Produto Educacional: O Pensamento Computacional como metodologia de Ensino da Geometria Analítica

Débora de Oliveira Gomes

UENF – CCT – LCMAT
Matemática – PROFMAT

Orientador: Prof. Ausberto S. Castro Vera

24 de outubro de 2025

Sumário

1 Introdução

O produto educacional aqui apresentado atua como uma proposta didática e é referente à dissertação de mestrado intitulada "O Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino da Geometria Analítica". Tal produto é resultado da pesquisa associada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado a Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF).

O objetivo deste material é contribuir com a aplicação do Pensamento Computacional no ensino da geometria Analítica em sala de aula, auxiliando o professor na prática docente, para isto, propomos uma abordagem que busca promover o desenvolvimento de habilidades visando principalmente facilitar a interpretação, visualização e resolução de problemas dessa natureza.

A construção deste material baseou-se em referenciais teóricos sobre Geometria Analítica, Pensamento Computacional, práticas Educacionais e BNCC, que aliados a prática e aplicação do método proposto, buscam oferecer aos docentes suporte metodológico e uma ferramenta que os auxilie no ensino da Geometria Analítica.

2 O Pensamento Computacional

Os Conteúdos abordados aqui, referentes ao Pensamento Computacional, foram baseado em Wing [2006],Wing [2008],Ana Paula Amorim [2023] e Csizmadia et al. [2015]

Quando se fala em Pensamento Computacional logo tendemos a pensar em computadores, algorítimos ou algo relacionado a ciência da computação, no entanto, aplicar o PC muitas vezes não depende do uso de computadores ou de conhecimento técnico em informática por exemplo. Na realidade o Pensamento Computacional está presente na rotina e nas tarefas do cotidiano, como planejar uma refeição, organizar uma viajem, ir ao supermercado ou até mesmo definir um novo trajeto.

Ao preparar uma refeição por exemplo, preparamos os ingredientes, os utensílios que serão utilizados, seguimos uma sequência para misturar os ingredientes, cronometramos o tempo de cozimento, ou seja, seguimos um plano mental estruturado que muitas vezes é elaborado em nossa própria mente e assim acontece em várias atividades da nossa rotina, como planejar uma viagem, ir ao supermercado, organizar o armário ou fazer um novo trajeto e em todas elas utilizamos o PC.

O pensamento computacional se trata de uma abordagem na qual resolvemos os problemas de forma mais eficiente, utilizando conceitos e estratégias inspirados na computação.

A prática contínua do Pensamento Computacional transforma não apenas a forma como indivíduos resolvem problemas, mas também como estruturam o próprio pensamento, tornando-o mais analítico, estratégico e criativo.

2.1 Princípios que norteiam a abordagem do Pensamento Computacional

O Pensamento Computacional é sustentado por quatro pilares principais, que, podem ser usados para auxiliar na resolução de problemas de maneira eficiente e criativa, além de estimular o raciocínio logico, a criatividade e a organização do pensamento.

São eles a Decomposição, Abstração, Reconhecimento de padrões e Algoritmos que podem ser utilizados no processo de aprendizagem e na resolução de problemas com ou sem o uso de computadores.

- **Decomposição**: Dissolvemos um problema buscando facilitar a sua compreensão;
- **Abstração**: Procuramos reconhecer o que é realmente importante e excluir o que não é relevante para a resolução do problema;
- **Reconhecimento de Padrões**: Identifica repetições e similaridades;
- **Algoritmo**: Propõe uma ordem ou uma sequência de passos para resolver determinado problema.

Quando bem aplicado, os alunos passam a resolver situações com base nos quatro pilares do pensamento computacional, notando padrões e chegando a conclusões de maneira lógica.

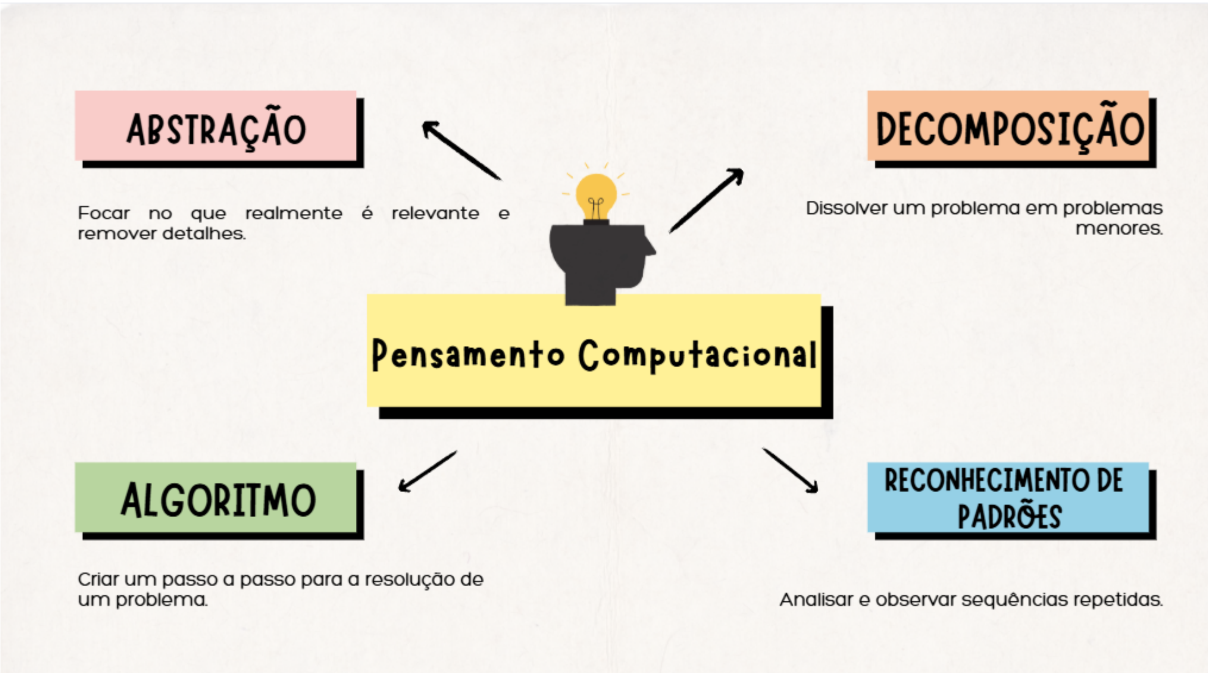


Figura 1: Elaborado pela autora

A Figura 1 exibe os pilares que norteiam o Pensamento Computacional e suas principais características.

