UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MÁRCIO LUIS JANNER

ATIVIDADES ENVOLVENDO IDENTIFICAÇÃO E GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: POTENCIAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Caçapava do Sul, RS
2025

MÁRCIO LUIS JANNER

ATIVIDADES ENVOLVENDO IDENTIFICAÇÃO E GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: POTENCIAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Produto educacional apresentado ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Maria Arlita da Silveira Soares

Caçapava do Sul, RS
2025

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este material é fruto da pesquisa elaborada para dissertação intitulada "Entre figuras e números: um olhar sobre a generalização para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental" e tem por objetivo apresentar um conjunto de atividades que envolvem sequências numéricas e não numéricas potenciais para verificar se os estudantes conseguem reconhecer, descobrir, continuar, completar e generalizar os padrões dados. Bem como, identificar se os tipos de generalização (*generalização próxima* e *generalização distante*) envolvidos em atividades de padrões são mobilizados pelos estudantes e as estratégias utilizadas na resolução dessas atividades.

Destaca-se que este material foi organizado pensando no trabalho do professor que ensina Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e nos formadores de professores que atuam no Licenciatura em Matemática ou em projetos de formação continuada. A seguir são apresentadas algumas perspectivas teóricas que embasaram a elaboração das atividades e a análise a priori.

Pesquisadores e documentos curriculares afirmam que o objetivo do ensino de álgebra na Educação Básica é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento normativo para a elaboração dos currículos escolares brasileiros, umas das formas de atingir esse objetivo é propor situações em que "os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos" (Brasil, 2018, p. 270) do que enfatizar a manipulação de símbolos.

Essa ideia já era defendida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ao mencionarem que

> é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (Brasil, 1998, p. 116)

Nesse viés, é importante questionar: o que se entende por pensamento algébrico? Primeiramente, é importante mencionar que muitos pesquisadores têm tentado definir esse tipo de pensamento matemático, mas não há um consenso. Contudo, algumas ideias estão presentes em quase todas as caracterizações desse pensamento, a saber: identificar padrões, generalização, uso de diferentes representações (língua natural, figural, simbólica), compreender o que cada símbolo significa, principalmente, os diferentes significados das letras (incógnita, variável, objeto abstrato).

Neste material, o entendimento de pensamento algébrico segue as ideias de Barbosa, Vale e Gualandi (2025, p. 2) ao defini-lo como "uma forma de raciocínio matemático que transcende a mera manipulação de símbolos e equações. Envolve a capacidade de generalizar relações matemáticas, identificar padrões e resolver problemas de maneira abstrata e generalizada". Esses pesquisadores entendem que a identificação de padrões é "um processo fundamental para a compreensão das relações entre quantidades variáveis. [...] O trabalho com padrões e generalização auxilia a estabelecer uma base para o pensamento algébrico" (idem, p. 3).

Cabe questionar, também, o que é padrão matemático? Compreende-se por padrão matemático todo o arranjo de números ou formas em que são detectadas regularidades passíveis de ser continuadas, ou, ainda, como regularidade(s), sequência, motivo, regra e ordem (Vale *et al.*, 2006). Para Vale, Pimentel e Barbosa (2015), o tema padrão é transversal ao currículo matemático e, portanto, permite-nos fazer conexões entre vários campos da Matemática.

Diante dessas ideias, constata-se que a generalização está presente na maioria das tentativas de caracterizar o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, a generalizações de padrões. Conforme Vale (2013), a generalização de padrões pode ser considerada a base do pensamento algébrico. Corroboram com essa afirmação Ponte, Matos e Branco (2009) e Campos e Gualandi (2023) ao mencionarem que a generalização de padrões é uma das vias mais privilegiadas para desenvolver o pensamento algébrico.

"A generalização é a percepção de que determinada propriedade de determinado objeto não se apresenta como válida apenas para si, mas para uma coleção maior de objetos e entes matemáticos" (Silva; Domingos, 2010 apud Pereira, 2013, p. 79). Nesse viés, a generalização emerge da identificação de características particulares dos objetos que se relacionam por meio de pontos comuns.

Para Campos e Gualandi (2024, p. 227), "generalizar significa continuar o raciocínio para além dos casos particulares, identificar semelhanças e expandir domínios de validade". Em outras palavras, generalizar diz respeito a analisar casos particulares rumo aos casos gerais". Kaput (1999 apud Pereira, 2013, p. 80) destaca que:

> Um dos aspetos da generalização envolve o exame de diferentes quantidades e descrever as relações entre os casos (as quantidades) para uma situação particular. Desenvolver uma

> compreensão das condições da variante (termos, variável dependente) e invariante (ordem do termo, variável independente) pode proporcionar significado de símbolos algébricos.

Quanto a generalização de padrões, pode-se afirmar que "envolve o uso de uma estratégia e existem diversas abordagens que permitem aos alunos generalizar" (Campos; Gualandi, 2023, p. 7). Essa generalização implica: "(1) a apreensão de uma regularidade; (2) a generalização dessa regularidade a todos os termos da sequência em questão; e (3) a formação de uma regra direta ou um esquema direto que permita determinar qualquer termo da sequência" (Pereira; Fernandes, 2012, p. 87). Para exemplificar essa afirmação considere a sequência dos números naturais ímpares (1, 3, 5, 7, 9, ...).

