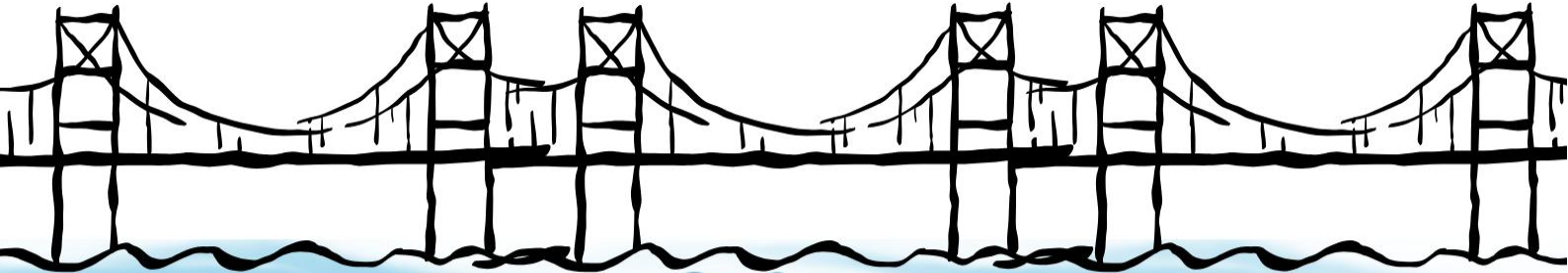


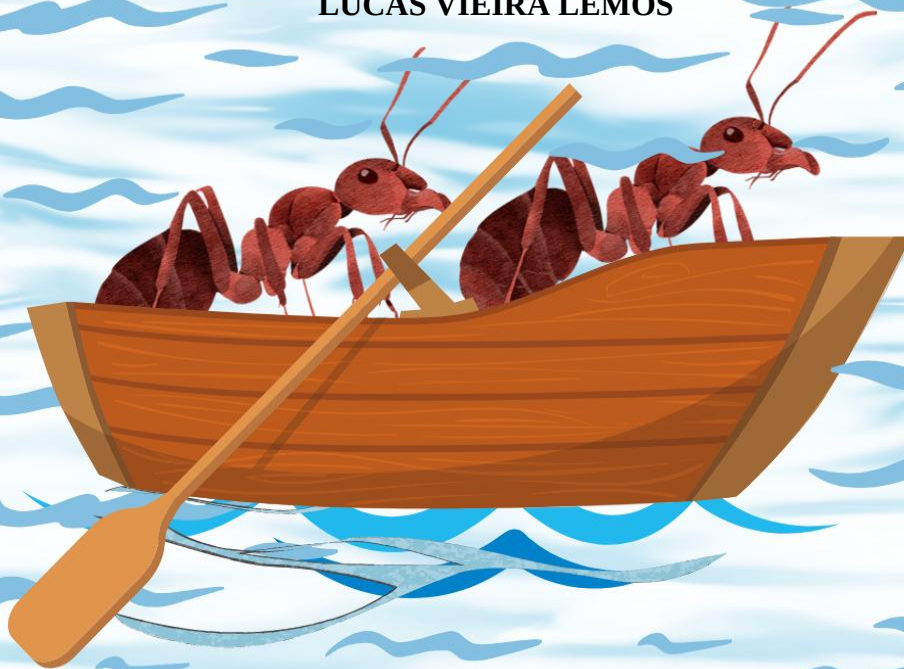


PRODUTO EDUCACIONAL

Os desafios de Ana e Bea na busca por alimento: uma proposta de tarefa para a introdução do conceito de número negativo



**MARIA IARA BRITO E SILVA
VALDIRENE GOMES DE SOUSA
LUCAS VIEIRA LEMOS**



**TERESINA – PI
SETEMBRO/2025**

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ilustração da tarefa.....	07
Figura 2 - Possíveis percursos	11
Figura 3 – Localizações do Barco	15
Figura 4 – Deslocamentos a cada 3,5h	17
Figura 5 - duas formigas no barco em 3,5h	19
Figura 6 - Três formigas no barco em 3,5h	19
Figura 7 - Duas formigas no barco em 3,5h	19
Figura 8 - Cinco formigas no barco em 3,5h.....	19
Figura 9 – Atuação das forças contrárias sobre o barco	23
Figura 10 – Linha de coordenadas 1	30
Figura 11 – Linha de coordenadas 2	30
 Quadro 1 - Resumo da organização, tempo e deslocamento das formigas.....	 28

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	04
2 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	06
2.1 A TAREFA	06
3 INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE VETOR	11
3.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS	11
3.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS	12
4 O CONCEITO DE NÚMERO NEGATIVO POR MEIO DO MOVIMENTO NA RETA NUMÉRICA	14
4.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS	14
4.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS	15
5 RELAÇÃO DE DESLOCAMENTO TEMPO E FORÇA	17
5.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS	17
5.2 DISCUSSÃO DA TAREFA	20
6 O ZERO COMO OPOSTO A ELE MESMO	23
6.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS	23
6.2 DISCUSSÃO DA TAREFA	24
7 O SURGIMENTO DOS NÚMEROS POSITIVOS NO ÂMBITO GENÉRICO DOS NEGATIVOS	26
7.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS	26
7.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS	32
8 OBSERVAÇÕES FINAIS	35
REFERÊNCIAS	36