2.2 Como utilizar o pensamento computacional na sala de aula para a resolução de problemas matemáticos?

O Pensamento Computacional pode ser uma ótima ferramenta para resolução de problemas matemáticos, já que através da utilização dos pilares abordados acima podemos dividir desafios mais complexos em partes menores e mais simples (Decomposição), podemos identificar os pontos mais relevantes buscando focar no resultado que buscamos, fazendo uso da Abstração ou criando uma sequencia lógica para alcançar a solução (Algorítimo).

Em problemas geométricos por exemplo, é aceitável dividir uma determinada figura em partes menores, afim de calcular sua área. Ou quem sabe em um problema mais complexo, podemos criar um passo a passo para se chegar ao objetivo.

Sugere-se apresentar os quatro pilares do PC na sala de aula, sem mesmo mencionar os termos que remetem a computação, mas aplica-los utilizando linguagem comum à realidade dos estudantes, mas que não fujam da proposta. Por exemplo, trocar "Abstração"por "O que é mais importante neste problema?". Apresentar diversos problemas e resolve-los utilizando os pilares, fazendo até mesmo analogias com o cotidiano do aluno, com decisões que ele costuma tomar, ou pequenos desafios. Algumas sugestões de abordagem para cada pilar do Pensamento Computacional que pode ser ajustada de acordo com o perfil do público almejado:

- **Decomposição**: Proponha dissolver um determinado problema em problemas menores;
- **Abstração**: Questione "O que é realmente importante neste problema?"
- **Reconhecimento de Padrões**: Pergunte o que se repete no problema, ou o que se assemelha a outros problemas já observados.
- **Algoritmo**: Proponha que o aluno crie uma "receitinha", onde tenha todos os passos necessários para resolver o problema.

Vale ressaltar que não necessariamente serão utilizados todos os artifícios apresentados em um determinado problema, mas aqueles que mais forem apropriados para se chegar a uma solução.

3 Metodologia

Busca-se com a Metodologia proposta, auxiliar o professor na utilização do Pensamento Computacional como recurso para a resolução de problemas de Geometria Analítica. A ideia do Pensamento Computacional pode ser trabalhada em sala de aula, sem a necessidade da utilização de termos referentes a computação, mas fazendo analogias ao seu cotidiano e por meio de atividades práticas. Aplicando esta ideia aos problemas propostos, buscamos promover uma aprendizagem mais significativa desenvolvendo competências e habilidades e auxiliando na resolução de problemas de Geometria Analítica.

Foram necessárias um total de quatro aulas de cinquenta minutos cada, além das aulas prévias, para a aplicação do método, que foi trabalhado em uma turma de terceiro ano do ensino médio, lembrando que o conteúdo abordado deve ser previamente trabalhado em sala de aula com o método da escolha do professor, porém com algumas sugestões para aplicação das atividades relacionadas as aulas prévias.

3.1 Aulas Prévias

Os conteúdos de Geometria Analítica abordados aqui foram baseados em Dante [2013], Facchini [2006] e Giovanni et al. [1994].

A geometria analítica faz parte dos currículos mínimos, como o proposto pela BRASIL [2018], sendo um conteúdo fundamental de matemática que é ensinado no Ensino Médio e aparece como um conteúdo articulador entre Álgebra, Funções e Geometria, sendo associada a estudo de pontos, retas e cônicas no plano cartesiano, relações algébricas que descrevem objetos geométricos, resolução de problemas envolvendo distâncias, áreas, posições relativas e modelagem. A Tabela 1 mostra os principais conteúdos abordados e suas respectivas definições são:

Conteúdo	**Definição / Conceito**
Plano Cartesiano	Sistema de coordenadas com dois eixos perpendiculares (x e y), usado para localizar pontos no plano.
Distância entre dois pontos	Mede a distância entre dois pontos no plano.
Ponto médio de um segmento	Ponto que divide um segmento ao meio.
Condição de alinhamento	Três pontos estão alinhados se estiverem sobre a mesma reta.
Equação geral da reta	Forma mais completa da equação da reta. Pode ser transformada na forma reduzida.
Equação reduzida da reta	Equação que apresenta diretamente a inclinação e o ponto de interseção com o eixo y.

Tabela 1: Resumo dos principais conceitos da Geometria Analítica.

Há ainda outros conteúdos envolvendo geometria analítica que também fazem parte do Currículo Mínimo, como distância entre ponto e reta, posições relativas entre retas, cônicas e vetores no plano (em alguns contextos, como na física por exemplo).

Anteriormente à aplicação do PC, espera-se que o aluno já domine os conteúdos descritos acima, que devem ser aplicados com o método da escolha do professor, porém algumas sugestões sobre a abordagem para se introduzir alguns problemas, são válidas para preparar o aluno ao novo método.

Como sugestão, para introduzir o conteúdo em sala de aula, pode-se introduzir um determinado problema, onde espera-se que o aluno apresente uma certa dificuldade e resistência para a resolução do mesmo, e logo após apresentar o mesmo problema reformulado, mais dissolvido e direto como no exemplo a seguir:

Exemplo:

"Demonstre que o triangulo de vértices A(8,2), B(3,7) e C(2,1) é Isósceles, em seguida calcule o seu perímetro."

O problema acima pode ser reformulado da seguinte maneira:

"Dados os pontos A(8,2), B(3,7) e C(2,1), que formam um triangulo, faça o que se pede:

a) ***Calcule a distância de A a B;***

b) ***Calcule a distância de A a C;***

c) ***Calcule a distância de B a C;***

d) ***Com base nas medidas encontradas, é possível afirmar que esse triangulo é isósceles?***

e) ***Calcule seu perímetro."***

Desta forma é possível aos poucos ir introduzindo a ideia do Pensamento Computacional, e mostrando que posteriormente será apresentado a eles uma técnica que ajude a transformar problemas mais complexos em problemas mais simples e fáceis de resolver como no caso acima.