Nessa situação, o processo de generalização é iniciado quando se percebe as relações que há entre os termos dessa sequência e o padrão matemático envolvido, isto é, os termos aumentam de dois em dois. A partir disso, inicia-se o processo de análise dessas relações, o que pode estender a expansão do caso particular ao caso geral, isto é, compreender que, sejam lá quais forem os termos representados pelas reticências, a eles sempre será acrescentado 2, o que pode ser expresso por $a_n = 2n - 1$, tal que a_n é um termo qualquer, $n > 0$ e n é a posição do termo na sequência, sendo esta uma possibilidade.

As atividades envolvendo padrões podem apresentar na resolução, conforme Stacey (1989 apud Vale, 2013, p. 70), dois tipos de generalização, a saber: a) *generalização próxima* – refere-se à determinação do termo seguinte, "que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas"; e b) *generalização distante*- envolve a identificação do padrão e "exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais".

Os estudantes, geralmente, utilizam uma variedade de estratégias para a construção da relação funcional em que assenta o padrão. O Quadro 1 apresenta algumas estratégias utilizadas por estudantes que participaram dos estudos de diferentes pesquisadores, em particular, Carneiro; Araman e Serrazina (2022); Campos e Gualandi (2023).

Quadro 1 – Estratégias de generalização

Estratégia	Descrição
Contagem	Está relacionada a contagem de elementos de um padrão, obtendo, assim, o termo da sequência solicitado. Essa estratégia está presente, geralmente, em atividades que contemplam *generalização próxima*.
Diferença	Refere-se à utilização de múltiplos da diferença entre o número de elementos de termos consecutivos. Essa estratégia subdivide-se em outras três: múltiplo da diferença sem e com ajuste, e recursiva. A estratégia do múltiplo da diferença sem e com ajuste visa a usar a diferença entre termos consecutivos como fator multiplicativo, ajustando, ou não, o resultado. Já a diferença recursiva diz respeito a continuar a sequência com base na diferença entre termos consecutivos.
Explícita	Busca-se construir uma regra que permita determinar, de imediato, qualquer termo da sequência. Geralmente, envolve reconhecimento de relações numéricas generalizáveis. Esta estratégia está presente em atividades que contemplam a *generalização distante*.
Tentativa e erro	Adivinhar uma regra sem se preocupar com o porquê de ela funcionar. Geralmente, envolve experimentação com várias operações e números dados na atividade.

Fonte: Elaboração própria com base em Stacey (1989 apud Vale, 2013); Carneiro; Araman e Serrazina (2022); Campos e Gualandi (2023).

Além das estratégias mencionadas no Quadro 1, é importante destacar que Rivera e Becker (2008 apud Carneiro; Araman; Serrazina, 2022, p. 87) classificaram as estratégias utilizadas por estudantes em três tipos, a saber: *numérica* – "utiliza apenas estímulos estabelecidos a partir do padrão listando uma sequência de números ou usando uma tabela para derivar a regra a partir daí, procurando relações aritméticas entre os valores das variáveis"; *figurativa* – "se aplica apenas quando se descreve a generalização do padrão utilizando diagramas, sendo a regra totalmente obtida a partir de indícios visuais estabelecidas diretamente a partir da estrutura dos dados, podendo-se recorrer à decomposição das figuras – termos"; e numérica/figurativa - uma combinação das abordagens anteriores".

Há diferentes tipos de padrões matemáticos (repetitivos, numéricos, figurais). Dentre esses padrões evidencia-se os figurais, pois "têm um contributo importante na chegada à generalização, permitindo inclusive gerar regras diferentes, ajudando a: reforçar as conexões entre relações aritméticas e espaciais; atribuir significado às regras formuladas; perceber necessidade de formular e validar conjeturas" (Vale; Barbosa, 2019, p. 408). Essas ideias são corroboradas por Barbosa, Vale e Gualandi (2025, p. 3) ao sublinharem que

> No trabalho com padrões figurativos, os estudantes podem explorar simultaneamente regularidades visuais e numéricas, associando-as entre si, além de formular generalizações e justificar as suas (re)soluções por meio de relações funcionais. (...) a capacidade de alternar entre diferentes formas de representação — visual, numérica e algébrica — promove a flexibilidade no pensamento e auxilia na formulação de generalizações mais robustas e significativas.

A identificação e generalização de padrões podem ser exploradas ao longo da Educação Básica por meio de situações envolvendo sequências numéricas e não numéricas. A BNCC (Brasil, 2018) indica o trabalho com sequências numéricas e não numéricas desde os anos iniciais. Nesse documento, em particular, nos anos finais do Ensino Fundamental, foco desta pesquisa, as sequências numéricas e não numéricas estão presentes nas seguintes habilidades: (EF07MA14) - Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura; (EF07MA15) - Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas; (EF07MA16) - Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes; (EF08MA10) - Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes; e (EF08MA11) - Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

O trabalho com sequências numéricas e não numéricas conduz naturalmente ao estudo de regularidades. Esse trabalho é uma via para promover o pensamento sobre variáveis e funções, pois permite aos estudantes "desenvolver a capacidade de estabelecer generalizações, um aspecto fundamental do raciocínio matemático, e favorece o desenvolvimento da capacidade de fazer representações, quer através de diagramas e esquemas, quer usando a linguagem algébrica" (Pereira; Fernandes, 2012, p. 86). Além disso, Ponte, Matos e Branco (2009) ressaltam que o trabalho com expressões algébricas se faz em simultâneo com o de sequências numéricas e não numéricas e das equações, buscando que estas façam sentido para os estudantes.