OS DESAFIOS DAS FORMIGAS ANA E BEA NA BUSCA POR ALIMENTO: UMA PROPOSTA DE TAREFAS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO NEGATIVO

1 INTRODUÇÃO

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é recorrente a presença de dificuldades, tanto para os alunos quanto para os professores, no que diz respeito à compreensão de diversos conceitos. Entre eles, o conceito de número negativo é frequentemente apontado como um dos mais desafiadores. A experiência docente nesta área permite constatar, a partir de relatos de colegas e dos próprios estudantes, que essas dificuldades se mantêm ao longo dos anos, tornando-se um obstáculo persistente no processo educativo. Tal situação evidencia não apenas as consequências diretas para o percurso escolar do estudante, mas também demonstra que tais dificuldades resultam de lacunas históricas no ensino da Matemática, que acabam por limitar muitos alunos à permanência em um nível de compreensão restrito ao saber cotidiano, sem alcançar uma apropriação conceitual mais profunda.

Em busca da aprendizagem dos alunos sobre o conceito de número negativo, e como forma de superar o ensino tradicionais, utilizados ao longo dos anos com métodos empíricos, que tem se apresentado como insuficientes para a compreensão e apropriação de um conceito que representa mais que um conteúdo curricular, mas uma etapa importante no desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, seguimos a proposta do Ensino Desenvolvimental na elaboração de uma lista de tarefas para serem utilizadas para a introdução do conceito de número negativo.

Este produto educacional, elaborado como uma proposta didática inspirada nos estudos apresentados na dissertação *“Introdução do conceito de número negativo: uma proposta de tarefas no contexto do ensino desenvolvimental”* (Silva, 2025), tratam-se de tarefas que em sua estrutura, conta com a elaboração de uma narrativa, que gira em torno de um contexto familiar para o estudante, envolvendo a busca de formigas por alimento, o que representa uma situação concreta, abrindo um caminho potencial para a compreensão a partir do conceito de deslocamento: sentido, direção, módulo e vetor. Conceitos estes, apontados por Búrigo (2015), como essenciais para a aprendizagem de número negativo. Nessa organização, são reveladas necessidades conceituais dos estudantes, levando em consideração as diferentes realidades, para que tenhamos um novo ponto de partida para pensar o ensino desse conceito.

A presente tarefa conta com um contexto que introduz o conceito de vetor, nos itens *a* e *b*, por meio de módulo, direção e sentido e enfatiza a ideia de deslocamento. Nas próximas tarefas, *c* e *d*, dá início a análises que se aproximam do conceito de número negativo por meio do movimento na reta, com o deslocamento para ambos os sentidos, tomando como referência a origem e evidenciando a ideia de sentidos opostos. Nos itens *e* e *g*, trabalhamos a relação do deslocamento com o tempo e com a intensidade da força aplicada.

No item *f*, atribui o zero na relação de comparação entre opostos, com a existência de um número que possui como oposto ele mesmo ao apontar para o surgimento do instante zero de deslocamento. Por fim, nos itens *h*, *i* e *j*, mostra o surgimento dos números positivos no âmbito genérico dos números negativos, por meio de dois conjuntos de vetores opostos a uma mesma unidade, abrindo margem para se pensar no processo das operações com números negativos.

A sequência está organizada nos seguintes capítulos:

1. Descrição da Atividade
2. Introdução do Conceito de Vetor
3. O Conceito de Número Negativo por Meio do Movimento na Reta Numérica
4. Relação de Deslocamento Tempo e Força
5. O Zero como Oposto a Ele Mesmo
6. O Surgimento dos Números Positivos no Âmbito Genérico dos Negativos

2 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

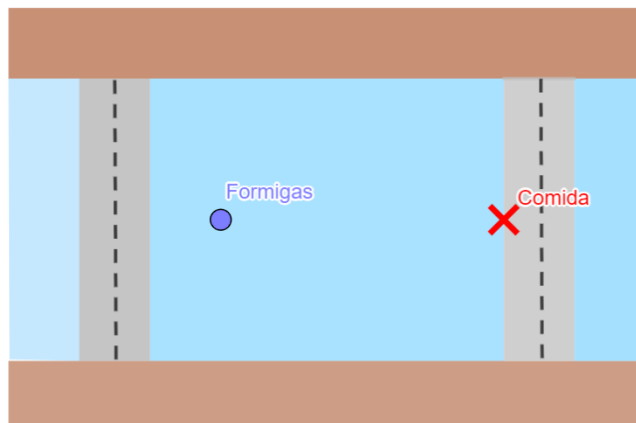
A atividade é iniciada com um pequeno texto que conta a história de duas formigas que são irmãs e vivem em uma ilha no meio de um largo rio. O enredo da história gira em torno da dificuldade das irmãs em conseguir alimento, pois a ilha em que vivem é muito pequena e elas necessitam sair de lá em busca de comida nas margens do rio ou nas pontes que se encontram próximo ao formigueiro. Em um belo dia, elas precisam buscar alimento em uma dessas pontes que se encontra contrária à correnteza e é na busca de ajudar a solucionar o problema dessas irmãs e a procura de sugestões de melhores recursos para que elas usem, que tentamos atrair o aluno para o que está sendo trabalhado.

