7^5$		1	
	$(3^2)^3 = 5^3$		1	
A05	$(4^3)^5 = 12 \div 5 = 42$	Erros Conceitual e Procedimental	1	7
A06	$(4^3)^5 = 14^5$		1	
A18	$(4^3)^5 = 4^{3 \times 5} = 4^7$		1	
A19	$3^2 \times 3 = 99$		1	
B08	$(3^2)^3 = 26$		1	

B14	$(3^2)^3 = 6^3 = 216$	Erro procedimental	1	7
B30	$(4^3)^5 = 12^5 = 60$		1	
A13	$(3^2)^3 = 3^8$		1	
A15, A28, B06	$(3^2)^3 = 3^9$		3	
A19	$4^3 \times 5 = 4 \times 28$		1	
A23	$(4^3)^5 = 48^5$	Erro Inconclusivo	1	3
A28	$4^3 \times 5 = 4^{25}$		1	
A03	$(4^3)^5 = 17$		1	
B12	$(3^2)^3 = 559$		1	
B20	$(3^2)^3 = 2$		1	
Total Geral			50	

Fonte: Experimentação (2023)

Novamente os erros cometidos pelos alunos diferiram bastante entre si: de um total de 50, tivemos 40 tipos diferentes entre eles. Os conceituais (que são a maioria absoluta) envolveram principalmente a multiplicação da base por um ou mais expoentes, mas também houve casos em que se repetiu a base e os expoentes foram somados ou subtraídos. O destaque vai para B07, que armou corretamente a conta, multiplicou os expoentes, mas colocou como resultado apenas o valor desse produto, não repetindo a base.

Os erros que envolveram tanto a parte conceitual quanto a procedimental aconteceram pelo motivo dos alunos terem realizado, em sua maioria, a multiplicação da base pelo expoente, além de não executarem corretamente esses cálculos. Já os erros unicamente procedimentais ocorreram, principalmente, pelos estudantes terem executado incorretamente o produto entre os expoentes, com a exceção de A23 que afirmou que $4^3 = 48$, o qual já havia respondido que a expressão valia 64, na primeira questão do teste. Por fim, os erros inconclusivos foram assim determinados por não seguirem qualquer lógica que consigamos interpretar.

Portanto, notamos que nessas questões e nas anteriores, vários dos erros conceituais efetuados se aproximaram bastante das respostas consideradas corretas, ainda que fortemente influenciados pela *misconception* da multiplicação da base pelo expoente. Os erros procedimentais mostram que os alunos conhecem o conceito, mas, às vezes por desatenção ou pelo pouco domínio que têm dos algoritmos ligados às quatro operações fundamentais, acabaram respondendo incorretamente as questões.

Dessa forma, em nosso entendimento o maior problema em nossos resultados refere-se aos erros inconclusivos, pois estes sim não demonstram qualquer melhora

no nível de aprendizagem dos alunos, algo que ocorreu muito pouco nessas questões que tratam sobre a divisão entre potenciações de bases iguais.

Abaixo temos o Quadro 167 que apresenta os erros efetuados estudantes de ambas as turmas acerca da “Multiplicação entre Potenciações com expoentes iguais”.

Quadro 167 – Erros no pós-teste sobre a “Multiplicação entre Potenciações com expoentes iguais” nas turmas A e B

Questão 20		Resolução correta		
$2^3 \times 3^3$		$(2 \times 3)^3 = 6^3$		
Questão 21		Resolução correta		
$4^2 \times 5^2$		$(4 \times 5)^2 = 20^2$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A02, A07, A17, B30	$2^3 \times 3^3 = 6^3$	Erro Conceitual	4	51
A02	$4^2 \times 5^2 = 8^{10}$		1	
A04, A05, A19	$2^3 \times 3^3 = 6$		3	
A04, A05, A22	$4^2 \times 5^2 = 20$		3	
A06, A25, B04, B28, B31	$2^3 \times 3^3 = 6^6$		5	
A07, A15, A17, B11, B14, B28, B30, B31	$20^2 \times 20^2 = 20^4$		8	
A11, A28	$2^3 + 3^2 = 2^6$		2	
A12, A13, A29, B08	$4^2 \times 5^2 = 9^2$		4	
A13, A14, A29	$2^3 \times 3^3 = 3^3$		3	
A14, A25, B04	$4^2 \times 5^2 = 9^4$		3	
A19, A28, B07	$4^2 \times 5^2 = 42 \times 2 = 4^2$		3	
A27	$2^3 \times 3^3 = 8 + 27$		1	
	$4^2 \times 5^2 = 16 + 25 = 37$		1	
B02, B03, B05	$4^2 \times 5^2 = 80$		3	
B03	$2^3 \times 3^3 = 6 \times 9 = 54$		1	
B07	$2^3 \times 3^3 = 2 \times 9$		1	
B10	$2^3 \times 3^3 = 8 + 27 = 35$		1	
B12	$2^3 \times 3^3 = 6^2$		1	
B19	$4^2 \times 5^2 = 16 + 25 = 41$		1	
B24	$4^2 \times 5^2 = 18$		1	
B26	$4^2 \times 5^2 = 16 \times 25 = 400$		1	
A06	$4^2 \times 5^2 = 20^2$	Erros Conceitual e Procedimental	1	11
A10	$2^3 \times 3^3 = 6 \times 9 = 45$		1	
A11	$42 + 25 = 5^2$		1	
A15	$2^3 \times 3^3 = 6^2$		1	
B05	$2^3 \times 3^3 = 6 \times 6 = 12$		1	
B08	$2^3 \times 3^3 = 6 + 9 = 35$		1	
B10	$4^2 \times 5^2 = 16 + 25 = 41$		1	
B11	$2^3 \times 3^3 = 6^3$		1	
B14	$2^2 \times 3^2 = 4^2$		1	
B23	$2^3 \times 3^3 = 9^3$		1	
B26	$2^3 \times 3^3 = 8 \times 9 = 64$		1	
A23	$2^3 \times 3^3 = 19^3$	Erro procedimental	1	1

A03	$2^3 \times 3^3 = 54$	Erro Inconclusivo	1	16
	$4^2 \times 5^2 = 5^9$		1	
A08	$2^3 \times 3^3 = 7$		1	
	$6^2 \times 5^2 = 72$		1	
A10	$4^2 \times 5^2 = 251$		1	
A16	$2^3 \times 3^3 = 6^3 \times 10^3$		1	
	$4^2 \times 5^2 = 20^2 \times 4^2$		1	
A18, A20	$2^3 \times 3^3 = 8 \times 3^3$		2	
	$4^2 \times 5^2 = 4^2 \times 5^2$		2	
A23	$4^2 \times 5^2 = 198^2$		1	
B02	$2^3 \times 3^3 = 75$		1	
B20	$2^3 \times 3^3 = 3$		1	
	$4^2 \times 5^2 = 6$		1	
B24	$2^3 \times 3^3 = 75$		1	
Total Geral			79	

Fonte: Experimentação (2023)

As questões sobre essa propriedade foram as que apresentaram a maior quantidade absoluta de erros da sequência didática, quando juntamos os resultados das duas turmas, principalmente impulsionado pelo da A. Mais de 65% das respostas foram respondidas erroneamente, umas com erros simples, ligados à falta de atenção, outros mais complexos, onde não é possível entender as intenções do discente ao elaborar a sua resposta.

Muitos confundiram o que foi visto nas propriedades anteriores com o desta: adição, subtração ou multiplicação dos expoentes; repetição de uma das bases. Além disso houve soma de bases, multiplicação de base com expoente, entre outros. Todos esses tipos compuseram os erros conceituais. Aqui destacamos a resposta de B26, a qual não fez qualquer cálculo matematicamente errado em $4^2 \times 5^2 = 16 \times 25 = 400$, entretanto, como se pedia uma resposta na forma de uma potenciação única, consideramos a resposta como um erro conceitual.

Os erros conceituais e procedimentais também envolveram todas essas problemáticas já relatadas na categoria anterior, porém com a adição de erros de cálculos, configurando uma junção dos dois tipos. A10, por exemplo, afirmou que $2^3 \times 3^3$ era igual a 6×9 , ou seja, cometendo um erro conceitual ao multiplicar a base pelo expoente em cada potenciação, mas depois afirmou ainda que 6×9 era igual a 45, e não 54, como seria o correto. Devido a isso, foi classificado como sendo das duas categorias.

Apenas um erro foi avaliado como puramente procedimental, o qual ao calcular a expressão $2^3 \times 3^3$, A23 repetiu o expoente, no entanto afirmou que $2 \times 3 = 12$,

dando como resposta 12^3 . Ou seja, conhecia o conceito, mas executou incorretamente o cálculo. Já os demais foram avaliados como erros inconclusivos, tal como o cometido por A10, que declarou que $4^2 \times 5^2 = 211$, resposta a qual não aparenta qualquer sentido lógico.

A seguir, trazemos o Quadro 168 que exhibe os erros efetuados pelos estudantes das turmas A e B sobre a “Potenciação do Produto”, no pós-teste.

Quadro 168 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Potenciação do Produto” nas turmas A e B

Questão 22		Resolução correta		
$(2 \times 4)^3$		$(2 \times 4)^3 = 2^3 \times 4^3$		
Questão 23		Resolução correta		
$(3 \times 5)^2$		$(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A02, A04, A06, A10, A17, A18, A25, A27, A29, B03, B06, B11, B14, B16, B18, B21, B24, B25, B27, B28	$(3 \times 5)^2 = 15^2$	Erro Conceitual	20	56
A04, A06, A10, A17, A18, A19, A23, A25, A29, B03, B07, B09, B10, B11, B18, B25, B26, B27, B28, B30	$(2 \times 4)^3 = 8^3$		20	
A05	$(2 \times 4)^3 = 2 \times 4 \times 11$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 3 \times 5 \times 17$		1	
A08	$(2 \times 4)^3 = 8$		1	
A12	$(2 \times 4)^3 = 2 \times 4^3$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 3 \times 5^2$		1	
A14	$(2 \times 4)^3 = (2 \times 4)^3 (2 \times 4)^3 =$		1	
	$(3 \times 5)^2 = (3 \times 5)^3 (3 \times 5)^3 =$		1	
B02	$(2 \times 4)^3 = 24$		1	
B02, B08	$(3 \times 5)^2 = 30$		2	
B06	$(2 \times 4)^3 = 8 \times 8 = 64$		1	
B07	$(3 \times 5)^2 = 15$		1	
B19	$(2 \times 4)^3 = 2^8 \times 4^8$		1	
B24	$(2 \times 4)^3 = 8^3$		1	
B31	$(2 \times 4)^3 = 8^3$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 15^3$		1	
A02	$(2 \times 4)^3 = 6^3$	Erros Conceitual e Procedimental	1	15
A03	$(2 \times 4)^3 = 11^2$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 14^2$		1	
A11	$(2 \times 4)^3 = 18^3$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 96^2$		1	
A23	$(3 \times 5)^2 = 94^2$		1	

A27	$(2 \times 4)^3 = 8^3 + 27 = 35$		1	
B08	$(2 \times 4)^3 = 22$		1	
B09	$(3 \times 5)^2 = 14^2$		1	
B14, B21	$(2 \times 4)^3 = 2 \times 4 = 16^3$		2	
B15	$(2 \times 4)^3 = 12^3$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 16^2$		1	
B26	$(3 \times 5)^2 = 25^2 = 25 \times 25 = 625$		1	
B30	$(3 \times 5)^2 = 8^2$		1	
A08	$3 \times 5^3 = 77$	Erro Inconclusivo	1	7
A19	$(3 \times 5)^2 = 228^2$		1	
B04	$(2 \times 4)^3 = 48$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 56$		1	
B16	$(2 \times 4)^3 = 81^3$		1	
B20	$(2 \times 4)^3 = 5$		1	
	$(3 \times 5)^2 = 6$		1	
Total Geral			78	

Fonte: Experimentação (2023)

A quantidade de erros cometidos nas questões sobre a potenciação do produto foi praticamente a mesma do produto entre potenciações de expoentes iguais. A diferença foi a menor heterogeneidade desta, pois muitos dos discentes não perceberam que o comando pedia uma multiplicação entre duas potenciações como resposta, e eles acabaram multiplicando os valores internos dos parênteses, deixando uma única potenciação como resultado. Devido a isso, essas soluções foram consideradas erros conceituais.

Além desses tivemos erros habituais já vistos em outras situações, como multiplicações da base (nesse caso, mais de uma) pelo expoente, surgimento de expoentes com valores aleatórios, entre outros. Um destaque foi o aluno A12 que escreveu a multiplicação entre os dois fatores internos aos parênteses, mas repetiu o expoente apenas no segundo.

O mesmo ocorreu com as respostas que continham, ao mesmo tempo, erros conceituais e procedimentais, ou seja, em sua maioria cometendo os mesmos problemas de conceito já citados, somando-se com a má efetuação de cálculos posteriores. Aqui destacamos as respostas de A11, que também multiplicou os fatores e repetiu o expoente, transformando a expressão em uma potenciação única, o que se caracteriza como um erro conceitual, porém afirmou também que $2 \times 4 = 18$ e que $3 \times 5 = 16$, isto é, efetuando erros procedimentais em conjunto.

Não houve exemplos de erros unicamente procedimentais, mas tivemos respostas como a de A19, em que $(3 \times 5)^2 = 228$, não nos permitindo entender a

lógica por trás dessa resolução e nos fazendo, portanto, classificá-las como erros inconclusivos.

Abaixo é apresentado o Quadro 169 que traz informações a respeito dos erros efetuados no pós-teste pelos estudantes das duas turmas, acerca do assunto “Soma entre dois Quadrados”.

Quadro 169 – Erros cometidos no pós-teste sobre a “Soma entre dois Quadrados” nas turmas A e B

Questão 24		Resolução correta		
$5^2 + 3^2$		$5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01, A04, A14, A18, B06, B08, B09, B12, B16, B23, B29	$5^2 + 3^2 = 8^2$	Erro Conceitual	11	35
A05, A06, A10, A15, A17, A19, A25, A27, B04, B14, B25, B28, B31	$5^2 + 3^2 = 8^4$		13	
A07, B07	$5^2 + 3^2 = 5^{2+2} = 5^4$		2	
A08	$5^2 + 3^2 = 8$		1	
A12	$5^2 + 3^2 = 25 + 3^2$		1	
A13, B02	$5^2 + 3^2 = 25 - 9 = 16$		2	
B03, B05	$5^2 + 3^2 = 25 + 6 = 31$		2	
B10	$5^2 + 3^2 = 4 + 5 = 12^2$		1	
B13	$5^2 + 3^2 = 15^2$		1	
B21	$5^2 + 3^2 = 10 + 6 = 16$		1	
A11	$5^2 + 3^2 = 10^6$	Erros Conceitual e Procedimental	1	2
B30	$5^2 + 3^2 = 25 + 4^2$		1	
A29	$5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 31$	Erro procedimental	1	1
A03	$5^2 + 3^2 = 51$	Erro Inconclusivo	1	5
A16	$5^2 + 3^2 = 5^{2+2} = 5^4$		1	
B15, B18	$5 + 3 = 12$		2	
B20	$5^2 + 3^2 = 2$		1	
Total Geral				43

Fonte: Experimentação (2023)

Até o momento, proporcionalmente essa é a questão que mais conteve erros no pós-teste, com mais de 70% de respostas consideradas erradas. Quatro quintos delas foram classificados como do tipo conceitual, pois em sua maior parte os alunos, ao invés de calcular separadamente as potenciações e depois somar os resultados, somaram as bases e repetiram ou somaram os expoentes.

Outros até primeiramente desenvolveram cada potenciação, mas a partir da multiplicação da base pelo expoente, ou então não calculando corretamente o valor

da soma obtida. A13 e B02, por exemplo, calcularam tudo corretamente, mas trocaram a adição pela subtração. Os demais tipos tiveram frequências menores, sendo a maioria delas de erros inconclusivos.

Logo em seguida é mostrado o Quadro 170, que apresenta os erros produzidos no pós-teste pelos estudantes das turmas A e B acerca do assunto “Quadrado da Soma”.