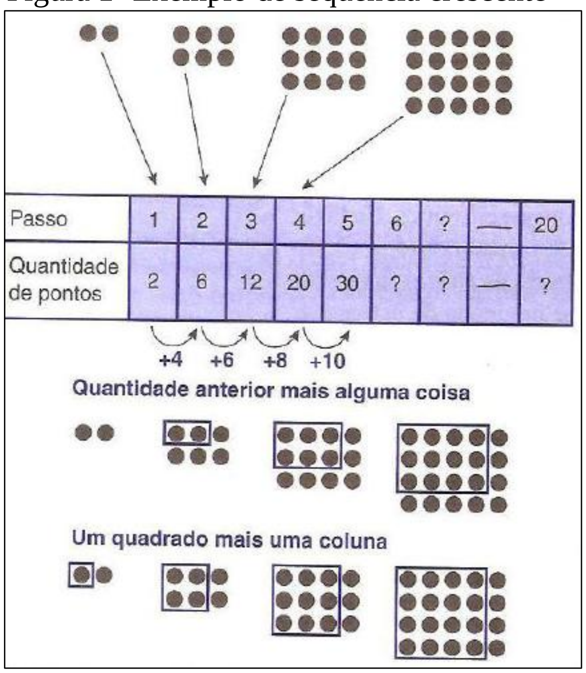
Conforme Silva e Moreira (2018, p. 261), os estudantes, em particular, dos anos finais do Ensino Fundamental, ao trabalharem com atividades apropriadas envolvendo padrões, "seriam levados a encontrar formas cada vez mais compactas e universais de expressar suas ideias ligadas à generalização, até que alcancem um grau de abstração compatível com o uso recorrente da simbologia algébrica padronizada". Na visão dos autores supracitados são exemplos de atividades apropriadas:

> continuar uma dada sequência, representando os termos seguintes aos termos fornecidos; descrever a relação entre cada termo e a sua ordem na sequência; usar a relação entre o

> termo e a sua ordem na sequência para identificar aquele que ocupa uma posição dada e vice-versa (achar a posição – ou possíveis posições - que um dado termo ocupa na sequência); por fim, expressar a relação entre um termo qualquer e sua posição na sequência, em linguagem natural e, dependendo do estágio de aprendizagem, usando a simbologia matemática. (Silva; Moreira, 2018, p. 261)

Um tipo de sequência que pode ser explorado nos anos finais do Ensino Fundamental são as sequências crescentes. Nesse tipo de sequência os estudantes são incentivados a “produzir generalizações de forma a encontrar uma lei de formação para a sequência e, de acordo com a lei de formação encontrada, identificar termos da sequência, em função da sua posição” (Silva; Moreira, 2018, p. 262). Um exemplo de sequência crescente com padrão figural é apresentado na Figura 1.

Figura 1- Exemplo de sequência crescente



Fonte: Van de Walle (2019, p. 300).

A Figura 1 indica diferentes modos de identificar o padrão. O padrão pode ser identificado a partir da organização de uma tabela em busca do reconhecimento de relações numéricas generalizáveis, mobilizando uma *estratégia numérica*, conforme Rivera e Becker (2008 apud Carneiro; Araman; Serrazina, 2022). A identificação do padrão pode vir, também, por meio de uma estratégia figural (Rivera; Becker, 2008 apud Carneiro; Araman; Serrazina, 2022). Uma das possibilidades, ao mobilizar a *estratégia figural*, é constatar que é possível formar um retângulo com a quantidade de círculos correspondente a posição da figura na sequência (n), cuja base é dada por n e a altura é dada por $n-1$, e verificar que a quantidade de círculos fora do retângulo é o dobro da posição da figura na sequência ($2n$). Desse modo, a generalização pode ser expressa por $Q = n(n-1) + 2n$, em que Q representa a quantidade de círculos de qualquer figura da sequência e n é a posição do termo na sequência, $n > 0$.

Outra possibilidade é construir quadrados cujo lado correspondente a posição da figura (n) e verificar que a quantidade de círculos fora do retângulo é exatamente o valor da posição da figura na sequência. Neste caso, a generalização pode ser expressa por $Q = n^2 + n$, tais que Q representa a quantidade de círculos de qualquer figura da sequência e n é a posição do termo na sequência, $n > 0$. Assim, tem-se duas relações diferentes em um padrão figural. Ressalta-se que conforme Vale e Barbosa (2019, p. 400), "tradicionalmente os alunos são mais analíticos, mas há igualmente alunos visuais, mas também constatamos que pensar visualmente, ou procurar ver é passível de ser ensinado". Em outros termos, os estudantes utilizam mais estratégias numéricas do que figurais na identificação e generalização de padrões. Contudo, a proposição de padrões figurais "facilita a formulação de conjeturas e a expressão da generalização, emergentes do raciocínio indutivo, que é acessível a alunos do ensino básico" (Vale; Barbosa, 20219, p. 400).