2.1 A TAREFA

Tarefa proposta: Os desafios de Ana e Bea na busca por alimento

O Rio Acaraú é um largo rio que atravessa a cidade de Sobral. Para atravessá-lo, foram construídas duas pontes, José Euclides Ferreira Gomes Junior e a Ponte Estaiada. Entre essas duas pontes e dentro do rio, há uma pequena ilha e no meio desta ilha encontra-se um formigueiro, cheio de formigas. Dentre elas, estão as irmãs formigas, Ana e Bea, que vivem felizes lá. Elas gostam deste lugar e se divertem muito com as coisas que encontram ao redor do formigueiro. Mas, as irmãs enfrentam muitas dificuldades para buscar alimentos. Devido à ilha ser muito pequena, não dispõe de plantas fortes e nutritivas para a alimentação das irmãs que, muitas vezes, precisam se aventurar e buscar alimentos fora dela. Certo dia, enquanto procuravam por comida nas redondezas, de longe avistaram, na ponte José Euclides, que atravessa o Rio Acaraú, uma lixeira cheia de restos de comida, perfeitos para a alimentação do formigueiro. Ao verem a quantidade de alimentos, elas começaram a imaginar formas de chegar até essa lixeira para pegar o máximo possível de alimentos. Mas, os primeiros obstáculos começaram a aparecer, pois a ponte se encontra no lado contrário à correnteza, como mostra a figura:

Figura 1 - Ilustração da tarefa



Fonte: Figura da autora

Analise a situação e, com o objetivo de auxiliar as formigas na busca por alimentos, leia com atenção as questões que seguem, e encontre possibilidades de resolver os desafios que surgem para as formigas chegarem até a comida e trazê-la para casa:

- a. *Trace possíveis caminhos que as formigas possam construir para chegar até a lixeira.*
- b. *Quais percursos são mais distantes?*
- c. *Quais as vantagens e desvantagens de cada percurso?*
- d. *Em uma situação as formigas decidiram remar em linha reta, contra a correnteza que estava muito forte. Tão forte que, em alguns momentos, as irmãs percebem que a correnteza as arrastava. Depois de muitos esforços, elas percebem que estão a uma distância de 5 metros da ilha. Em qual lugar as formigas se encontram?*
- e. *Ana e Bea continuam a remar enfrentando a correnteza. Depois de três horas e meia (3,5h) percebem que já haviam concluído $\frac{1}{5}$ do percurso:*
 - *Seguindo o mesmo ritmo no remo, com quanto tempo as irmãs chegariam à ponte?*
 - *Como elas remam com a mesma força, podemos dizer que, sozinha, cada formiga representa "1 força" (1f). Mas na metade do percurso, Ana machuca uma das perninhas e a impossibilita de remar. Ana precisa de cuidados. O que vai acontecer na busca das formigas para chegar até a ponte? O que elas podem fazer para conseguir chegar até a lixeira?*

f. *Bea resolve voltar e deixar a irmã para se recuperar e decide remar sozinha. Ela percebe que mesmo depois de uma hora remando, ela não conseguiu se deslocar e encontra-se próximo a ilha.*

- *Explique por que Bea não consegue se deslocar e, represente, em forma de desenho, essa situação.*
- *Se Bea continua a remar por mais tempo, em três horas e meia (3,5h), qual seria a localização dela?*

g. *Depois de algum tempo tentando e já começando a se cansar, resolve descansar e pensar no que pode ser feito no dia seguinte. Ao acordar, Bea levanta e vai para a borda da ilha e, ainda sem saber o que fazer, de longe vê suas amigas formigas Cora e Dani se aproximando, e resolve pedir ajuda na sua busca por alimento na ponte. Para o bem do formigueiro e em nome da amizade, rapidamente elas decidem ajudá-la. Desse modo:*

- *O que mudará com a presença das novas formigas?*
- *Após três horas e meia (3,5h), quanto do percurso as formigas já terão percorrido? Qual a relação com o item e quando havia apenas duas formigas remando?*
- *Se Bea tivesse encontrado mais 2 amigas (Ema e Flora) que pudessem lhe ajudar, além de Cora e Dani, como ficaria o deslocamento ao final das três horas e meia (3,5h)? Mais uma vez, explique a relação entre o remo com as novas formigas e o remo das irmãs Ana e Bea.*
- *Quanto tempo cada grupo teria levado para chegar até a lixeira?*

Bea - Cora - Dani:

Bea - Cora - Dani - Ema - Flora:

h. *Juntas as 5 formigas conseguiram chegar até a ponte e viram que a quantidade de alimento era grande e que quanto mais alimentos elas conseguissem levar, melhor seria para o formigueiro.*

- *Pensando em levar mais alimentos, o que as formigas poderiam fazer?*
- *Dividir as formigas em grupo pareceu uma boa ideia! Quantos grupos poderiam ser formados e quantas formigas iriam compor cada grupo?*

