

Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística e Informática.  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática  
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática  
Linha de Pesquisa: Metodologias para Ensino de Matemática no Nível  
Fundamental



LOURIVAL DOS SANTOS NASCIMENTO JUNIOR

**USO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO INTRODUTÓRIO DE  
FRAÇÕES**

BELÉM/PA

2025

Lourival dos Santos Nascimento Junior

**Uso de Uma Sequência Didática no Ensino Introdutório de Frações**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática vinculado à Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologias para ensino de matemática no nível Fundamental Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

BELÉM/PA

2025

LOURIVAL DOS SANTOS NASCIMENTO JÚNIOR

**USO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO INTRODUTÓRIO DE  
FRAÇÕES**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

Data de aprovação: 06/02/2025

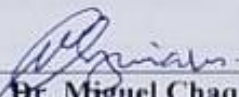
Banca examinadora



\_\_\_\_\_, Orientador

**Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral**

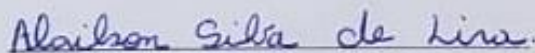
Doutor em Ciências Humanas – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ  
Universidade do Estado do Pará



\_\_\_\_\_, Examinador Interno

**Prof. Dr. Miguel Chaquiam**

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN  
Universidade do Estado do Pará



\_\_\_\_\_, Examinador Externo

**Prof. Dr. Alailson Silva de Lira**

Doutor em Educação, Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará / UFPA  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – IFPA

Belém – PA

2025

***Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará***

---

Nascimento Junior, Lourival dos Santos

Uso de uma sequência didática no ensino introdutório de frações / Lourival dos Santos Nascimento Junior. — Belém, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2025.

1. Ensino de matemática. 2. Teoria das situações didáticas. 3. Frações. 4. Sequência didática. I. Título.

---

CDD 22.ed. 515.24

Elaborado por Priscila Melo CRB/2-1345

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a Deus, fonte de sabedoria e força, que me guiou em cada passo desta jornada. Sua presença foi fundamental para que eu pudesse superar os desafios e celebrar as conquistas.

Aos meus pais, que sempre foram meu exemplo de amor e dedicação. Em especial, dedico esta obra ao meu pai, que, embora esteja descansando em paz, continua vivo em meu coração e em minhas memórias. Sua força e ensinamentos me acompanharão para sempre.

Esta dedicatória é uma homenagem ao seu legado e ao amor que sempre me proporcionou.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, fiel amigo e conhecedor das lutas e vitórias, que sempre esteve ao meu lado, agradeço por me guiar e fortalecer em cada passo desta jornada.

À minha família, Tatielle, Zuri e Boaz, meu profundo reconhecimento e amor. Vocês foram meu alicerce e fonte de inspiração, sempre me apoiando em todos os momentos.

Aos meus pais, que dedicaram parte de suas vidas para a construção de uma família unida e amorosa, sou eternamente grato por todos os ensinamentos e sacrifícios feitos em prol do nosso bem-estar.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão aos meus amigos Arthur e Betânia, com quem tive o privilégio de compartilhar esta jornada no mestrado profissional. Juntos, enfrentamos desafios, celebramos conquistas e aprendemos uns com os outros a cada passo do caminho.

A amizade e o apoio de vocês foram essenciais para tornar essa experiência ainda mais enriquecedora e memorável. Agradeço por todos os momentos de troca, risadas e aprendizado que vivemos juntos, e por estarem ao meu lado em cada etapa dessa trajetória.

Por fim, ao professor Natanael Freitas Cabral, expresso minha sincera gratidão por ter aceitado tal missão. Sua orientação e apoio foram fundamentais para a realização deste trabalho.

## RESUMO

NASCIMENTO, Lourival dos Santos. **Uso de Uma Sequência Didática no Ensino Introdutório de Frações**. Dissertação do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

A pesquisa acadêmica teve como objetivo analisar a aplicação de uma sequência didática no ensino introdutório de frações no 6º ano do Ensino Fundamental. Para cumprir com esse objetivo se fez um levantamento teórico sobre os conceitos de fração, o papel histórico do professor, as teorias didáticas, a sequência didática e a análise do discurso e análise microgenética. Para o desenvolvimento, mesmo parcial da pesquisa usou-se como teóricos bases, Santos (2008); Góes (2000), Mortimer (2002), Cabral (2017) e Zabala (1996), entre outros que foram devidamente referenciados ao longo da escrita. Em continuação, percebeu-se a complexidade que está em torno da aprendizagem deste objeto. Diante disso se levantou a seguinte questão: Como uma sequência didática, para o ensino introdutório de frações pode beneficiar a aprendizagem dos alunos do 6º ano? Essa questão também se vincula as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) que assim com a sequência didática desenvolve um trabalho por etapas. Para o alcance deste alvo será usada uma Sequência Didática com base em Cabral (2017) e Zabala (1996), devido a características da sequência didática e de como esse trabalho está e ainda será desenvolvida, a tipologia metodológica foi definida como bibliográfica, de cunho aplicado e experimental. A pesquisa revelou que o uso do material desenvolvido gerou evidências de aprendizado significativo entre os alunos, tornando as aulas mais ativas e estimulando a reflexão crítica, a formulação de suposições, a interação e a colaboração entre os estudantes.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática. Teoria das situações didáticas. Frações. Sequência Didática.

## ABSTRACT

NASCIMENTO, Lourival dos Santos. **Use of a Didactic Sequence in the Introductory Teaching of Fractions.** Dissertation of the Postgraduate Program in Mathematics Teaching - State University of Pará, Belém, 2022.

The academic research aimed to analyze the application of a didactic sequence in the introductory teaching of fractions in the 6th year of elementary school. To meet this objective, a theoretical survey was conducted on the concepts of fractions, the historical role of the teacher, didactic theories, the didactic sequence, and discourse analysis and microgenetic analysis. For the development, even partial, of the research, base theorists used were Santos (2008); Góes (2000), Mortimer (2002), Cabral (2017) and Zabala (1996), among others who were duly referenced throughout the writing. Subsequently, the complexity surrounding the learning of this object was perceived. Given this, the following question was raised: How can a didactic sequence for the introductory teaching of fractions benefit the learning of 6th-year students? This question is also linked to the Articulated Units of Conceptual Reconstruction (UARC) which, like the didactic sequence, develops work in stages. To reach this target, a Didactic Sequence based on Cabral (2017) and Zabala (1996) will be used; due to the characteristics of the didactic sequence and how this work is and will still be developed, the methodological typology was defined as bibliographic, of applied and experimental nature. The research revealed that the use of the developed material generated evidence of significant learning among students, making classes more active and stimulating critical reflection, the formulation of assumptions, interaction, and collaboration among students.

Keywords: Mathematics teaching. Theory of didactic situations. Fractions. Didactic Sequence.



## LISTA DE IMAGENS

|                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| Imagem 01 – Relação discente e saber matemático.....                    | 31  |
| Imagem 02 – Reta numérica .....                                         | 73  |
| Imagem 03 – Exemplo de atividade com fração .....                       | 75  |
| Imagem 04 – Apresentação do MMC .....                                   | 79  |
| Imagem 05 – Equação da aprendizagem.....                                | 83  |
| Imagem 06 – Recorte de atividades 1 .....                               | 89  |
| Imagem 07 – Recorte da atividade 2.....                                 | 90  |
| Imagem 08 – Recorte de atividade 3.....                                 | 90  |
| Imagem 09 – Recorete de atividade 4.....                                | 91  |
| Imagem 10 – Oliveira (2004) .....                                       | 99  |
| Imagem 11 – Santos, Cameschi e Hanna (2009).....                        | 99  |
| Imagem 12 – Atividades Ananias (2019).....                              | 100 |
| Imagem 13 – Atividade Silva e Lozada (2022).....                        | 100 |
| Imagem 14 – Sumário Telaris. ....                                       | 104 |
| Imagem 15 – Conteúdo inicial Telaris .....                              | 104 |
| Imagem 16 – Sumário A conquista da Matemática .....                     | 105 |
| Imagem 17 – Apresentação A conquista da Matemática .....                | 105 |
| Imagem 18 – Sumário Formando Cidadão .....                              | 106 |
| Imagem 19 – Sumário Bianchini.....                                      | 106 |
| Imagem 20 – Apresentação de Bianchini.....                              | 107 |
| Imagem 21 – Sumário Vontade de saber .....                              | 107 |
| Imagem 22 – Ideia sobre Fração no livro Telaris .....                   | 108 |
| Imagem 23 – Ideia sobre Fração no livro A conquista da Matemática ..... | 108 |
| Imagem 24 – Ideia de fração no livro Formando Cidadão.....              | 109 |
| Imagem 25 – Ideia de fração no livro Bianchini.....                     | 110 |
| Imagem 26 – Ideia sobre fração Vontade de Saber .....                   | 111 |
| Imagem 27 – Conteúdo livro 1 .....                                      | 113 |
| Imagem 28 – Conteúdo livro 2 .....                                      | 114 |
| Imagem 29 – Conteúdo livro 3 .....                                      | 115 |
| Imagem 30 – Conteúdo livro 4 .....                                      | 116 |
| Imagem 31 – Conteúdo livro 5 .....                                      | 117 |
| Imagem 32 – Atividade do Livro 1 .....                                  | 119 |

|                                                     |     |
|-----------------------------------------------------|-----|
| Imagem 33 – Atividade do Livro 2 .....              | 120 |
| Imagem 34 – Atividade do Livro 3 .....              | 121 |
| Imagem 35 – Atividade do Livro 4 .....              | 122 |
| Imagem 36 – Questões .....                          | 123 |
| Imagem 37 – Alunos resolvendo as atividades 1 ..... | 146 |
| Imagem 38 – Alunos resolvendo as atividades 2 ..... | 147 |
| Imagem 39 – Efeito borboleta .....                  | 152 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| TABELA 1 – FAIXA ETÁRIA DOS DOCENTES.....                    | 67 |
| TABELA 2 – MAIOR DIFICULDADE DOS ALUNOS .....                | 68 |
| TABELA 3 – FREQUÊNCIA EM FORMAÇÃO CONTINUA continuação ..... | 68 |
| TABELA 4 – ITENS DO CONTEÚDO DE FRAÇÕES .....                | 69 |
| TABELA 5 – ITENS DO CONTEÚDO COM MAIOR DIFICULDADE .....     | 70 |

## LISTA DE QUADROS

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| QUADRO 1 - Unidade 4 proposta por Zabala .....                  | 34  |
| QUADRO 2 - Fases da sequencia didática (trio Genebra) .....     | 36  |
| QUADRO 3 - Intenções do professor .....                         | 45  |
| QUADRO 4 - Intervenções do professor .....                      | 48  |
| QUADRO 5 - Conpanhias Religiosas .....                          | 55  |
| QUADRO 6 - Teórico e correntes teóricas .....                   | 58  |
| QUADRO 7 - Representação de fração para Silva .....             | 73  |
| QUADRO 8 - Representação de fração para Rossy .....             | 73  |
| QUADRO 9 - Atividades matemática e sua evolução .....           | 77  |
| QUADRO 10 - Apresentação de trabalhos diagnósticos .....        | 84  |
| QUADRO 11 - Pesquisa de Lima e Sá.....                          | 85  |
| QUADRO 12 - Pesquisa de Roth e Costa.....                       | 86  |
| QUADRO 13 - Pesquisa de Silva.....                              | 87  |
| QUADRO 14 - Pesquisa de Laranjeira.....                         | 88  |
| QUADRO 15 - Analise das atividades.....                         | 91  |
| QUADRO 16 - Lista dos materiais usados na pesquisa.....         | 93  |
| QUADRO 17 - Resumo da pesquisa.....                             | 94  |
| QUADRO 18 - Resumo da pesquisa 1.....                           | 96  |
| QUADRO 19 - Resumo da pesquisa 2.....                           | 97  |
| QUADRO 20 - Resumo da pesquisa 3.....                           | 98  |
| QUADRO 21 - Analise das atividades experimentais.....           | 101 |
| QUADRO 22 - Apresentação dos livros didáticos .....             | 102 |
| QUADRO 22 - Apresentação dos livros didáticos continuação ..... | 103 |
| QUADRO 23 - Sistema de avaliação dos livros .....               | 124 |
| QUADRO 23 - Sistema de avaliação dos livros continuação .....   | 125 |
| QUADRO 24 - Episódios, seguimentos e turnos.....                | 148 |

## SUMÁRIO

|                                                                                                     |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ABSTRACT .....</b>                                                                               | <b>7</b>  |
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>                                                                           | <b>15</b> |
| <b>2 TEORIAS UTILIZADAS NA PESQUISA .....</b>                                                       | <b>28</b> |
| 2.2 TEORIAS DISCURSIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA .....                                               | 41        |
| 2.3 CATEGORIAS CLÁSSICAS DA ANÁLISE DO DISCURSO. ....                                               | 44        |
| 2.4. A ANÁLISE MICROGENÉTICA .....                                                                  | 49        |
| <b>3 O ENSINO E A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....</b>                                   | <b>55</b> |
| 3.1 O ESTILO EUROPEU: A ESCOLÁSTICA .....                                                           | 55        |
| 3.2 O ESTILO EUROPEU REVOLUCIONÁRIO .....                                                           | 56        |
| 3.3 O ESTILO BRASILEIRO .....                                                                       | 60        |
| 3.4. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES .....                                                                | 66        |
| 3.4.1 Perfil dos Professores.....                                                                   | 66        |
| 3.5 O ENSINO DO OBJETO MATEMÁTICO: FRAÇÕES .....                                                    | 71        |
| 3.5.1 As frações e suas concepções e conceituação no ensino da matemática .....                     | 71        |
| 3.6 A TEORIA DA ATIVIDADE E O ENSINO DA MATEMÁTICA .....                                            | 76        |
| 3.7 TEORIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....                                                              | 80        |
| 3.8 ANÁLISE DE 8 TRABALHOS DE PESQUISAS QUE CONTRIBUÍRAM PARA MODULAR A SD. ....                    | 84        |
| 3.9 APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES.....                                                                | 89        |
| 3.10 ANÁLISES DAS ATIVIDADES .....                                                                  | 91        |
| 3.11 CONCLUSÕES DA ANÁLISE.....                                                                     | 92        |
| 3.12 ANÁLISE DE 4 TRABALHOS DE PESQUISAS QUE CONTRIBUÍRAM PARA FORMULAÇÃO DE ATIVIDADES DA SD ..... | 92        |
| 3.12.1 Estudos experimentais.....                                                                   | 92        |
| 3.12.2. Análise das atividades.....                                                                 | 101       |
| 3.12.3. Conclusão da análise .....                                                                  | 101       |
| 3.13. ANÁLISE DE 5 LIVROS DIDÁTICOS .....                                                           | 102       |
| 3.13.1 Apresentação dos livros didáticos e conteúdos.....                                           | 102       |
| 3.14 ANÁLISE DO CONTEÚDO DE FRAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS.....                                        | 113       |
| 3.13.2 Análise das atividades .....                                                                 | 119       |

|                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.14 CONCLUSÕES DA ANÁLISE DOS LIVROS.....                                            | 124        |
| <b>4 SOBRE A FRAÇÃO E SUAS OPERAÇÕES (ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO).....</b>                    | <b>127</b> |
| 4.1 A QUESTÃO DOS NUMERADORES.....                                                    | 130        |
| <b>5 CONSTITUIÇÃO, APRESENTAÇÃO E APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....</b>            | <b>133</b> |
| 5.1 UARC 1 - CONHECENDO AS FRAÇÕES, LEITURA E TIPO DE FRAÇÕES .                       | 133        |
| 5.2 UARC 2 SOMA E SUBTRAÇÃO COM DENOMINADORES IGUAIS E DIFERENTES.....                | 137        |
| 5.3 UARC 3- RELACIONAR O PROBLEMA COM SUA SITUAÇÃO REAL .....                         | 142        |
| 5.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....                                                  | 143        |
| <b>6 INTERPRETAÇÃO DOS DADOS E IDENTIFICAÇÃO DOS INDÍCIOS NA APLICAÇÃO DA SD.....</b> | <b>148</b> |
| 6.1 ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS EM CONFORMIDADE COM OS OBJETIVOS DA PESQUISA.....    | 156        |
| <b>7 CONCLUSÃO .....</b>                                                              | <b>158</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                              | <b>162</b> |
| <b>ANEXO A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES .....</b>                          | <b>169</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho, opto por uma abordagem introdutória em primeira pessoa, permitindo uma apresentação pessoal e reflexiva da minha trajetória acadêmica, destacando experiências, desafios e conquistas que contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

As observações realizadas estiveram unidas com o percurso que trilhei e trilho em minha formação como docente. Em primeiro lugar, referencio meus familiares, pois pertenço a esfera social na qual parte da família é composta por docentes, o que se tornou meu maior incentivo para escolher a profissão de professor. Iniciei pela graduação, conclui o curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Vale do Acaraú (UVA) no ano de 2012, com egresso em 2008 no curso de 4 anos de duração. Após a graduação, aperfeiçoei-me, realizei três cursos para professores de Matemática no Ensino Médio, na Universidade Federal do Pará (UFPA), tais cursos foram realizados pelo ÍMPAR em conjunto com o Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática no Ensino Médio (PAPEM) anos de 2015,2020,2021.

No início da minha carreira profissional, comecei ministrando aulas na Escola Ruth dos Santos Almeida de 2010-2012, na qual participei do programa Mais Educação do Ministérios da Educação (MEC). Em 2013, trabalhei de forma remunerada, em contrato emergencial, para Secretaria de Educação (SEDUC). Na escola CENE, estive no quadro profissional de 2014-2020. Também atuei como professor de Matemática, nas escolas: Escola União 2016-2020; Escola Essencial 2021 e a atualmente Siebra e Colégio Pequeno Príncipe-Avante.

Devido à Pandemia da Covid-19 estive fora do âmbito educacional de 2020-21. O momento de caos mundial deu início a minha formação continuada, pois em 2020 passei a integrar o corpo discente do Programa de Pós Graduação em Ensino da Matemática da Universidade Estadual do Pará (UEPA). Minha escolha por tal programa se deu porque a UEPA tem um dos melhores programas de Mestrado no estado do Pará e possui áreas diversificadas nos estudos das Ciências Matemática na região Norte do Brasil.

Meu pensamento, a partir daí, concretizou-se devido aos vários momentos que ao ser questionado em sala de aula, sobre algumas dúvidas que os alunos tinham em relação ao conteúdo, eu não tinha as respostas adequadas para algumas

questões levantadas, percebi, neste momento, que minha formação necessitava de um passo adiante da graduação, isto é, o aperfeiçoamento. Assim, esse foi o primeiro passo para que eu buscasse no Mestrado a continuação de minha formação.

Neste momento, compreendi, também, que havia uma dificuldade comum as turmas do Ensino Fundamental e Médio, nas quais ministrei aulas, tudo que estava relacionado às frações não obtinha aprendizagem positiva. Essa dificuldade se alastrou até o Ensino Médio, questões de conceito, soma e subtração com ou sem denominadores diferentes não faziam parte do letramento matemático dos alunos. Tal fenômeno criou em mim uma curiosidade em saber o que ocorreu na aprendizagem dessas crianças que lhes ocasionavam a disparidade de sua aprendizagem. Uma problemática que envolve, ainda, o comprometimento com as reformas educacionais, muitas vezes não postas em prática em sala ou na instituição. Encerro aqui as descrições do meu percurso acadêmico.

O ensino da Matemática, como defendeu Almeida (2011), sempre esteve no status da disciplina mor do percurso educacional da sociedade moderna. Muitos discursos, até meados da década de noventa, eram embasados na fala popular “podemos até não saber português, mas Matemática é essencial”. De fato, essa essência da disciplina dos números estava em volta das quatro operações matemáticas, somar, subtrair, multiplicar e dividir, parecia que a aprendizagem era completa quando o aluno não hesitava em responder uma soma ou multiplicação. Logo, o percurso de ensino dos cálculos básicos acompanhou, não de imediato, um processo tecnológico e subjetivo, no qual, saber apenas as formas básicas já não era suficiente para o letramento matemático.

Em consonância, neste início desta dissertativa, delimitou-se o objeto de pesquisa que será o encaminhamento do desenvolvimento textual. Este texto esteve comprometido com a temática conteúdo introdutório de frações e os conteúdos de adição e subtração desses números que fazem parte da grade curricular do 6º ano do Ensino Fundamental II. Assim, elegeu-se para a linha de pesquisa Ensino Fundamental, o título: Uso de uma sequência didática no ensino introdutório de frações. O objeto Matemático no qual se fundamenta esta pesquisa está inserido na visão que a Matemática tem o seu lugar específico no ensino, sendo verdadeira essa colocação, pois ainda hoje, no ano 2022 do século XXI, ela é uma das poucas disciplinas que sobreviveram às reformas educacionais.

Inicialmente, é necessário citar as principais diretrizes de ensino os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998 que definiu a forma de ensinar e o que ensinar, e a segunda é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018 que organizou as habilidades que o discente deve ter no percurso educacional em todas as áreas do saber, inclusive, em relação a disciplina e o conteúdo de referência desta pesquisa, Matemática e Fração, respectivamente.

Os PCN são propostos de 1998 criados como um processo moderno e divisor na formação do professor e como ele deve seguir em sala. O educador tinha nesse documento um conjunto de regras a serem seguidas com a finalidade de atingir objetivos indubitáveis. Inserido nesse contexto, estava o ensino de frações, um dos poucos conteúdos que um educando, dificilmente, não veria no seu percurso educacional na Educação Básica, seja no Fundamental I, Fundamental II, Ensino Médio, ou na própria realidade social. O processo de ensino-aprendizagem da Matemática, na Educação Básica (EB), baseia-se nas particularidades que cada conteúdo tem e nas competências que o discente já possui e quais irá desenvolver no ciclo de aprendizagem, propostos nos PCN.

Passados 20 anos, o Brasil delibera uma nova proposta, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é mais um documento com viés de ruptura dos paradigmas de ensino anterior. O conteúdo aparece cercado de pontos esperados, ou seja, as pretensões ao ensinar o conteúdo fracionário no 6º ano são inúmeras. Mais uma vez a legislação aborda o senso crítico do estudante, a diferença, é que o processo deve ser gradativo para que o aluno desenvolva também a interpretação de textos do contexto matemático. Além dessa diferença, a BNCC também aborda as frações, bem como, as habilidades que o discente deve desenvolver no percurso de sua aprendizagem:

Além disso, nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada.

Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (Brasil, 2018, 299-300)

E também:

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser

expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (Brasil, 2018, 300)

As habilidades determinadas acima são prospecção de todos os conteúdos da disciplina Matemática, compreender, reconhecer, resolver são as competências básicas que os alunos devem desenvolver. A BNCC cita, mas não explicita como os professores terão acesso ao material que deverá ser o auxílio para fazer esses alunos evoluírem, quais cursos e como o docente viabilizará tais competências. A visão que se tem sobre as habilidades descritas na BNCC é que basta ensinar que os alunos irão desenvolvê-las, no entanto, como o próprio documento evidencia em suas páginas as experiências vividas pelos alunos serão o maior suporte para sua aprendizagem.

Em suma, ao relacionar ideias matemáticas entre si, pode-se reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com o espaço, forma e medidas.

O estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos. (Brasil, 1998, p.37)

Os PCNs vêm confirmar o que foi depreendido no início desse capítulo, deixando claro que sem a linha imaginária entre a Matemática e a vivência do discente a possibilidade de aprendizagem também ficará no campo da imaginação. Contraditoriamente, o mesmo documento definiu as abordagens de conteúdo para o terceiro ciclo, o mais próximo de frações que o documento chegou é a definição de grandezas e medidas. Especificamente, as frações não são citadas, definidas ou propostas, deixando a compreensão que mesmo sendo objeto de ensino do sexto ano, parte relevante do cotidiano e o assunto que transita em dois níveis, não tem a devida atenção.

O professor é identificado como o agente transformador, contudo, deve-se

perceber que quando esse documento foi formulado os conceitos educacionais eram outros, e ainda assim, já se falava na subjetividade do aprendente. Outrossim, as práticas que envolviam cálculo estavam concentradas nas mesmas perspectivas que iniciou esse capítulo, somar, subtrair, multiplicar e dividir. É interessante quando ao olhar o papel do docente para ensinar o básico, questionamos: Até que ponto anulamos o nosso aluno?

Mesmo que as diretrizes dos PCNs tenham iniciado como uma promessa para mudanças educacionais no âmbito de várias áreas, não se pode esquecer que há vinte dois anos que as configurações da sala de aula mudaram e com elas a necessidade de o educador transformar-se. Conforme a análise dos documentos, nota-se, ainda, que o conteúdo de fração é um dos poucos que aumenta a dificuldade gradativamente do fundamental I para o fundamental II, pois é iniciado nas séries iniciais, contudo, é retomado nas séries finais, justamente no início do terceiro ciclo. Por isso, há a importância das metodologias de ensino que transformem o processo de ensino e aprendizagem e o professor é a *peça* que faz essa “travessia”. É visto a partir desse ponto o objetivo dos Parâmetros.

Além disso, essa transposição implica conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos para que o professor possa compreender melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos. Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de natureza epistemológica, mas é marcado significativamente por condições de ordem social e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. (Brasil, 1998, p.39)

A fala “implica conhecer obstáculos”, para que se faça entender o que são as determinações dos PCN e BNCC, o primeiro com quase 25 anos de existência e o segundo com 4 anos de vigência, não corroboravam com a realidade que a Matemática enfrentava antes do período pandêmico, como esclarece algumas avaliações sobre a educação. Nem poderia, uma vez que esses documentos foram criados anterior a Covid-19.

Outro ponto discutível, o relatório do Programa Internacional de Avaliação dos Alunos (PISA) e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) opõem-se com as indicações corretas dos PCN e BNCC. O primeiro destacou em 2018 que os alunos brasileiros, no quesito proficiência em Matemática ficaram abaixo da média e o segundo estimava uma pontuação de 5,1 em 2019, contudo, o valor máximo atingindo foi 4,7. A dedução para não ter dados mais atualizados é que devido a

pandemia da Covid-19 os dados não puderam, ainda, ser atualizados, pois os alunos passaram quase dois anos sem aulas ou com aulas on-line.

Os dados dos documentos oficiais do Governo Federal mostraram que não há uma ação metodológica que cumpra com as diretrizes. Concluí-se, baseados nos dados documentais, que deve haver uma equidade entre a disciplina, o conteúdo, o método e os sujeitos (professor e aluno).

Fazer essa contextualização sobre a temática de frações e como os documentos abordam-nas e, até mesmo, como o conteúdo deve ser ministrado era indispensável para que houvesse compreensão sobre a relação das metodologias de ensino com as práticas de aprendizagem. Constata-se que os métodos de ensino são focados na evolução da sociedade, pois os métodos conhecidos como arcaicos já não dão resultados para a nova conjuntura da sala de aula.

Com o surgimento da internet abriu-se um mundo de tendência de ensino, desde os anos cinquenta como expressa Godoy e Santos (2012) sobre o Movimento Matemática Moderna (MMM) que estava inteiramente relacionada a formação com fins tecnológico, pois um mundo reconstruía-se após a Segunda Guerra Mundial. Reconstruir o mundo com Matemática, uma pretensão sem medida, porém que durou exatos trinta anos, uma vez que somente nos anos 80 houve a quebra dessa tendência com a “Virada curricular dos anos 80”. Santos (2008, p.2) deixa claro que:

A importância de se tomar esse movimento deve-se ao fato de que a partir daí constitui-se um campo de ideias concernentes aos currículos e ao ensino de Matemática que, em cada país, dará suporte a um ensino que observará, desde então, características culturais e condições locais e que é destinado a estudantes particulares, portanto, é situado. (Santos, 2008, p. 2).

Ou seja, a metodologia de ensino anteriormente focada na formação *capacitistas* para fins específicos, como a indústria ou a hegemonia dos países conflitantes na guerra, já não tinha espaço. Nesse momento, as abordagens que visavam as práticas culturais de cada país passaram a ser exequíveis. Passados quase quinze anos da ruptura, o Brasil põe em prática os PCN, já conhecido nesse texto, a proposta era que esse documento fosse democratizar o ensino, que na década de 80, esteve centralizado nos estados do sudeste nacional. As tentativas de aproximar o ensino de matemática da realidade do alunado ficou detida na BNCC, em termos documentais.

O trabalho dos autores Godoy e Santos (2012) é concretizado com a abordagem até os PCN, visto que o uso de Tecnologias de Informação Digital e Comunicação (TIDIC), tornaram-se mais evidente na última década. Vale ressaltar a contribuição de metodologias alternativas, assim como, o uso de jogos para colaborar com a imersão de conteúdo. Ainda em passos largos, a TIDIC como ferramenta metodológica no ensino de Matemática enfrenta algumas barreiras estruturais (a própria instituição de ensino), individuais (o acesso do estudante a essas tecnologias) e formativas (o professor que não se desvincula de sua formação inicial. Com foco neste último item, pensei sobre a importância da formação continuada dos docentes, sei que tal profissional deve estar em constante formação e aprendizagem, pois se pressupõe que nenhuma formação é cem por cento completa apenas com a graduação.

Já se sabe que o ensino não é uma prática solo, no que diz respeito a Matemática, dessa forma, as tendências de ensino sempre estarão aliadas a formação docente. Segundo Almeida (2002):

O professor precisa saber compreender o que os alunos dizem ou fazem, e precisa também ter uma excelente formação acadêmica, já que o processo de formação auxilia na constituição dos docentes, pois ensinar matemática é planejar a intervenção, realizá-la e refletir sobre ela, de maneira que o aluno aprenda construindo e na interação com os outros. (Almeida, 2011, p.41)

De fato, o professor já não se aplica ao início de nossa colonização, onde as companhias religiosas eram rigorosas na aplicação da disciplina Matemática. Hoje, aos passos contemporâneos os educadores cedem espaços para o que Freire (2013) chamou de autonomia discente e assumindo a nomenclatura de mediador do conhecimento. Sobre essa temática, o trabalho de Almeida (2011) levanta uma contradição importante, a formação exigida para professores do Ensino Fundamental II ser mais criteriosa, por isso, a necessidade de pós-graduações continuamente é maior no ciclo 3 e as formações atuantes (geralmente promovidas por governos municipais e estaduais) são as do ciclo 2 ou ciclo 1.

O professor é o agente que fará a ponte entre o método e o conteúdo, então, dizer que esse educador está em constante aprendizagem não é nenhum exagero. No Brasil, o professor de matemática passa por sua formação primária dentro da academia, no entanto, trilhar o caminho da especialização, mestrado, doutorado e pós doutorado é caro e demanda tempo. Por isso, o professor que atua na educação

básica e não continua sua formação, tende a expor seus alunos aos métodos tradicionais.

Estar aberto a movimentar-se dentro da formação é um dos princípios da formação continuada. O corpo discente, seja da escola básica ou graduação é metamórfico, e muitas vezes, o professor usa métodos que eram usados com ele enquanto aluno do sexto ano. Hoje, tem-se em evidência a evolução tecnológica que está presente e ganha cada vez mais espaços e moderniza a sala, o conteúdo e os agentes educacionais (professor e aluno).

Todavia, durante essa pesquisa, não se encontrou formações específicas de ensino e aprendizagem que abordem como cada conteúdo deve ser ministrado e quais saberes dos alunos devem ser unidos aos dos professores. Com base nisso, afere-se que a formação docente para uso de material didático também é falha, assim como o uso do livro didático (LD).

Para Carvalho, Vizolli e Pereira (2020) há a concepção de que “práticas pedagógicas que se valem que o estudante aprende com técnicas mecanizadas e repetitiva podem dificultar o ensino e a aprendizagem, isto porque este é visto como um sujeito passivo nesse processo.” (Carvalho; Vizolli; Pereira, 2020, p. 1530) a teoria é tão antiga, quanto a prática desse método que como os autores deixam claro, podem não contribuir de forma significativa para a formação do aluno. Práticas que usam o LD como um suporte para que elas ocorram de forma legitimadas.

O suporte didático, ainda na perspectiva desses autores, “como um dos recursos metodológicos do professor, necessita apresentar este conceito considerando os seus diferentes significados e as características das quantidades” (Carvalho; Vizolli; Pereira, 2020, p. 1534), o conceito citado pelos teóricos é de que a “aprendizagem de frações é de fundamental importância para a vida do estudante” (Carvalho; Vizolli; Pereira, 2020, p.1534), isto é, tal conteúdo está inserido no contexto real do aprendiz, como outrora foi exposto.

O pensamento dos autores acima permitiu que se observasse o quanto a relação da aprendizagem do conteúdo de frações no sexto ano está diretamente relacionada a vivência externas ao LD. O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e, também, entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano.

No entanto, nem os mais modernos LD são pensados a partir da

*socioculturalização*. Leva-se em conta que o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) se reestruturou, mas não se *contemporanealizou*, principalmente em escolas públicas, que livros de mesmas editoras e mesmas séries são diferenciados nas escolas privadas. Agora, como um docente, que não cria métodos, poderá abordar as frações em contexto sociocultural do aluno por meio de livros enunciativos sem trabalhar a análise do discurso antes? A resposta parece simples e sonora, não vai. Em crítica ao livro, Carvalho, Vizolli e Pereira (2020) defendem que esse material aborda o conteúdo de frações por imagens. A ferramenta usada como suporte, nada mais é do que uma tentativa de promover o saber matemático, o livro não é um vilão, ele é um auxílio na formação continuada, porém subutilizado, em sua maior parte.

Os pontos até aqui expostos, incluindo a temática, Frações, fazem parte do saber matemático, segundo Meneghetti e Bicudo (2003) há uma divergência quanto a filosofia desse saber, a primeira é em relação a razão e a segunda em relação à intuição ou experiência. Antigamente, acreditava-se que os que fazem uso da ciência matemática deviam fazer uso do raciocínio e não dos sentidos, era a visão platônica na Matemática. Isto é, a lógica matemática deveria ser generalizada como a ciência da objetividade e da logicidade, não levando em consideração o saber sensível, a experiência, que mudaria apenas com Locke (1621-1704). Conforme Meneghetti e Bicudo (2003), a Ciência Matemática, inicia aí o saber empírico experimental, baseados em intuições, mais também, a racionalidade. Essas proposições culminam na complexidade do saber Matemático.

De certo que, desde a Antiguidade Clássica até a Idade Moderna a Matemática é estigmatizada como a disciplina da razão e o raciocínio, deixando de lado a interpretação e o processo empírico. O tempo, as ferramentas, o docente, os métodos e os discentes não são lineares, situação observada no livro didático, comparando-a com o início dos anos 90 e o final da primeira década dos anos 2000. As perguntas eram diretas e subjetivas na primeira, já na segunda, textos e intertextualidades já estava presente, um aluno da antiga quinta série, dificilmente conseguiria solucionar um problema fracionário do sexto ano. Mas, muitos professores dos anos noventa, ainda usam os mesmos métodos de ensino de sua época no ano 2000 impactando no saber e no letramento matemático.

Com base no que foi exposto, defendo que o objeto Frações não seguiu uma rota significativa nos documentos, na história e nem no saber matemático. Por esse motivo, apreendeu-se a importância de pesquisar, levantar dados, criar métodos

para que os alunos tenham a compreensão sobre o objeto frações e em sua realidade e criar significados nessa aprendizagem, igualmente como Locke (1997) descreveu.

Alguns métodos, já estudados e desenvolvidos, para educação matemática, como a Sequência Didática (SD), Zabala (1996) propõe que a SD é um dos métodos de suporte metodológico mais completos. Ademais, é uma ferramenta que muda de acordo com a necessidade dos pares envolvidos, diferente do LD que tem o percurso ou as unidades fechados e diretos, sem explorar todo o conhecimento intrínseco do aluno. A sequência didática é, na verdade, um instrumento metodológico que é definido por passo a passo de aprendizagem, unidades que devem ser seguidas, porém, de forma subjetiva e tendo como objetivo o saber do aluno. A SD vem como uma prática possível e fez parte deste trabalho como suporte e objeto matemático de potencialização da fração.

Como já foi explicitado no início e no parágrafo anterior, este trabalho tem como base de pesquisa o elemento de estudo, Frações como conteúdo introdutório para o 6º do Ensino Fundamental II da Educação Básica. Elegeram-se tal elemento, porque há uma separação entre a educação fundamental dos anos iniciais e finais. Esse recorte foi percebido por meio do livro didático quando os alunos trabalham o conhecimento de fração com as duas operações matemática a soma e subtração, nos anos iniciais são feitas a partir de muitas imagens e poucos números, já nos anos finais muitas operações e poucas imagens. Deixa-se claro, que este trabalho está comprometido com ensino e aprendizagem de frações e as operações de adição e subtração com denominadores iguais e diferentes. A multiplicação e divisão de frações não fazem parte da aplicação da sequência didática.

Entendeu-se, a partir dos conceitos Vizolli e Barros (2020) sobre a complexidade da aprendizagem da fração, principalmente em LD que a Sequência Didática (SD) e seus indicadores da aplicação, tais como procedimentos, unidades articuladas ou etapas seriam um suporte metodológico adequado para o desenvolvimento da pesquisa. Cada autor indica uma forma de aplicar a SD, Zabala (1998) fala sobre unidades de intervenções, Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), falam de etapas de interação e Cabral (2017) fala de Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC).

No entanto, para confirmar ou não o entendimento, levantou-se uma questão norteadora: Como uma sequência didática, organizada para a instrução de frações

pode potencializar a aprendizagem dos alunos do 6º ano?

A partir dessa questão e com intuito de concluir a pesquisa, definiu-se os objetivos geral e específicos:

O objetivo geral é: analisar a aplicação de uma sequência didática no ensino introdutório de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, para alcançar o objetivo principal elaborou-se os objetivos específicos:

- Analisar as abordagens do conteúdo fração nos livros didáticos, artigos e dissertações em circulação com a finalidade de criar atividades discursivas na sequência didática;
- elaborar uma sequência didática com base nas UARCs com a finalidade de aplicá-la e identificar as potencialidades da ferramenta com o conteúdo fração;
- Verificar quais os conhecimentos dos discentes participantes, no que diz respeito aos conteúdos introdutórios com a finalidade de ver o antes e o depois da aplicação da SD.

Os objetivos foram pensados na compreensão de que no novo ciclo, o aluno enfrentará uma quebra de paradigma que corrobora com as práticas educacionais vivenciadas por esse aluno no ciclo anterior. Entender que quanto mais próximo da realidade usual do aluno for o conteúdo, mais compreensão haverá, é essencial para o bom relacionamento do aluno com o conteúdo.

Todavia, a via que cabe ao professor para mediar esse conteúdo na série em questão está entrelaçada com as leis e documentos que regem a educação matemática, no Brasil. Esse contato do aluno com temas mais específicos, da disciplina em questão, é condicionado com a sua entrada no 6º do Ensino Fundamental II, a partir disso, elaborou-se a metodologia de trabalho.

Condizente com o que foi ilustrado neste estudo elaborou-se a metodologia de pesquisa, análise e aplicação. O primeiro passo para essa metodologia foi compreender e estudar as teorias que são bases fundamentadores da pesquisa.

O primeiro ponto são as teorias conceituais Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Brousseau (2008) que definiu a TSD como “o modelo de interação de um sujeito com o meio específico que determina um certo conhecimento” (BROUSSEAU, 2008, p.19) um conceito essencial concretização da pesquisa. Aliando-se ao francês, está a teoria do português Zabala (1996) que nos instruiu para a etapa 2 desta pesquisa, o conceito que ele nos trouxe foi sobre a Sequência

Didática (SD) e como elaborá-las a partir das situações.

A Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), é um agente que entrou nesta pesquisa com a finalidade de ser a resposta para a questão chave. A teoria da Microgenética sobre a visão de Góes (2000) foi mais uma teoria de alicerce desta investigação e a Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002) foi o instrumento de determinação para que se conhecesse e elaborasse-se os enunciados da Sequência Didática, que é o segundo passo da metodologia.

O texto está estruturado em 7 capítulos incluindo este da *Introdução*, onde se encontram as premissas que levaram a pesquisa e a elaboração da sequência didática usada no grupo participante.

O segundo capítulo intitulado *As Teorias utilizadas na pesquisa*. Dentro deste capítulo encontram-se a seção *as teorias didáticas* que sustentaram cada uma das atividades e das escolhas que definiram este da elaboração da sequência didática, esta seção é composta por uma subseção *Intervenções estruturantes* onde se detalha as unidades presentes em uma sequência didática.

A seção 2 *Teorias discursivas no ensino da matemática* traz a Análise do discurso e a Análise Microgenética, nesta seção encontra-se a subseção de *Categorias clássicas de análise da Análise do Discurso* como o nome identifica, faz um estudo das características da Análise do Discurso. A última seção deste capítulo *Teoria da Educação Matemática* trata dos estudos que essa educação teve em sua trajetória.

O terceiro capítulo fará um percurso histórico nas formas de ensino, em consonância com as tipologias de formação de professores de Matemática. Do trajeto jesuíta ao precedentes do estilo brasileiro.