Destaca-se que a "linguagem algébrica nem sempre é o principal caminho escolhido para a representação de generalizações" (Campos; Gualandi, 2023, p. 6). São exemplos de representações utilizadas para expressar generalizações: língua materna, gestos, esquemas. Os estudantes, inicialmente, utilizam argumentações na língua natural (oral ou escrita) ou gestos para generalizar. Depois "evoluem para uma representação mais formal, à medida que vão construindo outros conceitos matemáticos, para representarem ou expressarem a generalização" (Campos; Gualandi, 2023, p. 6). Nessa perspectiva, é preciso evidenciar que:

> As representações são uma ferramenta imprescindível na resolução de problemas pois permitem apoiar a compreensão matemática, ajudar o aluno a comunicar as suas ideias, clarificar o raciocínio através das conexões que se podem estabelecer e podem ser usadas na aplicação de conceitos matemáticos no mundo real. (Barbosa; Vale, 2022, p. 19)

Nessa perspectiva, o desenvolvimento do pensamento algébrico e a aprendizagem de conteúdos da álgebra requer saber utilizar símbolos de forma significativa. Contudo, esse processo não é fácil nem linear. De acordo com Pereira (2013, p. 78) a maioria dos estudantes apresentam dificuldades quando:

> tentam dar sentido a uma expressão algébrica, ou a uma letra nessa expressão, ou quando atribuem significados (...) às letras na transição da linguagem natural para a algébrica, ou quando tentam escrever simbolicamente uma generalização. Além disso, um aluno ensinado, por exemplo, para responder apenas a questões que evoquem a aplicação de um algoritmo, terá sérias dificuldades quando confrontado com questões que impliquem a compreensão e exploração de um conceito.

Além disso, a introdução da noção de variável, através de diferentes situações e da construção de tabelas, anteriormente ao trabalho direto com as fórmulas da linguagem algébrica, é essencial no desenvolvimento do pensamento algébrico (Silva; Moreira, 2018). Conforme o NCTM (2008), os estudantes deverão começar a entender os diferentes significados e utilizações das variáveis por meio da representação de quantidades numa diversidade de problemas e contextos, em particular, na identificação e generalização de padrões. O Ministério da Educação de Portugal (2007 apud Pereira, 2013, p. 77), onde há vários estudos acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico, afirma que o "conceito de variável, pela sua complexidade, justifica que os alunos explorem situações variadas em que surjam letras (nomeadamente, expressões algébricas e equações) e discutam os seus significados".

A BNCC (Brasil, 2018, p. 270) ao tratar da unidade temática da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental indica que, os estudantes devem entender "os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas".

Diante desse contexto, optou-se por essa temática por concordar com Barbosa, Vale e Gualandi (2025, p. 2) ao afirmarem que "uma melhor compreensão da Matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico podem ser alcançados por meio de tarefas que envolvam múltiplas resoluções, promovam a generalização de padrões". Dessa forma, este material se justifica pelo desenvolvimento pensamento algébrico ser um dos objetivos da Matemática da Educação Básica e pela relevância que adquiriu com a publicação da BNCC (Brasil, 2018).

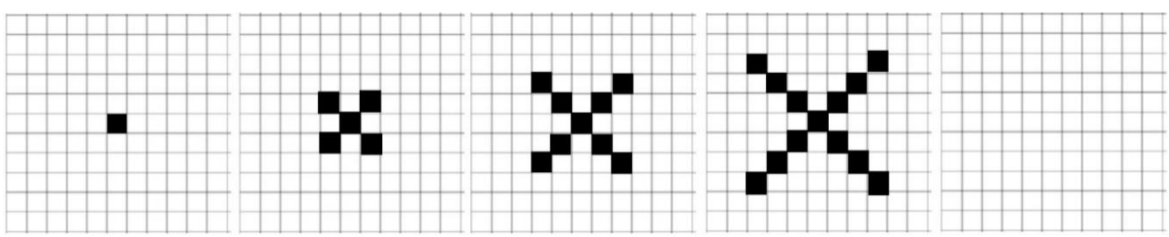
2 ATIVIDADES ENVOLVENDO SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E NÃO NUMÉRICAS

As atividades, apresentadas neste capítulo, envolvem padrões figurais e numéricos, principalmente, em sequências de crescimento, o que promove o "raciocínio indutivo [vai do particular ao geral] e a formulação de expressões generalizadas" (Barbosa; Vale; Gualandi, 2025, p. 5). Além disso, a "exploração de padrões não está restrita à Álgebra formal, mas permeia várias áreas da Matemática" (Barbosa; Vale; Gualandi, 2025, p. 6). Entende-se que essas atividades podem contribuir no desenvolvimento das seguintes habilidades, indicadas na BNCC (Brasil, 2018): (EF07MA14) - Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura; (EF07MA15) - Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas; (EF07MA16) - Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

A Atividade 1 (Quadro 2) apresenta uma sequência não numérica cujo padrão é figural com intuito de verificar se os estudantes conseguem estabelecer relações entre as figuras e suas posições na sequência em busca da generalização (representação em língua natural e/ou algébrica).