Quadro 170 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Soma” nas turmas A e B

Questão 25		Resolução correta		
$(5 + 3)^2$		$(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01, B05	$(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 =$	Erro Conceitual	2	11
A05, B15	$(5 + 3)^2 = 5 + 3 = 8 + 2 = 10$		2	
A08	$(5 + 3)^2 = 8$		1	
A10	$(5 + 3)^2 = 10 \times 6 = 60$		1	
B03, B08, B30	$(5 + 3)^2 = 8^2 = 16$		3	
B06	$(5 + 3)^2 = 8 + 8 = 64^2$		1	
B23	$(5 + 3)^2 = 25 + 9 = 34$		1	
A27	$(5 + 3)^2 = 8^2 = 12$	Erro procedimental	1	2
B10	$(5 + 3)^2 = 7^2$		1	
A02	$(5 + 3)^2 = 13^2$	Erro Inconclusivo	1	8
A15	$(5 + 3)^2 = 6^4$		1	
A16	$(5 + 3)^2 = 82$		1	
B02	$(5 + 3)^2 = 7$		1	
B13	$(5 + 3)^2 = 14^4$		1	
B18	$(5 + 3)^2 = 40$		1	
B20	$(5 + 3)^2 = 6$		1	
B31	$(5 + 3)^2 = 8^2$		1	
Total Geral				21

Fonte: Experimentação (2023)

Apesar de uma quantidade de erros bem menor quando comparamos à questão anterior, os dessa foram bastante heterogêneos: os 21 catalogados foram classificados em 17 tipos diferentes. Os erros conceituais foram novamente a maioria, em segundo lugar os inconclusivos e por último os procedimentais. Desta vez não tivemos exemplos de erros que foram avaliados como conceituais e procedimentais ao mesmo tempo.

É importante frisar que, para este caso, como não especificamos o formato de resposta desejada, também consideramos corretas aquelas que estavam no seguinte

formato: $(5 + 3)^2 = 8^2$. Ou seja, não era necessário desenvolver a potenciação para este caso, avaliando como incorretas apenas as soluções que a desenvolviam, mas que obtinham resultados diferentes de 64.

Destacamos as respostas de B06 ($(5 + 3)^2 = 8 \times 8 = 64^2$), B10 ($(5 + 3)^2 = 7^2$) e A15 ($(5 + 3)^2 = 6^4$) que, nessa ordem, foram classificadas como erros conceituais, procedimentais e inconclusivos, pois a primeira solução repetiu desnecessariamente o expoente depois da multiplicação dos fatores, a segunda somou o 5 com o 3 de forma incorreta, e a terceira se tornou 6^4 sem maiores explicações plausíveis.

O Quadro 171 abaixo mostra os erros cometidos pelos discentes das turmas A e B no pós-teste, na questão sobre a “Diferença entre dois Quadrados”.

Quadro 171 – Erros no pós-teste sobre a “Diferença entre dois Quadrados” nas turmas A e B

Questão 26		Resolução correta		
$5^2 - 3^2$		$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01, A04, A14, A18, B06, B08, B10, B12, B13, B16, B18, B23, B29	$5^2 - 3^2 = 2^2$	Erro Conceitual	13	31
A05, A06, A19, A25, B31	$5^2 - 3^2 = 2^2 + 2 = 2^4$		5	
A07, B07	$5^2 - 3^2 = 5^{2-2} = 5^0$		2	
A10, B21	$5^2 - 3^2 = 5 - 3 = 2$		2	
A12	$5^2 - 3^2 = 75 - 9 = 16^2$		1	
A15	$5^2 - 3^2 = 2^1$		1	
A17, A27, B04, B14, B25	$5^2 - 3^2 = 2^0$		5	
B03, B05	$5^2 - 3^2 = 25 - 6 = 19$		2	
A16, B09	$5^2 - 3^2 = 5^{2-2} = 5^2$	Erros Conceitual e Procedimental	2	3
B28	$5^2 - 3^2 = 2^6$		1	
A20	$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 35$	Erro procedimental	1	3
A23, B15	$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 14$		2	
A03	$5^2 - 3^2 = 16^1$	Erro Inconclusivo	1	6
A08	$5^2 - 3^2 = 5^2 - 3^0 = 5$		1	
A11	$5^2 - 3^2 = 110^6$		1	
B02, B30	$5^2 - 3^2 = 70$		2	
B20	$5^2 - 3^2 = 3$		1	
Total Geral				43

Fonte: Experimentação (2023)

O desempenho dos alunos nessa questão foi idêntico ao da “Soma entre dois Quadrados”, ou seja, as duas juntas tiveram a maior porcentagem de erros entre todas do pós-teste, cerca de 70%, quando consideradas as duas turmas de maneira

conjunta. Foram 43 erros agrupados em 17 tipos diferentes, com mais de 70% deles avaliados como conceituais.

Os destaques dessa categoria são os que os discentes subtraíram as bases e repetiram o expoente, com quase 30% dos erros totais, além daqueles em que as bases também foram subtraídas, porém os expoentes foram somados, contando com mais de 10% dos erros cometidos. Outro erro comum, com a mesma porcentagem desse último, foi a que tanto as bases quanto os expoentes foram subtraídos.

Tivemos erros procedimentais em que os alunos desenvolveram corretamente as potenciações, mas calcularam incorretamente a subtração entre as potências, bem como erros classificados tanto como conceituais como procedimentais, os quais não houve o cálculo das potenciações e os expoentes foram somados ou subtraídos incorretamente. Por fim, foram efetuados certa quantidade de erros em que não foi possível fazer maiores análises e, por isso, foram classificadas como inconclusivas.

O Quadro 172 a seguir apresenta os erros cometidos pelos estudantes das duas turmas, na questão sobre o “Quadrado da Diferença” após a realização do pós-teste.

Quadro 172 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Diferença” nas turmas A e B

Questão 27		Resolução correta		
$(5 - 3)^2$		$(5 - 3)^2 = 2^2 = 4$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A01	$(5 - 3)^2 = 15^2$	Erro Conceitual	1	5
B05	$(5 - 3)^2 = 5^2 - 3^2 =$		1	
B06, B13	$(5 - 3)^2 = 2 \times 2 = 4^2$		2	
B31	$(5 - 3)^2 = 2^3$		1	
A05	$(5 - 3)^2 = 5 \times 3 = 5^2 + 2 = 4$	Erros Conceitual e Procedimental	1	1
B09	$(5 - 3)^2 = 5^2$	Erro procedimental	1	3
B10	$(5 - 3)^2 = 3^2$		1	
B23	$(5 - 3)^2 = 5 - 3 - 9 = 11$		1	
A08	$(5 - 3)^2 = 5$	Erro Inconclusivo	1	6
A15	$(5 - 3)^2 = 2^2 - 3^2$		1	
A16	$(5 - 3)^2 = 5^2 - 3^2$		1	
A27	$(5 - 3)^2 = 0$		1	
B02	$(5 - 3)^2 = 7$		1	
B20	$(5 - 3)^2 = 7$		1	
Total Geral				15

Fonte: Experimentação (2023)

Tivemos poucos erros nessa questão, sendo praticamente todos eles diferentes uns dos outros. Essa baixa quantidade é motivada pelo fato de aceitarmos como correta a resposta $(5 - 3)^2 = 2^2$, tal como fizemos, de forma parecida, na questão do quadrado da soma. Outro motivo que pode estar associado é o fato de $2^2 = 4$, tal como $2 \times 2 = 4$, isto é, a *misconception* da multiplicação da base pelo expoente, tão presente nas questões anteriores, não tem efeito nesta, o que pode ter contribuído para este resultado de 25% de erros com relação ao todo.

Com relação aos erros desta questão, foram um terço considerados conceituais, pouco mais de 6% conceituais e procedimentais ao mesmo tempo, 20% procedimentais e outros 40% inconclusivos. Na primeira categoria tivemos, por exemplo, multiplicação que deveria ser subtração, distribuição e repetição de expoentes de maneira indevida.

Já A05 realizou uma série de cálculos e uso de propriedades incorretamente, mas que ao final chegou ao resultado correto, o que nos fez o classificar como um erro conceitual e procedimental ao mesmo tempo. Os procedimentais foram com relação à subtração mal realizada e um 5^2 que foi calculado como 20. Por fim, os erros inconclusivos (que foram maioria nesta) trouxeram resultados bastante aleatórios e não condizentes com a realidade dos números em questão.

Adiante, o Quadro 173 exhibe os erros cometidos pelos estudantes das turmas A e B na questão sobre o “Produto da Soma pela Diferença”, após a realização do pós-teste.

Quadro 173 – Erros cometidos no pós-teste sobre o “Quadrado da Diferença” nas turmas A e B

Questão 28		Resolução correta		
$(5 + 3) \times (5 - 3)$		$8 \times 2 = 16$		
Estudantes	Resposta	Tipo de erro	Quantidade de erros	Total
A05	$5 + 3 = 8 \times (5 - 3) = 16$	Erro Conceitual	1	3
A15, B18	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 82$		2	
A17, A19, A23, A28, B27, B29	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 64$	Erro procedimental	6	13
A18	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 8^2$		1	
B04	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 48$		1	
B07	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 8 \times 8 = 64$		1	
B09	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 11.3 = 33$		1	
B10	$4 \times 3 = 12$ $(5 + 3) \times (5 - 3) = 21$		1	
B19, B20	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 8.2 = 10$		2	

A03	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 17$	Erro Inconclusivo	1	12
A04	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 2$		1	
A06, A13, B15, B23	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 0$		4	
A08	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 85$		1	
B13	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 8^3$		1	
B14	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 3^8$		1	
B24	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 8$		1	
B25	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 5$		1	
B31	$(5 + 3) \times (5 - 3) = 38$		1	
Total Geral			28	

Fonte: Experimentação (2023)

Nesta última questão de nossa sequência didática, pela primeira vez os erros procedimentais foram maioria: um pouco menos da metade. Em destaque temos o resultado 64, que foi respondido por mais de 20% dos estudantes que tiveram suas soluções consideradas erradas. Provavelmente esses alunos somaram os termos do segundo parêntese, ao invés de subtraí-los, chegando à multiplicação 8×8 . Outros efetuaram de modo incorreto as operações internas dos parênteses, ora na soma, ora na subtração, ou nos dois ao mesmo tempo, como fez B10.

Foram poucos os erros conceituais desta vez. Parte dos discentes calculou corretamente as operações de dentro dos parênteses (8 e 2, respectivamente), no entanto acabaram esquecendo que era preciso multiplicá-los entre si após isso, e os colocaram um ao lado do outro, formando o resultado 82. A05 fez bastante parecido com eles, mas deixou os números obtidos separados.

Uma quantidade significativa de respostas erradas foi classificada de maneira inconclusiva. A que mais se destacou foi a de resultado igual a 0, com cerca de 15% de incidência com relação ao total de erros. Outras soluções foram 2, 85, 37, 5 e 38, entre outras, sem maiores explicações para isso. Não tivemos exemplos de erros caracterizados como conceituais e procedimentais de forma simultânea para esta questão.

Assim, a partir da catalogação de todos esses resultados, desenvolvemos dois quadros, um para cada turma, que detalham as categorias de respostas dadas por cada aluno para as 28 questões do pós-teste, com as seguintes legendas: “A” para “Acerto”, “C” para “Erro Conceitual”, “P” para “Erro Procedimental”, “CP” para “Erros Conceituais e Procedimentais”, “I” para “Erro Inconclusivo” e “B” para “Questão em

Branco”. Logo a seguir veremos o Quadro 174 que traz essas informações referentes à turma A.

Quadro 174 - Resultado Geral dos Testes: Acertos, Tipos de Erros e Questões em Branco – Turma A

Aluno	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
A01	P	CP	A	A	C	C	A	A	A	C	A	C	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	A
A02	I	C	A	A	A	C	A	A	A	C	C	C	C	I	I	B	B	B	B	C	C	CP	C	B	I	B	B	B
A03	C	A	A	A	A	A	C	C	I	I	I	C	C	I	I	I	I	I	A	I	I	CP	CP	I	A	I	A	I
A04	C	C	A	A	C	C	C	C	A	A	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	A	C	A	I
A05	C	P	A	A	A	C	I	P	A	C	C	C	C	C	CP	I	I	CP	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
A06	I	I	A	A	A	A	A	I	I	I	A	A	C	C	CP	I	I	CP	C	C	CP	C	C	C	A	C	A	I
A07	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	C	A	C	A	A
A08	C	I	A	A	C	C	I	I	I	I	C	C	C	I	C	I	I	C	C	I	I	C	I	C	C	I	I	I
A09	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A10	P	I	A	A	A	A	A	P	C	I	C	C	C	CP	I	C	CP	C	C	CP	I	C	C	C	C	C	A	A
A11	C	C	A	A	C	C	C	I	A	A	C	C	C	C	A	A	A	C	C	C	CP	CP	CP	CP	A	I	A	A
A12	P	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	A	C	A	B
A13	A	A	A	A	A	C	A	A	A	C	A	A	C	A	A	P	A	A	P	C	C	A	A	C	B	B	B	I
A14	I	P	A	A	C	C	A	A	A	A	C	I	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	C	C	A	C	A	A
A15	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	A	A	A	P	CP	C	A	A	C	I	C	I	C
A16	A	A	A	A	A	C	A	P	C	C	C	C	C	A	A	A	C	A	A	I	I	A	A	I	I	CP	I	A
A17	I	A	A	A	A	C	A	C	A	A	C	C	C	A	A	A	A	C	C	C	C	C	C	C	A	C	A	P
A18	P	C	A	I	C	C	A	A	A	A	C	C	A	A	C	A	A	CP	C	I	I	C	C	C	A	C	A	P
A19	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	P	CP	C	C	C	I	C	A	C	A	P
A20	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	I	I	A	A	A	A	P	A	A
A21	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A22	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A
A23	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	A	A	CP	CP	C	C	P	A	P	I	C	CP	A	A	P	A	P
A24	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A25	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	A	A	A	C	C	C	C	C	A	C	A	A
A26	A	P	A	A	A	C	A	I	I	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	B	A	B	A
A27	I	A	A	A	A	A	A	C	C	A	C	C	A	A	A	A	A	B	C	C	C	CP	C	C	P	C	I	A
A28	I	A	A	A	A	A	A	P	A	C	A	A	A	A	A	A	A	P	P	C	C	A	A	A	A	A	A	P
A29	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	P	A	A	A	A

Fonte: Experimentação (2023)

Utilizando cores diferentes, para representar as categorias de respostas, fica visualmente mais fácil perceber alguns aspectos das soluções efetuadas pelos estudantes: quase metade das questões deixadas em branco por alunos da turma A foi realizada apenas por A02; em torno de também metade das que foram avaliadas como inconclusivas foram respondidas pelos alunos A03, A06 e A08; somente quatro alunos acertaram as duas questões sobre multiplicação entre potenciações de expoentes iguais, sendo três deles (A09, A21 e A24) os únicos que tiveram mais de 90% de acertos no pós-teste, com A01 se mostrando como a exceção; por fim, A23 e A28 foram os discentes que mais cometeram erros procedimentais, A04 foi o de maior quantidade de erros conceituais, e A1 de erros tanto conceituais quanto procedimentais ao mesmo tempo.

Abaixo veremos o Quadro 175 que traz as informações referentes à turma B.