O quarto capítulo *O ensino do objeto matemático frações* é composta pelas seções *As frações e suas concepções e conceituação no ensino da Matemática* que aborda o trajeto da fração e quais seus conceitos. A seção *Análise de 4 trabalhos de pesquisas que contribuíram para modular a SD Estudos diagnósticos*

. A subseção *Análise de 4 trabalhos de pesquisas que contribuíram para formulação de atividades da SD/Estudos experimentais*, completa a análise dos trabalhos. A última seção *Análise de 5 Livros Didáticos* finaliza a seção com a última análise feita.

O quinto capítulo *sobre a fração e suas operações (adição e subtração)* sintetiza as formas e as concepções da fração e suas operações, com exemplos e

possibilidades de resolução. Apresenta-se, neste capítulo, a seção *Questão dos numeradores*, uma observação feita sobre os numeradores de frações com denominadores diferentes.

O sexto capítulo *Constituição, apresentação e aplicação da sequência didática* é composta por duas seções *Procedimentos metodológicos*, o qual fala sobre a pessoa a passo da aplicação da sequência didática e *os encontros da sequência* que descreve a quantidade e os dias de aplicação da SD.

O sétimo capítulo *Interpretação dos dados e identificação dos indícios na aplicação da SD* apresenta os resultados da pesquisa. Após a aplicação da SD e é composto pela seção *Análise geral dos resultados em conformidade com os objetivos da pesquisa* que apresenta as conclusões com base nos objetivos.

Por fim, encontra-se a *Conclusão* que faz um levantamento sobre a sequência didática, os objetivos alcançados, o conteúdo de fração e o processo histórico da Matemática e a delimitação da pesquisa. Após a conclusão as referências, apêndices e os anexos, nesta ordem, são encontrados.

A seguir, é apresentado o segundo capítulo desta dissertação que foi embasado a partir de teorias essenciais e conceitos - chave que serviram de fundamento para o desenvolvimento desta pesquisa, proporcionando uma estrutura sólida para análise e discussão dos resultados obtidos.

## 2 TEORIAS UTILIZADAS NA PESQUISA

Este capítulo foi fundamentado a partir das teorias essenciais para esta pesquisa, dentro deste capítulo estão os conceitos sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) fundamentadas em Brousseau (2008), unindo-se a Zabala (1996) e seus conceitos sobre Sequência Didática (SD).

Ainda, neste capítulo, apresentam-se as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017). Os autores Santos, Silva e Pereira (2021) apoiaram este texto com o Ensino de Matemática (TEM) na educação básica.

Para fins de interpretação dos dados as teorias discursivas e intuitivas foram feitas com a Análise do Discurso (AD), desenvolvida Mortimer e Scott (2002) e com a *Análise Microgenética* (AM) embasada por Góes (2000). Por último o elemento elegido, frações, foi alicerçado por Silva (2017) e seu texto sobre o ensino e aprendizagem de frações.

Adiante, expõem-se as teorias e pesquisas que foram estruturas basilares deste trabalho. As teorias didáticas aqui definidas são a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a teoria da Sequência Didática. Dito isso, viu-se quais definições essas duas vertentes trouxeram para a Educação Matemática.

A TSD surge como uma proposta metodológica que conflita com as metodologias arcaicas, aquela em que os alunos eram vistos como o alvo do ensino. Isso é, o estudante era uma meta a ser atingida, não era promotor de significados e servia como “recipiente”, conforme Freire (2013).

O papel do professor era o promovedor do conhecimento, era o único ser sapiente em sala e era a figura autoritária e não de autoridade. O ensino era aquilo que o livro apresentava, não dava margem as interpretações e nem dava importância aos conhecimentos prévios dos alunos.

O pressuposto que a fundamentou, segundo Batista (2019), foi a “problematização matemática e de que a aprendizagem ocorre por meio de adaptações a um meio contraditório e gerador de desequilíbrios cognitivos” (Batista, 2019, p.36), ou seja, foi a Matemática o estímulo inicial para a projeção de metodologias, corroborativas com as *situações*.

Além da sua formação inicial, a TSD foi e é um importante divisor metodológico no ensino e aprendizagem de Matemática acompanhando a

modernidade que por muito tempo ficou centralizada em países europeus ou norte-americanos Batista (2019, p.36).

Essa teoria representa uma mudança significativa no processo de ensino e aprendizagem em matemática, pois defende a relação professor, aluno e o conhecimento matemático como fundamental para a forma como se ensina e aprendemos matemática. Trata-se por um lado, valorizar os conhecimentos prévios dos alunos e como este pode vir a constituir um saber matemático, e por outro lado, enfatiza o papel do professor como sendo o responsável por criar condições para os alunos apropriarem-se dos conteúdos matemáticos.

O papel do professor consiste em criar condições para que os alunos consigam explicitar seus conhecimentos sobre o conteúdo matemático. Para tanto, é necessário que o professor pense sobre as necessidades do aluno que deverá aprender o conteúdo e as dificuldades possíveis que surjam no processo de ensino. (Batista, 2019, p. 36)

Batista (2019) indica quais as formas que o professor pode exercer seu papel. É a primeira vez que a teoria toma a forma de exercício, em outras palavras, começou-se a notar a prática encaminhando a formação do professor. E traz, consigo, o planejamento como a prática comum dessa formação.

Na TSD, o planejamento da aula, onde o professor tem como atividade principal refletir sobre o conteúdo que será trabalhado e seus possíveis obstáculos epistemológicos, tem destaque. Nessa dimensão, o professor está considerando o saber científico que foi constituído e está tornando um saber escolar. Ademais, é no planejamento da aula que serão traçados os caminhos de ensino, considerando o nível dos alunos, o tempo pedagógico para explorar os conteúdos matemáticos, além de projetar possíveis dificuldades que os alunos eventualmente possam vir a encontrar durante a aula. Durante o planejamento, o professor deve prevê a relação entre seus alunos e o conteúdo matemático. Segundo Brousseau (1996) o trabalho do professor consiste em propor tarefas ao grupo de alunos para que estes elaborem seus conhecimentos como uma resposta para a pergunta feita. Sendo assim, ainda durante o planejamento, o professor formula uma tarefa que tenha nela mesma o conceito a ser explorado. (Batista, 2019, p. 36-37)

A principal palavra que se encontra é “prevê”, logo, nesta teoria, o planejamento deve, além de ter a condição para promover a aprendizagem do educando, antecipar as principais problemáticas que poderão ocorrer.

Mais uma vez a teoria é crucial em impor ao professor o conceito de ser exclusivo dele a iniciativa para que a prática seja efetivada. Como Batista (2019) descreve, cabe ao professor: criar e pensar. Nesse contexto, levantou-se dois pontos a partir de teorias “brousseauanas” “devolução e a adidática” Brousseau (2008, p.33).

A *devolução* é uma “transferência”, a aceitação do aluno para essa responsabilidade de resolver o problema é determinante; A *adidática* é a internalização do conhecimento. Para a situação *aditática*, conforme Brousseau (2008) é conferida três estágios que o aluno passará: ação, formulação e validação. Assim descreveu Batista (2019, p. 37-38):

A ação consiste no momento em que o aluno interage com determinado problema cuja solução vai levá-lo a avançar na construção do conhecimento. É a situação em que o aluno analisará o problema, tentando conjecturar possíveis estratégias para resolver o problema.

A Formulação tem como objetivo a troca de informações, por intermédio de linguagem oral ou escrita, entre o grupo, onde haverá um aluno que será o emissor e outro que será receptor, sendo constantes as trocas entre essas funções. A validação é o momento em que o grupo dará validade a tudo aquilo que foi discutido. O aluno ou alunos emitem ao colega, que será o ouvinte, as justificativas, procurando convencer a validade dos seus argumentos. (Batista, 2019, p. 37-38)

Na TSD as concordâncias científicas estão orientadas em atividades, na qual o saber matemático seja o alvo. A aprendizagem não ocorrerá de forma linear, ela é uma prospecção circular, o aluno pensa, questiona, intui, promove o saber matemático e volta para si.

Imagem 1- Relação discente e saber matemático



Fonte: Produção nossa.

O gráfico é a representação básica de Batista (2019) sob a perspectiva de Brousseau (2008), ao mencionar a TSD é de lei referi-se ao seu teórico *mor* Guy Brousseau que no intento de discutir práticas colaborativas em sala, pensou e teorizou-a como parte de um projeto de protagonismo na educação. Nesta teoria, o professor deve tratar os conteúdos como espera que o aluno o trate, na abordagem situacional.

Talvez não tenha ficado claro do que de fato trata-se as *situações*. Deve-se imaginar um momento em que o aluno não esteja no processo de “receber” aulas e sim tenha ido com sua família a um almoço. A situação cotidiana descrita é comum a maior parte da classe e é, uma *situação*, definida como um momento. No almoço o aluno irá pensar na quantidade de pessoas, na quantidade de lugares à mesa e como relacionar os lugares às pessoas, ou a própria comida disposta à mesa. O exemplo foi baseado na explicação de Brousseau (2008, p. 21) “Uma situação é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado”, aqui é visto o sujeito (garoto), o meio (o almoço em família) e a interação (o pensar, o relacionar e constatar, matemático).

Na década de 70, afirmou Brousseau (2008), as situações eram ensinamentos sem a mediação docente, como o livro didático ou outro suporte. As famosas tarefas para casa, páginas de livros, exercícios em cadernos, fotocópias de atividades, a finalidade desses matérias era a pura e única transmissão do

conhecimento. A *situação* não teve somente essa definição, outras foram formuladas: aquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor; atividades do professor e aluno e contexto que cerca o aluno, nele inserido professor e sistema educacional.

Considerou-se importante citar que há tipos de situações didáticas conforme a relação do aluno com seu entorno, são elas: troca de informações não codificadas ou sem linguagens (ação e decisões); trocas de informações codificadas em uma linguagem (mensagem) e troca de opiniões (sentenças referentes a um conjunto de enunciados que exercem o papel de teoria.

A TSD iniciou um passo muito importante para que os teóricos pensassem em meios de transformar a teoria em prática. A abordagem discursiva, as valorizações sugestivas e o pensamento social situacional da matemática, ganha forma no início dos anos 2000 com as modulações de aprendizagem de forma sequencial, ou como é mais comum, Sequências Didáticas.

As “Sequências didáticas (SD) foram definidas assim em 1996 na França, tendo como referência o ensino compartimentado de forma espiral” Gonçalves e Ferraz (2016, p. 126). O modelo espiral, assim como os outros, é o pensamento de que o conhecimento não é verticalizado, que não flui da mente do professor para a mente do aluno, e também, não é horizontalizado, nivelando os conhecimentos dos dois. A forma descrita, refere-se ao processo que professor e aluno têm seus conhecimentos próprios em transição bilateral sem que um impossibilite ao outro. O que confere a essa nova metodologia o status de diferencial é que como suporte metodológico ela une as três teorias, Análise do discurso, Análise microgenética e Teorias das situações didáticas.

Para Zabala (1996, p. 53) a SD é uma “série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didática” e ainda:

É a mais fácil de reconhecer como elemento diferenciador das diversas metodologias ou formas de ensinar. Os tipos de atividades, mas sobretudo sua maneira de se articular, são uma das trações diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas. Evidentemente, a exposição de um tema, a observação, o debate as provas, os exercícios, as aplicações, etc., podem ter um caráter ou outro segundo papel que se atribui, em cada caso, aos professores e alunos, à dinâmica grupal, aos materiais utilizados, etc. (Zabala, 1996, p.53)

As SD tornaram-se um suporte para realizar o que as teorias vislumbravam. Elas têm uma característica própria da contemporaneidade, são ferramentas, método e metodologias em um só objeto.

Assim como, o livro didático trabalha com o conteúdo e diferente desse material elas são articuláveis. O conteúdo nelas inseridos podem seguir as vertentes sociais do aluno e os objetivos do professor, sobretudo, promovem a aprendizagem de forma subjetiva.

Como qualquer metodologia voltada para a promoção da aprendizagem, o cuidado é necessário, com o planejamento das SD, que se diga de passagem, não é uma tarefa muito fácil para o professor.

Por serem passíveis de mudanças, as sequências seguem o ritmo da classe, do aluno enquanto protagonista, do conteúdo, das intenções do professor e da finalidade do uso desse material. Ao visar um conteúdo de cada vez a aprendizagem é mais democrática, o aluno passa a ser o indivíduo contributivo e seu protagonismo passa a ser notado.

Além disso, a SD é um material que segue um plano minucioso. Conforme Zabala (1996), ela é uma estrutura complexa e deve ser diferenciada para cada finalidade obedecendo alguns passos.

Quadro 1- Unidade 4 proposta por Zabala

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Apresentação por parte do professor ou da professora de uma situação problemática relacionada com um tema: O professor ou a professora desenvolve um tema em torno de um fato ou acontecimento.</p> <p>2 Os conteúdos do tema podem ir desde um conflito social ou histórico, diferenças na interpretação de certas obras literárias ou artísticas, até o contraste entre um conhecimento vulgar de determinadas fenômenos biológicos e possíveis explicações científicas.</p> <p>3. Proposição de problemas ou questões: Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, expõem as respostas intuitivas ou suposições sobre cada um dos problemas e situações propostos.</p> <p>4. Proposta das fontes de informação: Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, propõem as fontes de informação mais apropriadas para cada uma das questões: o próprio professor, uma pesquisa bibliográfica, uma experiência, uma observação, uma entrevista, um trabalho de campo.</p> <p>5. Busca da informação: Os alunos, coletiva ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, realizam a coleta dos dados que as diferentes fontes lhes proporcionaram. A seguir selecionaram e classificam estes dados.</p> <p>6. Elaboração das conclusões: Os alunos, coletiva e /ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, elaboram as conclusões que se referem às questões e aos problemas propostos.</p> <p>7. Generalização das conclusões e síntese: Com as contribuições do grupo e as conclusões obtidas, o professor ou professora estabelece as leis, os modelos e os princípios que se deduzem do trabalho realizado.</p> <p>8. Exercício de memorização: Os meninos e meninas, individualmente, realizam exercício de memorização que lhes permitam lembrar dos resultados das conclusões, da generalização e da síntese.</p> <p>9. Prova ou exame: Na classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do exame durante uma hora.</p> <p>10. Avaliação: A partir das observações que o professor fez ao longo da unidade e a partir do resultado da prova, este comunica aos alunos a avaliação das aprendizagens realizadas</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Zabala (1996, p. 59)

São essas características únicas das SDs que fez com que o pesquisador Português definisse essa ferramenta como diversificada. As múltiplas possibilidades permitem que usasse as mais variadas formas de alcançar o aluno enquanto sujeito que corresponde a situação definida em cada sequência.

Dependendo da finalidade e área do conhecimento que a SD seja o suporte,

ela seguirá alguns passos gerais e outros específicos. Os pontos gerais para Costa e Cabral (2019) são:

A ordenação diz respeito a capacidade do que ensina em organizar hierarquias de ideias. As noções conceituais objetivadas devem ser apresentadas aos aprendizes de forma gradual a partir de noções anteriores – Conceitos prévios – até que as condições cognitivas estejam adequadas aos novos objetos.

A estruturação sintetiza em nosso ver a exigência de que o conteúdo a ser ensinado precisa ser apresentado sob a ótica da tríade conceito, algoritmo e aplicação que nutre o ensino de Matemática. Na dimensão conceitual o foco é discutir o que é o objeto de estudo – sua natureza e significado. Na dimensão algorítmica o foco se volta para os processos “automatizados”, fundamentalmente materializados pela manipulação de algoritmos. É o “como fazer”.

Por fim, está a articulação que certamente envolve a capacidade do que ensina em apresentar o novo objeto em harmonia com outros objetos que lhes serve de aporte. Sem essa articulação adequadamente estabelecida, os aprendizes perdem a possibilidade de atribuir significado correto aos novos objetos. (Costa e Cabral, 2019, p. 26)

Não se devem entender esses passos como um plano de aula, pois são passos que possibilitam inúmeras estratégias de ensino e aprendizagem. Os passos são fatores de organização para que o conteúdo alvo possibilite que os mais diferentes *sujeitos* dentro das mais diversas *situações* possam maximizar aprendizagem. Neste método, o professor ocupa um papel democrático aprende e ensina algumas vezes na mesma proporção do aluno e outras mais, ou menos, esse é o conceito espiral da aprendizagem.

Como foi dito, a possibilidade desse método é variada, enquanto os passos anteriores são propostos por Costa e Cabral (2019), Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) sugerem as seguintes fases: apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final. Cada uma das fases propostas nesse modelo aborda uma situação da turma.

A situação inicial é o ponto de partida, geralmente vinculado à situação social, a produção inicial seria uma resolução de um problema, no caso da matemática, os módulos são as formulações de como a aula prosseguirá.

Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) baseiam a SD em quatro fases, apresento-as em um quadro que teve como referência os escritos de Costa e Cabral (2019), percebo que esta configuração se diferencia a de Zabala (1996), porém mantém a essência de como a SD deve ser construída.

Observa-se o quadro abaixo com as fases da sequência didática propostas Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004).

Quadro 2- Fases da sequência didática proposta pelo trio de Genebra

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Primeira fase | Na primeira fase, os alunos recebem do professor uma descrição minuciosa da relevância do projeto de ensino em questão bem como dos objetivos, estrutura e condições coletivas de produção dos saberes envolvidos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Segunda fase  | Já a segunda fase, qual seja, a produção inicial, guarda as intervenções que visam diagnosticar as capacidades já adquiridas pelos alunos em relação ao gênero objeto de ensino e, além disso, procura adequar às ações de ensino posteriores a partir das quais se pretende atingir os objetivos de aprendizagem.                                                                                                                                                                                                                                                |
| Terceira fase | A terceira fase –desenvolvimento dos módulos – na qual serão ministradas as oficinas que se constituem em diversas atividades, relativas ao desenvolvimento das capacidades de linguagem, envolvendo as três práticas linguísticas: leitura, produção e análise da língua. O número de módulos/oficinas é flutuante e deve se adequar ao suprimimento das dificuldades encontradas pelos alunos na escrita inicial do gênero objeto de estudo. Nessa etapa o professor deve variar as abordagens avaliativas explorando questões abertas, fechadas, lacunas, etc. |
| Quarta fase   | a produção final, na qual o aluno coloca em prática os conhecimentos adquiridos e, juntamente com o professor, avaliam os progressos alcançados.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

Fonte: Adaptada de Costa e Cabral, (2019)

O trio de Genebra, como Costa e Cabral (2019) refere-se, consolidou-se no

meio acadêmico após pesquisas sobre a SD, seus modelos são os que mais são citados quando as sequências são assunto de pesquisa ou produções. Mesmo que se tenha acreditado ser interessante citá-los e mencionar seu modelo, para os fins metodológicos e suporte teórico deste trabalho, preferiu-se usar o modelo de Zabala (1996) e Cabral (2017), uma vez que a educação é uma estratificação social generalizada.

Cada uma possui habilidades, competências e objetivos específicos. À Matemática foram conferidos as habilidades calculistas, as competências interpretativas e o objetivo de letramento matemático. Anteriormente comprovou-se que SD não deve ser vista como um plano de aula devido as suas múltiplas possibilidades de aplicação e articulações diversificáveis. Por isso, dissertou-se sobre a base das sequências didática com referencial das Unidades Articuladas de Reconstrução e Conceitual (UARC), obra de Cabral (2017).

A obra de Cabral (2017), renomado professor da Universidade Estadual do Pará (UEPA), *Sequências Didáticas: Estrutura e Elaboração*, contrariamente as teorias modernistas que são fomentadoras de quebras de paradigma, é um indicativo de uma importante base de apoio a teoria de Zabala (1998) sobre a SD. O professor em questão, desenvolveu a teoria abordada conceituando-a como “[...] representam um saber específico de produção de textos argumentativos articulados em termos conceituais disciplinares, com exemplos voltados ao ensino de Matemática[.]” (CABRAL, 2017, p.4). O matemático, elaborou um modelo específico para o ensino de Matemática. O modelo de Cabral (2017) foi configurado na Zona de Desenvolvimento proximal (ZDP) originalmente um postulado de Vygotsky (2003), na Análise Microgenética da já conhecida Góes (2000) e, parte significativa, nas próprias experiências acadêmicas do autor.

Outrora, quando uma SD era produzida, não se conseguia desvincular sua originalidade e o porquê de sua criação. Historicamente, a SD foi um produto da área das linguagens com um viés da psicologia e história social. Isso ocasionou o que o matemático definiu como *empréstimo*. Por conseguinte, viu-se a necessidade de ter um método que fosse “[...] um modelo que possa servir de referência para a produção de sequências didáticas com o objetivo de ensinar conteúdos curriculares da disciplina Matemática nos níveis Médio e Fundamental.” (Cabral, 2017, p. 11). Conforme visto, a UARC é uma teoria que alicerça a produção de sequências didáticas matemáticas.

### O objetivo:

O objetivo não é estabelecer uma demonstração no sentido mais rigoroso da palavra, mas estabelecer um conjunto de argumentos dotados de certas articulações entre si que não “firam” a Matemática como disciplina formal, mas, que ao mesmo tempo, possibilitem ao aluno a reconstrução mais significativa que esteja um pouco além do simples estabelecimento inicial do algoritmo sem qualquer explicação prévia que justifique os procedimentos algorítmicos adotados mediante um processo de discursivo. (Cabral, 2017, p,12)

A UARC foi projetada por “atividades desenvolvidas pelo Laboratório de Educação Matemática da Universidade da Amazônia (LEMA-UNAMA) em ação integrada com a disciplina de Estágio Supervisionado II no curso de Licenciatura em Matemática.” (Cabral, 2017, p.12). Genuinamente a UARC é uma teoria inovativa paraense, desenvolvida nos corações da Amazônia, sendo um método não mais emprestado e sim originado na América Latina. A importância da origem da UARC está também no campo da representatividade, pois consumismo as teorias europeias e norte americanas, e o Brasil é um país que põem em prática, muita das vezes, teorias que estão longe da realidade do aluno brasileiro, quiçá alunos paraenses.

Nesta teoria o papel do professor está no campo da especificidade, definido como saber docente. Diferente de professores de outras disciplinas, principalmente da área do conhecimento das linguagens e ciências humanas, o professor de matemática não pode definir uma área de ensino, ou seja, ele deve ter domínio dos conceitos, das teorias, dos cálculos e está sempre pronto para responder. O saber docente é vinculado ao “exercício profícuo de sua profissão” e:

A árdua tarefa de associar conteúdo curriculares às metodologias mais adequadas ao ensino não é definitivamente uma tarefa fácil. A formação inicial certamente não é capaz de dar conta de tão grande desafio, mas acredito que tenha um papel muito importante nesse processo de apropriação de saberes que se constitui, na verdade, ao longo de toda uma vida profissional. (Cabral, 2017, p.12)

Cabral (2017) propõe uma analogia estruturalista, no campo da UARC, o intuito do autor é que os alunos fossem levados a prática *dialógica* e afastados do

que ele definiu como *modelo tradicional*.

A concepção que proponho aqui se fundamenta numa analogia da reconstrução conceitual de um objeto matemático com o procedimento adotado para se determinar a medida da área de uma superfície a partir de uma unidade previamente definida. Imaginemos que o conceito objeto de reconstrução seja representado, por analogia, a uma superfície S.

Para reconstruir o conceito (a superfície S), imaginemos ainda uma segunda superfície “s” que será utilizada como unidade de medida. Denominei a primeira dessas unidades de UARC-1 – unidade articulável de reconstrução conceitual de primeira geração. É na verdade nosso “ponto de partida” e que não necessita ser exatamente um problema como de um modo geral é recomendado. É como se estivéssemos revestindo um piso com placas de área unitária. Podemos começar por uma variedade de posições dentro de S. Denomino de UARC-1 essa primeira escolha. A partir dessa primeira escolha (UARC-1) professor terá sua segunda escolha condicionada. Não poderá escolher uma unidade qualquer dentro de S. Em minha analogia deverá tomar uma peça unitária imediatamente ligada a primeira a qual denominei de UARC-2 (unidade articulável de reconstrução conceitual de segunda geração). (CabraL, 2017, p.39-40)

A analogia proposta equaciona uma situação em codependência de outra situação, denominadas UARC-1 e UARC-2. A realização da segunda está condicionada a efetivação da primeira. Uma visão complexa de uma teoria visionária no campo matemático, compreendendo isso, Cabral (2017) simplifica sua análoga representação em:

Para que o construto analógico das UARC's seja bem compreendido, passo a descrevê-lo em termos de seis categorias estruturantes que materializam o texto de uma SD de acordo como eu concebi em suas adaptações necessárias para o ensino-aprendizagem de Matemática nos níveis fundamental e médio, são elas: Intervenção Inicial (Ii), Intervenção Reflexiva (Ir), Intervenção Exploratória (Ie), Intervenção Formalizante (If), Intervenção Avaliativa Restrita (IAr) e, finalmente, as Intervenção Avaliativa Aplicativa (IAa). (Cabral, 2017, p.40)

O segundo ponto debatido no livro de Cabral (2017) são essas unidades estruturantes, designada por ele como Intervenções Estruturantes (IES), não poderia deixar de lado o aspecto mais significativo dessa teoria as *Intervenções estruturais*, tema da subseção seguinte.

## 2.1 INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES

As *Intervenções Estruturantes* (IE) são cada um dos seguimentos que será desenvolvido nas aulas. Esses compartimentos lembram os módulos de uma SD, pois como foi visto, o próprio Cabral (2017) cita a seu entendimento de SD, com concepção de outros autores, então assemelhar-se a esse método é possível, mas não seria UARC se fosse totalmente igual a SD, por isso, as intervenções foram divididas em seis, cada uma pensada para educação de matemática.

A primeira, a *Intervenção Inicial* (Ii) é o ponto de partida para a discursividade e é a motivação dada pelo professor para que o aluno aprenda.

A segunda, a *Intervenção Reflexiva* (Ir) existe um questionamento que será o enfoque para realização dessa intervenção abrangendo as mais variadas reflexões.

A terceira, a *Intervenção Exploratória* (Ie), ocorre o aprofundamento do conteúdo que está sendo estudado, é o momento de fixar o conteúdo com significados para aprendiz.

A quarta, a *Intervenção Formalizante* (If), o papel do professor é o de formalizar o que os alunos aprenderam, retornando para a Ir, uma forma do aluno constatar se estava certo ou não.

A quinta, *Intervenção Avaliativa Restrita* (IAr), a primeira aferição, os alunos serão submetidos a explorar o seu conhecimento sobre o objeto de matemático e as formas de resolvê-lo.

A sexta e última, a *Intervenção Aplicativa* (IAa), momento de fazer uma avaliação se o aluno compreende o que foi mediado e se ele é capaz de distinguir esse objeto de outro e se estiver em uma situação similar ele irá conseguir pensar e refletir sobre a sua aprendizagem.

Cada uma das estruturas contribui de forma relacionada na produção dos significados que gere uma aprendizagem discursiva. Entender as teorias gerais dos processos educacionais, bem como, seus desenvolvimentos e os motivos pelas quais foram teorizadas, é importante, não somente para embasamento do texto, mais também para a própria formação docente.

Precisava-se ser exposto, neste texto, como a UARC se estrutura em união a SD, cada estrutura viabiliza um processo e toda a sequência dá o objeto a ser estudado a partir de uma situação matemática. Apesar de Cabral (2017) usar o jogo

matemático como situação, é importante ter em mente que uma *situação* pode ser qualquer aspecto da convivência do aluno. Para contribuir com os autores, o texto trouxe Educação Matemática com base nas teorias específicas. Assim, partiu-se desse ponto para aclarar sobre as teorias discursivas no ensino de Matemática.

## 2.2 TEORIAS DISCURSIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Elegeu-se como enfoque filosófico estruturalista desta pesquisa, duas teorias que contribuíssem para responder ao questionamento que levou a escolher a temática sobre o conteúdo introdutório de frações. Optou-se pela Análise do Discurso (AD), porque ficou claro que o Saber Matemático (SM) não pode ser construído com base apenas no raciocínio lógico da Antiguidade Clássica. Não obstante, a Análise Microgenética (AM), outra opção, une-se a AD, pois a partir dela faz sua composição conceitual, sobre a participação subjetiva no processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática (EAM).

A AD, na Matemática, fundamentada na pós-modernidade, deu margem as interpretações e subjetividade. Desde então, as formas como o aluno racionalizava diante dos problemas matemáticos também modificaram, o processo direto, anteriormente ensinado, baseado nas repetições e internalização do que foi passado e repassado já não tinha mais espaço.

A pesquisa de Mortimer e Scott (2002) foi embasada nas influências da psicologia sócio-histórica/socio-escultural na Educação em Ciências, contudo é usual também para área das Ciências Matemáticas. Deve-se lembrar de que as definições do artífice, já eram pensamentos construtivos do final da década de 80. Tal fato levou a crer que o rompimento da década de 80, defendido por Santos (2008), foi o divisor para os processos descritos por Mortimer e Scott em seu estudo de 2002: *Atividades discursivas nas salas de aulas de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino*.

Nesse processo, o pensamento de como o aluno interpreta as questões até chegar as conclusões racionais necessárias nas resoluções dos problemas, perpassava pela análise do que estava escrito. Analisar uma questão textual dentro do conteúdo de Matemática não é uma tarefa fácil, nem mesmo para os professores, por isso, a AD passou a ser uma discussão e ensinamento necessário nos livros,

nas salas e na disciplina Matemática. Como descreve Mortimer (2002):

Essa 'nova direção' para a pesquisa em educação em ciências (Duit and Treagust, 1998) sinaliza um deslocamento dos estudos sobre o entendimento individual dos estudantes sobre fenômenos específicos para a pesquisa sobre a forma como os significados e entendimentos são desenvolvidos no contexto social da sala de aula. Muitas dessas pesquisas têm adotado, como perspectiva teórica, aquela relacionada à corrente socio-histórica ou sociocultural. Nessa tradição, o processo de conceitualização é equacionado com a construção de significados (Vygotsky, 1987), o que significa que o foco é no processo de significação. Os significados são vistos como polissêmicos e polifônicos, criados na interação social e então internalizados pelos indivíduos.

Além disso, o processo de aprendizagem não é visto como a substituição das velhas concepções, que o indivíduo já possui antes do processo de ensino, pelos novos conceitos científicos, mas como a negociação de novos significados num espaço comunicativo no qual há o encontro entre diferentes perspectivas culturais, num processo de crescimento mútuo. As interações discursivas são consideradas como constituintes do processo de construção de significados. (Mortimer, 2003, p. 283)

Mortimer (2002) ao citar Vygotsky (1997) faz com que o professor tenha a compreensão de seu entendimento sobre a teoria da AD. Para o vislumbre contemporâneo Vygotsky é um gerenciador de práticas bem sucedidas no quesito ensino e aprendizagem. No que diz respeito aos *significados*, viu-se o vocábulo em questão como um sinônimo para *importância*. Aquilo que tem significado é o que gera a importância para o aluno ou a necessidade para aprender tal conteúdo. Chegar a esses significados é justamente o que estuda a AD.

Em completude a visão dos novos significados nas ciências, Mortimer (2002) aborda os sentidos polissêmicos e polifônicos. O primeiro é uma construção justamente de vários sentidos, trazendo abertura para novas interpretações. O segundo refere-se ao ato próprio das comunicações interacionistas dos indivíduos.

Entra neste cenário o papel do professor e suas novas habilidades para o ensino discursivo, como deixa claro:

Apesar dessa nova ênfase no discurso e na interação, consideramos que relativamente pouco é conhecido sobre como os professores dão suporte ao

processo pelo qual os estudantes constroem significados em salas de aula de ciências, sobre como essas interações são produzidas e sobre como os diferentes tipos de discurso podem auxiliar a aprendizagem dos estudantes. Dificilmente alguém discordaria da importância central do discurso de professores e alunos na sala de aula de ciências para a elaboração de novos significados pelos estudantes. No entanto, relativamente pouca atenção tem sido dada a esse aspecto, tanto entre professores, formadores de professores e investigadores da área. (Mortimer, 2002, p. 284)

Mortimer (2002) explicita a irrelevância que os professores estavam dando ao aspecto discursivo, sendo eles formadores ou investigadores. Um contra ponto é visto nas palavras desse articulista, o fato de não haver discussões quanto a legitimidade do discurso em sala, com produções de significados feita por professores e alunos, porém no discurso como legitimação comunicativa nas disciplinas científicas não é visto uma importância, que seria considerada adequada. O que, aparentemente, ocorreu no início dos anos 2000 é que mesmo que os professores fizessem uso das práticas discursivas, essas ficavam no campo da fala e não no campo do ensino e aprendizagem. Tais concepções são vistas na seção seguinte do texto:

O que nos impressiona são as diferentes formas pelas quais os professores interagem com seus estudantes ao falar sobre os conteúdos científicos: em algumas salas, as palavras estão por toda a parte. Os professores fazem perguntas que levam os estudantes a pensar e os estudantes são capazes de articular suas idéias em palavras, apresentando pontos de vista diferentes. Em algumas ocasiões o professor lidera as discussões com toda a classe. Em outras, os estudantes trabalham em pequenos grupos e o professor desloca-se continuamente entre os grupos, ajudando os estudantes a progredirem nas tarefas. Em outras salas de aula, o professor faz uma série de questões e as respostas dos estudantes, na maioria das vezes, limitam-se a palavras aqui e acolá, preenchendo as lacunas no discurso do professor. Muitas vezes o professor é extremamente hábil nesse estilo de exposição, mas há muito pouco espaço para os estudantes fazerem e falarem algo, e muitos nunca abrem a boca. (Mortimer, 2002, p. 284)

A constância descrita acima, sobre o discurso ser uma naturalização

comunicativa e, ainda assim, ser unilateral por parte do professor, só confirma as conclusões de que o fato do aluno está sempre na posição de ouvinte, muitas vezes não colabora para sua aprendizagem.

Não há discurso sem um receptor, à visto disso, e com base no papel do professor, Mortimer (2002) abre um questionamento sobre as ferramentas necessárias para mudar essa situação.

Ele descreve essas ferramentas como para analisar as interações e as produções de significados em sala de aula.

### 2.3 CATEGORIAS CLÁSSICAS DA ANÁLISE DO DISCURSO.

O autor Mortimer (2002) desenvolveu a Estrutura Analítica (EA) baseada em cinco aspectos de análise, *intenções do professor, conteúdo, abordagem comunicativa, padrões de interação e intervenções do professor*. Parece ser óbvio que as cinco características são necessárias na construção do discurso.

Contudo, já ficou claro que o saber e a prática são dois pontos diferentes e nem sempre caminham juntos, principalmente quando usados nas disciplinas científicas de cálculos.

O primeiro ponto que o professor de Matemática deve entender é que o discurso é uma produção humana, independente de qual seja a disciplina. O segundo é que parte dele a iniciativa para dissipar o pensamento de que o discurso é somente da área da linguagem, tal construção gera o preconceito no que tange o discurso dentro da disciplina Matemática.

O educador, ao ensinar um conteúdo, tem um objetivo, uma intenção, formulações que até então não é diferencial das teorias anteriores. Logo, o que a AD tem de diferente e como ela pode auxiliar no ensino de Matemática?

Mortimer (2002) descreveu como é a intenção dos professores em um quadro.

Quadro 3-Intenções do professor

| <b>Intenções do professor</b>                                                                                                                                                 | <b>Foco</b>                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Criando um problema</b>                                                                                                                                                    | Engajar os estudantes, intelectual e emocionalmente, no desenvolvimento inicial da 'estória científica'.                                                                                                                                                               |
| <b>Explorando a visão dos estudantes</b>                                                                                                                                      | Elicitar e explorar as visões e entendimentos dos estudantes sobre ideias e fenômenos específicos.                                                                                                                                                                     |
| <b>Introduzindo e desenvolvendo a 'estória científica'</b>                                                                                                                    | Disponibilizar as ideias científicas (incluindo temas conceituais, epistemológicos, tecnológicos e ambientais) no plano social da sala de aula.                                                                                                                        |
| <b>Guiando os estudantes no trabalho com as ideias científicas, e dando suporte ao processo de internalização</b>                                                             | Dar oportunidades aos estudantes de falar e pensar com as novas ideias científicas, em pequenos grupos e por meio de atividades com a toda a classe. Ao mesmo tempo, dar suporte aos estudantes para produzirem significados individuais, internalizando essas ideias. |
| <b>Guiando os estudantes na aplicação das ideias científicas e na expansão de seu uso, transferindo progressivamente para eles o controle e responsabilidade por esse uso</b> | Dar suporte aos estudantes para aplicar as ideias científicas ensinadas a uma variedade de contextos e transferir aos estudantes controle e responsabilidade (Wood et al., 1976) pelo uso dessas ideias.                                                               |
| <b>Mantendo a narrativa: sustentando o desenvolvimento da 'estória científica'</b>                                                                                            | Prover comentários sobre o desenrolar da 'estória científica', de modo a ajudar os estudantes a seguir seu desenvolvimento e a entender suas relações com o currículo de ciências como um todo.                                                                        |

Fonte: Mortimer (2002, p. 286)

Mortimer (2002), descreve bem, cada uma das descrições feitas das intenções dos docentes em relação ao conteúdo. Observa-se, que o profissional matemático não deve a tomar essas intenções como única possibilidade e, no papel docente, seguir uma “receita” sem de fato compreender as subjetividades da classe e do aluno, pois isso é o que de fato fará diferença na AD aprendida. O ponto a ser é o fato de deixar a *performance pública*, que o autor descreve citando Vygotsky (2003), ser a única forma de ensinar, moldando as aulas a tal ponto, que sature os roteiros e o foco social.

- O segundo aspecto, *o conteúdo do discurso em sala de aula*, é sustentado por filósofos da linguagem como Bakhtin (1986), porém para a definição do filósofo citado, usou-se Bakhtin (2006). Na concepção do linguista o discurso é “cada esfera

na qual a linguagem é usada desenvolve seus tipos relativamente estáveis de enunciados. A isso nós podemos chamar de gêneros de discurso” (Bakhtin, 2006, p.279), ou seja, o discurso é pertencente aos grupos dos quais as pessoas fazem parte.

É lógico que quando se tratar da temática Análise do Discurso alguns filósofos que são defensores e precursores do assunto assumam a posição de validadores de seus pontos de vistas. Nessa característica, três visões descritas por Mortimer e Scott (2000) são válidas de mencionar:

**Descrição:** envolve enunciados que se referem a um sistema, objeto ou fenômeno, em termos de seus constituintes ou dos deslocamentos espaço-temporais desses constituintes.

**Explicação:** envolve importar algum modelo teórico ou mecanismo para se referir a um fenômeno ou sistema específico.

**Generalização:** envolve elaborar descrições ou explicações que são independentes de um contexto específico. (Mortimer; Scott, 2000 apud Mortimer, 2002, p. 287) Grifo do autor

As três vertentes são diferentes entre si, é justamente o que Mortimer (2002) propõe, fazer as distinções entre as formas de cunho *empírica* e *teórica*. Mortimer (2000) diferencia-as da seguinte maneira “descrições e explicações que se utilizam de referentes (constituintes ou propriedades de um sistema ou objeto) diretamente observáveis são caracterizadas como empíricas” (Mortimer, 2002, p.287). Em contrapartida “as descrições e explicações que utilizam referentes não diretamente observáveis, mas que são criados por meio do discurso teórico das ciências, como no caso de modelos para a matéria, são caracterizadas como teóricas” (Mortimer, 2002, p.287), em resumo as que usam referentes diretos são empíricas e as que não usam referentes diretos, são teóricas.

- O terceiro aspecto a *abordagem comunicativa* foi dividida, por Mortimer (2002), em duas dimensões e são o discurso dialógico ou de autoridade; *discurso interativo* ou *não-interativo*. Dentro de cada uma das dimensões foram feitas explicações para elucidar o verdadeiro significados desse aspecto. No discurso dialógico, a voz do aluno e seu conhecimento será “aceito” pelo professor. No discurso de autoridade, a interação do aluno fica no saber científico. No discurso interativo a participação de pessoas enquanto o não interativo apenas uma pessoa está inserida. Ainda se pode combiná-las em funcionamentos comunicativos

(interativo- dialógico/interativo-não dialógica/ interativo de autoridade/não interativo de autoridade).

a. Interativo/dialógico: professor e estudantes exploram idéias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. b. Não-interativo/dialógico: professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. c. Interativo/de autoridade: professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma seqüência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico. d. Não-interativo/ de autoridade: professor apresenta um ponto de vista específico. (Motimer, 2000, p.288)

Observa-se por meio do que foi descrito na pesquisa desse autor que, mesmo que o foco esteja no professor essa correlação pode ser entre os aprendizes, ou os sujeitos do discurso. No quarto aspecto, Os *padrões de interação* são fundamentados nas alternâncias entre professor e aluno, atos de fala necessários para a interação.