Quadro 2 – Atividade 1

1. Analise as figuras e responda as questões abaixo.



a) Quantos quadradinhos tem a figura seguinte desta sequência?
b) Quantos quadradinhos tem a 10ª figura desta sequência?
c) Existe uma figura nesta sequência com 41 quadradinhos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
d) Existe uma figura nesta sequência com 80 quadradinhos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
e) Escreva uma regra que permite determinar o número total de quadradinhos de qualquer figura desta sequência.
f) Complete a tabela a seguir.

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Quant. de quadrados (Q)									

g) Escreva uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na letra e) e os dados da tabela (letra f).

Fonte: Autoria própria.

O item a) requer a descoberta do termo seguinte da sequência dada, que pode ser obtido por *contagem* dos quadrinhos que formam a figura ou por desenho. O tipo de generalização envolvido é a *generalização próxima*. No item b) o tipo de generalização envolvido, também, pode ser *generalização próxima*, mas, neste caso, o estudante pode recorrer a relação entre o padrão figural e o numérico por meio de uma tabela, antecipando a resolução do item f), utilizando relações recursivas. Os itens c) e d) exigem a determinação da ordem da figura na sequência (posição na sequência), se possível, o que pode ser obtido por meio de relações recursivas, *generalização próxima*, em particular, no caso dos estudantes que responderam corretamente o item b), ou seja, a 10ª figura terá 37 quadradinhos, verificará que a 11º primeira figura terá 41 quadradinhos (item c)).

Outra maneira de resolver esses itens pode envolver a descoberta do padrão, expressa na língua natural (adiciona 1 ao produto de quatro por posição da figura menos 1) ou na representação algébrica ($Q = 1 + 4(n - 1)$), antecipando a resolução dos itens e), f) e g). O tipo de generalização envolvido, nesta última possibilidade de resposta, é a *generalização distante*. A *generalização distante* é esperada no item e), especialmente, expressa em linguagem natural e nos itens f) e g), neste último, principalmente, expressa na representação algébrica. Além disso, os estudantes podem responder o item d) reconhecendo aspectos do padrão, em outras palavras, constatando que a quantidade de quadradinhos necessários para formar cada figura é dada por um número ímpar, logo, não é possível formar uma figura com 80 quadradinhos.

A tabela apresentada no item f), conforme já mencionado, poderia ser completada antes da resolução dos itens b), c) e d), pois contribui na organização dos dados do problema e na análise do padrão. Concorda-se com Vale (2012, p. 200, grifo nosso) ao afirmar que os estudantes devem ser incentivados a observar as figuras de várias maneiras, registrando essas maneiras em uma tabela. “Há um raciocínio indutivo [vai do particular para o geral] baseado num pensamento visual, fortemente ligado ao modo como os alunos conseguem ver a lei de formação do padrão [...]. Esta componente é fundamental sobretudo para conseguir-se uma *generalização distante*” O Quadro 3 apresenta duas representações tabulares que podem ser organizadas pelos estudantes.

Quadro 3 – Representação tabular Atividade 1

Representação Tabular 1:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de quadrados (Q)	1	5	9	13	17	...	?

Representação Tabular 2:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de quadrados (Q)	1	1+4	1+4+4	1+4+4+4	1+4+4+4+4	...	$1 + 4(n - 1)$

Fonte: Autoria própria.

A “Representação Tabular 1”, possivelmente, será construída com base em relações recursivas, mobilizando a *generalização próxima*. Destaca-se que essa representação pode não contribuir na elaboração da representação algébrica (*generalização distante*), pois não evidencia que o valor a ser multiplicado por quatro refere-se à posição anterior, $n - 1$. Já a “Representação Tabular 2”, construída por meio de uma outra forma de visualizar as figuras, pode permitir descobrir uma relação funcional e obter a *generalização distante*. Corroboram com essa afirmação Barbosa, Vale e Gualandi (2025, p. 15) ao afirmarem que esse tipo de representação pode ser considerada “uma resolução visual, na qual as expressões traduzem o modo de ver a formação da sequência, sendo essa a estratégia principal para chegar à solução”, em particular, a *generalização distante* expressa na representação algébrica.

A Atividade 2 (Quadro 4) apresenta sequências numéricas com intuito de verificar se os estudantes conseguem identificar o padrão envolvido e o generalizam (representação em língua natural e/ou algébrica). A opção por essa atividade deu-se em função do trabalho realizado desde os anos iniciais com sequências numéricas. Além disso, conforme os Princípios e Normas do NCTM[1], publicados em 2000 e traduzidos pela equipe da Associação de Professores de Matemática (APM) de Portugal em 2008[2], que inspiraram a elaboração de documentos curriculares brasileiros, é importante que os estudantes identifiquem se as sequências numéricas propostas envolvem crescimento aritmético ou geométrico já nos anos finais do Ensino Fundamental.