Quadro 175 - Resultado Geral dos Testes: Acertos, Tipos de Erros e Questões em Branco – Turma B

Aluno	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
B01	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B02	C	C	A	A	A	C	C	C	A	A	A	A	A	C	I	P	I	B	B	I	C	C	C	C	I	I	I	A
B03	A	I	A	A	C	C	C	C	C	A	C	C	A	C	C	CP	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	A	A
B04	P	A	A	A	C	C	A	A	A	A	C	C	C	A	A	A	A	B	C	C	C	I	I	C	A	C	A	P
B05	C	C	A	A	C	C	A	A	A	A	A	C	C	C	A	A	A	A	CP	C	A	A	C	C	C	C	C	A
B06	I	A	C	C	A	A	A	P	I	A	A	A	A	A	C	A	C	A	P	A	A	C	C	C	C	C	C	A
B07	I	C	C	C	C	C	CP	P	C	I	C	C	C	C	CP	C	CP	C	C	C	C	C	C	C	A	C	A	P
B08	C	P	A	A	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	P	A	A	C	CP	CP	C	CP	C	C	C	C	A	A
B09	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C	CP	C	A	CP	P	P	P
B10	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	A	A	C	A	A	A	C	C	C	CP	C	A	C	P	C	P	P
B11	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	CP	C	C	C	A	A	A	A	A
B12	A	C	A	A	A	A	A	I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	I	C	A	B	B	C	B	C	B	A
B13	CP	C	A	A	CP	CP	P	P	A	C	C	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	I	C	C	I
B14	I	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	C	P	A	CP	CP	C	CP	C	C	A	C	A	I
B15	P	P	A	A	A	A	A	P	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	CP	CP	I	C	P	A	I	I
B16	C	C	A	I	A	A	A	A	A	A	A	C	A	C	C	A	A	C	C	A	A	I	C	C	A	C	A	A
B17	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B18	A	A	A	I	A	A	A	A	A	I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	I	I	C	A	C
B19	P	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	P
B20	P	A	A	A	A	A	A	A	I	C	I	I	I	I	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	I	I	I	P
B21	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	CP	CP	CP	A	A	A	A	CP	C	A	C	A	A	A
B22	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B23	P	C	A	A	C	A	A	A	I	I	C	C	C	A	A	A	A	C	C	CP	A	A	A	C	C	C	P	I
B24	I	I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	I	C	C	C	A	A	A	A	I	C	C	C	A	A	A	A	I
B25	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	C	C	C	A	C	A	I	I
B26	P	A	I	I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	CP	C	A	A	CP	C	C	CP	A	A	A	A	A
B27	I	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	P
B28	CP	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	A	A	A	A	A	C	C	C	C	C	A	CP	A	
B29	C	A	A	A	C	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	C	A	P
B30	A	A	A	I	A	A	A	A	A	A	C	A	A	C	CP	A	A	CP	C	C	C	C	CP	CP	C	I	A	A
B31	C	C	C	I	C	C	C	C	I	I	I	A	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	C	I

Fonte: Experimentação (2023)

Nesta turma B20 foi, de longe, o que mais cometeu erros inconclusivos, mesmo tendo mais de 90% de frequência durante a aplicação das atividades; B03 e B07 foram os que tiveram a maior porcentagem de erros conceituais; B15 elaborou o maior número de respostas consideradas como erros procedimentais; B21 e B30 foram os que mais produziram respostas que estavam erradas de maneira conceitual e procedimental de maneira conjunta; e mais da metade das questões deixadas sem solução foi de responsabilidade de B12 (o qual, vale lembrar, não conseguiu terminar o pós-teste a tempo).

Com base em todas essas informações dos quadros anteriores, elaboramos o Quadro 176 que resume o quantitativo de erros cometidos no pós-teste pelos estudantes das turmas A e B nas 28 questões de nossa sequência didática.

Quadro 176 – Resultado quantitativo das 28 questões do pós-teste nas turmas A e B

Categoria de Resposta	Quantidade absoluta	Quantidade Relativa
Erros Conceituais	442	26,31%
Erros Procedimentais	57	3,39%
Erros Conceituais e Procedimentais	60	3,57%
Erros inconclusivos	132	7,86%
Total de Erros	691	41,13%
Total de Acertos	963	57,32%
Total deixadas em Branco	26	1,55%
Total de Questões propostas	1680	100,00%

Fonte: Experimentação (2023)

Percebemos, portanto, que entre os erros cometidos, mais da metade foram considerados conceituais, e dois quintos inconclusivos, o que representam 26,31% e 7,86%, nesta ordem, com relação ao total de 28 questões propostas para cada um dos 60 estudantes que fizeram parte deste experimento. Além disso, quase três quintos foram respondidas corretamente nas duas turmas, resultado esse que reforça o sucesso da aplicação de nossa sequência didática.

6.4 ASSOCIAÇÕES ENTRE AS VARIÁVEIS SOCIOEDUCACIONAIS E OS RESULTADOS DO PÓS-TESTE

Para avaliar se as variáveis socioeducacionais exerceram algum tipo de influência no desempenho dos alunos no pós-teste, utilizamos o teste Exato de Fisher, pois é a ferramenta estatística recomendada para situações com conjuntos pequenos de dados, o que nos garante uma análise confiável para o nosso caso (GIOLO, 2018). Portanto, utilizamos o software estatístico Jamovi (versão 2.3) para auxiliar-nos na realização das análises, pois é gratuito, possui acessível abordagem em sua utilização e vários tutoriais em português disponíveis na internet.

Para esta análise utilizamos o nível de significância de 5%, por ser determinante para mensurar se a probabilidade de associações ou diferenças entre as variáveis são fruto do acaso, diminuindo as chances de indevidamente rejeitarmos a hipótese nula, sendo ela verdadeira, ou não a rejeitar, ela sendo falsa. Sendo assim, nosso intuito é adquirir evidências estatísticas que possam apontar se as variáveis socioeducacionais foram ou não relevantes no desempenho dos discentes no pós-teste, para minimizarmos as chances de tomar conclusões não condizentes com a realidade.

Em todas as análises de correlação a seguir adotamos as seguintes hipóteses:

- Hipótese nula (H_0): Não há associação significativa entre as duas variáveis.
- Hipótese alternativa (H_a): Há associação significativa entre as duas variáveis.

As possíveis associações entre variáveis socioeducacionais, além do desempenho no pós-teste e a frequência durante a aplicação da sequência didática, a serem averiguadas nas turmas A e B são:

- “Gosto pela matemática” versus “Hábito de estudo extraclasse de matemática”;
- “Gosto pela matemática” versus “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática”;
- “Gosto pela matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”;
- “Gosto pela matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”;
- “Hábito de estudo extraclasse de matemática” versus “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática”;
- “Hábito de estudo extraclasse de matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”;
- “Hábito de estudo extraclasse de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”;
- “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”;
- “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”;
- “Distração nas aulas de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”;
- “Desempenho no Pós-teste” versus “Gosto pela matemática”;
- “Desempenho no Pós-teste” versus “Hábito de estudo extraclasse de matemática”;
- “Desempenho no Pós-teste” versus “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática”;
- “Desempenho no Pós-teste” versus “Distração nas aulas de matemática”;
- “Desempenho no Pós-teste” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”;

- “Desempenho no Pós-teste” versus “Frequência dos alunos durante a aplicação da sequência didática”.

É válido destacar que a variável “Desempenho no Pós-teste” foi elaborada seguindo critérios conforme explícito no Quadro 177 a seguir:

Quadro 177 – Critérios para as categorias da variável “Desempenho no Pós-teste”

Quantidade de Acertos no Pós-teste (A)	Categoria da variável “Desempenho no Pós-teste”
$0 \leq A < 8$	Muito Baixo
$8 \leq A < 15$	Baixo
$15 \leq A < 19$	Médio
$19 \leq A < 23$	Bom
$23 \leq A < 27$	Ótimo
$27 \leq A$	Excelente

Fonte: Autoria própria (2023)

Considerando todas essas informações, o Quadro 178 abaixo apresenta o resultado do Teste Exato de Fisher, calculado pelo software Jamovi, para cada um dos tópicos listados anteriormente, nas turmas A e B.

Quadro 178 – Resumo das associações entre as variáveis socioeducacionais, notas no pós-teste e frequência durante o experimento

Variáveis socioeducacionais e notas no pós-teste	Variáveis socioeducacionais e frequência durante a aplicação	Turma	Valor-p	Conclusão
Gosto pela matemática	Hábito de estudo extraclasse de matemática	Turma A	0,120	Não houve associação
		Turma B	0,406	Não houve associação
Gosto pela matemática	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,454	Não houve associação
		Turma B	0,636	Não houve associação
Gosto pela matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,137	Não houve associação
		Turma B	0,097	Não houve associação
Gosto pela matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,049	Houve associação
		Turma B	0,256	Não houve associação
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,601	Não houve associação
		Turma B	0,455	Não houve associação
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,312	Não houve associação
		Turma B	0,897	Não houve associação
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,204	Não houve associação
		Turma B	0,671	Não houve associação
Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,615	Não houve associação
		Turma B	0,274	Não houve associação
Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,757	Não houve associação
		Turma B	0,176	Não houve associação
Distração nas aulas de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,003	Houve associação
		Turma B	0,806	Não houve associação
Desempenho no Pós-Teste	Gosto pela matemática	Turma A	0,778	Não houve associação
		Turma B	0,633	Não houve associação

Desempenho no Pós-Teste	Hábito de estudo extraclasse de matemática	Turma A	0,407	Não houve associação
		Turma B	0,394	Não houve associação
Desempenho no Pós-Teste	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,161	Não houve associação
		Turma B	0,116	Não houve associação
Desempenho no Pós-Teste	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,519	Não houve associação
		Turma B	0,021	Houve associação
Desempenho no Pós-Teste	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,657	Não houve associação
		Turma B	0,284	Não houve associação
Desempenho no Pós-Teste	Frequência durante a aplicação da sequência didática	Turma A	0,123	Não houve associação
		Turma B	0,094	Não houve associação

Fonte: Experimentação (2023)

Os quadros de contingência detalhados, produzidas com o uso do software Jamovi e que deram base para a construção deste quadro, e suas devidas análises, estão disponíveis no Apêndice E, ao final deste trabalho.

Das 16 categorias analisadas para cada uma das turmas, tivemos que rejeitar a hipótese nula em duas associações para a turma A e uma para a B. Na A houve associação entre as variáveis “Gosto pela Matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática”, além de “Distração nas aulas de Matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática”. Já na B a associação foi entre as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Distração nas aulas de Matemática”.

Para que possamos comparar com os nossos, elaboramos o Quadro 179 a seguir que exhibe as variáveis que apresentaram associação entre si nos resultados do Teste Exato de Fisher em trabalhos semelhantes a este, que também utilizaram esse método estatístico de análise.

Quadro 179 – Síntese dos resultados do Teste Exato de Fisher em estudos semelhantes ao nosso

Referência	Variáveis Associadas
Andrade (2023)	Não houve associações
Barros (2024)	Notas de matemática X Hábito de estudo extraclasse de matemática
Lopes (2023)	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática X Notas no pré-teste
C. Silva (2023)	Diferença de desempenho nos testes X Frequências dos alunos
D. Silva (2023)	Gosto pela matemática X Auxílio nas atividades extraclasse de matemática
	Desempenho relatado pelos alunos X Auxílio nas atividades extraclasse de matemática

Fonte: Pesquisa Bibliográfica (2025)

Não houve semelhanças entre as variáveis associadas das cinco pesquisas analisadas e nem com a nossa. O único ponto de destaque é que em Barros (2024) e D. Silva (2023) a variável “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” se associou a três variáveis distintas: “Notas no pré-teste”, “Gosto pela matemática” e “Desempenho relatado pelos alunos”.

Avaliando todos esses trabalhos de maneira conjunta e comparando com este, fica evidente que as variáveis socioeducacionais, como um todo, não exercem grande influência para os resultados do pós-teste, pois se mostram como exceções entre a infinidade de possibilidades de associação. Além disso, o Teste Exato de Fisher aponta se duas variáveis quaisquer se associam ou não, porém não revela o seu grau de intensidade. Por isso, na seção seguinte, utilizaremos outro teste estatístico, o do V de Cramer, que objetiva justamente medir a força de influência entre elas.

6.5 ASSOCIAÇÕES DAS VARIÁVEIS SOCIOEDUCACIONAIS E NOTAS NO PÓS-TESTE A PARTIR DO COEFICIENTE V DE CRAMER

De acordo com Rea e Parker (1992, p. 217, tradução nossa), “existem medidas de associação que podem ser derivadas para dados nominais diretamente da estatística qui-quadrado calculada. A mais versátil dessas medidas é o V de Cramer”, pois este se mostra mais adequado se uma das duas variáveis categóricas apresenta mais do que duas categorias, que é o caso do nosso experimento. O Quadro 180 abaixo apresenta os modos como as medidas calculadas a partir desse método estatístico devem ser interpretadas com relação ao grau de associação entre duas variáveis.

Quadro 180 – Interpretação das medidas de associação calculadas de V de Cramer (Φ ou “Phi”)

MEDIDA DE ASSOCIAÇÃO	INTERPRETAÇÃO
$\Phi = 1$	Associação perfeita
$0,8 \leq \Phi < 1$	Associação Muito Forte
$0,6 \leq \Phi < 0,8$	Associação Forte
$0,4 \leq \Phi < 0,6$	Associação Relativamente Forte
$0,2 \leq \Phi < 0,4$	Associação Moderada
$0,1 \leq \Phi < 0,2$	Associação Fraca
$0 < \Phi < 0,1$	Associação Insignificante
$\Phi = 0$	Ausência de Associação

Fonte: Adaptado de Rea e Parker (1992, p. 217-219, tradução nossa)

Portanto, com base nas informações organizadas acima, elaboramos o Quadro 181 a seguir que lista o grau de associação entre as variáveis socioeducacionais estudadas em nosso trabalho, bem como no desempenho dos estudantes no pós-teste e na frequência deles durante a aplicação da sequência didática, para as turmas A e B, todos eles calculados a partir do software Jamovi.

Quadro 181 – Valor de V de Cramer e o grau das associações entre as variáveis socioeducacionais, a frequência e as notas do pós-teste

Variáveis socioeducacionais e desempenho no pós-teste	Variáveis socioeducacionais e frequência durante a aplicação	Turma	Valor de Φ	Grau de associação
Gosto pela matemática	Hábito de estudo extraclasse de matemática	Turma A	0,519	Relativamente Forte
		Turma B	0,394	Moderada
Gosto pela matemática	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,313	Moderada
		Turma B	0,284	Moderada
Gosto pela matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,366	Moderada
		Turma B	0,354	Moderada
Gosto pela matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,444	Relativamente Forte
		Turma B	0,296	Moderada
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,408	Relativamente Forte
		Turma B	0,355	Moderada
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,416	Relativamente Forte
		Turma B	0,285	Moderada
Hábito de estudo extraclasse de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,483	Relativamente Forte
		Turma B	0,297	Moderada
Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,272	Moderada
		Turma B	0,400	Relativamente Forte
Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,230	Moderada
		Turma B	0,359	Moderada
Distração nas aulas de matemática	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,624	Forte
		Turma B	0,207	Moderada
Desempenho no Pós-teste	Gosto pela matemática	Turma A	0,352	Moderada
		Turma B	0,354	Moderada
Desempenho no Pós-teste	Hábito de estudo extraclasse de matemática	Turma A	0,427	Relativamente Forte
		Turma B	0,407	Relativamente Forte
Desempenho no Pós-teste	Auxílio nas atividades extraclasse de matemática	Turma A	0,486	Relativamente Forte
		Turma B	0,434	Relativamente Forte
Desempenho no Pós-teste	Distração nas aulas de matemática	Turma A	0,391	Moderada
		Turma B	0,550	Relativamente Forte
Desempenho no Pós-teste	Dificuldade na aprendizagem de matemática	Turma A	0,384	Moderada
		Turma B	0,428	Fraca Positiva
Desempenho no Pós-teste	Frequência durante a aplicação da sequência didática	Turma A	0,470	Fraca Positiva
		Turma B	0,502	Relativamente Forte

Fonte: Experimentação (2023)

Deixamos em destaque a única associação que foi medida como “Forte” entre as analisadas: “Distração nas aulas de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática”, na turma A. Note que na turma B essa mesma associação foi classificada apenas como “Moderada”. Houve várias outras avaliadas como “Relativamente Forte”, inclusive com relação ao desempenho no pós-teste, porém não suficientes para afirmarmos que foram determinantes no resultado. Em Lopes (2023), a única entre os trabalhos analisados a utilizar o V de Cramer, houve no máximo associações categorizadas como “Relativamente Forte”, sendo que nenhuma ligada aos resultados do pós-teste.

Assim, concluímos que as variáveis socioeducacionais e a frequência durante a aplicação da sequência didática não interferiram de maneira significativa em nossos resultados, consolidando, assim, a validação da sequência didática proposta neste estudo. Para ratificar ainda mais essa afirmação, na seção seguinte apresentaremos o teste de hipóteses, com o objetivo de validar robusta e estatisticamente nossos resultados.

6.6 TESTE DE HIPÓTESES

Apresentaremos agora os resultados do teste de hipóteses com o intuito de avaliar a eficácia da sequência didática proposta neste estudo sobre o ensino de potenciação, por meio da análise da diferença nas notas dos testes. Sobre esta técnica estatística, Rea e Parker (1992, p. 152, tradução nossa) discorrem da seguinte maneira:

O erro amostral associado a qualquer amostra é usado para determinar se ela permite que certas conclusões sejam tiradas dela em relação a algum objetivo padrão ou hipotético sob condições de 95% e 99% de confiança. Ou seja, um intervalo de confiança identifica o intervalo da provável localização da média verdadeira e pode ser usado em muitos casos (...). No entanto, há uma variação nos intervalos de confiança que é mais capaz de abordar os diferentes tipos de hipóteses do que os intervalos de confiança. O teste de hipóteses é essa variação.