O quarto aspecto da análise especifica padrões de interação que emergem na medida em que professor e alunos alternam turnos de fala na sala de aula. O mais comum são as tríades I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do aluno, Avaliação do professor), mas outros padrões também podem ser observados. Por exemplo, em algumas interações o professor apenas sustenta a elaboração de um enunciado pelo aluno, por meio de intervenções curtas que muitas vezes repetem parte do que o aluno acabou de falar, ou fornecem um feedback para que os estudantes elaborem um pouco essa fala. Essas interações geram cadeias de turnos não triádicas do tipo I-R-P-R-P... ou I-RF-R-F.... onde P significa uma ação discursiva de permitir o prosseguimento da fala do aluno e F um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala. (Motimer, 2000, p.288)

O *feedback* na sala de aula é o ponto que dá ao professor uma resposta de que seu aluno esteve atento. Entendo que esse aspecto é condicionado ao aluno-sua aprendizagem- ensino do professor e o conhecimento de ambos confluindo num discurso que eles estão inseridos, nesse caso a esfera de realização do discurso é a sala de aula. Por fim, no quinto aspecto, as *intervenções do professor* são formuladas seis formas pedagógicas de intervir, baseado no quadro descrito por

Scott (1998). São intervenções iguais a essas que permitem que uma SD possa se adaptar às necessidades do aluno e suas práticas sociais durante a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Quadro-4 Intervenções do professor

| <b>Intervenção do professor</b>                     | <b>Foco</b>                                                                        | <b>Ação - o professor:</b>                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Dando forma aos significados</b>              | Explorar as idéias dos estudantes                                                  | introduz um termo novo; parafrasea uma resposta do estudante; mostra a diferença entre dois significados.                                                                                                           |
| <b>2. Selecionando significados</b>                 | Trabalhar os significados no desenvolvimento da estória científica.                | - Considera a resposta do estudante na sua fala;                                                                                                                                                                    |
| <b>3. Marcando significados chaves</b>              | Tornar os significados disponíveis para todos os estudantes da classe              | ignora a resposta de um estudante.                                                                                                                                                                                  |
| <b>4. Compartilhando significados</b>               | Verificar que significados os estudantes estão atribuindo em situações específicas | - Repete um enunciado; pede aos estudantes que repita um enunciado; estabelece uma seqüência I-R-A com um estudante para confirmar uma idéia; usa um tom de voz particular para realçar certas partes do enunciado. |
| <b>5. Checando o entendimento dos estudantes</b>    | Recapitular e antecipar significados                                               | - Pede a um estudante que explique melhor sua idéia; solicita aos estudantes que escrevam suas explicações; verifica se há consenso da classe sobre determinados significados.                                      |
| <b>6. Revendo o progresso da estória científica</b> |                                                                                    | - Sintetiza os resultados de um experimento particular; recapitula as atividades de uma aula anterior; revê o progresso no desenvolvimento da estória científica até então.                                         |

Fonte: Mortimer (2002, p. 289)

O quadro fixa, além da intervenção e o foco, a ação do professor. A sexta intervenção, chama a atenção pela recapitulação ser um sinônimo da repetição, o

ato tão criticado antes da reforma dos anos 80. Sumariamente, a Análise do Discurso (AD) descreve as interrelações de sujeitos comunicativos, nessa perspectiva, Mortimer (2002) embasou-se em teorias primárias para sustentar o uso da AD nas ciências.

Leva-se em conta nesta seção que a Matemática é uma ciência que como a comunidade que a usa, passou por diferentes formas de ensino, mas isso, não seria possível sem teorias que as sustentassem, como também, a subjetividade.

A seção adiante irá tratar da Análise Microgenética que levantou aspectos importantes sobre a subjetividade na Educação Matemática.

## 2.4 A ANÁLISE MICROGENÉTICA

Esta seção abordou os aspectos da Análise Microgenética (AM), principalmente de Góes (2000).

As novas teorias sobre a relação dos sujeitos na sala de aula perpassam por abordagens intuitivas, como foi demonstrado na seção anterior. Uma das teorias é *A Abordagem Microgenética dentro da matriz histórico-cultural na pesquisa uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade*, de Góes (2000, p. 9) tal teoria reflete sobre a relação socio-interativa e

Na investigação sobre a constituição de sujeitos, em especial no que concerne a processos que se instanciam nos contextos educativos, os campos da educação e da psicologia vêm recorrendo a uma abordagem metodológica referida como “análise microgenética”. De um modo geral, trata-se de uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (Góes, 2000, p.9)

A AM tem como foco as relações que estão condicionadas aos *sujeitos*. Como já vimos na Análise do Discurso, os interlocutores são elos primordiais para que a intersubjetividade ocorra. No contexto educativo apresentado, a autora cita a psicologia como uma das partes importantes no trajeto educacional. Para o sustento de seu ponto de vista a autora Góes (2000) menciona Vygotsky (1997), nessa

condição a AM é uma das teorias que desenvolve processos aplicáveis a partir da contribuição significativa, entendendo que o sujeito, citado pela autora, corresponde ao aluno e as relações p contexto social antes e durante da educação da sala de aula. A ver, Góes (2000, p.12).

Para Vygotsky (1984), “o método é, ao mesmo tempo, pré-requisito e produto, o instrumento e o resultado do estudo”, (p. 74). Trata-se de uma visão abrangente, à qual ele vincula a possibilidade de vários tipos de investigação e diretrizes metodológicas amplas que buscam atender a duas teses fundamentais: de que a gênese das funções psicológicas está nas relações sociais e de que a constituição do funcionamento humano é socialmente mediada, num curso de desenvolvimento que abrange evoluções e, sobretudo, revoluções. (Goés, 2000, p. 12)

Na seção anterior a AD, por parte do trabalho de Mortimer (2002), esteve pautada no papel do professor. Diferentemente, Góes (2000) baseada em Vygotsky (2003) trabalha o método. Além disso, a teoria *genética* é descrita como “a fragilmente relacionada ao meio social” (Góes, 2000, p. 12). Durante a investigação, teve-se como compreensão que o social, tão citado em Santos (2008), Mortimer (2002) e em Góes (2000), é a cultura, a história, o status financeiro que o aluno convive. Pode-se confirmar tal ponto de vista com a passagem do texto da autora exposto nesta seção.

[...] visão de desenvolvimento humano e a preocupação com a dimensão histórica levaram Vygotsky a abordar vários domínios genéticos: a filogênese, a história sociocultural, a ontogênese e a microgênese. Assim, realizou discussões sobre a evolução da espécie, a emergência do especificamente humano e as características das sociedades “primitivas” (Vygotsky e Luria 1996), tendo colaborado em estudos sobre comunidades em transformação (ver Luria 1988b). Focalizou especialmente o domínio ontogenético, mas efetuava um entrecruzamento dos estudos da ontogênese e da microgênese, sempre relacionando os dois níveis de análise. Essa perspectiva pode ser notada nos trabalhos sobre relações entre pensamento – linguagem, atenção, memória, formação de conceitos, fala egocêntrica, desenvolvimento da imaginação etc. (Vygotsky 1984, 1987a, 1987b). (Góes, 2000, p. 13)

A partir das posições relevantes feita por Vygotsky houve a definição de que a análise microgenética é “aquela que envolve o acompanhamento minucioso da formação de um processo, detalhando as ações dos sujeitos e as relações interpessoais, dentro de um curto espaço de tempo.” (Góes, 2000, p. 14), a palavra sujeito é usada como definição no contexto educacional para falar de professor e aluno e/ou o corpo docente. Ainda, no tocante a internalização do processo:

Essa duração corresponde a uma ou poucas sessões, em delineamentos planejados ou a curtos segmentos interativos, em situações naturais. é uma espécie de “estudo longitudinal de curto prazo” e uma forma de identificar transições genéticas, ou seja, a transformação nas ações dos sujeitos e a passagem do funcionamento intersubjetivo para o intra-subjetivo. Portanto, desse ponto de vista, é destacado o exame de processos interativos e de pistas de internalização. (Góes, 2000, p. 15)

A internalização ocorre com a aprendizagem, os determinantes para que a microgenética seja um deles é o fato de a AM ser minuciosa, até mais que a análise do discurso. A microgenética parte do pressuposto da AD, investigar as relações de interação do sujeito, transita pela história, pela sociedade e pelo tempo.

Outro ponto que é inerente a microgenética é a valorização que faz parte do paradigma da subjetividade, descrito como singular por Góes (2000, p. 19)

A valorização do singular, já referida, é outro aspecto central do paradigma, tendo em vista que as formas de saber assumidas implicam uma atitude orientada para casos individuais, que devem ser reconstruídos, compreendidos por meio de sinais, signos, pistas, indícios ou sintomas. Mas decifrar e ler pistas é estabelecer elos coerentes entre eventos e, por isso, o componente narrativo faz parte das interpretações indiciárias. Apesar de privilegiar o singular, não se abandona a idéia de totalidade, pois esse modelo epistemológico busca a interconexão de fenômenos, e não o indício no seu significado como conhecimento isolado. A realidade é complexa e opaca, mas “existem zonas privilegiadas – sinais, indícios – que permitem decifrá-la” (Ginzburg 1989, p. 177), que permitem buscar interconexões e efetuar tentativas de compreensão da totalidade. (Góes, 2000, p. 19)

A autora discute três pontos nessa passagem, o primeiro é o aspecto geral do paradigma indiciário, que é compreendido por meio dos signos. O segundo é

estabelecer uma coerência culminando em interpretações indiciárias, ou seja, os significados dos índices. O terceiro é a epistemologia dos fenômenos que permite a compreensão do índice em sua totalidade.

Não posso passar pela pesquisa dessa autora sem citar e referenciar a seção, que julgo a mais importante do artigo, intitulada *As perspectivas enunciativo-discursiva e semiótico-indiciária da microgênese*, a propósito do escrito, Góes (2000) explicita a valorização que não é dada a microgênese, como demonstrado:

Portanto, quanto à perspectiva indiciária, parece haver uma variação entre pesquisadores, que se reportam a ela apenas para justificar a atenção à própria microgênese, para marcar algum aspecto da linha de análise e interpretação, para fundamentar a construção e a análise de dados etc. Conferem-lhe, pois, desde um simples papel complementar até um estatuto de referência metodológica fundamental. Apesar dessas diferenças, creio que as tentativas de composição já anunciam a tendência a uma incorporação mais consistente do paradigma indiciário, do ponto de vista conceitual, metodológico e epistemológico. (Góes, 2000, p. 20)

Góes (2000) vem por meio deste trabalho trazer a importância metodológica da microgênese, que ainda segue como aparato metodológico e não com um método de fato, mesmo que haja uma tendência para incorporá-la.

A AM não tem só o índice como foco, pois se assim fosse o conceito subjetivo desse método, não seria completo. Assim sendo, é de suma importância falar da outra concepção que gere o enfoque da Análise Microgenética, o sujeito. Para isso, houve o apoio em Barboza e Zanella (2005). Aponta-se o método embasado na psicologia e nas situações epistemológicas, ao olhar os conceitos desses autores e relacioná-los com a aplicabilidade de métodos subjetivos no ensino da Matemática. Evidenciou-se o porquê esse método é aliado da AD. Nos anos 80 a objetividade cede o espaço a subjetividade, a AD é a teoria sobre tais processos e a Análise Microgenética o método que provém da teoria.

Quando a teoria da AD surge com filósofos e filósofos da linguagem, pensou-se que seria um suporte apenas para as disciplinas das ciências humanas, especificamente, a linguagem. No entanto, sua aplicabilidade nas ciências matemáticas esteve, por muito tempo no campo hipotético. Mas, autoras como Barboza e Zanella (2005) conseguiram confirmar que o método epistemológico é

aplicável a qualquer área do conhecimento humano.

Realmente, ao se fazer uma apreciação, o discurso, como já dito, é uma produção humana, a fala é parte de um discurso, e o professor quando fala em sala, promove discursos. O livro didático, o método mais usado para ensinar, é “recheado” de discursos, os alunos, quando escutam ou realizam a atividade dos livros inserem-se no discurso, então, certamente o discurso não é propriedade apenas das letras e filosofias.

Aspectos iguais aos da Análise do Discurso foram fomentadoras de construção das atividades da sequência didática, porque acredito que a análise do discurso é uma abordagem adequada para que as análises clássicas do cálculo certo ou errado seja de autonomia do aluno. O discurso é parte das estruturas socioculturais da sala de aula, não dar a devida importância a esse método poderia intervir no objetivo da sequência didática e no objetivo deste escrito.

Análise microgenética consiste em análise de episódios, conforme Góes (2000) ressaltou anteriormente, além disso, Wertsch (1985) resalta que neste tipo de análise deve-se compreender como se relacionam a cognição humana com a sociocultural, dentro desta última, pode-se elencar a os contextos: culturais, históricos, institucionais do homem.

Dentro das categorias que observei em Góes (2000) e Wertsch (1985) elencou-se as questões de análise.

- A primeira, *construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos*, requer um detalhamento minucioso das relações que o sujeito tem com o seu meio, detalhando um acontecimento Episódio. Para tal análise a autora ratifica o uso de gravações como auxílio para que os detalhes sejam guardados para uma análise mais precisa.

A interação é uma das relações em sala que, segundo a psicologia, traz uma melhor percepção do que está sendo compartilhado em sala. Em tempos modernos a AM tem expandido seu espaço nos meios educacionais.

- A segunda, *necessidades de registros detalhados*, como identifiquei anteriormente, nesta tipologia analítica há uma característica específica de guardar o processo seja em gravação ou anotação de forma minuciosa. Este processo valida as informações coletadas.

- A terceira, *abordagem microtenográfica*, trata-se de reformular o contexto social e cultural de um determinado grupo, neste caso, dos alunos e segundo Góes

(2000) essa abordagem está unificada a antropologia e leva em consideração o conceito de mundo dos participantes. Resume-se essa abordagem em “microcomportamentos” (Streeck, 1983 apud Góes, 2000, p. 10).

- A quarta, Enfoques sociogenéticos e psicogenéticos, deve-se ter claro os objetivos que se quer alcançar, pois para cada episódio, sendo ele no enfoque psicológico, ou seja, cognitivos do aprendente ou no enfoque sociogênese, isto é cultural o método de ensino deve ser claro.

- A quinta, a duração do episódio, nesta categoria a minúcia, como descreve a autora, pode ser descrita na duração total do episódio ou em recortes de acontecimentos, como nas gravações que há uma apreciação de determinado tempo.

- A sexta, as relações intersubjetivas e subjetiva se relaciona com os processos discursivos, como enunciativo-discursivo, além de formular episódios prototípicos, em campos não verbais. Em exemplo, os gestos, a comunicação, ações cognitivas.

Por considerar que análise microgenética atua sobre as organizações indicativas da sequência didática de fração para o 6º ano, acredito que ela é uma metodologia de análise profunda e construtiva. Por isso, é uma das ferramentas que apoia o trabalho prático da aplicação da SD que intitula este trabalho.

Os autores enfatizam, ainda, que esses métodos são construções para aprendizagem. À educação é conferida as mais diferentes áreas, a Matemática é uma delas. Portanto, a AM é um método que permite ao aprendiz dispor de seu próprio saber. A partir deste ponto, entra nesta equação a Teoria da Educação Matemática, uma teoria necessária para completar as teorias sobre esta seção teórica.

No próximo capítulo perpetrará um trajeto histórico do jesuítas ao estilo brasileiro, em harmonia com os modos de desenvolvimento dos docentes de matemática.

### 3 O ENSINO E A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Este capítulo fará um percurso histórico nas formas de ensino, em consonância com as tipologias de formação de professores de Matemática. Do trajeto jesuíta ao precedentes do estilo brasileiro.

#### 3.1 O ESTILO EUROPEU: A ESCOLÁSTICA

Calligari (2014) afirma que o estilo de ensino europeu, não era social, nem democrático, e muito menos mediador e por muitos anos esteve atrelado ao significado de “jeito certo”. É de conhecimento dos acadêmicos de Matemática, que os padrões que eram creditados como correto, passava pelo o que a Igreja Católica definia. O educador, geralmente, era um padre e ensinava apenas a somar, subtrair, multiplicar e dividir, os outros conteúdos estavam condicionados a carreira do discente, seja ela arquitetura, medicina, advocacia, assim, para cada função.

Calligari (2014) avaliou que não existia a formação de professores, pois o domínio do clero era tanto, que somente eles tinham esse direito e a eles eram conferidas as credenciais. Então, a formação de professores era baseada nos desígnios bíblicos e a função que o nobre desempenharia, militar, conselheiro real e até mesmo rei. O professor geralmente era o mesmo, do início ao final do ciclo educacional.

Percebeu-se que a funcionalidade era de repassar as informações sem permitir questionamentos, a verdade do educador era absoluta. Esse estilo chega ao Brasil com os padres da Companhia de Jesus e no Pará com Companhias Franciscanas e Carmelitas. O quadro abaixo ilustra essa definição.

Quadro 5- Companhias religiosas

| Companhia                           | Tipo de educação |
|-------------------------------------|------------------|
| Jesuítas Carmelitas<br>Franciscanos | Escolástica      |

Fonte: Produção nossa com base em Calligari (2014)

A escolástica era a formação que os padres, no papel de educador, passavam

aos alunos de acordo, Calligari (2014). Era uma concentração de pensamentos para aprofundar a fé católica que estava em seu apogeu na Europa. A Grécia era o centro europeu de civilidade e educação, nasce ali os filósofos até hoje aprendidos em várias áreas do conhecimento. Como se sabe também, a Grécia era politeísta, porém para a visão cristã do século de apogeu religioso algumas definições foram reformuladas.

De formação descrita como *neoplatônica* a escolástica surge como uma prática religiosa de formar educadores para o ensino da matemática e da fé, razão e crença em uma só, logo o que os professores, desse tempo, deveriam fazer era ensinar a nobreza a pensar matematicamente sem questionar o poder divino imputado ao clero. Logo, a formação docente era escolástica porque o objetivo do ensino era o mesmo, escolarizar.

Sendo a escolástica a defensora de educação ultra religiosa e o conceito de fração não ser desenvolvido na Idade Média, então, a temática desta pesquisa não fazia parte nem da formação docente e muito menos do ensino discente. Neste caso, pelas análises feitas, concluiu-se que nessa época o conceito que eles tinham sobre este objeto era que a fração fazia parte de mais uma especificidade da divisão. Não tinha um propósito concreto e nem uma legitimação para seu aprofundamento.

### 3.2 O ESTILO EUROPEU REVOLUCIONÁRIO

Salta-se para o século XVII, pois a escolástica, com base em Calligari (2014) entrou em declínio na metade do século XV na Europa, no entanto, notou-se que no Brasil ela durou por mais 3 séculos, a diferença que a educação da nobreza no Brasil misturou-se a catequização dos indígenas.

Enquanto na escolástica a nobreza era detentora do acesso, agora o ensino bifurcava-se, em consequência, a formação do professor desvincula-se da igreja no século XV, pois, na Europa, por 1500 anos os padres eram os únicos que educavam. A situação muda a partir do século XVII, agora a formação do professor, já com as faculdades de “primeiras letras”. Saviani (2009) diz que não se demorou muito para que fosse vista a necessidade de especificar cada aprendizagem, na filosofia, depois na pedagogia e dentro desta, as letras e matemáticas, segundo Saviani (2009), a primeira instituição a profissionalizar o professor foi a Pedagogia.

A formação docente, descrita em Saviani (2009) e Calligari (2014), era dividida em professores que ensinavam aos filhos da burguesia, formados nas melhores universidades e faculdades de: filosofia, letras, matemática e francês e os padres que catequizavam. Então, o professor do século XVII tinha sua formação naquilo que se considerou um círculo, isto é, fechada em um determinado ponto.

Ao filho do proletariado a educação ficava a cargo dos pais, ou, investia-se na educação de um único membro para que ensinasse aos outros irmãos, a formação, neste caso, era iniciada em liturgias catequéticas, como descreveu Camillo e Medeiros (2018). Assim, a bifurcação era entre a nova formação relacionada a condição financeira da burguesia e a antiga escolástica, ambas com conceitos de professor como superior em sala.

Camillo e Medeiros (2018), escreveram que a chegada do século XVIII e, especificamente, a revolução industrial foram cruciais para que houvesse mudanças no currículo universitário formador de profissionais da educação. Tais reconfigurações foram tendenciosas para que a Burguesia mantivesse “Mecanismo de controle” (CAMBI, 1999, p.492).” Em descrição, Saviani (1997 apud CAMILO; MEDEIROS, 2018):

No cenário da educação, esse atrito entre classes deu vazão ao surgimento de **pedagogias diferenciadas**, com modelos e orientações diversas sempre altamente imbuídas em todas as vertentes e etapas da pedagogia do século XIX (Saviani, 1997 apud Camillo; Medeiros, 2018,p.14) Grifo do autor.

Em resalto as *pedagogias diferenciadas* Camillo e Medeiros (2018) elaboraram um quadro com base nas identificações dadas por Pestalozzi, Fichte e Fröbel. Algumas, diziam que “as crianças se desenvolve de dentro para fora, a afirmação do eu como sujeito e o educador é obrigado a respeitar o discípulo em toda sua integridade” (Camillo; Medeiros, 2018, p.15), conceitos de um passado remoto que aparece em contraposição ao presente reformista.

Camillo e Medeiros (2018) apontam que em meados do século XX com a instituição da prensa, com a tecnologia mais avançada e redemocratização educacional, iniciou-se os fenômenos de teóricos que discutiam as práticas pedagógicas. Neste momento já estão instituídas na Europa as faculdades de licenciaturas, há uma quebra na educação, agora a fase era que da primeira à quarta séries, hoje segundo ao quinto ano, a educação escolar ficaria a cargo das

pedagogias e professores pedagogos. Logo, para esse profissional a formação era baseada em quatro esferas (Letras, Matemática, Sociedade e Ciência).

Aos licenciados foi conferido o saber específico. A legitimação de disciplinas como a matemática recebe um novo espaço, a formação desse profissional passa a ser mais específica, no entanto, ainda se baseia nos parâmetros de professor enquanto transmissor é então, que as discussões enquanto a esse tipo de currículo inicia.

Alguns teóricos como Calligari (2014), Saviani (2009) e Camillo e Medeiros (2018) ascendem a visão de como ocorreu essas correntes em relação a formação do professor, nasce mais uma revolução educacional. Organizou-se um quadro com as principais concepções sobre a formação docente a partir da metade do século XX. Para compor o quadro fez-se uma revisão literária em 6 autores, Burrhus Frederic Skinner; Célestin Freinet; Jerome Bruner, Lev Vygotsky, Jean Piaget e Paulo Freire.

Quadro 6 - Teóricos e correntes teóricas

| Teóricos                 | Correntes teóricas                   | Tipo de Professor |
|--------------------------|--------------------------------------|-------------------|
| Burrhus Frederic Skinner | Teoria da aprendizagem.              | Estimulador       |
| Célestin Freinet         | Teoria do construtivismo             | Desenvolvedor     |
| Jerome Bruner            | Teoria da aprendizagem significativa | Significador      |
| Lev Vygotsky             | Teoria Socio-histórica               | Socializador      |
| Jean Piaget              | Teorias da educação construtivista   | Facilitador       |
| Paulo Freire             | Teoria da pedagogia da autonomia     | Mediador          |

Fonte: Produção nossa embasada em Camillo e Medeiros (2018) e Rossy (2014)

A literatura evidenciou seis tipos de docentes que fizeram parte da sócio-histórica educacional. Eles são construções sociais de sua época, tiveram sua formação baseados em outros docentes. Dar aulas e mediar aulas não estiveram sempre na mesma linha imaginária de divisão educacional. Elas foram, igual a escada posta em um andaime, crescendo a cada ciclo temporal. Umas duraram mais tempo que outras. Conhecer o professor é distanciar-se cada vez mais do marco inicial do quadro. Com base nesses autores, Skinner (2002); Freinet; Bruner; Vygotsky (2006), Piaget e Freire (2013) indicou-se como eram caracterizadas as

tipologias selecionadas acima.

O *estimulador* era o professor que estimulava por práticas de atividades ao saber do aluno. Matematicamente, era um reproduzidor de conceitos e exercícios, a repetição era o ponto fundamental do estimulador. A visão que tive é do docente que em pé em frente a um quadro preenchido com tabuadas e cada entonação a repetição dos alunos. Não posso dizer que o estimulador não exista na geração da terceira revolução.

O *desenvolvedor* era o professor que desenvolvia a participação para que houvesse o gerir da aprendizagem, é o primeiro passo para a participação ativa de um aluno em sala. Matematicamente, era aquele que ao invés de levar uma atividade a fazia em sala, insere-se as atividades de coparticipação, os professores permitiam os alunos a irem ao quando e demonstrar o seu conhecimento.

O *significador* era o professor que dava aos alunos um significado para aprender, apresentava um sentido para aprender o conteúdo. Matematicamente, o professor que apresentava ao aluno uma relação com a realidade dele, explicando o porquê realizar tal tarefa era necessária, como dizer que somar é um critério para conseguir um bom emprego.

O *socializador* era o professor que socializava o conhecimento, que dava importância ao trajeto cultural deles e que permitia que os alunos participassem das aulas a partir do seu ponto de vista. Matematicamente, o professor horizontaliza educação equiparando-se ao aluno na partilha de conhecimento.

O *facilitador* era o professor que promove o acesso a toda e qualquer fonte de conhecimento, material e o dispõe para o aluno, facilitando seu contato com a didática. Matematicamente, o professor leva para a sala de aulas, textos, jogos, tabuadas, formas, *tangrams* tudo preparado por ele, vê-se esse tipo de profissional nos anos iniciais da pedagogia.

O *mediador* é o professor que trabalha com a teoria da mutualidade, onde o ambiente escolar é formado por sujeitos com diferentes conhecimentos e eles aprendem junto, o aluno é o protagonista. Matematicamente, o professor interage com o aluno em busca de sua formação inicial, geralmente ocorrida no seio familiar. Cada sujeito demonstra técnicas de contagem, relações de cálculo de acordo como a família ensinou, o professor media esses conhecimentos com o seu e propõe ao aluno uma exploração autônoma, deixando a seu cargo como fará o seu processo de aprendizagem.

As nomenclaturas citadas no quadro foram elaboradas a partir dos conceitos que cada um dos teóricos desenvolveu sobre a formação do professor. Os teóricos desconstruíam as aceções anteriores, pelo mundo, mas a tabela mostrou que a hegemonia europeia em moldar a formação do professor persistiu até os dias de hoje, por isso escolheu-se Paulo Freire como um dos teóricos que desenvolveram conceitos importantes para a formação do educador. O que abre um espaço para compreender como essa formação inicial e continuada ocorreu na América.

### 3.3 O ESTILO BRASILEIRO

No Brasil, como cita Calligari (2014) a formação de profissionais que atuavam como educadores não foi diferente dos padrões ocidentais, esses operavam em conjunto com três esferas sociais, o clero, a nobreza e os homens, esse estilo por séculos moldaram as técnicas desenvolvidas para o ensino neste país. O clero, geralmente da companhia Jesuíta, tinha sua formação na Europa, de lá traziam conceitos e teorias. A nobreza formada pela família real e seus súditos, tinham direito por nascimento a educação. Os homens, por questão social, eram os únicos a terem o seu direito a educação, mas esse, era livre para escolher.

Como já foi dito, a teoria escolástica perdurou no Brasil desde a colonização até a criação da primeira escola que aceitava docentes não clérigos. Os docentes vinham da Europa e sempre com métodos de ensino ultrapassados, pois as trocas de informações não eram, rápidas, nem práticas quanto são hoje.

Com o acontecimento histórico, pautado em Calligari (2014), no qual o Marquês de Pombal expulsa de terras tupiniquins a confraria de Jesus, uma lacuna abriu-se na formação da nobreza e dos homens, trazer professores europeus custava caro para a coroa, nasce a necessidade de formar educadores dentro do território nacional. Nasce o conceito de Escola Normal, gerida pelo estado, o objetivo era formar professores leigos. Mas a preocupação do como fazer, fez com que leis fossem criadas quanto ao ingresso desses profissionais na docência, pautando a hegemonia portuguesa.

I. Ordeno: que os exames dos mestres que forem feitos em Lisboa; quando não assistir o presidente se façam na presença de um deputado, com dois examinadores nomeados pelo dito presidente, dando os seus votos por escrito que o mesmo deputado assistente entregará com a informação do tribunal. Em Coimbra, Porto e Évora (onde só poderá haver exames) serão

feitos na mesma conformidade por um comissário e dois examinadores, também nomeados pelo presidente da mesa; os quais remeterão a ela os seus pareceres, na sobredita forma; nas Capitanias do Ultramar se farão exames na mesma conformidade. Sempre de tudo será livre aos opositores virem examinar-se em Lisboa, quando declararem que assim lhes convém. II. Ordeno: que o sobredito provimento de mestres se mande afixar editais nos reinos e seus domínios para a convocação dos opositores aos magistérios. E que assim se fique praticando no futuro em todos os casos de cadeiras. (Moacyr, 1936, p. 242)

O Ingresso do professor a carreira docente estava sujeito a um único exame. Caso passasse, de acordo com a estruturação acima, a ele era conferido a comanda de Magistério, Tanuri (2014), indica como se deu a instalação de escolas para o ensino na então província e formação docente.

A Lei de 15/10/1827, que "manda criar escolas de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugares mais populosos do Império", também estabelece exames de seleção para mestres e mestras, embora num movimentado debate na Câmara muitos parlamentares tenham solicitado dispensa das mulheres dos referidos exames. (Tanuri, 2014, p. 62)

Ainda:

Os arts. 7º e 12 assim dispõem, respectivamente: "Os que pretenderem ser providos nas cadeiras serão examinados publicamente perante os Presidentes em conselho; e estes proverão o que for julgado mais digno e darão parte ao governo para sua legal nomeação." "[...] serão nomeadas pelos Presidentes em conselho aquelas mulheres que sendo brasileiras e de reconhecida honestidade se mostrarem com mais conhecimento nos exames feitos na forma do art. 7º." (Tanuri, 2014, p. 62)

Os documentos que Tanuri (2014) elencou demonstra como era pautada a criação e a seleção era embasada no conhecimento determinante adquirido ao longo da vida e não de forma acadêmica como é hoje. Dito:

Também antes que se fundassem escolas especificamente destinadas à formação de pessoal docente, encontra-se nas primeiras escolas de ensino mútuo - instaladas a partir de 1820 (Bastos, 1997) - a preocupação não somente de ensinar as primeiras letras, mas de preparar docentes, instruindo-os no domínio do método. Essa foi realmente a primeira forma de preparação de professores, forma exclusivamente prática, sem qualquer base teórica, que aliás seria retomada pelo estabelecimento de "professores adjuntos". (Tanuri, 2014, p. 63)

As escolas de ensino mútuo visavam preparar em tempo hábil o docente para que ele ensinasse nas Escolas Normais. Era uma receita que docentes seguiam, mas não tinham relação com a teoria ou conceitos metodológicos.

Em 1º de março de 1823, um Decreto "cria uma escola de primeiras letras pelo método de ensino mútuo para instrução das corporações militares". Algumas decisões posteriores indicam que a referida escola funcionou também com o objetivo de instruir pessoas acerca do método de Lancaster.<sup>3</sup> Ademais, a Lei de 15/10/1827 consagra a instituição do ensino mútuo no Brasil, dispondo, em seu art. 5º, que "os professores que não tiverem a necessária instrução deste ensino irão instruir-se em curto prazo e à custa de seus ordenados nas escolas da Capital".(Tanuri, 2014,p. 63)

Viu-se que a instituição da escola como Método de ensino Mútuo não demorou para se formalizar e tornar-se preparo obrigatório para quem passaria pela Escola Normal, a saber:

A primeira escola normal brasileira foi criada na Província do Rio de Janeiro, pela Lei nº 10, de 1835, que determinava: "Haverá na capital da Província uma escola normal para nela se habilitarem as pessoas que se destinarem ao magistério da instrução primária e os professores atualmente existentes que não tiverem adquirido necessária instrução nas escolas de ensino mútuo, na conformidade da Lei de 15/10/1827."

Escolheu-se a citação na íntegra, para demonstrar 3 problemáticas da época. A primeira é que não foi suficiente criar escolas para suprir a necessidade do déficit educacional, pois sem um planejamento adequado, como dito, não se sustentou por muito tempo. O segundo, a duração do curso, que deu origem ao atual Ensino Médio, não era um tempo adequado para que as competências do aluno fossem desenvolvidas. E a última, e a qual considera-se a mais importante, o currículo, no qual o professor deveria saber e aplicar, não especificava quais disciplinas seriam aplicadas.

A situação acima compara-se com a hipótese de você entrar em curso de Matemática, hoje, e estudar no primeiro módulo, Teorias da Matemática, a concepção é que todas as teorias desde da idade Média até a Idade contemporânea serão apresentadas, mas ao final, você só estudará as que a faculdade julgarem importante, geralmente as europeias.

A trajetória foi mudando a partir desse período inicial e com o pós-primeira guerra a visão de ensino muda no Brasil, no Brasil Republica. Juntou-se a formação docente, uma vez que os estados se tornaram autônomos e criaram seu próprio sistema de ensino. Contudo, somente em 1935 é consolidada a Escola para fins de educação superior.

O século XX demonstrou caminhos mais modernos nas suas últimas décadas de 80 e 90 retendo-se a visão da Pedagogia Tecnicista:

É uma linha de ensino, adotada por volta de 1970, que privilegiava excessivamente a tecnologia educacional e transformava educadores e educandos em meros executores e receptores de projetos elaborados de forma autoritária e sem qualquer vínculo com o contexto social a que se destinavam. Além de apresentar características autoritárias, a pedagogia tecnicista pode ser considerada não-dialógica, ou seja, ao aluno cabe assimilar passivamente os conteúdos transmitidos pelo educador. Essa pedagogia difere da progressista que privilegia a formação de cidadãos participativos e conscientes da sociedade em que vivem. (Camillo; Medeiros, 2018, p.33).

Depois cedeu o espaço para a Pedagogia crítica.

O segundo momento envolve o período que se desenrola entre 1980 e 1991, devota-se ao estudo das experiências pedagógicas iniciadas pelas pedagogias críticas, daí o subtítulo ensaios contra hegemônicos. No conjunto, descreve as formas assumidas pelas mobilizações de educadores, pela organização política no campo educacional, bem como pela circulação das ideias pedagógicas (Alves, 2008, p.176).

Ao citar os passos pedagógicos da formação de professores no Brasil, seria um erro não citar a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) e Paulo Freire. A primeira legisla sobre o currículo, os conteúdos que devem ser estudados em sala por alunos da base e da graduação. A LDB alia-se ao conselho nacional de educação CNE, esse, decidiu em 2001 as Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática (DCPCM), a partir de então a formação docente estava alicerçada com base no currículo.

Competências e Habilidades Os currículos dos cursos de Bacharelado/Licenciatura em Matemática devem ser elaborados de maneira a desenvolver as seguintes competências e habilidades.

- a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
  - b) capacidade de trabalhar em equipes multi-disciplinares
  - c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas idéias e tecnologias para a resolução de problemas.
  - d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento
  - e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema
  - Francisco César de Sá Barreto
  - f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento
  - g) conhecimento de questões contemporâneas
  - h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social
  - i) participar de programas de formação continuada
  - j) realizar estudos de pós-graduação
  - k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber
- (Brasil, 2019, p.4)

Em específico ao educador fica estabelecido:

- a) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica;
- b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;

- c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica;
- d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
- e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;
- f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica. (Brasil, 2019, p.5)

O perfil que DCPCM lista divide-se no geral o bacharelado e no específico conferente ao licenciado. O conselho lista também a qual currículo esse profissional deve ser submetido em um curso de duração mínima de 4 anos. Recordou-se aqui que o CNE deixou a cargo das ementas de cada Universidade e faculdade eleger seus currículos, todavia, elaborou um currículo Nacional de formação docente primária, que é a graduação em Licenciatura em Matemática.

Os conteúdos descritos a seguir, comuns a todos os cursos de Licenciatura, podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela IES: Francisco César de Sá Barreto · Cálculo Diferencial e Integral · Álgebra Linear · Fundamentos de Análise. Fundamentos de Álgebra · Fundamentos de Geometria · Geometria Analítica A parte comum deve ainda incluir:

- a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
- c) Conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (Brasil, 2019, p.6)

O currículo adiciona, agora, uma prática que se considera necessária para a formação docente. A disciplina de Estágio Supervisionado que leva a união da prática com a teoria, possibilitando uma formação mais de acordo com a realidade, as Instituições de Ensino Superior pública, geralmente usam as escolas públicas para o cumprimento desta disciplina. Que como o documento menciona é comum a todos os cursos de Licenciatura. O Ministério da Educação, órgão maior que administração as universidades entendeu que teoria sem prática não constrói um docente, e que a prática sem teoria não estimula o saber.

Estágio e Atividades Complementares Algumas ações devem ser desenvolvidas como atividades complementares à formação do matemático, que venham a propiciar uma complementação de sua postura de estudioso e pesquisador, integralizando o currículo, tais como a produção de monografias e a participação em programas de iniciação científica e à docência. No caso da licenciatura, o educador matemático deve ser capaz

de tomar decisões, refletir sobre sua prática e ser criativo na ação pedagógica, reconhecendo a realidade em que se insere. Mais do que isto, ele deve avançar para uma visão de que a ação prática é geradora de conhecimentos. Nessa linha de abordagem, o estágio é essencial nos cursos de formação de professores, possibilitando desenvolver: uma sequência de ações onde o aprendiz vai se tornando responsável por tarefas em ordem crescente de complexidade, tomando ciência dos processos formadores; Francisco César de Sá Barreto uma aprendizagem guiada por profissionais de competência reconhecida. (Brasil, 2019, p.7)

A conferir:

Art. 2º. O projeto pedagógico de formação profissional a ser formulado pelo curso de Matemática deverá explicitar:

- a) o perfil dos formandos;
- b) as competências e habilidades de caráter geral e comum e aqueles de caráter específico;
- c) os conteúdos curriculares de formação geral e os conteúdos de formação específica;
- d) o formato dos estágios;
- e) as características das atividades complementares;
- f) as estruturas do curso;
- g) as formas de avaliação. (Brasil, 2019, p.7)

A partir da evolução na formação docente, passou-se a entender que o professor de matemática nasce na graduação, mas essa não será seu ponto de conclusão. Pois assim como houve a evolução na formação, houve necessidade da formação continuada, onde dividiu-se a formação do docente em graduação e pós graduação. Detalhou-se o ensino e a formação docente, porque o profissional que é apresentado hoje, escolhe um perfil a ser seguido, pode parecer exagero, mas ainda há profissionais de matemática que prefira seguir os métodos tradicionais de ensino.

Na questão do ensino de frações a pesquisa demonstrou que os registros de livros mais antigos demonstram a inserção do conteúdo nos anos finais do Ensino Fundamental II, a mudança ocorreu nos anos 80 com a reconfiguração do plano de ensino nacional.

Com os PCNs em 1998, foi dividido que as frações seria concepção do Ensino Fundamental I, ciclo 2, mais adiante os livros do 6º passaram a introduzi as frações em dois módulos de aprendizagem introdutório, e aprendizagem de números racionais.

Outros estudos foram fundamentais para entender tais autores um deles foram os Estudos Diagnósticos, propuseram um olhar mais quantitativo de como a fração é vista por alunos, professores e pela própria aprendizagem.

As teorias aqui apresentadas cederão, agora, espaço para apresentar a visão sobre como elas estão relacionadas com elemento de estudos Frações.

### 3.4 CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES.

Elaboramos um formulário que por meio do aplicativo Google Forms com 20 perguntas para serem respondidas por professores de Matemática, envolvendo dados pessoais e profissionais, dados relacionados a metodologia de ensino usada, durante o ensino introdutório de frações.

O tipo de avaliação aplicada pelo pesquisado na disciplina e a percepção do mesmo com relação a dificuldades apresentadas por estudantes, de forma geral na disciplina Matemática e em específico nos conteúdos matemáticos da nossa pesquisa. Com a meta de obter informações para entender como acontece o ensino de frações nas escolas públicas do Pará realizamos uma pesquisa de campo. Segundo Gil (2008, p. 55),

As pesquisas deste tipo se caracterizam pela interrogação direta das pessoas cujo comportamento se deseja conhecer. Basicamente, procede-se à solicitação de informações a um grupo significativo de pessoas acerca do problema estudado para em seguida, mediante análise quantitativa, obter as conclusões correspondentes dos dados coletados. (Gil, 2008, p 55)

Esse questionário foi enviado por um aplicativo de mensagens instantâneas, de forma pessoal ou em grupos de docentes, pelo mecanismo de conversas de uma rede social e por e-mail, obtendo-se uma amostra de 40 professores.

O questionário aplicado aos docentes está no Anexo A desta dissertação. A aplicação do instrumento de pesquisa ocorreu em agosto de 2021. Fizemos uma apreciação, procurando traçar um diagnóstico do processo de ensino de frações realizado pelos professores. Separamos a análise em duas categorias: perfil dos educadores e aspectos do ensino-aprendizagem de frações.

#### 3.4.1 Perfil dos professores

Ao todo tivemos 40 questionários respondidos por professores para a realização da análise dos dados.