3.2 Aula 1 - Aplicação do método

Na primeira aula utilizaremos uma abordagem mais próxima possível a realidade dos alunos, utilizando um vocabulário de fácil entendimento e utilizando-se de exemplos práticos do cotidiano. como um exemplo, podemos fazer a seguinte pergunta:

Você pode explicar como se prepara um miojo?

Certamente o aluno explicará de maneira prática que dividiu a tarefa em pequenas etapas como:

- ***Levar uma panela com água ao fogo alto;***
- ***Assim que água estiver fervendo, adicionar o macarrão instantâneo;***
- ***Cozinhar por cerca de três minutos, mexendo ocasionalmente;***
- ***Após o tempo de cozimento, adicionar o tempero que acompanha o pacote;***

E em um segundo momento, podemos convidar o aluno à seguinte reflexão:

"Repare que ao realizar uma atividade simples como preparar um miojo, seguimos um passo a passo, uma "receitinha" e naturalmente fazemos isso para realizar diversas tarefas em nossas rotinas, como planejar uma viagem, ir ao supermercado e preparar um almoço, mesmo que mentalmente, elaboramos um plano e uma sequência para cumprir com o objetivo de cada atividade. Bom, Algumas atividades/problemas são um pouco mais complexos que o preparo do miojo, por isso podemos analisar um pouco mais, abstrair alguns detalhes e dissolver este problema para se chegar a uma solução.

E podemos fazer o mesmo com os problemas Matemáticos, incluindo a Geometria Analítica. "

Atividade proposta: Organize os alunos em grupos de 4 ou 5 e proponha que cada grupo crie uma estratégia para as seguintes atividades fictícias:

- ***Fazer uma feijoada***
- ***organizar uma festa***
- ***planejar uma viagem***

Após a atividade realizada, iniciar uma pequena discussão sobre a forma com que resolvemos pequenos problemas cotidianos e como podemos agir de forma semelhante ao resolver problemas matemáticos.

3.3 Aula 2 - Aplicação do método

Na segunda aula aplicaremos o método para resolver problemas de Geometria Analítica, começaremos com um problema modelo, mostraremos como aplicar os quatro pilares do PC para a resolução do mesmo, utilizando uma linguagem clara e de fácil entendimento, sem que seja necessário utilizar termos relacionados à computação.

É importante deixar claro, que nem sempre será possível utilizar os quatro pilares em um único problema, mas que o objetivo é torná-lo mais simples e solucioná-lo, portanto usaremos o que for mais cabível em cada situação.

Proposta de atividade aplicando o método do PC

Apresentaremos a seguir, um problema de Geometria Analítica que será usado como modelo. Inicialmente iremos ler, interpretar o problema e abstrair os pontos mais importantes. Depois vamos dividir este problema, em problemas menores e então resolve-los numa sequência, afim de se alcançar uma solução.

Agora, observe o seguinte problema:

Os vértices da base de um triângulo isósceles são os pontos A(1,-1) e B(-3,4) de um sistema de coordenadas cartesianas. Qual a ordenada do terceiro vértice, se ele pertence ao eixo das ordenadas?

O Que é mais importante neste problema?

- Notar que se trata de um triângulo, portanto possui três vértices (pontos);
- Dos três pontos, conhecemos dois, que são A(1,-1) e B(-3,4)
- O ponto C (Terceiro ponto) está sobre o eixo das ordenadas, ou seja, sua abscissa (coordenada x) é igual a zero.
- O triângulo é isósceles, os lados AC e BC são portanto iguais.

Nesta etapa analisamos o problema com atenção, buscando compreendê-lo e extraímos o que realmente importa para resolve-lo.

(Nota ao professor: Esta etapa equivale a Abstração no PC, repare que o objetivo é focar no que realmente importa e retirar o que não é relevante)

O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes)

- Todo triângulo possui três vértices (pontos);
- Todo ponto que está sobre o eixo das ordenadas possui abscissa zero;
- A distancia entre dois pontos pode ser calculada pela fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{1}$$

- Todo triângulo Isósceles possui dois lados congruentes

Aqui buscamos organizar conceitos já conhecidos que utilizaremos como ferramentas para resolver o problema. Repare que são conceitos que você provavelmente já observou em outros problemas.

(Nota ao professor: Esta etapa equivale ao Reconhecimento de padrões no PC, nela pode-se destacar repetições e padrões tanto na própria questão, quanto repetições já vistas em problemas ou conteúdos anteriores)

Dissolve-lo em problemas menores

- Qual a abscissa do ponto C?
- Qual a distância do ponto A ao ponto C?
- Qual a distância do ponto B ao ponto C?
- Igualando os dois lados AC e BC, qual o valor de y?

Nesta etapa dividimos o problema em problemas menores. Concorda que resolver um problema menor é bem mais simples?

(Nota ao professor: Esta etapa equivale a Decomposição no PC)

Criação de um passo a passo

Agora podemos traçar um passo a passo para chegar ao nosso objetivo: ***O valor de y***

- Identificar a abscissa do ponto C;
- Calcular a distância de AC em função de y.
- Calcular a distância de BC em função de y.
- Igualar as duas distâncias e encontrar o valor de y.

Nesta etapa também é interessante a utilização de fluxogramas, utilizando cores diferenciadas e elaborando a melhor forma de organizar os passos para se chegar a solução.

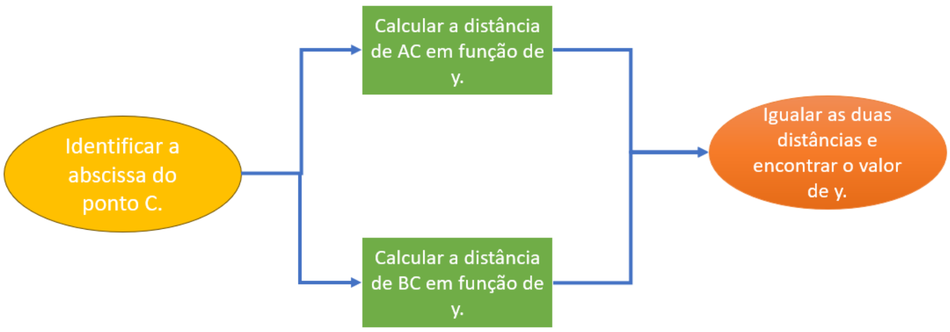


Figura 2: Criado pelo Autor

(Nota ao professor: Esta etapa equivale a Algoritmos no PC)

Resolução

Nesta etapa, utilizamos o passo a passo anterior para resolver individualmente cada etapa, afim de se obter o resultado desejado.