O teste de hipóteses, portanto, avalia se devemos aceitar ou rejeitar uma hipótese nula (H_0) relacionada aos dados obtidos e, assim, aceitar ou rejeitar uma hipótese alternativa (H_a) acerca do que queremos verificar em uma pesquisa. Cohen (1988) aponta os riscos de se cometer erros do tipo 1 (rejeitar uma hipótese nula verdadeira) e do tipo 2 (aceitar uma hipótese nula falsa), e recomenda um nível de significância (α) de 95% para diminuí-los.

Seguindo essas recomendações, elaboramos as seguintes hipóteses para a nossa investigação:

- Hipótese nula (H_0): A média do pré-teste (μ_1), é maior ou igual à do pós-teste (μ_2), isto é, $\mu_1 \geq \mu_2$, ou seja, não há diferença significativa entre as notas antes e depois da aplicação da sequência didática;

- Hipótese alternativa (H_a): A média do pré-teste (μ_1), é menor que à do pós-teste (μ_2), isto é, $\mu_1 < \mu_2$, ou seja, há diferença significativa entre as notas antes e depois da sequência didática.

Para que essas hipóteses sejam verificadas, em nosso trabalho utilizaremos o Teste t-student para amostras pareadas, isto é, quando indivíduos estatísticos são submetidos a um teste, coleta, exame, entre outros, depois passam por um processo que talvez possa alterar significativamente os valores dos dados inicialmente coletados, e após isso eles mesmos passem novamente por um novo teste para que seja verificado se ocorreu ou não alguma diferença estatisticamente significativa (COHEN, 1988). Para a certificação de que os cálculos estarão corretos e a produção de gráficos, teremos auxílio dos softwares Jamovi, Microsoft Excel e Geogebra.

Sendo assim, a equação utilizada para a obtenção do valor de t é a seguinte:

$$t = \frac{\bar{d} + \mu_d}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}},$$

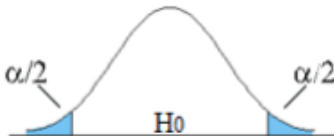
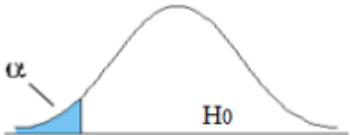
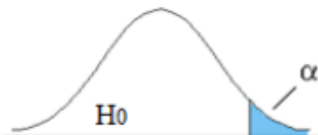
Cujos termos significam o seguinte:

- n : O número de pares de dados;
- d : A diferença entre os valores em um par de dados $\rightarrow d = (\text{valor dos dados na 1ª amostra}) - (\text{valor dos dados na 2ª amostra})$;
- μ_d : A média hipotética das diferenças de dados emparelhados na população;
- $\bar{d}$: A média das diferenças entre os valores dos dados emparelhados nas amostras dependentes $\rightarrow \bar{d} = \frac{\sum d}{n}$;
- S_d : O desvio padrão das diferenças entre os valores dos dados emparelhados nas amostras dependentes $\rightarrow S_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n-1}}$.

Também temos o chamado “Grau de Liberdade” (GL), elemento importante para a construção do gráfico, que é calculado da seguinte forma: $GL = n - 1$.

Por fim, submeteremos nossas hipóteses à perspectiva das análises de uma curva normal. A figura 54 abaixo exhibe os tipos de curva associados a um teste de hipóteses.

Figura 54 – Tipos de curva normal

Hipóteses	Curva Normal	Interpretação da cauda
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ (média 1 $\neq$ média 2)		É um teste bicaudal com regiões de rejeição de H_0 em ambas as caudas.
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) $H_a: \mu_1 < \mu_2$ (média 1 < média 2)		É um teste com cauda à esquerda, que possui região de rejeição de H_0 , na cauda da esquerda.
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) $H_a: \mu_1 > \mu_2$ (média 1 > média 2)		É um teste com cauda à direita, que possui região de rejeição de H_0 , na cauda da direita.

Fonte: Lopes (2023, p. 301)

De acordo com a figura, então, este trabalho encaixa-se na segunda situação, a da linha do meio, em que possui a região de rejeição da hipótese nula na calda da esquerda. O gráfico será importante para demonstrarmos, além da maneira numérica, visualmente a nossa tomada de decisão quanto às hipóteses.

A seguir, iremos mostrar os dados e os seus devidos cálculos necessários para obtermos o valor de t e, assim, possamos realizar as devidas análises quanto as hipóteses formuladas, para cada uma das turmas. Iniciando pela A, o Quadro 182 adiante mostra as informações precisas acerca da diferença entre os desempenhos do pré- e pós testes, a média dessa diferença, a subtração entre a diferença e a sua média, bem como o quadrado dessa subtração, entre outros, auxiliado pelo software Microsoft Excel.

Quadro 182 – Desempenhos nos Pré e Pós-testes e diferença entre as médias – Turma A

Aluno	Nota no Pré-teste (X)	Nota no Pós-teste (Y)	d	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$
A01	0	17	-17	-2,379	5,661
A02	0	7	-7	7,621	58,075
A03	0	7	-7	7,621	58,075
A04	0	6	-6	8,621	74,316
A05	1	4	-3	11,621	135,040
A06	4	9	-5	9,621	92,558
A07	0	20	-20	-5,379	28,937
A08	0	2	-2	12,621	159,282
A09	0	27	-27	-12,379	153,247
A10	0	7	-7	7,621	58,075
A11	0	10	-10	4,621	21,351
A12	1	22	-21	-6,379	40,696
A13	0	16	-16	-1,379	1,902
A14	1	15	-14	0,621	0,385
A15	0	15	-15	-0,379	0,144
A16	0	14	-14	0,621	0,385
A17	0	13	-13	1,621	2,627
A18	1	11	-10	4,621	21,351
A19	2	16	-14	0,621	0,385
A20	2	24	-22	-7,379	54,454
A21	2	28	-26	-11,379	129,489
A22	0	25	-25	-10,379	107,730
A23	4	15	-11	3,621	13,109
A24	2	28	-26	-11,379	129,489
A25	0	20	-20	-5,379	28,937
A26	2	18	-16	-1,379	1,902
A27	2	13	-11	3,621	13,109
A28	2	20	-18	-3,379	11,420
A29	2	23	-21	-6,379	40,696
$\sum X_A = 28$		$\sum Y_A = 452$	$\sum d_A = -424$	$\sum (d - \bar{d})^2_A = 1442,83$	
			$\bar{d}_A = -14,621$		

Fonte: Experimentação (2023)

Como obtemos o valor de $\sum (d - \bar{d})^2_A = 1442,83$ e considerando que $n_A = 29$, vamos calcular o desvio padrão da turma A:

$$S_{d_A} = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{1442,83}{28}} = \sqrt{51,5296} = 7,17841$$

Dessa forma, considerando que a média hipotética das diferenças de dados emparelhados na população é igual a zero ($\mu_d = 0$), podemos finalmente calcular o valor de t da turma A:

$$t_A = \frac{\frac{\bar{d}_A + \mu_d}{S_{d_A}}}{\frac{1}{\sqrt{n_A}}} = \frac{\frac{-14,621 + 0}{7,17841}}{\frac{1}{\sqrt{29}}} = \frac{-14,621}{1,333} = -10,968283$$

Dispondo do valor de t_A e ainda manipulando o software Microsoft Excel, acionamos a sua função “Análise de dados” para realizarmos um Teste-T para duas amostras emparelhadas, cujo resultado pode ser visto no Quadro 183 abaixo:

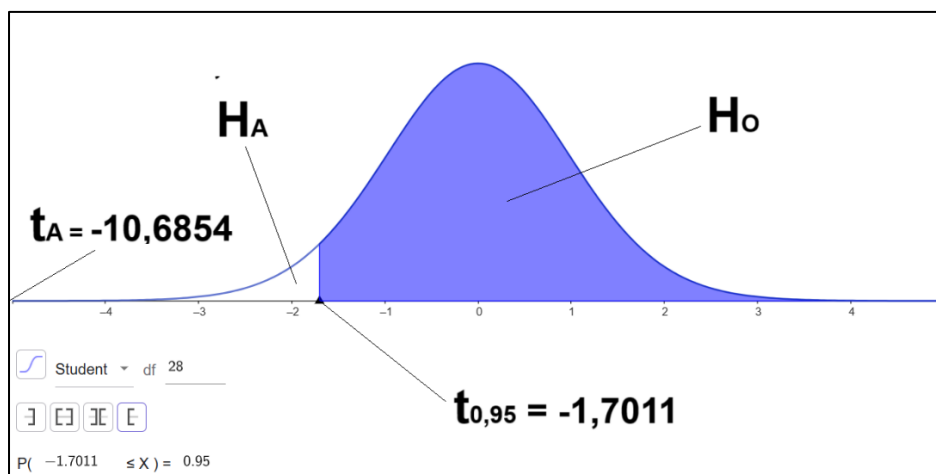
Quadro 183 – Resultado do Teste-T com o uso do software Microsoft Excel – Turma A

	<i>Nota no Pré-teste</i>	<i>Nota no Pós-teste</i>
Média	0,965517241	15,5862069
Variância	1,463054187	53,75123153
Observações	29	29
Correlação de Pearson	0,207754839	
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	28	
Stat t	-10,96828318	
P(T<=t) uni-caudal	6,02121E-12	
t crítico uni-caudal	1,701130934	
P(T<=t) bi-caudal	1,20424E-11	
t crítico bi-caudal	2,048407142	

Fonte: Experimentação (2023)

Na primeira linha destacada o valor de t_A é idêntico ao que calculamos anteriormente. Na segunda, é apresentado o valor-p = $6,02121 \times 10^{-12} < 0,05$, o que já nos garante rejeitar a hipótese nula e aceitar a hipótese alternativa, por ser menor que o nível de significância escolhido. Além disso, na terceira linha nos é fornecido o valor de $t_{crítico} = t_{0,95} = 1,701130934$, que será utilizado em nossa análise gráfica a seguir.

Ao utilizar o software Geogebra, geramos o gráfico da curva Student unilateral a partir de vários dos dados acima, e com $GL_A = 28$, a qual pode ser observada na Figura 55 abaixo.

Figura 55 – Curva Student do teste de hipóteses do experimento, com uso do Geogebra – Turma A

Fonte: Experimentação (2023)

Pela imagem é possível perceber que $t_A < t_{0,95}$, isto é, o $t_{calculado}$ da turma A tem valor muito menor que o $t_{crítico}$ para um nível de significância de 95%, o que comprova estatisticamente a necessidade de rejeição da hipótese nula e a adoção da hipótese alternativa para a turma A.

Para finalizar, para reforçar ainda mais a nossa análise, fizemos uso do software Jamovi para executar o Teste-T para os dados da turma A, e o resultado pode ser visto na Figura 56 abaixo:

Figura 56 – Resultado do Teste-T com o uso do software Jamovi – Turma A

			estatística	gl	p
Nota Pré-teste	Nota Pós-teste	t de Student	-11.0	28.0	< .001
Nota. H _a μ Medida 1 - Medida 2 < 0					
Estatística Descritiva					
	N	Média	Mediana	Desvio-padrão	Erro-padrão
Nota Pré-teste	29	0.966	0	1.21	0.225
Nota Pós-teste	29	15.586	15	7.33	1.361

Fonte: Experimentação (2023)

Como foi possível verificar, os resultados obtidos a partir do Jamovi coincidem e confirmam os valores de t_A e valor-p, encontrados nos demais softwares, além de expressar de uma nota que H_A deve ser aceita, nos dando provas estatisticamente robustas de que a sequência didática proposta nessa pesquisa provocou uma diferença significativa no desempenho dos alunos da turma A.

A seguir, vejamos os dados da turma B.

Quadro 184 – Desempenhos nos Pré e Pós-testes e diferença entre as médias – Turma B

Aluno	Nota no Pré-teste (X)	Nota no Pós-teste (Y)	d	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$
B01	4	27	-23	-7,097	50,364
B02	0	9	-9	6,903	47,655
B03	0	8	-8	7,903	62,461
B04	0	13	-13	2,903	8,429
B05	0	15	-15	0,903	0,816
B06	0	14	-14	1,903	3,622
B07	0	2	-2	13,903	193,300
B08	0	15	-15	0,903	0,816
B09	0	18	-18	-2,097	4,396
B10	0	16	-16	-0,097	0,009
B11	3	24	-21	-5,097	25,977
B12	0	16	-16	-0,097	0,009
B13	0	12	-12	3,903	15,235
B14	0	15	-15	0,903	0,816
B15	1	19	-18	-2,097	4,396
B16	0	16	-16	-0,097	0,009
B17	0	28	-28	-12,097	146,332
B18	0	21	-21	-5,097	25,977
B19	0	24	-24	-8,097	65,558
B20	0	7	-7	8,903	79,267
B21	5	19	-14	1,903	3,622
B22	1	28	-27	-11,097	123,138
B23	0	12	-12	3,903	15,235
B24	0	17	-17	-1,097	1,203
B25	0	19	-19	-3,097	9,590
B26	0	19	-19	-3,097	9,590
B27	1	24	-23	-7,097	50,364
B28	1	16	-15	0,903	0,816
B29	1	22	-21	-5,097	25,977
B30	1	15	-14	1,903	3,622
B31	0	1	-1	14,903	222,106
$\sum X_B = 18$		$\sum Y_B = 511$	$\sum d_B = -493$	$\sum (d - \bar{d})^2_B = 1200,71$	
			$\bar{d}_B = -15,903$		

Fonte: Experimentação (2023)

Agora que temos o valor de $\sum (d - \bar{d})^2_B = 1200,71$ e sabendo que $n_B = 31$, vamos calcular o desvio padrão da turma B:

$$s_{d_B} = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{1200,71}{30}} = \sqrt{40,02366} = 6,326425$$

Assim, ao considerarmos que a média hipotética das diferenças de dados emparelhados na população é igual a zero ($\mu_d = 0$), é possível calcular o valor de t da turma B:

$$t_B = \frac{\frac{\bar{d}_B + \mu_d}{\frac{s_{d_B}}{\sqrt{n_B}}}}{\frac{-15,903 + 0}{\frac{6,326425}{\sqrt{31}}}} = \frac{-15,903}{1,13626} = -13,996121$$

De posse do valor de t_B e utilizando o software Microsoft Excel, fizemos uso da sua função “Análise de dados” para realizarmos um Teste-T para duas amostras emparelhadas, resultando nas informações dispostas no Quadro 185 a seguir:

Quadro 185 – Resultado do Teste-T com o uso do software Microsoft Excel – Turma B

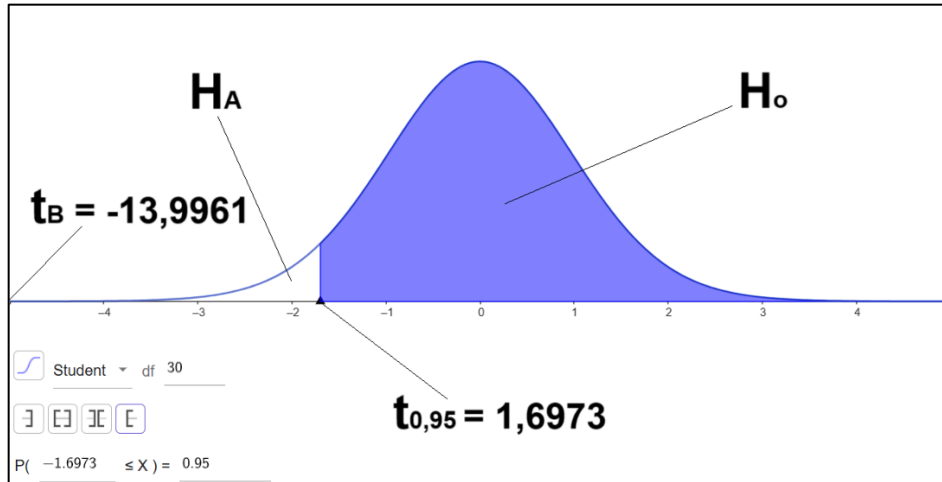
	<i>Nota no Pré-teste</i>	<i>Nota no Pós-teste</i>
Média	0,580645161	16,48387097
Variância	1,51827957	45,32473118
Observações	31	31
Correlação de Pearson	0,411026479	
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	30	
Stat t	-13,99612119	
P(T<=t) uni-caudal	5,44428E-15	
t crítico uni-caudal	1,697260887	
P(T<=t) bi-caudal	1,08886E-14	
t crítico bi-caudal	2,042272456	

Fonte: Experimentação (2023)

Novamente, a primeira linha em destaque revela que o valor de t_B é fiel ao que calculamos anteriormente. Na seguinte, é exibido o valor-p = $5,44428 \times 10^{-15} < 0,05$, nos garantindo que podemos rejeitar a hipótese nula e aceitar a hipótese alternativa, por ser menor que o nível de significância escolhido. No mais, na terceira linha realçada é apresentado o valor de $t_{crítico} = t_{0,95} = 1,697260887$, que será utilizado na construção gráfica adiante.