Tabela 1 - Faixa etária dos docentes.

| <b>Idade dos professores</b> | <b>Numero de professores</b> | <b>Porcentagem</b> |
|------------------------------|------------------------------|--------------------|
| <b>26 - 30 anos</b>          | 1                            | 2,5%               |
| <b>31 - 35 anos</b>          | 13                           | 32,5 %             |
| <b>36 – 40 anos</b>          | 20                           | 50%                |
| <b>41 – 45 anos</b>          | 3                            | 7,5%               |
| <b>46 – 50 anos</b>          | 2                            | 5%                 |
| <b>51 a 55 anos</b>          | 1                            | 2,5%               |

Fonte: Produção nossa, 2021

Dos professores de Matemática, 30 (75%) são do sexo masculino e 10 (25 %) do sexo feminino. O gráfico 1 mostra a faixa etária dos professores pesquisados. Percebemos na tabela 1 que a maioria, ou seja, 33 (82,5%) professores têm entre 31 a 40 anos de idade.

Em relação ao maior nível de graduação dos pesquisados, pode se notar que 8 (20%) têm apenas Licenciatura em Matemática e 24 (60%) tem especialização como maior titulação acadêmica, 8 (20%) o curso de mestrado como maior graduação.

Nota-se que um bom numero de professores pesquisados buscou por cursos de pós- graduação, vale resaltar que apesar desta análise aprimore positiva os 20 % que apenas tem graduação é um numero consideravelmente grande em relação a massa de professores que os mesmo representam. Dos docentes pesquisados, todos atuam em rede pública,

Tabela 2 - Maior dificuldade dos alunos nas aulas

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| <b>Resolução de problemas</b>   | <b>11</b> |
| <b>Compreensão de conceitos</b> | 12        |
| <b>Realizar cálculos</b>        | 14        |
| <b>Compreensão de regras</b>    | 3         |
| <b>Outra resposta</b>           | 0         |

Fonte: Produção nossa, 2021

Avaliando a tabela 2 do note que 14 (35%) professores disseram que a maior dificuldade é a realizar os cálculos, 12 (30%) responderam que é a compreensão dos conceitos/ideias, 11 (27,5%) afirmaram que é resolução de problemas, e apenas 3 (7,5%) disseram que é a compreensão das regras e nenhum professor respondeu outros.

O fato de nenhum professor ter respondido outros é porque já esta bem definido em suas avaliações a dificuldade evidente nesse processo de aprendizagem. Quando perguntado aos professores pesquisados se a Rede Pública de Ensino em que atuam oferece formação continuada, 25 (62,5%) responderam que oferece(m) raramente, 14 (35%) que oferta(m) frequentemente e 1 (2,5%) disseram que não oferta(m).

A tabela abaixo representa como os professores correspondem as frequências de ofertas dos cursos de formação continuada:

Tabela 3- Frequência em formação continuada

|                                |                       |                |
|--------------------------------|-----------------------|----------------|
| <b>Participam poucas vezes</b> | <b>29 professores</b> | <b>(72,5%)</b> |
| <b>Participa sempre</b>        | 1                     | (2,5%)         |
| <b>Participam muitas vezes</b> | 6                     | (15%)          |
| <b>Não participam</b>          | 4                     | (4,4%)         |

Fonte: Pesquisa, 2021

É preocupante observar que, frequentemente, muitos professores expressam a necessidade de cursos de aperfeiçoamento profissional, mas, quando essas oportunidades se concretizam, acabam não participando.

Essa contradição pode ser frustrante, tanto para os organizadores dos cursos quanto para os colegas que buscam um ambiente de aprendizado mais dinâmico e atualizado.

O desenvolvimento profissional contínuo é essencial para a melhoria da prática pedagógica e, conseqüentemente, para a qualidade do ensino. Quando os professores não se engajam nesses momentos de formação, perdem a chance de adquirir novas habilidades e conhecimentos que poderiam beneficiar não apenas a si mesmos, mas também seus alunos.

Além disso, a falta de participação pode transmitir uma mensagem de desinteresse ou desmotivação, o que pode impactar negativamente a cultura escolar.

É fundamental que todos, inclusive os educadores, reconheçam a importância do crescimento profissional e se comprometam a aproveitar as oportunidades de aprendizado que surgem. Afinal, investir em formação é investir no futuro da educação.

No que diz respeito aos tópicos ministrados todos tem um padrão muito semelhante quase que uma unanimidade.

Tabela 4 – Itens do conteúdo de frações ensinados pelos professores

| Item                                                             | Quantidade de Professores que o Ensinam |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Conceito de Frações.</b>                                      | <b>37 (92%)</b>                         |
| <b>Leitura de frações.</b>                                       | <b>40 (100%)</b>                        |
| <b>Representação de frações a partir de uma imagem</b>           | <b>40 (100%)</b>                        |
| <b>Soma ou subtração de frações com denominadores iguais</b>     | <b>40 (100%)</b>                        |
| <b>Soma ou subtração de frações com denominadores diferentes</b> | <b>36 (90%)</b>                         |

Fonte: Protocolos da pesquisa, 2021.

Apesar de em alguns tópicos ter uma pequena diferença é provável que o conceito já esteja estabelecido, por isso não há uma necessidade de voltar a esse tópico. Também podemos notar que na soma de frações com denominadores diferentes que alguns professores não ensinam pois ao responderem a pesquisa sabiam que se tratava de um ensino introdutório, logo é considerável que essa etapa não se enquadre ao termo introdutório.

Ao serem indagados sobre quais itens, dos quais listamos, os alunos apresentam uma dificuldade maior obtivemos a seguinte resposta:

Tabela 5 – Itens do conteúdo com maior nível de dificuldade.

| Item                                                       | Quantidade de Professores que o Ensinam |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Conceito de Frações.                                       | 1 (2,5%)                                |
| Leitura de frações e reconhecer os tipos de frações        | 1 (2,5%)                                |
| Representação de frações relacionada a uma imagem          | 2 (5%)                                  |
| Divisores e MMC                                            | 4 (10%)                                 |
| Adição e subtração de frações com denominadores iguais     | 0 (0 %)                                 |
| Adição e subtração de frações c/ denominadores diferentes. | 32 (80%)                                |

Fonte: Protocolos da pesquisa, 2021.

A análise das respostas dos professores pesquisados revela uma tendência que certamente representa uma preocupação comum entre a classe docente no Pará. É notório que muitos educadores identificam que os alunos enfrentam dificuldades significativas, especialmente na soma de frações com denominadores diferentes. Este desafio não é um problema isolado, mas sim um reflexo das dificuldades de compreensão que muitos estudantes têm ao lidar com conceitos matemáticos mais complexos.

Essas dificuldades podem ser atribuídas a diversos fatores, como a falta de uma base sólida em operações matemáticas fundamentais, a ausência de metodologias de ensino que abordem essa temática de forma clara e prática, ou até mesmo a falta de recursos didáticos adequados. A soma de frações com denominadores diferentes é um conceito que exige não apenas a aplicação de regras matemáticas, mas também uma compreensão profunda do significado das frações e como elas interagem entre si.

Portanto, é imprescindível que os professores, ao reconhecerem essas dificuldades, busquem estratégias pedagógicas que tornem o aprendizado mais acessível e significativo. A troca de experiências e a formação continuada são caminhos essenciais para que a classe docente possa aprimorar suas práticas e, assim, oferecer um suporte mais eficaz aos alunos.

Somente por meio desse comprometimento coletivo será possível melhorar o desempenho dos estudantes e, conseqüentemente, fortalecer a educação matemática na região.

No capítulo subsequente será realizado um exame crítico detalhado do objeto matemático frações como integrante do currículo do 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, será conduzida uma análise de literatura pertinente, abordando conceitos fundamentais de frações.

### 3.5 O ENSINO DO OBJETO MATEMÁTICO: FRAÇÕES

A este capítulo foi conferido fazer um levantamento crítico sobre o objeto Matemático Frações como componente curricular do sexto ano do Ensino Fundamental II. Fez-se uma revisão literária sobre o conceito de frações e sobre as atividades e o ensino de Matemática. Ainda, ilustraram-se estudos diagnósticos sobre o ensino e aprendizagem do elemento matemático fração e estudos experimentais e análise de livros didáticos. A seção a seguir inicia-se pela revisão da literatura que fala a respeito das concepções e conceitos do ensino da fração.

#### 3.5.1 As frações e suas concepções e conceituação no ensino da matemática

Afirmado em Lopes (2008, p.7):

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muito e de várias naturezas. A começar pelo fato de a palavra fração estar relacionada e muitos constructos. (Lopes, 2008, p.7)

Lopes (2008), critica o fato de alunos serem condicionados a aprender as frações por meio de um só conceito. Apreende-se que essas definições de sejam: O que é fração? O que é inteiro? O que é denominador? O que é numerador? As frações são próprias, impróprias, mistas? Ele critica também, o hábito de colocar os alunos em situações hipotéticas, como o já fixo conceito de *pizzas* e *barras de chocolates*. Questionou-se, a partir dessa crítica de Lopes (2008), como as frações eram ensinadas antes das pizzas e chocolates?

O Estado do Pará é um ambiente cercado de cultura, onde o aluno vive a realidade de dividir uma pipa em 4 espaços para que o brinquedo se projete no ar. E

neste mesmo lugar muitos alunos nem se quer comeram uma pizza em toda sua jornada até o Fundamental II, mas o meio litro de açaí, provavelmente já fez parte ao menos uma vez da realidade desse aluno.

Os autores mostraram que ensinar frações é passear nos conceitos socioculturais do aluno, sem pizza e chocolates como referências. Não se buscou, com isso, negar a validade de em certo momento da aprendizagem a referência deve ser feita, mas com o acesso tecnológico é possível colocar os alunos nas mais variáveis situações didáticas envolvendo fração. O desejo aqui é entender porque as frações passam tão despercebidas pela Educação Matemática ocasionando um fracasso na aprendizagem desse conteúdo como Botta (1997) afirma:

Esse fracasso com frações é notado não apenas no Brasil, mas no mundo todo. Em 1990, a Naticional Assenmente of Education Progress(NAEP) nos mostrou que apenas 50% dos estudantes de oitavas séries expressam, na forma decimal, uma fração om denominador 10, e 49% disseram qual é o peso, na lua de um objeto que pesa trinta libras na terra, sendo dado que o peso na LUA é  $\frac{1}{6}$  do seu peso na terra. (Botta,1997, p.28).

Os dados apresentados por Botta (1997) são inacreditáveis, afirma-se isso, não pela matemática percentual, mas sim porque passados quase 30 anos de sua pesquisa teve-se um agravamento de percentual, onde deveria ter ocorrido uma evolução. Como demonstrou Lima e Sá (2012):

Destacam-se no resultado alguns aspectos: para todas as questões, o menor índice de erro foi de 76% das questões; seis questões tiveram índice de erro acima de 98%; apenas duas questões tiveram índice de acerto superior a 20%; em três questões nenhum aluno acertou o resultado da questão. Estes resultados mostram a dificuldade dos alunos em resolver operações de frações, o que contrapõem ao indicado pelos professores, pois 53% disse ser muito fácil ou fácil quanto ao grau de dificuldades de aprendizagem dos alunos para o conceito de fração. Percebe-se que o professor de fato não conhece as dificuldades dos alunos, ou apresenta um elevado grau de expectativa quanto aos resultados esperados para os alunos e às suas estratégias de ensino. (Lima e Sá, 2012, p.90)

No trabalho de pesquisa quantitativa desenvolvida por Lima e Sá (2012) levantou-se, também, a demanda de atividades discursivas, que estavam dentro da realidade do aluno. Ela realizou uma pesquisa de cunho pessoal e educacional.

O ensino de frações, como já foi visto, acompanhou o espaço e tempo de uma forma de ensino pouco pensada na credibilidade do aluno, na internalização do saber e nos propósitos da Matemática para educação.

Com base em autores de trabalhos dissertativo de mestrado, livro digital e tese de doutorado como Wu (1999), Silva (2012) e Rossy (2014) conceituou-se o elemento e levantou-se a problemática de que os conceitos e as formas das frações são relevantes para a aprendizagem deste conteúdo.

A fração é para Wu (1999) uma medida de comprimento em uma reta numérica.

Imagem 2 - Reta numérica



Fonte: Schulz (2022)

Para Silva (2012) a fração é a representação de um número dividido em partes iguais.

Quadro 7- Representação de fração

$\frac{10}{2} = 5$ , Portanto podemos dizer que dez meios é a representação do 10 dividido em duas partes resultando em 5

Fonte: Produção nossa com base em Silva (2012)

Para Rossy (2014) o conceito de fração não está definido.

Quadro 8- Representação do significado de Rossy (2014)

A reta;  $0,5 = \frac{5}{10}$  (número racional);  $10:2$ ; (a divisão)  $\frac{3}{3}$  (relação fracionária)

Fonte: Produção Nossa com base em Rossy (2014)

Abriu-se uma observação crítica. Rossy (2014), em seu estudo, identificou que não é fácil conceituar tal objeto porque há uma ampla possibilidade de assertivas e uma larga forma de constritivas.

Além das mais possíveis interações com outros objetos de estudos da Matemática, como os números racionais, os números inteiros e as complexidades do numerador e denominador e suas relações em expressões.

A compreensão de que toda fração é uma atividade divisória e pode ser

escrita de tal forma é confusa e não se faz entender de imediato, contribuindo para que o primeiro contato do aluno seja abstruso.

A situação descrita é vista em Rossy (2014):

Algumas das principais problemáticas enfrentadas tanto em aspectos teóricos quanto práticos (ensino de frações) são apontadas por Wu (1999): (a) O conceito de fração não está claramente definido e sua relação com os números inteiros é pouco enfatizada; (b) As complexidades conceituais associadas ao uso comum de frações são enfatizadas, desde o início, detrimento da simplicidade matemática do conceito subjacente; (c) As regras das quatro operações aritméticas parecem ser feitas sem relação com as quatro operações usuais em inteiros positivos com os quais os alunos estão mais familiarizados; (d) Em geral, as explicações matemáticas de praticamente todos os aspectos de frações ficam faltando. (Rossy, 2014, p.49)

Parece difícil acreditar que todos esses determinantes fazem parte do ensino de Matemática do Ensino Fundamental. Quando se conceitua fração ante uma sala de aula baseados naquilo que Rossy (2014) expõe, não se deve em hipótese alguma esperar sapiência imediata, as aulas são construções e, de forma análoga, não se inicia um projeto civil pelo teto, mas sim pelas fundações. Como o aluno inserido na aprendizagem matemática vai aprender algo sem ao menos entender os conceitos que o cercam? A interrogação é imposta quando se direciona aos conceitos que foram estabelecidos em Rossy (2014), a autora ainda levanta:

(1a) fração como parte de um todo: quando um objeto é dividido igualmente em  $n$  partes.  
 (2a) o tamanho de uma porção quando um objeto de tamanho  $c$  é dividido em  $d$  partes iguais.  
 (3a) o quociente entre o número inteiro  $c$  dividido por  $d$ .  
 (4a) a proporção de  $c$  para  $d$ .  
 (5a) um operador: uma instrução que realiza um processo, tal como " $\frac{2}{3}$  de alguma coisa". (Rossy, 2014 p.50)

Cinco conceitos que devem ser aprendidos, internalizados e devidamente praticados pelos alunos. Os outros assuntos, que circundam os conceitos apresentados pela autora, não são todos do mesmo ciclo de aprendizagem do 6º ano, então apresentar o conceito de frações é identificar outras temáticas dentro do ensino:

- o conceito de proporção;

- depreende o que é um quociente ou operador.

É interessante pensar como o professor passaria essa informação de acordo com modelo de aprendizagem moderno, de forma empírica.

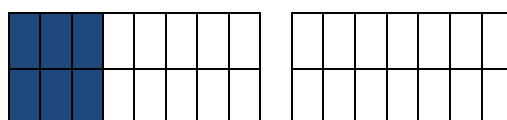
Quais atividades seriam de fato preceptoras de um raciocínio significativo? Para Rossy (2014) o que foi percebido faz parte de uma convenção “como objetivo envolver o aluno em um ambiente de constante exploração do conhecimento, orientado pelo professor, buscando o desenvolvimento de sua criatividade e criticidade” (Rossy, 2014, p. 34). A criatividade e criticidade acompanham os aires das ciências sociais, as duas são inerentes ao homem, sem criatividade, a evolução do *homo habilis* teria se perdido durante a história e sem a criticidade Pitágoras não desenvolveria seu teorema.

A princípio as frações eram conceituadas por meio de formas geométricas divididas em partes iguais, naquela época entendia-se que este conteúdo era melhor assimilado (não aprendido) se visualizado por meio de colorações e pequenos quadrinhos. Esse era um conceito pedagógico da disciplina, tornar o conteúdo fácil diminuindo a dificuldade por meio de assimilações artística.

Os comandos eram embasados em pintar e escrever as frações representativa. Sempre relacionando número, quantidade, desenho, de modo simplista, algo que as frações já demonstraram que não são. Acreditou-se ser necessário fazer algumas representações de como a forma era apresentada ao conceito de fração na aprendizagem ante moderna, pois as atividades eram propostas pelo livro ou pelo professor e se baseava apenas no conceito de divisão de um todo.

Exemplo 1: Pinte a parte que falta para representa a fração na figura  $\frac{1}{2}$ .

imagem 3- Exemplo de atividade com fração



Fonte: Produção nossa

O contrário também era muito solicitado, no caso, escrever a fração que o desenho representava. O conceito era aprendido a partir do momento que se

preenchia adequadamente os quadrados quantificadores dos denominadores. Esse último, era igualmente solicitado com intuito de internalizar que o número de cima representa o desenho maior, e número de baixo a quantidade de quadros a serem preenchidos, mas não o número de quadros. Pois o número 2 em um denominador representa metade dos elementos divididos e não o número 2 na sequência das quantidades. Por isso, conceituar frações por meio das formas geométricas também implica em um saber aprimorado.

Foram esses levantamentos que motivaram a pesquisar sobre o conteúdo de frações no 6º ano. A seguir falou-se da Teoria da Atividade e o Ensino de Matemática.

### 3.6 A TEORIA DA ATIVIDADE E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Cada uma das definições que foram proposta foi baseada em como a temática conversa com aplicabilidade das atividades e as formas de aprendizagem. A individualidade é uma condição da cognição humana, mesmo que a critique não os deixar a questão de que a aprendizagem é individual, mas ela não precisa ser um percurso solo, como descreve uma visão Marxista da integração da tipologia histórico-social.

Na outra ponta, novamente, Vygotsky, apresenta a tipologia na vertente da psicologia social, buscando equalizar aprendizagem consciente com internalização do saber. As atividades são um ponto crítico no que diz respeito as frações, elas são os exercícios da conceituação e a confirmação de como o aprendiz está lidando com seu conhecimento adquirido recentemente. Parte da legitimação do que foi aprendido vem por meio de atividades em sala e tarefas para casa realizadas ou não.

A partir de como os conceitos a respeito das frações foram defendidos pelos teóricos, identificou-se algumas características das atividades matemáticas no decorrer do tempo, de acordo com a tabela a seguir:

Quadro 9 - Atividades Matemáticas e sua evolução

| <b>Teórico</b> | <b>Tipologia</b>   | <b>Aplicabilidade</b> | <b>Aprendizagem</b> |
|----------------|--------------------|-----------------------|---------------------|
| Marx           | Histórico-social   | Prática sensorial     | individual          |
| Asbahr         | Histórico-cultural | Pela realidade        | construcional       |
| Leontiev       | Objetora           | Pela estrutura        | pela necessidade    |
| Vigotsky       | Psicologia social  | Sensório-prática      | consciente          |

Fonte: Produção nossa baseada em Rossy (2014)

Moura (2010) ressalta que:

Para a formação do pensamento teórico do estudante, faz-se necessário organizar o ensino de modo que realize atividades adequadas para a formação desse pensamento. Davidov (1982) defende que é necessário partir das teses gerais da área do saber e não dos casos particulares, buscando a célula dos conceitos, sua gênese e essência, o que se consegue por meio da operação de construir e transformar um objeto mentalmente. (Moura, 2010, p. 210 – 211).

Em completude:

Ao adquirir tais saberes, o aluno tem seu conhecimento ampliado e, portanto, desenvolvido e que produz desenvolvimento. Para Davidov (1998), a atividade pedagógica e os conteúdos escolares devem ser organizados objetivando a formação do aluno voltada para aquilo que não está formado, ou seja, ao conhecimento específico, elevando-a a níveis superiores de seu desenvolvimento. (Rossy, 2014, 39)

Não há, contudo, uma forma de desvincular as atividades de suas aplicabilidades. Outro vínculo que não se desfaz em nenhum processo educacional é a funcionalidade do docente e a ajuda que ele fornece ao estudante. Seria imprudente que se deixasse subtrair desta pesquisa o papel do docente na aplicabilidade de atividades que estão sustentadas por conteúdos fracionários.

O ensino orientado, nesse contexto, deve produzir no aluno “neoformações psíquicas”, que serão responsáveis pela reestruturação de processos psíquicos particulares. Moura (2010) defende que para que a aprendizagem aconteça para os estudantes, sendo constituída efetivamente como uma atividade, é fundamental a mediação do professor na relação dos alunos com o objeto a ser aprendido, realizando papel organizador e orientador do ensino. Para o autor, na organização do ensino, as ações do professor “devem criar no estudante a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo” (Moura, 2010, p. 216).

Ensino orientado, é diferente de dar aulas, de dispor em uma carteira um livro didático repleto de imagens e atividades que podem ser facilmente respondidas com

uma visita simples a um site de pesquisa ou com um celular, por meio das calculadoras.

Orientar o ensino é resgatar a capacidade do pensar. Logo, do que adianta, para o aluno, o docente listar conceitos sobre frações, elencar variadas atividades, sem essas aflorar uma motivação para aprendizagem? Um fato a se pensar, por certo.

Pode-se dizer que a fração impetra articulações entre domínios do professor e o do aluno.

Nesse sentido, as dificuldades na aprendizagem de Matemática podem estar relacionadas aos obstáculos enfrentados em sua linguagem própria, a exemplo do nosso sistema de numeração posicional, o que acaba implicando em novas dificuldades na investigação e resolução de problemas por parte dos alunos. A necessidade de investigar padrões para promover generalizações também é uma habilidade apontada por Teixeira (2004) que acompanham o pensamento matemático e gera grandes dificuldades. Nessa perspectiva, a álgebra e os números racionais são outros conteúdos listados pela autora como aqueles com um potencial gerador de fracassos na escola. (Rossy, 2014, p.47)

Rossy (2014) levantou um ponto valioso para este trabalho, o fato de a dificuldade na compreensão das frações serem um estigma interpretativo, o signo é inicialmente um código a ser decifrado. Na matemática os signos das letras mesclam com os signos matemáticos, os números (0,1, 2,3,4,5,6,7,8,9), as letras (a, b, c...z, principalmente o x) os sinais (+,-,x,/). O letramento alfabético inicia-se por desenhos. Quando o letramento matemático se principia são apresentadas as quantidades, representadas por números, teoricamente, esse início deveria pender para o lado da matemática.

Isso não ocorre, um dos motivos são as construções dos significados das letras com os números, a letra x adquire um novo significado, multiplicação. Durante esse processo no Fundamental II não se aprende a relacionar o escrito com o quantitativo, pois as disciplinas são constituídas cada um no seu ambiente. Observe o questionamento de Rossy:

As frações, nesse contexto, tomam destaque, uma vez que são vistas desde as séries iniciais do ensino fundamental e apresentam grande relação com outros conteúdos matemáticos trabalhados na escola. Sendo assim, tomando como base as dificuldades apontadas na literatura a respeito do ensino e aprendizagem das frações, associadas à relevância deste conteúdo no currículo escolar – e na interpretação de problemas – por sua relação com a álgebra e outros conteúdos, além da sua diversidade de significados[...] (Rossy, 2014, p. 48)

Interpretação de problemas e a interferência da linguagem é um fato

indissolúvel nas etapas que compreende a resolução de problemas. Não há um objeto de estudo, que não definido o conceito, seja usado no cotidiano discente como as frações são. De que se trata então os significados das frações mencionado anteriormente?

Merlini (2005) utiliza significados mais específicos e detalhados, ao propor que as frações também podem possuir um significado “número”, que possui duas representações fracionárias, a decimal e a ordinária.

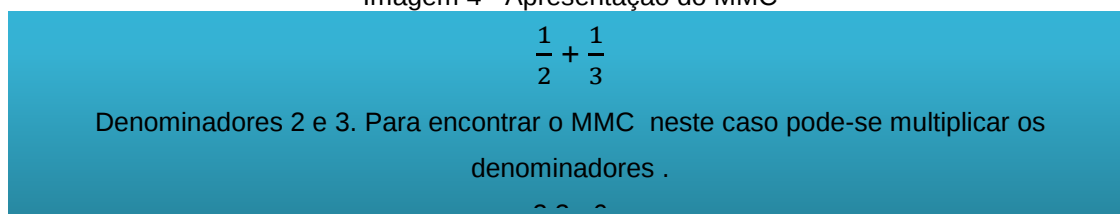
Este significado abre possibilidades para o aluno localizar uma fração na reta numérica e entendê-la como número e não como uma sobreposição de dois números naturais; apresenta também o significado “medida”, no qual “algumas medidas envolvem frações por se referirem a quantidades extensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis” (Merlini, 2005, p. 29).

Esses múltiplos conceitos sobre o elemento de pesquisa gera a mesma proporção de dúvidas no aluno, que afeta sua compreensão, por conseguinte, as suas atividades mal interpretadas, mal resolvidas e mal compreendidas.

A grande quantidade de significados que as frações podem admitir pode gerar confusões tanto em alunos quanto em professores. Este fato nos abre possibilidades para observar que alunos estudam e operam frações sem saber direito o que estão fazendo. A partir daí, muitos obstáculos surgem, como adição e subtração de frações, sobretudo quando estas possuem denominadores diferentes, comparação e equivalência de frações, compreensão da utilização do Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.), dentre outros. (Rossy, 2014, p.51)

As frações acarretam tantos significados, mas em um contexto edificável como a adição e subtração com denominadores diferentes, incumbem aos educandos seis competências matemáticas que não se dissolvem tão facilmente da cognição dos alunos: identificar, somar, subtrair, multiplicar, dividir, relacionar. Um desses conceitos é a composição do menor múltiplo comum MMC.

Imagem 4 - Apresentação do MMC



Fonte: Produção Nossa

O conhecimento de múltiplos e fatoração para resolver até as mais objetivas das atividades requer dos estudantes, que estão desenvolvendo-as depreender e

ativar na sua internalização o que está na sua aprendizagem primária:

Nesse contexto, observamos que as dificuldades encontradas tanto no ensino quanto na aprendizagem de frações ultrapassam as fronteiras do nosso país. Com isso, as frações tomam relevância tanto por sua importância no currículo escolar como pela quantidade de pesquisas que têm sido desenvolvidas sobre esse tema. Merece destaque no trabalho de Sant'anna (2008) a importância que confere à pesquisa de Romanatto (1999). Nela, o autor reconhece a importância dos números racionais e defende que a maneira como eles são introduzidos aos alunos do ensino fundamental em grande parte das vezes acaba gerando obstáculos que impedem sua compreensão. (Rossy, 2014, p.52)

Por essa razão, era necessário não só que se entendesse esse objeto de ensino e sim que se trilhasse os fatores que tornam a fração uma parte do ensino e aprendizagem da Matemática. Essa problemática tem motivos para sê-la, um problema que nasce por determinadas causas, inferir que esse tema só é baseado em um desses não é pertinente nesta pesquisa, o compromisso, antes de chegar a levantamentos metodológicos é compreender de onde surge a visão de autores como Wu e Rossy, de que os conceitos sobre fração fazem parte da aprendizagem mal sucedida.

Existe uma concepção de que o ensino-aprendizagem pertence unicamente ao professor e sua formação primária, e secundária (a graduação e a pós graduação). Infelizmente a sociedade, ainda hoje, impõe esse entendimento, mesmo com revolução psico-histórica de Vygotsky, a revolução discursiva de Bakhtin (2006) e realização das Sequências Didáticas, parece que é um papel a qual estão fadados a repetir. Contrariamente, as Universidades Federais, assim como, as Universidades Estaduais, como a UEPA mudam seus currículos periodicamente incluindo na formação dos professores, teóricos já consagrados nas novas teorias discursivas subjetivas nas práticas educacionais.

Neste primeiro momento, aprofundou-se as relações da fração e a Educação Matemática, a partir dos conceitos, impostos e os mais usados. O próximo item tratou da análise dos artigos e dissertações

### 3.7 TEORIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Teoria da Educação Matemática (TEM) colaborou para que ao determinarmos nosso objeto de pesquisa, fizesse com propósitos claros para prover a aprendizagem do discente. Diante das atuais problemáticas, que não é uma aceção do Estado do Pará, nem da Região Norte e muito menos do Brasil, foi

necessário pensar quais teorias poderiam unir-se as já discursadas neste texto. Claro que a teoria específica da educação da disciplina deste trabalho não poderia ficar alheia. Para auxiliar demonstra-se a concepção de Steiner (1993.p.19)

A Educação matemática é um campo cujos domínios de referência e acção são caracterizados por uma extrema complexidade: o complexo fenómeno "Matemática", no seu desenvolvimento histórico e actual, e na sua interrelação com outras ciências, áreas de prática tecnológica e cultura: a complexa estrutura do ensino e escolarização na nossa sociedade; as condições e factores altamente diferenciados no desenvolvimento individual, cognitivo e social do estudante, etc.(Steiner, 1993, p.19)

A Matemática é definida enquanto fenómeno pelo filósofo é uma posição distante da Matemática enquanto promotora de significados discursivos subjetivos. Em 1993 o conceito da educação matemática era simplório e definia-se complexo, porque relacionava-se com outras áreas. Um exame minucioso da fala introdutória de Steiner (1993), viu-se que as afinidades citadas com outras áreas são do campo tecnicista, a ciência e a tecnologia, o famoso pensamento utilitário mercantil da Matemática é parcialmente visto nesse trecho.

Na citação, vê-se que as palavras interrelações e cultura são evidenciadas, seria o início das práticas *microgenéticas* na educação matemática (EM), pois as palavras mencionadas fazem parte da intrínseca visão de sujeito, sua inerência nas situações matemáticas e sua legitimação enquanto construtor do saber.

Deve-se observar na EM não pelo seu carácter histórico, amplamente descrito anteriormente, mas pela essência efêmera que tanto foi debate dos teóricos anteriores. Como teoria específica da Matemática e da educação, a EM construiu definições como sugere Bicudo (2008, p.2):

A Educação Matemática se apresenta como área complexa de atuação, pois traz, de modo estrutural, em seu núcleo constitutivo, a Matemática e a Educação com suas especificidades. Essas especificidades se revelam nas atividades práticas pautadas nessas ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, bem como no que concerne ao próprio processo de produção de conhecimento. (Bicudo, 2008, p.1)

A produção de conhecimento é sugerida com base na teoria da AD, um aluno necessita ter a compreensão de que ele faz parte do processo e não é um sustentador de ensinamentos. Um aluno que se compreende enquanto aprendiz matemático, dificilmente, ver-se-á na outra ponta do espiral. Uma aprendizagem sócio-histórica compreende que:

Há efetivamente uma moralidade associada ao conhecimento e em particular ao conhecimento matemático. Por que educação e educação matemática e o próprio fazer matemático se não percebemos como nossa prática pode ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação? (D' Ambrósio, 1996, p.13)

Esse é mais um pensamento sobre como a Educação Matemática (EM) vincula-se a atos do entorno discente. D'Ambrósio (1996), sociabiliza a aprendizagem da Matemática em uma “roupagem” contemporânea. Não estagnar a Educação Matemática, pelo simples fato de que a ciência matemática não é subjetiva porque é focada na objetividade das relações equacionais da álgebra e aritmética. Arcaico é o nome apropriado para teorias de cunho elitistas e tecnicista que deixaram de lado a EM por ser complexa. Dessa forma, o uso de conceitos que corroboram com nossas proposições sobre a temática elegida é constitucionalmente necessário.

A EM nos remete às questões do Saber Matemático (SM) A palavra *saber* carrega plurais significados, desde a filosofia aristotélica, ou anterior a ela, as filosofias socráticas, no entanto, em um ambiente educacional onde o saber pode se referir a habilidades desenvolvidas por professores e alunos, ele não poderá assumir um único título na EM. Isso, porque a teoria antecede a prática, pensa-se antes de realizar uma comprovação. Na EM não é diferente, a palavra saber é cercada de conjecturas e uma delas é:

Envolve a capacidade de tornar o conteúdo inteligível pelo aluno, de perceber a disciplina (conteúdo) sob diferentes perspectivas, de estabelecer relações entre tópicos e entre sua disciplina e outras áreas de conhecimento. É um conhecimento pedagógico dos conteúdos a serem ensinados, Segundo (Gonçalves, 2001, apud Oliveira 2007) “é o conhecimento que permite ao professor agir como mediador da construção de conhecimento do aluno” (Cabral, 2017, p.27).

Assim, a noção de saber dos professores é utilizada de modo central por vários pesquisadores em perspectivas diferentes. Sobre o “saber dos professores”, assegura Tardif (2007): “o mínimo que se pode dizer é que esta noção de saber não é clara, ainda que quase todo o mundo a utilize sem acanhamento, inclusive nós”. (Tardif, 2007 apud Cabral, 2017, p.14)

Assim é descrito por Tardif (2007 apud Cabrai, 2017) “o mínimo que se pode dizer é esta noção de saber não é clara”, é uma conclusão embasada em um propósito e esse propósito são os dois pesos da balança EM, o professor sabe ensinar e o aluno sabe o que é aprender, em base disso, Costa e Cabral (2019) questionam como a criança aprende? Alguns pensadores com intuito de responder esboçaram vários pensamentos.

Piaget (1978) acreditava ser algo da naturalidade do indivíduo. Vygotsky, por outro lado, tem a certeza que é dependente do social. A verdade é que o saber se faz em vários momentos da vida de um aluno, na primeira infância, quando é ensinado a fazer a quantidade de anos que possui, sem nem refletir sobre o que é quantidade, apenas pela repetição, mais tarde nas séries iniciais quando é ensinado a quantificar objetos e sequenciar os números ao máximo de 10, depois 20, depois 30 e assim por diante. Quando esse aprendiz irá realmente refletir sobre a educação matemática e sobre seu saber?

Levanta-se tal questão, porque neste século ainda é visto alunos repetitivos, que não estão produzindo significados. Será então que eles não estão aprendendo? Ou será que não sabem? Ou apenas os seus mediadores ainda estão naquela fase “noventista” de que a prova do saber é também uma quantificação avaliativa na educação matemática? Será que um aluno que tira uma nota 10 realmente *aprendeu*? Será que aquele que tira a nota 0, não *sabe* nada.

Os autores aqui referenciados são categóricos em afirmar que a aprendizagem ocorre quando o aluno pensa sobre, pois sua Educação Matemática será o traslado que ele fará para chegar no objetivo de toda aula, o *saber*. Concluiu-se que o aprender é o percurso definido por  $N$  possibilidades, acrescida de um mediador  $P$ , multiplicado pelo número de indivíduos no processo  $A$ , igualando ao saber. Ilustrou-se a equação da aprendizagem:

Imagem 5 – equação da aprendizagem

|                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------|
| Números de possibilidade + professor x Alunos= Saber ( $N+P.A= S$ ). |
|----------------------------------------------------------------------|

Fonte : Produção nossa.

A educação matemática é um hábito obrigatório no Brasil, mas o como ela será realizada vai depender de muitos aspectos: relações sociais empíricas e

discursivas dos educandos.

### 3.8 ANÁLISE DE 8 TRABALHOS DE PESQUISAS QUE CONTRIBUÍRAM PARA MODULAR A SD.

Análise dos quatro primeiros trabalhos diagnósticos.

A análise foi elaborada a partir de 4 trabalhos sendo 2 artigos e duas dissertações de mestrados, elegeu-se, por meio de pesquisa em meio digital os seguintes materiais iniciais, Lima e Sá (2012); Silvia (2017); Laranjeira (2017), Roth e Costa (2016), no entanto, outros colaboradores foram citados, a escolha se deu porque os autores desenvolveram pesquisas com atividades lúdicas, em sequência didática e não clássicas.

Os trabalhos dos autores foram analisados conforme os objetivos, as propostas das atividades e as conclusões que cada autor obteve a partir de suas análises. Além desses critérios, avaliou-se, também, a abordagem de pesquisa, o ano que foram feitas e o diagnóstico conseguidos. Todos esses itens estão devidamente expostos e analisados na sequência.

Para tanto, categorizou-se os materiais estudados em três principados apresentação, dificuldade, condições para aprendizagem. Esses aspectos foram fundamentais para a elaboração da sequência didática.

Para que apresentação ficasse mais coesa e de fácil visualização, elas foram postas em ordem de análise no quadro a seguir. Assim, elas poderão ser vistas em cada um dos seus processos.

Quadro 10- apresentação de trabalhos diagnósticos

| TRABALHO                                                                                                                                                 | AUTOR(es)                               | MODELO      | ANO  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------|------|
| O ensino de frações sob o olhar de discentes                                                                                                             | Rafael Pontes Lima e Pedro Franco de Sá | artigo      | 2012 |
| Frações e análise de erros: uma nova perspectiva para a sala de aula                                                                                     | Elizangela Roth<br>José Roberto Costa   | artigo      | 2016 |
| Ensino-aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula                                                                         | Paulo Henrique Freitas Silva            | dissertação | 2017 |
| A compreensão da adição/subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração: um estudo numa turma do 6.º ano de escolaridade | Ana Catarina Franco Laranjeira          | dissertação | 2017 |

Fonte: Produção do autor

Os trabalhos apresentados fazem uma diagnose sobre a aprendizagem do conteúdo de frações, esses trabalhos são apoiados nas próprias concepções de seus autores de métodos e metodologias que eles acreditaram ser a adequada para o fazer matemático do aluno. Com isso, passa-se para as apresentações dos autores e seus trabalhos.

- Apresentação do trabalho: *O ensino de frações sob o olhar de discentes*. Os autores Lima, (professor do Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Amapá (UNIFAP). Bacharel em Ciência da Computação pela PUC/MINAS, Mestre em Desenvolvimento Regional pela UNIFAP, Doutorando em Educação Matemática (REAMEC/UFMT)) e Sá, (Doutor em Educação pela UFRN) desenvolveram a pesquisa *O ensino de frações sob o olhar de discentes*. Professor da Universidade do Estado do Pará, aplicaram questionários para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública do Amapá.

Para essa pesquisa os autores objetivavam identificar o nível de conhecimento desses alunos sobre o conceito de frações e justificam a pesquisa por meio da concepção que as frações fazem parte do objeto de ensino que mais imputa dificuldades na aprendizagem. Segundo os autores, de forma comum.

Na conclusão desses autores, as dificuldades pensadas por eles tomaram uma proporção maior, pois mesmo com auxílios os alunos não concluíam as atividades de forma proveitosa, mostrando que não só as crianças têm problemas na aquisição matemática das frações, mas também, os adultos.

O resumo do trabalho de Lima e Sá (2012) intitulado *O ensino de frações sob o olhar de discentes*.

Quadro 11- Pesquisa de Lima e Sá

| Objetivo da pesquisa                                                           | Público alvo                           | Metodologia                |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|
| Realizar um diagnóstico do ensino de frações a partir da opinião de discentes. | Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental | Aplicação de questionário. |

Fonte: Produção nossa embasada em Lima e Sá (2012)

O desenvolvimento da pesquisa não esteve pautado apenas no saber resolver questões com frações. O questionário dividiu-se em conhecimentos em relação a dificuldade da aprendizagem da matemática, sobre a forma de estudos (ante prova),

hábito de estudar Matemática uso de tecnologia e acesso à internet.

O interessante neste trabalho é que os pesquisadores não estiveram somente no campo educacional escolar, mas diagnosticaram o conhecimento familiar.

O questionário aplicado aos alunos também visava conhecer o perfil familiar e as suas condições para os estudos, qual a escolaridade e profissão dos responsáveis, quem auxilia o aluno nos estudos, qual o tempo de dedicação aos estudos, como são suas notas em Matemática e o grau de atenção durante as aulas de Matemática. Quanto à escolaridade do responsável masculino dos alunos, 35% não concluíram o ensino fundamental. O resultado também mostrou pouco conhecimento dos alunos sobre a escolaridade do responsável masculino, pois 33% afirmou não saber a escolaridade. Destaca-se também que poucos responsáveis masculinos estão cursando ou concluíram o ensino superior, 1,4% e 1,8% respectivamente. (Lima e Sá, 2012, p. 81)

Os autores mostraram a importância desses alunos terem a aprendizagem fora do ambiente educacional. Mas, como um assunto que demonstra ser complicado para aqueles que está no diário da sala, imagina-se o quão difícil deve ser para a família acompanhar e auxiliar nessas atividades.

- Apresentação da pesquisa intitulada: *Frações e análise de erros: uma nova perspectiva para a sala de aula.*

Roth (professora da Secretaria de Estado da Educação – Colégio Estadual do Campo de Cachoeira. Turma PDE 2016) e Costa (docente efetivo do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO) desenvolveram uma pesquisa-ação no Colégio Estadual do campo de Cachoeira-Paraná, com alunos do 6º ano com objetivo de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem na disciplina de Matemática.

