UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

LUCIANE NEUHAUS DURGANTE

PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES E PROGRESSÕES USANDO OVA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry

CHAPECÓ - SC
2025

Título do produto educacional: Sequência didática para o estudo de funções e progressões usando OVA e resolução de problemas.

Título da dissertação: Representações semióticas em um ambiente de aprendizagem interativo no estudo de progressões e funções.

Autora: Luciane Neuhaus Durgante.

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry.

1. APRESENTAÇÃO

Cara Professora, Caro Professor,

Compartilho com você este produto educacional, fruto da pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), intitulada “Representações Semióticas em um Ambiente de Aprendizagem Interativo no Estudo de Progressões e Funções”, orientada pelo Prof. Dr. Vitor José Petry.

Este material tem como objetivo oferecer aos professores de Matemática uma proposta didática que articula teoria e prática por meio da resolução de problemas e da exploração de objetos virtuais de aprendizagem (OVA), elaborados no GeoGebra. A proposta busca promover aprendizagens que favorecem a transição entre diferentes registros de representação semiótica, como o algébrico, gráfico, geométrico, numérico e escrito, conforme discutido por Duval (2018).

O produto está estruturado em formato de livro digital, disponível na plataforma GeoGebra Tarefa, e organizado em dois blocos principais: o primeiro reúne cinco OVA interativos; o segundo bloco apresenta dez problemas contextualizados. Ambos exploram conceitos de progressões aritméticas (PA), progressões geométricas (PG), funções afins e exponenciais.

As atividades foram pensadas para favorecer a autonomia e a construção do conhecimento por meio de diferentes representações semióticas, permitindo que os estudantes interpretem, investiguem e se posicionem como protagonistas no processo de aprendizagem. Espera-se que este material contribua para enriquecer as práticas pedagógicas, ampliando o uso intencional das tecnologias digitais (TD) e promovendo um ensino de Matemática mais integrado, investigativo e conectado à realidade dos estudantes.

2. METODOLOGIA

O produto educacional apresentado neste trabalho é uma proposta didática estruturada em formato de livro digital, disponível na plataforma GeoGebra Tarefa e organizada em dois blocos principais: o primeiro reúne cinco objetos virtuais de aprendizagem (OVA); o segundo apresenta quinze problemas contextualizados. Ambos exploram conceitos de progressões aritméticas (PA), progressões geométricas (PG), funções afins e exponenciais. O objetivo dessas atividades é promover um ambiente de exploração e investigação que incentive a transição entre diferentes representações semióticas, o uso de linguagens e signos, favorecendo a aprendizagem de progressões e funções relacionadas.

Duval (2018, p.8-9) afirma que "a primeira exigência cognitiva para compreender matemática é poder utilizar ao menos duas representações de um mesmo objeto sem confundir o objeto com os conteúdos respectivos das duas representações". Foi com base nessa perspectiva, que foram elaboradas as situações-problema e os OVA que integram esses conteúdos por meio da exploração de diferentes registros de representação, como numérico, algébrico, geométrico, gráfico e escrito.

O uso do GeoGebra como recurso didático digital se deu por sua versatilidade, interatividade e acessibilidade, permitindo a manipulação de parâmetros, visualização de gráficos dinâmicos e experimentação em tempo real. Essa sequência didática ultrapassa a mera organização de aulas, configurando-se como um percurso intencional que promove a construção progressiva do conhecimento e a plataforma GeoGebra Tarefa possibilita o acompanhamento contínuo das produções dos estudantes e o registro automático dos dados para análise posterior.

A utilização de OVA como recurso didático, por promover a manipulação de variá-veis, a observação de padrões e a experimentação, favorece a transição entre diferentes formas de representação, bem como a interpretação e os passos envolvidos na resolução de problemas. Esses recursos ampliam as possibilidades de atuação docente, estimulando estratégias mais inclusivas, criativas e alinhadas às demandas da educação contemporânea.

Com isso, a prática docente deixa de se restringir a abordagens tradicionais e passa a incorporar múltiplas formas de representação, impulsionando o elo entre teoria e prática. Como afirma D'Ambrosio (2012, p. 74), "a escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. [...] O grande desafio para a educação é pôr em prática hoje o que vai servir para o amanhã." Além disso, ele ressalta que "nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teoria e prática desvinculadas", apontando para uma dinâmica em que teoria e prática se entrelaçam e se modificam mutuamente, criando caminhos para novas investigações e práticas pedagógicas mais significativas. Além disso, Fiorentini e Lorenzato (2012, p.76) afirmam que "a teoria não é um ponto de partida, mas um instrumento de interpretação e reconstrução da prática".

O software GeoGebra é um grande aliado na articulação entre teoria e prática, sendo defendido por diversos autores como uma ferramenta pedagógica poderosa para o ensino da Matemática. Borba e Penteado (2012) destacam que, ao utilizar o GeoGebra, o estudante pode levantar hipóteses, formular e testar conjecturas, além de buscar estratégias que contribuam para a ampliação de seu conhecimento sobre o tema estudado.

> Calculadoras gráficas e softwares que possibilitam o traçado de gráficos de funções têm sido utilizados de forma acentuada ao longo dos anos. Praticamente todos os tópicos são iniciados a partir de atividades com a calculadora. As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia ou de física. (Borba; Penteado, 2012, p.37).

Desta forma, o uso do GeoGebra se consolida como uma ferramenta capaz de aproximar a teoria da prática pedagógica. Por meio de construções dinâmicas, simulações e manipulações de objetos matemáticos, o software permite que os estudantes compreendam conteúdos abstratos de forma concreta e contextualizada. Essa abordagem favorece a experimentação, a resolução de problemas e a construção ativa do conhecimento, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais significativo.

O produto educacional pode ser utilizado por professores de Matemática da Educação Básica, especialmente no Ensino Médio, e adaptado para diferentes contextos escolares. Sua estrutura permite aplicação completa ou parcial, conforme os objetivos pedagógicos e as necessidades da turma. Além disso, neste produto educacional foram elencadas as habilidades e competências mobilizadas em cada tarefa do livro digital, conforme a BNCC, com o intuito de favorecer a replicação e o entendimento da proposta pedagógica apresentada.

3. CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional desenvolvido neste trabalho consiste em um livro digital, estruturado em formato de sequência didática, voltado ao ensino de PA, PG, funções afins e exponenciais do Ensino Médio. Ele está disponível na plataforma GeoGebra Tarefa e integra recursos digitais que favorecem a visualização, manipulação e experimentação por meio de OVA e problemas contextualizados.

O livro está organizado em dois capítulos, divididos em seções, como ilustra a Figura 1 e disponível para acesso no link: https://www.geogebra.org/m/twsah8kf.

Figura 1- Produto Educacional

Fonte: A autora (2025).

O primeiro capítulo reúne cinco OVA, voltados ao estudo de PA e função afim. Já o segundo capítulo concentra quinze problemas investigativos, que exploram PG e função exponencial.

A numeração das tarefas no livro não segue uma ordem sequencial direta, pois foi mantida conforme a aplicação original (Quadro 1) da professora pesquisadora. As tarefas de 1 a 8 estão relacionadas à PA e à função afim, enquanto as tarefas de 9 a 15 envolvem PG e função exponencial. Essa separação por capítulos tem como objetivo facilitar o uso pedagógico do material, permitindo ao professor selecionar atividades conforme o conteúdo trabalhado em sala de aula. Apesar da numeração não linear, a organização temática garante coerência didática e favorece a navegação entre os recursos interativos e os problemas propostos.

Quadro 1 - Resumo e organização das tarefas do GeoGebra

NÚMERO DA TAREFA	NOME DA TAREFA	RESUMO DO QUE FOI ESTUDADO
TAREFA 1	OVA 1: Analisando o comportamento de uma PA.	Foram elaboradas oito questões-problema, com o intuito de explorar e manipular os parâmetros do OVA. Os estudantes construíram sequências numéricas, classificaram os padrões como crescentes, decrescentes ou constantes, identificaram o tipo de função envolvida e realizaram construções no GeoGebra.
TAREFA 2	PROBLEMA 1: Corrida de táxi.	O problema central proposto foi desdobrado em seis questões-problema. Os estudantes construíram a sequência numérica, identificaram seus parâmetros, modelaram a situação com função afim, representaram graficamente no GeoGebra e aplicaram restrições ao domínio.
TAREFA 3	PROBLEMA 2: Sequência dos números pentagonais.	O problema central proposto foi desdobrado em cinco questões problemas. Os estudantes construíram a sequência numérica do padrão dado, identificaram seus parâmetros, modelaram a situação com função afim, calcularam o centésimo termo e representaram graficamente no GeoGebra.
TAREFA 4	PROBLEMA 3: Análise dos termos equidistantes de uma PA.	O problema central proposto foi desdobrado em seis questões-problema. Os estudantes construíram sequências numéricas, identificaram pares equidistantes, analisaram padrões, calcularam somas e elaboraram expressões algébricas.
TAREFA 5	OVA 2: Sequência de retângulos em PA.	Foram elaboradas seis questões-problema, para potencializar a exploração do OVA 2. Os estudantes manipularam os parâmetros da PA do OVA, analisaram geometricamente os efeitos das variações nos termos, construíram representações gráficas e realizaram a construção no GeoGebra.