A partir das ferramentas disponíveis no software Geogebra, produzimos o gráfico da curva Student unilateral a partir de vários dos elementos listados anteriormente, e com $GL_B = 30$, a qual pode ser vista na Figura 57 a seguir.

Figura 57 – Curva Student do teste de hipóteses do experimento, com uso do Geogebra – Turma B



Fonte: Experimentação (2023)

A partir das informações exibidas, podemos perceber que $t_B < t_{0,95}$, ou seja, o $t_{calculado}$ da turma B tem valor muito menor que o $t_{critico}$ para um nível de significância de 95%, o que comprova estatisticamente a necessidade de rejeição da hipótese nula e a adoção da hipótese alternativa para a turma B.

Por fim, com o intuito de reforçar ainda mais a nossa análise, também utilizamos o software Jamovi para executar o Teste-T para os dados da turma B, cujo resultado pode ser visualizado na Figura 58 a seguir:

Figura 58 – Resultado do Teste-T com o uso do software Jamovi – Turma B

			estatística	gl	p
Nota Pré-teste	Nota Pós-teste	t de Student	-14.0	30.0	< .001
Nota. $H_0: \mu_{\text{Medida 1}} - \mu_{\text{Medida 2}} < 0$					
Estatística Descritiva					
	N	Média	Mediana	Desvio-padrão	Erro-padrão
Nota Pré-teste	31	0.581	0	1.23	0.221
Nota Pós-teste	31	16.484	16	6.73	1.209

Fonte: Experimentação (2023)

Verificamos, portanto, que os resultados elaborados por meio do software Jamovi coincidem e confirmam os valores de t_B e valor-p, calculados nos outros programas utilizados, e determina que H_A deve ser aceita, nos dando provas estatisticamente robustas de que a sequência didática proposta nessa pesquisa provocou uma diferença significativa no desempenho dos alunos da turma B.

Sendo assim, demonstramos de diversas maneiras que a hipótese nula deve ser rejeitada, favorecendo a aceitação da hipótese alternativa, de que a aplicação da sequência didática produziu resultados estatisticamente significativos no aprendizado de potenciação dos estudantes das duas turmas analisadas em nosso experimento, conforme objetivamos no início de nossa pesquisa.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Potenciação é um assunto que faz parte dos alicerces do conhecimento matemático moderno, cuja ideia geral já é ensinada nos anos iniciais do Ensino Fundamental e se consolida em seus anos finais, servindo de base para outros objetos de conhecimento como os Produtos Notáveis, a Notação Científica e a Radiciação, bem como os Logaritmos, as Equações e Funções Exponenciais, a Permutação e os Binômios de Newton. Portanto, boas estratégias de ensino que visem qualificar o aprendizado dos alunos neste assunto se mostram importantes para a construção e consolidação dos seus saberes matemáticos.

Dessa maneira, buscamos responder no presente trabalho a seguinte questão: quais os resultados da aplicação de uma sequência didática, baseada na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais para o ensino de potenciação, na aprendizagem de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em termos do conhecimento conceitual e procedimental deste objeto matemático? Portanto, o nosso objetivo foi o de analisar os resultados na aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir da aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de potenciação, com base na metodologia do Ensino por Atividades Experimentais. Como método de pesquisa foi utilizada a Engenharia Didática, que a divide em quatro fases: análises prévias; análise a priori; experimentação; análise a posteriori e validação.

Nas análises prévias apresentamos os aspectos históricos, matemáticos e curriculares da potenciação e seu ensino, ao longo dos anos. Foi possível observar o desenvolvimento da sua ideia e representação, bem como os debates que a envolveram até a sua consolidação; a sua aplicação matemática atual, que passa pelos números Naturais e vai até os Complexos, passando pelos números transfinitos; e como está situada no currículo nacional brasileiro, desde os PCN, até a BNCC e o DCEPA, em pesquisas que a abordam, além da visão de docentes têm sobre o seu ensino e aprendizagem, por parte de seus alunos. Também tratamos sobre o método do Ensino por Atividades Experimentais, que faz dos estudantes protagonistas na construção de suas aprendizagens.

Na etapa da concepção a priori, e com base na etapa anterior, elaboramos as 28 questões que iriam compor os pré e pós-teste e as 16 atividades da sequência didática, todos estes seguidos de análises que tentavam prever como os alunos iriam

reagir e responder a eles. As atividades abordavam subtemas como o conceito de potenciação, potenciação de base 1, potenciação de base zero, potenciação de base 10, produto de potenciações, divisão de potenciações, potenciação de potenciação, potenciações de expoente 1, potenciações de expoente zero, quadrado da soma e a soma dos quadrados, quadrado da diferença e a diferença dos quadrados, produto da soma pela diferença de dois números, entre outros.

Na etapa da experimentação relatamos como foi a aplicação da sequência didática, elaborada na etapa anterior, em uma escola estadual situada no município de Ananindeua, que compõe a região metropolitana de Belém. Um total de 60 alunos do 6º ano, divididos em duas turmas, participaram do experimento. Cada fase da aplicação foi descrita, observações foram realizadas e dados para a pesquisa foram gerados.

Por fim, na análise a posteriori e validação as informações produzidas na fase anterior foram sistematizadas e examinadas quantitativa e qualitativamente. Também foram feitas considerações a respeito dos erros cometidos no pós-teste, assim como foi efetuado o tratamento estatístico dos dados, a partir do Teste Exato de Fisher, do coeficiente V de Cramer e do Teste de Hipóteses, que confirmaram que a melhora nos índices de acerto ocorridos entre o pré- e o pós-teste ocorreu devido à aplicação da sequência didática, que teve ainda suas atividades validadas, a partir da comparação entre as suas análises a priori e a posteriori.

Portanto, consideramos que alcançamos o objetivo traçado nesta pesquisa, pois, além de ter respondido as indagações iniciais, investigamos e alcançamos bons resultados a partir da aplicação de nossa sequência didática. No entanto, acreditamos que outras pesquisas poderão surgir com base nesta e que possam aprofundar e expandir nossa compreensão sobre o ensino de potenciação e os benefícios do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. Dessa forma, há ainda um grande leque de possibilidades para investigações que utilizem a Educação Matemática como suporte central.

REFERÊNCIAS

- AJAYI, Oluwatosin Victor. **Tendências, Teoria e Prática em pesquisa em educação científica**. Makurdi: Universidade Estadual de Benue, Faculdade de Educação, Departamento de Currículo e Ensino, set. 2017. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/320172303_Misconceptions>. Acesso em: 18 jun. 2025.
- ALLEN, G. D. **Student Thinking**: Lesson 1. Misconceptions in Mathematics. Departement of Mathematics: Texas A&M University. 2007. Disponível em <<https://www.math.tamu.edu/~snite/MisMath.pdf>>. Acesso em 21 abr. 2021.
- ALMEIDA, E. S. de; ALVES, F. J. C.; SÁ, P. F. de. **A máquina de calcular na sala de aula**: uma experiência no ensino de potenciação. VII EPAEM – Encontro Paraense de Educação Matemática, Cultura e Educação Matemática na Amazônia. 2010. Belém, Pará.
- ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Edição atualizada. Curitiba. Editora UFPR, 2007. 218 p.
- ANDRADE, Aline Reis de. **Ensino de Resolução de Problemas do Primeiro Grau com uma Incógnita por Atividades Experimentais**. 2023, Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/778106?mode=full>>. Acesso em 02 mar. 2025.
- ANTUNES, C.; MERLI, R.; NOGUEIRA, C. A construção da didática da matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras. **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Cuiabá, 14-17 de julho. 2019. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/336614093_A_CONSTRUCAO_DA_DIDATICA_DA_MATEMATICA_NA_FRANCA_E_SUA_INFLUENCIA SOBRE_AS_PESQUISAS_BRASILEIRAS>. Acesso em 29 jan. 2021.
- ARTIGUE, Michèlle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- ARTIGUE, Michèlle; DOUADY, Régine. A didáctica da Matemática em França. **Quadrante** – Revista de Investigação em Educação Matemática, Vol. 2, Nº 2, 1993. Associação de Professores de Matemática, Portugal. Disponível em <<https://quadrante.apm.pt/issue/view/1155>>. Acesso em 13 ago. 2022.
- AVAMEC - Ambiente Virtual de Aprendizagem do Ministério da Educação. **Potenciação**. S.d. Disponível em <<https://avamec.mec.gov.br/ava-mec-ws/instituicao/capes/conteudo/modulo/2681/mod6/uni1/slide1.html>>. Acesso em 30 jul. 2022.
- BARBOSA, Ricardo Augusto Oliveira Jose. **Ensino de Potências e Funções Exponenciais**. 2016. 71 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três Lagoas (MS), 2016. Disponível em

<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5134038>. Acesso em 09 jan. 2021.

BARBOSA, Cira Naiá Campos. Números transfinitos: Cantor a coragem de pensar o impensável. II SAEM. **Anais...** 2018. Disponível em <<https://doceru.com/doc/v1nncc5>>. Acesso em 15 jul. 2022.

BARROS, Maria Rosangela Silva, **Ensino das operações com números inteiros por meio de atividades experimentais**. 2024. 239 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2024. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742923>>. Acesso em 02 mar. 2025.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR. **Histórico**. S. D. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico>>. Acesso em 17 dez. 2020.

BBC BRASIL. **A equação vista como a mais linda da Matemática**. 21 jun. 2025. Instagram: @bbcbrazil. Disponível em: <<https://www.instagram.com/reel/DLK2yYHvEnH/?igsh=MTZkamh3NWsyamU0OQ=>>>. Acesso em: 18 jul. 2025.

BIANCHINI, E. **Matemática 7º ano**. 8 ed. São Paulo: Moderna 2015.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 1. ed. Editora Edgard Blucher, São Paulo, 1974.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em 26 mai. 2022.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/par/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series>>. Acesso em 09 jan. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), 2000. **Proposta de diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica, em cursos de nível superior**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/basica.pdf>>. Acesso em 02 jan. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Referenciais para a formação de Professores**. Brasília, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=48631-reformprof1&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 31 jan. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_s ite.pdf>. Acesso em 17 dez. 2020.

BROSSEAU, G. *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*. **Recherches em Didactique de Mathématique**, 4-2, 1983. 107-117.

BROSSEAU, G. **Difficultés et obstacles**. 2003. <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/04/03-7f-Difficult%C3%A9s-et-obstacles.pdf>. Acesso em 19 mar. 2021.

CAJORI, Florian. **A History of Mathematical Notations**. New York: Dover Publications, Inc, 1993. Disponível em <<https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/cajorinot.pdf>>. Acesso em 29 jul. 2022.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1951. Disponível em <http://literamati.dominiotemporario.com/atividades_5.html>. Acesso em 09 mar. 2022.

CAUCHY, A.L. **Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique**. 1. ed. Paris: L'Imprimerie Royale, 1821. Disponível em <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8626657t/f94.item.zoom>>. Acesso em 15 jul. 2022.

CHEVALLARD, Y. (1999) *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. **Recherches em Didactique de Mathématiques**, vol. 19, n. 2, p. . 221 – 266.

COHEN. J. (1988). **Statistical power analysis for the behavioral sciences** (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. Disponível em <<https://www.utstat.toronto.edu/~brunner/oldclass/378f16/>>. Acesso em 17 jul. 2025.

CURY, H. N. **Análise de erros** – o que podemos aprender com as respostas dos alunos. São Paulo. Ed. Autêntica. 2007.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. Trad. Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DOUADY, Régine. Nacimiento y desarrollo de la didáctica de las matemáticas en Francia: rol de los IREM. IN: **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. (Artigue, Douady e Moreno, org. PEDRO GÓMEZ) Grupo editorial Iberoamérica, Bogotá, 1995. Disponível em <<http://funes.uniandes.edu.co/676/>>. Acesso em 27 ago. 2022.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Silvia Alcântara Machado(org.). Campinas (SP): Papyrus, 2003 (coleção papyrus), p. 11–33.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FARIAS, Luiz Márcio Santos; SOUZA, Eliane Santana de. De artefato a instrumento: a integração da calculadora simples por um professor do 6º ano para o ensino de potência. **Em teia** | Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana. [S.l.], v. 6, n. 3. 2015. Disponível em <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2247>>. Acesso em 31 jan. 2021.

FELTES, Rejane Zeferino. **Análise de erros em potenciação e radiciação**: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio. 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em <<http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3438>>. Acesso em 21 mai. 2020.

GIOLO, Suely Ruiz. **Introdução à análise de dados categóricos com aplicações**. São Paulo: Blucher, 2018. Disponível em <<https://zoboko.com/book/od2d3exo/introducao-a-analise-de-dados-categoricos-com-aplicacoes>>. Acesso em 14 jul. 2025.

GODOY, E. V.; SANTOS, V. de M. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**, [S. l.], v. 8, n. 13, p. 253-280, 2012. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/716>. Acesso em: 8 dez. 2020.

GRAEBER, A. O. JOHNSON, M. L. (1990). **Mathematical conception: A sourcebook**. Virginia: National Science Foundation.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**. Volume Único. São Paulo: Editora Atual, 2002. 660p.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 6**: complexos, polinômios, equações — 8. ed. — São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 2**: logaritmos -- 10. ed. -- São Paulo: Editora Atual, 2013.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Censo Escolar. **Dicionário de Indicadores Educacionais**. 2004. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/estatisticas-e-indicadores-educacionais/dicionario-de-indicadores-educacionais-2013-formulas-de-calculo>>. Acesso em 03 mar. 2025.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Censo Escolar. **Taxas de Distorção Idade-Série**. 2024. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais/taxas-de-distorcao-idade-serie>>. Acesso em 03 mar. 2025.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

LOPES, Adrielle Cristine Mendello. **A calculadora no ensino da potenciação**: uma experiência no 4º ano do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2012.

LOPES, Adrielle Cristine Mendello. **O ensino de radicais por Atividades**. 2015. 304 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2015. Disponível em <<https://propesp.uepa.br/ppged/ano-2013-2/>>. Acesso em 02 mar. 2025.

LOPES, Carmen Simone dos Santos. **Ensino de Resolução de Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo com Números Naturais por Atividades Experimentais**. 2023. 333f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742925>>. Acesso em 02 mar. 2025.

M3 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **Os infinitos de Cantor**. 2013. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=YXt8QzTNLcw>>. Acesso em 15 jul. 2022.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica do Brasil**: concepções e políticas. São Paulo: USP. 2014. Disponível em <https://movimentopelabase.org.br/wpcontent/uploads/2017/08/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em 14 jan. 2021.

MELO, Marcela Camila Picin de. **A Resolução de Problemas**: uma metodologia ativa no ensino da Matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e Radiciação” com alunos do Ensino Fundamental. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020. Disponível em <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4972>>. Acesso em 09 jan. 2021.

MELO, Marcela Camila Picin de; JUSTULIN, Andresa Maria. **Ensinando “Potenciação e Radiciação” através da Resolução de Problemas**: uma metodologia ativa na sala de aula. 2020. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020. Disponível em <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4972>>. Acesso em 09 jan. 2021.

NUNES, Célia Barros; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Concepções Errôneas de Alunos de Licenciatura em Matemática Sobre o Conceito de Função**. JIEEM v.10, n.2, p. 70-76, 2017. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/323892234_Concepcoes_Erroneas_de_Alunos_de_Licenciatura_em_Matematica_Sobre_o_Conceito_de_Funcao>. Acesso em 19 mar. 2021.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. BOLEMA. Boletim de Educação

Matemática. UNESP. Rio Claro, v.25, p.73-98, 2011. Disponível em: <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/862>>. Acesso em: 18 set. 2022.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, pp. 232-252, 2012.

OS FANTÁTICOS NÚMEROS PRIMOS. **Números cúbicos e sequências numéricas**. Disponível em <<http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-239-numeros-cubicos-e-sequencias-numericas.html>>. Acesso em: 21 jan. 2023.

OZKAN, Mustafa; BAL, Ayten Pinar. Analysis of the Misconceptions of 7th Grade Students on Polygons and Specific Quadrilaterals. **Eurasian Journal of Educational Research**. Ed. 67 (2017) 161-182. Disponível em: <<http://ejer.com.tr/en/archives/2017-issue-67/mustafa-ozkan-ayten-pinar-balanalysis-of-the-misconceptions-of-7th-grade-students-on-polygons-and-s-2331>>. Acesso em: 22 abr. 2021.