Resumo da pesquisa intitulada: *Frações e análise de erros: uma nova perspectiva para a sala de aula.*

Quadro 12- Pesquisa de Roth e Costa

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Público<br>alvo                        | Metodologia                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Superar as dificuldades oriundas do trabalho com a Matemática em sala de aula;<br>Propiciar aulas motivadoras e prazerosas, para que o aluno perca o medo da disciplina;<br>Identificar, representar e utilizar situações em que surgem as frações;<br>Oportunizar ao aluno questionar suas próprias resoluções;<br>Desenvolver a análise de erros como metodologia de ensino | Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental | Aplicação de questionário e aplicação de atividades. |

Fonte: Produção nossa embasada em Roth e Costa (2016)

Os autores retrataram os resultados como positivos. A postura do professor é descrita como um dos fatores para que fosse lograda a positividade. Os autores expõem gráficos e tabelas, nas quais os resultados são verificados, apresentaram resultados realmente positivos, com margem de erros mínimos, contrariando os resultados das pesquisas anteriores.

- Apresentação da pesquisa intitulada: *Ensino e aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula.*

Da mesma forma que os autores anteriores, Silva (2017), aluno de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, elaborou e desenvolveu uma pesquisa sobre como tem sido o ensino-aprendizagem de frações na sala de aula.

Com base em Silva (2017) foi identificado que 50% de uma turma formada por pedagogas não conseguiram realizar problemas que envolviam a adição e a subtração de frações. As tentativas estiveram concentradas em desenhos e aplicação de MMC, mesmo assim, os resultados não foram positivos. O objetivo era fazer a verificação se os que ensinam, compreendem a relação e conseguem resolver o conteúdo que ministram.

Resumo da pesquisa intitulada *Ensino e aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula.*

Quadro 13- Pesquisa de Silva (2017)

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                            | Público alvo                       | Metodologia                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Identificar como tem sido o ensino-aprendizagem de frações na sala de aula e nas pesquisas, e quais as possíveis aproximações das pesquisas com a sala de aula. | Professores do ensino Fundamental. | Aplicação de exercícios diretos e problemas enunciativos. |

Fonte: Produção nossa embasada Silva (2017)

A pesquisa de Silva (2017) trouxe como resultado que os professores usam os roteiros tradicionais conteudistas, com aulas expositivas e cansativas e não contextualizada, com o auxílio majoritário do quadro. Há, ainda, pouco uso de tecnologias ou outras metodologias de ensino e práticas não clássicas.

- Apresentação da pesquisa intitulada: *A compreensão da adição/subtração de números Racionais (não negativos) representados na forma de fração: Um estudo numa turma do 6.º ano de escolaridade.*

Em adição, Laranjeira (2017), aluna do curso de Mestrado da Escola Superior de Educação de Lisboa em Ensino do 1º Ciclo e de Matemática e Ciências da Natureza do 2º Ciclo do Ensino Básico contribui com seu trabalho direcionado ao 6º ano.

A justificativa para realização deste trabalho é a incompreensão em relação aos números racionais especificando a adição e a subtração. Tal trabalho foi realizado com alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico, no que compreende o 6º ano do Ensino Fundamental com idades de 11 a 15 anos, a aplicação foi feita a partir de relatório. O objetivo da autora era “compreender as dificuldades dos alunos na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, evidenciando as aprendizagens feitas ao longo” (Laranjeira, p. 3) do seu trabalho.

A metodologia de Laranjeira (2017) foi propor uma pesquisa-ação, os alunos eram colocados frente a tarefas para revolucionar de forma exploratória, em pares ou até mesmo, individualmente.

Resumo da pesquisa intitulada: *A compreensão da adição/subtração de números Racionais (não negativos) representados na forma de fração: Um estudo numa turma do 6.º ano de escolaridade.*

Quadro 14- Pesquisa de Laranjeira

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                                                                             | Público alvo                 | Metodologia                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| identificar as principais dificuldades dos alunos e, essencialmente, as concepções criadas ao nível da compreensão da adição e subtração dos números racionais (não negativos) representados na forma de fração. | 6º ano do Ensino Fundamental | Resolução de tarefas de cariz exploratório, resolvidas a pares o individualmente, em que, posteriormente, eram discutidas as resoluções da mesma em grande grupo onde havia partilha de resultados e a constante aprendizagem entre pares. |

Fonte: Produção nossa embasa em Laranjeira (2017)

Levantou-se os resultados, a autora concluiu que os alunos sabiam adicionar e subtrair frações, não relatou em quais contextos, mesmo assim, os resultados já demonstram um ponto diferencial dos autores anteriores. A pesquisa foi dividida em duas partes, na primeira Laranjeira (2017) define uma pesquisa de cunho empírica que não está inserida no caráter diagnóstico. Na segunda, já descrita, no quadro, é de cunho diagnóstico como a própria autora afirma “criou-se um diagnóstico que consistiu no ponto de partida para a intervenção” (Laranjeira, 2017, p.3). As

reflexões da autora contribuem de forma específica nesta pesquisa, pois para propormos um método com base na fração, tenho que diagnosticar como estas são aprendidas e quais as principais dificuldades a serem sanadas

Os autores também utilizaram como metodologia a pesquisa-ação, como é identificado no trabalho, de cunho qualitativo e além disso, fizeram uma revisão da literatura para concluir os trabalhos. Em conjunto, as atividades dos autores foram igualmente revisadas, mais uma vez a opção para aplicar as propostas foi a aplicação de um questionário, o intuito desses autores era desmistificar o erro no processo da aprendizagem das frações.

### 3.9 APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES.

As atividades são caminhos importantes para que os objetivos de uma pesquisa sejam alcançados. Essas práticas desenvolvem a relação fictícia e real dos alunos, a *socio-culturalidade* que tanto os autores mencionam nas novas formas de ensinar e aprender. A partir dessas colocações, expõe-se as atividades que cada pesquisador propôs para chegar aos seus objetivos.

Apresentação das atividades de Lima e Sá (2012).

Imagem 6- Recorte de Atividades  
Fonte: Lima e Sá (2012).

| QUESTÕES PROBLEMAS |                                                                                                                                                                                   |              |            |            |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|------------|------------|
| Ord                | Questão                                                                                                                                                                           | Acer-<br>tos | Er-<br>ros | Não<br>fez |
| 1                  | Matilde repartiu um bolo em 8 pedaços. Ela comeu $\frac{1}{8}$ e Rodolfo também comeu $\frac{1}{8}$ do bolo. Que fração representa a parte do bolo que Matilde e Rodolfo comeram? | 14,4%        | 85,1%      | 0,5%       |

Há mais 5 atividades de mesma finalidade e organização. Além dessa atividade exemplificada, os autores também fizeram um questionamento sobre aspectos escolares e da família. Entre as perguntas do questionário estavam, a profissão do pai, o uso de tecnologias dentro e fora da escola, os alunos foram questionados, também, sobre suas dificuldades em aprender Matemática, 94% responderam que sim.

- Apresentação da atividade de Roth e Costa (2016).

Imagem 7- Recorte de atividade 2

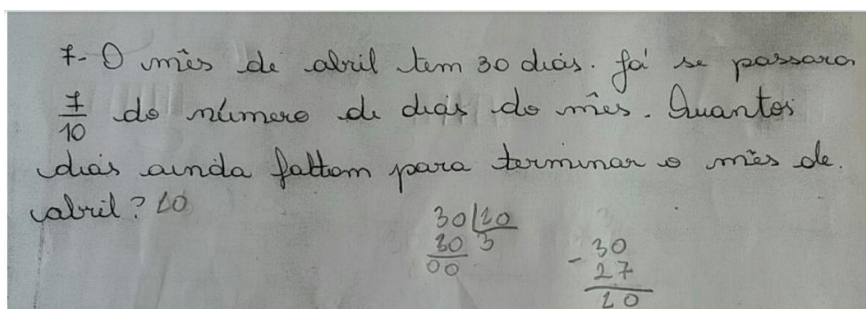


Figura 3: Atividade proposta a ser realizada no caderno, após a verificação dos erros cometidos nas situações propostas na apostila

Fonte: Roth e Costa (2016)

Roth e Costa (2016) diversificaram as tipologias de atividades, ora era direta ora problemática. Em consonância, os autores construíram a sua revisão bibliográfica de desenvolvidas em unidade didática, antes da atividade, os professores apresentaram o projeto aos alunos, característica comum com as características da SD, proposta deste trabalho.

- Apresentação das atividades de Silva (2017).

Imagem 8- recorte de atividade 3

**Pergunta 1:** Na sua época de aluno, como era o ensino de frações na sala de aula?

**INSTRUMENTO DE ANÁLISE DE DISCURSO – IAD 1**

| Expressões - Chave                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Ideias Centrais                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| P01: Faz muito tempo, mas recordo que, referente às operações com frações, <u>não havia justificativas sobre a necessidade de utilizar o Mínimo Múltiplo Comum de denominadores</u> , ao se efetuar adição ou subtração de frações com denominadores diferentes. Além disso, <u>não havia justificativas sobre o algoritmo da multiplicação e da divisão de frações</u> . | Não havia justificativas sobre os procedimentos realizados.<br>A |

Fonte: Silva (2017)

Esse recorte faz parte de uma coletânea de 25 perguntas e em grade os investigados eram agrupados de em A,B,C,D dividida em: o ensino era baseado em apenas em conteúdo, o professor ministrava aula baseado em livro didático; Utilizava-se figuras ou objetos para explicar a ideia de fração e p conteúdo era bem explicado. Os participantes responderam questões sobre o instrumento de Análise de Discurso em dois pontos de aplicabilidade, o primeiro o autor chamou de IAD 2 e o outro IAD. Nessas questões algumas expressões chaves eram utilizadas nas análises, como as que estão na imagem 3, grifadas.

- Apresentação de atividade de Laranjeira (2017).

Imagem 9- Recorte de atividade 4

*Imagem 9*

Organização do período de intervenção destinado ao estudo

| ATIVIDADE         | DATA       | TEMA                                                                                                                            | DURAÇÃO | TIPO DE TRABALHO |
|-------------------|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------|
| Teste diagnóstico | 11 de maio | Adição e subtração de frações;<br>Fração parte-todo; Fração<br>como operador; Frações<br>equivalentes; Modelos de área;<br>Reta | 90      | individual       |
| Tarefa 1          | 18 de maio | Parte-todo; Modelos de área                                                                                                     | 5 + 10  | individual       |
| Tarefa 2          | 19 de maio | Parte-todo; Adicionar em<br>modelos de área; Comparar<br>números racionais                                                      | 10 + 20 | a pares          |

Fonte: Laranjeira (2017)

As atividades demonstradas na imagem fazem parte de um grupo de um 12 tarefas, sendo um teste 10 tarefas e um pós teste. As atividades foram propostas, assim, para que houvesse a aprendizagem contínua, pois segundo Laranjeira (2017) a tarefa era o ponto de encontro entre o conteúdo e a aprendizagem.

### 3.10 ANÁLISES DAS ATIVIDADES

Para facilitar a análise das atividades dos autores acima, foi construída um quadro com algumas observações para delimitar as conclusões que foram obtidas com a investigação das atividades a respeito das diagnoses encontradas em cada uma das pesquisas e suas propostas de atividades.

Quadro 15- análise das atividades

| Pesquisa            | Objetivos claros | Atividades socio-interativa | Análise do discurso | Análise microgenética |
|---------------------|------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------|
| Lima e Sá (2012)    | sim              | não                         | Ausente             | Ausente               |
| Roth e Costa (2016) | sim              | Não                         | Presente            | Ausente               |
| Silva (2017)        | sim              | Não                         | Presente            | Ausente               |
| Laranjeira (2017)   | sim              | Não                         | Ausente             | Ausente               |

Fonte: Produção do autor

Apresentar as atividades analisadas em um quadro simplifica a leitura e o conteúdo das atividades desenvolvidas por cada uma das pesquisas. Para ampliação do conhecimento sobre as perspectivas dos investigados apresentou-se a conclusão da análise adiante.

### 3.11 CONCLUSÕES DA ANÁLISE.

Após analisar os objetivos e as atividades propostas é perceptível que o “casamento” do pretendido com os resultados alcançados abrem uma fissura entre as teorias e os resultados. Os caminhos iniciaram, em todas as pesquisas, de forma inovadora e com uma abertura para a Análise do Discurso e Análise Microgenética. Com as colocações de cada uma das atividades e as respostas que os participantes davam, foi notório que faltou um suporte mais adequado para a prática, ainda que Roth e Costa (2016) usassem a aplicação de tarefas e Silva (2017) as Unidades didáticas.

Fazer essa análise, também foi importante, para este projeto, porque a diagnose dos autores se deu em 3 negativas para uma positiva, mostrando que as dificuldades na aprendizagem desse conteúdo ainda são recorrentes. Devido a isso, há a importância de trabalhos que possibilitem que a AD e AM sejam participantes no ensino da Matemática. Os exemplos aqui postos abrem caminho para debater como o objeto frações foram abordados nas atividades propostas pelos professores. Portanto, é um fator preponderante no que tange a relevância desta pesquisa para a Matemática. Além de estudos diagnósticos fez-se um levantamento sobre estudos experimentais com foco no ensino e aprendizagem de frações. As pesquisas e seus resultados foram postos a seguir.

### 3.12 ANÁLISE DE 4 TRABALHOS DE PESQUISAS QUE CONTRIBUÍRAM PARA FORMULAÇÃO DE ATIVIDADES DA SD

#### 3.12.1 Estudos experimentais.

Nesta seção, foram analisados 4 estudos experimentais, que foram escolhidos por terem uma metodologia aplicada e inovadora como *Cuisinaire*, e as etapas utilizada com o antes e depois das experimentações.

A experimentação é um procedimento de estudo que indica, em sala, com finalidade de obter resultados empíricos, isto é, um objetivo que visa um comprovar um fato ou responder a uma questão. Os resultados neste tipo de estudo, não é tão somente uma quantificação de aprendizagem, são fomentadores de novas projeções

de conhecimentos.

Experimental, para Gil (2008). é testar algo em alguém para que as conclusões sejam moldadas ao longo do procedimento. Um experimento é também, uma aplicação de uma tipologia de aula, método, conteúdo ou material.

Com base nos objetivos desta pesquisa, quatro materiais entre artigos, dissertações e teses foram selecionados, por meio de diretórios de Universidades Brasileiras e no site de busca <[https\\google.com.br](https://google.com.br)> com os critérios definidos no início do capítulo.

Quadro 16- Lista dos materiais usados na pesquisa.

| Autor                                                       | Título                                                                                                            | Tipologia/ano    |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Raquel Gomes de Oliveira                                    | Ensinar e aprender frações na escola: retomadas atemporais                                                        | ARTIGO/2004      |
| Carlos Eduardo Cameschi e Elenice s. Hanna                  | Ensino de frações baseado no paradigma de equivalência de estímulos                                               | ARTIGO/2009      |
| Izabela Cesário Correa Ananias                              | Transformação de frações em números: uma experiência no ensino fundamental                                        | DISSERTAÇÃO/2019 |
| Alexander Cler Taveiros Silva<br>Claudia de Oliveira Lozada | Duas abordagens para operações com frações no 6º ano do ensino fundamental por meio do material <i>cuisenaire</i> | ARTIGO/2022      |

Fonte: Produção nossa, baseado nos matérias de análise, Oliveira (2004; Ananias (2019); Cameschi e Hanna (2009) e Silva e Lozada (2022)

Os estudos analisados foram postos no quadro acima subdivididos em dissertação e artigos. Ainda, dividiu-se as pesquisas experimentais a partir do enfoque educacional do objeto matemático em: Aplicação de atividade prática (jogos, filmes, participação, elaboração) e aplicação de atividade escritas (resolução de problemas, material didático já pré-concebido, aplicação de questionários).

- Apresentação da pesquisa intitulada: *Ensinar e aprender frações na escola: retomadas atemporais*. Oliveira (2004), (Doutoranda do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Professora de Matemática na Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo) desenvolveu uma pesquisa experimental sobre a justificativa de sua realidade em sala de aula.

A professora revelou que seus motivos estavam relacionados ao fato de que algumas crianças, ainda cometem “erros”, por isso objetivou com seu trabalho

descrever e analisar o desempenho dos alunos, a representação geométrica e a questão de equivalência.

A metodologia foi o uso de jogos com fração, a docente fez questão de elencar seus motivos para o uso deste material: a aprendizagem ativa; cooperação entre as crianças e ações intelectuais.

Quadro 17- Resumo da pesquisa

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Público alvo                             | Metodologia               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---------------------------|
| Comparar os dois grupos de alunos configurou-se como objetivo geral do estudo.<br>De forma específica, os objetivos foram:<br>Descrever e analisar os desempenhos dos alunos quanto ao conceito de fração voltado para os subconstrutos de relação parte-todo e operador, tanto em grandezas contínuas como discretas;<br>Descrever a associação entre representação geométrica e linguagem Matemática;<br>Descrever e analisar a questão de equivalência e ordem entre as frações. | 6 <sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental | Aplicação jogo de fração. |

Fonte: Produção do autor, com base em Oliveira (2004)

A aplicação desta experiência foi dividida em metodologia diferenciada e metodologia tradicional. Como descreveu a autora, mesmo no grupo experimental alguns problemas permaneceram em evidência, como o conceito de fração.

Ademais, as conclusões finais deste experimento demonstraram que os alunos não nomeavam corretamente o número e muito menos reconheciam ou sabiam operar com algoritmos, ainda que estivesse fora da aprendizagem clássica. O que é interessante, porque a expectativa é que a aprendizagem fique mais fácil fora das regras tradicionais.

A mestre embasou sua aplicação experimental em autores como Piaget e Maranhão e Imenes. Ela usou a aplicação de uma prova que continha questões sobre conceitos de frações em questão de equivalência.

O trabalho de Oliveira (2004) afirmou que a diferença entre os grupos experimentados foram apresentados de forma significativa, no entanto, algumas dificuldades “de ampliar o conceito de fração como operador passando do contexto discreto para o contexto contínuo”(Oliveira, 2004, p.121) foram notadas, a seu julgo a autora é crucial em dizer que a visão de suas conclusões não são pertinentes, somente, a seu trabalho, o que nos fez entender que os outros autores apresentariam a mesma dificuldade na aprendizagem de frações em seus experimentos.

- Apresentação da pesquisa: *Ensino de frações baseado no paradigma de equivalência de estímulos.*

No seu experimento Cameshi e Hanna (2009), objetivavam “avaliar o efeito do treino de relações condicionais segundo o paradigma de equivalência na aquisição do conceito de equivalência matemática entre frações” (Santos; Cameshi; Hanna, 2009, p.22). E como método os autores descrevem um ambiente inicialmente tecnológico.

*Equipamento e material.*

Um microcomputador Bull, 386SX, com monitor SVGA de 14”, acompanhado por um *mouse* de duas teclas e um *software* programado em linguagem Pascal, apresentou os estímulos e registrou as respostas em todas as condições experimentais.

Guloseimas, objetos de uso pessoal e brinquedos, dispostos em forma de “lojinha”, foram utilizados no experimento como estímulos reforçadores.

*Local*

As sessões experimentais foram realizadas no contraturno do horário de aula dos alunos em uma sala do Laboratório de Análise Experimental do Comportamento da Universidade Católica de Goiás (Laec). A sala tinha dimensões aproximadas de 6 m × 6 m, iluminação natural e artificial e ventilação natural. Foram conduzidas cinco sessões semanais com duração entre 20 e 30 minutos, de acordo com a disponibilidade dos sujeitos. As avaliações iniciais foram aplicadas na sala de aula de uma escola da rede pública de ensino de Goiânia. As demais condições aconteceram individualmente no Laec. (Santos, Cameshi e Hanna, 2009, p.22)

Os alunos formaram um grupo de 20 pessoas. O teste foi desenvolvido de forma detalhada em várias aplicabilidades e, avaliação inicial, treino e testes e avaliação final.

A avaliação inicial era composta de uma prova com questões descritas pelos autores como frações relativas e frações absolutas.

Os treinos eram por meio do microcomputador, o aluno usava o mouse para selecionar respostas baseadas na indicação do professor, eram divididos em treino de tarefa, para cada tarefa havia um treino.

Os testes eram aplicados após o aluno atingir a meta objetivada na tarefa, 12 tentativas, ao nosso entender essas tentativas eram as questões, pois Santos, Cameshi e Hanna (2009) mantém neste teste as questões treinos e inserem novas, de forma alternada, a cada tentativa as questões mudavam de posição.

A avaliação final é a reaplicação da avaliação inicial.

## Resumo da pesquisa.

Quadro 18- Resumo da pesquisa

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                                                                                                                                                                | Público alvo                             | Metodologia                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------------------|
| avaliar o efeito do treino de relações condicionais segundo o paradigma de equivalência na aquisição do conceito de equivalência matemática entre frações. Como objetivo específico, o estudo verificou o efeito de variar ou não o numerador das frações que compunham os estímulos de comparação. | 6 <sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental | Tecnologia<br>Laboratório<br>Estímulos |

Fonte: Santos, Cameshi e Hanna, 2009

O resultado desta pesquisa, assim como o de Oliveira (2004), foi eficaz em parte dos estudos, em relações predeterminadas. No entanto, como um todo, os autores definiram que o procedimento não foi eficaz porque o contato do aluno com novas frações acarretava na dificuldade de desenvolver sua aprendizagem, a esse resultado os autores chamam de discrepância.

Os procedimentos experimentais apresentados nas duas pesquisas apresentam métodos de aplicação inovadores e notáveis. Contudo, Oliveira (2014) deixou claro que a dificuldade notada por ela no seu experimento, por parte de alunos, era extensora a outros alunos. Notou-se que os dois autores, desenvolveram práticas de aplicação de testes como forma de pautar o conhecimento inicial e final do aluno, no que se refere a aprendizagem deste conteúdo.

-Apresentação da pesquisa intitulada: *Transformação de frações em números uma experiência no ensino fundamental*.

Para finalizar a análise de estudos experimentais, apresentou-se o trabalho de Ananias (2019). A autora apresenta em sua dissertação o método de experimento *Desing Experiment*, com o objetivo de “revisitar as frações, dando ênfase em sua caracterização como números.

Essa abordagem definia etapas procedimentais de forma exercitável compunham grande parte de atividades. Houve um questionário inicial, como as experiências anteriores, com exceção de Silvia e Lozarda (2014), e quatro seções de atividades, onde, deve-se conter, como o nome sugere, desenhos que envolva frações.

Como resultado dessa atividade, posso destacar a instalação de um contexto favorável ao aparecimento de ideias ou dúvidas dos alunos normalmente implícitas

no ensino usual. O tratamento adequado de tais questões pode representar oportunidade de fazer evoluir a compreensão dos alunos acerca dos conceitos em jogo. A análise realizada aponta alguns elementos que merecem maior atenção para esse tratamento e que devem compor um trabalho mais sistemático para auxiliar os alunos nessa passagem conceitual complexa da ideia de fração no modelo parte-todo e representante do resultado da divisão de dois números.

Mais uma vez as conclusões dos pesquisadores incorrem sobre o conceito de fração e sua complexidade em ser aprendido pelo sexto ano, independente de qual experiência ele seja submetido, questionário, jogos, desenhos. Essa visão remota a Santos (2008) pois são tantos métodos divergentes que demonstram a relevância de pesquisas, estudos, análises nessa área tão importante.

Quadro-19 Resumo da pesquisa

| Objetivo da pesquisa                                                                                           | Público alvo                             | Metodologia              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------|
| Investigar o impacto de algumas abordagens que ampliassem a referida concepção de fração como parte do inteiro | 6 <sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental | <i>Desing Experiment</i> |

Fonte: Ananias (2019)

Para cada processo havia um objetivo específico, então com cada uma das atividades a autora recebeu um resultado diferenciado. Resultados positivos e medianos, mesmo coma a dificuldade dos alunos. O método aplicado trouxe para a pesquisa de Ananias (2019) resultados favoráveis para seus objetivos.

A terceira pesquisa analisada é de Silva e Lozarda (Universidade Federal de Alagoas). O Cuisenaire, foi desenvolvido na década de 50 por Emile Georges Cuisenaire Hottelet e utilizava barras de diferentes cores e em determinadas quantidades para ensinar frações de forma lúdica e as operações de soma e subtração. Os autores, tinham por objetivo, como consta em seu artigo, “contribuir para diminuir as dificuldades no processo ensino-aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental e ressignificar a compreensão do seu conceito e as suas operações,” (Silva; Lozarda, 2022, p.4).

O trabalho das autoras não apresenta resultados, porque são propostas para serem aplicadas, logo é uma forma dirigida para o docente aplicar em sala.

Trazer o estudo desses autores para uni-lo com de Oliveira (2004) para demonstrar que o campo teórico, acarreta um suporte importante para a

fundamentação experimental, e a SD é um estudo que confere a si uma aplicabilidade que antes deve ser desenvolvida na teoria. Em sua conclusão as autoras definem:

Por fim, consideramos que esta experiência com o material concreto esteja agregada às atividades que impliquem em resolução de problemas contextualizados para que os alunos compreendam além do aspecto conceitual-pictórico-procedimental, entendendo as aplicações das frações nas situações cotidianas e construindo significados que dão sentido ao conceito de fração. (Silva; Lozada, p.15)

O pensar antes do experimentar é igualmente importante para que ao realizar um estudo experimental deve-se organizá-lo. Silva e Lozada (2022) ressignificaram um produto que tinha como objetivo o ensino de frações há 72 anos, ou seja, organizou-se de forma reflexiva como esse material seria, no ano de 2022 contributivo para diminuir as dificuldades que tanto os autores revelam que a aprendizagem do objeto fração possui.

Quadro 20- Resumo da pesquisa

| Objetivo da pesquisa                                                                                                                                                                               | Público alvo                 | Metodologia         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|---------------------|
| apresentar o Material Cuisenaire como recurso didático para auxiliar na compreensão dos diferentes significados de frações e das operações de soma e de subtração no 6º ano do Ensino Fundamental. | 6º ano do Ensino Fundamental | Material Cuisenaire |

Fonte: Silva e Lozada (2022)

Os autores julgaram satisfatórios os resultados alcançados na pesquisa, o que faz com que o entendimento seja que os resultados foram positivos e os objetivos alcançados.

**Apresentação das atividades experimentais.**

As experiências são o momento de colocar em prática o que a teoria pesquisa e elabora. São essas atividades que Mortimer (2002), Góes (2000), e Cabral (2017) instigam que sejam feitas na sala de aula. Logo, profissionais da educação, devem entender o que dá certo em cada grupo, pois o caráter social de cada indivíduo, segundo Freire (2013) é um dos parâmetros para sua aprendizagem, dessa forma, passa-se para as atividades aplicadas. Apresentação da atividade e Oliveira (2004).

Imagem 10- Oliveira (2004)

Questão nº 2: Assinale a alternativa que melhor define numerador e denominador respectivamente:

- ( ) O número de partes iguais em que o inteiro foi dividido e o número de partes que foram tomadas.
- ( ) O número de cima e o número de baixo.
- ( ) O número de partes tomadas e o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.
- ( ) O número de inteiros e o número de partes tomadas.

Fonte: Oliveira (2004)

Oliveira (2004) aplicou 17 questões como a que está na imagem acima, os critérios avaliados foram sobre o conceito de fração nas situações de equivalência, operador, representação concreta e linguagem Matemática, comparação entre frações e de denominação verbal.

A autora buscou por seus investigados em situações já conhecida com base no conteúdo para fazer a contraposição dos seus resultados, que já foram mencionados na seção anterior.

- Apresentação da atividade de Santos, Cameschi e Hanna (2009).

Imagem 11- Santos, Cameschi e Hanna (2009).

Com muita calma responder a todas as questões com o máximo de atenção. Leia cada questão e escolha, fazendo um 'X' sobre a letra correspondente, a resposta correta. Todas as questões têm uma resposta correta, e você tem o tempo que precisar para responder. Alguma dúvida?"

|                                                                                     |                                                                                      |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Absoluta-Discreta                                                                   | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1/3</div> | Relativa-Continua                                                                    |
|  |                                                                                      |  |

Fonte: Santos, Cameschi e Hanna (2009)

A atividade recortada faz parte de um material de 30 questões divididos e subdivido por tarefas sequenciadas:

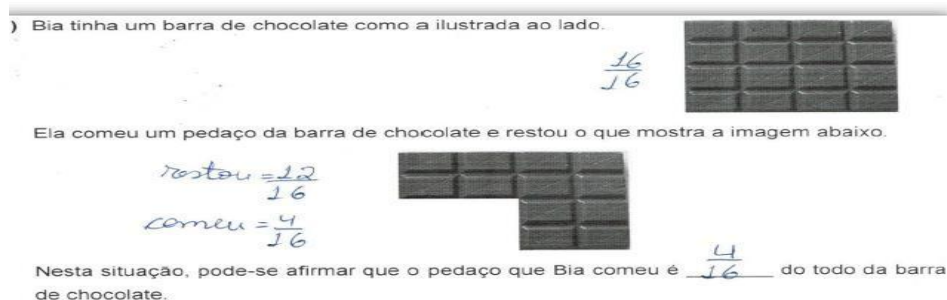
Avaliação Inicial, Treino da Tarefa, Treino AB e BC, Treino Misto, Teste de Simetria BA/CB, Teste de Transitividade/Equivalência AC/CA, Teste de Generalização 1, Treino AD, Teste de Generalização 2, Teste D-(ABC), Treino AE, Teste de Generalização 3, Teste E-(ABCD), Treino AF, Teste de Generalização 4, Teste F-(ABCDE) e Avaliação Final. (SANTOS; Cameschi; Hanna, 2009, p.).

As tarefas foram sincronizadas com procedimento em uma segunda tabela

descrita com condições experimentais na sequência de ocorrência e respectivas relações apresentadas. Cada aplicação feita pelos pesquisadores houve mudança na forma de apresentar o conteúdo.

#### Apresentação da atividade de Ananias (2019)

Imagem 12- Atividade Ananias (2019)



Fonte: Ananias (2019)

Ananias (2019) aplicou 4 blocos de atividades iguais ao recorte e mais 26 atividades. As atividades contaram com uma avaliação também dos professores de sala de do grupo pesquisado.

Dentro dos 4 blocos há 8 atividades que exigem a observação do *Design Experiment* para que as intervenções que o método exige sejam praticadas. Apresentação da atividade de Silva e Lozada (2022).

Imagem 13- Atividade de Silva e Lozada (2022).

Figura 1 – Material Cuisenaire



Fonte: Elaborado pelos autores

Fonte: Silva e Lozada (2022).

Os conteúdos de frações usados nas atividades foram baseados somente na aplicação do material elaborado pelos autores. Somar diminuir, multiplicar e dividir foram algumas das operações que foram propostas no experimento.

O artigo não informa quantas atividades foram propostas ao grupo.

### 3.12.2. Análise das atividades.

Assim como, na avaliação das atividades diagnósticas, nesta subseção usou-se um quadro avaliativo usando os mesmos critérios anteriores. Os usos das teorias que alicerçam estes trabalhos como a Análise do discurso e a Análise Microgenética.

Quadro 21- Análise das atividades experimentais

| Ano  | Pesquisa                       | Objetivos claros | Atividades<br>socinterativa | Análise<br>discurso | Análise<br>microgenética |
|------|--------------------------------|------------------|-----------------------------|---------------------|--------------------------|
| 2004 | Oliveira (2004)                | Sim              | Sim                         | Presente            | Presente                 |
| 2009 | Santos, Cameshi e Hanna (2009) | Sim              | Sim                         | Presente            | Presente                 |
| 2019 | Ananias (2019)                 | Sim              | Não Identificada            | Presente            | Ausente                  |
| 2022 | Silva e Lozarda (2022)         | Sim              | sim                         | Presente            | Ausente                  |

Fonte: Produção do autor, com referência em Oliveira (2004); Santos, Cameshi e Hanna (2009); Silva e Lozarda (2022); Ananias (2019)

A avaliação foi realizada desta forma pelos mesmos motivos da análise diagnóstica, para facilitar a compreensão dos experimentos e para que fosse visto como um toda as percepções relacionadas as teorias já descritas e bem colocadas anteriormente. Destarte, segue-se as conclusões sobre as atividades experimentais.

### 3.12.3. Conclusão da análise

As atividades avaliadas apresentaram resultados mais positivos do que as avaliações diagnósticas e contrariamente a antecessora, esta, pode alcançar os estágios de interação dos investigados e uma análise minuciosa como sustenta Góes (2000).

Os níveis de atividades alcançaram os objetivos da AD e AM como pode ser visto no quadro, porém o trabalho de Silva e Lozarda (2022) apresenta de fato a base da AM que envolve estímulos diversificados.

Por isso, o detalhamento dos resultados cumpriu com as novas estratégias de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos. No trabalho de Ananias (2019) foi usado os conceitos de Unidades de Aprendizagem nivelando as atividades em cada estágio.

Cita-se esses dois trabalhos, por terem aspectos que foram fundamentais na formação de uma SD.

A partir deste ponto será visto outra análise que compôs as referências das atividades da SD de forma mais interacionista e contemporânea. A análise dos livros didáticos.

### 3.13. ANÁLISE DE 5 LIVROS DIDÁTICOS

Esta seção descreveu a análise de 6 livros didáticos do 6º ano.

#### 3.13.1 Apresentação dos livros didáticos e conteúdos.

Para pensar em qual metodologia aplicar em sala e qual suporte é promotor de aprendizagem, era necessário olhar para o passado e o presente. Assim, analisar os livros didáticos usados na última década é um fator elementar para travar o percurso de produção de uma Sequência Didática.

Para melhor visualizar, elaborou-se um quadro de apresentação com as principais informações dos objetos de análises, reforça-se que a escolha dos materiais ocorreu de acordo com os últimos triênios, de 2012 a 2021 de acordo com os preceitos definidos no Plano Nacional do Livro didático PNLD.

Os livros também foram escolhidos por serem de autores que desenvolvem material com base em atividades socioeducativas.

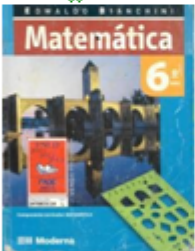
A apresentação foi feita por meio do quadro abaixo.

Quadro 22- Apresentação dos livros didáticos analisados

| Livro                                                                               | Autor(es) APRESENTAÇÃO                                  | Triênio              |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------|
|  | LUIS ROBERTO DANTE LIVRO DO PROFESSOR.<br>Editora Ática | 2016<br>2017<br>2018 |

Fonte: Produção nossa, embasada no material ilustrado

Quadro 22- Apresentação dos livros didáticos analisados continuação

|                                                                                                    |                                                                                                                       |                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <p>Livro 2</p>    | <p>JOSE RUY GIOVANNI<br/>JUNIOR; BENEDICTO CASTRUCCI.<br/>Livro do professor Editora:<br/>FTD</p>                     | <p>2019<br/>2020<br/>2021</p>                            |
| <p>Livro 3</p>    | <p>JADSON SANTOS E ANNELYSE<br/>MAYMONE<br/>LIVRO DO ALUNO<br/>Editora: Formando Cidadão</p>                          | <p>2012<br/>2013<br/>2014</p>                            |
| <p>Livro 4</p>   | <p>EDWALDO BIANCHINI LIVRO DO<br/>ALUNO<br/>Editora: Moderna</p>                                                      | <p>2011<br/>2012<br/>2013</p>                            |
| <p>Livro 5</p>  | <p>JOAMIR SOUZA EPATRICIA<br/>MORENO PATARO<br/>LIVRO DO PROFESSOR<br/>Editora: FTD<br/>Coleção: Vontade de Saber</p> | <p>Material de<br/>divulgação para o<br/>ano de 2012</p> |

Fonte: Produção nossa, embasada no material ilustrado.

Os livros apresentados no quadro pertencem a 5 coleções diferentes, quatro delas pertencem ao Plano Nacional do Livro Didático.

Há 4 que são encontrados em suas versões públicas (gratuitas) e privada (paga), os livros 1,2,3 e 5, dependendo da edição encontra-se em versão online e PDF. Já o livro 4, somente é encontrado na versão paga.

A análise foi dividida em: Apresentação e conceito de frações sobre o objeto matemático, análise do conteúdo e análise de atividades. Ao final desta seção apresentou-se uma tabela com a análise embasada nos conceitos teóricos que foram apresentados neste texto

Apresentação e conceito de frações nos livros didáticos.

O livro 1 pertence da série *Teláris*, pertencente ao quadriênio de 2016-2018

de responsabilidade da Editora Ática de autoria de Luís Roberto Dante. O conteúdo de frações é apresentado no capítulo 6, sob o título: *Frações e porcentagens*. Das seis áreas temáticas, foram estudadas neste capítulo apenas os tópicos: *Introdução; Algumas ideias associadas a fração, operações com frações e porcentagem*.

Imagem 14- Sumário Telaris

| Capítulo 6                                                            |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Frações e porcentagem</b> .....                                    | 168 |
| 1ª Algumas ideias associadas à fração .....                           | 170 |
| 1ª ideia: fração como parte/todo .....                                | 170 |
| Leitura das frações .....                                             | 173 |
| 2ª ideia: fração como razão .....                                     | 174 |
| 3ª ideia: fração de uma quantidade .....                              | 175 |
| 4ª ideia: fração como quociente .....                                 | 178 |
| Frações e medidas .....                                               | 179 |
| Classificação de frações .....                                        | 180 |
| 2ª Frações equivalentes .....                                         | 182 |
| Processo prático para determinar frações equivalentes .....           | 184 |
| Simplificação de frações e frações irredutíveis .....                 | 185 |
| Determinação de todas as frações equivalentes a uma fração dada ..... | 186 |
| Jogos .....                                                           | 187 |
| 3ª Comparação de frações .....                                        | 188 |
| Frações com numeradores iguais .....                                  | 188 |
| Frações com denominadores iguais .....                                | 188 |
| Frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes .....   | 189 |
| 4ª Adição e subtração de frações .....                                | 190 |
| Frações com denominadores iguais .....                                | 190 |
| Frações com denominadores diferentes ...                              | 191 |
| Leitura .....                                                         | 193 |
| 5ª Frações em ampliação e redução de figuras planas .....             | 194 |
| 6ª Porcentagem .....                                                  | 196 |
| Cálculo da porcentagem de uma quantidade .....                        | 198 |
| Cálculo mental de porcentagens de uma quantidade .....                | 201 |
| Revisando seus conhecimentos .....                                    | 202 |
| Testes oficiais .....                                                 | 204 |
| Verifique o que estudou .....                                         | 205 |

Fonte: Dante (2018)

Na página inicial do capítulo, é apresentado um problema fracionário sobre as pedras de uma pirâmide. Na página de introdução o livro apresenta a origem das frações e apresenta atividades de conversação sobre o tema.

Imagem 15- Conteúdo inicial Teláris

**6** Frações e porcentagem

As frações surgiram da necessidade de registrar medidas de maneira mais precisa. Neste capítulo faremos o estudo das frações: os significados, as representações e as leituras, as comparações, as operações, entre outros. Tudo isso, sempre constatando o uso das frações em situações práticas do dia a dia, incluindo aquelas que envolvem frações na forma de porcentagem.

Marcar de combustível.

Menino medindo um comprimento com o palmo.

**Converse com os colegas sobre estas questões e registre as respostas no caderno.**

1ª Em quais das figuras abaixo a parte pintada corresponde a  $\frac{1}{2}$  (lêmos: um meio ou metade) da figura? Nas figuras A e D.

A

B

C

D

Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte: Dante (2018)

O livro 2 pertence a série *A Conquista da Matemática* José Ruy Giovanni Junior; Benedicto Castrucci da Editora FTD e que faz parte do triênio de 2019 a 2021. O conteúdo de Frações é apresentado no capítulo 5 com o título de: *A forma fracionária dos números racionais* para nossa análise apresento apenas os tópicos 1- *A ideia de Frações*, 2- *Problemas envolvendo frações*, 5- *Adição e Subtração de frações*.

Imagem 16- Sumário *A conquista da Matemática*

|                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>5. Os números na forma decimal e o cálculo de porcentagens.....</b> | <b>190</b> |
| <b>Atividades .....</b>                                                | <b>191</b> |
| <b>Tratamento da informação •</b>                                      |            |
| Probabilidade .....                                                    | 192        |
| <b>Tecnologias • Tipos de calculadora .....</b>                        | <b>194</b> |
| <b>Retomando o que aprendeu .....</b>                                  | <b>196</b> |
| <b>Atualidades em foco • Hábitos alimentares no Brasil .....</b>       | <b>198</b> |

Fonte: Junior e Castrucci (2019)

O conteúdo é introduzido de forma objetiva e que aborda a racionalidade da geometria.

Imagem 17 - Apresentação *A conquista da Matemática*

**5 A FORMA FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS**

Peça amarela: 1 parte de 8 partes ou  $\frac{1}{8}$ ; peça vermelha: 1 parte de 16 partes ou  $\frac{1}{16}$ ; peça verde: 1 parte de 32 partes ou  $\frac{1}{32}$ .