- i. *As formigas perceberam que construir novos barcos e dividi-las em 5 barquinhos iguais, parecia a melhor solução, pois esta garantia levar a maior quantidade de alimentos possível. Porém, um novo problema surgia, já estava chegando a noite e as formigas temeram remar no escuro, pois a ilha é muito pequena e o rio fica muito escuro impossibilitando a visão, com isso, elas poderiam errar o percurso e, desse modo, passar direto ou se perderem do formigueiro, foi quando elas perceberam que poderia ser melhor formar grupos maiores. Bea lembrou que quando remava com a irmã, Ana, e esta machucou uma das patinhas, ela teve que remar sozinha na volta pra casa. A força da maré, nessa situação, ajudava Bea a voltar mais rápido, ainda assim, Bea demorou a retornar à ilha de onde estava. Levando em consideração levar a maior quantidade de alimentos para o formigueiro e considerando que elas sairiam de volta para casa às 12h e depois das 18h30 ficaria muito escuro. Qual a melhor organização de grupo das formigas?*
- j. *As formigas se organizam em grupos diferentes: Bea e Cora cuidam de um barquinho e Dani e as outras duas formigas (Ema e Flora) se responsabilizam pelo outro. Na volta pra casa, devido o cansaço de dois dias remando, depois de 3,5 horas de remo (15h30), Bea sente-se mal e não consegue mais remar. Cora se desespera e não pode pedir ajuda, já que o outro barco com as três formigas já ia na frente. A noite se aproxima e ela vê que não pode parar de remar e continua remando.*
- *Quanto do percurso falta para cumprir? Você acha que a partir de agora, Cora remando sozinha, elas conseguirão chegar à ilha antes das 18h30?*
 - *Sem que se percam, qual o novo horário previsto para as irmãs chegarem ao formigueiro?*
 - *Às 18h30, o tempo escureceu muito e Bea e Cora ainda não tinham chegado à ilha. O medo tomou conta e as formigas se desesperam e não conseguem mais encontrar o formigueiro. Cora continua remando seguindo o sentido da correnteza, quando percebe que já tinha ultrapassado o tempo estipulado para chegar ao formigueiro e vê que já são 22h30. Qual distância Cora remou com a irmã e qual distância remou sozinha? Onde se localiza o barco nesse momento?*

- *Represente em linha de coordenadas a localização do barquinho em relação ao formigueiro no horário que Cora começou a remar sozinha às 15h30 e quando está à noite às 22h30.*
- *As irmãs percebem que já passaram pelo formigueiro, o cansaço toma conta e elas veem que não adianta tentar voltar, devido estar muito escuro e a melhor opção é descansar. No dia seguinte, com o nascer do sol (5h30), elas despertam e tentam voltar rio acima. Acrescente à linha de coordenadas do ponto anterior, a nova localização das formigas.*

3 INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE VETOR

Nas primeiras tarefas, nos itens a e b, a presente tarefa propõe a introdução do conceito de vetor ao evidenciar seus principais elementos constitutivos: módulo, direção e sentido. Nessa introdução, busca-se favorecer a compreensão do que é o vetor (conceito totalmente desconhecido pelos alunos), mas expressa em uma ideia mais simples de compreensão, ligada à intensidade de uma grandeza (módulo), ao alinhamento ou orientação no espaço (direção) e ao rumo definido em relação a esse alinhamento (sentido). Além disso, a tarefa enfatiza a noção de deslocamento, o que possibilita ao estudante perceber que o vetor está diretamente relacionado à descrição de movimentos.

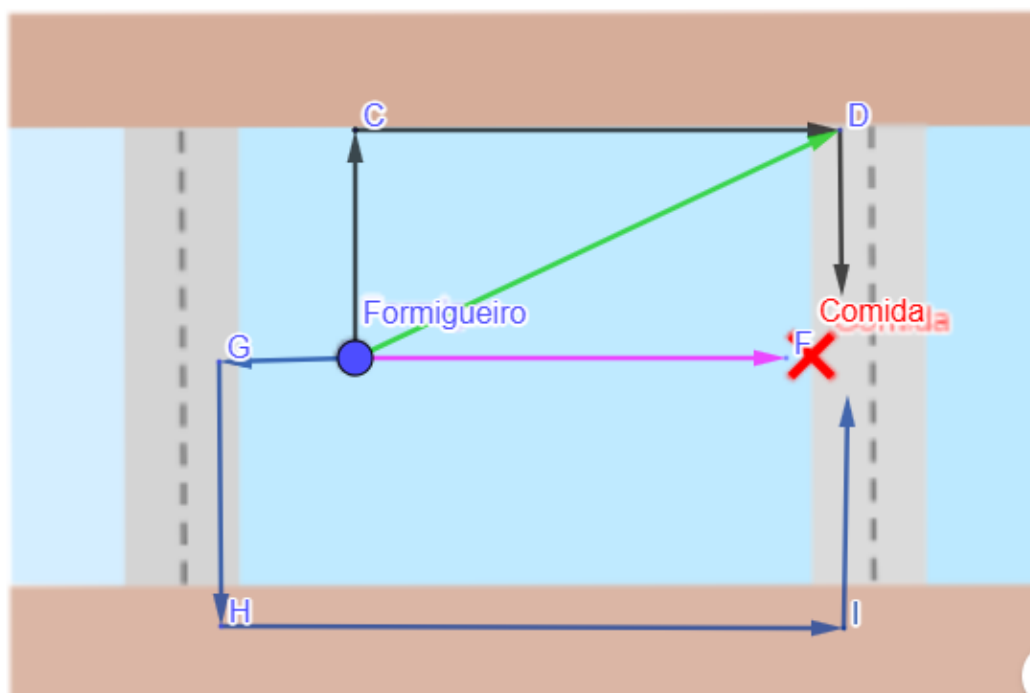
3.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