[1] National Council of Teachers of Mathematics.
[2] A versão utilizada, nesta pesquisa, dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar é a elaborada pela APM.

Quadro 4 – Atividade 2

2. Identifique o padrão das sequências a seguir e responda as questões.

a) $10, 50, 90, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 10 e pode ser representado por $a_1 = 10$, o segundo termo é 50 e pode ser representado por $a_2 = 50$, o terceiro termo é 90 e pode ser representado por $a_3 = 90$. Determine a_4, a_5 e a_6.
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?

b) $56, 48, 40, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 56 e pode ser representado por $a_1 = 56$, o segundo termo é 48 e pode ser representado por $a_2 = 48$, o terceiro termo é 40 e pode ser representado por $a_3 = 40$. Determine a_4, a_5 e a_6.
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?

c) $3, 9, 27, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 3 e pode ser representado por $a_1 = 3$, o segundo termo é 9 e pode ser representado por $a_2 = 9$, o terceiro termo é 27 e pode ser representado por $a_3 = 27$. Determine a_4, a_5 e a_6.
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?
d) $2, 6, 18, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 2 e pode ser representado por $a_1 = 2$, o segundo termo é 6 e pode ser representado por $a_2 = 6$, o terceiro termo é 18 e pode ser representado por $a_3 = 18$. Determine a_4, a_5 e a_6.
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?

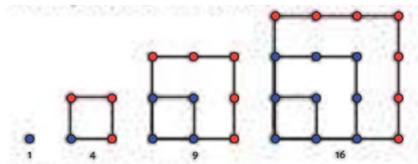
Fonte: Autoria própria.

O item i) de todas as questões que compõem a Atividade 2 pode ser resolvido a partir da mobilização da *generalização próxima*, visto que dados três termos da sequência numérica solicita-se os próximos três. Já o item ii) requer a mobilização da *generalização distante*, pois solicita a determinação do n-ésimo termo da sequência. Destaca-se que a *generalização distante* pode ser expressa na língua natural, principalmente, pelos estudantes do 7º ano, em função do pouco “contato” com o uso das letras, e na representação algébrica. A função polinomial do 1º grau (função afim), de domínio natural, representa as sequências expostas nos itens a) e b). A função exponencial, de domínio natural, representa as sequências apresentadas no item c) e d). Sublinha-se que os estudantes não precisam ter estudado os tipos de funções associadas aos padrões para resolverem as atividades, pois a introdução da noção de variável pode ser realizada antes do trabalho direto com as fórmulas relacionadas as funções (Silva; Moreira, 2018).

A Atividade 3 (Quadro 5) expõe uma sequência não numérica cujo padrão é figural com objetivo de constatar se os estudantes estabelecem relações entre a quantidade de pontos e sua posição na sequência e generalizam o padrão (representação em língua natural e/ou algébrica). A escolha dessa atividade justifica-se por envolver números quadrados perfeitos, geralmente, abordados nos anos iniciais no estudo da operação de multiplicação.

Quadro 5 – Atividade 3

3. A figura a seguir mostra um exemplo de sequência com números figurados, ou seja, associado a imagens. No caso, temos a sequência de números quadrangulares.



a) Quantos pontos tem a figura seguinte desta sequência?
b) Quantos pontos tem a 12ª figura desta sequência?
c) Existe uma figura nesta sequência com 100 pontos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
d) Existe uma figura nesta sequência com 120 pontos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
e) Escreva uma regra que permite determinar o número total de pontos de qualquer figura desta sequência.
f) Com base nessa sequência de figuras, responda:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de pontos (P)							

g) Escreva uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na letra e) e os dados da tabela (letra f).

Fonte: Adaptado de Bianchini (2018).

Assim como na Atividade 1, os itens a) e b) estão relacionados a *generalização próxima*. Os itens c) e d) podem envolver *generalização próxima* se relações recursivas forem utilizadas, o que demanda muito tempo na resolução, ou *generalização distante* se a descoberta do padrão for obtida e expressa na língua natural (o número de pontos da figura é um número quadrado perfeito; relação com a área do quadrado de lado n; o número de pontos da figura é o produto de um número natural por ele mesmo) e/ou na representação algébrica ($P = n^2$), antecipando a resolução dos itens e), f) e g). O Quadro 6 expõe duas representações tabulares que os estudantes podem organizar.

Quadro 6 – Representação tabular Atividade 3

Representação Tabular 1:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de pontos (P)	1	4	9	16	25	...	?

Representação Tabular 2:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de pontos (P)	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5	...	$n \times n = n^2$

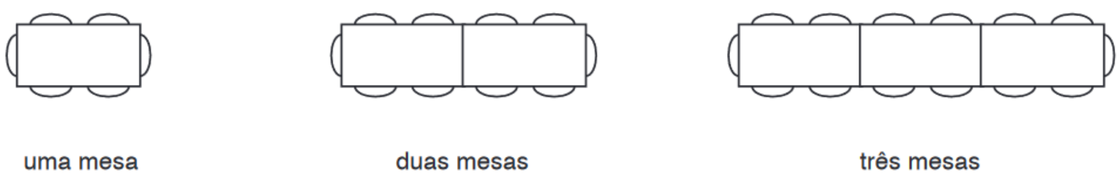
Fonte: Autoria própria.

A “Representação Tabular 1”, possivelmente, será construída com base na contagem dos pontos de cada figura ou em relações recursivas, mobilizando a *generalização próxima*. Já a “Representação Tabular 2”, será construída por meio de uma outra forma de visualizar as figuras, relação com a área do quadrado ou com o produto de um número natural por ele mesmo, mobilizando a *generalização distante*.

A Atividade 4 (Quadro 7) apresenta uma sequência não numérica cujo padrão é figural com intuito de verificar se os estudantes conseguem estabelecer relações entre a quantidade de cadeiras e a quantidade de mesas (corresponde a posição da figura na sequência) e generalizar esse padrão (representação em língua natural e/ou algébrica).

Quadro 7 – Atividade 4

4. Uma nova sala de aula foi inaugurada, para estudo e exercícios em grupo. A sala de aula tem mesas para seis estudantes. Quando as mesas são colocadas juntas, numa única fila de mesas, elas podem ser usadas pelo número de estudantes mostrado na figura abaixo.



a) Quantas cadeiras tem a figura seguinte desta sequência?
b) Quantas cadeiras tem a 10ª figura desta sequência?
c) Existe uma figura nesta sequência com 82 cadeiras? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
d) Existe uma figura nesta sequência com 120 cadeiras? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
e) Escreva uma regra que permite determinar o número total de cadeiras de qualquer figura desta sequência.
f) Complete a tabela.

Posição da figura ou número de mesas (n)	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Quant. de cadeiras (Q)									

g) Escreva uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na letra e) e os dados da tabela (letra f).

Fonte: Adaptado da Olimpíada Brasileira de Informática, Fase 1, Nível 1, de 2015.

Assim como na Atividade 1 e na 3, os itens a) e b) da Atividade 4 estão relacionados a *generalização próxima*. Os itens c) e d) podem envolver *generalização próxima* se relações recursivas forem utilizadas ou *generalização distante* se a descoberta do padrão for obtida e expressa em linguagem natural (múltiplos de quatro mais dois) e/ou na representação algébrica

($Q = 4n + 2$), antecipando a resolução dos itens e), f) e g). Além disso, os estudantes podem responder os itens c) e d) reconhecendo aspectos do padrão, isto é, constatando que para determinar a quantidade de mesas basta subtrair dois da quantidade de cadeiras e verificar se o número é múltiplo de quatro. O Quadro 8 apresenta duas representações tabulares que estudantes podem organizar.

Quadro 8 – Representação tabular Atividade 4

Representação Tabular 1:

Posição da figura ou número de mesas (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de cadeiras (Q)	6	10	14	18	22	...	?

Representação Tabular 2:

Posição da figura ou número de mesas (n)	1	2	3	4	5	...	n
Quant. de cadeiras (Q)	$4 \times 1 + 2$	$4 \times 2 + 2$	$4 \times 3 + 2$	$4 \times 4 + 2$	$4 \times 5 + 2$	...	$4 \times n + 2$

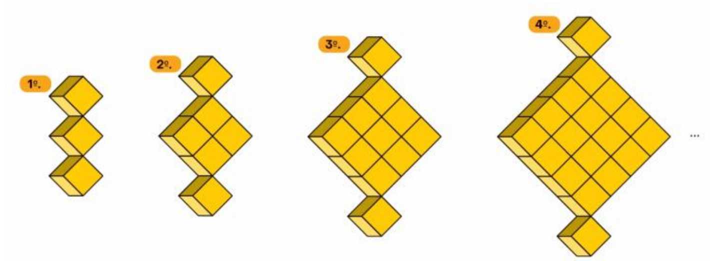
Fonte: Autoria própria.

A “Representação Tabular 1”, possivelmente, será construída com base em relações recursivas, mobilizando a *generalização próxima*. Já a “Representação Tabular 2”, será construída por meio de uma outra forma de visualizar as figuras, em cada mesa podem ser colocadas quatro cadeiras mais duas nos cantos, mobilizando a *generalização distante*.

A Atividade 5 (Quadro 9) expõe uma sequência não numérica cujo padrão é figural com objetivo de averiguar se os estudantes estabelecem relações entre a quantidade de cubos e suas posições na sequência e generalizam o padrão (representação em língua natural e/ou algébrica). Além disso, busca-se comparar o desempenho dos estudantes em relação a Atividade 3, visto que o padrão figural é bem semelhante, bem como verificar se outras estratégias são mobilizadas na resolução.

Quadro 9 – Atividade 5

As figuras em sequência apresentadas a seguir são formadas por cubos. Observe a sequência de figuras abaixo e responda as questões a seguir.



a) Quantos cubos tem a figura seguinte desta sequência?
b) Complete a tabela abaixo:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Quant. de cubos (Q)									

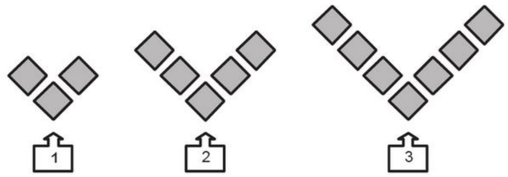
c) Quantas cubos tem a 10ª figura desta sequência?
d) Existe uma figura nesta sequência com 84 cubos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde. Justifique sua resposta.
e) Existe uma figura nesta sequência com 146 cubos? Se existir, determine a ordem que ela corresponde. Justifique sua resposta.
f) Escreva uma regra que permite determinar o número total de cubos de qualquer figura desta sequência.
g) Escreva uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na letra f) e os dados da tabela (letra b).

Fonte: Adaptado do material disponibilizado pela Secretaria de Educação do Município.

A Atividade 6 (Quadro 10) apresenta uma sequência não numérica cujo padrão é figural com intuito de constatar se os estudantes conseguem estabelecer relações entre a quantidade de quadrados e suas posições na sequência em busca da generalização (representação em língua natural e/ou algébrica). Além disso, busca-se comparar o desempenho dos estudantes em relação as atividades 1 e 4, visto que o padrão figural é bem semelhante. Também, busca-se verificar, assim como na Atividade 5, se outras estratégias são mobilizadas na resolução.

Quadro 10 – Atividade 6

Observe a sequência de figuras abaixo e responda as questões a seguir.



a) Quantos quadrados tem a figura seguinte desta sequência?
b) Complete a tabela abaixo:

Posição da figura (n)	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Quant. de quadrados (Q)									

c) Quantos quadrados tem a 11ª figura desta sequência?
d) Existe uma figura nesta sequência com 34 quadrados? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
e) Existe uma figura nesta sequência com 43 quadrados? Se existir, determine a ordem que ela corresponde.
f) Escreva uma regra que permite determinar o número total de quadrados de qualquer figura desta sequência.
g) Escreva uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na letra f) e os dados da tabela (letra b).

Fonte: Adaptado de Ponte, Matos e Branco (2009).

A Atividade 7 (Quadro 11) exibe duas sequências numéricas com intuito de constatar se os estudantes identificam o padrão envolvido e o generalizam (representação em língua natural e/ou algébrica). Além disso, busca-se comparar o desempenho dos estudantes em relação a Atividade 2. Também, busca-se verificar, assim como na Atividade 5 e na Atividade 6, se outras estratégias são mobilizadas na resolução.

Quadro 11 – Atividade 7

Identifique o padrão das sequências a seguir e responda as questões.
a) $6, 11, 16, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 6 e pode ser representado por $a_1 = 6$, o segundo termo é 11 e pode ser representado por $a_2 = 11$, o terceiro termo é 16 e pode ser representado por $a_3 = 16$. Determine a_4 e a_5?
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?

b) $2, 4, 8, \ldots$
i) Se o primeiro termo é 2 e pode ser representado por $a_1 = 2$, o segundo termo é 4 e pode ser representado por $a_2 = 4$, o terceiro termo é 8 e pode ser representado por $a_3 = 8$. Determine a_4 e a_5?
ii) Como podemos determinar o termo da sequência em qualquer posição (a_n)?

Fonte: Autoria própria.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, A.; VALE, I. As representações: escolhas eficazes na resolução de problemas. **Educação e Matemática**, n. 166, p. 19-24, 2022.

BARBOSA, A.; VALE, I.; GUALANDI, J. H. Dos padrões à generalização: como a criatividade é expressa por futuros professores do Brasil e de Portugal?. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 9, n. 17, p. 1–23, 2025.

BIANCHINI, E. Matemática – Bianchini: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática 3° e 4° ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental**. Brasília, 2018.

CAMPOS; M. S.; GUALANDI, J. H. A Generalização de Padrões Matemáticos com Estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, [S. l.], v. 28, n. 80, p. 1–15, 2023.

CAMPOS, M. S.; GUALANDI, J. H. A generalização de padrões matemáticos na Educação Básica: uma pesquisa bibliográfica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 7, n.1, p. 226-254, 2024.

CARNEIRO, L. F. G.; ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Raciocínio Matemático de Alunos do Ensino Fundamental: estratégias de generalização empírica. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 74, p. 1193-1214, 2022.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Tradução: Magda Melo. Ed. APM, 2008.

PEREIRA, M. S.; FERNANDES, J. A. Estratégias de generalização de padrões de alunos do 7º ano de escolaridade. **UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, v. 8, n. 29, 14 mar. 2012.

PEREIRA, M. S. Estratégias usadas por alunos do 7º ano de escolaridade na exploração de padrões. **Quadrante**, Vol. XXII, nº 1, 2013.

PONTE, J. P.; MATOS, A.; BRANCO, N. **Sequências e Funções**. Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3.º ciclo 7.º ano, 2009.

SILVA, J. P.; MOREIRA, P. C. Produto educacional sobre educação algébrica escolar: pensamento algébrico, linguagem, generalização. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 10, p. 255–275, 2018.

VALE, I. *et al*. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE, T.; PIMENTEL, A.; BARBOSA, L.; FONSECA, L. CANAVARRO, P. Números e Álgebra. Lisboa: SEM-SPCE, 2006.

VALE; I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, n. 20, p. 181-207, 2012.

VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 08, n. 2, p. 64-81, 2013.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 21, n. 3, 2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. Quadrante, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VAN DE WALLE, John. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.