TAREFA 6	PROBLEMA 4: Análise da trajetória dos ônibus X e Y	O problema central proposto foi desdobrado em sete questões-problema. Os estudantes construíram sequências numéricas, modelaram o movimento dos ônibus com funções afins, calcularam distâncias e horários de encontro, e representaram graficamente no GeoGebra com restrições de domínio.
TAREFA 7	PROBLEMA 5: Análise do volume dos reservatórios A e B.	O problema central proposto foi desdobrado em oito questões-problema. Os estudantes construíram sequências numéricas, determinaram funções afins, identificaram o ponto de interseção entre os volumes dos reservatórios e representaram graficamente a situação no GeoGebra.
TAREFA 8	PROBLEMA 6: Juros simples.	O problema central proposto foi desdobrado em cinco questões-problema. Os estudantes construíram a sequência dos valores mensais, determinaram o termo geral da PA, modelaram a situação com função afim, representaram graficamente no GeoGebra e calcularam o tempo necessário para dobrar o valor investido.
TAREFA 9	OVA 3: Observando o comportamento de uma PG.	Foram elaboradas nove questões-problema para potencializar o estudo do OVA. Os estudantes manipularam os parâmetros da PG em ambiente digital, observaram o comportamento da sequência para diferentes valores de razão e termo inicial, classificaram os tipos de crescimento e oscilação, e construíram definições conceituais com base nas variações analisadas.
TAREFA 10	PROBLEMA 7: O Desafio do Tabuleiro de Xadrez: A Lenda dos Grãos de Arroz	O problema central proposto foi desdobrado em dez questões-problema. Os estudantes construíram a sequência de grãos de arroz nas casas do tabuleiro, identificaram a PG envolvida, determinaram o termo geral e a função exponencial, representaram graficamente a situação e analisaram o crescimento em diferentes registros, incluindo o uso do GeoGebra.
TAREFA 11	PROBLEMA 8: Taxa de Decaimento Radioativo do Rádio-226.	O problema central proposto foi desdobrado em seis questões-problema. Os estudantes analisaram o gráfico de decaimento, identificaram a PG envolvida, determinaram a função exponencial, calcularam a massa em diferentes períodos e representaram graficamente a curva no GeoGebra, explorando o conceito de meia-vida.
TAREFA 12	PROBLEMA 9: Comparação de Investimentos.	O problema central proposto foi desdobrado em cinco questões-problema. Os estudantes construíram as sequências de rendimento de dois investimentos, determinaram o termo geral de cada uma, modelaram a situação com funções exponenciais, representaram graficamente no GeoGebra e analisaram as vantagens comparativas ao longo do tempo.
TAREFA 13	OVA 4: Sequência de retângulos em PG.	Foram elaboradas 21 questões-problema para potencializar o estudo do OVA. Os estudantes manipularam parâmetros da PG em ambiente digital, calcularam termos e somas, construíram

		tabelas e gráficos, exploraram o comportamento da sequência em diferentes contextos, identificaram o limite da soma infinita e relacionaram os dados com áreas de figuras geométricas. Também realizaram construções no plano cartesiano e no GeoGebra, desenvolvendo expressões algébricas e funções associadas.
TAREFA 14	OVA 5: Espiral formada pela união de infinitos semicírculos.	Foram elaboradas 14 questões-problema para potencializar o estudo do OVA. Os estudantes identificaram fórmulas de comprimento de circunferência e semicircunferência, construíram sequências com base nos comprimentos, calcularam somas parciais e infinitas, analisaram o comportamento da espiral com diferentes razões e justificaram a convergência da soma. Também realizaram construções geométricas e representações gráficas no GeoGebra.
TAREFA 15	PROBLEMA 10: Análise do padrão da sequência de construção de quadrados.	O problema central proposto foi desdobrado em 14 questões-problema. Os estudantes analisaram a sequência geométrica, identificaram padrões de redução de área, construíram a sequência de áreas restantes, determinaram o termo geral da PG, calcularam somas parciais e infinitas, e representaram graficamente a função associada. Também exploraram o conceito de convergência por meio da soma dos infinitos termos da sequência e compararam diferentes tipos de redução para interpretar o comportamento da área ao longo das etapas.

Por se tratar de um produto digital, o livro pode ser acessado em diferentes dispositivos, como computadores, tablets e celulares, tanto na versão online, por meio da plataforma GeoGebra Tarefa, quanto offline, mediante instalação do software. Essa flexibilidade amplia as possibilidades de uso em sala de aula, em laboratórios de informática ou em propostas de ensino híbrido.

4. ATIVIDADES DE ENSINO

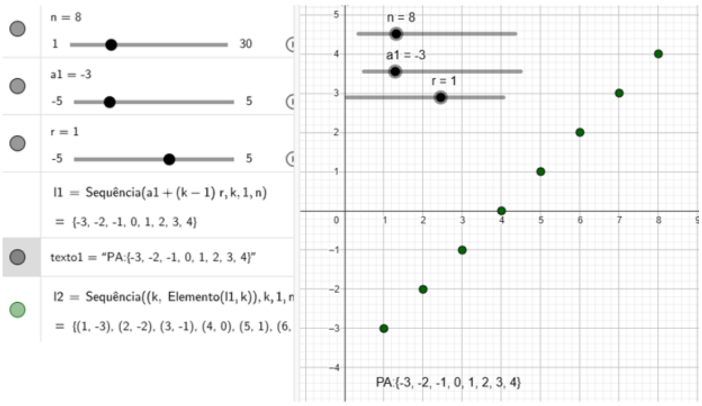
As atividades consistem em quinze tarefas que devem ser acessadas no livro digital, organizado em formato de sequência didática, com foco no ensino de progressões aritméticas e geométricas, funções afins e exponenciais, articulando conteúdos com situações contextualizadas e recursos do GeoGebra. Essas tarefas foram aplicadas com estudantes do primeiro ano do ensino médio, técnico de informática e a análise dos resultados estão descritos na dissertação.

O primeiro capítulo do livro digital contém cinco tarefas, separados por conter exploração de OVA. Os dois primeiros OVA relacionam PA e função afim, enquanto os outros três relacionam PG e função exponencial. Para apoiar o uso pedagógico do material, esse arquivo contém uma breve explicação, com os objetivos de aprendizagem, os recursos necessários, o tempo estimado para aplicação e algumas orientações. O material foi pensado para subsidiar o trabalho docente, oferecendo suporte tanto para o planejamento quanto para a condução das aulas, promovendo uma abordagem investigativa com o uso de diferentes formas de representação.

TAREFA 01: (OVA 1: Analisando o comportamento de uma PA)
Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.
Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

Essa tarefa pode ser o primeiro contato dos estudantes com OVA, que devem ser orientados a manipular os parâmetros conforme explicação no OVA 1 (Figura 2) e responder as oito questões-problema que investigavam as relações entre a função afim e a PA, conforme apresentado no Quadro 2.

Figura 2 – Print do OVA 1: Analisando o comportamento de uma PA



Fonte: A autora (2025).

Quadro 2- Questões exploradas no OVA 1

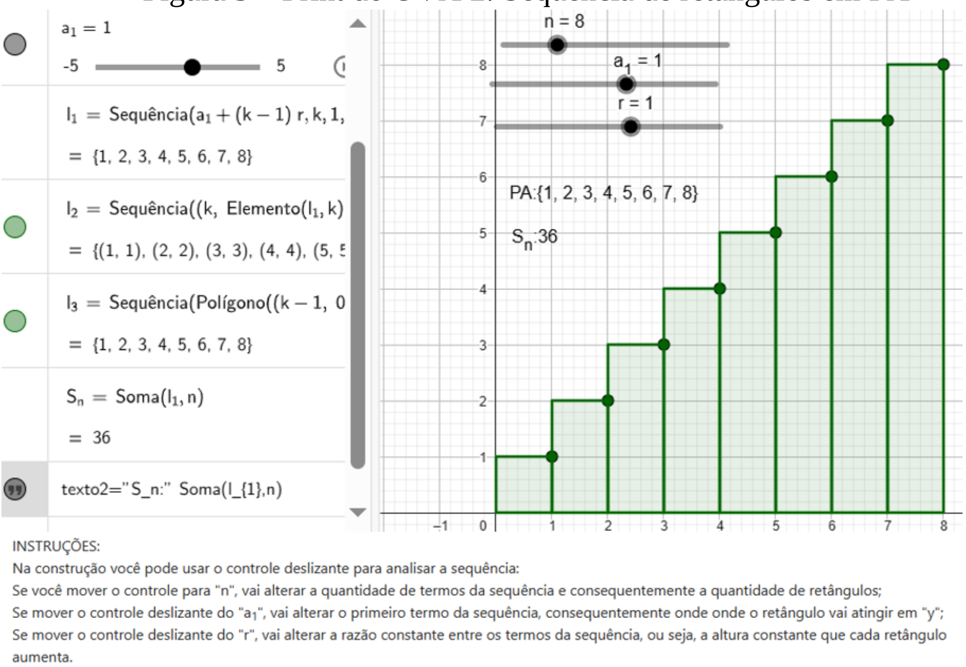
QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Fixe um valor para a_1 e use uma razão $r > 0$. O que acontece?	Desenvolver a capacidade de identificar padrões na sequência, compreender as mudanças no comportamento dos termos subsequentes e descrever as implicações de uma razão positiva na evolução da PA.
2 - Fixe um valor para a_1 e use uma razão $r < 0$, o que acontece?	Aperfeiçoar a habilidade de identificar padrões na sequência, compreender as mudanças no comportamento dos termos subsequentes e descrever as implicações de uma razão negativa na evolução da PA.
3 - Fixe a razão $r = 0$ e deslize os valores de a_1, o que acontece?	Aprimorar a capacidade de identificar padrões na sequência, compreender as características de uma PA com razão zero, reconhecendo-a como uma sequência constante.
4 - Observe o que você respondeu na questão "1" (se necessário, manipule a sequência com outros valores), se você ligar os pontos dessa sequência, que tipo de função e gráfico ela vai formar?	Ampliar a capacidade de descrever o tipo de função (afim) e analisar o crescimento e o formato do gráfico (reta crescente) gerado ao conectar os pontos da sequência, observando as diferenças e transições entre os domínios discreto e contínuo.
5 - Observe o que você respondeu na questão "2" (se necessário, manipule a sequência com outros valores), se você ligar os pontos dessa sequência, que tipo de função e gráfico ela vai formar?	Desenvolver a capacidade de descrever o tipo de função (afim), o decrescimento e o formato do gráfico (reta) que surge ao conectar os pontos da sequência, distinguindo um domínio discreto de um domínio contínuo.
6 - Observe o que você respondeu na questão "3" (se necessário, manipule a	Aprimorar a habilidade de descrever o tipo de função (constante) e o formato do gráfico (reta) que surge ao conectar os pontos da sequência.

sequência com outros valores), se você ligar os pontos dessa sequência, que tipo de função e gráfico ela vai formar?	
7 - Crie uma definição para a PA.	Compreender e observar a diferença constante entre os termos.
8 - Crie uma definição (o que deve acontecer) para que essa progressão seja crescente, decrescente ou constante.	Expandir a habilidade do estudante em definir claramente os critérios necessários para cada tipo de progressão, utilizando a razão (r) como principal parâmetro.