- a) *Trace possíveis caminhos que as formigas possam construir para chegar até a lixeira.*
- b) *Quais percursos são mais distantes?*

Item A

Especificando locais por letras, como mostra a figura abaixo:

Figura 2 - Possíveis percursos



Fonte: Figura da autora.

- A: formigueiro;
- C: margem do rio;
- D e I: Extremidades da ponte José de Alencar;
- F: Lixeira com comida;
- G: ponto da reta que liga uma ponte a outra passando pelo formigueiro e paralela às margens, localizado sobre a Ponte Estaiada;
- H: extremidade da Ponte Estaiada.

Os alunos poderiam traçar possíveis caminhos que levam as formigas até a lixeira:

- $\overrightarrow{AF}$: do formigueiro direto para a lixeira, enfrentando a correnteza;
- $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{IF}$: seguir a correnteza, chegar à ponte, ir pela margem do rio caminhado até à outra ponte e percorrê-la até chegar à lixeira (o mesmo poderia ser feito pela outra margem);
- $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DF}$: Nadar até à margem do rio, seguir em terra firme até chegar à ponte e caminhar até a lixeira (o mesmo poderia ser feito pela outra margem);
- $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DF}$: Ir pela diagonal e chegar até a extremidade da ponte, depois seguir na ponte até à lixeira (o mesmo poderia ser feito na outra extremidade)

Item B

Os caminhos mais distantes são os que levam até à margem e segue por terra firme até chegar à outra ponte ($\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{IF}$ e $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DF}$).

3.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS

Ao abordar essa problemática, sugerindo que os alunos digam possíveis percursos a serem traçados pelas formigas, o professor pode também sugerir que seja dito os recursos que as formigas utilizariam para seguir cada percurso (nado, barco de folha à vela ou de remo, subir em uma folha e esperar que o vento as leve). Ao citar esses recursos, eles vão dizer o percurso a ser seguido. Alguns podem acreditar na possibilidade de as formigas irem contra a correnteza e chegar até a ponte, no entanto, outros podem acreditar que tal possibilidade seja inviável devido à força da água, fazendo-se necessário criar novas possibilidades, tais como: ir pela diagonal (AD) onde a força da água não seria tão intensa, ou seguir o fluxo do rio e chegar até à outra ponte, e por meio dela, chegar até a lixeira num percurso em terra firme.

Na sugestão de seguir o percurso da água, voltando a outra ponte e continuar por terra firme, é possível trabalhar a ideia de sentidos contrários, quando compara ao percurso mais próximo de enfrentar a correnteza e seguir pelo caminho menor, isso permite trabalhar a ideia de direção, já que esses percursos, inicialmente, têm a mesma direção e sentidos contrários.

O conceito de deslocamento também é trabalhado ao analisar cada percurso, variando, em cada um deles, a quantidade e a medida de cada deslocamento feito e a necessidade de orientação ao se ter que observar a direção e o sentido. Enquanto essas possibilidades vão surgindo, eles também podem perceber que ao modo que eles buscam percursos que a força da água diminui, a distância a ser percorrida aumenta e o conceito de módulo pode ser trabalhado ao solicitar que seja falado sobre essa distância, cada deslocamento pode ser medido com auxílio das linhas de grade ou inferir os deslocamentos maiores e menores.

Essa discussão sobre as medidas dos deslocamentos e percursos, abre a necessidade de introdução da próxima tarefa que irá abordar os pontos positivos e negativos de cada percurso.

4 O CONCEITO DE NÚMERO NEGATIVO POR MEIO DO MOVIMENTO NA RETA NUMÉRICA

Na continuação da tarefa, nos itens c e d, propomos a análise de tarefas que se aproximam da introdução do conceito de número negativo a partir do movimento na reta numérica. Nessas tarefas, o deslocamento em ambos os sentidos, tomando como ponto de referência a origem, evidencia a noção de direções opostas, aspecto essencial para a compreensão dos inteiros. Esse tipo de abordagem possibilita ao estudante perceber que o avanço para a direita e para a esquerda não se restringe a um simples caminhar sobre a reta, mas constitui uma representação simbólica de valores positivos e negativos.