PAIAS, Ana Maria. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos ensinos fundamental e médio**. 2009. 219 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em <<https://tede.pucsp.br/handle/handle/11385>>. Acesso em 21 mai. 2020.

PAIAS, Ana Maria. **Obstáculos no ensino e na aprendizagem do objeto matemático potência**. 2019. 308 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8306006>. Acesso em 09 jan. 2021.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. 3 ed. 136 p. Belo Horizonte: Autêntica Editora: 2011.

PARÁ. **Documento Curricular do Estado do Pará: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. V. 2. Secretaria de estado de Educação. Belém: SEDUC, 2019. Disponível em <<http://www.seduc.pa.gov.br/site/bncc>>. Acesso em 10 jan. 2021.

PINES (Eds.), A. L. (1985). **Towards a taxonomy of conceptual relations**. In L. West and A. L. Pines (Eds.) *Cognitive structure and conceptual change* (pp.101-116). New York, Academic Press.

PINTO N. B. (1998). **O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar**. São Paulo: Universidade São Paulo.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H. Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência. Centro de investigação em Educação. Faculdade de Ciências da

Universidade de Lisboa. **Revista de Educação e Matemática**, nº 52. Março/Abril, 1999. Disponível em <<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/784>>. Acesso em 30 jul. 2022.

QEdu. **Portal de dados educacionais do Brasil**. Evolução do IDEB na EEEF. 2024. Disponível em <<https://qedu.org.br/escola/15578038-eeef-nair-zaluth/ideb>>. Acesso em 04 mar. 2025.

Rea, L. M., & Parker, R. A. (1992). **Designing and conducting survey research**. San Francisco, CA: JosseyBass. Disponível em <<https://eva.fic.udelar.edu.uy/mod/resource/view.php?id=22194>>. Acesso em 15 jul. 2025.

REIS, Tiago Soares do. *In*: In Math. **Potências de Expoentes Naturais**. 2021a. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=4ahh5wgilsw>>. Acesso em 31 out. 2021.

REIS, Tiago Soares do. *In*: In Math. **Propriedades Expoentes Naturais**. 2021b. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=1dEEQ9Ki7NM>>. Acesso em 31 out. 2021.

RIBEIRO, Arly Leite. **Autismo e o ensino de potenciação e radiciação**: um estudo a partir da resolução de problemas. 2021. 92 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário de Arraias – Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2021. Disponível em <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10635229#>. Acesso em 30 mai. 2022.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. (Coleção I). 65 p. Belém: SINEPEM, 2019. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/341386299_POSSIBILIDADES_DO_ENSI_NO_DE_MATEMATICA_POR_ATIVIDADES>. Acesso em 30 jan. 2021.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, [S. l.], v. 15, n. 35, p. 143–162, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p143-162.id290. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/99>. Acesso em: 07 mai. 2023.

SÁ, P. F.; ALVES, F.J. da C. A Engenharia Didática: alternativa metodológica para a pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, M. I.; OLIVEIRA, I. A. de. (Org). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em Educação**. Belém: EDUEPA, 2011.

SANTOS, Neusa de Oliveira. **O ensino de potenciação por atividades**. 2016. 99 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém,

2016. Disponível em <<https://tede.pucsp.br/handle/handle/11385>>. Acesso em 21 mai. 2020.

SERRAZINA, Lurdes. Comentário a “la enseñanza del análisis matemático en el bachirellato y primer curso de universidad. Una perspectiva desde la teoría de los obstáculos epistemológicos y los actos de comprensión” In: CONTRERAS et al. **Acta del Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**. Huelva – España. 2000. Disponível em <<https://www.seiem.es/pub/actas/index.shtml>>. Acesso em 21 abr. 2021.

SILVA, Alcina Maria Testa Braz da. **Concepções alternativas ou representações sociais?** Um viés teórico-metodológico no campo do conhecimento científico. IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Bauru – SP. 2003. Disponível em <<http://abrapecnet.org.br/enpec/iv-enpec/autores.html>>. Acesso em 21 abr. 2021.

SILVA, A. F. da; SÁ, P. F. de; SANTOS, M. de L. S.; LOPES, T. B. ASPECTOS HISTÓRICOS DO DESENVOLVIMENTO DA IDEIA E REPRESENTAÇÃO DE POTENCIAÇÃO. **Revista de História da Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, p. 1–22, 2024. DOI: 10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2024.10.616. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/616>. Acesso em: 18 jul. 2025.

SILVA, C. J. A. **A expressão zero elevado a zero**. 2020. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/49613/49613.PDF>>. Acesso em 14 jul. 2022.

SILVA, Cláudio Lima da. **Ensino de trigonometria no triângulo por atividades experimentais**. 2023. 318 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/740233>>. Acesso em 02 mar. 2025.

SILVA, Dejaci Soares da. **Resolução de problemas aditivos: Um ensino por atividades experimentais**. 2023. 341 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742357>>. Acesso em 02 mar. 2025.

SPINILLO, Alina Galvão. et al. Como Professores e Futuros Professores Interpretam Erros de Alunos ao Resolverem Problemas de Estrutura Multiplicativa? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188 - 1206, dez. 2016. Disponível em <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10176>>. Acesso em 04 jul. 2025.

PINHEIRO, Anderson Diniz. **O Ensino de Equações e Problemas do 1º grau por Atividades Experimentais**. 2023. 282 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023. Disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/748055>>. Acesso em 02 mar. 2025.

ZABALA, A. **A prática educativa**. Trad. Ernani F. F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário para Professores



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Prezados (as) professores (as),

Sou estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada “**Uma sequência didática para o ensino de Potenciação**”, sob a responsabilidade do pesquisador **Pedro Franco de Sá**, orientador, e do orientando **Alexandre Ferreira da Silva**, vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do **ensino de Potenciação** a partir da opinião dos professores de matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o **ensino de Potenciação**.

1 – Sexo: Masculino () Feminino ()

2 – Faixa Etária: () Menos de 21 anos () 21-25 anos () 26-30 anos () 31- 35 anos
() 36-40 anos () 41-45 anos () 46-50 anos () 51-55 anos () 56 –60 anos () 61-65 anos () mais de 65 anos

3 – Escolaridade: (informe sua graduação e todas as suas pós-graduações)

Ensino Superior: _____	Instituição: _____	Ano de Conclusão: _____
Especialização: _____	Instituição: _____	Ano de Conclusão: _____
Mestrado: _____	Instituição: _____	Ano de Conclusão: _____
Doutorado: _____	Instituição: _____	Ano de Conclusão: _____

4 - Tempo de serviço como professor de matemática? () Menos de um ano () 1-5 anos () 6-10 anos
() 11-15 anos () 16-20 anos () 21-25 anos () 26-30 anos () 31-35 () Mais de 35 anos

5 - Tipo de escola que trabalha atualmente: () Pública Estadual () Pública Municipal
() Pública Federal () Privada () Outra. Qual? _____

6 - Durante sua formação de professor de matemática você fez alguma disciplina que abordava o ensino de **potenciação** de forma explícita? () Não () Sim, qual? _____ () Não lembro

7 – Como professor de matemática você já participou de evento/cursos sobre o ensino de **potenciação**? () Não () Sim, qual? _____ () Não lembro

8 – Com base na sua experiência como Professor(a) de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, você considera o ensino de Potenciação neste ano:

() Muito Fácil () Fácil () Difícil () Muito Difícil

9 – Quando você ensina **potenciação**, a maioria das aulas são desenvolvidas:

- () Pela definição seguida de exemplos e exercícios
- () Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
- () Com um experimento para chegar ao conceito
- () Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
- () Com jogos para depois sistematizar os conceitos
- () Contando a história da elaboração e sistematização do conteúdo
- () Utilizando experimentos didáticos envolvendo o assunto
- () Outros. Quais? _____

10 – Para aprofundar o conteúdo de Potenciação para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, você costuma (É possível marcar mais de uma opção):

- () Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos
- () Apresentar jogos envolvendo o assunto
- () Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático
- () Solicitar que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver
- () Propor questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)
- () Propor questões de Concursos Públicos
- () Propor questões da Prova Brasil
- () Propor questões de concursos de Escolas Militares
- () Não propõe questões de aprofundamento de conteúdo

11 – Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/utilizar voltados ao conteúdo de Potenciação, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? (É possível marcar mais de uma opção)

- () Prova oral;
- () Prova escrita;
- () Autoavaliação;
- () Trabalhos em grupo ou individuais;
- () Resolução das tarefas de casa;
- () Simulados;
- () Participação durante a aula;
- () Frequência nas aulas;
- () Outros. Qual: _____

12 – Você seleciona os conteúdos de matemática a partir de que?

- () Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN;
- () Livro Didático;
- () Caderno de Orientações da Rede de ensino.;
- () Base Nacional Comum Curricular – BNCC;
- () Outros. Qual: _____

13 – Quantas aulas você utiliza, aproximadamente, para ministrar o conteúdo de Potenciação, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?

- () 1 a 2 horas-aula;
- () 3 a 4 horas-aula;
- () 5 a 8 horas-aula;
- () 9 a 12 horas-aula;
- () Mais de 12 horas-aula;

14 – Você utiliza o livro didático adotado pela escola para ensinar os conteúdos de Potenciação, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? () Sim () Não

Com base na sua experiência como Professor(a) de Matemática, quais dos conteúdos de Potenciação abaixo você costuma ensinar para uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?

Conteúdo	Você costuma ensinar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
	SIM	NÃO	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
Definição de potenciação						
Transformação de multiplicação de fatores iguais em potenciação						
Transformação da potenciação em multiplicação de fatores iguais						
Identificação dos termos da potenciação						
Cálculo da potenciação						
Potenciação de base zero						
Potenciação de base 1						
Potenciação de base 10						
Potenciação de expoente 1						
Potenciação de expoente zero						
Produto de potenciações de mesma base						
Divisão de potenciações de mesma base						
Potenciação de Potenciação						
Potenciação de Produto						
Potenciação de base fracionária						
Simplificação de expressão numérica com potenciação						

APÊNDICE B – Questionário para alunos



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Prezado(a) estudante,

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para tanto, necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em sigilo.

Muito obrigado!

1- Idade: ____ anos.

2- Sexo: () Masculino () Feminino

Data de nascimento: ____/____/____

3- Quem é o seu responsável? () Pai () Mãe () Avô () Avó () Tia () Tio
() Irmão () Irmã () Não tenho () Outro. Quem? _____

4- Até que série estudou o seu responsável? _____

5- Seu responsável trabalha? () Sim () Não

6- Você estudou e estuda o Ensino Fundamental em que tipo de escola: () Estadual
() Municipal () Particular () Outra. Qual? _____

7- Você trabalha de forma remunerada? () Sim () Não () Às vezes

8- Você faz algum curso? () Informática () Língua estrangeira () Outro _____

9- Você gosta de Matemática? () Nem um pouco () Pouco () Muito

10- Você está repetindo esta série? () Não () Sim

11- Você já repetiu alguma série? () Não () Sim

Se respondeu sim marque a ou as series correspondentes diga em quais disciplinas?

() 1º ano _____ () 4º ano _____

() 2º ano _____ () 5º ano _____

() 3º ano _____ () 6º ano _____

12- Você tem dificuldade para aprender matemática? () Não () Um pouco () Muito

13- Você se distrai nas aulas de matemática? () Não, eu sempre presto atenção
() Sim, eu não consigo prestar atenção () Às vezes, quando a aula está chata

14- Você costuma estudar matemática fora da escola? () Só no período de prova
() Só na véspera da prova () Só nos fins de semana () Todo dia () Alguns dias da semana.

15- Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de matemática? () Professor particular
() Pai () Mãe () Irmão ou irmã () Amigo(a) () Ninguém () Outros. Quem? _____

16- Quando você estuda **matemática**, a aula se desenvolve:

- () pela definição seguida de exemplos e exercícios
() com uma situação problema para depois introduzir o assunto
() com um experimento para chegar ao conceito
() com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
() com a História do assunto.
() com jogo didático
() Outro: _____

17- Para exercitar os conteúdos de **matemática** seu professor costuma:

- () apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos
() apresentar jogos envolvendo o assunto
() solicitar que os alunos resolvessem questões do livro didático
() não propor questões de fixação
() solicitar que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver
() Outro. _____

18- Efetue as operações a seguir:

a) $4^3 =$	b) $6^2 =$
c) $0^4 =$	d) $0^{15} =$
e) $1^4 =$	f) $1^7 =$
g) $10^2 =$	h) $10^5 =$
i) $3^1 =$	j) $100^1 =$
k) $6^0 =$	l) $12^0 =$
m) $0^0 =$	

19- Represente as operações a seguir na forma de uma única potenciação:

a) $2^2 \times 2^3 =$	b) $4^3 \times 4^5 =$
c) $3^6 \div 3^4 =$	d) $5^4 \div 5^2 =$
e) $(4^3)^5 =$	f) $(3^2)^3 =$
g) $2^3 \times 3^3 =$	h) $4^2 \times 5^2 =$

20- Represente as operações a seguir na forma de um produto entre potenciações:

a) $(2 \times 4)^3 =$	b) $(3 \times 5)^2 =$

21- Efetue as operações a seguir:

a) $5^2 + 3^2 =$	b) $(5 + 3)^2 =$
c) $5^2 - 3^2 =$	e) $(5 + 3) \times (5 - 3) =$
d) $(5 - 3)^2 =$	

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Universidade do Estado do Pará
 Centro de Ciências Sociais e Educação
 Departamento de Matemática, Estatística e Informática
 Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (Responsável por menor de idade)

ESTUDO: Uma sequência didática para o ensino de Potenciação

Seu/Sua filho/a está sendo convidado a participar do presente estudo. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que faremos. Leia atentamente. Caso tenha dúvidas, teremos prazer em esclarecê-las. Se concordar, o documento será assinado e só então daremos início ao estudo. Sua colaboração será muito importante para nós. Mas, se quiser desistir a qualquer momento, isto não causará nenhum prejuízo, nem a você, nem a seu/sua filho/a.

O presente termo trata de uma pesquisa intitulada “**Uma sequência didática para o ensino de Potenciação**”, sob a responsabilidade do pesquisador **Pedro Franco de Sá**, orientador, e do orientando **Alexandre Ferreira da Silva**, vinculados a Universidade do Estado do Pará (UEPA). Esta pesquisa busca analisar os resultados da aplicação de uma sequência didática para o ensino de potenciação, para alunos do 6º ano do ensino fundamental. A colaboração dos estudantes nesta pesquisa será a de preencher questionários com perguntas norteadoras importantes para a realização da mesma; assistir as aulas programadas; e responder questões relacionadas aos temas das aulas quando solicitado. Em nenhum momento os estudantes serão identificados. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade de cada aluno será preservada. Os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o **ensino de Potenciação**.

Eu, _____, RG _____, abaixo assinado, concordo de livre e espontânea vontade que _____, nascido/a em ____ / ____ / ____ , CPF (declarar CPF se tiver) _____, seja participante do estudo “**Uma sequência didática para o ensino de Potenciação**”.

 Assinatura do Responsável

Ananindeua, Pará, ____ de _____ de 2023.

APÊNDICE D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Departamento de Matemática, Estatística e Informática

Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

Título do projeto: **Uma sequência didática para o ensino de Potenciação**

Dados do participante da pesquisa

Nome: _____

Data de Nascimento: _____

Nome do responsável legal: _____

Você está sendo convidado a participar de um estudo chamado **“Uma sequência didática para o ensino de Potenciação”**

Sua participação é voluntária neste estudo que tem como objetivo analisar os resultados da aplicação de uma sequência didática para o ensino de potenciação, para alunos do 6º ano do ensino fundamental. Nesta pesquisa pretendemos estudar somente pessoas de 10 a 13 anos e que estejam cursando o 6º ano do ensino fundamental em escolas públicas.

Para este estudo, precisamos que você preencha questionários com perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa; assista às aulas programadas; e responda questões relacionadas aos temas das aulas quando solicitado. Quem irá conduzir as atividades será o orientando **Alexandre Ferreira da Silva**, sob a responsabilidade do pesquisador **Pedro Franco de Sá**, orientador, vinculados a Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Ninguém pode forçar você a participar deste estudo e você tem toda a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem que isso lhe traga algum problema. Seu nome e o nome de seus pais/responsáveis não serão divulgados em nenhum momento e suas informações serão analisadas junto com as de outros participantes. Você não terá nenhum gasto e também não receberá nada para participar desta pesquisa.