TAREFA 05: (OVA 2: Sequência de retângulos em PA.)
Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.
Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

Nessa tarefa (Figura 3), os estudantes devem manipular os parâmetros da PA do OVA para responder as seis questões problemas (Quadro 3), assim eles poderão analisar geometricamente os efeitos das variações nos termos, construir representações gráficas e realizar a construção no GeoGebra.

Figura 3 – Print do OVA 2: Sequência de retângulos em PA



Fonte: A autora (2025).

Quadro 3- Questões exploradas no OVA 2

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Observando a sequência "l_1", ajuste o controle deslizante a_1 para diferentes valores. O que acontece com os termos da PA quando você aumenta ou diminui a_1?	Desenvolver a capacidade dos estudantes em manipular sequências numéricas utilizando ferramentas digitais e compreender o efeito das alterações nos parâmetros da sequência. Identificar que um aumento ou decréscimo no valor de a_1 resulta em um acréscimo ou decréscimo correspondente em todos os termos da PA.
2 - Agora vamos analisar geometricamente: Ajuste o controle deslizante a_1 para diferentes valores, observando os retângulos formados pela sequência de termos no gráfico. Como o ajuste do a_1 altera a área total dos retângulos?	Desenvolver a capacidade dos estudantes em analisar geometricamente as alterações nos parâmetros de sequências numéricas e compreender o impacto dessas mudanças na área total representada no gráfico. Calcular a área total dos retângulos formados pela sequência de termos e aplicar o módulo da soma quando a sequência ou parte da sequência apresentar valores negativos. Interpretar e explicar o impacto das mudanças nos parâmetros da sequência na área total dos retângulos, desenvolvendo uma compreensão mais profunda das relações matemáticas envolvidas.
3 - Observando a sequência "l_1" mude o controle deslizante r para diferentes valores positivos e negativos. Como isso afeta a diferença entre os termos consecutivos da PA?	Interpretar e explicar a relação entre a razão r e o comportamento da sequência. Compreender que um r positivo resulta em uma sequência crescente, enquanto um r negativo resulta em uma sequência decrescente.
4 - Agora vamos analisar geometricamente: Ajuste o controle deslizante r para diferentes valores, observando	Interpretar e explicar o impacto das mudanças na razão r na área total dos retângulos, incluindo a consideração do módulo para valores negativos, desenvolvendo uma compreensão mais profunda das

os retângulos formados pela sequência de termos no gráfico. Como o ajuste do r altera a área total dos retângulos?	relações geométricas envolvidas.
5 - Ajuste o controle deslizante n para variar a quantidade de termos na PA. Como a soma S_n muda com o aumento de n?	Desenvolver a capacidade dos estudantes em manipular sequências numéricas variando a quantidade de termos e compreender como isso afeta a soma total S_n da PA. Interpretar e explicar o impacto das mudanças na quantidade de termos n na soma total S_n. Entender que, mesmo para $r < 0$, a soma S_n pode aumentar ou diminuir dependendo dos valores absolutos dos parâmetros e do número de termos.
6) Agora é sua vez, faça essa construção no GeoGebra, não é necessário que sejam os mesmos valores nos controles deslizantes, mas é necessário que seja uma PA. Escreva os passos que você utilizou para fazer essa construção.	Aplicar conhecimentos sobre PA para configurar e manipular sequências numéricas no GeoGebra. Criar controles deslizantes no GeoGebra para manipular parâmetros de uma PA. Configurar e definir uma sequência de termos utilizando fórmulas apropriadas. Visualizar a sequência e suas representações gráficas no GeoGebra.

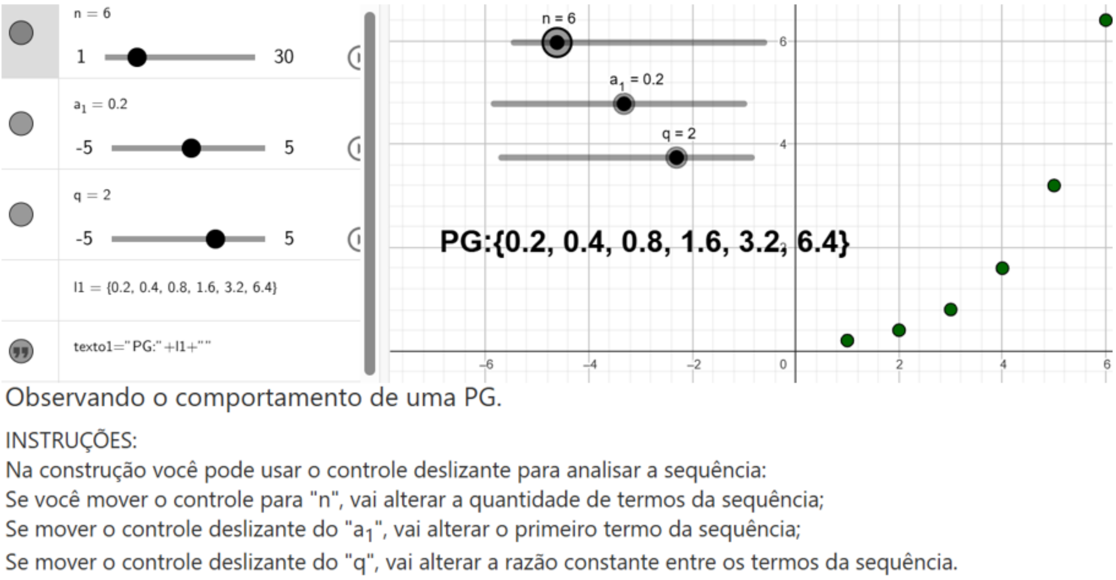
TAREFA 09: (OVA 3: Observando o comportamento de uma PG.)

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

Essa tarefa (Figura 4) pode ser utilizada para introduzir os conceitos de PG. Os estudantes devem manipular os parâmetros e responder nove situações problemas (Quadro 4) e assim poderão observar o comportamento da sequência para diferentes valores de razão e termo inicial, classificar os tipos de crescimento e oscilação, e construir definições conceituais com base nas variações analisadas.

Figura 4 – Print do OVA 3: Observando o comportamento de uma PG



Fonte: A autora (2025).

Quadro 4- Questões exploradas no OVA 3

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Fixe o valor $a_1 = 2$ e deslize a razão usando $q > 1$. O que acontece?	Identificar e ajustar os parâmetros de uma PG. Analisar a sequência e seus termos específicos com diferentes razões.
2 - Fixe o valor $a_1 = 2$ e do $q = 0$. O que acontece? E se deslizar os valores de a_1 o que acontece?	Compreender o impacto dos parâmetros a_1 e q em uma PG. Identificar o comportamento de uma PG quando a razão é zero.
3 - Fixe o valor $a_1 = 2$ e deslize a razão usando $0 < q < 1$.	Observar que a sequência diminui exponencialmente, formando uma sequência decrescente. Analisar o comportamento das PG quando a razão está entre 0 e 1.
4 - Fixe o valor $a_1 = 2$ e use $q < 0$, o que acontece com a sequência?	Observar que a sequência se torna oscilante, com valores negativos e positivos alternados. Descrever de forma clara o comportamento das PG quando a razão é negativa.
5 - Deslize valores para $a_1 < 0$ e valores de $q < 0$, o	Reconhecer que a sequência continua sendo oscilante, com valores alternando entre positivos e

que acontece?	negativos. Compreender o comportamento das PG com termos iniciais negativos e razões negativas.
6 - Deslize valores para $a_1 < 0$ e $q > 1$, o que acontece?	Analisar e interpretar o comportamento das sequências geométricas ao ajustar os parâmetros. Reconhecer que quanto maior o valor da razão e menor for o valor de a_1, maior a distância entre os termos, resultando em um decrescimento rápido e exponencial.
7 - O que ocorre se fixar somente a_1 = 0?	Entender como o termo inicial zero afeta uma PG, resultando em uma sequência constante de zeros, independentemente da razão q.
8 - Como você definiria a PG?	Definir uma PG como uma sequência numérica onde cada termo, a partir do segundo, é o produto do termo anterior por uma constante chamada razão q. Compreender os conceitos básicos de PG.
9 - Use relações para definir o comportamento de uma PG, ou seja, para explicar por exemplo quando a sequência é crescente, decrescente, constante ou oscilante.	Compreender que uma PG é crescente quando a razão $q > 1$ e os termos aumentam exponencialmente. Perceber que uma PG é decrescente quando $0 < q < 1$. e os termos diminuem exponencialmente. Reconhecer que uma PG é constante quando a razão $q = 1$ e os termos são iguais ao primeiro termo. Identificar que uma PG é oscilante quando a razão $q < 0$. e os termos alternam entre valores positivos e negativos.

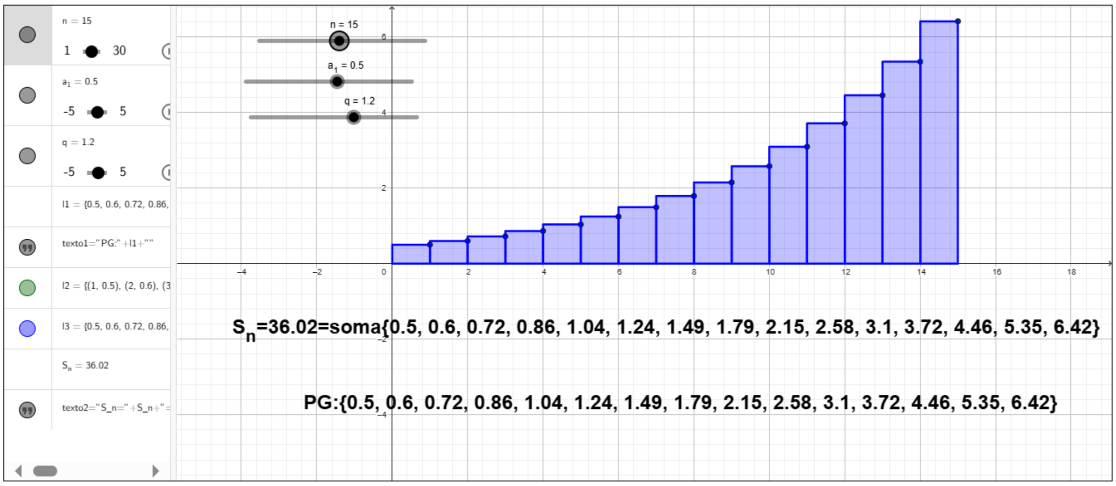
TAREFA 13: (OVA 4: Sequência de retângulos em PG).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 3 aulas de 45min.

Essa tarefa (Figura 5), contém 21 questões problemas (Quadro 5) que os estudantes poderão manipular os parâmetros da PG em ambiente digital, calcular termos e somas, construir tabelas e gráficos, explorar o comportamento da sequência em diferentes contextos, identificar o limite da soma infinita e relacionar os dados com áreas de figuras geométricas. Também podem realizar construções no plano cartesiano e no GeoGebra, desenvolvendo expressões algébricas e funções associadas.

Figura 5 – Print do OVA 4: Sequência de retângulos em PG.



Fonte: A autora (2025).

Quadro 5- Questões exploradas no OVA 4

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Utilize o controle deslizante para alterar o valor de n (número de termos da PG). Observe como a soma dos termos muda conforme você aumenta ou diminui n. Qual é a soma dos primeiros 5, 10 e 20 termos da PG com termo inicial $a_1 = 1$ e razão $q = 2$?	Observar que, ao aumentar o número de termos n da PG, a soma dos termos também aumenta. Desenvolver a habilidade em calcular somas parciais de uma PG, observando o OVA 4.
2 - Determine a expressão geral da PG da questão 1. Use o termo geral que você encontrou para determinar o vigésimo termo.	Desenvolver a habilidade em formular expressões que descrevem os termos de uma sequência em PG. Aplicar os termos específicos para determinar o vigésimo termo.
3 - Ainda usando a questão 1,	Aprimorar habilidades em calcular somas parciais de

determine a expressão geral da SOMA dos termos da PG e, por meio desta, determine a soma dos 20 primeiros termos da PG.	uma PG utilizando a fórmula apropriada. Desenvolver o raciocínio algébrico necessário para aplicar a expressão geral da soma dos termos de uma PG.
4 - Utilize o controle deslizante para alterar a razão q e observe como isso afeta a soma dos primeiros 10 termos da PG com termo inicial $a_1 = 2$. Compare os resultados para $q = 2, q = 3$ e $q = 4$.	Analisar e explicar como a variação da razão q afeta a soma dos termos de uma PG. Observar que, ao aumentar a razão q da PG, a soma dos termos também aumenta.
5 - Complete a tabela abaixo com a sequência dos 8 primeiros termos da PG da questão 1. Observe que foi utilizada para $x =$ (posição n do termo) e $y =$ (valor do termo). Na sequência forme as coordenadas (x, y). Conforme exemplo: $x = 1$ $y = 1$ (1,1) $x = 2$ $y = 2$ (2,2) $x = 3$ $y = 4$ (3,4) ...	Completar a tabela com os 8 primeiros termos da PG, formando as coordenadas. Desenvolver a capacidade de representar e visualizar os termos de uma PG utilizando uma tabela e coordenadas. Aprimorou as habilidades em interpretar e calcular termos de uma PG.
6 - Em seu caderno, coloque as coordenadas que você encontrou na questão 5 em um plano cartesiano. Ao ligar essas coordenadas, que gráfico e/ou função está sendo representada? Encontre a expressão dessa função.	Identificar que o gráfico resultante ao ligar os pontos no plano cartesiano representa uma função exponencial. Encontrar a expressão da função, determinando corretamente o domínio e a imagem da função. Desenvolver habilidades em formular expressões matemáticas que descrevem o comportamento de funções exponenciais.

Determine também o domínio e a imagem da função.	Aprimorar a interpretação de gráficos.
7 - Desenhe os primeiros 5 retângulos no plano cartesiano utilizando as alturas obtidas a partir da sequência da questão 1. Qual é a relação entre as alturas dos retângulos e os termos da PG?	Observar que as alturas dos retângulos correspondem aos primeiros cinco termos PG da questão 1, onde cada altura é o dobro da anterior. Desenvolver a capacidade de representar e visualizar os termos de uma PG utilizando gráficos de retângulos. Compreender a relação entre as alturas dos retângulos e os termos da PG.
8 - Qual é a relação dos termos e da soma da PG com a área dos retângulos?	Observar que a área de cada retângulo corresponde ao valor do termo a_n da PG e, ao somar as áreas dos retângulos, estamos somando os termos da PG, confirmando que a soma das áreas dos retângulos é igual à soma dos termos da PG.
9 - Utilize o controle deslizante para alterar o valor de n. Observe como a soma dos termos muda conforme você aumenta ou diminui n. Qual é a soma dos primeiros 5, 10 e 20 termos da PG com termo inicial $a_1 = 1$ e razão $q = \frac{1}{2}$.	Desenvolver a capacidade de calcular a soma dos termos de uma PG decrescente e identificar o comportamento da soma conforme n aumenta. Interpretar os resultados e compreender como a soma dos termos muda conforme n aumenta.
10 - Determine o termo geral da PG da questão 9, com $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{2}$. Use o termo geral que você encontrou para determinar o décimo termo.	Desenvolver a capacidade de identificar e calcular o termo geral de PG. Aprimorar o raciocínio algébrico ao aplicar a fórmula do termo geral para encontrar termos específicos.
11 - Ainda usando a questão 9, determine a expressão geral da SOMA dos termos da PG	Desenvolver a capacidade de calcular a soma dos termos de uma PG utilizando a fórmula geral. Aprimorar o raciocínio algébrico ao aplicar a

e, por meio do termo geral, determine a soma dos 20 primeiros termos da PG.	fórmula da soma dos termos de uma PG.
12 - À medida que adicionamos mais e mais termos na PG, a soma total se aproxima cada vez mais de 2. Em outras palavras, a soma dos infinitos termos dessa PG converge para 2. Explique com suas palavras porquê isso acontece.	Entender e explicar o conceito de soma infinita em PG. Desenvolver habilidades em raciocínio matemático ao explicar o comportamento das somas infinitas em PG.
13 - Use a fórmula da soma de uma PG infinita: $S_n = \frac{a_1}{1-q}$ para determinar a soma dos infinitos termos da PG da questão 9.	Aprimorar as habilidades em calcular somas infinitas de uma PG utilizando a fórmula dada.
14 - Encontre a expressão da função que representa a PG da questão 9 (monte uma tabela com as coordenadas se necessário). Determine também o domínio e a imagem da função.	Determinar a expressão da função que representa a PG. Identificar o domínio e a imagem da função. Elaborar uma tabela com as coordenadas confirma a relação entre os termos da PG e a função exponencial.
15 - Qual é a relação entre os termos da PG da questão 9, a soma dos termos e a área dos retângulos?	Observar que cada termo da PG é representado pela altura de um retângulo e que a soma das áreas dos retângulos é igual à soma dos termos da PG. Aprimorar habilidades em interpretar gráficos e compreender a relação entre as alturas dos retângulos e os termos da PG.
16 - Utilize o controle deslizante para alterar o valor de n, fixando a PG com termo	Identificar e explicar o comportamento de uma PG com razão negativa. Desenvolver o raciocínio matemático necessário para

inicial $a_1 = 1$ e razão $q = -2$. Observe e escreva aqui o que acontece com a sequência.	identificar padrões e relações em sequências oscilantes.
17 - Determine o termo geral da PG da questão 16 e use o termo geral que você encontrou para determinar o décimo termo.	Desenvolver habilidades em formular expressões matemáticas que descrevem os termos de uma PG. Aprimorar o raciocínio algébrico ao aplicar a fórmula do termo geral para encontrar termos específicos.
18 - Utilize o controle deslizante para alterar o valor de n. Observe como a soma dos termos muda conforme você aumenta ou diminui n. Qual é a soma dos primeiros 9,10 e 11 termos da PG com termo inicial $a_1 = 1$ e razão $q = -2$?	Identificar e explicar o comportamento da soma dos termos de uma PG com razão negativa. Calcular e interpretar as somas dos termos da PG para diferentes valores de n. Aprimorar as habilidades em interpretar e calcular somas parciais de uma PG oscilante.
19 - Em seu caderno, faça um plano cartesiano e marque os pontos correspondes às coordenadas obtidas pela sequência da PG da questão 16. (Se necessário crie a tabela como na questão 5). Ao ligar esses pontos, será uma função? Explique.	Identificar e explicar o comportamento de uma função exponencial com base negativa. Aprimorar as habilidades em interpretar gráficos de funções exponenciais com base negativa. Desenvolver o raciocínio matemático necessário para identificar padrões e relações em funções com comportamento oscilante.
20 - Qual é a relação entre os termos da PG da questão 16, a soma dos termos e a área dos retângulos?	Aprimorar as habilidades em interpretar gráficos e compreender a relação entre as alturas dos retângulos e os termos da PG, levando em consideração a oscilação dos sinais.
21 - Agora é sua vez, elabore uma construção como no	Identificar e aplicar as fórmulas gerais para construir PG crescentes, decrescentes ou constantes.

enunciado no software GeoGebra, mas que não admita termos oscilantes, apenas crescentes, decrescentes e constante. Escreva os passos da sua construção aqui.	Explorar e formular diferentes tipos de PG, compreendendo o impacto da razão e do termo inicial no comportamento da sequência.

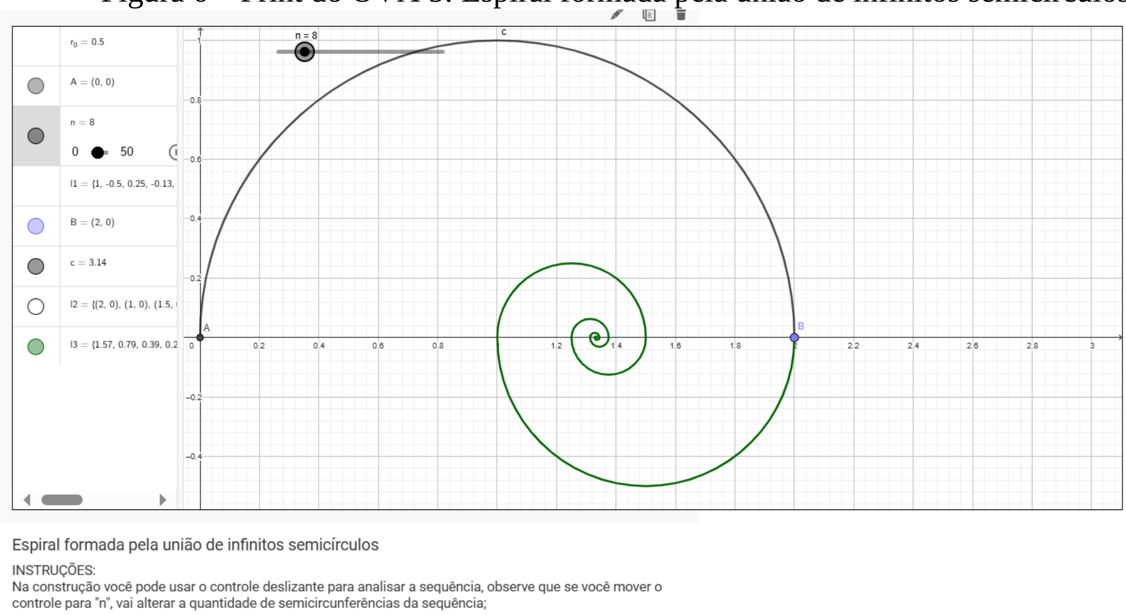
TAREFA 14: (OVA 5: Espiral formada pela união de infinitos semicírculos).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 3 aulas de 45min.

Essa tarefa (Figura 6), contém 14 questões problemas (Quadro 6) com o intuito dos estudantes identificarem fórmulas de comprimento de circunferência e semicircunferência, construírem sequências com base nos comprimentos, calcularem somas parciais e infinitas, analisarem o comportamento da espiral com diferentes razões e justificarem a convergência da soma. Também poderão realizar construções geométricas e representações gráficas no GeoGebra.

Figura 6 – Print do OVA 5: Espiral formada pela união de infinitos semicírculos



Fonte: A autora (2025).

Quadro 6- Questões exploradas no OVA 5

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 – A fórmula do comprimento de uma circunferência é: Assinale a sua resposta aqui A ☐ $c=2\pi r$ B ☐ $c=\pi^2 r$ C ☐ $c=r^2\pi$ D ☐ $c=2\pi r^2$ E ☐ $c=\pi r$	Identificar corretamente a fórmula para o comprimento de uma circunferência.
2 - Qual é a fórmula do comprimento de uma semicircunferência? Assinale a sua resposta aqui A ☐ $c=\frac{r.\pi}{2}$ B ☐ $c=\frac{r^2\pi}{2}$ C ☐ $c=\pi r$ D ☐ $c=\pi r^2$ E ☐ $c=\pi^2 r$	Analisar e interpretar fórmulas geométricas, aplicando conceitos teóricos para resolver problemas práticos.
3 - Observe no GeoGebra a construção e determine o comprimento das 4 (quatro) primeiras semicircunferências.	Aprimorar as habilidades em interpretar medidas geométricas e calcular comprimentos de semicircunferências.
4 - Monte a sequência (C_1, C_2, C_3, C_4). Observe se existe algum padrão entre os termos da questão anterior.	Desenvolver o raciocínio matemático necessário para compreender e explicar o comportamento de sequências numéricas.
5 - Que tipo de sequência numérica podemos chamar? Assinale a sua resposta aqui A ☐ Progressão Aritmética B ☐ Progressão Geométrica C ☐ Sequência de Fibonacci D ☐ Não é uma sequência	Identificar diferentes tipos de sequências numéricas e reconhecer uma PG.
6 - Determine a soma dos quatro primeiros	Analisar e interpretar a soma dos

termos dessa sequência.	termos de uma PG, aplicando conceitos teóricos para resolver problemas práticos.
7 - Determine a soma dos 10 (dez) primeiros termos dessa sequência.	Aprimorar as habilidades em calcular somas de PG e interpretar os resultados.
8 - Determine a soma dos 20 (vinte) primeiros termos.	Aprimorar as habilidades em calcular somas de PG e interpretar os resultados.
9 - Podemos determinar a soma infinita desses termos? Que propriedade da PG garante isso?	Desenvolver o raciocínio necessário para compreender as condições sob as quais a soma infinita é válida. Entender a fórmula da soma infinita de PG.
10 - Uma sequência é chamada de **convergente** quando seus termos se aproximam de um número real específico, que é seu limite. Isso ocorre quando a razão entre os termos está $0 < \|q\| < 1$, garantindo que a sequência não diverge para infinito. Já a sequência **divergente** é aquela cujos termos não se aproximam de um valor específico, podendo crescer indefinidamente para infinito positivo ou negativo, ou variar sem padrão de convergência. Com base nisso, podemos afirmar que essa PG é uma sequência convergente ou divergente?	Desenvolver o raciocínio necessário para compreender o comportamento de sequências convergentes e divergentes Aprimorar as habilidades em interpretar sequências numéricas e identificar padrões de convergência.
11 - Determine a soma dos infinitos termos dessa PG.	Analisar e interpretar a fórmula da soma dos termos de uma PG infinita, aplicando conceitos teóricos para resolver problemas práticos.
12 - Determine o limite da soma dessa PG.	Desenvolver a capacidade de calcular o limite da soma dos infinitos termos de

	uma PG utilizando a fórmula geral.
13 - Justifique com base nas questões anteriores porquê a espiral possui uma soma finita mesmo sendo formada por infinitos semicírculos.	Identificar que a sequência é convergente, com seus termos tendendo a zero.
14 - E se a razão fosse $q = \frac{3}{2}$ o que mudaria no comportamento dessa espiral? Faça o desenho dessa espiral até o quinto termo para observar seu comportamento. É possível determinar a soma dos infinitos termos dessa sequência?	Compreender o comportamento de sequências numéricas com razões maiores que 1. Analisar e interpretar o comportamento de sequências divergentes, aplicando conceitos teóricos para resolver problemas práticos.

O segundo capítulo do livro digital é composto por dez problemas contextualizados, organizados de forma a promover a investigação, a construção de estratégias de resolução e múltiplas representações.

Para apoiar o uso pedagógico do material, apresenta-se na sequência os objetivos de aprendizagem, os recursos necessários, o tempo estimado para aplicação e orientações específicas para cada problema. O material foi pensado como um instrumento de apoio ao trabalho docente, oferecendo subsídios para o planejamento de aulas investigativas, que valorizem diferentes formas de representação, como tabelas, sequências numéricas, gráficos, expressões algébricas e linguagem natural, incentivando o protagonismo dos estudantes na construção de soluções.

TAREFA 2: (Problema 1: “Corrida de táxi).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

Essa tarefa (Figura 7), contém 6 questões problemas (Quadro 7) com o intuito dos estudantes construir a sequência numérica, identificar seus parâmetros, modelar a situação com função afim, representar graficamente no GeoGebra e aplicar restrições ao domínio.

Figura 7- Print do Problema 1: Problema “corrida de táxi

Em uma certa cidade, uma corrida de táxi custa R$ 5,00 a bandeirada, mais R$ 2,00 por quilômetro rodado.

Fonte: A autora (2025).

Quadro 7- Questões exploradas no Problema 1

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Represente a sequência do valor a ser cobrado nos primeiros 10 quilômetros.	Desenvolver a habilidade de representar a sequência dos valores a serem cobrados nos primeiros 10 quilômetros, considerando a bandeirada inicial e o custo por quilômetro rodado.
2 - Represente em uma tabela a quantidade de quilômetros rodados com seus respectivos valores de corrida. Dica: Use $f(x) =$ valor total da corrida e $x =$ quantidade de quilômetros rodados. Inicie com $x = 0$.	Aperfeiçoar a capacidade de construir e interpretar tabelas, assim como identificar a relação linear entre as variáveis envolvidas.
3 - Usando a tabela da questão 2, faça o esboço do gráfico em seu caderno. Que gráfico é esse? Que função é essa?	Aprimorar as habilidades de: - Esboçar corretamente o gráfico a partir dos dados da tabela; - Reconhecer que o gráfico obtido é uma reta. - Identificar que a função correspondente é uma função do primeiro grau.
4 - Escreva algebricamente a função que representa o gráfico que você esboçou na questão 3.	Expandir a compreensão em: - Traduzir representações gráficas para expressões algébricas. - Identificar que a função pode ser escrita algebricamente

	como pela fórmula $f(x) = 5 + 2x$, onde $f(x)$ é o valor total da corrida e x é a quantidade de quilômetros rodados.
5 - Agora esboce no GeoGebra a função que você encontrou. É necessário definir alguma restrição no domínio da função para representar o problema em questão? Qual?	Melhorar a habilidade de determinar a restrição no domínio da função para que ela represente adequadamente a situação de uma corrida de táxi, considerando que o número de quilômetros rodados não pode ser negativo, ou seja, os estudantes devem perceber que para restringir o domínio dessa função, deve-se digitar na entrada $5 + 2x, x \geq 0$.
6 - Faça a construção no GeoGebra usando o controle deslizante para "n". Escreva aqui os passos que você precisou fazer.	Fortalecer a capacidade de criar e manipular controles deslizantes, observar as mudanças na sequência e documentar o processo de construção.

TAREFA 3: (Problema 2: "Sequência dos números pentagonais).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 1 aula de 45min.

Essa tarefa (Figura 8), contém 5 questões problemas (Quadro 8) com o intuito dos estudantes construir a sequência numérica do padrão dado, identificar seus parâmetros, modelar a situação com função afim, calcular o centésimo termo e representar graficamente no GeoGebra.

Figura 8- Print do Problema 2: Sequência dos números pentagonais

(Banco de questões OBMEP) A sequência dos números pentagonais está ilustrada na figura abaixo:

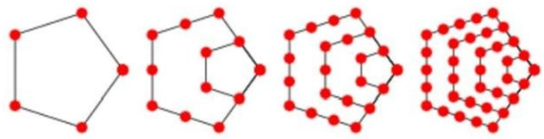


Figura: http://mathworld.wolfram.com/PentagonalNumber.html

Fazendo apenas a contagem de pontos em cada borda externa (perímetro) em cada pentágono chegaremos a:

$$a_1 = 5$$
$$a_2 = 10$$
$$a_3 = 15$$
$$a_4 = 20.$$

http://matematica.obmep.org.br/

Fonte: OBMEP (2016).

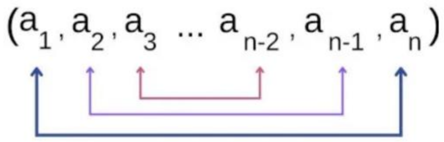
Quadro 8- Questões exploradas no Problema 2

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Continue a sequência até o termo a_{10}.	Desenvolver a capacidade em aplicar o padrão observado nos primeiros termos da sequência para calcular os termos subsequentes.
2 - Determine a razão "r" e o primeiro termo "a_1" dessa sequência. É que tipo de sequência?	Aperfeiçoar a habilidade de identificar a razão e o primeiro termo de uma sequência, bem como classificar o tipo de sequência apresentada.
3 - Faça uma tabela usando $f(x) =$ Total de pontilhados e $x =$ quantidade de pentágonos, depois no seu caderno faça o esboço dessa sequência. Qual é a expressão algébrica que representa esse problema? Que função é essa?	Aprimorar a capacidade em criar tabelas e esboçar gráficos a partir de dados tabulados, além de identificar a expressão algébrica que representa a sequência dos números pentagonais, identificando o tipo de função envolvida.
4 - Determine o a_{100} usando o termo geral de uma PA e depois usando a função que você criou na questão anterior, o que você consegue observar?	Facilitar a compreensão ao utilizar diferentes métodos para calcular termos específicos de uma sequência, nesse caso, o termo geral da sequência e a lei de formação da função, comparando os resultados obtidos.
5 - Represente a função no GeoGebra e escreva aqui os passos que utilizou para realizar esse esboço.	Desenvolver a habilidade em esboçar a função no software, descrever os passos e definir a restrição no domínio desta função.

TAREFA 4: (Problema 3: Análise dos termos equidistantes de uma PA).
Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.
Tempo estimado: 1 aula de 45min.

Esse problema envolve o estudo de termos equidistantes em uma sequência apresentada na forma (a_1, a_2, a_3,..., a_{n-2}, a_{n-1}, a_n), representada visualmente com setas conectando pares simétricos (Figura 9). A seis questões (Quadro 9) permite que os estudantes explorem padrões numéricos, observem regularidades nas somas dos pares equidistantes e desenvolvam generalizações algébricas a partir de estratégias de decomposição e reconhecimento de estrutura sequencial.

Figura 9- Imagem utilizada para explorar o problema 8



Fonte: A autora (2025).

Quadro 9- Questões exploradas no Problema 3

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Observe a imagem acima, ela representa os termos equidistantes (mesma distância) de uma sequência. Monte a sequência dos 10 primeiros números inteiros positivos e depois monte uma tabela com os pares de termos equidistantes dessa sequência.	Desenvolver a habilidade dos estudantes em identificar e construir sequências numéricas, bem como reconhecer e organizar pares de termos equidistantes. Esta questão visa promover a compreensão das propriedades das sequências e das relações simétricas entre seus termos.
2 - Observe esses números equidistantes da questão anterior, consegue observar algum padrão? Qual?	Desenvolver a habilidade dos estudantes em identificar padrões e simetrias em sequências numéricas, promovendo a análise crítica e a compreensão das relações entre os termos.
3 - Repita o processo acima com os 15 primeiros números inteiros ímpares. A ideia permanece a mesma quanto a soma equidistante?	Desenvolver a capacidade dos estudantes de identificar e analisar padrões em sequências numéricas, reconhecendo que os termos equidistantes somam sempre o mesmo valor, independente se for uma quantidade ímpar ou par de termos.
4 - Determine a soma das duas sequências (questão 1) e (questão 3).	Identificar e analisar padrões em termos equidistantes. Comparar e interpretar resultados de diferentes sequências, aplicando conceitos matemáticos de forma crítica e contextualizada.

5 - Manipule a sequência da questão 1, de modo que encontre uma expressão algébrica (fórmula) para a soma dos termos, usando as ideias que já conhece sobre sequências. (ESCREVA AQUI TUDO O QUE VOCÊ INTERPRETOU).	Desenvolver a capacidade dos estudantes em manipular sequências numéricas e aplicar conhecimentos prévios para encontrar uma expressão algébrica (fórmula) para a soma dos termos. Promover a análise e a compreensão das propriedades das sequências e a conexão entre conceitos matemáticos.
6) Repita o processo com a sequência na questão 3.	Desenvolver a capacidade dos estudantes em manipular sequências numéricas e aplicar conhecimentos prévios para encontrar uma expressão algébrica (fórmula) para a soma dos termos, percebendo que a expressão da soma dos termos de uma PA permanece a mesma, independente se for uma quantidade par ou ímpar de termos.

TAREFA 6: (Problema 4: Análise da trajetória dos ônibus X e Y).
Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.
Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

O problema 4 propõe a resolução de uma questão contextualizada, adaptada de prova de vestibular da UFRGS: “O ônibus X parte da cidade A com velocidade constante de 80 Km/h, à zero hora de certo dia. Às 2 horas da madrugada, o ônibus Y parte da mesma cidade, na direção e sentido do ônibus X, com velocidade constante de 100 km/h”. A partir dessa situação, foram elaboradas sete questões problemas (Quadro 10).

Quadro 10- Questões exploradas no Problema 4

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Escreva a sequência do trajeto realizado pelos ônibus X e Y nas 10 primeiras horas. Que sequências são essas?	Aplicar conhecimentos sobre PA para analisar sequências de trajetos com base em dados de velocidade e tempo. Utilizar a razão entre os termos para identificar e

Por quê?	confirmar a natureza aritmética das sequências.
2 - Faça o esboço dessa sequência em seu caderno, depois escreva o que você observou.	Plotar gráficos de sequências numéricas, como PA, utilizando coordenadas no plano cartesiano. Identificar e interpretar a interseção de duas retas no gráfico, compreendendo o significado dos pontos de interseção em um contexto prático.
3 - Escreva algebricamente a função que representa a velocidade em km/h do ônibus X e do ônibus Y.	Utilizar representações algébricas para descrever movimentos constantes e interpretar os resultados no contexto. Desenvolver habilidades em criar e analisar funções algébricas para entender a relação entre tempo e distância em situações práticas.
4 - Calcule, usando a linguagem de funções, a distância percorrida pelos ônibus às 4 horas da manhã.	Desenvolver a habilidade de substituir valores nas funções algébricas para calcular a distância percorrida por objetos em movimento constante. Interpretar os resultados dos cálculos no contexto do problema, desenvolvendo uma compreensão mais profunda das relações entre tempo, velocidade e distância.
5 - Usando a linguagem de funções, determine o horário que o ônibus Y vai cruzar com o ônibus X.	Desenvolver a percepção que as funções lineares podem ser igualadas nesse caso. Resolver equações para encontrar pontos de interseção. Realizar passos matemáticos de forma lógica e ordenada para encontrar soluções precisas.
6 - Como podemos ajustar a função $f_x(x)$ de modo que, assim como a função $f_y(x)$ ela também inicie em $t = 2$?	Ajustar sequências numéricas acumulando trajetórias em função de mudanças nas condições iniciais. Restringir o domínio de funções algébricas para refletir novos pontos de partida no tempo.
7 - Faça no software GeoGebra o esboço do gráfico das duas funções, restringindo o domínio de	Escrever funções algébricas no GeoGebra utilizando a opção FUNÇÃO (FUNÇÃO, VALOR DE X INICIAL, VALOR DE X FINAL). Configurar funções com domínios restritos para

ambas as funções para [2,20]. Escreva aqui, os passos que você utilizou para fazer essa construção. Como podemos restringir no GeoGebra apenas o valor inicial?	representar trajetos com condições iniciais específicas. Interpretar e explicar as funções ajustadas e restritas no contexto do problema.

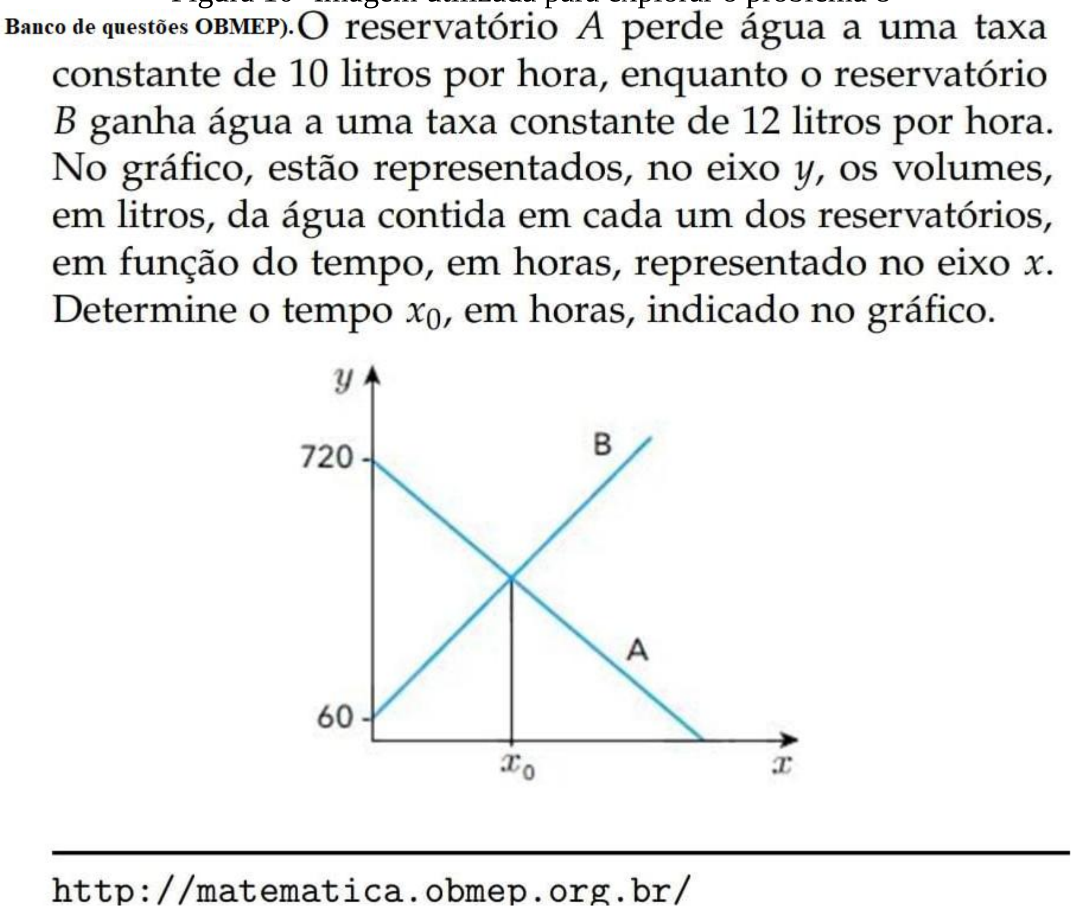
TAREFA 7: (Problema 5: Análise do volume dos reservatórios A e B).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

O problema 5 (Figura 10) propõe aos estudantes a resolução de oito questões (Quadro 11) relacionadas ao escoamento e preenchimento de dois reservatórios, A e B, adaptadas do Banco de Questões da OBMEP. O reservatório A inicia com 720 litros e perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B parte de 60 litros, recebendo água a uma taxa de 12 litros por hora.

Figura 10- Imagem utilizada para explorar o problema 8


Banco de questões OBMEP). O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y, os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x. Determine o tempo x_0, em horas, indicado no gráfico.

http://matematica.obmep.org.br/

Fonte: OBMEP (2020).

Quadro 11- Questões exploradas no Problema 5

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Escreva a sequência das 10 primeiras horas dos reservatórios A e B.	Identificar e escrever sequências numéricas baseadas em padrões constantes de aumento ou diminuição. Calcular a razão entre os termos consecutivos de uma sequência para determinar se ela é uma PA.
2 - Escreva o termo geral das PA que representam os volumes de água em cada reservatório.	Escrever o termo geral de uma PA utilizando a fórmula adequada. Identificar os parâmetros a_1 e r em uma sequência numérica e aplicá-los corretamente na fórmula do termo geral.
3 - Escreva a lei de formação das funções que representam o volume de água dos reservatórios A e B.	Escrever funções algébricas que representam volumes em função do tempo, utilizando a fórmula do termo geral de PA. Identificar e manipular funções para descrever situações reais envolvendo volumes e tempo.
4 - Usando as funções que você encontrou na questão 1, determine a interseção entre as retas.	Igualar funções afins e resolver equações para encontrar pontos de interseção. Substituir valores nas funções para determinar a coordenada exata do ponto de interseção.
5 - Você encontrou na questão anterior a interseção entre as retas, explique o que essa coordenada representa para situação problema.	Interpretar o significado das coordenadas do ponto de interseção no contexto de um problema prático. Relacionar as funções matemáticas às situações reais representadas por elas.
6 - Usando o termo geral da PA, encontre a interseção dos volumes dos reservatórios A e B.	Utilizar os termos gerais de PA para encontrar pontos de interseção entre duas sequências. Reorganizar e simplificar termos gerais de PA para resolver equações de interseção.
7 - Determine o trigésimo primeiro termo de ambas as PA.	Utilizar o termo geral de uma PA para calcular termos específicos da sequência. Substituir valores na fórmula do termo geral e realizar

	cálculos matemáticos precisos para determinar resultados exatos.
8 - Explique o porquê da interseção das funções ser $x = 30$ e das PA ser $n = 31$.	Diferenciar entre contextos contínuos e discretos na formulação e interpretação de funções e sequências. Aplicar métodos matemáticos apropriados para resolver problemas em contextos contínuos e discretos.

TAREFA 8: (Problema 6: Juros simples).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 1 aula de 45min.

O problema 6 contém o seguinte enunciado: “Maria investiu R$ 1000,00 em uma conta que rende juros simples de 5% ao mês”. A partir disso, foram os estudantes possuem cinco situações-problema (Quadro 12) que relacionam PA, função afim e juros simples.

Quadro 12- Questões exploradas no Problema 6

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Determine a sequência de quanto ela terá em sua conta nos primeiros 6 meses.	Determinar a sequência de valores de um investimento ao longo do tempo com base em uma taxa de juros fixa. Analisar e interpretar sequências de valores financeiros ao longo do tempo, compreendendo a relação entre o principal, a taxa de juros e o tempo.
2 - Escreva o termo geral dessa sequência. Que sequência é essa?	Identificar os parâmetros de uma PA a partir de uma sequência numérica. Escrever o termo geral de uma PA utilizando a fórmula apropriada. Simplificar expressões matemáticas para encontrar formas alternativas de um termo geral.
3 - Coloque esse termo geral no GeoGebra, o que você consegue observar?	Utilizar o GeoGebra, para representar graficamente a situação problema. Analisar e interpretar gráficos de funções lineares e

	suas características.
4 - Determine a função afim que descreve o valor do investimento em função do tempo (em meses).	Escrever funções afins que representam valores de investimento em função do tempo. Utilizar o conceito de juros simples e da representação linear do crescimento do investimento ao longo do tempo para determinar a função que representa o problema dado.
5 - Encontre o tempo exato em que o valor será de $R\$\ 2.000,00$. Para calcular, use as duas fórmulas que você encontrou: o termo geral da PA e a lei de formação da função do primeiro grau. Interprete suas respostas e justifique corretamente.	Utilizar o termo geral de uma PA e a função afim para resolver problemas financeiros. Calcular o tempo necessário para atingir um valor específico de investimento.

TAREFA 10: (Problema 7: O Desafio do Tabuleiro de Xadrez: A Lenda dos Grãos de Arroz).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 2 aulas de 45min

O problema 7 (Figura 11) trata da lenda do jogo de xadrez e envolve a construção de uma sequência geométrica a partir do número de grãos de arroz em cada casa do tabuleiro, dobrando a quantidade a cada nova posição e, a partir disso, o estudante terá que analisar dez questões (Quadro 13).

Figura 11- Print do Problema 7: O Desafio do Tabuleiro de Xadrez: A Lenda dos Grãos de Arroz

Há uma lenda que credita a invenção do xadrez a um brâmane de uma côrte indiana, que, atendendo a um pedido do rei, inventou o jogo para demonstrar o valor da inteligência. O rei, encantado com o invento, ofereceu ao brâmane a escolha de uma recompensa. De acordo com essa lenda, o inventor do jogo de xadrez pediu ao rei que a recompensa fosse paga em grãos de arroz da seguinte maneira: 1 grão para a casa 1 do tabuleiro, 2 grãos para a casa 2, 4 para a casa 3, 8 para a casa 4 e assim sucessivamente. Ou seja, a quantidade de grãos para cada casa do tabuleiro correspondia ao dobro da quantidade da casa imediatamente anterior.

http://matematica.obmep.org.br/

Fonte: Portal da OBMEP.

Quadro 13- Questões exploradas no Problema 7

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Determine a sequência da quantidade de grãos de arroz nas primeiras 10 casas do tabuleiro.	Melhorar a habilidade dos estudantes em resolver problemas ao analisar o crescimento exponencial da quantidade de grãos. Analisar e interpretar o comportamento de sequências geométricas, identificando padrões de crescimento exponencial.
2 - Que tipo de sequência é essa? Qual é o primeiro termo? Qual é a razão?	Identificar uma PG e seus elementos principais, como o primeiro termo e a razão.
3 - Determine o termo geral dessa progressão.	Deduzir a fórmula do termo geral de uma PG ao identificar o padrão na sequência e aplicar os conceitos teóricos aprendidos.
4 - Se você representasse a quantidade de grãos de arroz em cada casa do tabuleiro em um gráfico, que tipo de curva você esperaria ver? Por quê?	Compreender o tipo de curva resultante da representação gráfica de uma PG.
5 - Represente a quantidade de grãos na casa n usando função exponencial.	Representar a quantidade de grãos de arroz em cada casa do tabuleiro utilizando uma função exponencial, refletindo o crescimento exponencial da sequência.
6 - Utilize as fórmulas que	Aplicar as fórmulas deduzidas anteriormente (termo

você encontrou na questão 3 e na questão 4 para determinar a quantidade de grãos de arroz da 20ª casa do tabuleiro.	geral da PG e função exponencial) para calcular a quantidade de grãos de arroz em uma posição específica do tabuleiro.
7 - Faça em seu caderno o esboço do gráfico para as primeiras 10 casas. Faça uma análise desse crescimento.	Prever e compreender o tipo de curva resultante da representação gráfica de uma PG.
8 - Determine a quantidade de arroz da última casa. (Pode deixar em forma de potência).	Utilizar a fórmula do termo geral da PG para calcular a quantidade de grãos de arroz em uma posição específica do tabuleiro.
9 - Usando o GeoGebra, use o controle deslizante para representar o crescimento dos grãos de arroz e escreva aqui os passos que você usou para criar a sequência.	Utilizar o software GeoGebra para criar uma representação gráfica da sequência de grãos de arroz. Aprimorar a habilidade de empregar a linguagem computacional.
10 - Em qual representação fica mais claro observar o crescimento exponencial? E qual representação facilita perceber a relação entre as casas?	Compreender e visualizar o crescimento exponencial utilizando diferentes representações. Mostrar competência em analisar e interpretar tanto gráficos quanto sequências numéricas.

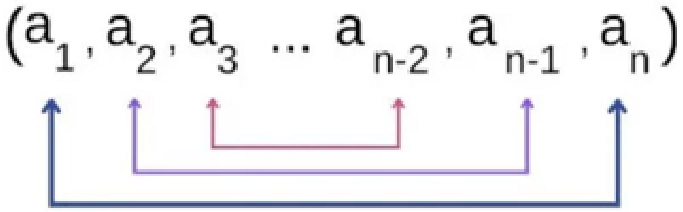
TAREFA 11: (Problema 8: Taxa de Decaimento Radioativo do Rádio-226).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

O problema 8 (Figura 12) explora o fenômeno do decaimento radioativo, com base no gráfico do radônio-226 e na descrição sobre resíduos nucleares. A partir dessas informações, a tarefa contém seis situações-problema (Quadro 14), que abordam os conceitos de meia-vida, PG e função exponencial decrescente.

Figura 12 - Imagem utilizada para explorar o problema 8



Fonte: A autora (2025).

Quadro 14- Questões exploradas no Problema 8

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Observe o gráfico e identifique qual é a massa inicial do rádio-226? Qual é a massa após 1620 anos? E após 3240 anos? O que você observa sobre a relação entre a massa em cada período? É algum tipo de sequência?	Identificar que o decaimento da massa ao longo do tempo segue uma PG com razão $\frac{1}{2}$. Desenvolver a habilidade de identificar padrões matemáticos em dados sequenciais.
2 - Escreva a fórmula geral da PG para calcular a massa do material após n períodos de 1620 anos.	Desenvolver a capacidade de escrever a fórmula geral de uma PG. Aplicar conhecimentos teóricos sobre PG para modelar e resolver problemas relacionados ao decaimento radioativo.
3 - Determine usando a fórmula que você encontrou, qual será a massa do rádio-226 após 4860 anos? E após 6480 anos?	Calcular o decaimento radioativo de uma substância utilizando PG.
4 - Podemos representar o decaimento do rádio-226 como uma função exponencial no tempo (anos)? Qual seria a função se considerarmos o tempo em	Desenvolver a capacidade de aplicar funções exponenciais para calcular a massa restante de um material radioativo ao longo de diferentes períodos. Representar o decaimento exponencial do material radioativo, considerando o tempo em anos e a razão da PG $\frac{1}{2}$.

anos, e não em períodos de 1620 anos?	Aprimorar o raciocínio algébrico ao trabalhar com funções exponenciais e identificar a relação entre tempo e decaimento.
5 - Desenhe o gráfico usando o software GeoGebra. Qual é o formato da curva? A massa chegará a zero?	Identificar que a função exponencial que representa o decaimento radioativo é uma curva decrescente que se aproxima do eixo horizontal, mas nunca atinge zero. Interpretar e descrever o comportamento de uma função exponencial decrescente.
6 - Explique o conceito de meia vida usando a sequência (PG), a função exponencial e o gráfico. Em qual delas fica mais claro de que a massa é reduzida pela metade em intervalos de 1620 anos?	Explicar como cada representação (sequência, função exponencial e gráfico) representa o conceito de meia-vida. Desenvolver a habilidade de interpretar sequências numéricas (PG) para identificar padrões de decaimento. Aprimorar a habilidade em formular e interpretar funções exponenciais. Aprimorar a habilidade em interpretar gráficos exponenciais.

TAREFA 12: (Problema 9: Comparação de Investimentos).
Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.
Tempo estimado: 1 aula de 45min.

O problema 9 (Figura 13) desafia os estudantes a analisar uma situação financeira envolvendo duas opções de investimento, poupança e CDB, com base em seus respectivos rendimentos, considerando também o impacto tributário sobre o ganho no segundo caso. Para viabilizar a análise concreta e contextualizada, foram elaboradas cinco questões (Quadro 15).

Figura 13 - Print Problema 9: Comparação de Investimentos

(Enem/2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Fonte: ENEM (2011).

Quadro 15- Questões exploradas no Problema 9

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Sabendo que o rendimento da poupança é de 0,560% ao mês e que o CDB rende 0,876% ao mês (com um imposto de 4% sobre o ganho), represente os dois investimentos em forma de sequência, do primeiro mês de juro até o quinto mês de juros.	Calcular a sequência de rendimentos para os dois tipos de investimento, considerando o rendimento mensal e o imposto sobre o CDB. Desenvolver a capacidade de aplicar conhecimentos teóricos de matemática financeira para resolver problemas práticos.
2 - Observe a razão que você usou para encontrar os termos da questão anterior, que sequências são essas? Represente o termo geral de ambas, use P para o valor inicial do investimento e n o número de meses.	Identificar que as sequências são PG e representar o termo geral de ambas utilizando as razões apropriadas. Aplicar a fórmula geral de uma PG para modelar os investimentos financeiros.
3 - Agora, fixando o valor de R$ 500,00, represente o saldo de cada investimento ao longo dos meses usando função exponencial.	Utilizar as fórmulas apropriadas para representar o saldo dos investimentos ao longo dos meses usando funções exponenciais, onde cada fórmula deverá levar em consideração o valor inicial de R$ 500,00 e os rendimentos mensais.

4 - Plote no GeoGebra as funções que você encontrou, observando os gráficos, a vantagem inicial do CBD sobre a poupança diminui com o tempo?	Observar adequadamente os gráficos das funções plotadas no GeoGebra e concluir que a vantagem inicial do CDB sobre a poupança aumenta com o tempo.
5 - Observe a sequência que você criou na questão 1, as funções que você determinou na questão 3 e os gráficos que você plotou na questão 4. Como cada uma dessas representações ajuda a entender o problema de maneiras diferentes?	Explicar como cada representação ajuda a entender o problema de maneiras diferentes. Reconhecer que a sequência numérica permite visualizar o crescimento dos investimentos mês a mês, proporcionando uma visão detalhada e passo a passo do rendimento ao longo do tempo. Compreender que a expressão exponencial permite calcular o saldo dos investimentos para qualquer período de forma rápida e eficiente. Interpretar que o gráfico ilustra visualmente o crescimento exponencial dos investimentos ao longo do tempo, facilitando a compreensão do comportamento de ambas.

TAREFA 15: (Problema 10: Análise do padrão da sequência de construção de quadrados).

Materiais de ensino: Computador com acesso à internet.

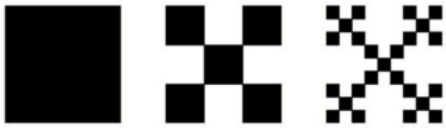
Tempo estimado: 2 aulas de 45min.

O problema 10 (Figura 14) desafia os estudantes a identificar uma regularidade nas subdivisões de quadrados, que passam por remoções específicas em cada etapa. Para isso, foram elaboradas oito situações-problema (Quadro 16), com o objetivo de promover o aperfeiçoamento dos argumentos ao longo das atividades.

Figura 14 - Print Problema 10: Análise do padrão da sequência de construção de quadrados

BANCO DE QUESTÕES OBMEP

Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



Na etapa 1, há um único quadrado com lado 1. Na etapa 2, esse quadrado foi dividido em nove quadrados congruentes, sendo quatro deles retirados, como indica a figura. Na etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior. Nessas condições, qual a área restante na etapa 5?

`http://matematica.obmep.org.br/`

Fonte: Portal da OBMEP.

Quadro 16- Questões exploradas no Problema 10

QUESTÕES	HABILIDADE/COMPETÊNCIA
1 - Qual é a área total do quadrado na Etapa 1? E quantos quadrados são removidos na Etapa 2?	Interpretar corretamente a subdivisão de um quadrado em partes menores e determinar a fração das partes removidas e restantes.
2 - Observe a sequência das etapas, quantos quadrados permanecem em cada etapa após a remoção? Monte a sequência dos 3 primeiros termos e observe se existe algum padrão.	Desenvolver a habilidade de identificar termos e padrões em sequências geométricas.
3 - Determine o termo geral da PG.	Aprimorar o raciocínio algébrico necessário para aplicar a fórmula do termo geral em PG.
4 - Calcule a área restante da Etapa 5.	Analisar e interpretar a fórmula do termo geral para calcular a área restante em uma sequência de etapas.
5 - Se representarmos graficamente a área restante $f(x)$ em função do número x de etapas, qual tipo de curva observaríamos? Determine a	Desenvolver a habilidade de interpretar e descrever funções exponenciais, entendendo seu comportamento a longo prazo. Aprimorar o raciocínio matemático necessário

lei de formação dessa função e plote no GeoGebra. O que o gráfico nos diz sobre o comportamento da área?	para formular a lei de formação de uma função exponencial e representá-la graficamente.
6 - Determine a soma das áreas restantes da sequência.	Desenvolver habilidades em calcular somas infinitas de PG utilizando a fórmula apropriada.
7 - Se, em vez de reduzir multiplicadamente, uma área fosse reduzida de forma constante (ou seja, retirando uma área fixa a cada etapa), como seria o comportamento da área restante? (Utilize diferentes representações para interpretação, como sequência, expressão da função e gráfico).	Aprimorar a habilidade de analisar e interpretar o comportamento de sequências aritméticas e suas representações gráficas.
8 - Explique qual tipo de representação (sequência numérica, lei de formação, gráfico) possibilita o cálculo rápido do 10º termo da sequência. Qual representação facilita a visualização do o declínio exponencial, mostrando que a área está tendendo a zero? Qual representação facilita a visualização da diferença padrão entre os termos?	Compreender e identificar qual representação é mais adequada para diferentes tipos de análises e cálculos. Aperfeiçoar a interpretação de gráficos e sequências numéricas, entendendo seu comportamento e padrão.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional apresentado neste trabalho foi desenvolvido com o objetivo de ampliar as possibilidades de ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente no estudo de progressões aritméticas e geométricas, bem como das funções afim e exponencial. A proposta se estrutura em dois capítulos: o primeiro, com tarefas exploratórias apoiadas por OVA, e o segundo, com problemas contextualizados.

Ao integrar recursos digitais, o material busca promover uma abordagem mais dinâmica e investigativa dos conteúdos abordados, favorecendo a autonomia e o protagonismo dos estudantes. A utilização do software GeoGebra como ferramenta central permite explorar diferentes formas de representação e facilita a visualização de conceitos abstratos.

Embora o material esteja organizado como uma sequência didática, ele foi pensado como um recurso flexível, que pode ser adaptado às diversas realidades escolares e aos diferentes estilos de ensino. O professor tem liberdade para ajustar o tempo de aplicação, selecionar os exemplos mais adequados à sua turma e explorar os conteúdos conforme os objetivos pedagógicos específicos.

Dessa forma, este produto educacional se apresenta como um suporte ao trabalho docente, oferecendo subsídios para o planejamento de aulas investigativas e interativas. Ao valorizar o uso de tecnologias e propor situações que exigem análise, argumentação e tomada de decisão, o material contribui para a formação de estudantes mais críticos e reflexivos.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática.** 2. ed. São Paulo: Autêntica, 2012.

DUVAL, R. **Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática?** [trad. Méricles Thadeu Moretti]. Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat. vol 13, n. 2. p. 1-27. Santa Catarina: Florianópolis, 2018.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.