4.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

- c. *Quais as vantagens e desvantagens de cada percurso?*
- d. *Em uma situação as formigas decidiram remar em linha reta, contra a correnteza que estava muito forte. Tão forte que, em alguns momentos, as irmãs percebem que a correnteza as arrastava. Depois de muitos esforços, elas percebem que estão a uma distância de 5 metros da ilha. Em qual lugar as formigas se encontram?*

Item C

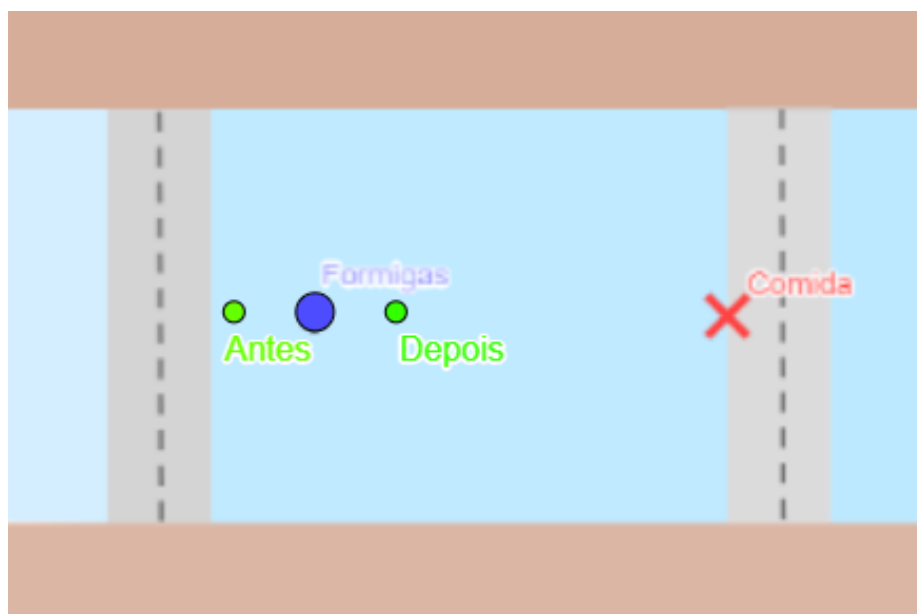
Para o item c, as vantagens e desvantagens estão ligadas a força da correnteza e a distância a percorrer. O percurso $\overrightarrow{AF}$ é a menor distância, porém é onde a força da correnteza age de forma oposta com maior intensidade. No percurso $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DF}$ essa força oposta diminui, porém é um percurso mais longo que o anterior e com um grande deslocamento na água.

No percurso $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DF}$ a força da água continua a agir, porém em um deslocamento menor, mas o percurso se torna maior que os anteriores, pois o primeiro deslocamento segue outra direção. Na sugestão $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{IF}$ não há força nenhuma agindo contra as formigas, todavia elas devem fazer mais deslocamentos e um deles ($\overrightarrow{HI}$) é o maior de todos os deslocamentos citados nos 4 percursos.

Item D

No item d, existem duas possibilidades:

Figura 3 – Localizações do Barco



Fonte: Figura da autora

As formigas podem ter sido arrastadas pela correnteza e se encontrarem à esquerda do formigueiro na imagem ou podem ter conseguido superar a força da correnteza e estar à direita do formigueiro na imagem.

4.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS

No item c, a proposta de identificar as vantagens e desvantagens de cada percurso tem como intuito levar em consideração cada trajeto, pois cada caminho a ser seguido apresenta seus prós e contras, porém, sem essa análise, alguns alunos podem considerar apenas os pontos positivos de um percurso e negativos de outro e não se permitirem fazer o estudo de cada trajeto.

Enquanto no item d, ao considerar a ilha onde se encontra o formigueiro como origem, ao se aproximarem da ponte Estaiada (serem carregadas pela correnteza), as formigas atingem a parte anterior à origem. Considerando o deslocamento em linha reta, existem duas possibilidades de localização das formigas com relação à origem (formigueiro) segundo o conceito de grandeza vetorial de deslocamento, isso ocorre como resultado da inversão do sentido dessa grandeza, essa representação de deslocamento em reta pode ser associada ao contexto histórico de como o conceito de número negativo se desenvolveu, pois essa representação foi fundamental para mudar o pensamento inicial sobre os números negativos.

Além disso, evidencia que é necessário recorrer ao uso da grandeza vetorial, deslocamento, que permite acessar a parte esquerda da reta em relação à origem, ou seja, possibilita alcançar a região que antecede a origem na reta.

Ao perceber que a localização das formigas não estava clara e que existem duas possibilidades de resposta, abre a possibilidade de introduzir as próximas tarefas especificando as forças das formigas com relação a força da correnteza, se essa força é de superação ou insuficiente, sendo levadas rio abaixo.

5 RELAÇÃO DE DESLOCAMENTO TEMPO E FORÇA

O conceito de deslocamento foi introduzido nos itens anteriores, mostrando sua necessidade de ser relacionado ao sentido e direção do movimento, além do módulo. Na sequência da tarefa, nos itens *e* e *g*, a proposta de atividade busca relacionar o deslocamento também ao tempo decorrido e à intensidade da força aplicada. Essa conexão permite que os estudantes percebam que a distância percorrida não depende somente da orientação do trajeto, mas é influenciada pela duração do esforço e pela potência do movimento, favorecendo uma compreensão mais ampla e dinâmica do conceito de deslocamento.