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

Fui suficientemente esclarecido a respeito das informações que li ou que foram lidas para mim, descrevendo o estudo **“Uma sequência didática para o ensino de Potenciação”** e não tenho dúvidas. Eu conversei com o orientando **Alexandre Ferreira da Silva** sobre a minha decisão em participar nesse estudo. Ficaram claros para mim quais são os objetivos do estudo, o que vão fazer comigo, os desconfortos e riscos, as garantias de confidencialidade. Ficou claro também que minha participação não trará despesas e que nada será pago para mim ou para meus pais.

Concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante o mesmo, sem prejuízo ou perda de qualquer benefício que eu possa ter adquirido.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Data: ____/____/____

Nome do participante da pesquisa

Assinatura

Declaração do Pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Data: ____/____/____

Nome do pesquisador responsável

assinatura

Declaração do Pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Data: ____/____/____

Nome do pesquisador responsável

assinatura

Declaração do Pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Data: ____/____/____

Nome do pesquisador responsável

assinatura

Declaração do Pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a colaboração neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Data: ____/____/____

Nome do pesquisador responsável

assinatura

APÊNDICE E – Testes Exatos de Fisher

Aqui apresentamos como foram analisados os Testes Exatos de Fisher que geraram os dados vistos no Quadro 178 da seção 6.4, com o auxílio do programa Jamovi e com base nas informações colhidas a partir do questionário socioeducacional, nas frequências durante a experimentação e nos resultados do pós-teste.

“Gosto pela matemática” versus “Hábito de estudo extraclasse de matemática”

Nos Quadros 186 e 187 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Você gosta de Matemática?” e “Você costuma estudar Matemática fora da escola?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 186 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e o hábito de estudo extraclasse de Matemática – Turma A

Você gosta de Matemática?		Você costuma estudar Matemática fora da escola?						Total
		Alguns dias da semana	Não respondeu	Só na véspera da prova	Só no período de prova	Só nos fins de semana	Todo dia	
Muito	Observado	5	1	0	2	2	3	13
	Esperado	5.83	0.448	1.345	3.14	0.897	1.345	13.00
Nem um pouco	Observado	1	0	2	2	0	0	5
	Esperado	2.24	0.172	0.517	1.21	0.345	0.517	5.00
Pouco	Observado	7	0	1	3	0	0	11
	Esperado	4.93	0.379	1.138	2.66	0.759	1.138	11.00
Total	Observado	13	1	3	7	2	3	29
	Esperado	13	1	3	7	2	3	29
Conclusão	Teste Exato de Fisher							
	Significância estabelecida Valor-p < 0,05							
	Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,120							
	Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Hábito de estudo extraclasse de matemática” não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Adiante o da turma B:

Quadro 187 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e o hábito de estudo extraclasse de Matemática – Turma B

Você gosta de Matemática?		Você costuma estudar Matemática fora da escola?					Total
		Alguns dias da semana	Não respondeu	Só na véspera da prova	Só no período de prova	Todo dia	
Muito	Observado	5	0	2	4	4	15
	Esperado	4.84	0.484	2.903	4.35	2.419	15.00
Nem um pouco	Observado	1	0	0	3	0	4
	Esperado	1.29	0.129	0.774	1.16	0.645	4.00
Pouco	Observado	4	1	4	2	1	12
	Esperado	3.87	0.387	2.323	3.48	1.935	12.00
Total	Observado	10	1	6	9	5	31
	Esperado	10	1	6	9	5	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,406 Conclusão Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Hábito de estudo extraclasse de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)							

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,120 na turma A e de 0,406 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Gosto pela matemática” e “Hábito de estudo extraclasse de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Gosto pela matemática” versus “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática”

Nos Quadros 188 e 189 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos discentes para as perguntas “Você gosta de Matemática?” e “Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 188 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma A

Você gosta de Matemática?		Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?				Total
		Mãe ou Pai	Ninguém	Outros	Reforço	
Muito	Observado	8	2	2	1	13
	Esperado	5.38	4.03	2.69	0.897	13.00

Nem um pouco	Observado	1	3	1	0	5
	Esperado	2.07	1.55	1.03	0.345	5.00
Pouco	Observado	3	4	3	1	11
	Esperado	4.55	3.41	2.28	0.759	11.00
Total	Observado	12	9	6	2	29
	Esperado	12	9	6	2	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,454						
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 189 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma B

Você gosta de Matemática?		Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?				Total
		Mãe ou Pai	Ninguém	Outros	Reforço	
Muito	Observado	5	5	3	2	15
	Esperado	6.77	3.387	1.935	2.903	15.00
Nem um pouco	Observado	3	0	0	1	4
	Esperado	1.81	0.903	0.516	0.774	4.00
Pouco	Observado	6	2	1	3	12
	Esperado	5.42	2.710	1.548	2.323	12.00
Total	Observado	14	7	4	6	31
	Esperado	14	7	4	6	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,636						
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,454 na turma A e de 0,636 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Gosto pela matemática” e “Auxílio nas tarefas extraclasse de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Gosto pela matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”

Nos Quadros 190 e 191 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as

perguntas “Você gosta de Matemática?” e “Você se distrai nas aulas de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 190 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma A

Você gosta de Matemática?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Muito	Observado	9	0	4	13
	Esperado	6.72	1.345	4.93	13.00
Nem um pouco	Observado	1	2	2	5
	Esperado	2.59	0.517	1.90	5.00
Pouco	Observado	5	1	5	11
	Esperado	5.69	1.138	4.17	11.00
Total	Observado	15	3	11	29
	Esperado	15	3	11	29
Conclusão Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,137 Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados.					

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

A seguir temos o da turma B:

Quadro 191 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma B

Você gosta de Matemática?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Muito	Observado	8	3	4	15
	Esperado	6.29	1.452	7.26	15.00
Nem um pouco	Observado	2	0	2	4
	Esperado	1.68	0.387	1.94	4.00
Pouco	Observado	3	0	9	12
	Esperado	5.03	1.161	5.81	12.00
Total	Observado	13	3	15	31
	Esperado	13	3	15	31
Conclusão Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,097 Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados.					

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,137 na turma A e de 0,097 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Gosto pela matemática” e “Distração nas aulas de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Gosto pela matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”

Nos Quadros 192 e 193 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Você gosta de Matemática?” e “Você tem dificuldade em aprender Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 192 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A

Você gosta de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Um pouco	Muito	Não	
Pouco	Observado	7	1	3	11
	Esperado	6.45	1.517	3.03	11.00
Nem um pouco	Observado	1	3	1	5
	Esperado	2.93	0.690	1.38	5.00
Muito	Observado	9	0	4	13
	Esperado	7.62	1.793	3.59	13.00
Total	Observado	17	4	8	29
	Esperado	17	4	8	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,049					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” estão associados.				

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

A seguir vejamos o da turma B:

Quadro 193 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B

Você gosta de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Não	Um pouco	Muito	
Muito	Observado	3	10	2	15
	Esperado	1.452	9.68	3.87	15.00

Pouco	Observado	0	8	4	12
	Esperado	1.161	7.74	3.10	12.00
Nem um pouco	Observado	0	2	2	4
	Esperado	0.387	2.58	1.03	4.00
Total	Observado	3	20	8	31
	Esperado	3	20	8	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,256					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Gosto pela Matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados.				
Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,049 na turma A e de 0,256 na turma B, temos $p < \alpha$ na primeira e $p > \alpha$ na segunda, ou seja, pelo Teste Exato de Fisher houve uma associação significativa entre as variáveis “Gosto pela matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” na turma A, porém o mesmo não ocorreu na turma B.

“Hábito de estudo de matemática” versus “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática”

Nos Quadros 194 e 195 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos alunos para as perguntas “Você costuma estudar Matemática fora da escola?” e “Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 194 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma A

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?				Total
		Mãe ou Pai	Ninguém	Outros	Reforço	
Alguns dias da semana	Observado	6	3	3	1	13
	Esperado	5.379	4.034	2.690	0.8966	13.00
Não respondeu	Observado	1	0	0	0	1
	Esperado	0.414	0.310	0.207	0.0690	1.00
Só na véspera da prova	Observado	0	3	0	0	3
	Esperado	1.241	0.931	0.621	0.2069	3.00
Só no período de prova	Observado	3	2	2	0	7
	Esperado	2.897	2.172	1.448	0.4828	7.00
Só nos fins de semana	Observado	1	0	1	0	2
	Esperado	0.828	0.621	0.414	0.1379	2.00

Todo dia	Observado	1	1	0	1	3
	Esperado	1.241	0.931	0.621	0.2069	3.00
Total	Observado	12	9	6	2	29
	Esperado	12	9	6	2	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,601						
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 195 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática – Turma B

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?				Total
		Mãe ou Pai	Ninguém	Outros	Reforço	
Alguns dias da semana	Observado	3	2	2	3	10
	Esperado	4.516	2.258	1.290	1.935	10.00
Não respondeu	Observado	0	1	0	0	1
	Esperado	0.452	0.226	0.129	0.194	1.00
Só na véspera da prova	Observado	2	2	1	1	6
	Esperado	2.710	1.355	0.774	1.161	6.00
Só no período de prova	Observado	7	1	1	0	9
	Esperado	4.065	2.032	1.161	1.742	9.00
Todo dia	Observado	2	1	0	2	5
	Esperado	2.258	1.129	0.645	0.968	5.00
Total	Observado	14	7	4	6	31
	Esperado	14	7	4	6	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,455						
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,601 na turma A e de 0,455 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Hábito de estudo extraclasse de matemática” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Hábito de estudo extraclasse de matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”

Nos Quadros 196 e 197 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Você costuma estudar Matemática fora da escola?” e “Você se distrai nas aulas de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 196 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e distração nas aulas de Matemática – Turma A

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Alguns dias da semana	Observado	5	1	7	13
	Esperado	6.724	1.345	4.931	13.00
Não respondeu	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.517	0.103	0.379	1.00
Só na véspera da prova	Observado	0	1	2	3
	Esperado	1.552	0.310	1.138	3.00
Só no período de prova	Observado	5	1	1	7
	Esperado	3.621	0.724	2.655	7.00
Só nos fins de semana	Observado	2	0	0	2
	Esperado	1.034	0.207	0.759	2.00
Todo dia	Observado	2	0	1	3
	Esperado	1.552	0.310	1.138	3.00
Total	Observado	15	3	11	29
	Esperado	15	3	11	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,312					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)				

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 197 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e distração nas aulas de Matemática – Turma B

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Alguns dias da semana	Observado	4	1	5	10
	Esperado	4.194	0.9677	4.839	10.00

Não respondeu	Observado	0	0	1	1
	Esperado	0.419	0.0968	0.484	1.00
Só na véspera da prova	Observado	2	0	4	6
	Esperado	2.516	0.5806	2.903	6.00
Só no período de prova	Observado	4	2	3	9
	Esperado	3.774	0.8710	4.355	9.00
Todo dia	Observado	3	0	2	5
	Esperado	2.097	0.4839	2.419	5.00
Total	Observado	13	3	15	31
	Esperado	13	3	15	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,897 Conclusão Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,312 na turma A e de 0,897 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “hábito de estudo extraclasse de matemática” e “distração nas aulas de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Hábito de estudo extraclasse de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”

Nos Quadros 198 e 199 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Você costuma estudar Matemática fora da escola?” e “Você tem dificuldade em aprender Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 198 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma A

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Um pouco	Muito	Não	
Alguns dias da semana	Observado	9	2	2	13
	Esperado	7.621	1.793	3.586	13.00
Só na véspera da prova	Observado	2	1	0	3
	Esperado	1.759	0.414	0.828	3.00
Todo dia	Observado	0	0	3	3
	Esperado	1.759	0.414	0.828	3.00

Só no período de prova	Observado	3	1	3	7
	Esperado	4.103	0.966	1.931	7.00
Só nos fins de semana	Observado	2	0	0	2
	Esperado	1.172	0.276	0.552	2.00
Não respondeu	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.586	0.138	0.276	1.00
Total	Observado	17	4	8	29
	Esperado	17	4	8	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,204 Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					
Conclusão					

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 199 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência de estudo extraclasse de matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma B

Você costuma estudar Matemática fora da escola?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Não	Um pouco	Muito	
Alguns dias da semana	Observado	1	5	4	10
	Esperado	0.9677	6.452	2.581	10.00
Só no período de prova	Observado	0	7	2	9
	Esperado	0.8710	5.806	2.323	9.00
Todo dia	Observado	1	4	0	5
	Esperado	0.4839	3.226	1.290	5.00
Só na véspera da prova	Observado	1	3	2	6
	Esperado	0.5806	3.871	1.548	6.00
Não respondeu	Observado	0	1	0	1
	Esperado	0.0968	0.645	0.258	1.00
Total	Observado	3	20	8	31
	Esperado	3	20	8	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,671 Os dados obtidos nas variáveis “Hábito de estudo de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					
Conclusão					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,204 na turma A e de 0,671 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Hábito de estudo extraclasse de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” versus “Distração nas aulas de matemática”

Nos Quadros 200 e 201 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos alunos para as perguntas “Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?” e “Você se distrai nas aulas de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 200 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma A

Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Mãe ou Pai	Observado	8	0	4	12
	Esperado	6.21	1.241	4.552	12.00
Ninguém	Observado	3	2	4	9
	Esperado	4.66	0.931	3.414	9.00
Outros	Observado	3	1	2	6
	Esperado	3.10	0.621	2.276	6.00
Reforço	Observado	1	0	1	2
	Esperado	1.03	0.207	0.759	2.00
Total	Observado	15	3	11	29
	Esperado	15	3	11	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,615 Os dados obtidos nas variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					
Conclusão					

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 201 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e a distração nas aulas de Matemática – Turma B

Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Mãe ou Pai	Observado	6	0	8	14
	Esperado	5.87	1.355	6.77	14.00
Ninguém	Observado	3	1	3	7
	Esperado	2.94	0.677	3.39	7.00

Outros	Observado	1	2	1	4
	Esperado	1.68	0.387	1.94	4.00
Reforço	Observado	3	0	3	6
	Esperado	2.52	0.581	2.90	6.00
Total	Observado	13	3	15	31
	Esperado	13	3	15	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,615					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)				

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,615 na turma A e de 0,274 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Distração nas aulas de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”

Nos Quadros 202 e 203 temos os resultados do Teste de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?” e “Você tem dificuldade em aprender Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 202 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma A

Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Muito	Não	Um pouco	
Mãe ou Pai	Observado	1	2	9	12
	Esperado	1.655	3.310	7.03	12.00
Ninguém	Observado	2	3	4	9
	Esperado	1.241	2.483	5.28	9.00
Outros	Observado	1	2	3	6
	Esperado	0.828	1.655	3.52	6.00
Reforço	Observado	0	1	1	2
	Esperado	0.276	0.552	1.17	2.00
Total	Observado	4	8	17	29
	Esperado	4	8	17	29

Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,757	
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 203 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas extraclasse de Matemática e dificuldade em aprender Matemática – Turma B

Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Muito	Não	Um pouco	
Mãe ou Pai	Observado	4	0	10	14
	Esperado	3.61	1.355	9.03	14.00
Ninguém	Observado	0	2	5	7
	Esperado	1.81	0.677	4.52	7.00
Outros	Observado	2	0	2	4
	Esperado	1.03	0.387	2.58	4.00
Reforço	Observado	2	1	3	6
	Esperado	1.55	0.581	3.87	6.00
Total	Observado	8	3	20	31
	Esperado	8	3	20	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,176					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)				

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,757 na turma A e de 0,176 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Distração nas aulas de matemática” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”

Nos Quadros 204 e 205 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as respostas dos estudantes para as perguntas “Você se distrai nas aulas de Matemática?” e “Você tem dificuldade em

aprender Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 204 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a distração nas aulas de Matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A

Você se distrai nas aulas de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Um pouco	Muito	Não	
Às vezes quando a aula está chata	Observado	8	1	2	11
	Esperado	6.45	1.517	3.034	11.00
Sim, eu não consigo prestar atenção	Observado	0	3	0	3
	Esperado	1.76	0.414	0.828	3.00
Não, eu sempre presto atenção	Observado	9	0	6	15
	Esperado	8.79	2.069	4.138	15.00
Total	Observado	17	4	8	29
	Esperado	17	4	8	29
Conclusão Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,003 Os dados obtidos nas variáveis “Distração nas aulas de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Abaixo o resultado da turma B:

Quadro 205 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a distração nas aulas de Matemática e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B

Você se distrai nas aulas de Matemática?		Você tem dificuldade em aprender Matemática?			Total
		Não	Um pouco	Muito	
Não, eu sempre presto atenção	Observado	2	8	3	13
	Esperado	1.258	8.39	3.355	13.00
Sim, eu não consigo prestar atenção	Observado	0	3	0	3
	Esperado	0.290	1.94	0.774	3.00
Às vezes quando a aula está chata	Observado	1	9	5	15
	Esperado	1.452	9.68	3.871	15.00
Total	Observado	3	20	8	31
	Esperado	3	20	8	31
Conclusão Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,806 Os dados obtidos nas variáveis “Distração nas aulas de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,003 na turma A e de 0,806 na turma B, temos $p < \alpha$ na primeira e $p > \alpha$ na segunda, ou seja, pelo Teste Exato de Fisher houve uma associação significativa entre as variáveis “Distração nas aulas de matemática” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” na turma A, porém o mesmo não ocorreu na turma B.