Mosaico é uma expressão artística em que se criam diferentes imagens por meio da organização de peças recortadas e normalmente coloridas. Alguns desses mosaicos possuem uma decoração **geométrica**.

Observe a seguir as etapas executadas por Janaina para construir um mosaico geométrico. Veja que inicialmente ela possuía apenas folhas retangulares coloridas e, após a divisão dessas folhas em partes e um bom planejamento, elaborou seu mosaico.

- Será que podemos chamar cada uma dessas peças do mosaico de uma parte do mosaico todo? **Sim. Não são partes necessariamente iguais, mas são partes.**

Chamando cada folha colorida da Etapa 1 de um inteiro e sabendo que cada folha da Etapa 2 foi dividida em várias partes iguais entre si, mas diferentes de uma folha para outra, podemos relacionar cada pedaço de uma folha à folha toda utilizando uma fração. Logo, se considerarmos a folha azul, cada parte equivale a 1 parte de 16 partes ou simplesmente  $\frac{1}{16}$ .

- Dessa forma, como podemos representar cada parte das outras folhas? Agora é a sua vez. Siga o exemplo da artista e confeccione seu mosaico geométrico!

Fonte: Junior e Castrucci (2019)

O livro 3 pertence a coleção *Formando Cidadão* da Editora de mesmo nome,

de autoria de Judson Santos e Annelyse Maymone. O conteúdo de frações é abordado no 5º capítulo com uma explicação sobre o sistema de numeração e o que isso provocou na humanidade.

Imagem 18- Sumário *Formando Cidadão*

|                                                     |                                               |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| <b>68 • Capítulo 5 – FRAÇÕES</b>                    |                                               |
| 68 • Para começar                                   | 77 • Reduzindo frações a um mesmo denominador |
| 69 • Os números fracionários                        | 79 • Comparando frações                       |
| 70 • Leitura de uma fração                          | 81 • Adição e subtração de frações            |
| 71 • Tipos de frações                               | 84 • Multiplicação com frações                |
| 71 • Classificando frações                          | 86 • Divisão com frações                      |
| 73 • Número misto                                   | 89 • Potenciação de frações                   |
| 75 • Frações equivalentes e classes de equivalência | 91 • Radiciação de frações                    |
| 75 • Simplificando frações                          | 91 • Expressões com frações                   |
|                                                     | 93 • Problemas envolvendo frações             |

Fonte: Santos e Maymone (2016)

O capítulo também faz uma abordagem histórica sobre as frações a partir dos egípcios. Para análise, uso os pontos: *Para começar* e os *Números fracionários* e *Adição e subtração de frações*.

O livro 4 pertence a coleção de Bianchini da Editora Moderna e faz parte do triênio de 2011 a 2013, a autoria é de Edwaldo Bianchini. O conteúdo de fração é apresentado em dois capítulos o 6- *Os números racionais na forma de fração* e o 7- *Operações com números racionais em forma de fração*, sendo o primeiro, fala a respeito dos conceitos e o segundo das operações.

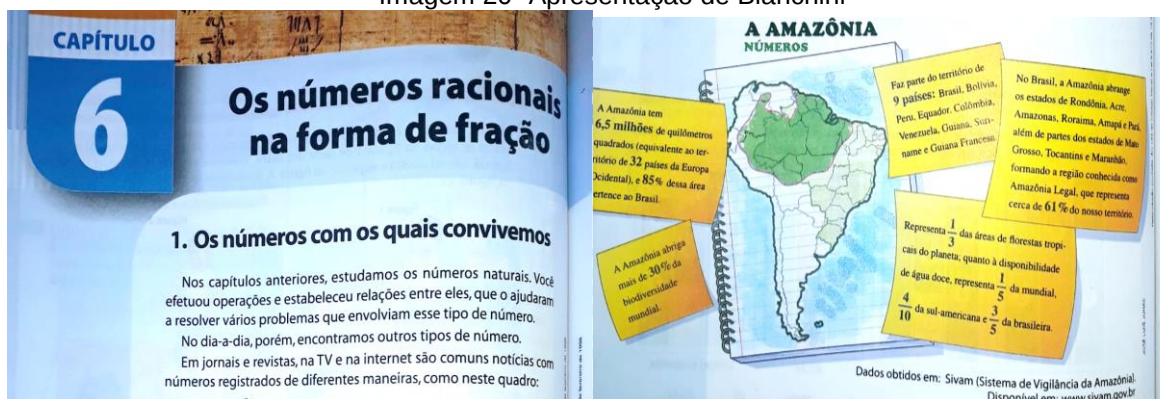
Imagem 19- Sumário Bianchini

| <b>CAPÍTULO 6</b>                                       | <b>Os números racionais na forma de fração</b> | <b>CAPÍTULO 7</b>                                             | <b>Operações com números racionais na forma de fração</b> |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1. Os números com os quais convivemos                   | 150                                            | 1. Adição e subtração com frações de mesmo denominador        | 180                                                       |
| 2. Noção de número racional e a fração que o representa | 151                                            | 2. Adição e subtração com frações de denominadores diferentes | 186                                                       |
| A forma percentual                                      | 158                                            | 3. Multiplicação                                              | 192                                                       |
| 3. A fração também pode representar um quociente        | 159                                            | Números racionais inversos                                    | 198                                                       |
| Como trabalhar com a divisão e a forma mista            | 161                                            | 4. Divisão                                                    | 200                                                       |
| 4. A fração como razão                                  | 162                                            | Quando o divisor é um número natural                          | 200                                                       |
| 5. Frações equivalentes                                 | 168                                            | Quando o dividendo é um número natural                        | 202                                                       |
| Como obter frações equivalentes                         | 168                                            | Divisão envolvendo números racionais na forma de fração       | 203                                                       |
| 6. Simplificação de frações                             | 171                                            | 5. Potenciação                                                | 205                                                       |
| 7. Comparação de números escritos na forma de fração    | 174                                            | 6. Raiz quadrada                                              | 207                                                       |
| <b>PARA SABER MAIS</b>                                  |                                                | 7. Expressões numéricas                                       | 208                                                       |
| Trabalhando com dados em forma percentual               | 164                                            | <b>PARA SABER MAIS</b>                                        | 185                                                       |
| Interpretando o gráfico de setores                      | 172                                            | Operando com porcentagens                                     | 190                                                       |
| Calculando probabilidades                               | 178                                            | A Matemática na História                                      |                                                           |

Fonte: Bianchini (2013)

O conteúdo é abordado por meio de uma descrição sobre os números e os números racionais, o conceito sobre fração é visto em outros tópicos. Para Análise uso os tópicos: 2 *Noção de número racional e a fração que o representa*, 3 *A fração também pode representar um quociente*, 4 *A fração como razão*, do capítulo 6. Do capítulo 7, analiso os tópicos: 1 *Adição e subtração com frações de mesmo denominador* e 2 *Adição e subtração com frações com denominadores diferentes*.

Imagem 20- Apresentação de Bianchini



Fonte: Bianchini (2013)

O livro 5 pertence a coleção *Vontade de saber* de Joanir Souza e Patrícia Moreno Pataro da Editora FTD do ano de 2012. O conteúdo de fração refere-se ao 6º capítulo e para a análise foram usados os tópicos: *As ideias de fração* e *Adição e subtração*. Diferente dos demais este livro apresenta o conteúdo a partir de imagens e questões sobre significado das frações e sobre as imagens do capítulo.

Imagem 20- Sumário *Vontade de saber*

| Frações                                       |   |
|-----------------------------------------------|---|
| As ideias de fração .....                     |   |
| Leitura de frações .....                      |   |
| Frações próprias e frações impróprias .....   |   |
| Números na forma mista .....                  |   |
| Frações equivalentes .....                    |   |
| Simplificação de frações .....                |   |
| Comparação de frações .....                   |   |
| Adição e subtração .....                      | 1 |
| Multiplicação .....                           | 1 |
| Frações e porcentagem .....                   | 1 |
| Refletindo sobre o capítulo .....             | 1 |
| Explorando o tema: Descobrindo a fração ..... | 1 |
| Revisão .....                                 | 1 |
| Testes .....                                  | 1 |

Fonte: livro do autor

O conceito de fração é apresentado de forma bem semelhante ao que Rossy

(2014) afirma sobre os múltiplos significados da fração. Cada um dos livros demonstram os conceitos por meio de pontos ou tópicos.

A seguir foram apresentadas as imagens dos livros e ao final da apresentação de todas expôs-se a análise sobre a abordagem dos conceitos em cada material analisado.

Imagem 22- Ideia sobre a Fração no Livro Teláris

## 1 Algumas ideias associadas à fração

### 1ª ideia: fração como parte/todo

Felipe dividiu uma folha de cartolina em 4 partes iguais e pintou 1 parte de verde. Ou seja, ele pintou 1 (uma) das 4 (quatro) partes de verde.

Assim, dizemos que a folha de cartolina é a **unidade** ou o **todo** ou o **inteiro**. E representamos a parte pintada de verde da folha pela fração  $\frac{1}{4}$ .

### 2ª ideia: fração como razão

João vende balões. Ele tem 7 balões, sendo que 3 deles são vermelhos. Podemos também dizer que **3 em 7** dos balões de João são vermelhos, ou seja, **três sétimos** dos balões são vermelhos.

$$\frac{3}{7} \leftarrow \begin{array}{l} \text{número de balões vermelhos} \\ \text{número total de balões} \end{array}$$

As imagens desta página não estão representadas em proporção.



### 3ª ideia: fração de uma quantidade

Francisca tem 1 dúzia de bananas (12 bananas) e vai usar  $\frac{1}{3}$  delas para fazer um bolo. Quantas bananas ela vai usar?

Nessa situação, queremos saber quanto é  $\frac{1}{3}$  de 12.



### 4ª ideia: fração como quociente

Na ideia de fração como quociente, a fração indica uma divisão. Acompanhe a situação a seguir.

Fonte: Dante (2018)

Continuação da exposição do segundo livro.

Imagem 23 - Ideia sobre fração no Livro A conquista da Matemática

## ☞ A ideia de fração como parte de um todo

Vamos representar algumas frações utilizando papel e lápis de cor.

- Recortamos uma tira de papel assim:



## ☞ A ideia de fração como resultado da divisão de dois números naturais

### PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 305

Responda no caderno.

1. Miguel tem uma barra de chocolate e quer dividi-la de forma igual entre seus quatro netos.



Fonte: Junior e Castrucci (2019)

## Exposição do livro 3.

Imagem 24- Ideia de Fração no Livro Formando Cidadão



## FRAÇÕES

Para começar

Após a criação dos sistemas de numeração, as atividades humanas evoluíram e passaram a ser mais elaboradas. Como **consequência**, a Matemática da contagem alcançou outros níveis de complexidade. Foi preciso, então, criar uma forma diferente de números: a forma fracionária.

Existem registros que datam de 2000 a.C. e fazem parte da coleção de papiros de Rhind, que comprovam que os egípcios praticavam, com habilidade, os cálculos com as frações. Embora eles soubessem calcular com as frações, não havia, entre os papiros, nenhuma teoria ou explicação de como fazê-lo. A teoria é muito mais recente, somente em 1585 é que esse assunto apareceu em uma obra de Stevin.

Hoje, usamos esse modo de representação em muitas situações do nosso cotidiano.

Veja:

● Mamãe pediu uma pizza com 2 sabores:  $\frac{1}{2}$  de frango e  $\frac{1}{2}$  de calabresa.

● A altura de Victória é  $\frac{2}{3}$  da altura de Bruno.

● Débora tem  $\frac{3}{4}$  da idade de Bia.

São muitos os exemplos que poderíamos dar, porém certamente você já está se lembrando de ter visto em algum lugar esse tipo de representação.

Observe que, em todas as situações anteriores, utilizamos os números fracionários para representar quantidades.

Quando o inteiro é dividido em partes iguais e usamos algumas dessas partes, a porção do todo que foi usada pode ser indicada por uma fração.

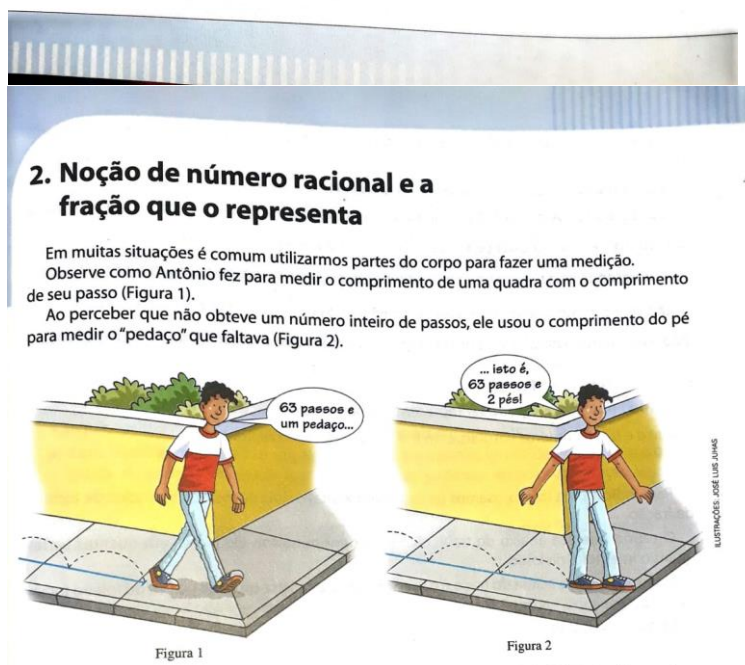
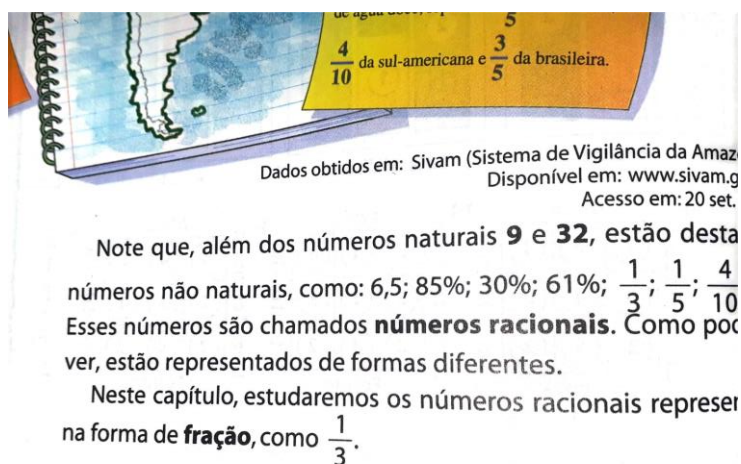


viappy/Shutterstock

Fonte: Santos e Maymone (2012)

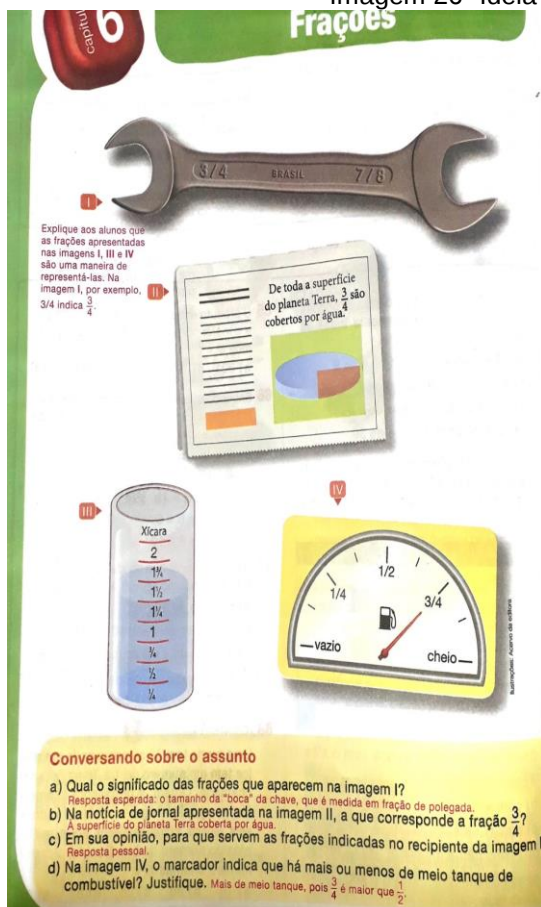
## Exposição do Livro 4.

Imagem 25- Ideia de Fração no Livro Bianchini



Fonte: Bianchini (2013)

## Exposição do Livro 5.

Imagem 26- Ideia de Fração no Livro *Vontade de Saber*

Nos casos vistos anteriormente, as frações estão relacionadas à ideia de **parte de uma figura**. Também podemos usar as frações como **razão**, conforme a situação a seguir.

Em uma sala de aula estudam 26 alunos, dos quais 14 são meninas. Podemos representar a quantidade de meninas dessa sala pela fração  $\frac{14}{26}$ , isto é, 14 dos 26 alunos da sala são meninas, ou, ainda, a quantidade de meninas da sala está na razão de 14 para 26.

A fração também está relacionada ao **quociente de uma divisão**. A fração  $\frac{5}{5}$ , por exemplo, representa 1 inteiro, ou

seja,  $\frac{5}{5} = 1$ . Como  $5 : 5 = 1$ , temos que  $\frac{5}{5} = 5 : 5$ .



Assim, podemos escrever uma fração na forma de divisão e vice-versa. O traço da fração representa uma divisão.

► **Fração** é um número que pode representar parte de um inteiro ou parte de uma quantidade. Na fração  $\frac{3}{8}$ , por exemplo, o número 8 é o **denominador**, e indica em quantas partes o inteiro foi dividido, e o número 3 é o **numerador**, e indica quantas partes foram consideradas. Representando essa fração por meio de uma figura, temos:



Fonte: Souza e Pataro (2012)

O conceito mais apresentado pelos autores é em relação parte pelo todo. Assim como descreveu Santos (2008) a ideia de pizzas e chocolates ainda fazem parte da estrutura de conceitos de frações em sala de aula, distanciando o aluno do uso diário desses exemplos. Quanto tempo um aluno levaria para assimilar essa aprendizagem com seu percurso fora do livro didático (LD)?

Como o conceito é embasado em divisão de parte pelo todo, logicamente que os exercícios serão moldados com essa finalidade então, para este conceito, o LD deve contar com a sorte. A mesma problemática em relação ao aluno paraense, que em seu diário tem contato, com pipas, açaí e farinha. Uma distância de sua realidade.

Sabe-se que o livro didático por ser nacional, deve se atentar as práticas universais e exemplos que consolidem a todos as regiões, mas generalizar o

aspecto social do ensino em nada contribui com a aprendizagem empírica e valorização do sujeito. Talvez o custo benefício seja um dos fatores para que exemplos iguais os das imagens persistam nas apresentações do conceito de fração ainda hoje.

Os livros didáticos analisados são os mesmos utilizados pelos alunos do Ensino Fundamental da rede Pública de ensino, Municipal e Estadual do Estado do Pará. Nesta pesquisa não foi feita a comparação com os mesmos livros usados pelas escolas privadas, mas utilizou-se um livro que está disponível somente nessa rede *Formando Cidadão*.

As primeiras três imagens trazem o conceito de fração, como visto em Góes (2000) em um de seus significados “todo e parte”, no que o autor Dante (2018) descreve como parte de “um objeto ou figura”. Junta-se, também, o estudo de fração por meio de imagem, igualmente Santos (2008) indicou. Neste livro percebeu-se que o conceito de fração é a divisão de um todo em partes iguais

Ressalta-se, que cada livro traz em suas páginas formas diferentes de abordar o mesmo tema. Viu-se o contexto histórico, o contexto matemático e contexto interrogativo. Porém, essa diversidade não chegou aos pontos cruciais de ensino, como a relevância do contexto social do objeto estudado. Dentre os livros analisados, o livro 1 é o que mais diversifica a ideia do que seria fração com cinco conceitos, *Parte de uma figura ou objeto*, *Comparação Fração como comparação de dois números naturais*, *Fração como consciente de dois números naturais*, *Fração de um número* e *Frações e medidas*.

No outro extremo, os Livros 3 e 5 são os que apresentam a menor variedade, apenas com um significado onde, no livro 1, descreve a escrita do número em  $\frac{a}{b}$  sendo b diferente de zero. O livro 5 descreve a fração como parte de um inteiro. O livro 4 é o que tem os exemplos mais próximo da realidade do aluno, como o caminhar do aluno na rua. Todavia, o livro 3 tem exemplos ainda hipotético, e já conhecido arquétipo da pizza. Da mesma forma, o livro 2 permanece com os modelos de pizzas e chocolates, criticado piamente em Lopes (2008).

Em resumo, os livros analisados apresentam os conceitos de fração como Santos (2008) cita em seu texto, de forma imagética como se essa fosse a forma perfeita para ensinar as frações para o público aprendente. Essa forma, na Matemática, é criticada porque não provém de uma investigação individual e cultural

dos alunos. Pontua-se que os livros didáticos são usados em todas as escolas do Brasil, mas não abordam a variedade que esse país tem de cultura Matemática. A exemplo, ao invés de propor uma visão de uma figura de um garoto andando, (livro 4), por que não levantar os alunos e fazer uma imersão no pátio da escola. O livro apenas confirmaria o que cada um fez e viu.

### 3.14 ANÁLISE DO CONTEÚDO DE FRAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS

A seguir apresentam-se as imagens de cada um dos livros analisado e seus conteúdos sobre adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Assim como anteriormente, primeiramente apresentou-se as imagens e depois a análise.

Imagem 27- Conteúdo do Livro 1

#### Frações com denominadores iguais

**Explorar e descobrir**

Agora, examine algumas frações, de uma mesma unidade, que têm denominadores iguais.

a) Qual dessas frações é a maior? E a menor?  $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$  b) A fração que tem o maior numerador:  $3 > 2$  e  $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ .

b) Se os denominadores das frações são iguais, por exemplo,  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$ , então qual delas é a maior?

c) Reúna-se com um colega e comparem estes outros pares de frações:  $\frac{3}{8}$  com  $\frac{1}{8}$  e  $\frac{2}{9}$  com  $\frac{4}{9}$ . Conclua qual é a maior fração e qual é a menor em cada par.  $\frac{3}{8} > \frac{1}{8}$  e  $\frac{2}{9} < \frac{4}{9}$ .

d) Observe esta reta numerada e compare as frações  $\frac{2}{6}$  e  $\frac{5}{6}$ .  $\frac{2}{6} < \frac{5}{6}$ .

Quando 2 frações têm denominadores iguais, a menor delas é a que tem menor numerador.

#### Frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes

Acompanhe esta situação: Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu  $\frac{3}{4}$  do trajeto, e Lúcio,  $\frac{7}{10}$ . Qual deles está na frente?

Para responder, devemos comparar as frações  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{7}{10}$  e determinar qual delas é a maior.

Para isso, vamos escrevê-las com o mesmo denominador. Faremos esse procedimento de 2 maneiras diferentes.

- Usando uma reta numerada.
- Usando frações equivalentes.
 

Escrevemos frações equivalentes a  $\frac{3}{4}$  e a  $\frac{7}{10}$  até encontrarmos 2 frações com denominadores iguais.

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \dots$$

$$\frac{7}{10} \rightarrow \frac{7}{10}, \frac{14}{20}, \frac{21}{30}, \dots$$

Como  $\frac{15}{20} > \frac{14}{20}$ , temos  $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$ .

Logo, como  $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$ , concluímos que Sílvio está na frente de Lúcio na corrida.

Para comparar 2 frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes, devemos inicialmente **reduzi-las ao mesmo denominador**. Depois, fazemos a **comparação** das 2 frações obtidas.

Fonte: Dante (2018)

O método de comparar as frações é um hábito de aprendizagem bem oitocentista. Um livro da primeira década dos anos 2000 trazer como forma de aprendizagem comparações aleatórias sem fundamentação social é persistir em metodologias que como descreve Freitas (2014) são usuais mais não eficazes na aprendizagem.

Imagem 28 - Conteúdo Livro 2

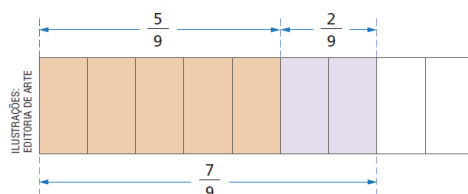


## ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

Vamos considerar as seguintes situações:

- 1** Fernando tem uma tira retangular de cartolina branca. Ele dividiu essa tira em 9 partes iguais, pintou 5 dessas partes de laranja e 2 dessas partes de roxo. A parte colorida da tira representa que fração da tira inteira?

Representando geometricamente:



Em linguagem matemática:

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

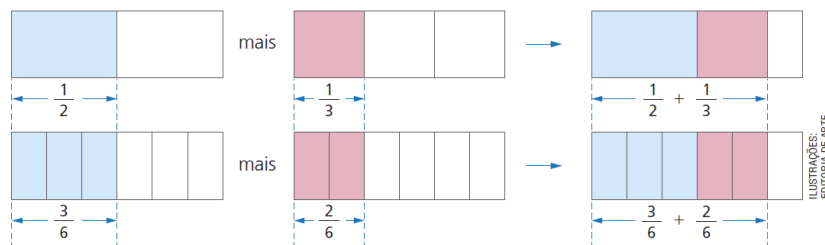


Veja, agora, mais estas situações:

- 3** Helena foi à feira com certa quantia. Gastou  $\frac{1}{2}$  dessa quantia na banca de frutas e  $\frac{1}{3}$  dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

Para resolver esse problema, devemos calcular  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ .

Representando geometricamente:



As figuras nos mostram que calcular  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  é o mesmo que calcular  $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ .

$$\text{Então: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Para incursão mental da aprendizagem faz-se a leitura de fração, método considerado em Rossy (2014) um prelúdio da repetição ante PCN, ou seja, antes das diretrizes o ensino o nome era uma forma de mentalização e memorização. Sem preenchimento significativo e metacognitivo.

Imagem 29- Conteúdo Livro 3

## Adição e subtração de frações

### Frações com denominadores iguais

Veja esta situação:

Todos os meses, Mila gasta a mesada que recebe de seu pai da seguinte forma:

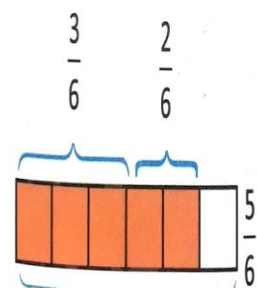
$\frac{3}{6}$  com roupas e  $\frac{2}{6}$  com passeios ao cinema. O

restante, Mila guarda em seu cofrinho.

a) Quanto Mila gasta de sua mesada por mês?

Solução:

$\frac{3}{6}$  com roupas e  $\frac{2}{6}$  com cinema.

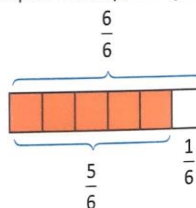


AresTT/Shutterstock

b) Qual é a fração que representa quanto Mila guarda de sua mesada por mês?

Solução:

A mesada é representada por  $\frac{6}{6}$ , e o gasto mensal é representado pela fração  $\frac{5}{6}$ .



Logo:

$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$  Mila guarda  $\frac{1}{6}$  de sua mesada a cada mês.

Para somar ou subtrair números representados por frações com mesmo denominador, devemos somar ou subtrair os numeradores e conservar o denominador.

### Frações com denominadores diferentes

Na situação a seguir, temos frações com denominadores diferentes.

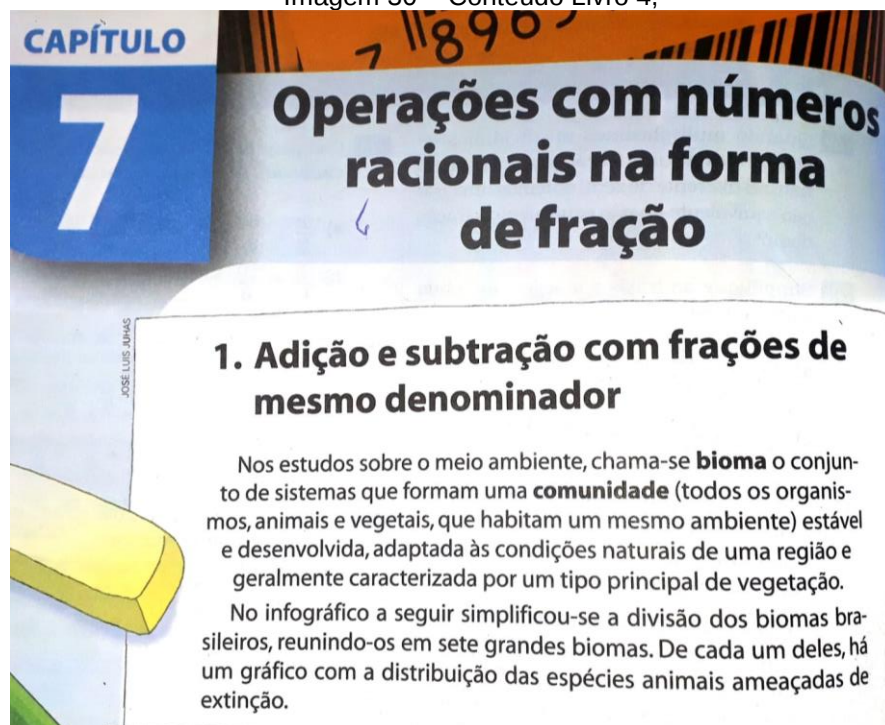
Veja:

a) Flávio e Alessandro compraram um refrigerante de 2 litros. Flávio bebeu  $\frac{2}{3}$  do refrigerante, e Alessandro,  $\frac{1}{4}$ . Qual é o número, na forma de fração, que representa a quantidade de refrigerante que os dois beberam?

Fonte: Santos e Maymone (2012)

A imagem inicia a forma como a adição e subtração são referidas nesse livro. O livro faz referências com exemplos e com pequenas atividades. A cada ponto faz transição de como as operações são feitas para a condição de um mesmo denominador. Noto que é usada a forma numérica e a forma da reta para desenvolver a explicação. O conceito da reta foi um dos exemplos citados por Rossy (2014).

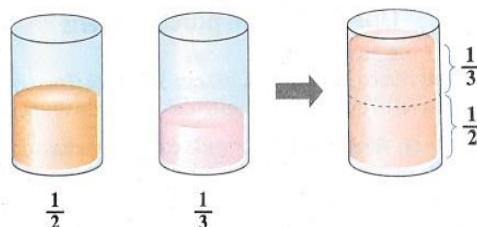
Imagem 30 - Conteúdo Livro 4,



## 2. Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Considere a seguinte situação:

Para fazer uma vitamina, Hugo encheu  $\frac{1}{2}$  copo com suco e  $\frac{1}{3}$  de um outro copo, igual ao primeiro, com iogurte. Em um terceiro copo, igual aos demais, ele despejou o suco e o iogurte nos outros dois copos.



A parte do terceiro copo que foi preenchida com a mistura pode ser representada por  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ .

Observe o que acontece se dividirmos o copo em 6 partes iguais, em que cada uma delas será  $\frac{1}{6}$  do copo:

Fonte: Bianchini (2013) Imagem 24-

A imagem traz a segunda parte das operações com números fracionários com denominadores distintos, opinativamente, é a parte que os conceitos são mais difíceis de serem aprendidos, ou serem significativos no contexto social do aluno. Para conceituar esse segmento, as relações de equivalência e MMC é mencionado por exemplo de um percurso de uma balsa. Aqui abrimos uma reflexão sobre o uso de balsas para tecer as relações fracionárias, tirando os estados portuários ou que necessitam esse transporte, o exemplo fica no campo imaginário do aluno e não no campo da realidade.

Imagem 31- Conteúdo Livro 5

• Que fração representa o trajeto percorrido por Antônio até a 2ª parada?  
Para responder a essa pergunta, precisamos fazer uma **adição de frações**.

fração do trajeto da 1ª até a 2ª parada:  $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$

fração do trajeto até a 1ª parada:  $\frac{3}{12}$       fração do trajeto percorrido:  $\frac{7}{12}$

Representando essa adição de frações por meio de uma figura, temos:

Em uma adição de frações cujos **denominadores são iguais**, adicionamos os numeradores e mantemos o denominador.

Que fração representa a parte do trajeto que Antônio ainda tem de percorrer?  
Para responder a essa pergunta, precisamos fazer uma **subtração de frações**. Para isso, subtraímos  $\frac{7}{12}$  (fração do trajeto percorrido) de  $\frac{12}{12}$ , que representa todo o trajeto.

fração do trajeto percorrido:  $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{12-7}{12} = \frac{5}{12}$

fração do trajeto que ainda falta ser percorrido:  $\frac{5}{12}$

**Porto Seguro**  
Marco do descobrimento.  
Porto Seguro, na Bahia, é uma das cidades mais antigas do Brasil. Nela, encontra-se o Monte Pascoal, primeiro ponto avistado pelos portugueses no descobrimento do Brasil. Um ponto turístico muito visitado em Porto Seguro é o Marco do descobrimento, fixado pelos portugueses em 1503.

Em uma subtração de frações cujos **denominadores são iguais**, subtraímos os numeradores e mantemos o denominador.

**Adição e subtração de frações com denominadores diferentes**  
Leticia e Márcio compraram uma pizza com 12 pedaços iguais. Leticia comeu  $\frac{1}{4}$  da pizza e Márcio,  $\frac{1}{6}$ . Que fração da pizza Leticia e Márcio comeram juntos?  
Diga aos alunos que considerem a pizza dividida em partes iguais, o que não ocorre na prática.

Para responder a essa pergunta, precisamos fazer uma **adição de frações**, ou seja, precisamos encontrar o resultado de  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ . Como as frações possuem denominadores diferentes, precisamos encontrar, inicialmente, frações equivalentes a  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{6}$  cujos denominadores são iguais.

Agora adicionamos as frações obtidas.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$$

Fonte: Souza e Pataro (2012)

Os livros como antecipa as páginas de conceituação não fazem diferente da abordagem do conteúdo. No entanto, deve-se ter uma atenção para o livro 4, dos cinco livros em análise, esse foi o material que separou um capítulo inteiro para abordar a adição e a subtração de frações. Todos os livros recorrem as imagens no primeiro tópico, denominadores iguais. Os livros 1 e 2 recorrem as questões matemáticas para explicar a relação de denominadores diferentes. O livro 2 é o único que fala de reduzir ao mesmo denominador, antes de chegar ao capítulo de

adição e subtração. Percebo que todos os livros não aprofundam nem um dos dois conceitos, nem o livro 4 que dedicou um capítulo para falar a respeito do conteúdo, a média de meia página de um LD para ensinar, explicar e fazer-se entender um assunto de tamanha complexidade.

Nos livros 1 e 4, no que está relacionado à adição e subtração com denominadores diferentes, há duas vertentes, que julgo até apropriadas, a questão de equivalência e MMC, como as operações ocorrem após o capítulo de equivalência partir desse ponto é o caminho adequado, ou seja, a etapa correta de prosseguimento. Em questão ao MMC, há uma complicação maior, porque há outras relações a serem levadas em consideração, pois quando relacionamos o MMC às frações as quatro operações são usadas.

No livro 3, somente a estratégia do uso do MMC é feita. Mas como a imagem demonstra é uma passagem curta com poucos exemplos e exemplos fora de contexto atuais. Não há menções a jogos a vivência do aluno a estratégias de cognição, não incentiva o aluno a usar tais exemplos fora de sala.

Nos livros, 2 e 5, somente a equivalência faz parte da apresentação do conteúdo, e como no primeiro livro, esse tema é visto antes de chegar a esse propósito, o cálculo. Assim como o livro 3, esses livros passam de forma rápida pela parte mais importante da aprendizagem e que torna a Fração um dos temas mais difíceis de serem aprendidas como definiu Ananias (2019) em sua pesquisa diagnóstica.

Em resumo, os livros são materiais que estarão ao longo do ano com os alunos e de forma trágica, talvez nunca serão abertos fora da sala de aula, caso não tenham atividades de casa para serem feitas. Sei que é generalista pensar que um aluno pouco se vale do livro, quando esse não está em uso direto. Entendi que as abordagens nada convidativas do livro sejam as responsáveis para que tal situação seja uma verdade, mas não uma verdade absoluta. Em nossa análise, construímos a percepção que as etapas de aprendizagem, mesmo sem motivar alunos, são resultados de pesquisas anteriores de modelos de aprendizagem que em algum momento deu resultado positivo, porém, isso já não é uma realidade no ano de 2022.

### 3.13.2 Análise das atividades

Ao longo da análise fiz alguns questionamentos para encaminhar a análise dessa parte do material. Dessa forma, esta seção vem por meio de perguntas e respostas apresentar a análise das atividades dos livros didáticos, perguntas que foram feitas e respondidas são:

Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados?

Quais atividades abordam métodos imagéticos?

Quais atividades abordam o contexto discursivo?

Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?

Quais atividades abordam o contexto social do aluno?

O método que se utilizou é a amostragem de imagem, comparação entre atividades, contestação das perguntas e análise geral com os benefícios e dificuldades. As atividades analisadas são apenas de desenvolvimento aditivo e subtrativo que compõe o conteúdo introdutório do ensino de frações.

O livro 1 Teláris, apresenta 4 atividades problemas como finalidade de exercício.

Imagem 32- Atividade do livro 1

Atividades

**75 ▶** Efetue as adições e subtrações no caderno.

|                                                  |                                                              |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$     | e) $1\frac{3}{10} - \frac{8}{9} = \frac{37}{90}$             |
| b) $\frac{8}{5} - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$ | f) $\frac{3}{25} + \frac{2}{5} = \frac{13}{25}$              |
| c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$  | g) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{3}{10} = 1\frac{1}{4}$ |
| d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$    | h) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$   |

Assim como com números naturais, efetue primeiro a subtração das frações que estão entre parênteses.

**79 ▶** Roberta iniciou uma viagem com  $\frac{5}{6}$  do tanque abastecido e gastou, durante a viagem, o equivalente a  $\frac{2}{3}$  do tanque. O combustível que sobrou equivale a qual fração da medida de capacidade total do tanque?  $\frac{1}{6} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$

**80 ▶** Qual é o valor da expressão  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ ?  $\frac{1}{8}$

8

**Um pouco de História**

Além das frações unitárias, os egípcios usavam alguns símbolos especiais para representar algumas frações ou as representavam como a soma de frações unitárias. Veja algumas frações que tinham símbolos especiais.

Fonte: Dante (2018)

Os exercícios do livro 1- *Teráris* são divididos em diretos e problemas. Esse último usa os problemas para exercitar a aprendizagem de cálculo de frações, mas como vejo, não é feita a mesma relação no assunto disposto acima da grade de atividade. Exercitar o que o aluno aprendeu é uma forma de legitimar o que está escrito e o que está sendo dito. Também é verdade que há a necessidade de fazer

com que os alunos intuam e reflitam do como fazer. Nota-se que os exercícios não abordam o significado de frações no âmbito de denominadores diferentes, dessa forma, sem ter visto algo semelhante, ser voltar no significado de frações e sem expor ao aluno como deve-se pensar em casos que enunciado não é *resolva*, *calcule* ou *responda*, pode gerar conflitos com as atividades.

O livro 2 *Caminho para a Matemática* apresenta 7 atividades com finalidade de exercício.

Imagem 33- Atividade do livro 2

ATIVIDADES

Resoluções  
na p. 308

Responda às questões no caderno.

1. Calcule as frações e, se possível, simplifique o resultado.
  - a)  $\frac{1}{10} + \frac{7}{10} = \frac{4}{5}$
  - b)  $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$
  - c)  $\frac{1}{10} + \frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$
  - d)  $\frac{7}{15} - \frac{3}{15} - \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$
  - e)  $\frac{7}{20} + \frac{1}{20} + \frac{7}{20} = \frac{3}{4}$
  - f)  $\frac{5}{18} + \frac{11}{18} - \frac{13}{18} = \frac{1}{6}$
  - g)  $\frac{7}{6} + \frac{4}{6} - \frac{5}{6} + \frac{3}{6} - \frac{9}{6} = 0$
  - h)  $\frac{1}{20} + \frac{3}{20} + \frac{11}{20} - \frac{7}{20} = \frac{2}{5}$
4. Efetue as adições e subtrações, simplificando o resultado quando possível.
 

a)  $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{13}{24}$

b)  $\frac{9}{10} - \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$

c)  $\frac{5}{9} + \frac{2}{6} = \frac{8}{9}$

d)  $\frac{11}{15} - \frac{1}{2} = \frac{7}{30}$
5. No primeiro dia de trabalho, Arnaldo pintou  $\frac{1}{8}$  de uma parede e, no segundo dia, pintou  $\frac{3}{8}$  da mesma parede. Avalie se o que ele fala é correto. **Sim.**



Fonte: Junior e Castrucci (2019)

Diferente do Livro 1, o livro 2 construiu as atividades conforme as apresentações do conteúdo. Além disso, o formato dos enunciados é considerado padrão e no requisito da Análise do Discurso são chamados de decodificadores. Nessas conjecturas, as interpretações não são feitas de forma subjetiva ou cognitivas como sugere Góes (2000) e Mortimer (2002), são elucidações de um aprendente que conhece as letras, mas não o significado das perguntas. Diferentemente do que apresenta o livro 1, o livro 2 coloca exatamente o que se apresenta no decorrer do capítulo.

O livro 3 *Formando Cidadão* apresenta 15 atividades combinadas, com a finalidade de aprimorar o ensino.

Imagem 34- Atividade do Livro 3

66. Faça as adições e simplifique o resultado quando for possível.

a)  $\frac{2}{9} + \frac{5}{3} =$

b)  $\frac{1}{8} + \frac{3}{2} + \frac{4}{5} =$

c)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

d)  $3 + \frac{2}{5} =$

e)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

f)  $\frac{11}{12} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$

72. Calcule

a)  $\frac{5}{4} - \frac{4}{5} =$

b)  $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} =$

c)  $3 - \frac{2}{5} =$

74. Eduardo gasta  $\frac{2}{5}$  do que ganha em alimentação e  $\frac{1}{4}$  do que ganha em despesas de condução. Que fração do que Eduardo ganha sobra para as outras despesas?

75. José Roberto gasta  $\frac{1}{3}$  do seu dia dormindo,  $\frac{1}{6}$  do seu dia para se alimentar e  $\frac{1}{12}$  do seu dia cuidando de sua higiene. Que fração do dia sobra para as outras atividades?

76. Carol está colecionando figurinhas. Já conseguiu preencher  $\frac{5}{8}$  do seu álbum. Que fração do álbum está lhe faltando para preencher?

77. Ao construir sua casa, Ciro usou  $\frac{1}{3}$  do terreno.  $\frac{1}{4}$  do terreno, ele reservou para o jardim. Qual a fração do terreno que ficou livre?

a)  $\frac{5}{4} - \frac{4}{5} =$

b)  $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} =$

c)  $3 - \frac{2}{5} =$

Fonte: Santos e Maymone (2012)

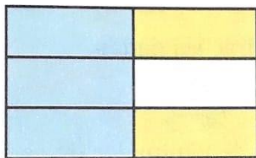
O livro 3 faz uma tentativa de explorar tudo o que foi ensinado de forma direta e por meio de problemas. Ele equilibra os pontos, no entanto, assim como livro 1, pede do aluno uma competência que não foi desenvolvida durante o capítulo, pois como foi posto em imagem a forma curta com o que o assunto é mencionado, não deu espaço para aplicabilidade de atividades como as do número 71 e 78. Para revolucionar tal grade o aluno precisaria ter visto aplicabilidades com e sem sinais matemáticos: parênteses, colchetes e chaves e para os problemas deveriam compreender e interpretar as questões, afim de resolvê-las pelo método do MMC, o único apresentado no capítulo.

O livro 4 *Edwaldo de Bianchini* apresenta 14 atividades com a finalidade de aprimorar o conteúdo.

Imagem 35- Atividade do livro 4


**EXERCÍCIOS PROPOSTOS**

**8** Considere a figura e resolva.



NELSON MATSUDA

- Determine a fração de denominador 2 que representa a parte pintada de azul.
- Determine a fração de denominador 3 que representa a parte pintada de amarelo.
- Qual é a fração que representa a parte não branca da figura?
- Determine a fração que representa a parte branca da figura.
- É possível responder aos itens **c** e **d** por meio de operações com frações? Justifique.

**9** Reduza as frações ao mesmo denominador, faça os cálculos no caderno e dê o resultado com a fração mais simples

**14** Um motorista saiu da cidade A em direção cidade B. No primeiro dia, percorreu  $\frac{1}{2}$  da distância que separa as duas cidades e no segundo dia,  $\frac{1}{3}$  dessa mesma distância. Agora, responda às questões em seu caderno.

- Qual é a fração que representa a distância percorrida após os dois dias de viagem?
- Qual é a fração que representa a distância que falta para chegar à cidade B?
- Sabendo que a distância que falta para chegar à cidade B é de 60 quilômetros, qual é a distância entre essas duas cidades?

**15** No período da manhã da escola Crescer e Aprendendo, o número de meninos representa  $\frac{3}{5}$  do número total de alunos.

Fonte: Bianchini (2013)

O livro 4, dos que foram analisados, é que permite ao aluno ter diferentes visões de como as frações podem ser apresentadas no livro. Condiz com alguns dos exemplos que o livro traz. Isso porque, até este momento, os livros incubem ao aluno uma noção do que é fração e como ela irá se apresentar por pizza e chocolates, por figuras e comandos diretos, mas no que diz respeito aos problemas elaborados com situações hipotéticas não afloram as habilidades solicitadas pela BNCC, interpretar diferentes situações. Para isso o aluno tem que ser levado a

pensar a respeito do que está fazendo até que se torne natural.

O livro 5 *Vontade de Saber* possui 10 questões com a finalidade de aprimorar o que foi discutido no capítulo.

Imagem 36- Questões



a) Em relação à pilha, escreva uma fração para representar o número de cubos:

- azuis  $\frac{17}{72}$
- verdes  $\frac{15}{72}$  ou  $\frac{5}{24}$
- vermelhos  $\frac{28}{72}$  ou  $\frac{7}{18}$

b) Que fração representa o número de cubos da pilha que não são brancos?

**64** Conforme projeção feita pelo IBGE, cerca de  $\frac{9}{68}$  da população brasileira terá 70 anos ou mais em 2050. Que fração corresponde à projeção da população brasileira que terá menos de 70 anos em 2050?

**65** Calcule.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{19}{24}$

b)  $\frac{5}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{18}$

c)  $\frac{8}{7} + \frac{5}{3} = \frac{59}{21}$

d)  $\frac{5}{4} - \frac{10}{9} = \frac{5}{36}$

e)  $\frac{23}{16} - \frac{5}{6} = \frac{29}{48}$

f)  $\frac{7}{12} + \frac{14}{5} = \frac{203}{60}$

**69 Contexto**

O triatlo é uma modalidade esportiva criada nos Estados Unidos em 1974 e teve sua primeira prova realizada no Brasil em 1983 no Rio de Janeiro. Essa modalidade consiste na realização consecutiva de três etapas: natação, ciclismo e corrida pedestre. Nos Jogos Olímpicos, o triatlo é composto de 1500 m de natação, 40000 m de ciclismo e 10000 m de corrida. No entanto, existem outras categorias de triatlo em que há uma variação nessas distâncias.

Em certa competição de triatlo, os atletas devem nadar  $\frac{1}{25}$  do percurso, correr  $\frac{1}{5}$  e pedalar o restante.

a) Que fração do percurso um atleta deve percorrer sem a bicicleta?  $\frac{6}{25}$

b) Que fração do percurso o atleta percorre com a bicicleta?  $\frac{19}{25}$

c) Sabendo que nessa competição o percurso total é de 7500 m, quantos metros corre...

**127**

Fonte: Souza e Pataro (2012)

O livro 5 é típico livro que tenta fazer atividades mais discursivas e subjetivas. Parece claro que os matemáticos relacionam subjetividade e interação com a quantidade de linhas escritas em uma questão. O saber matemático na questão 69 fica perdido na tentativa de ler e entender a questão, relacioná-la com a imagem e impor ali o que o capítulo ensinou sobre adicionar e subtrair. Ao mesmo tempo questões como a 65 só pede que o aluno tenha aprendido como resolver tal questão.

Viu-se nas imagens as tipologias das frações usadas como internalização do saber matemático. Os livros solicitam do aluno sua compreensão sobre o conteúdo de soma e subtração, além da divisão e multiplicação. A maior parte das questões estão no livro como uma medidora de conhecimento, ou seja, uma pergunta direta que não instiga e não define uma relação extra livro com o conteúdo. Foi posta para quantificar a aprendizagem do estudante.

Configuram-se as atividades de abordagem imagética como frutos da reforma

de 80, onde o objetivo é demonstrar atividades enunciativas com finalidade calculista no final. Percebe-se, também, que os aspectos dessas atividades ocorrem em campos hipotéticos e não consolidam a criatividade e se forem realizadas em sala poderiam conferir ao estudante um afastamento maior do contexto.

Os livros diferenciam-se em poucas ocasiões como o livro 1 que preza pelo equilíbrio de balancear as atividades de um (denominadores iguais) e do outro (denominadores diferentes). Ou o livro 4 que dos livros analisados é o que possui atividades com comando diferentes para o conhecimento dos alunos se abrangentes.

É importante que seja dito que as análises feitas foram organizadas com base no que o livro apresenta, na literatura descrita nesses materiais. Observou-se que as atividades nos casos já citados não correspondiam com o assunto apresentado, isso deixou espaços para inferências a partir do que os autores Rossy (2014), Góes (2000) e Santos (2008) apontaram sobre como é e como deveriam ser essas atividades.

A partir do que se expôs aqui, chegou-se à conclusão, com base na lista de questões, que se pautou no início desta análise e foram postas adiante.

### 3.14 CONCLUSÕES DA ANÁLISE DOS LIVROS

As conclusões foram feitas com base no conceito e exercícios propostos pelos livros analisados, respondendo as questões indicativas e contrapondo nossas conclusões com as teorias de aprendizagem aqui levantas, Análise do discurso, Abordagem Microgenética, Teorias das situações didática, Sequências didáticas e Unidade Articuladas. A primeira conclusão foi apresentada em uma tabela com as questões respondidas para cada livro.

Quadro 23- Síntese da análise dos livros

| Questão norteadora                                           | Livro 1                                |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Como o conceito de fração é abordado?                        | Por conceito de parte e todo e imagem. |
| Quais atividades abordam o contexto discursivo?              | 68 a 75                                |
| Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados? | Abordagem direta ad MMC                |
| Quais atividades abordam métodos imagéticos?                 | 69 e 72                                |

Fonte: Produção nossa

Quadro 23- Síntese da análise dos livros continuação

|                                                              |                                       |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?          | Não há                                |
| Quais atividades abordam o contexto social do aluno?         | Não há                                |
| <b>Questão norteadora</b>                                    | <b>Livro 2</b>                        |
| Como o conceito de fração é abordado?                        | Por exercícios teóricos.              |
| Quais atividades abordam o contexto discursivo?              | 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 |
| Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados? | MMC Abordagem indireta ao             |
| Quais atividades abordam métodos imagéticos?                 | Não há                                |
| Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?          | Não há                                |
| Quais atividades abordam o contexto social do aluno?         | Não há                                |
| <b>Questão norteadora</b>                                    | <b>Livro 3</b>                        |
| Como o conceito de fração é abordado?                        | Por exposição histórica               |
| Quais atividades abordam o contexto discursivo?              | 74, 75, 76, 77, 78, 79                |
| Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados? | MMC Abordagem direta ao               |
| Quais atividades abordam métodos imagéticos?                 | Não há                                |
| Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?          | Não há                                |
| Quais atividades abordam o contexto social do aluno?         | Não há                                |
| <b>Questão norteadora</b>                                    | <b>Livro 4</b>                        |
| Como o conceito de fração é abordado?                        | Os números no cotidiano               |
| Quais atividades abordam o contexto discursivo?              | 1, 2, 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16,     |
| Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados? | Abordagem equivalência de frações     |
| Quais atividades abordam métodos imagéticos?                 | 1, 8, 15                              |
| Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?          | Não há                                |
| Quais atividades abordam o contexto social do aluno?         | Não há                                |
| <b>Questão norteadora</b>                                    | <b>Livro 5</b>                        |
| Como o conceito de fração é abordado?                        | Imagens                               |
| Quais atividades abordam o contexto discursivo?              | 62, 64, 66, 67, 68, 69, 70            |
| Quais aspectos sobre a Adição e subtração são identificados? | Abordagem frações equivalente e MMC   |
| Quais atividades abordam métodos imagéticos?                 | 62, 63, 66, 67, 69, 70                |
| Quais atividades fazem uma abordagem microgenética?          | Não há                                |
| Quais atividades abordam o contexto social do aluno?         | 70*                                   |

Fonte: Produção nossa

Os livros, como ferramenta de apoio, ainda não cumprem com as expectativas das teorias abordadas nesta pesquisa. Não evidencio uma colaboração efetiva do aluno em realizar atividades propostas no LD.

No que se fere a Análise do Discurso, as atividades não discursivas não

apresentam a relação interpretativa e nem empírica e as atividades discursiva ampliada usa a competência do cálculo, mas a análise linguística não é estratificada. A respeito da Abordagem Microgenética, na qual o sujeito é o integrante mais importante, não encontro menção para dar espaço a essa abordagem.

A teoria das situações didáticas, nem uma das atividades usam situações para promover o ensino e aprendizagem de frações, usam o campo figurado e da possibilidade. São exercícios que reforçam o que Santos (2008) exprimiu sobre o uso deste material de forma mínima no espaço que a ele lhe foi conferido.

Logo, percebemos neste capítulo que o livro didático é o principal suporte de ensino do educando, logo esta ferramenta é um produto de reprodução de significados mínimos de apoio que não cumpre todas as expectativas.

No próximo capítulo teremos um aprofundamento sobre o objeto matemático desta pesquisa corelacionado numa perspectiva da ciência, fornecendo subsídios para elaboração da sequencia didática.

#### 4 SOBRE A FRAÇÃO E SUAS OPERAÇÕES (ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO)

Este capítulo trouxe a concepção de fração com base em Freitas e Barbosa (2007) que apresenta vários significados. Dentre eles está:

[...] o significado operador ocorre quando a fração assume o papel de transformar uma situação inicial para produzir uma situação final. Quando calculamos, por exemplo, uma fração de uma quantia, a situação inicial é a quantia, o operador é a fração e a situação final é a quantia correspondente a essa fração.

Freitas e Barbosa (2007) exploram tal afirmação por ela ser a mais complexa comparada aos outros significados, já dispostos anteriormente. Todavia, os autores afirmam ser o fator base para a escrita e as operações matemáticas desses números.

Para representar graficamente a fração usa o parâmetro de  $\frac{a}{b}$  onde a é denominado de numerador e b denominador.

Exemplos de frações:

Ainda que haja outras possibilidades como a fração mista, a fração algébrica, para o interesse desta pesquisa o estudo está aparato somente, na formação do tipo 1 (para melhor representar)  $\frac{a}{b}$ . A partir dessa base a primeira operação estudada é a adição de frações do tipo  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$  na correspondência matemática os denominadores representados pela letra b são iguais isso quer dizer que: se na fração 1 o valor de b = 2 na fração 2 a letra b = 2 da mesma forma, a essa representação são chamadas de frações de mesmo denominador.

Diferente da fração de mesmo denominador, as frações do tipo 2 (para melhor representar)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  correspondem a representação do denominador da fração b = 2 (na primeira), na segunda fração d = 4 (na segunda). Essas frações se denominam de fração de denominadores diferentes. Com base nessas informações as operações matemáticas que envolvam a adição e a subtração desses números seguirão caminhos diferentes para serem solucionados. É com base nessa diferenciação que Freitas e Barbosa (2007) afirmam que “uma fração de uma quantia, a situação inicial é a quantia, o operador é a fração e a situação final é a quantia correspondente a essa fração” e para que cada forma operação seja realizada é necessário entender quando cada uma está representada e como

resolvê-las.

Para a adição de frações de mesmo denominador é necessário trabalhar somente com os numeradores, inicialmente, que resultam na representação abaixo.

**Exemplo de operação de adição de fração do tipo 1:**

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2}.$$

A compreensão é que os numeradores são as frações da quantia do denominador, ou seja, os algarismos 1 e 3 ao se adicionarem formam uma nova fração de denominador 2. Para esta representação não houve a simplificação que teria como resposta final o algarismo 2. Pois neste caso outro significado da fração estaria em uso, a divisão do numerador pelo denominador.

Para a subtração de frações de mesmo denominador o histórico de cálculo é o mesmo. Primeiro identificar os numeradores, depois efetivar a operação de subtração.

**Exemplo de operação de subtração do tipo 1:**

$$\frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$

O exemplo retoma o passo a passo do primeiro, porém não é a única forma de construir a resolução da operação.

**A resolução também pode ser feita em passos deparados.**

Na adição:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = (1+3) = 4 = \frac{4}{2}$$

Na subtração:

$$\frac{4}{2} - \frac{1}{2} = (4-1) = \frac{3}{2}$$

Separa-se os numeradores e depois agrega o resultado a fração repetindo o denominador.

O processo para os denominadores iguais são, aparentemente mais fácil de serem resolvidos. No entanto, para conseguir as resoluções de frações do tipo 2 é fundamental compreender as do tipo 1. Para tanto, segue os exemplos das frações

do tipo 2.

Exemplo de adição de fração do tipo 2.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{2}$$

Para resolver fração do tipo 2 é necessário reduzir ao mesmo denominador, por isso, aluno deve ter conhecimento inicial da fração de tipo 1.

Redução ao mesmo denominador.

As frações possuem como denominadores os algarismos 5 e 2. Para reduzir ao mesmo denominador algumas passos podem ser seguido.

**1 possibilidade**, a multiplicação: Separa-se da conta os denominadores e multiplica-os. Então encontraremos um denominador comum.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{2} = (5 \cdot 2) = 10$$

**2 possibilidade: O** menor múltiplo comum (MMC): Separe os denominadores e divide-os em números primos e ao final multiplique os resultados.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{2}$$

|     |          |
|-----|----------|
| 5,2 | 2        |
| 5,1 | 5        |
| 1,1 | 5x2 = 10 |

**3 possibilidades**, frações equivalentes, multiplicar ou dividir frações por números inteiros até terem o mesmo denominador.

$$\frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{10} \qquad \frac{3}{2} \times 5 = \frac{15}{10}$$

Deve-se ter cuidado, pois as equivalências são necessárias ser feitas até encontrar o denominador. Cada possibilidade tem uma forma diferente, porém o mesmo resultado. No entanto, outro cuidado, para a possibilidade 1, pois quando os denominadores já fazem parte de uma sucessão de múltiplos, multiplicá-los não ocasionará no resultado “correto” e irredutível.

**Exemplo:**

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4} = (2 \times 4 = 8)$$

**Pela possibilidade 1**, ao multiplicar (2.4) o resultado é 8.

|     |         |
|-----|---------|
| 4,2 | 2       |
| 2,1 | 2       |
| 1,1 | 2x2 = 4 |

Observando a possibilidade 2 entende-se que pela multiplicação e pela fatoração os resultados não são iguais. Com isso, abre-se um parêntese de que para toda regra há uma exceção, quando os denominadores forem pares ou ímpares o melhor na redução é a fatoração por números primos.

Tais informações são necessárias para que a questão dos numeradores forme uma organização menos complexas.

#### 4.1 A QUESTÃO DOS NUMERADORES

Nesta seção foi tratada a questão dos numeradores, pois ao reduzir uma fração a um único denominador e como foi retratado na possibilidade 3 modificam-se os numeradores para que a fração mantenha seus propósitos matemáticos e seus próprios significados.

Para a possibilidade 1, ao multiplicar os denominadores se pode multiplicar também os numeradores por meio da equação representativa:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{5}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{(a.d)+(b.c)}{(b.d)} = \frac{(5.4)+(2.3)}{(2.4)} = \frac{(20)+(6)}{(8)} = \frac{26}{(8)}: 2 = \frac{13}{4} \text{ ou}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{(5.4)+(3.2)}{(2.4)} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4}$$

**Denominadores:** (2.4) denominador comum 4.

**Numeradores** (5) e (3). Novos numeradores 20 e 6.

Para fazer a relação (a.d) e (b.c) é necessário multiplicar o numerador da primeira fração com o denominador da segunda fração e o denominador da primeira

fração com o numerador da segunda fração. A simplificação final faz parte da realização do cálculo, pois entre 2 e 4 o menor múltiplo comum é 4. A escolha em dividir pelo algarismo 2 porque os numeradores são pares e ao simplificar uma vez não se permite mais simplificações.

Para a possibilidade 2, ao encontrar o MMC aplica-se a regra anterior em uma expressão simples e mais comum.

$$\frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \text{MMC} - 4$$

$$4:2.5 = 10$$

$$4:4.3 = 3$$

$$10-3 = 7$$

Ao encontrar o valor do MMC divide-se o resultado pelo primeiro denominador e multiplica-se pelo numerador, o mesmo ocorre com a segunda fração. Esse método evita problemas de concepção de regras, quando o aluno aprende aquela regra que considera mais fácil, porém não conseguem aplicá-las em formatos diferentes. Como:

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{2}{4}$$

Mais de uma operação envolvida ou mais de duas frações envolvidas. Pois a série de dividir e multiplicar se repete com todas as frações. O que com a primeira o aluno talvez tivesse dúvidas para qual regra e sequência seguir ou em qual proporção seguir. A vista:

$$\textbf{Possibilidade 1: } \frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{2}{4} = (1.3.2) \text{ e } (2.5.4) \text{ e } (2.3.4) = \frac{(1.3.2)+(2.5.4)}{(2.3.4)} = \frac{(6)+(40)}{(24)} = \frac{46}{24}$$

$$: 2 = \frac{13}{12}$$

OBS: Na exemplificação a subtração desapareceu e somente a adição permaneceu, fato claramente que não pode ocorrer.

$$\textbf{Possibilidade 2: } \frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{2}{4} = \frac{(1.3)+(2.5)}{(2.3)} = \frac{(3)+(10)}{(6)} = \frac{(13)}{(6)} - \frac{2}{4} = \frac{(13.4)-(6.2)}{(6.4)} : 4 = \frac{52-12}{24} =$$

$$\frac{40}{24} : 8 = \frac{5}{3}$$

Percebe-se como a sequência é importante para a finalização do cálculo e da resolução adequada dessas operações? O mesmo não se passa com a segunda possibilidade e terceira possibilidade.

**Numerador com mais de duas frações na segunda possibilidade.**

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{2}{4}$$

|       |         |
|-------|---------|
| 4,3,2 | 2       |
| 2,3,1 | 2       |
| 1,3,1 | 3       |
| 1,1,1 | 2x2x3 = |
|       | 12      |

Fração 1 =  $(12:2).1 = 6$ ;      Fração 2 =  $(12:3).5 = 20$ ;      Fração 3 =  $12: 4.2 = 6$

Adicionando:  $6 + 20 - 6 = 20$

$$\frac{6+20-6}{12} = \frac{20}{12} : 4 = \frac{5}{3}$$

Na terceira possibilidade, a equivalência encontra-se ao mesmo tempo o numerador e o denominador, evitando múltiplos cálculos com a divisão e a multiplicação. Este capítulo objetivou demonstrar as frações e as operações de adição e subtração. A partir do próximo capítulo apresentou-se a metodologia para aplicação da sequência didática e a abordagem das frações.

## 5 CONSTITUIÇÃO, APRESENTAÇÃO E APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática faz parte dos novos métodos de ensino, já a fração, é um conteúdo integrante da matemática da Antiguidade Grega. Abrir os espaços necessários para que um objeto de estudo como a sequência didática (SD) e um conteúdo expansivo como o conhecimento introdutório das frações, anteriormente apresentado, é, sem dúvida um desafio.

Mostrar como esse conteúdo pode ser aplicado de forma mais integrativo e menos clássico é outro desafio. Dessa forma, constatou-se que o professor que ministra esse assunto pode fazê-lo por meio de uma SD.

O estruturante da SD foi composta por 3 unidades de UARC:

- ✓ Unidade Conhecimento da temática
- ✓ Unidade Sistematização e aprofundamento.
- ✓ Unidade Concepção e realização.

Na Unidade 1: Conhecimento da temática há uma atividade inicial com base no diálogo em sala, e pequenos exemplos no quadro levando em consideração o contexto social de uso da Fração, chamada de atividade diagnóstica social. Essa primeira fase é posta com o objetivo de reconhecer o nível os alunos advêm de um processo educacional pandêmico.

### 5.1 UARC 1 - CONHECENDO AS FRAÇÕES, LEITURA E TIPO DE FRAÇÕES

**OBJETIVO:** Consolidar o conceito de frações, identificar do numerador e denominador, tornar capaz a leitura de frações, por parte dos alunos, identificar os tipos de frações, representar frações de diferentes formas consolidando o entendimento conceitual.

**ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR:** O professor deve verificar o conhecimento dos alunos a respeito dos conceitos de frações

**MATERIAL UTILIZADO:** Quadro branco, lista com situações problemas, papel, caneta.

**Procedimentos:** Leia a atividade proposta e resolva a questão.

O indicativo após as respostas dos alunos é que o professor abra uma roda de conversa contribuindo com as informações do seu dia a dia para que os alunos entendam tal ato como interação e participação.

**Intervenção Exploratória [I<sub>E</sub>]:** Frações podem ser representadas graficamente, como um círculo dividido em partes iguais?

**Intervenção Exploratória [I<sub>E</sub>]:** Quem já usou uma linguagem fracionaria?

#### QUESTÃO 01

**Intervenção Exploratória [I<sub>E</sub>]:** Transcreva em forma numérica com algarismos as frações que aparecem nas sentenças mencionadas a seguir:

a) Maria comeu três oitavos do bolo de açaí.

b) Na pitchula, ainda há quatro décimos de baré.

c) Pedro comprou sete doze avos de pacotes de café.

(I<sub>R</sub>): O numerador representa a quantidade ou número de partes que estão sendo consideradas enquanto o denominador representa o total de partes que compõem o todo

d) A água cobre dois terços da superfície do planeta Terra.

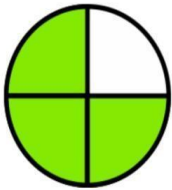
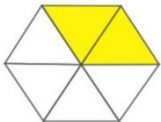
e) Jonas caminhou quarenta e cinco centésimos da pista de corrida dos carros de fórmula 1.

**Intervenção Exploratória [I<sub>E</sub>]:** e agora? Quem já usou uma linguagem fracionária?

**INTERVENÇÃO FORMALIZANTE<sub>1</sub>:** Frações são úteis na conceituação de porcentagens, permitindo que as pessoas entendam melhor como elas funcionam e como são convertidas para outras formas de representação numérica.

## QUESTÃO 02

**[I<sub>E</sub>]:** Semelhantemente ao exercício anterior, agora considerando cada figura como um inteiro de partes iguais, escreva a fração que representa a parte colorida e a respectiva leitura

|                                                                                     |              |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|  | Fração: ____ |
|  | Fração: ____ |

## QUESTÃO 03

**[I<sub>E</sub>]:** Sabendo que o numerador corresponde ao total de partes destacadas de um inteiro, e denominador é em quantas partes cada inteiro esta dividido, escreva e

represente graficamente (com figura) as frações:

a) De numerador 2 e denominador 3

b) De numerador 1 e denominador 7

c) De numerador 6 e denominador 10

INTERVENÇÃO REFLEXIVA<sub>2</sub> (IR): As frações são parte do dia a dia cada um de vocês, às vezes vocês não percebem que estão usando

#### QUESTÃO 04

[I<sub>E</sub>]: Escreva e Classifique as frações a seguir em própria, impróprias ou aparentes:

A) Três sétimos –

B) Dois terços –

C) Cinco décimo -

D) Sete quintos -

E) Vinte e dois centésimos –

F) Sete vinte avos -

G) Trinta e dois oitavos –

H) Doze terços –

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE<sub>2</sub> [IF]: Frações equivalentes representam a mesma quantidade, mesmo que pareçam diferentes por causa da representação

numérica ou graficamente.

### QUESTÃO 05

[ I<sub>E</sub>]: Qual o número misto que representa a imagem a seguir:



## 5.2 UARC 2 SOMA E SUBTRAÇÃO COM DENOMINADORES IGUAIS E DIFERENTES

**TÍTULO:** Sistematização e aprofundamento, Soma e subtração.

**ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR:** **aprofundar os conhecimentos obtidos na Unidade 1**

**MATERIAL UTILIZADO:** lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

**Objetivo para o aluno:** Reconhecer os denominadores semelhantes e diferentes.

**Objetivo:** Desenvolver habilidades de soma e subtração de frações com o mesmo denominador ou denominadores diferentes

**Material:** Quadro branco, lista com situações problemas, papel, caneta.

### QUESTÃO 01

**Intervenção Exploratória [ I<sub>E</sub>]:** Qual o valor da soma das frações abaixo?

$$\frac{10}{5} + \frac{23}{5}$$

A)  $\frac{33}{10}$

B)  $\frac{33}{5}$

C)  $\frac{20}{10}$

D)  $\frac{13}{10}$

## QUESTÃO 02

[ I<sub>E</sub>]: Assinale a alternativa que corresponde ao cálculo correto do item a seguir:

$$\frac{15}{4} - \frac{6}{2}$$

A)  $\frac{6}{4}$

B)  $\frac{3}{4}$

C)  $\frac{11}{2}$

D)  $\frac{6}{2}$

## QUESTÃO 03

[ I<sub>E</sub>]: Qual o valor da diferença das frações apresentada abaixo:

$$\frac{60}{15} - \frac{35}{15}$$

A)  $\frac{25}{15}$

B)  $\frac{3}{5}$

C)  $\frac{25}{0}$

D)  $\frac{5}{15}$

#### QUESTÃO 04

[ I<sub>E</sub>]: Calcule o valor da expressão envolvendo frações a seguir:

$$\frac{34}{17} + \frac{80}{17}$$

A)  $\frac{114}{7}$

B)  $\frac{114}{17}$

C)  $\frac{114}{34}$

D)  $\frac{100}{34}$

## QUESTÃO 05

Efetue a operação a seguir corretamente:

$$\frac{12}{3} + \frac{8}{5}$$

A)  $\frac{68}{10}$

B)  $\frac{20}{8}$

C)  $\frac{5}{2}$

D)  $\frac{84}{15}$

## QUESTÃO 06

Efetue a operação entre frações abaixo:

$$\frac{27}{3} - \frac{13}{2}$$

A)  $\frac{15}{6}$

B)  $\frac{5}{3}$

C)  $\frac{14}{1}$

D)  $\frac{14}{6}$

Questão 07. SUPER BINGO.

Agora então pinte as cédulas da tabela de acordo com as respostas CORRETAS dos seis itens anteriores e identifique que palavra formou

| Q / letras | A | B | C | D |
|------------|---|---|---|---|
| Q1         | Ç | F | A | O |
| Q2         | F | R | A | Ã |
| Q3         | A | O | Ç | F |
| Q4         | O | Ç | F | R |
| Q5         | R | A | O | Ã |
| Q6         | O | F | Ç | R |

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

[If] A soma de frações com denominadores iguais conserva-se o denominador e soma os numeradores, e caso ocorra dos denominadores forem diferentes é necessário uma manipulação, em busca de um denominador comum para realização da operação.

**INTERVENÇÃO FORMALIZANTE<sub>1</sub>:** Frações podem ser somadas, subtraídas, multiplicadas e divididas como números inteiros, mas requerem operações diferentes

### 5.3 UARC 3- RELACIONAR O PROBLEMA COM SUA SITUAÇÃO REAL

**TÍTULO:** Concepção e realização, Relacionar o problema com sua situação real

**OBJETIVOS:** Resolver problemas que envolvam os cálculos da adição e subtração de frações com denominadores iguais ou diferentes..

**ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR:** verificar se o tema e o objeto foram aprendidos, se os procedimentos foram suficientes ou se serão necessários mais procedimentos.

**MATERIAL UTILIZADO:** lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

#### QUESTÃO 01

**[I<sub>R</sub>]** Se Lourival tem  $\frac{1}{3}$  de um bolo e Arthur tem  $\frac{1}{4}$  do mesmo bolo, quanto do bolo eles têm juntos?

#### QUESTÃO 02

**[I<sub>R</sub>]** Se uma pizza, típica de camarão com jambu, foi dividida em 8 pedaços e eu comi  $\frac{2}{8}$ , quantos pedaços ainda sobraram?

#### QUESTÃO 03

**[I<sub>R</sub>]** A estrada que une duas cidades, Belém e Ananindeua está sendo reformada. Se  $\frac{1}{3}$  já foi reformada e ainda faltam 20 km, qual o comprimento desta rodovia?

#### 5.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia seguiu as orientações do programa de pós graduação e ensino de matemática da Universidade Estadual do Pará (UEPA). Como definição metodológica a pesquisa utilizou o que Gil (2008) definiu como pesquisa “Pode se definir pesquisa como o processo formal e sistêmico de desenvolvimento do método científico.

O objetivo fundamental da pesquisa é descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos” (Gil, 2008, p. 26). Esse buscar por respostas, que o autor propõe em sua definição, converge com este trabalho, pois como vem sendo descrito, a finalidade desse processo é responder à questão e cumprir com os objetivos aqui propostos.

Em construção de todo o trabalho literário, prático e escrito outros aspectos desta pesquisa foram pontuados a partir das considerações de Gil (2018) e Pescuna e Castillo (2005). Diante disso, a proposta da pesquisa foi considerada nos aspectos da metodologia da pesquisa em: Finalidade, nível, envolvimento do pesquisador na pesquisa, delineamento da pesquisa, natureza da pesquisa e dimensão ética da pesquisa que envolve seres humanos. Tais aspectos foram necessários para determinar os passos metodológicos do processo.

O primeiro ponto, a finalidade, esteve pautada na concepção de Gil (2008), para este autor a pesquisa aplicada “apresenta muitos pontos de contato com a pesquisa pura, pois depende de descobertas e se enriquece com o seu desenvolvimento” (Gil, 2008, p. 27). A pesquisa pura, citada, está relacionada a construção de teorias, o que divergem nas duas é que a pesquisa de finalidade aplicada, tem preocupação com as consequências da prática, o que segundo GIL, (2008) a pesquisa pura não tem tal pensamento.

O segundo ponto, o nível da pesquisa, foi elaborado em dois pontos de visão, o de Gil (2008) e Pescuna e Castillo (2005). Na visão de Gil (2008) há três níveis de pesquisa, para este trabalho, somente um é necessário, a pesquisa exploratória, está se caracteriza pelo “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação” (Gil, 2008, p. 27). Em contra ponto, Pescuna e Castillo (2005) dividem em dois níveis a forma de pesquisa, o princípio científico e o princípio

educativo em suma:

Como *princípio científico*, a pesquisa implica diálogo constante com a realidade com a finalidade de descobrir e criar conhecimento fundamentado no confronto entre teoria, método, experiência e prática.

Com *princípio educativo*, a pesquisa promove a transformação, tanto pessoal quanto social. (Pescuna; Castillo, 2005, p. 13)

Por essas definições de Pescuna e Castillo (2005) expuseram com veemência os níveis desta pesquisa, pois há o diálogo com a realidade um dos objetivos é promover a transformação no grupo analisado.

O terceiro ponto, envolvimento do pesquisador na pesquisa é separado por Gil (2008) em três relações, sendo base para esta pesquisa o que Thiollent (1985) havia descrito e Gil (2008) considerou no seu livro com pesquisa-ação:

A pesquisa-ação, segundo a definição de Thiollent (1985, p. 14): "... é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo."(Thiollent, 1985, p. 14 apud Gil, 2008, p. 30)

A pesquisa-ação colabora com este trabalho por ser uma resolução de um problema de forma coletiva, estando explicitado na sequência didática em apêndice neste trabalho.

O quarto ponto, delineamento da pesquisa, está pautado em três aplicações do trabalho de Gil (2008), a primeira é a bibliográfica, ou seja, toda pesquisa parte dos estudos bibliográficos, a segunda é experimental, pois a aplicação da sequência didática permitiu que fosse realizada uma experiência e, por último, a pesquisa qualitativa, uma vez que este trabalho está pautado no ensino e no percurso.

O quinto ponto, natureza da pesquisa, foi constituído pelos autores Gil (2008) para se constatar que o trabalho descrito é de natureza aplicada, pois a SD foi o objeto de elaboração e aplicação.

O último ponto, a dimensão ética da pesquisa que envolve seres humanos, para Pescuna e Castillo (2005) quando uma pesquisa envolve corpus de experimentação o ser humano, como é o caso desta, deve-se se ser ético, pedindo autorização, quando menor de idade, aos responsáveis, não expor nome e sobrenome, codificar os participantes, como aqui foi feito.

Assim, esta pesquisa se define da seguinte forma: Pesquisa de finalidade e natureza aplicada, de nível exploratório e princípio científico e princípio educativo.

No que diz respeito ao envolvimento do pesquisador é uma pesquisa-ação de delineamento bibliográfico-experimental de cunho qualitativo. A respeito da ética, o presente trabalho, respeitou o anonimato dos participantes.

A seguir segue os procedimentos metodológicos da pesquisa e do grupo de aplicação.

O primeiro passo metodológico foi apresentado na introdução desta dissertação, a escolha pela Fração no seu conteúdo introdutório. A partir dessa escolha, buscou-se por um levantamento bibliográfico que contribuísse com ensino de fração dentro os aspectos das teorias didáticas (TD) das teorias discursivas e o saber matemático (SM). A bibliografia estudada foi apresentada no capítulo 2. Essas teorias foram fundamentais para o segundo passo.

O segundo passo foi escolher o corpus de análise que é o mesmo grupo participativo. Os 10 alunos tem a idade entre 11 e 14 anos, pertencentes a uma turma da tarde de 6º ano do Ensino Fundamental da escola pública Prof. Santana Marques localizada no conj. Panorama XXI, Mangueirão, Belém – PA.

Definimos ir direto para a oficina sem fazer testes para apurar como estava o nível de conhecimento dos alunos, por que o dialogo com o professor da escola e coordenador nos davam essa garantia que já tinham tido aulas sobre o objeto e alguns estavam com dificuldades.

Também antes da aplicação dialogamos com a turma para explicar sobre a aplicação e que isso faria parte de uma pesquisa de mestrado, lemos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e falamos que eles deveriam conversar com o seu responsável e quem quisesse fazer parte da mesma deveria assinar o termo.

No decorrer da aplicação os estudantes foram selecionados aleatoriamente para analisar minuciosamente suas falas. A quantidade atípica e reduzida de 10 alunos foi devida as consequências atributivas da pandemia recente, por isso, houve a redução do grupo participativo.

Devido a questão éticas os alunos que terão suas expressividades registradas serão identificados a partir de agora como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9 e A10. Todos os alunos foram respaldados por seus responsáveis, ato indispensável para a participação na aplicação da SD.

Terceiro passo foi a elaboração da sequência didática, para elaborar uma sequência didática conforme as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual

(UARC) foi necessário ler autores das concepções do ensino de matemática, isto é, foi extremamente necessário ter uma literatura específica e a parte da do trabalho final. Isso quer dizer que a SD foi construída na perspectiva de Zabala (1998) e articulações de Cabral (2019).

Quarto passo, aplicação da sequência didática.

A sequência didática foi aplicada de 13 a 16 de abril de 2021. Todos os passos foram cuidadosamente seguidos, não houve reconhecimento de corpus antes da aplicação, porque na unidade 1 já corrobora com a avaliação inicial dos discentes.

O último procedimento foi avaliar os alunos a partir das atividades e seus conhecimentos que foram desenvolvidos durante o processo.

A pesquisa e aplicação da Sequência didática deram origem aos resultados finais que este texto traz na sequência no capítulo 6. As Etapas da aplicação foram bem estabelecidas nos períodos de: 13 de abril de 2021 foi trabalhado a 1 UARC, no dia 14 de abril a 2 UARC e no dia 15 de abril de 2021 foi colocado em prática a terceira UARC.

Imagem 37 - Alunos resolvendo as atividades 1.



Fonte: produção nossa.

Imagem 38 – alunos resolvendo as atividades 2.



Fonte: Produção nossa

## 6 INTERPRETAÇÃO DOS DADOS E IDENTIFICAÇÃO DOS INDÍCIOS NA APLICAÇÃO DA SD

Os resultados precedidos pela aplicação da sequência didática foram devidamente apresentados neste capítulo. O modelo de interpretação aqui postos são embasados no trabalho de Garcia (2019)

Para as interpretações adequadas usou-se as pontuações de Mortimer (2002) a respeito da análise do discurso construída em episódios e Góes (2000) em relação a análise *microgenética*. Em relação a Mortimer (2002) as UARCs serão identificadas e tratadas como episódios para que as atividades nelas feitas, sejam interpretadas como segmentos e os diálogos como turnos. Os alunos, como ficou definido no capítulo anterior serão identificados com A1 até A10.

Quadro 24- Epsódios, Segmentos e Turnos.

| UNIDADE –EPISÓDIOS | SEGMENTOS | TURNOS   |
|--------------------|-----------|----------|
| EPISÓDIO 1- UARC 1 | 1         | 1- 19    |
|                    | 2         | 20 - 54  |
| EPISÓDIO 2- UARC 2 | 3         | 55 – 75  |
|                    | 4         | 76 - 85  |
| EPISÓDIO 3- UARC 3 | 5         | 86 - 100 |

Elaborado pelo autor com base em Garcia (2019)

Para cada episódio, serão definidos quais foram os processos de aprendizagem do aluno que foram gravados por meio de aparelho celular. De forma que tal processo seja relacionado aos objetivos da pesquisa e saliente a resposta da questão norteadora do trabalho

### Episódio 1

#### Segmento 1: Turnos 1 – 19

Na primeira etapa do processo de ensino-aprendizagem, o professor adotou

uma abordagem exploratória, permitindo que os alunos compartilhassem suas visões e compreensões acerca do tema trabalhado. Durante essa interação, foi possível observar que, apesar das dificuldades iniciais, os estudantes conseguiram avançar na compreensão da leitura e representação de frações.

O professor, com sua postura interativa e autoritária, desempenhou um papel fundamental nesse processo. Ele não apenas conduziu as discussões, mas também interveio de maneira estratégica, checando constantemente o entendimento dos alunos. Essa prática de monitoramento ativo contribuiu para que os estudantes se sentissem mais seguros e encorajados a participar, facilitando a superação das dificuldades que apresentavam.

Nesse momento o professor já tirado as duvidas com os alunos, individuais e em grupos, agora os alunos estão tentando resolver as atividades. já tinha esclarecido dúvidas e foi ao quadro branco resolver algumas questões junto com os alunos. Ele estava resolvendo a questão 4 da UARC 1 no momento do diálogo.

- (1) Professor: [...] Meus amigos bom dia! Eu disse que frações não era esse monstro!
- (2) A1: é sim! ainda estou aqui tentando resolver! Como que vou avançar para outra atividade?
- (3) Professor então vamos avançar juntos! Eu acredito em todos vocês! Ninguém responde.
- (4) Professor: [...] *Maria comeu um pedaço grande ou pedaço pequeno?*
- (5) A2 : *Menor que a metade!* Mas ainda não entendi ao certo!
- (6) Professor : esse bolo esta dividido em quantos pedaços?
- (7) A3: oito! Assim eu acredito!
- (8) A4: é oito sim, não teria como ela comer mais pedaços de uma quantia menor! Mas ainda sinto um pouco de dificuldade!
- (9) A1 e A2: ou é três oitavos, ou é oito terços?
- (10) Todos: é três oitavos!
- (11) Professor: Excelente! Isso mesmo! 3 é o numerador e 8 é denominador
- (12) A6: Essa questão está tranquila!

- (13) A7: A questão B é 4/10  
 (13)A6: é quatro décimos  
 (14)A9: A letra C é sete doze.  
 (15) Professor: esta faltando alguma palavrinha aí?  
 (16)A10: Avos!  
 (17)A3: sete 12 avos  
 (18)Professor: beleza! Acertou fera! Rsrs

### Episódio 1

#### Segmento 2: Turnos 20 – 54

Nesse recorte, percebemos que o docente guiou os estudantes no trabalho com as ideias científicas, e deu suporte ao processo de internalização; e que houve o discurso interativo/de autoridade, com padrão de interação. O professor não entendeu a resposta de alguns alunos ma indagou numa resposta mais acertiva e perguntou o que estava lembrando, ou seja, entrevistou para checar o entendimento dos estudantes do grupo

O professor inicia um diálogo.

- (20) Professor: E as outras questões?  
 (21) A2: o Senhor vai responder ou dar dica?  
 (22) Prof: Acho que vou dar dica? Vocês podem ficar mau acostumados.  
 (23) A4: dois terços e 45 sobre 100 são as respostas restantes.  
 (24) A9: o meu também ficou assim. Essa parte eu aprendi bem!  
 (25) Prof: muito bem 2/3 e 45 centésimos! é mais chique falar assim!  
 (26) A6: vale ponto falar bonito!?  
 (27) Prof: Claro! Só pra quem participar bem! Depois eu aviso o profe de vocês!  
 (28) prof: e as imagens da questão 2? Já sabem!  
 (29) A6: 3/4

(30) A3: ou  $\frac{4}{3}$

(31) A5: ou as duas respostas estão certa! Já fiz questões que duas alternativas estão certas!

(32) Prof: Nesse caso, entre essas respostas uma esta certa!

(33) A1: é  $\frac{3}{4}$ , pois tem 3 partes pintadas.

(34) Prof: esse numero pintado representa oque?

(35) A1: numerador!

(36) Prof: Maravilha!!

( 37) A4: o outro é  $\frac{2}{6}$

(38 ) A5: ou um terço!

( 39) não acredito quem disse isso! É isso ai

(40) A5: eu! Haha

( 41) prof: lembrou de frações equivalentes? Igualar denominadores? Será..

( 42) A5: Quase isso! Primeiro simplifiquei! depois que percebi!

( 43) A9: e o restante?

( 44) prof : Sim pessoal e o restante? Vamos lá A7?

(45 ) A7: desenhei a terceira! Já fiz.

( 46) prof: opa tudo certo!

(47) A 2: Essa quarta esta fácil, todos respoderam até meio parecido!

(48) A9: depois da explicação e vendo as atividades ai é fácil!

(49) Prof: ta bom! esta tudo ok! pessoal e a quinta que é diferente?

( 50) A9: tem  $\frac{1}{4}$

(51) Prof essa fração esta completa uma parte!

( 52) A1: numero misto!

( 53) Prof: é isso ai meu garoto! Ta voooando!

( 54) Prof: numero misto é assim um inteiro mais uma fração própria! Fechou então a

1º atividade!

## Episódio 2

### Segmento 3: Turnos 55 – 75

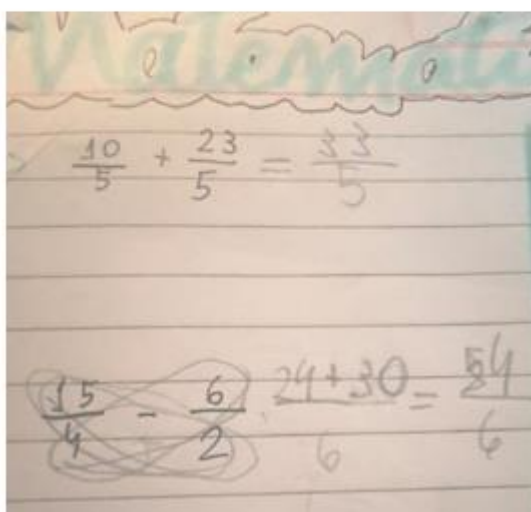
Essa combinação de abordagem interativa e a verificação do entendimento foram essenciais para promover um ambiente de aprendizagem significativo, onde os alunos puderam realmente se apropriar dos conceitos relacionados às frações.

O comprometimento do professor em garantir que todos os alunos compreendessem o conteúdo é um exemplo a ser seguido no contexto educacional.

Nesta etapa da atividade, o indício de aprendizado foi detectado por meio da fala do aluno "efeito borboleta".

Embora a explicação desse termo não tenha sido completamente precisa, sua praticidade e mecânica se mostraram adequadas para a compreensão do tema abordado. Observa a imagem abaixo que representa o que os alunos chamam de efeito borboleta ou técnica borboleta.

Imagem 39 – Efeito borboleta



Fonte: Produção Nossa

- (55) prof: Pessoal apareceu uma soma aqui na atividade 2 - 1º questão?
- (56) A4: soma direto! De cima com de cima. De baixo com debaixo!
- (57) Prof: Não pode! olha a regra!
- (58) A6: igual em baixo repete! Soma os de cima!
- (59) prof: quem são estes! Baixo e cima!?
- (60) A5: denominador e numerador!
- (61) prof: atá agora sim!
- (62) A9: todas é repetir o debaixo é?
- (63) prof: fiquem atento aos denominadores e a regra!
- (64) A7: se forem diferentes, denominadores faz o efeito borboleta!
- (65) Prof: Efeito borboleta! ? Hum...
- (66) eu aprendi é assim ó.. multiplica cruzado depois só os de baixo!
- (67) prof: tá bom já entendi! Vocês estão indo bem!
- (68) A1: questão dois é  $\frac{3}{4}$
- (69) A9: Questão 1 é  $\frac{33}{5}$
- (70) A4: questão 3 é  $\frac{25}{15}$  avos
- (71) prof: tô gostando de ver! Quem fez o bingo!
- (72) A9: eu..mas não formou uma palavra...
- (73) Prof: faz de novo...reve... forma sim!
- (74) A7: fração! É isso?
- (75) Prof: Acertou!

Podemos perceber que as intervenções do professor são bem pontuais, ora incentivando, ora validando conceitos que surgem durante as discussões em sala de aula. Essas intervenções não apenas enriquecem o diálogo, mas também servem como um importante suporte para os alunos.

Em muitos momentos, o discurso do professor é reflexivo, funcionando como um verdadeiro gatilho que ajuda os alunos a voltarem ao eixo. Quando um estudante se desvia do tema ou se perde em suas ideias, a intervenção do professor, ao trazer à tona questões relevantes ou ao reafirmar conceitos já discutidos, proporciona um retorno à clareza e ao foco.

Essa habilidade de intervir de maneira estratégica é essencial para manter o engajamento e a motivação dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizado

mais dinâmico e produtivo. Assim, podemos concluir que a forma como o professor se posiciona e interage com os alunos é crucial para o desenvolvimento de um aprendizado significativo, onde cada intervenção é uma oportunidade de crescimento e reflexão.

## **Episódio 2**

### **Segmento 4: Turnos 76 – 85**

Nesta etapa da sequência didática, os alunos demonstraram um notável aumento em sua segurança e confiança. Após diversas atividades práticas e teóricas, eles começaram a se sentir mais à vontade para expressar suas ideias e participar das discussões em sala de aula. A interação entre os colegas também se intensificou, com muitos alunos colaborando e ajudando uns aos outros, o que contribuiu para um ambiente de aprendizado mais positivo e encorajador.

Além disso, as avaliações realizadas até aqui mostraram que os alunos estão assimilando melhor os conteúdos abordados, o que se reflete em suas respostas mais elaboradas e fundamentadas. Essa evolução é um indicativo de que eles estão não apenas compreendendo os conceitos, mas também se sentindo mais preparados para aplicá-los em diferentes contextos. Essa segurança crescente é um passo fundamental para o desenvolvimento de habilidades mais complexas e para a construção de um aprendizado significativo.

( 76) prof: ta acabando hein! Ultimo dia! Vamos fazer com calma só são três probleminhas! Lembrem de tudo.

(77)A9: já sei que é difícil

(78)A5: a primeira é fácil 7/12

(79) prof: começou bem! Só ele encontrou?

(80) A6: eu também professor!

(81) Prof: Maravilha!isso denominadores diferentes!

(82) A9: 6/8 é isso! É isso eu acho!?

(83) Prof: Boa! Excelente! se quiser da até pra simplificar...mas não precisa! Já percebi! Aprendeu! Fez certinho!

(84) Prof :as meninas hoje estão muito caladinhas porque?

(85) A1: rsrs, to resolvendo .. to acertando, as que errei já corrigi!

### Episódio 3

#### Segmento 5: Turnos 86 – 100

O docente, no ápice da atividade, na parte conluente esta satisfeito com o desempenho dos alunos. Apesar de seu modo interativo e autoritário, para que os alunos não fugissem da regra! Seu modo socializador desempenhou um papel fundamental nesse processo. Ele não apenas conduziu as discussões, mas também interveio de maneira estratégica, avaliando constantemente o entendimento dos alunos. Esse aprendizado de monitoramento ativo contribuiu para que os estudantes se sentissem mais seguros a participar, facilitando a superação das dificuldades que apresentavam.

Nesse momento o professor:

(86) A5: essa é mais difícil!

(87) A3: parece facil é só pensar um poquinho!

(88) A5: se ja tivesse armada pra resolver eu faria facil facil!

**(89) Prof: coloquem a cachola pra funcionar voces coseguem!**

**(90) A 4: e de somar?**

**(91) prof: é de interpretar! Nada mecanico! Conscienteee.**

**(92) A9: Se  $\frac{1}{3}$  foi reformada então ainda faltam  $\frac{2}{3}$ .**

**(93)A6: foi isso que eu entendi!**

**(94) A2: logo  $\frac{2}{3}$  corresponde a 20 km**

**(95) Prof: agora sim estão no caminho! Tentem desenhar essa pista!**

**(96) A5: matei a charada! É so fazer o desenho..fica facinho!**

**(97) A9: cada terço é 10 km**

**(98) A1: a pista toda então é 30 km**

**(99) Prof: Maravilha! Aleluia! Milagres acontecem! To brincando... voces são os**

**melhores do Brasil!**

**(100) Prof:** podemos concluir que o comprimento desta rodovia é 30 km, fica fácil de perceber depois que desenhamos!

## 6.1 ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS EM CONFORMIDADE COM OS OBJETIVOS DA PESQUISA.

A análise geral dos dados iniciará pelos objetivos específicos. Essa análise se faz necessária para que as interpretações formalizem o alcance ou não dos desígnios dessa pesquisa. Após a demonstração dos alcances das metas específicas da pesquisa, finalizam essa seção com os alcances do objetivo geral, conforme foi visto na análise anterior.

No início deste trabalho houve o compromisso de analisar as abordagens do conteúdo fração nos livros didático, artigos e dissertações em circulação com a finalidade de criar atividades discursivas na sequência didática. No capítulo foi realizada a análise dos materiais pré-definidos, a partir do que foi encontrado elaborou-se atividades na sequência didática visualizada em partes no capítulo 5 e na íntegra em apêndice. Logo, o primeiro objetivo foi alcançado.

Ademais, propôs-se elaborar uma sequência didática com base nas UARCs com a finalidade de aplicá-la e identificar, identificar as potencialidades da ferramenta com conteúdo fração, foi o mais difícil de ser alcançado. A sequência didática foi passo a passo construída e aplicada e a partir dela se identificou as dificuldades dos alunos. Os alunos demonstraram dificuldade inicial no reconhecimento da fração como números não compreenderam, inicialmente, a sociabilidade do conteúdo, ou seja, não viam como a temática estava atrelada a sua própria realidade e divergiam sobre a importância de aprender as operações de adição e subtração. Porém, após aplicação os alunos já conseguiam compreender o elemento com parte do contexto social e não só de sala de aula.

Outrossim, objetivou-se verificar quais os conhecimentos dos discentes participantes, no que diz respeito aos conteúdos introdutórios com a finalidade de ver o antes e o depois da aplicação da SD. Para esse objetivo o alcance identificou que o grupo participante não tinha noção primária específica, o respectivo grupo, sem exceção demonstrou falta de conhecimento sobre qualquer uma das características do número e suas aplicações. Dessa forma, o objetivo específico foi

alcançado, pois pela atividade 1 da sequência didática pôde se constatar que esse grupo não identificava, fazia relação ou pensava a respeito do conteúdo introdutório das frações

Por fim, o objetivo geral era identificar, no processo de ensino de fração, por meio da aplicação de uma sequência didática quais métodos podem potencializar o ensino de frações, com a finalidade de propor uma experiência de ensino não clássica. Como demonstrou a análise anterior, os alunos de início, encontraram dificuldades na compreensão dos termos e suas relações dentro da fração e suas operações.

No entanto, as aplicações da primeira UARCs e da terceira UARCs conseguiram demonstrar a diferença que é aplicação clássica e a não clássica, a não clássica demonstrou uma melhor aceitação e resoluções de problemas apresentando uma menor dificuldade na compreensão, como mostram os dados, as imagens e as gravações. Portanto, o objetivo geral desta pesquisa foi alcançado. Deste ponto em diante, encontra-se a conclusão deste trabalho.

## 7 CONCLUSÃO

Hoje, é indiscutível que o ensino da matemática trilhou caminhos nas potencialidades da sequência didática (SD). No entanto, ter o conhecimento sobre tal informação não é suficiente para delimitar a SD como objeto de estudo diferenciado das formas clássicas. Por isso, o processo de pesquisar sobre os fatores históricos de modelos educacionais, modelos de professores, o trato didático do livro e trabalhos acadêmicos sobre a temática de conteúdo introdutório de frações, foi essencial para compreender o porquê tal ferramenta se apossa de formas e discursos socioeducativos de alcances incalculáveis.

Nesta visão, o uso da SD como objeto de estudo se mostrou necessário e o mais adequado para a modernidade, desde que o professor formulador esteja disposto a ser um mediador de conhecimento e caminhar juntamente com a evolução tecnológica do ensino, caso não esteja, a SD será transformada em um suporte moderno para aplicações clássicas de conteúdos matemáticos.

A respeito dos objetivos que essa pesquisa elegeu para serem alcançados as conclusões é que o objetivo específico que se propôs analisar as abordagens do conteúdo fração nos livros didático, artigos e dissertações em circulação com a finalidade de criar atividades discursivas na sequência, fez-se presente em cada UARCs da sequência didática. A análise foi indispensável no processo de criação da SD, pois os conceitos de cada pesquisador, a forma como cada autor do livro abordou o conteúdo de fração fez com que as atividades da SD desta pesquisa fossem desenvolvidas de forma discursiva e lúdica. Além disso, analisar matérias anteriores permitiu que fosse traçado tipos de exercícios que chamavam mais atenção do discente e a quais suportes tecnológicos recorrer, como o site de jogos, fazendo com que o formato SD (moderno) se distancie do livro didático (clássico).

Durante o texto, e principalmente no capítulo anterior, o objetivo que se dirigia a elaborar uma sequência didática com base nas UARCs com a finalidade de aplicá-la e identificar as potencialidades da ferramenta com conteúdo fração, foi o mais difícil de ser alcançado. A elaboração de uma SD não pode ser realizada de forma simples e sem estudos sobre sua formatação e seus conteúdos. Para alcançar a primeira parte deste objetivo, foi necessário compreender autores especialistas e ao mesmo tempo imaginar o interesse do grupo participante, ainda, padronizá-la para

que cada parte fosse uma UARCs.

O segundo momento do objetivo citado, *aplicar*, foi igualmente adverso, pois escolher a escola, o grupo e fazer a rotina de aulas que a SD necessitava, foi um desafio a mais para alcançar o segundo objetivo específico da pesquisa. Isso demonstrou o cuidado que a aplicação deve ter quando se escolhe um processo como a SD, pois, sem dúvidas essa é a parte mais importante, trata-se de seguir passos e mudá-los conforme a necessidade da turma e reconhecer dificuldades grupais e individuais. Embora a terceira parte do objetivo específico esteja contemplado no primeiro objetivo, era necessário fazer o processo de retomada das dificuldades e das potencialidades de uma sequência didática de fração, para que assim fosse traçada as suas potencialidades em detrimento as dificuldades iniciais dos alunos.

Em relação ao objetivo verificar quais os conhecimentos dos discentes participantes, no que diz respeito aos conteúdos introdutórios com a finalidade de ver o antes e o depois da aplicação da SD, foi alcançado, porque esteve unido a diagnose inicial da sequência didática dentro da UARCs 1. Sem abrir espaço para este objetivo, na sequência didática, os resultados seriam vistos como impróprios, pois não haveria uma comparação adequada entre o saber do aluno durante o processo e no final dele, ou seja, não teria como identificar se havia dificuldade ou se as potencialidades dos alunos eram anteriores a aplicação da SD e assim, não teria como responder a questão problema. Então, o objetivo proposto foi o ponto inicial para que todos os outros fossem alcançados.

Ao objetivar de forma geral, identificar, no processo de ensino de fração, por meio da aplicação de uma sequência didática quais métodos de ensino podem potencializar o ensino de frações, foi o objetivo mais satisfatório por ser surpreendente. A surpresa, como pôde ser vista na análise dos resultados, deu-se porque a fração é um conteúdo do dia a dia, justamente os métodos que faziam essa abordagem foram que trouxeram melhores resultado. O que confirma a importância desse objetivo para constatar a diferença que a sequência didática promove no ensino de conteúdos matemáticos, quando aplicada de forma democrática e moldando-a no decorrer dos obstáculos da turma, grupo ou aluno e claro do professor.

Alguns pontos de colocações importantes e de fundamental apontamento deve ser feitos. O primeiro ponto é o trato que o conteúdo de frações recebeu ao

longo da história matemática, sendo visto com um dos componentes complexos da aprendizagem do aluno, como os autores demonstram ao longo do texto.

O segundo ponto é o fato desta complexidade ser imperativa aos alunos de sexto ano ou das séries avançadas, o que mostrou que a aprendizagem do seu conceito esteve por muito tempo no campo do ensino, apenas.

O terceiro ponto é o fato de que há pesquisas, mesmo avançadas, que ainda conserva atividades não discursivas e não microgenética, o que pode acarretar a parcialidade do alcance dos objetivos do ensino de frações. Portanto, os pontos que apresentados embasados nas análises dos livros didáticos, dos artigos e das dissertações, o que coloca este texto na posição de reflexivo.

Dentro do exposto acima, percebe-se, também, o quanto o conceito de fração dentro dos materiais didáticos e dentro das pesquisas, assim como os PCNs e a BNCC, não exploram as múltiplas versões que uma fração se apresenta no dia a dia. Esse pensamento surge, quando os PCNs trabalham o conceito de número racional e a BNCC enfoca em habilidades que envolvam a parte e o todo, mas não indicam em suas escritas a diversidade que o aluno encontra no cotidiano extraclasse. Por isso, encontra-se o espaço para depreender que o papel do professor e seu trajeto da graduação até a sala é essencial, ainda, para uma construção da autonomia discente.

Em uma construção dos processos, vista neste texto, precisa-se compreender os fatores circunstanciais que os teóricos levantaram na aprendizagem deste conteúdo, a formação docente, a realidade discente, a apresentação do conteúdo e os aparatos tecnológicos. Não se pode definir, ainda, em que circunstâncias a aprendizagem é mais favorável pois os alunos tem dificuldades e potencialidades diferentes, como Freire (2013) apontou, mas se pode construir caminhos para que o 6º ano de Ensino Fundamental tenha uma relação menos conflituosa com a sua aprendizagem matemática.

Os propósitos descritos acima foram pensados e estudados para que a inquietude inicial que levou a realização da pesquisa fosse respondida como uma sequência didática, organizada para a instrução de frações pode potencializar a aprendizagem dos alunos do 6º ano. A pesquisa vem confirmar que a sequência didática não é só um porte metodológico de aplicação, mas uma metodologia complexa que é definida pelo conhecimento do aluno e do professor. São essas complexidades, já vistas e revistas, que tomam as Unidades Articuladas de

Reconstrução Conceitual (UARC) dentro da sequência didática (SD) ferramentas completas de ensino. A respeito da instrução das frações, a SD conseguiu organizar os conteúdos introdutórios e ao mesmo tempo proporcionar aos alunos do 6º ano interação e uma visão da fração no seu ambiente fora da sala de aula.

Esta pesquisa não deve ser considerada como teoria indiscutível, mas sim como acréscimo para o ensino de frações, elaboração e aplicação da sequência didática, pois a ciência matemática foi construída conforme a evolução dos conteúdos, muitas vezes inquestionáveis. Todavia o saber matemático e o ensino de seus conteúdos estão em constante transformações e metodologias de ensino-aprendizagem surgem para melhor desenvolver os novos profissionais e os alunos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Diana Patrícia Gomes de. **Representação Sociais do Ensino da Matemática e suas relações com o IDEB**, 2011. Recife.

Alves, Gilberto Luiz. Histórias das ideias pedagógica no Brasil. **Revista Brasileira de Educação**. Disponível: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/33yDnRFLRsZBqMqFsq3NDPB/?lang=pt>. Acesso em 23 de jun 2-22

ANANIAS, Izabela Cesário Correa. **Transformação de frações em números: uma experiência no Ensino Fundamental**. São Paulo, 2019. Dissertação de Mestrado.

BAKHTIN, M. (Volochinov). **Marxismo e filosofia da linguagem**. São Paulo:M Hucitec, 1986 (texto de 1929).

BAKHTIN, M.M. (1986) **Speech Genres & Other Late Essays**, ed. by Caryl Emerson and Michael Holquist, trans. by Vern W. McGee. Austin: University of Texas Press.

**BARBOZA, Daiani; ZANELLA**, Andréa Vieira. Integrando análise de conteúdos e análise microgenética em pesquisas no campo PSI: a construção do sujeito como foco. **2005**

BATISTA, Paulo Cesar da Silva. **Contribuições da teoria das situações didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam matemática**. Fortaleza/ Ceará. Dissertação 2019.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

BICUDO, I. Platão e a Matemática. **Revista Letras Clássicas**, n.2, pp.301 -315, 1998.

BOTTA, L.S. **Números racionais e raciocínio proporcional: Considerações sobre o ensino aprendizagem**. 1997-192. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual paulista, Rio Claro 1997.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** - Inep. Página Inicial, Ações Internacionais, Godoy – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Disponível em: <<http://inep.gov.br/educacao-basica/saeb>>. Acesso em: 22 de jun 2022.

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil de 21 de dezembro de 1996, Poder Executivo: Brasília, DF, 1996.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (5a a 8a séries). Brasília, DF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CABRAL, Natanael Freitas. Sequências didáticas: estrutura e elaboração. Belém- PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.; **seminário Internacional de Educação Superior** 2014.

CALLIGARI, Ricardo Pereira. Os 2010 anos de pedagogia jesuítica Brasil. Un Formação conhecimento. **Anais**.

CAMILLO, Cintía Morales; MEDEIROS, LIZIANY, Miller. **Teorias da Educação**. Santa Maria-RS: UFSM, WTE 2018.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. Revemat: **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC), ReviSeM, Ano 2019, N°. 2, p. 71 – 88 v.2, n.4, p. 68-93, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/12992/12093> Acesso em 29 de Mai de 2022.

CARVALHO, Euvaldo de Souza; Vizolli, Idemar; PEREIRA, Onésimo Rodrigues. **A abordagem de fração em livros didáticos de matemática de sexto ano do Ensino Fundamental aprovado no PNLD 2020**. IN: Revista Prática docente, 2020.

COSTA, Acylena; CABRAL, Natanael Freitas. Sequências didáticas: olhares teóricos e construção. Belém: Sociedade Brasileira de Educação matemática-SBEM, 2019. **XII Encontro Paraense de educação matemática**. Disponível em: <https://drive.google.com/drive/u/0/folders/1dXYYN8VJ> AaTgRC2\_V25Zvcplk3dsfGM.

Acesso em 22 de Jun 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática 6º ano**. São Paulo: Editora Ática. 2018.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e para o escrito: apresentação de um procedimento. In.: SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. **Gêneros orais e escritos na escola**. [Tradução e organização Roxane Rojo e Glais Sales Cordeiro] Campinas, SP: Mercado de Letras, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa**. ed. 25. São Paulo: Paz e Terra, 2013.

GARCIA, Mauro Floriano da Costa. **Uma Sequência Didática para o Ensino de Frações Algébricas**. Orientador Natanael Freitas Cabral, 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, 2020.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GONÇALVES, M. G. M.). A psicologia como ciência do sujeito e da subjetividade: a historicidade como noção básica. Em A. M. B. Bock, M. G. M. Gonçalves & O, (2001). APUD. OLIVEIRA, Cynthia Bisinoto Evangelista de. **Psicologia escolar e a relação família-escola no ensino médio: estudando as concepções desta relação**. 273 f. 2007. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**, v. 8, n. 13, p. 253-280, 2012. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br>. Acesso em 15 de jun 2022.

GÓES, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: Uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. Cadernos Cedes, ano XX, n. 50. abr, p. 9-25, 2000, ISSN 1678-7110.

JUNIOR. JOSÉ Ruy Giovani; CATRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática 6º ano**.

Editora FTD, 2021.

LARANJEIRA, Ana Catarina Franco. **A compreensão da adição/subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração: um estudo numa turma de 6º ano de escolaridade**. Dissertação-2017.

LIMA, Rafael Pontes; SÁ, Pedro Franco de. **O ensino de frações sob olhar de discentes**. Macapá: Estação Científica (UNIFAP). Vol 2n. 79-93

LOCKE, J. **Ensaio Acerca do Entendimento Humano**. Trad. Anuar Aiex. Nova Cultural, 1997.

LOPES, Antônio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *Bolema*, São Paulo nº31, 2008.

MENEGHTTI, Renata C Geromel; BICUDO, Irineu. **Uma discussão sobre a constituição do saber Matemático e seus reflexos na educação matemática**. *Bolema*, rio Claro-SP.v.16.n.19, 2003.

MERLINI, Vera Lúcia. **O conceito de fração nos seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, 2005**. Dissertação (Mestrado em educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo 2005.

MOACYR, Primitivo, (1936). **A instrução e o império: subsídios para a história da educação no Brasil (1823-1853)**. São Paulo: Editora Nacional, v. 1.

MORTIMER, Eduardo F; SCOTT, Phil. Atividade discursivas nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. In: **Investigações em Ensino de ciências**. V. &. 203-306, 2002, Espanha, 189211 setembro.

MOURA, M.O de et al. **A atividade pedagógica na teoria histórico-Cultural**. Brasília:Liber Livro, 2010.

OLIVEIRA, R. G. de. Ensinar e aprender frações na escola: retomadas atemporais. **Nuances**: Estudos sobre Educação, Presidente Prudente, v. 10, n. 11/12, 2004. DOI:

10.14572/nuances. v10i11/12.393. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/393>. Acesso em: 16 JUN. 2022.

PESCUMA, Derna; CASTILLO, Antônio Paulo F. **Projeto de pesquisa, o que é e como fazer? Um guia para sua elaboração**. São Paulo: olho d'água, 2005.

PIAGET, J. **A representação do mundo pela criança**. Rio de Janeiro: Record, 1978 (texto de 1926).

ROSSY, Nayara da Cunha. **Fração e sua representação como medida de comprimento: uma experiência de ensino-aprendizagem no contexto de um laboratório de educação matemática**. Dissertação, (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas), Belém-PA-2014.

ROTH, E; COSTA, J.R. Frações e análise de erros: uma nova perspectiva para a sala de aula. In: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, 2016. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2016/2016\\_artigo\\_mat\\_unicentro\\_elisangelaroth.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_elisangelaroth.pdf). Acesso em 13 de JUN 2022.

SANTOS, Antônio Carlos Godinho; CAMESHI, Carlos Eduardo; HANNA, Elenice S. Ensino de frações baseado no paradigma de equivalência de estímulos. **Revista Brasileira de Análise de Comportamento**, 2019. [S.l.], v. 5, n. 1, fev. 2012. ISSN 2526-6551. Disponível em: <<https://periodicos.ufpa.br/index.php/rebac/article/view/706/969>>. Acesso em: 12 jun. 2022.

SANTOS, Jadson; MAYMONE. **Formando cidadão sistema de ensino, matemática: 6º ano**: Ensino Fundamental. Recife: Editora Formando Cidadão, 2012.

SANTOS, Maria de Lourdes Silva; SILVA, Ana Kely Martins da; PEREIRA, Ducival Carvalho. **Ensino de Matemática na educação básica: estudos diagnósticos**. ed. 23. Belém-PA: UEPA, 2021.

SANTOS, V. M. **Ensino de Matemática em outros países: análise comparativa**. (Texto elaborado para prova escrita do Concurso de Livre Docência em Metodologia do Ensino de

Matemática, na Faculdade de Educação da USP, 2008.

SAVIANI, Dermeval. História das ideias pedagógicas no Brasil. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. Apud. CAMILLO; Cíntia Morales; MEDEIROS, Iziany Miller. **Teorias da Educação**: Santa Maria/RS: UFSM, 2018 Disponível em: [https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/358/2019/06/MD\\_Teorias\\_da\\_Educa%C3%A7%C3%A3o\\_Diagrama%C3%A7%C3%A3o\\_Final.pdf](https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/358/2019/06/MD_Teorias_da_Educa%C3%A7%C3%A3o_Diagrama%C3%A7%C3%A3o_Final.pdf). Acesso em 23 de jun 2022.

SCOTT, P.H.. Teacher talk and meaning making in science classrooms: A Vygotskian analysis and review. *Studies in Science Education*, 32: 45-8.1998.

SILVA, Alexander Cler Taveiro; LOZADA, Claudia de oliveira. Duas abordagens para operações com frações no 6º ano do ensino Fundamental por meio de Material Cuisenaire. In: Aiodê: **Revista de pesquisa em Educação em ciência Matemática**. São Carlos, ano 1.V. 1.Fen, 2022.

**SILVA, Paulo Henrique Freitas**. Ensino Aprendizagem de frações: um olhar para aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula. Campina-Grande-PB, 2017. Dissertação.

SKINNER, B. F. **Tecnologia do ensino**. Trad. Rodolpho Azzi. São Paulo: Herder, Ed. da USP, 2002.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. São Paulo: FTD, 2012.

STEINER, Hans- Georg. Teoria da Educação Matemática (TEM): uma introdução. In: **Quadrante**. Vol, 2. Nº 2, 1993. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/51546/mod\\_resource/content/3/Texto%20%20-%20Steiner.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/51546/mod_resource/content/3/Texto%20%20-%20Steiner.pdf). Acesso em 25 de jun 2022.

STREECK, J. Social order in child communication. A study in microethnography. Amsterdã/Filadélfia: John Benjamin's Publishing Co., 1983. Apud. GÓES, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: Uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. *Cadernos Cedes*, ano XX, n. 50. abr, p. 9-25, 2000, ISSN 1678-7110.

TANURI, Leonor Maria. História da formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, 2014.

VIZOLLI, Idemar; BARROS, Marcos José Pereira. **A solução de fração: um olhar sobre o modo como professores dos anos iniciais resolve situações que envolvem quantidades**. v. 40, n. 2, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.37781/vidya.v40i2.3205>. Acesso em 9 de Jul 2022.

VYGOTSKY, L.S. **Formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

WERTSCH, J.V. **Vygotsky and the social formation of mind**. Cambridge, Mass.:Harvard University Press, 1985.

WU, H. **Some remarks on the teaching of fractions in elementary school**. University of California, 1999. Disponível em: [http://www.math.berkeley.edu/\\_wu/](http://www.math.berkeley.edu/_wu/)

ZABALA, Antoni. **A prática educativa como ensinar**. [S.l.]: Artes Médicas, 1998. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=2511383>. Acesso: 02/12/2018.

**ANEXO A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES**

Prezados(as) professores(as)

Sou estudante do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de Matemática que ATUAM NAS REDES PÚBLICAS ESTADUAL E MUNICIPAIS DO PARÁ com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de Matemática na Educação Básica.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Peço que por mais que você atue em alguma Rede Particular ou na Rede Federal, RESPONDA BASEADO(A) NA SUA EXPERIÊNCIA NA REDE ESTADUAL E/OU MUNICIPAL. Quando for necessário levar em consideração as outras Redes de Ensino que você, eventualmente, trabalhe ou já tenha trabalhado, SERÁ SINALIZADO. Peço também que respondam com base no ensino introdutório de frações realizado considerando. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

1) Qual seu sexo?

( ) Masculino.

( ) Feminino.

2) Qual sua faixa etária?

( ) Menos de 21 anos.

( ) 41-45 anos.

( ) 21-25 anos.

( ) 46-50 anos.

( ) 26-30 anos.

( ) 51-55 anos.

( ) 31-35 anos.

( ) 56–60 anos.

( ) 36-40 anos.

( ) Mais de 60 anos.

3) Em que você possui graduação? (Caso selecione a opção “Outro”, informe o curso de graduação).

( ) Licenciatura em Matemática.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

4) Qual sua maior titulação acadêmica? ( ) Graduação.

( )

Especializaç

ão. ( )

Mestrado.

( ) Doutorado.

5) Em que tipo de escola você trabalha? (Nessa questão você deve levar em consideração todas as Redes de Ensino em que trabalha. Você pode marcar mais de uma opção).

( ) Pública

municipal. (

) Pública

estadual. ()

Pública federal.

( ) Privada.

6) Em quantas escolas você trabalha? (Nessa questão você deve levar em consideração todas as Redes de Ensino em que trabalha).

( ) 1.

( ) 2.

( ) 3.

( ) Mais de 3.

7) Quanto tempo de serviço você tem como professor de Matemática? (Nessa questão você deve levar em consideração todas as Redes de Ensino em que trabalhou ou trabalha).

( ) Menos de um ano.

( ) 16-20 anos.

( ) 1-5 anos.

( ) 21-25 anos.

☐ 6-10 anos.

☐ 26-30 anos.

☐ 11-15 anos.

☐ Mais de 30 anos.

8) A(s) Rede(s) de Ensino onde você atua oferece(m) formação continuada? ☐ Não oferece(m).

☐ Oferece(m) raramente.

☐ Oferece(m) frequentemente. ☐

Oferece(m) sempre.

9) Quando a(s) Rede(s) de Ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada, você:

☐ Não participa.

☐ Participa poucas vezes. ☐ Participa muitas vezes. ☐ Participa sempre.

10) Como você costuma iniciar suas aulas de Matemática? (Caso selecione a opção "Outro", informe como você inicia suas aulas).

☐ Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios.

☐ Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.

☐ Com a criação de um modelo para uma situação e em seguida analisando o modelo.

☐ Com jogos para depois sistematizar os conceitos.

☐ Outro: \_\_\_\_\_

11) Do que você mais sente falta quando ministra suas aulas de Matemática? (Caso selecione a opção "Outro", informe o que você mais sente falta).

☐ Formação inicial sólida. ☐ Domínio

de classe.

( ) Compreensão dos conceitos matemáticos. ( ) Formação continuada.

( ) Metodologias diferenciadas de ensino. ( ) Recursos didáticos e pedagógicos.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

12) Você seleciona os conteúdos de Matemática a partir do quê? (Marque mais de uma opção, se necessário, e caso selecione a opção "Outro", informe a partir do que você escolhe os conteúdos).

( ) Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). ( ) Livro didático.

( ) Caderno de orientações da Rede de Ensino. ( ) Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

( ) Outro: \_\_\_\_\_

13) Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/utilizar? (Marque mais de uma opção, se necessário, e caso selecione a opção "Outro", informe a forma de avaliar).

( ) Prova oral.

( ) Prova escrita. ( )

Autoavaliação.

( ) Trabalhos individuais. ( )

Trabalhos em grupo.

( ) Produções no caderno.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

14) Para fixar o conteúdo ministrado, você costuma: (Caso selecione a opção "Outro", informe o que você costuma fazer).

( ) Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos. ( ) Apresentar jogos envolvendo o assunto.

( ) Mandar resolver os exercícios do livro didático. ( ) Não propor questões de fixação.

( ) Propor a resolução de questões por meio de softwares.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

15) Você conhece o procedimento "sequência didática"? ( ) Sim.

( ) Não.

16) Você já usou o procedimento "sequência didática" em suas aulas? ( ) Sim.

( ) Não.

17) Você considera a Matemática uma disciplina difícil de ser ensinada? ( ) Sim.

( ) Não.

18) Qual a maior dificuldade dos seus alunos nas aulas de Matemática? (Caso selecione a opção "Outro", informe qual a maior dificuldade)

( ) Compreensão dos conceitos/ideias. ( )

Compreensão das regras.

( ) Resolução das situações-problema. ( ) Realizar cálculo.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

19) Sobre o conteúdo de frações quais itens dos listados abaixo você costuma ensinar? (Marque mais de uma opção, se necessário, e caso selecione a opção "Outro", informe o item que costuma ensinar).

( ) Conceito de mmc.

( ) Cálculo do mmc entre dois ou mais números sem processo prático.

( ) Processo prático para o cálculo do mmc entre dois ou mais números. ( ) Resolução de situações-problema.

( ) Outro: \_\_\_\_\_

20) Com base na sua experiência como professor, sobre o conteúdo de frações , qual o grau de dificuldade dos alunos na aprendizagem dos itens listados abaixo?

|                                                           | Fácil | Médio | Difícil | Muito difícil |
|-----------------------------------------------------------|-------|-------|---------|---------------|
| Leitura de frações..                                      |       |       |         |               |
| Representação de frações a partir de uma imagem           |       |       |         |               |
| Soma ou subtração de frações com denominadores iguais     |       |       |         |               |
| Soma ou subtração de frações com denominadores diferentes |       |       |         |               |
| Resolução de situações-problema.                          |       |       |         |               |

**ANEXO C - TCLE DIRECIONADO AOS ESTUDANTES****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Prezado(a) aluno(a),

Você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa intitulada “USO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO INTRODUTÓRIO DE FRAÇÕES”, sob a responsabilidade dos pesquisadores Natanael Freitas Cabral (Orientador) e Lourival dos Santos Nascimento Junior (Orientando), vinculados ao Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PPGEM/UEPA).

O objetivo desta pesquisa é propor alternativas metodológicas de ensino que venham minimizar as dificuldades de aprendizagem em Matemática. A sua colaboração será em participar das tarefas que iremos propor a vocês. Essas tarefas serão gravadas em vídeos. Os áudios destes vídeos serão fielmente transcritos para a análise de nossa pesquisa. Não haverá, em hipótese alguma, divulgação dos referidos vídeos em nenhum canal de divulgação. Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa poderão ser publicados e ainda assim a sua imagem será preservada.

Você não terá nenhum gasto ou ganho financeiro por participar Da pesquisa. Também não haverá nenhum risco de qualquer natureza. Os benefícios serão de cunho acadêmico, objetivando melhorias no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você, contendo a sua assinatura e a de seu responsável.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores: NATANAEL FREITAS CABRAL (natanfc61@yahoo.com.br) e LOURIVAL DOS SANTOS NASCIMENTO JUNIOR (nascimentoeduc@gmail.com). Poderá também entrar em contato com a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PPGEM/UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telégrafo. Belém-Pará - CEP: 66113-010.

Ananindeua/PA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2023.

---

Natanael Freitas Cabral



Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Departamento de Matemática, Estatística e Informática

Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

66113-200 Belém-PA

[www.uepa.br/pmpem](http://www.uepa.br/pmpem)