5.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

e. Ana e Bea continuam a remar enfrentando a correnteza. Depois de três horas e meia (3,5h) percebem que já haviam concluído $\frac{1}{5}$ do percurso:

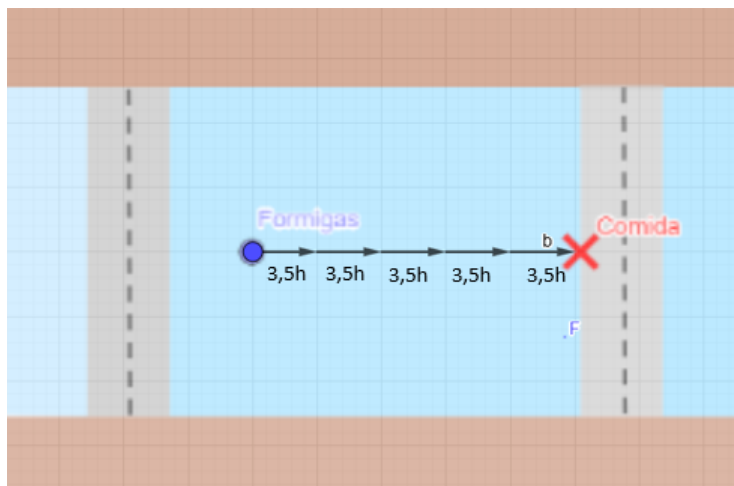
- Seguindo o mesmo ritmo no remo, com quanto tempo as irmãs chegariam à ponte?*

R: Se em 3,5 h conclui $\frac{1}{5}$ do percurso, para concluir o percurso total levará 5 vezes esse tempo, o que equivale:

$$3,5 \times 5 = 17,5 \text{ h}$$

$$17,5 \text{ h} - 3,5 \text{ h} = 14 \text{ h}$$

Figura 4 – Deslocamentos a cada 3,5h



Fonte: Figura da autora

- *Como elas remam com a mesma força, podemos dizer que, sozinha, cada formiga representa "1 força" (1f). Mas na metade do percurso, Ana machuca uma das perninhas e a impossibilita de remar. Ana precisa de cuidados. O que vai acontecer na busca das formigas para chegar até a ponte? O que elas podem fazer para conseguir chegar até a lixeira?*

R: Resposta pessoal.

Bea pode remar sozinha e enfrentar a correnteza, mas a força da correnteza pode impossibilitar que uma formiga remando só consiga se aproximar da ponte que tem a lixeira, então o melhor a fazer é voltar e pedir ajuda a mais formigas.

g. Depois de algum tempo tentando e já começando a se cansar, resolve descansar e pensar no que pode ser feito no dia seguinte. Ao acordar, Bea levanta e vai para a borda da ilha e, ainda sem saber o que fazer, de longe vê suas amigas formigas Cora e Dani se aproximando, e resolve pedir ajuda na sua busca por alimento na ponte. Para o bem do formigueiro e em nome da amizade, rapidamente elas decidem ajudá-la. Desse modo:

- *O que mudará com a presença das novas formigas?*

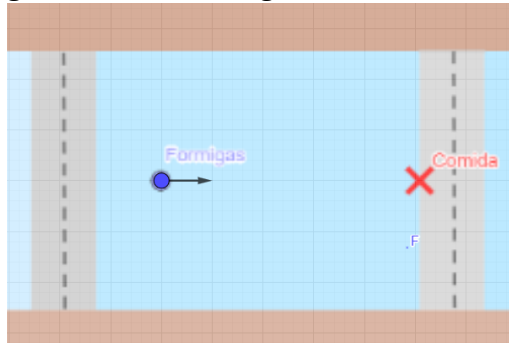
R: Com a presença de novas formigas, a força se intensifica e no mesmo intervalo de tempo, juntas, elas conseguirão fazer um deslocamento maior.

- *Após três horas e meia (3,5h), quanto do percurso as formigas já terão percorrido? Qual a relação com o item e quando havia apenas duas formigas remando?*

R: Consideramos que a força de uma formiga é equivalente a força da correnteza (informação inferida no item f) e essas forças se anulam, no item e temos uma formiga a mais que leva o barco a percorrer 1/5 do percurso, agora com duas formigas a mais, o deslocamento será dobrado no mesmo intervalo de tempo:

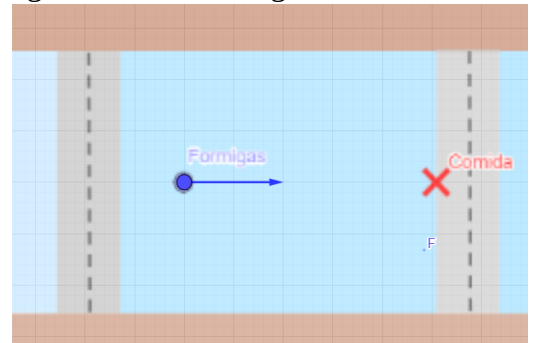
$$\frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$$

Figura 5 - Duas formigas no barco em 3,5h



Fonte: Figura da autora

Figura 6 - Três formigas no barco em 3,5h



Fonte: Figura da autora

- Se Bea tivesse encontrado mais 2 amigas (Ema e Flora) que pudessem lhe ajudar, além de Cora e Dani, como ficaria o deslocamento ao final das três horas e meia (3,5h)? Mais uma vez, explique a relação entre o remo com as novas formigas e o remo das irmãs Ana e Bea.