- Identificar a abscissa do ponto C;

Sabemos que C = (0,y), já que C está sobre o eixo das ordenadas.

- Calcular a distância de AC em função de y.

$$\sqrt{(1-0)^2+(-1-y)^2} = \sqrt{(1)^2+(-1-y)^2} = \sqrt{1+(1+y)^2} \tag{2}$$

- Calcular a distância de BC em função de y.

$$\sqrt{(-3-0)^2+(4-y)^2} = \sqrt{(9)^2+(4-y)^2} \tag{3}$$

- Igualar as duas distâncias e encontrar o valor de y.

$$\sqrt{1+(1+y)^2}^2 = \sqrt{(9)^2+(4-y)^2}^2 \quad (4)$$

$$1+(1+y)^2 = (9)^2+(4-y)^2 \quad (5)$$

$$y^2+2y+2 = y^2-8y+25 \quad (6)$$

$$y = \frac{23}{10} \quad (7)$$

Estratégia de Resolução de Problemas com base no Pensamento Computacional

Com base nos pilares do Pensamento Computacional, é possível estimular os estudantes a criar um passo a passo para a resolução dos problemas seguintes. Esses passos são uma generalização para resolver qualquer outro problema matemático, recomenda-se que a apresentação desta sequencia seja apresentada e discutida com os estudantes para que possam utilizá-los nos demais problemas que serão propostos.

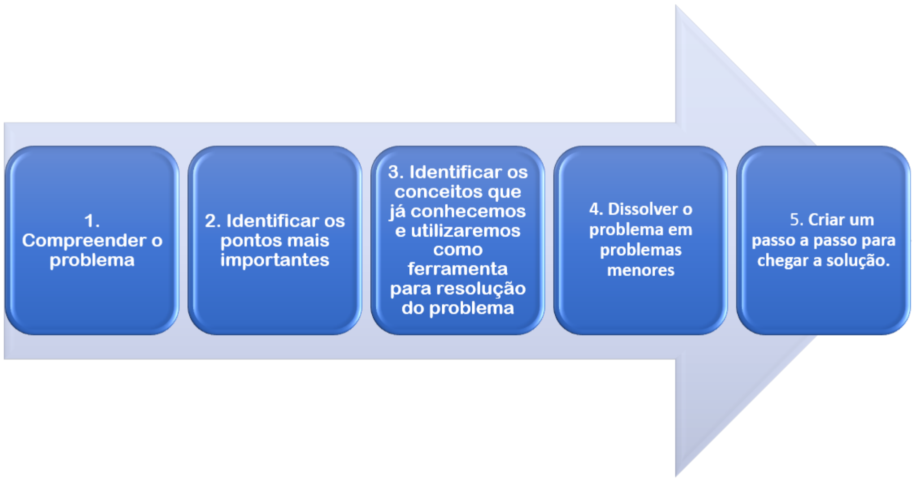


Figura 3: Criado pela Autora

Na Figura 3, podemos observar os passos para se resolver o problema de maneira efetiva.

Exercícios

Proponha a resolução dos exercícios abaixo Utilizando a técnica apresentada para resolver os problemas abaixo:

1. ***(PUC-RJ) O ponto B = (3, b) é equidistante dos pontos A = (6, 0) e C = (0, 6). Qual é o ponto B ?***

2. ***Determine o perímetro do triângulo ABC, cujas coordenadas são: A (3,3), B (–5, –6) e C (4,–2).***

3. ***(PM Paraná – Cops 2010-Adaptada). Considere uma colisão de dois veículos. Num sistema de coordenadas cartesianas, as posições finais destes veículos após a colisão são dadas nos pontos A = (2,2) e B = (4, 1). Para compreender como ocorreu a colisão é importante determinar a trajetória retilínea que passa pelos pontos A e B.Encontre a equação que representa essa trajetória.***

4. ***(Elaborado pela autora) Dados os pontos (3,2), (4,1) e (a,-1), encontre o valor de a para que os pontos sejam colineares.***

   Após a resolução dos exercícios sugere-se reunir os alunos em grupos para discutir como cada um traçou sua estratégia e fez suas análises para se chegar a solução.

3.4 Aulas 3 e 4 - Etapa de avaliação e ajustes

Nesta etapa, propomos uma sequência de problemas com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes na aplicação do Pensamento Computacional nos problemas de Geometria Analítica. A partir dessa avaliação, poderão ser realizadas possíveis correções e ajustes necessários.

Sugere-se nesta etapa, após a correção desta atividade, compartilhar as melhores resoluções e discuti-las com os alunos, além de corrigir e reforçar os itens onde foram observados os maiores índices de erros, frisando o que pode ser evitado e o que pode ser acrescentado.

Atividades Sugeridas

Questão 1

(Dante, 1994) Seja A um ponto localizado no eixo das ordenadas e um dado ponto B $(-3, -2)$, calcule as coordenadas do ponto A de forma que o comprimento do segmento AB seja igual a 5.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 2

(Dante,1994, Adaptada) Qual é o ponto do eixo das abscissas que é equidistante dos pontos P (-2,2) e Q (2,6)?

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 3

(Dante,1994) Uma das extremidades de um segmento é o ponto A (22, 22). Sabendo que M (3, 22) é o ponto médio desse segmento, calcule as coordenadas do ponto B (x, y), que é a outra extremidade do segmento.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 4

(Elaborado pela autora) Seja o ponto A (a, 2) uma das extremidades de um seguimento de ponto médio M (1,1) e B (-2, b) a outra extremidade do seguimento. Calcule o valor de a e b.

O que é importante neste problema?	O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 5

(Iezzi, 2007 - Adaptada) Determine o valor de m de modo que os pontos (-2 , 7), (m , 11) e (1 , -2) estejam alinhados.