“Desempenho no pós-teste” versus “Gosto pela matemática”

Nos Quadros 206 e 207 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as notas do pós-teste e as respostas para a pergunta “Você gosta de matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 206 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o desempenho no Pós-Teste e o gosto de estudar Matemática – Turma A

Desempenho no Pós-teste		Você gosta de Matemática?			Total
		Muito	Nem um pouco	Pouco	
Baixo	Observado	3	1	2	6
	Esperado	2.69	1.034	2.28	6.00
Bom	Observado	3	0	1	4
	Esperado	1.79	0.690	1.52	4.00
Excelente	Observado	0	1	2	3
	Esperado	1.34	0.517	1.14	3.00
Muito Baixo	Observado	3	2	1	6
	Esperado	2.69	1.034	2.28	6.00
Médio	Observado	3	1	3	7
	Esperado	3.14	1.207	2.66	7.00
Ótimo	Observado	1	0	2	3
	Esperado	1.34	0.517	1.14	3.00
Total	Observado	13	5	11	29
	Esperado	13	5	11	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,778					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Gosto pela matemática” não estão associados.				

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 207 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e o gosto de estudar Matemática – Turma B

Desempenho no Pós-Teste		Você gosta de Matemática?			Total
		Muito	Nem um pouco	Pouco	
Baixo	Observado	4	1	1	6
	Esperado	2.90	0.774	2.32	6.00
Bom	Observado	4	0	2	6
	Esperado	2.90	0.774	2.32	6.00
Excelente	Observado	2	0	1	3
	Esperado	1.45	0.387	1.16	3.00
Muito Baixo	Observado	1	1	1	3
	Esperado	1.45	0.387	1.16	3.00
Médio	Observado	4	1	5	10
	Esperado	4.84	1.290	3.87	10.00
Ótimo	Observado	0	1	2	3
	Esperado	1.45	0.387	1.16	3.00
Total	Observado	15	4	12	31
	Esperado	15	4	12	31
Conclusão	Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,633 Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Gosto pela matemática” não estão associados.				
	Fonte: Pesquisa de Campo (2023)				

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,778 na turma A e de 0,633 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Gosto pela matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Desempenho no pós-teste” versus “Hábito de estudo extraclasse de matemática”

Nos Quadros 208 e 209 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as notas do pós-teste e as respostas para a pergunta “Você costuma estudar Matemática fora da escola?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 208 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência de estudo extraclasse de Matemática – Turma A

Desempenho no Pós-Teste		Você costuma estudar Matemática fora da escola?						Total
		Alguns dias da semana	Não respondeu	Só na véspera da prova	Só no período de prova	Só nos fins de semana	Todo dia	
Baixo	Observado	1	0	0	4	1	0	6
	Esperado	2.69	0.207	0.621	1.448	0.414	0.621	6.00
Bom	Observado	1	1	0	1	0	1	4
	Esperado	1.79	0.138	0.414	0.966	0.276	0.414	4.00
Excelente	Observado	2	0	0	1	0	0	3
	Esperado	1.34	0.103	0.310	0.724	0.207	0.310	3.00
Muito Baixo	Observado	3	0	1	0	1	1	6
	Esperado	2.69	0.207	0.621	1.448	0.414	0.621	6.00
Médio	Observado	3	0	2	1	0	1	7
	Esperado	3.14	0.241	0.724	1.690	0.483	0.724	7.00
Ótimo	Observado	3	0	0	0	0	0	3
	Esperado	1.34	0.103	0.310	0.724	0.207	0.310	3.00
Total	Observado	13	1	3	7	2	3	29
	Esperado	13	1	3	7	2	3	29
Conclusão	Teste Exato de Fisher							
	Significância estabelecida Valor-p < 0,05							
	Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,407							
	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Hábito de estudo extraclasse de matemática” não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

A seguir temos o da turma B:

Quadro 209 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência de estudo extraclasse de Matemática – Turma B

Desempenho no Pós-Teste		Você costuma estudar Matemática fora da escola?					Total
		Alguns dias da semana	Não respondeu	Só na véspera da prova	Só no período de prova	Todo dia	
Baixo	Observado	3	0	1	2	0	6
	Esperado	1.935	0.1935	1.161	1.742	0.968	6.00
Bom	Observado	3	1	0	0	2	6
	Esperado	1.935	0.1935	1.161	1.742	0.968	6.00
Excelente	Observado	1	0	2	0	0	3
	Esperado	0.968	0.0968	0.581	0.871	0.484	3.00
Muito Baixo	Observado	0	0	1	1	1	3
	Esperado	0.968	0.0968	0.581	0.871	0.484	3.00
Médio	Observado	2	0	2	4	2	10
	Esperado	3.226	0.3226	1.935	2.903	1.613	10.00
Ótimo	Observado	1	0	0	2	0	3
	Esperado	0.968	0.0968	0.581	0.871	0.484	3.00

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 211 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e o auxílio nas atividades extraclasse de Matemática – Turma B

Desempenho no Pós-teste		Quem lhe ajuda nas tarefas extraclasse de Matemática?				Total
		Mãe ou Pai	Ninguém	Outros	Reforço	
Baixo	Observado	0	3	1	2	6
	Esperado	2.71	1.355	0.774	1.161	6.00
Bom	Observado	2	2	1	1	6
	Esperado	2.71	1.355	0.774	1.161	6.00
Excelente	Observado	1	2	0	0	3
	Esperado	1.35	0.677	0.387	0.581	3.00
Muito Baixo	Observado	2	0	1	0	3
	Esperado	1.35	0.677	0.387	0.581	3.00
Médio	Observado	7	0	1	2	10
	Esperado	4.52	2.258	1.290	1.935	10.00
Ótimo	Observado	2	0	0	1	3
	Esperado	1.35	0.677	0.387	0.581	3.00
Total	Observado	14	7	4	6	31
	Esperado	14	7	4	6	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,116						
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” não estão associados.					

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,161 na turma A e de 0,116 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Auxílio nas atividades extraclasse de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Desempenho no Pós-Teste” versus “Distração nas aulas de matemática”

Nos Quadros 212 e 213 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as notas do pós-teste e as respostas para a pergunta “Você se distrai nas aulas de Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 212 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a distração nas aulas de Matemática – Turma A

Desempenho no Pós-Teste		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Baixo	Observado	3	1	2	6
	Esperado	3.10	0.621	2.28	6.00
Bom	Observado	4	0	0	4
	Esperado	2.07	0.414	1.52	4.00
Excelente	Observado	2	0	1	3
	Esperado	1.55	0.310	1.14	3.00
Muito Baixo	Observado	1	1	4	6
	Esperado	3.10	0.621	2.28	6.00
Médio	Observado	4	1	2	7
	Esperado	3.62	0.724	2.66	7.00
Ótimo	Observado	1	0	2	3
	Esperado	1.55	0.310	1.14	3.00
Total	Observado	15	3	11	29
	Esperado	15	3	11	29
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,519					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Distração nas aulas de matemática” não estão associados.				

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 213 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a distração nas aulas de Matemática – Turma B

Desempenho no Pós-Teste		Você se distrai nas aulas de Matemática?			Total
		Não, eu sempre presto atenção	Sim, eu não consigo prestar atenção	Às vezes, quando a aula está chata	
Baixo	Observado	1	2	3	6
	Esperado	2.52	0.581	2.90	6.00
Bom	Observado	3	0	3	6
	Esperado	2.52	0.581	2.90	6.00
Excelente	Observado	2	0	1	3
	Esperado	1.26	0.290	1.45	3.00
Muito Baixo	Observado	3	0	0	3
	Esperado	1.26	0.290	1.45	3.00
Médio	Observado	1	1	8	10
	Esperado	4.19	0.968	4.84	10.00
Ótimo	Observado	3	0	0	3
	Esperado	1.26	0.290	1.45	3.00

Total	Observado	13	3	15	31
	Esperado	13	3	15	31
Teste Exato de Fisher					
Significância estabelecida Valor-p < 0,05					
Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,021					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Distração nas aulas de matemática” estão associados.				
Fonte: Pesquisa de Campo (2023)					

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,519 na turma A e de 0,021 na turma B, temos $p > \alpha$ na primeira e $p < \alpha$ na segunda, ou seja, pelo Teste Exato de Fisher houve uma associação significativa entre as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Distração nas aulas de matemática” na turma B, porém o mesmo não ocorreu na turma A.

“Desempenho no pós-teste” versus “Dificuldade na aprendizagem de matemática”

Nos Quadros 214 e 215 podemos observar os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as notas do pós-teste e as respostas para a pergunta “Você tem dificuldade para aprender Matemática?”, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos primeiramente o da turma A:

Quadro 214 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a dificuldade em aprender Matemática – Turma A

Desempenho no Pós-Teste		Você tem dificuldade para aprender Matemática?			Total
		Muito	Não	Um pouco	
Baixo	Observado	1	0	5	6
	Esperado	0.828	1.655	3.52	6.00
Bom	Observado	0	2	2	4
	Esperado	0.552	1.103	2.34	4.00
Excelente	Observado	0	2	1	3
	Esperado	0.414	0.828	1.76	3.00
Muito Baixo	Observado	2	1	3	6
	Esperado	0.828	1.655	3.52	6.00
Médio	Observado	1	2	4	7
	Esperado	0.966	1.931	4.10	7.00
Ótimo	Observado	0	1	2	3
	Esperado	0.414	0.828	1.76	3.00
Total	Observado	4	8	17	29
	Esperado	4	8	17	29

Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-$p < 0,05$ Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,657	
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 215 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a dificuldade em aprender Matemática – Turma B

Desempenho no Pós-Teste		Você tem dificuldade para aprender Matemática?			Total
		Muito	Não	Um pouco	
Baixo	Observado	1	1	4	6
	Esperado	1.548	0.581	3.87	6.00
Bom	Observado	3	1	2	6
	Esperado	1.548	0.581	3.87	6.00
Excelente	Observado	0	1	2	3
	Esperado	0.774	0.290	1.94	3.00
Muito Baixo	Observado	2	0	1	3
	Esperado	0.774	0.290	1.94	3.00
Médio	Observado	2	0	8	10
	Esperado	2.581	0.968	6.45	10.00
Ótimo	Observado	0	0	3	3
	Esperado	0.774	0.290	1.94	3.00
Total	Observado	8	3	20	31
	Esperado	8	3	20	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-$p < 0,05$ Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,284					
Conclusão	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” não estão associados. Fonte: Pesquisa de Campo (2023)				

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,657 na turma A e de 0,284 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Dificuldade na aprendizagem de matemática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

“Desempenho no pós-teste” versus “Frequência durante a aplicação da sequência didática”

Nos Quadros 216 e 217 temos os resultados do Teste Exato de Fisher para uma possível associação entre as notas do pós-teste e a frequência durante a aplicação da sequência didática, das turmas A e B, respectivamente. Vejamos a princípio o da turma A:

Quadro 216 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma A

Desempenho no Pós-Teste		Percentual de frequência durante a aplicação da sequência didática					Total
		100%	20 a 39%	40 a 59%	60 a 79%	80 a 99%	
Baixo	Observado	0	1	0	3	2	6
	Esperado	1.655	0.207	0.414	1.241	2.48	6.00
Bom	Observado	2	0	0	1	1	4
	Esperado	1.103	0.138	0.276	0.828	1.66	4.00
Excelente	Observado	2	0	0	1	0	3
	Esperado	0.828	0.103	0.207	0.621	1.24	3.00
Muito Baixo	Observado	0	0	2	0	4	6
	Esperado	1.655	0.207	0.414	1.241	2.48	6.00
Médio	Observado	3	0	0	1	3	7
	Esperado	1.931	0.241	0.483	1.448	2.90	7.00
Ótimo	Observado	1	0	0	0	2	3
	Esperado	0.828	0.103	0.207	0.621	1.24	3.00
Total	Observado	8	1	2	6	12	29
	Esperado	8	1	2	6	12	29
Conclusão	Teste Exato de Fisher						
	Significância estabelecida Valor-p < 0,05						
	Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,123						
	Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Frequência durante a aplicação da sequência didática” não estão associados.						

Fonte: Pesquisa de Campo (2023)

Agora vejamos o da turma B:

Quadro 217 – Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas conceituais do Pós-Teste e a frequência dos alunos durante a aplicação da sequência didática – Turma B

Desempenho no Pós-Teste		Percentual de frequência durante a aplicação da sequência didática				Total
		100%	20 a 39%	60 a 79%	80 a 99%	
Baixo	Observado	1	0	1	4	6
	Esperado	1.742	0.1935	0.968	3.10	6.00

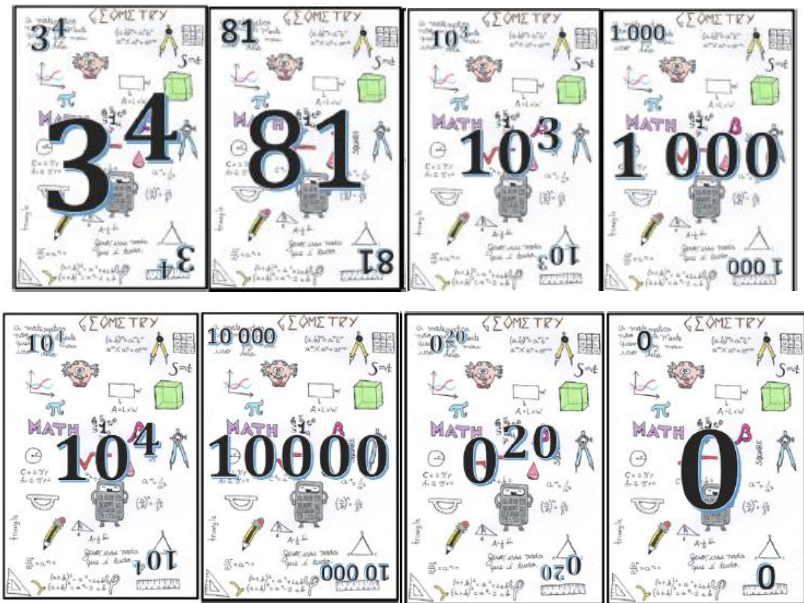
Bom	Observado	5	0	0	1	6
	Esperado	1.742	0.1935	0.968	3.10	6.00
Excelente	Observado	1	0	1	1	3
	Esperado	0.871	0.0968	0.484	1.55	3.00
Muito Baixo	Observado	0	1	0	2	3
	Esperado	0.871	0.0968	0.484	1.55	3.00
Médio	Observado	1	0	2	7	10
	Esperado	2.903	0.3226	1.613	5.16	10.00
Ótimo	Observado	1	0	1	1	3
	Esperado	0.871	0.0968	0.484	1.55	3.00
Total	Observado	9	1	5	16	31
	Esperado	9	1	5	16	31
Teste Exato de Fisher Significância estabelecida Valor-p < 0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,094 Conclusão Os dados obtidos nas variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Frequência durante a aplicação da sequência didática” não estão associados.						
Fonte: Pesquisa de Campo (2023)						

Foi possível observar que, para um nível de significância (α) de 0,05 (5%) e os resultados de 0,123 na turma A e de 0,094 na turma B, em ambas as turmas temos $p > \alpha$, ou seja, não podemos concluir pelo Teste Exato de Fisher que as variáveis “Desempenho no pós-teste” e “Frequência durante a aplicação da sequência didática” estão relacionadas de forma significativa entre si.

ANEXOS

ANEXO A – Cartas do Jogo “Dorminhoco”





Adaptado de Melo e Justulin (2020)



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem