Triângulos e Isometrias em Ambientes de Geometria Dinâmica

Uma Proposta Formativa com GeoGebra

Autor: Matheus Teixeira da Silva

Sob orientação de: Gisela Maria da Fonseca Pinto

Sumário

APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional é resultado direto da pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (PPGEDUCIMAT/UFRRJ), derivando especialmente das análises, reflexões e experimentações descritas no Capítulo 4 da dissertação *Estudo de Triângulos e Isometrias com GeoGebra*

A partir da constatação, ao longo da pesquisa, de que conteúdos de Geometria — particularmente triângulos e isometrias — ainda são frequentemente trabalhados de modo excessivamente algorítmico, descontextualizado e com baixa exploração visual, estruturou-se uma sequência didática que tem como eixo central o uso pedagógico do software GeoGebra. A proposta incorpora princípios de aprendizagem significativa, investigação guiada, mediação docente intencional e utilização de Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD) como recurso para promover a compreensão conceitual e a experimentação matemática.

O produto foi desenvolvido para atender tanto professores em exercício quanto licenciandos em formação inicial, oferecendo um conjunto de atividades de média duração que articulam conteúdos geométricos fundamentais — isometrias, propriedades de triângulos, condições de existência e congruência — com ferramentas digitais que permitem manipulação, visualização e testagem de conjecturas. As atividades foram aplicadas e analisadas no contexto da disciplina de Geometria Euclidiana em um curso de Licenciatura em Matemática, gerando evidências sobre o papel do GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem e à prática docente

Ao apresentar esta sequência, espera-se oferecer ao professor um material acessível, adaptável e alinhado às demandas contemporâneas da Educação Matemática, favorecendo a aproximação entre teoria, prática e tecnologia — dimensões estruturantes do mestrado profissional e da formação de educadores.

PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DIDÁTICA – GEOGEBRA, GEOMETRIA, TRIÂNGULOS E ISOMETRIAS

Este texto apresenta o produto educacional desenvolvido no contexto deste mestrado profissional: uma sequência didática voltado à formação de professores e licenciandos em Matemática, com foco no ensino de Geometria por meio do uso do GeoGebra. A sequência de atividades foi estruturada como uma proposta formativa de média duração, centrada na articulação entre conteúdos geométricos — especialmente triângulos e isometrias — e a exploração de suas propriedades em ambiente de geometria dinâmica.

A elaboração das atividades teve como base os princípios da aprendizagem significativa, da mediação tecnológica e da construção ativa do conhecimento. As atividades foram desenhadas com o objetivo de proporcionar experiências didáticas que possam ser adaptadas à prática docente cotidiana, promovendo a integração entre teoria e prática, entre o conhecimento matemático e as possibilidades pedagógicas do uso de softwares educacionais.

Nos tópicos que se seguem, serão descritas as duas aulas que compõem a sequência didática, destacando-se os objetivos de aprendizagem, a estrutura das atividades e os principais resultados observados durante sua aplicação. A proposta, além de servir como material de apoio ao professor, constitui-se como possibilidade concreta de inovação nas práticas de ensino da Geometria.

Aula 1 - Isometrias

A) Isometria: Rotação

A ideia inicial aqui é realizar as atividades propostas num primeiro momento, dando a possibilidade dos participantes utilizarem das ferramentas do GeoGebra que envolva os conceitos de rotação. A partir disso, após a realização e análise das atividades, os próprios participantes buscarão definir as propriedades e características de uma rotação.

Atividade 1

Construa os pontos O e P. Acesse a ferramenta ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO e clique sequencialmente em P, O e na caixa de diálogo que se abre, digite 60˚. Vai surgir na tela o ponto P'. Construa o triângulo POP'.

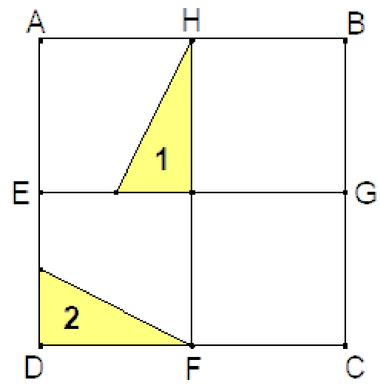
a) Quais as características do triângulo POP'?

b) Descreva um método para construir a imagem de um ponto P por uma rotação de ângulo 60o em torno de um ponto O. Atenção, neste caso, não é permitido usar a opção "Rotação". Você mesmo deve construir, a la Euclides, isto é, utilizando como ferramentas uma régua e um compasso.

Atividade 2

Uma rotação transforma a Figura 1 na Figura 2. Obtenha o centro e o ângulo da rotação

Figura 1: Atividade 2 - Rotação



Fonte: Elaborada pelo autor

Atividade 3

Criar um segmento AB. A seguir, construir um triângulo eqüilátero de lado AB utilizando a ferramenta “Rotação”.

1- Construir um segmento qualquer AB.

2- Com a ferramenta ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO selecionada, realize a rotação do segmento AB com centro em A e ângulo de 60º (sentido anti-horário).

3- Com a ferramenta ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO selecionada, realize a rotação do segmento AB com centro e B e ângulo de 60º (sentido horário)

4- Forma-se um triângulo Equilátero.

Definição: a Rotação é uma isometria no plano que rotaciona todos os pontos de um objeto geométrico em torno de um ponto (vértice), tomado como eixo de rotação em um mesmo ângulo, denominado ângulo de rotação, e em um mesmo sentido, chamado de sentido da rotação.

Propriedade da rotação: a distância de cada ponto rotacionado até o ponto central permanece a mesma. Apenas a posição relativa é alterada.

B) Isometria: Reflexão

A ideia inicial aqui é realizar as atividades propostas num primeiro momento, dando a possibilidade dos participantes utilizarem das ferramentas do GeoGebra que envolva os conceitos de rotação. A partir disso, após a realização e análise das atividades, os próprios participantes buscarão definir as propriedades e características de uma rotação.

Atividade 1

Considere um ponto A e uma reta r. Construir o simétrico A' de A em relação à reta r usando a opção “Reflexão em relação uma reta” do menu.

Considere um ponto P qualquer pertencente à reta r.

a) Quais as características do triângulo APA'?

b) Relacione a reta r com o segmento AA'.

c)Relacione a reta r com o ângulo APA'.

Atividade 2

Construir três pontos não alinhados e nomeá-los de A, A’ e B. O ponto A’ representa o simétrico de A em relação a uma reta. Construir o simétrico de B em relação a essa mesma reta.

Atividade 3

Construir um triângulo $A_oB_oC_o$ e um ponto O.

a) Rotacione o triângulo $A_oB_oC_o$ em torno do centro O sob ângulo de 60º, encontrando o triângulo MNP.

b) A seguir, construa duas retas s1 e s2 passando por O de modo que a reflexão do triângulo $A_oB_oC_o$ na reta s1 obtendo o triângulo A1B1C1, seguida da reflexão do triângulo A1B1C1 em relação à reta s2, transforme o triângulo $A_oB_oC_o$ no triângulo MNP.

Definição: Reflexão no plano é uma transformação geométrica do ponto, da reta, do plano ou do espaço que "espelha" todos os pontos em relação, respectivamente, a um ponto (dito centro de reflexão) e uma reta (dita eixo de reflexão ou eixo de simetria) (LIRA, 2015)

Propriedades: Na reflexão, as coordenadas de cada ponto da figura original são invertidas em relação ao eixo de reflexão. Em outros termos, cada ponto A, B e C, está a mesma distância do eixo x, de reflexão, que estão os pontos A', B' e C'.

C) Isometria: Translação

A ideia inicial aqui é realizar as atividades propostas num primeiro momento, dando a possibilidade dos participantes utilizarem das ferramentas do GeoGebra que envolva os conceitos de rotação. A partir disso, após a realização e análise das atividades, os próprios participantes buscarão definir as propriedades e características de uma rotação.

Atividade 1

Criar um triângulo e um vetor qualquer. A seguir, transladar cada um desses objetos segundo o vetor dado sem utilizar a opção “Translação”.

Ao final, utilize a ferramenta “Translação” para validar suas construções, sempre movimentando os objetos iniciais e também o vetor.

Atividade 2

Duas figuras A e A´ são congruentes se existe uma isometria F do plano no plano que transforma A em A´, ou seja, tal que F(A)=A´

No quadriculado abaixo temos cinco triângulos retângulos congruentes entre si. Para passar do triângulo 1 para o triângulo 2 uma possibilidade é fazer uma translação segundo o vetor BD seguido de uma reflexão segundo a reta BD.

Pergunta-se: Para passar do triângulo

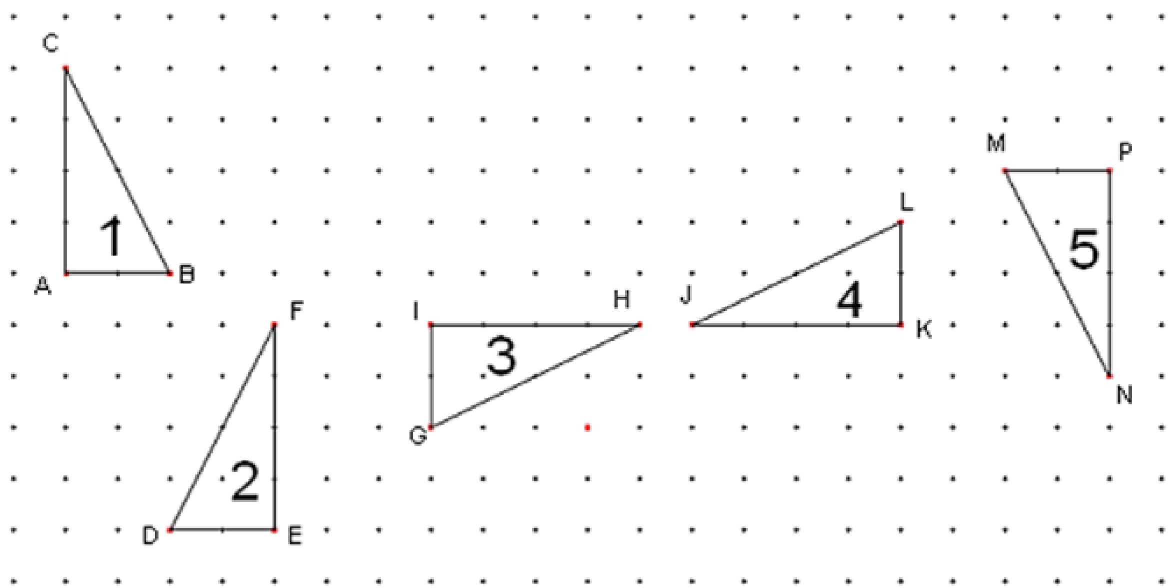
a) 1 para o triângulo 3 que transformações são necessárias ?

b) 1 para o triângulo 4 que transformações são necessárias ?

c) 1 para o triângulo 5 que transformações são necessárias ?

d) 2 para o triângulo 3 que transformações são necessárias ?

Figura 2: Atividade 2 - Translação



Fonte: Elaborada pelo autor

Definição: Uma translação é uma isometria que desloca a figura original segundo uma direção, um sentido e um comprimento (vetor).

Propriedades: As translações conservam a direção e o comprimento de segmentos de reta, e as amplitudes dos ângulos. Na simetria de translação, a figura "desliza" sobre uma reta, mantendo-se inalterada.

Aula 2 – Triângulos

Atividade 1: Condição de Existência de um triângulo

1- abrir uma tela nova no GeoGebra Classic

2- Ocultar os eixos e a malha

3- Criar três segmentos de medidas quaisquer AB, CD e EF

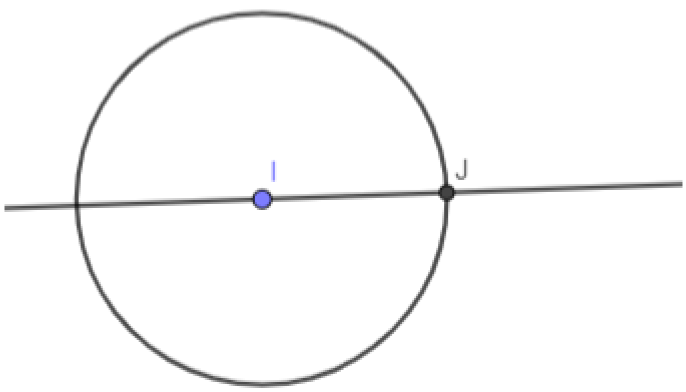
4- Criar uma reta GH sendo G e H pontos quaisquer na tela

5- criar ponto I sobre reta GH (ponto sobre objeto)

6- usando a ferramenta compasso, clicar sobre o segmento AB (que vai ser o raio do “compasso”) e no ponto I (que vai ser o “centro” do compasso).

7- usando a ferramenta INTERSEÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, clico no ponto de interseção entre a reta GH e a circunferência determinada no passo 6

Figura 3: Atividade 1 - Triângulos



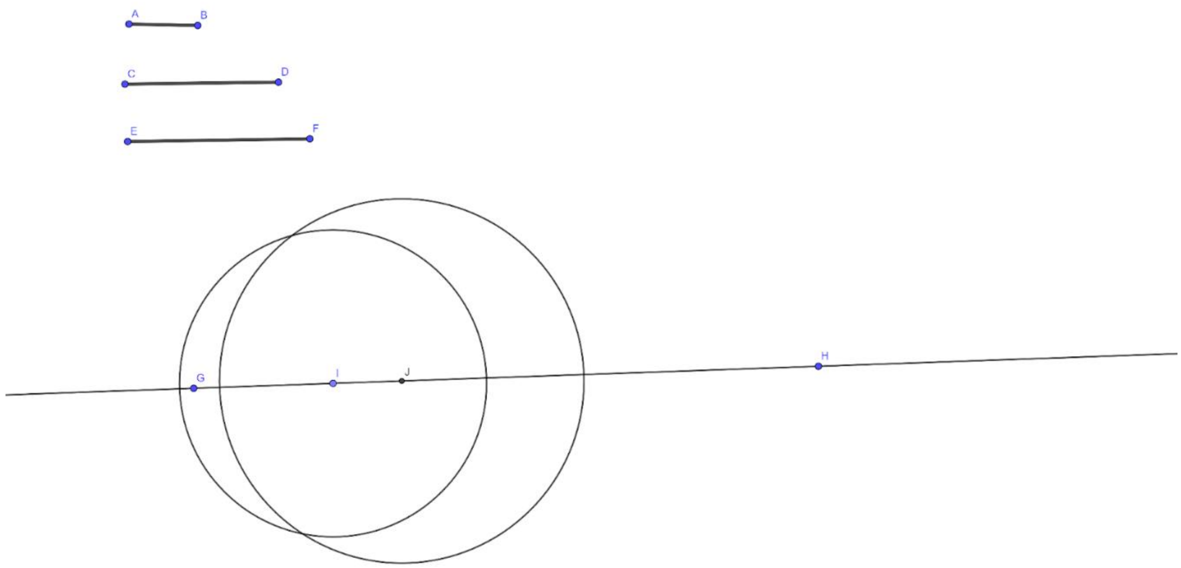
Fonte: Elaborada pelo autor

8- esconder a circunferência construída no passo 6

9- com a ferramenta COMPASSO, clico no segmento CD e no ponto I, determinando circunferência de raio CD e centro I

10- com a ferramenta compasso, clico no segmento EF e no ponto J

Figura 4 Atividade 1- Triângulos (1.1)



Fonte: Elaborada pelo autor

11- observe que assim obtivemos dois pontos de interseção entre as duas circunferências traçadas. Escolha um desses pontos e marque a interseção, usando a ferramenta INTERSEÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, criando assim o ponto K.

12- esconda as circunferências criadas nos passos 9 e 10

Agora, observando e manipulando a sua construção, responda:

a. movimente o ponto B, variando o comprimento do segmento AB, de forma que sua medida fique igual à medida da soma dos segmentos CD e EF. O que você observa?

b. Continue movimentando o ponto B, agora de maneira que o segmento AB tenha medida maior que a medida da soma dos segmentos CD e EF. O que você observa?

(outras perguntas relacionadas aos outros segmentos).

c. Relacione as suas observações com a Condição de Existência de um Triângulo

"Dados três segmentos quaisquer, esses três segmentos serão lados de um triângulo se e somente se a medida da soma de quaisquer dois desses segmentos for menor que a medida do terceiro"

d. Dê sugestões de outras atividades ou de alterações nessa atividade que podem ser realizadas com seus alunos.

(ideia do canudinho, régua e compasso; barbante; alguma que trouxesse interação com os alunos etc.)

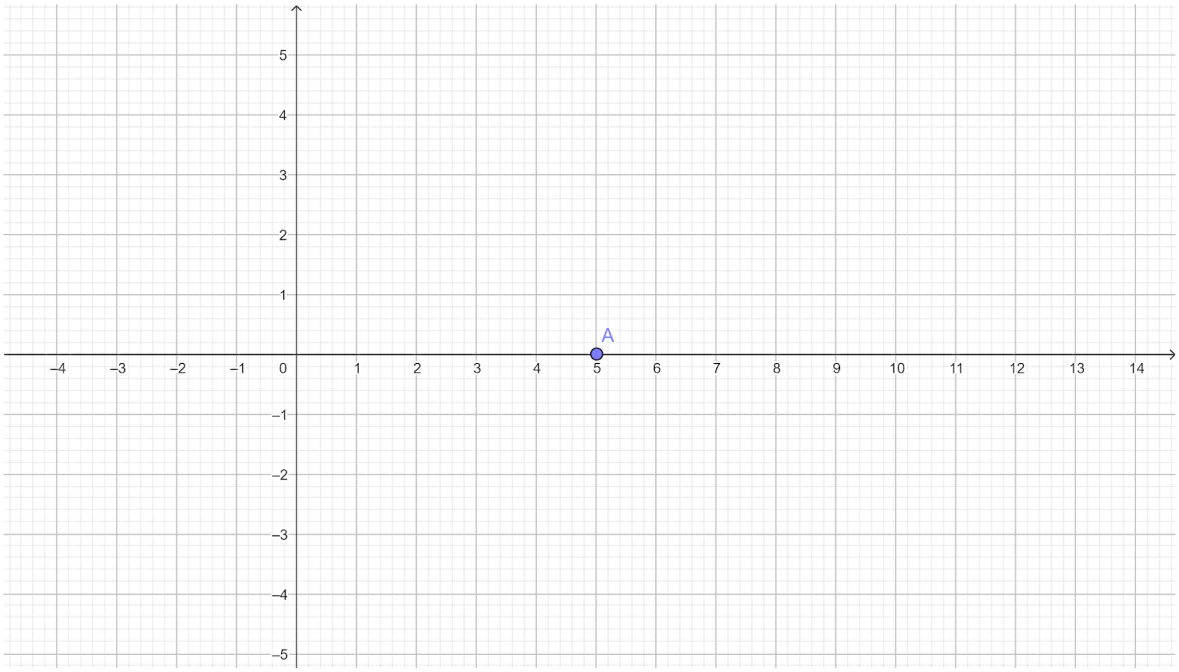
Atividade 2 - Classificação dos triângulos (Lados)

2.1 - Triângulo Equilátero

1- Abrir uma tela nova no GeoGebra Classic;

2- Utilizando a ferramenta "ponto", criar um ponto sobre o eixo das abscissas, de modo que tenha exatamente o tamanho desejado da base, exemplo para uma base igual a 5cm:

Figura 5: Atividade 2 - Triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor

3- Com a ferramenta “Círculo: ponto e raio”, clique sobre o ponto criado e digite o valor do raio de acordo com o tamanho da base escolhida.

4- Com a ferramenta “Intersecção entre dois objetos, crie um ponto C de interseção entre o círculo criado e o eixo das abscissas.

Figura 6: Atividade 2 - Triângulos (1.2)

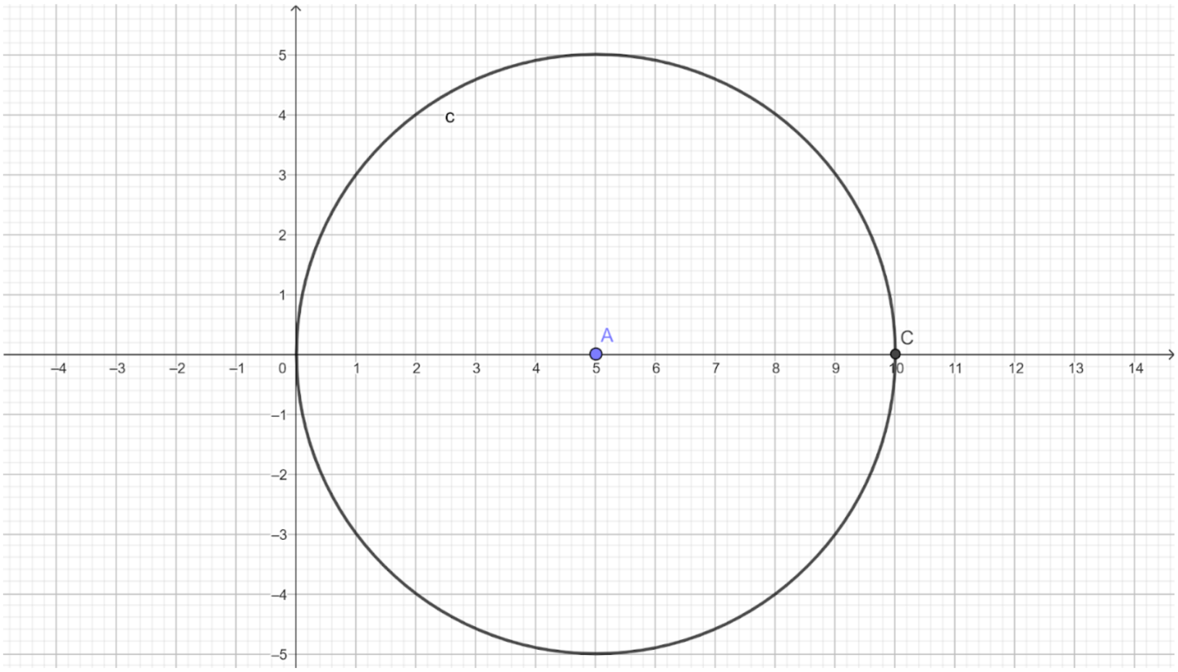
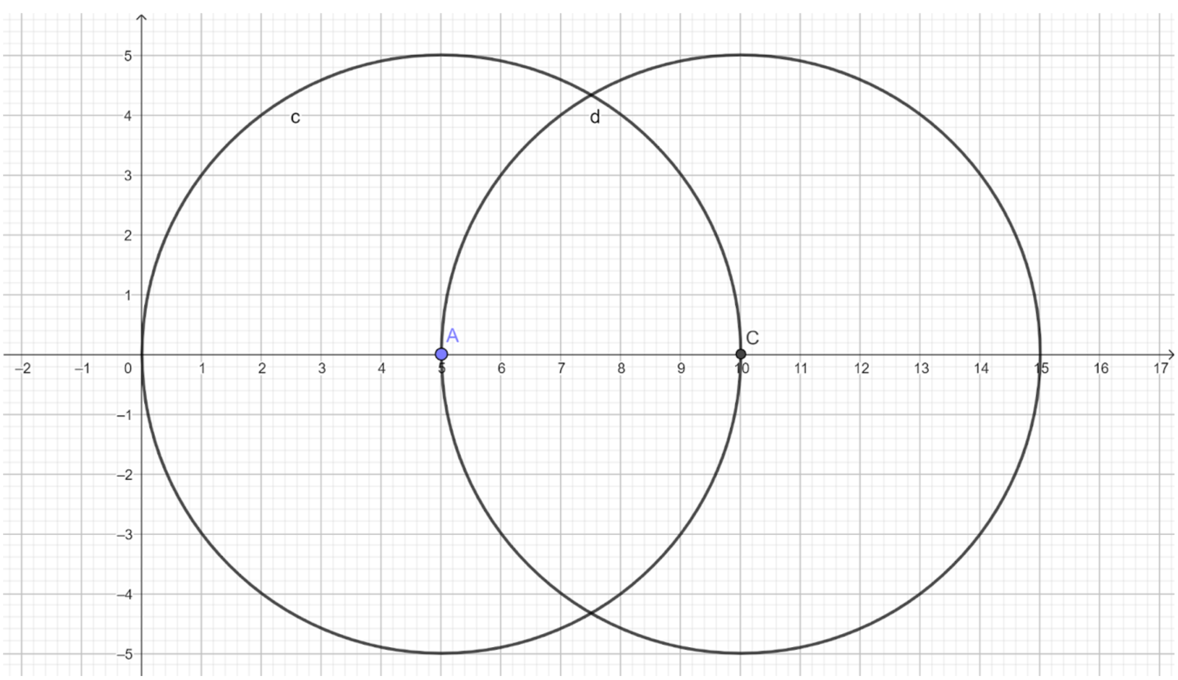


Figura 7 Fonte: Elaborada pelo autor

5- Novamente com a ferramenta "Círculo: ponto e raio" selecionada, clique no ponto C criado e defina o raio de acordo com o tamanho da base selecionada.

Figura 8: Atividade 2 - Triângulos (1.3)

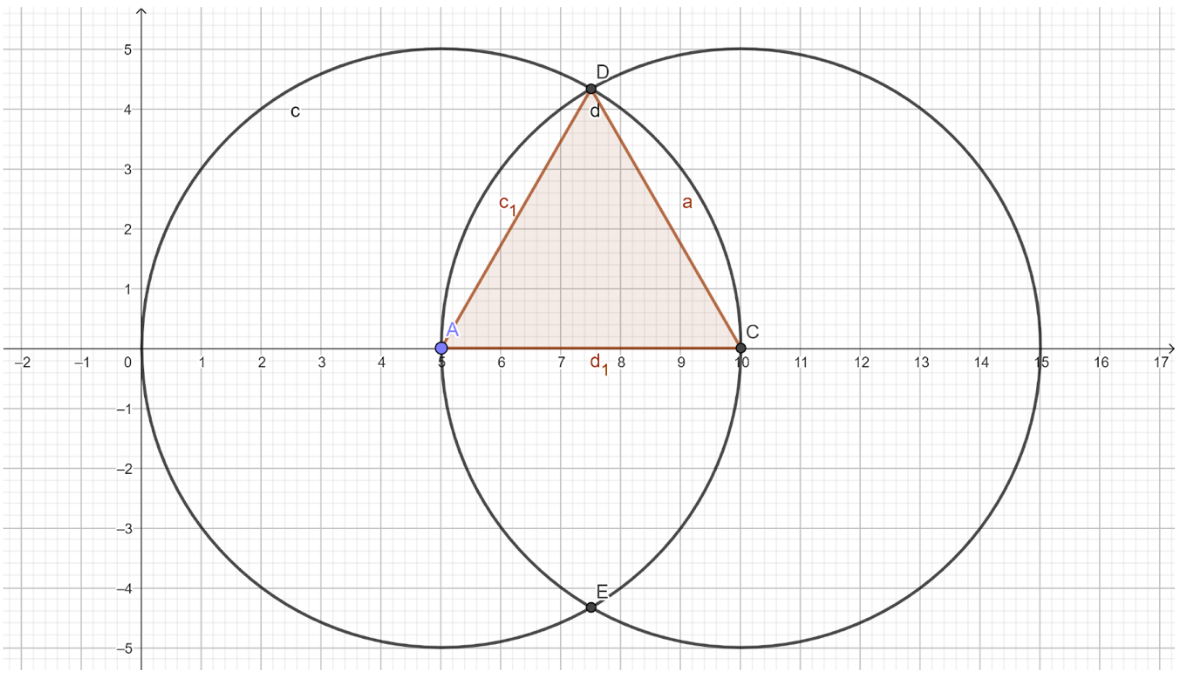


Fonte: Elaborada pelo autor

6- Novamente com a ferramenta “Intersecção entre dois objetos” selecionada, crie um ponto de interseção entre as duas circunferências criadas. Há duas possibilidades, uma vez que há dois pontos de interseção.

7- Com a ferramenta “Polígono” Selecionada, crie um triângulo ACD ou ACE.

Figura 9: Atividade 2 - Triângulos (1.4)



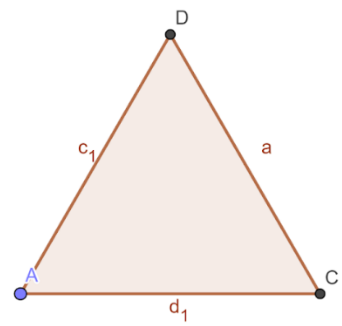
Fonte: Elaborada pelo autor

8- Clique com o botão direito do mouse na tela e clique em “Exibir eixos”.

9- Clique novamente com o botão direito do mouse na tela e clique em “Exibir malhas” e logo em seguida, clique em “Sem malhas”.

10- Clique com o botão direito sobre uma das circunferências e depois clique em “Exibir Objeto”, em seguida repita o mesmo passo na outra circunferência.

Figura 10: Atividade 2 - Triângulos (1.5)



Fonte: Elaborada pelo autor

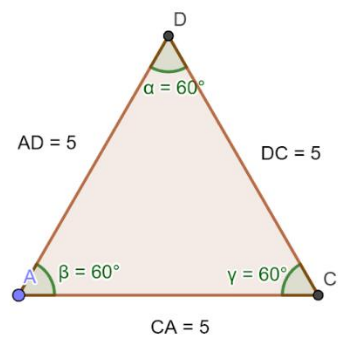
11- É possível “esconder” os objetos criados (c1, d1 e a). Basta clicar com o botão direito do mouse sobre cada um deles e depois em “Exibir Rótulo”.

12- Foi criado um triângulo Equilátero de lado 5cm. Vamos verificar que realmente é triângulo equilátero. Quais são as características de um triângulo Equilátero?

13- Com a ferramenta “Ângulo” Selecionada, clique sobre o triângulo criado, então o GeoGebra calculará os ângulos internos deste triângulo.

14- Com a ferramenta “Distância, comprimento ou perímetro” selecionada, clique em cada um dos lados do triângulo. Com essa ferramenta é possível verificar o comprimento de cada um dos lados do triângulo criado.

Figura 11: Atividade 2 - Triângulos (1.6)



Fonte: Elaborada pelo autor

2.2 - Triângulo Isósceles

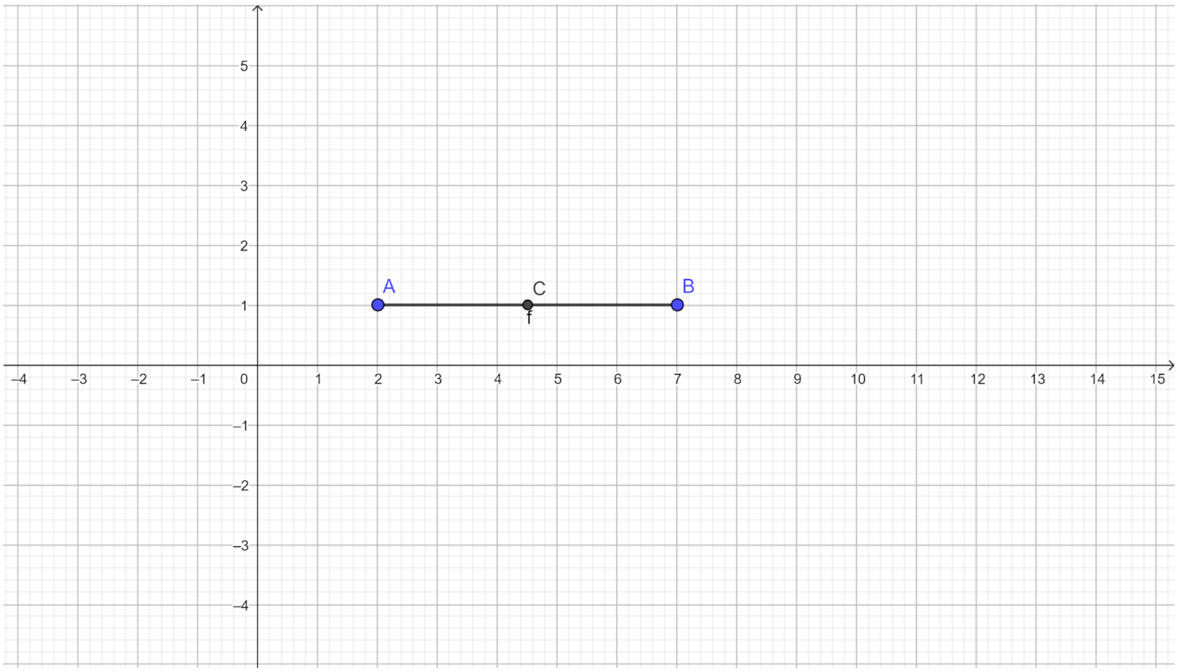
Em uma tela nova no GeoGebra Geometria

1- Com a ferramenta “Ponto” selecionada, crie dois pontos A e B (de preferência colineares, para que se tenha uma didática melhor).

2- Com a ferramenta “segmento” selecionada, crie o segmento AB.

3- Com a ferramenta “Ponto médio ou centro” crie o ponto médio C do segmento AB clicando nas extremidades do segmento ou sobre o segmento AB.

Figura 12: Atividade 2.2 - Triângulo Isósceles



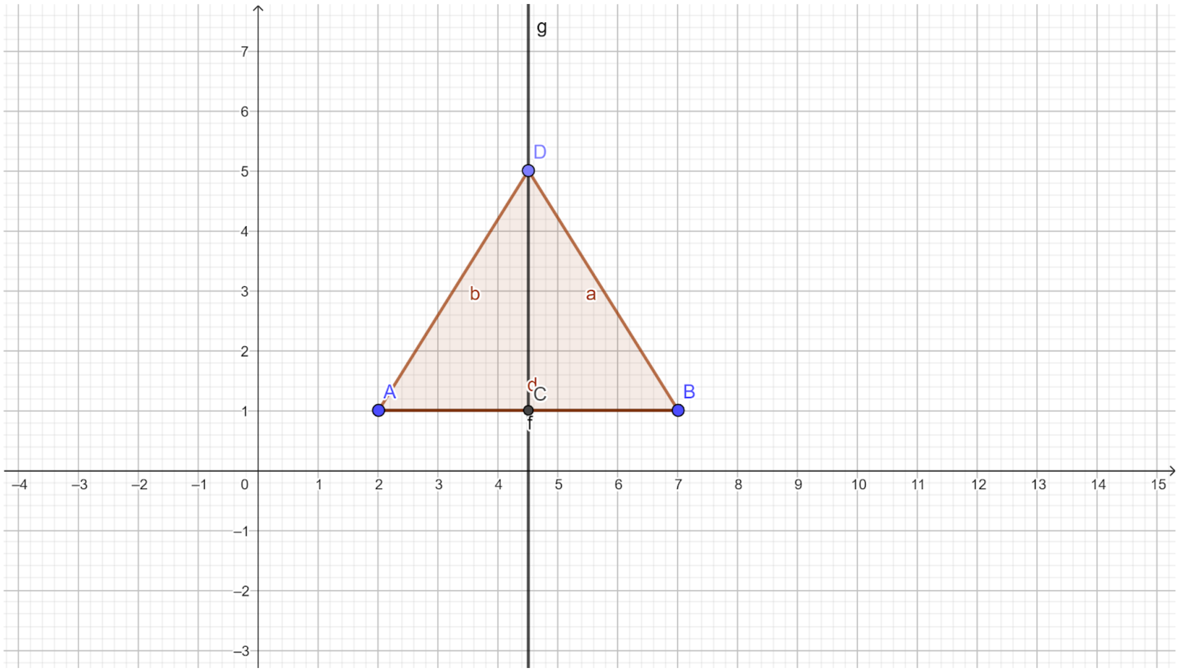
Fonte: Elaborada pelo autor

4- Vamos construir a mediatriz do segmento AB. Com a ferramenta "Reta perpendicular" crie uma reta perpendicular ao segmento AB passando pelo ponto C médio de AB. Para isso, basta clicar no segmento AB e em seguida no ponto C, médio do mesmo.

Obs.: você também poderia usar a ferramenta *mediatriz*.

5- Tome um ponto D na mediatriz construída no passo anterior usando a ferramenta PONTO EM OBJETO. Observe que o ponto D se move livremente sobre a mediatriz construída. Com a ferramenta "Polígono" selecionada, crie um triângulo clicando no ponto A, no ponto D e no ponto B, fechando o polígono clicando no ponto A novamente.

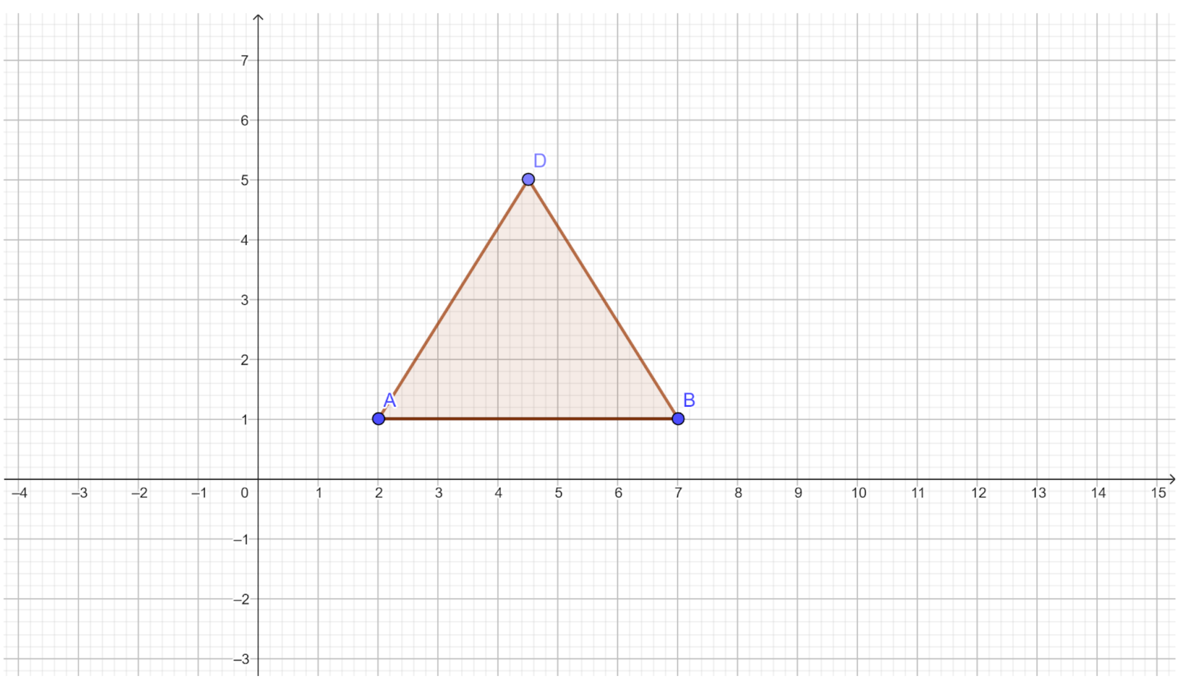
Figura 13:Figura 16: Atividade 2.2 - Triângulo Isósceles (1.1)



Fonte: Elaborada pelo autor

6- Esconda os objetos não necessários para nosso estudo, para isso, basta clicar sobre o objeto e "Exibir rótulo ou "Exibir Objeto".

Figura 14: Figura 16: Atividade 2.2 - Triângulo Isósceles (1.2)



Fonte: Elaborada pelo autor

7- Com a ferramenta “ângulo” selecionada, clique sobre o triângulo criado. O que foi possível observar sobre as medidas desses ângulos?

8- Mova os pontos A, B e D do triângulo e verifique o comportamento da figura. Descreva o movimento. O que é possível concluir?

9- Com a ferramenta “Distância, comprimento ou perímetro” selecionada, meça os lados AB, AD e BD do triângulo. O que foi possível observar sobre as medidas desses lados?

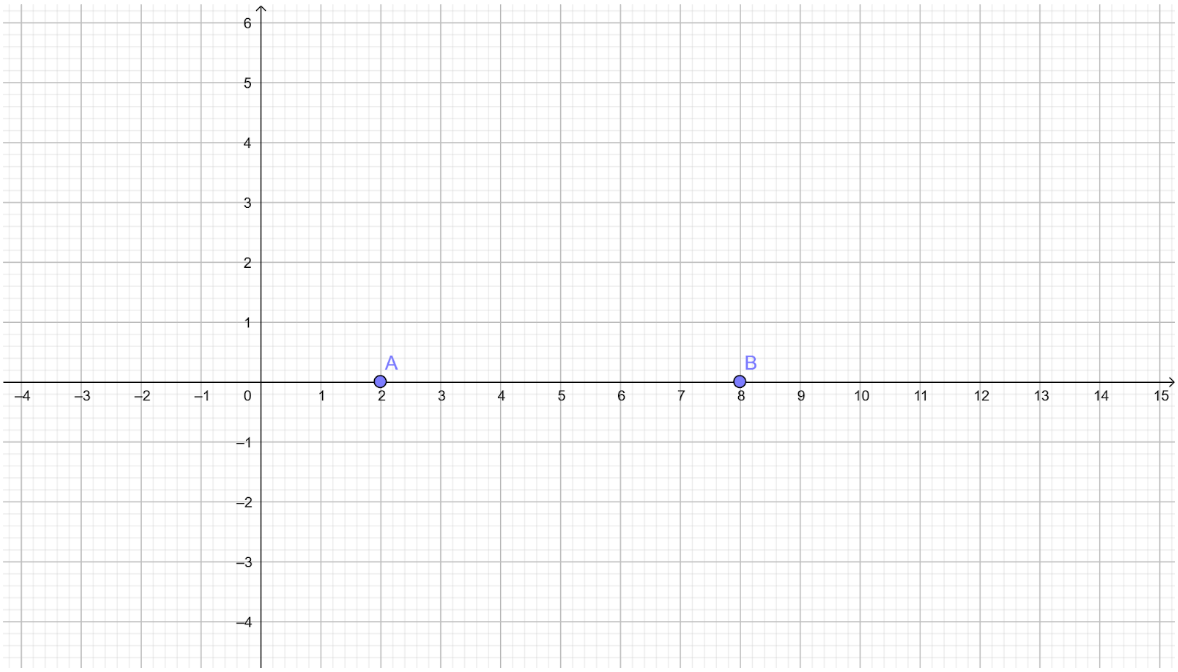
10- Mova novamente os pontos A, B e D do triângulo e verifique o comportamento do mesmo. O que é possível concluir?

11- Com isso, foi criado um triângulo Isósceles e estudado as suas características e propriedades. Agora, escreva a sua definição para triângulo isósceles, com as suas palavras.

2.3 - Triângulo Qualquer

1- Com a ferramenta “Ponto” selecionada, crie um ponto A e, usando a ferramentga SEGMENTO COM COMPRIMENTO FIXO, clique em A e na caixa de diálogo que se abre digite o comprimento que você deseja que o segmento tenha - por exemplo, 6. Vai surgir o ponto B e o segmento AB cuja medida é igual a 6.

Figura 15: Atividade 2.3 - Triângulo qualquer

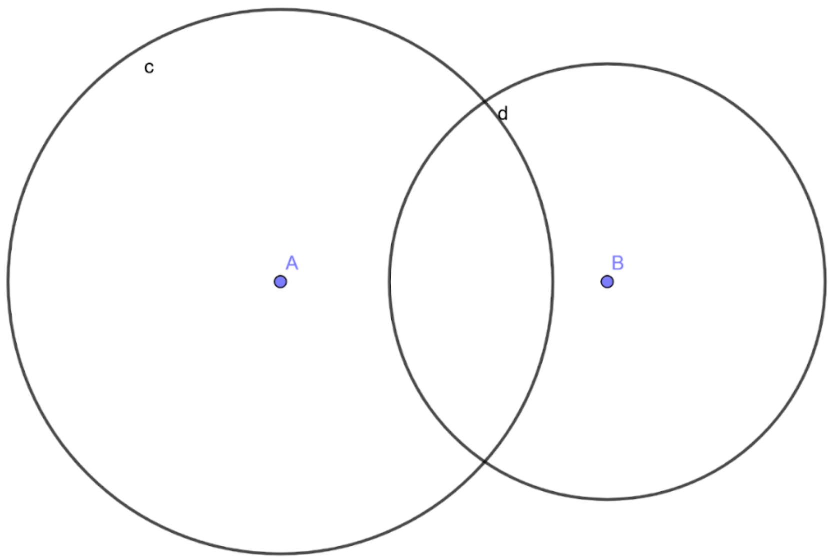


Fonte: Elaborada pelo autor

2- Esconda as malhas e os eixos da tela.

3- Com a ferramenta “Círculo: centro e raio” selecionada, crie um círculo de centro no ponto A e um raio diferente do segmento AB. Em seguida, repita o mesmo procedimento, entretanto, tomando como centro o ponto B. Exemplo: r = 5cm e r = 4cm.

Figura 16: Figura 19: Atividade 2.3 - Triângulo qualquer (1.1)



Fonte: Elaborada pelo autor

4- Com a ferramenta “Ponto de interseção entre dois objetos” selecionada, crie os pontos de interseção entre as duas circunferências. Sempre será possível determinar os pontos de interseção? Se sim, justifique; se não, indique em que condições não será possível criar os pontos de interseção entre os dois círculos.

5- Com a ferramenta “Polígono” selecionada, crie um triângulo que tenha como extremidade o ponto A, B e um dos pontos de interseção (C ou D) entre as duas circunferências.

6- Esconda os objetos que não serão necessários para nosso estudo.

7- Com a ferramenta “Ângulo” selecionada, clique no triângulo criado para identificarmos os ângulos internos desse triângulo. Mova os pontos A e B e observe o comportamento da figura. O que você pode observar em relação à medida dos ângulos em A, B e C (ou D)??

9- Com a ferramenta “Distância, comprimento ou perímetro” selecionada, clique nos segmentos AC, AB e BC (ou AD, AB e BD). O que é possível observar?

10- Mova novamente os pontos A e B do triângulo e observe seu comportamento. O que é possível concluir?

11- Com isso, criamos um triângulo escaleno e analisamos as suas características e propriedades.

Aula 3 - Congruência de Triângulos a partir das isometrias

Situação-problema: Considere a existência de um intervalo linear pertencente a um percurso de um determinado rio, construa uma ponte nesse rio, de modo a se gastar a menor quantidade possível de material (asfáltico), em duas estradas distintas que liguem a ponte a duas cidades, A e B, que estão localizadas na mesma margem do rio. A meta é obter o traçado das estradas de forma que o comprimento total seja o menor possível.

1º) Construa uma reta r que irá representar o rio.

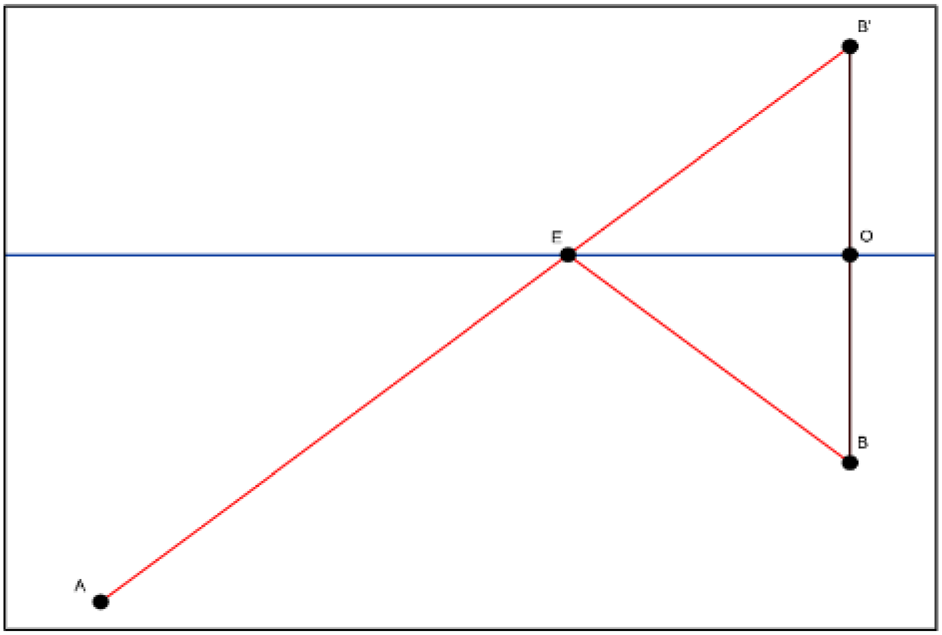
2º) Construa dois pontos A e B para representar as cidades.

3º) Com a ferramenta REFLEXÃO EM RELAÇÃO A UMA RETA selecionada, escolha um dos pontos para realizar a reflexão em relação a reta r (adotaremos neste caso o ponto B).

4º) Logo, pelos caso de congruência lado, ângulo e lado (LAL), os triângulos BOE e B'OE são congruentes . De fato, pois o segmento OE é comum a ambos os triângulos BÔE ≡ B'ÔE ≡ 90º e BO ≡ OB' (o símbolo ≡ significa congruência). Então, BE ≡ B'E.

5º) Sabendo que o segmento AB' é a menor distância entre os pontos A e B' (pois na Geometria Euclidiana a menor distância entre os pontos A e B' distintos é o segmento de reta cujas extremidades são os pontos A e B') e que BE ≡ B'E, segue que AB' = AE + EB' = AE + EB, como AB' é a menor distância, tem-se que AE + EB é a menor distância, logo, o ponto E ilustrado a seguir na Figura é o local onde a ponte deverá ser construída.

Figura 17: Aula 3 - Congruência de triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor

Aula 4 - Problemas que envolvem isometrias / ângulos nos triângulos / soma dos ângulos internos a partir das isometrias

Atividade 1

1. Construa no GeoGebra três triângulos com medidas 4 u.c, 5 u.c e 7 u.c, comece o lado base de 4 u.c.

a. Com a ferramenta SEGMENTO COM COMPRIMENTO FIXO, Clique na janela de visualização e defina o comprimento igual a 4. Será criado um segmento AB de tamanho 4 u.c.

b. Com a ferramenta CÍRCULO: CENTRO E RAIO, selecione o ponto A e defina o raio igual a 5 u.c.

c. Com a ferramenta CÍRCULO: CENTRO E RAIO, selecione o ponto B e defina o raio igual a 7 u.c.

d. Com a ferramenta INTERSEÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, selecione os dois círculos criados. Será criado dois pontos de interseção das circunferências, escolha um dos pontos e crie o triângulo ABC. O triângulo criado terá seus lados medindo 4 u.c, 5 u.c e 7 u.c.

2. Construa outro triângulo, começando com o lado de 5 cm.

3. Construa um terceiro triângulo, começando agora com o lado de 7cm.

4. Que isometrias podem ser usadas para obter os triângulos construídos em (2) e (3) a partir do primeiro triângulo?

5. É possível construir um triângulo com as dimensões dadas que não seja congruente a estes?

Atividade 2

1. Construa um triângulo com ângulos medindo 40º, 60º e 80º

a. Crie um segmento AB qualquer.

b. Com a ferramenta ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO, clique no ponto B e em seguida no ponto A, defina o ângulo de 60º para rotação no sentido anti-horário. Será criado um ponto B' com uma rotação de 60º.

c. Com a ferramenta RETA, crie a reta que passa pelos pontos A e B'.

d. Com a ferramenta ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO, clique no ponto A e em seguida no ponto B, defina o ângulo de 40º para rotação no sentido horário. Será criado um ponto A' com uma rotação de 40º.

e. Com a ferramenta RETA, crie a reta que passa pelos pontos B e A'.

f. Com a ferramenta INTERSEÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, selecione a reta AB' e a reta BA'. Será criado um ponto C de interseção entre as duas retas.

g. O triângulo ABC terá seus ângulos internos com medidas iguais a 40º, 60º e 80º.

2. Você consegue construir outro triângulo, com as mesmas condições dadas, que não possa coincidir com o primeiro?

3. O que há de comum entre os dois triângulos construídos?

4. O que se pode concluir sobre dois triângulos que possuem os ângulos respectivamente congruentes?

Atividade 3

1. Construa um triângulo ABC com lados AB = 5 cm, AC = 6 cm, e ângulo Â = 50º
2. Construa outro triângulo DEF com dois lados medindo 5 cm e 6 cm e o ângulo entre eles medindo 50º.
3. Compare os triângulos ABC e DEF, e verifique se eles são congruentes.
4. É possível construir um triângulo com essas características que não seja congruente ao triângulo ABC?

CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES AO PROFESSOR

Considerações Finais e Recomendações ao Professor

A sequência didática aqui apresentada constitui uma possibilidade concreta de inserir o GeoGebra como ferramenta mediadora no ensino de Geometria, potencializando a construção de conceitos por meio da exploração, da visualização e do diálogo entre diferentes representações matemáticas. A aplicação das atividades no contexto da licenciatura revelou não apenas o entusiasmo dos participantes, mas também a importância de apoiar o estudante nos primeiros contatos com softwares de geometria dinâmica, especialmente quando ainda não possuem familiaridade com ambientes digitais especializados

Recomenda-se que o professor, ao utilizar este material:

1. **Adote uma postura investigativa**, estimulando que os alunos formulem conjeturas, testem hipóteses, manipulem objetos geométricos e explicitem seus raciocínios, favorecendo o raciocínio hipotético-dedutivo.

2. **Valorize o processo**, e não apenas o produto final das construções, compreendendo que o uso de ferramentas digitais pode ampliar formas de participação e permitir que o estudante se torne protagonista das descobertas matemáticas.

3. **Crie momentos de discussão coletiva**, nos quais os resultados obtidos no GeoGebra sejam analisados à luz das definições formais e das propriedades matemáticas, aproximando o aluno da argumentação e da demonstração.

4. **Reserve tempo para a familiarização tecnológica**, reconhecendo que as dificuldades iniciais com o software tendem a diminuir rapidamente à medida que os alunos interagem com as ferramentas.

5. **Adapte as atividades aos diferentes níveis de ensino**, ampliando ou simplificando tarefas conforme o perfil da turma, sempre preservando a natureza exploratória e investigativa da proposta.

6. **Considere desdobramentos futuros**, tais como trabalhar quadriláteros, transformações geométricas mais avançadas ou integrar situações-problema contextualizadas, conforme indicado nas perspectivas de continuidade da própria dissertação.

Espera-se que este material contribua para fortalecer práticas docentes inovadoras e reflexivas, promovendo um ensino de Geometria que seja significativo, visualmente rico e alinhado às demandas formativas de professores e estudantes em um mundo cada vez mais mediado por tecnologias digitais.

Referências:

LIRA, Ana C. B. *A matemática dos espelhos: proposta para o ensino-aprendizagem de matrizes utilizando transformações geométricas". Arquivado em 2 de abril de 2015, no Wayback Machine. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2011; p. 8s*

Notas de Aula – Gisela Pinto – Geometria

Notas de Aula – Renato Aquino – Geometria