O que é importante neste problema?	O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 6

(Elaborado pela autora) Uma reta r passa pelos pontos A (2, 0) e B (0, 4). Encontre o ponto que passa por essa reta e está localizado no eixo das ordenadas.

O que é importante neste problema?	O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 7

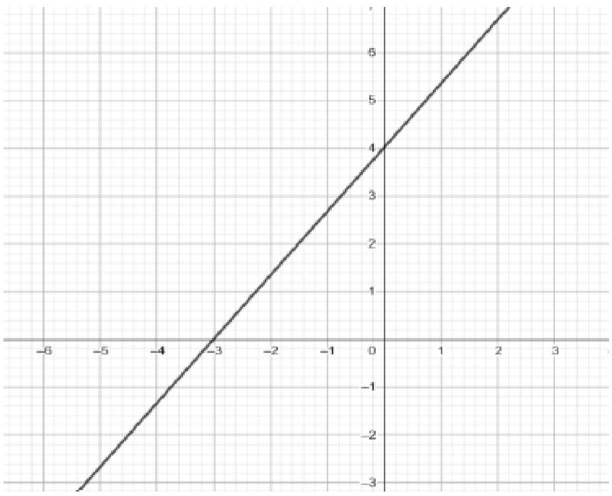
(Elaborado pela autora) Encontre a equação da reta que possui coeficiente angular igual a 5 e passa pelo ponto P (2, 8).

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 8

(Elaborado pela autora) Encontre o coeficiente angular e linear da reta abaixo.

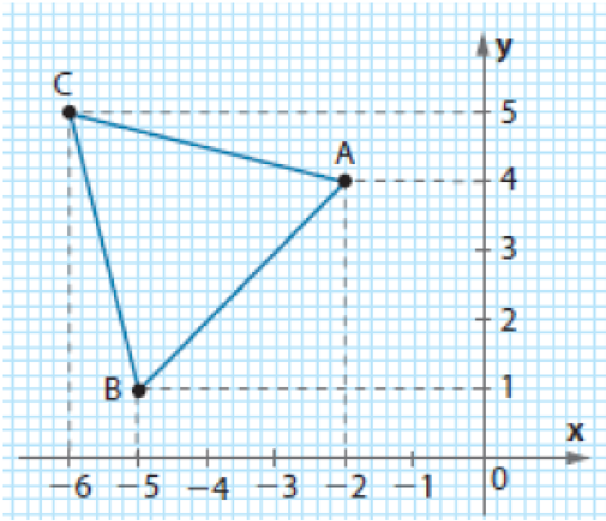


O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**

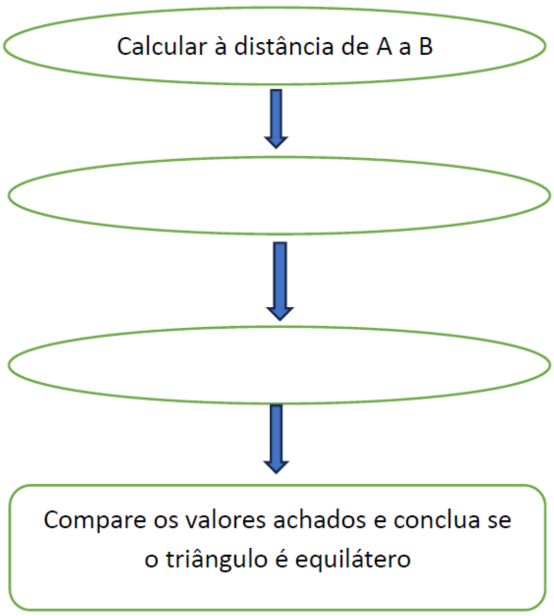
O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Questão 9

(Dante,2010 - Adaptada) Demonstre que o triângulo com vértices A (22, 4), B (25, 1) e C (26, 5) é isósceles.



Complete o passo a passo para a resolução do problema acima utilizando o fluxograma e resolva:



Questão 10

(Elaborado pela autora) A abscissa de um ponto P é 7 e sua distância ao ponto Q (1, 3) é 10. Determine a ordenada do ponto.

Crie um passo a passo para a resolução do problema acima utilizando a criação de fluxograma e resolva:

Resolução das atividades sugeridas

Questão 1

(Dante, 1994) Seja A um ponto localizado no eixo das ordenadas e um dado ponto B $(-3,-2)$, calcule as coordenadas do ponto A de forma que o comprimento do segmento AB seja igual a 5.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
O ponto A está localizado no eixo das ordenadas, ou seja, sua coordenada x é zero: $A=(0,y)$. Precisamos encontrar o valor de y tal que a distância de A até B seja 5.	Utilizar a fórmula da distância entre dois pontos no plano cartesiano: $$d=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$ Além disso, lembrar que no eixo das ordenadas, $x=0$.
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
• Considerar as coordenadas de A como $(0,y)$; • Substituir na fórmula da distância para obter uma equação; • Resolver a equação para encontrar os possíveis valores de y; • Verificar se os valores encontrados satisfazem as condições do problema.	1. Ponto A: $(0,y)$, ponto B: $(-3,-2)$; 2. Fórmula da distância: $$\sqrt{(-3-0)^2+(-2-y)^2}=5$$ 3. Desenvolvendo: $$\sqrt{9+(y+2)^2}=5$$ 4. Elevando ao quadrado: $$9+(y+2)^2=25 \Rightarrow (y+2)^2=16$$ 5. Soluções: $$y+2=\pm 4 \Rightarrow y=2 \text{ ou } y=-6$$ 6. Logo, as coordenadas possíveis de A são: $(0,2)$ e $(0,-6)$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no pro-

blema? Justifique.

Sim. As duas coordenadas encontradas para o ponto A fazem com que a distância até o ponto B seja igual a 5, como solicitado.

Questão 2

(Dante,1994, Adaptada) Qual é o ponto do eixo das abscissas que é equidistante dos pontos P $(-2, 2)$ e Q $(2, 6)$?

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
- O ponto procurado está no **eixo das abscissas**, ou seja, sua coordenada y é 0. - Ele está **à mesma distância** dos pontos P e Q. - Devemos usar a **fórmula da distância** entre dois pontos.	- Ponto genérico no eixo x: $(x, 0)$. - Fórmula da distância: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. - Se está equidistante de dois pontos, as distâncias são iguais.
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Definir o ponto genérico: $A(x, 0)$ 2. Calcular d_{AP} e d_{AQ} usando a fórmula da distância. 3. Igualar as duas distâncias. 4. Resolver a equação resultante.	**Passo 1:** $A(x, 0)$ **Passo 2:** $d_{AP} = \sqrt{(x+2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + 4}$ $d_{AQ} = \sqrt{(x-2)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + 36}$ **Passo 3:** $\sqrt{(x+2)^2 + 4} = \sqrt{(x-2)^2 + 36}$ **Passo 4:** Elevar os dois lados ao quadrado: $(x+2)^2 + 4 = (x-2)^2 + 36$ Expandindo: $x^2 + 4x + 4 + 4 = x^2 - 4x + 4 + 36$ Simplificando: $x^2 + 4x + 8 = x^2 - 4x + 40$ Cortando x^2 dos dois lados: $4x + 8 = -4x + 40$ $8x = 32 \Rightarrow x = 4$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. O ponto encontrado é $A(4, 0)$, que está localizado no **eixo das abscissas** (pois sua coordenada $y = 0$) e está à mesma distância dos pontos $P(-2, 2)$ e $Q(2, 6)$, conforme a condição dada no problema. Portanto, a solução está correta.

Questão 3

(Dante, 1994) Uma das extremidades de um segmento é o ponto A $(22, 22)$. Sabendo que $M(3, 22)$ é o ponto médio desse segmento, calcule as coordenadas do ponto $B(x, y)$, que é a outra extremidade do segmento.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
- O ponto M é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, com extremidades A e B. - As coordenadas de A e M são conhecidas; precisamos descobrir as coordenadas de B.	- Fórmula do ponto médio: Se $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$, então o ponto médio M é: $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Identificar os dados: $A(22, 22)$ e $M(3, 22)$ 2. Aplicar a fórmula do ponto médio, substituindo os valores conhecidos. 3. Resolver o sistema para encontrar x e y da coordenada de B.	**Passo 1:** Usar a fórmula do ponto médio: $M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ **Passo 2:** Substituindo os valores de $A(22, 22)$ e $M(3, 22)$: $\frac{22 + x}{2} = 3 \Rightarrow 22 + x = 6 \Rightarrow x = 6 - 22 = -16$ $\frac{22 + y}{2} = 22 \Rightarrow 22 + y = 44 \Rightarrow y = 22$ **Resultado:** $B(-16, 22)$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. O ponto $B(-16, 22)$ é a outra extremidade do segmento, pois ao aplicar a fórmula do ponto médio entre os pontos $A(22, 22)$ e $B(-16, 22)$, encontramos exatamente o ponto médio $M(3, 22)$, como solicitado no problema.

Questão 4

(Elaborado pela autora) Seja o ponto $A(a, 2)$ uma das extremidades de um seguimento de ponto médio $M(1, 1)$ e $B(-2, b)$ a outra extremidade do segmento. Calcule o valor de a e b.

O que é importante neste problema?	O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)
- Temos dois pontos com variáveis: $A(a,2)$ e $B(-2,b)$. - Sabemos que $M(1,1)$ é o ponto médio entre eles. - Devemos usar a fórmula do ponto médio para encontrar os valores de a e b.	- Fórmula do ponto médio: $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ - Substituir os valores conhecidos e resolver as equações.
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Identificar as coordenadas dos pontos: $A(a,2)$, $B(-2,b)$ e $M(1,1)$. 2. Aplicar a fórmula do ponto médio separadamente para as coordenadas x e y. 3. Resolver duas equações simples para encontrar a e b.	**Passo 1:** Aplicar a fórmula para a coordenada x: $\frac{a+(-2)}{2} = 1 \Rightarrow \frac{a-2}{2} = 1 \Rightarrow a-2 = 2 \Rightarrow a = 4$ **Passo 2:** Aplicar a fórmula para a coordenada y: $\frac{2+b}{2} = 1 \Rightarrow 2+b = 2 \Rightarrow b = 0$ **Resultado:** $a = 4$, $b = 0$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. Encontramos $a = 4$ e $b = 0$, portanto os pontos extremos do segmento são $A(4,2)$ e $B(-2,0)$. O ponto médio entre eles é:

$$M = \left(\frac{4+(-2)}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = (1,1),$$

o que confirma que a solução está correta.

Questão 5

(Iezzi, 2007 - Adaptada) Determine o valor de m de modo que os pontos $(-2,7)$, $(m,11)$ e $(1,-2)$ estejam alinhados.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
- Os três pontos devem estar **alinhados** (colineares). - Isso significa que o **coeficiente angular** entre os pares de pontos deve ser o mesmo.	- Fórmula do coeficiente angular (inclinação): $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ - Dois pares de pontos têm o mesmo coeficiente angular se estiverem em uma mesma reta.
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Nomear os pontos: $A(-2,7)$, $B(m,11)$, $C(1,-2)$ 2. Calcular o coeficiente angular de AB e BC. 3. Igualar os dois coeficientes e resolver a equação.	**Passo 1:** Calcular o coeficiente angular de AB: $k_1 = \dfrac{11-7}{m+2} = \dfrac{4}{m+2}$ **Passo 2:** Calcular o coeficiente angular de BC: $k_2 = \dfrac{-2-11}{1-m} = \dfrac{-13}{1-m}$ **Passo 3:** Igualar $k_1 = k_2$: $$\frac{4}{m+2} = \frac{-13}{1-m}$$ Fazendo multiplicação cruzada: $4(1-m) = -13(m+2)$ $4 - 4m = -13m - 26$ Passando tudo para um lado: $4 + 26 = -13m + 4m \Rightarrow 30 = -9m \Rightarrow m = -\dfrac{10}{3}$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. Com $m = -\dfrac{10}{3}$, os coeficientes angulares entre os pares de pontos são iguais, ou seja, os três pontos pertencem à mesma reta (estão alinhados). Logo, a condição de colinearidade é satisfeita.

Questão 6

(Elaborado pela autora) Uma reta r passa pelos pontos $A(2,0)$ e $B(0,4)$. Encontre o ponto que passa por essa reta e está localizado no eixo das ordenadas.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
- A reta passa pelos pontos A e B, então podemos encontrar sua equação. - O ponto que está no eixo das ordenadas tem coordenada $x = 0$. - O ponto pedido é o ponto onde a reta intercepta o eixo y (ordenadas).	- Para encontrar a equação da reta, usamos a forma reduzida: $y = mx + b$. - Encontrar o coeficiente angular m com a fórmula: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ - Substituir um dos pontos para encontrar b (coeficiente linear).
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Identificar os pontos: $A(2, 0)$ e $B(0, 4)$. 2. Calcular o coeficiente angular m. 3. Substituir em $y = mx + b$ para encontrar a equação da reta. 4. Substituir $x = 0$ na equação para encontrar o ponto no eixo das ordenadas.	**Passo 1:** Calcular m: $m = \dfrac{4-0}{0-2} = \dfrac{4}{-2} = -2$ **Passo 2:** Usar a equação $y = mx + b$ com $m = -2$ e ponto $A(2, 0)$: $0 = -2 \cdot 2 + b \Rightarrow 0 = -4 + b \Rightarrow b = 4$ **Equação da reta:** $y = -2x + 4$ **Passo 3:** Para encontrar o ponto no eixo das ordenadas, basta usar $x = 0$: $y = -2 \cdot 0 + 4 = 4$ **Resultado:** O ponto é $(0, 4)$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. O ponto $(0, 4)$ está no eixo das ordenadas (pois $x = 0$) e pertence à reta que passa pelos pontos $A(2, 0)$ e $B(0, 4)$, como mostra a equação $y = -2x + 4$.

Questão 7

(Elaborado pela autora) Encontre a equação da reta que possui coeficiente angular igual a 5 e passa pelo ponto $P(2, 8)$.

O que é importante neste problema?	**O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)**
- Sabemos o valor do coeficiente angular $m = 5$. - Sabemos que a reta passa pelo ponto $P(2, 8)$. - Precisamos encontrar a equação da reta que satisfaz essas condições.	- A equação da reta na forma reduzida é $y = mx + b$. - Substituir o ponto conhecido na equação para encontrar b. - Depois, escrever a equação completa.
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Substituir $m = 5$ na equação $y = mx + b$. 2. Usar o ponto $P(2, 8)$ para encontrar b. 3. Escrever a equação final.	**Passo 1:** Usar $y = mx + b$ com $m = 5$: $y = 5x + b$ **Passo 2:** Substituir o ponto $P(2, 8)$: $8 = 5 \cdot 2 + b \Rightarrow 8 = 10 + b \Rightarrow b = -2$ **Resultado:** A equação da reta é $y = 5x - 2$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

Sim. A equação $y = 5x - 2$ possui coeficiente angular igual a 5 e passa pelo ponto $P(2, 8)$, conforme verificado ao substituir o ponto na equação.

Questão 8

(Elaborado pela autora) Encontre o coeficiente angular e linear da reta abaixo.

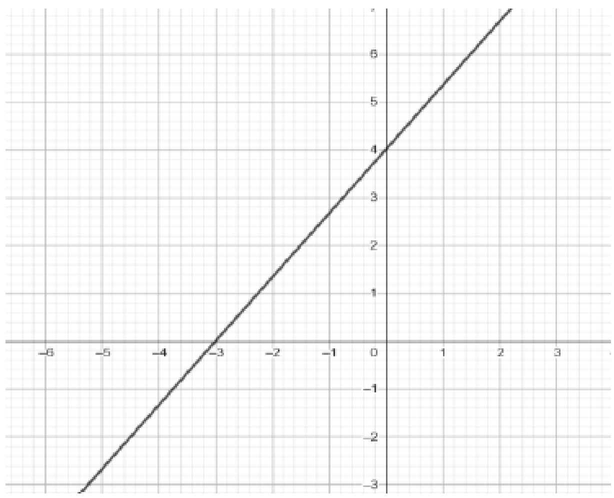


Figura 4: Reta no plano cartesiano

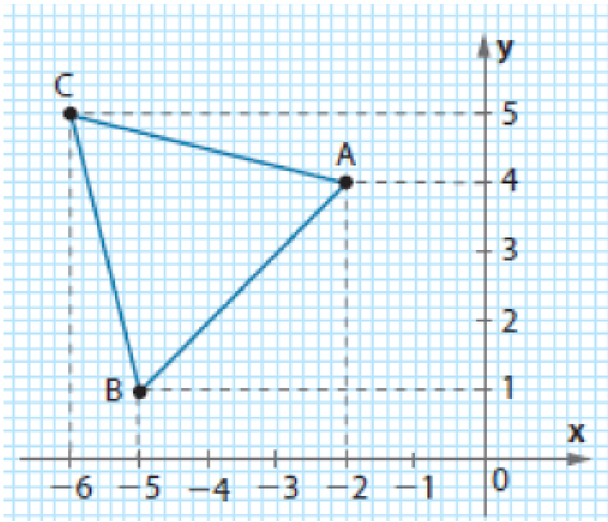
O que é importante neste problema?	O que deve ser lembrado? (Conceitos importantes para a resolução)
- Observar dois pontos que pertencem à reta para calcular o coeficiente angular. - Identificar o ponto onde a reta intercepta o eixo y (ordenadas), que nos dá o coeficiente linear.	- Fórmula do coeficiente angular: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ - A equação da reta tem a forma: $y = mx + b$ - O valor de b é o coeficiente linear (interceptação com o eixo y).
Dissolva a questão em problemas menores.	**Resolva o problema seguindo um passo a passo.**
1. Identificar dois pontos na reta (ex: $A(0, 2)$ e $B(2, 4)$). 2. Usar esses pontos para calcular m. 3. Substituir m e um ponto na equação $y = mx + b$ para encontrar b.	**Passo 1:** Calcular m: $m = \dfrac{4-2}{2-0} = \dfrac{2}{2} = 1$ **Passo 2:** Usar a equação $y = mx + b$ com ponto $A(0, 2)$: $2 = 1 \cdot 0 + b \Rightarrow b = 2$ **Equação da reta:** $y = x + 2$ **Coeficiente angular:** $m = 1$ **Coeficiente linear:** $b = 2$

O resultado encontrado por você está de acordo com o que é pedido no problema? Justifique.

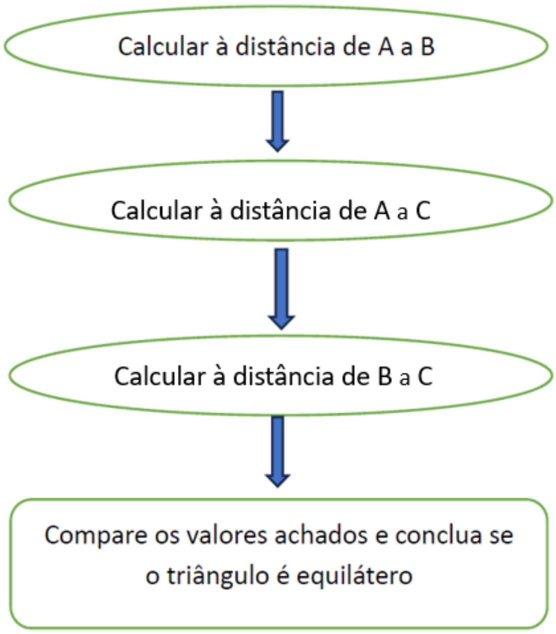
Sim. A partir da imagem, identificamos dois pontos da reta e calculamos corretamente o coeficiente angular $m = 1$ e o coeficiente linear $b = 2$. Isso confirma a equação da reta como $y = x + 2$, que bate com a representação gráfica observada.

Questão 9

(Dante,2010 - Adaptada) Vamos demonstrar que o triângulo da figura abaixo é isósceles.



Complete o passo a passo para a resolução do problema acima utilizando o fluxograma e resolva:



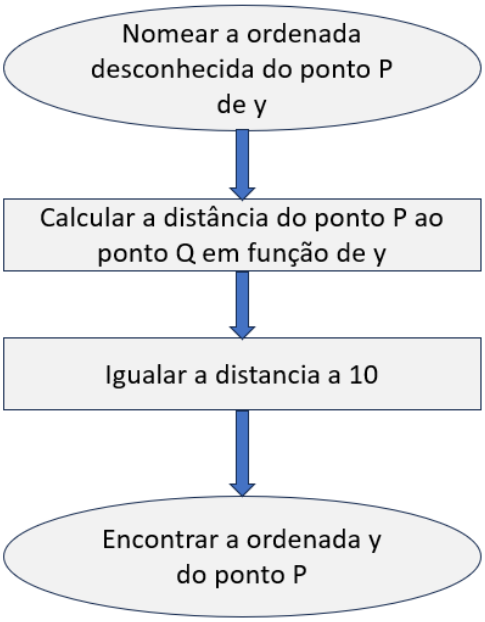
$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} \tag{8}$$
$$AC = \sqrt{(6-2)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17} \tag{9}$$
$$BC = \sqrt{(6-5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} \tag{10}$$

Os lados AC e BC têm o mesmo comprimento, portanto o triângulo é isósceles.

Questão 10

(Elaborado pela autora) A abscissa de um ponto P é 7 e sua distância ao ponto Q (1, 3) é 10. Determine a ordenada do ponto.

Crie um passo a passo para a resolução do problema acima utilizando a criação de fluxograma e resolva:



$p = (7, y)$

$$d = \sqrt{(7-1)^2 + (y-3)^2}$$

Igualando a 10:

$$\begin{aligned}
10 &= \sqrt{(7-1)^2 + (y-3)^2} \\
10 &= \sqrt{6^2 + (y-3)^2} \\
10 &= \sqrt{36 + (y-3)^2}
\end{aligned}$$

Elevando ambos os lados ao quadrado:

$$\begin{aligned}
10^2 &= 36 + (y-3)^2 \\
100 &= 36 + (y-3)^2 \\
100 - 36 &= (y-3)^2 \\
64 &= (y-3)^2
\end{aligned}$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$y - 3 = \pm\sqrt{64}$$
$$y - 3 = \pm 8$$

Calculando as duas possibilidades:

$$y = 3 + 8 = 11$$
$$y = 3 - 8 = -5$$

Resposta: A ordenada do ponto P pode ser 11 ou -5.

3.5 Considerações finais

O presente trabalho buscou refletir sobre a integração do pensamento computacional no ensino da Geometria Analítica, com ênfase em como essa abordagem pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas por parte dos alunos.

Ao explorar estratégias que vão além da simples memorização de fórmulas, propõe-se um ensino mais ativo, no qual os estudantes são incentivados a analisar, decompor e estruturar os problemas de forma mais eficiente e significativa.

Ao adotar esse método, os professores têm a oportunidade de inovar em suas práticas, estimulando nos estudantes habilidades essenciais no mundo contemporâneo, como a abstração, a automação do pensamento e a generalização de soluções.

Este trabalho tem como objetivo principal oferecer suporte a outros educadores interessados em aplicar o pensamento computacional em sala de aula, apresentando sugestões e reflexões que possam ser adaptadas às mais diversas realidades escolares.

Referências

Renata Barreto Ana Paula Amorim. *Pensamento Computacional na Educação: Caminhos e Perspectivas para o futuro que ainda não concebemos.* Ponta Grossa, PR, 2023.

BRASIL. Base nacional comum curricular. Technical report, Ministério da Educação, Brasília, 2018.

Andrew Csizmadia, Paul Curzon, Mark Dorling, Simon Humphreys, Thomas Ng, Cynthia Selby, and John Woollard. Computational thinking-a guide for teachers. 2015.

Luiz Roberto Dante. *Matemática: Contexto e Aplicações.* 1ª impressão da 1ª Edição, volume 3, São Paulo, SP, 2013.

Walter Facchini. *Matemática Para a Escola de Hoje – Volume Único.* FTD, São Paulo, 1 edition, 2006. ISBN 978-8532256959.

José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, and José Ruy Giovanni Jr. *Matemática Fundamental: 2º Grau – Volume Único.* FTD, São Paulo, 1994. ISBN 853221441X.

Jeannette M Wing. Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3):33–35, 2006.

Jeannette M Wing. Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366(1881):3717–3725, 2008.