R: Nessa nova situação, temos uma intensidade maior de força agindo sobre o barquinho para enfrentar a correnteza. A chegada de duas novas formigas aumenta a força. Considerando, mais uma vez que a força de uma das formigas se anula com a força da correnteza, e que uma segunda formiga move o barco por $\frac{1}{5}$ do percurso em 3,5 horas, a presença de mais 4 amigas (Cora, Dani, Ema e Flora), além de Bea remando, faz um deslocamento 4 vezes maior em um mesmo intervalo de tempo:

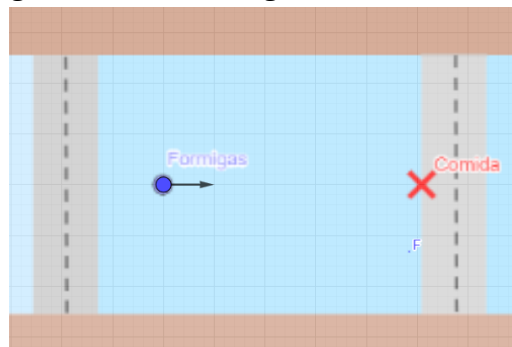
$$\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{4}{5}$$

Ou

O deslocamento seria duas vezes maior que o deslocamento com 3 formigas:

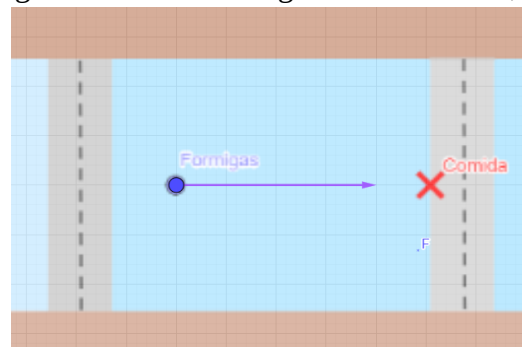
$$\frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5}$$

Figura 7 - Duas formigas no barco em 3,5h



Fonte: Figura da autora

Figura 8 - Cinco formigas no barco em 3,5h



Fonte: Figura da autora

- Quanto tempo cada grupo teria levado para chegar até a lixeira?

R: Considerando a resposta do primeiro ponto do item *e*, que mostra que duas formigas remando juntas, chegariam à lixeira em 17,5h. De acordo, também, com as respostas obtidas nos pontos anteriores, que nos casos abaixo o deslocamento feito no mesmo intervalo de tempo, dobra e quadruplica, respectivamente, temos:

Bea - Cora - Dani:

2 formigas → 17,5 h

3 formigas (o deslocamento dobra) → o tempo reduz à metade 8,75h

Bea - Cora - Dani - Ema - Flora:

2 formigas → 17,5 h

5 formigas (o deslocamento quadruplica) → o tempo reduz à quarta parte

$$17,5 \cdot \frac{1}{4} = 4,375$$

5.2 DISCUSSÃO DA TAREFA

No primeiro ponto do item *e*, mostra que as duas formigas apresentam capacidade de enfrentar a correnteza e seguir contra o fluxo do rio. Como proposto no enunciado, não se trata de uma tarefa fácil, já que em três horas e meia, juntas, elas conseguiram cumprir um quinto do trajeto, desse modo, deve ser percebido pelos alunos que seguindo o mesmo ritmo de remo, elas

levariam 5 vezes o tempo gasto para fazer todo o percurso, ou seja, ainda falta quatro vezes a mesma quantidade de tempo para chegar até a ponte e alcançar a comida na lixeira.

No segundo item, com o lançamento do novo conflito onde uma das formigas se machuca e não consegue remar, surge uma nova problemática que estimulará aos alunos a reorganizar as estratégias, o que permite promover um engajamento teórico, ou seja, com esse conflito cria-se um novo motivo que deixa de ser apenas ajudar as formigas a chegar até a lixeira seguindo algum dos percursos. Nesse momento, o motivo será levar as formigas até a lixeira por esse percurso, enfrentando a correnteza. As estratégias a serem pensadas são para superar essa necessidade, com isso, espera-se que os alunos surjam com novas ideias.

Dentre as ideias que podem surgir seria de Bea seguir remando só, e cuidar da irmã quando chegasse na ponte ou quando pegasse comida e voltasse para o formigueiro. Durante a discussão do item *e*, o aluno não sabe que uma formiga sozinha não consegue superar a força da correnteza e por isso pode querer trabalhar com essa possibilidade, mas deve ser levado em consideração que com a redução da força de uma formiga, o tempo gasto para chegar até a lixeira (se fosse possível) aumentaria significativamente, o aluno podendo pensar que dobraria e gastaria 35h, o que equivale a quase um dia e meio, sendo uma possibilidade não tão agradável. O professor deve auxiliar o aluno na compreensão dessas possibilidades e observar essa dificuldade, para que o aluno busque recorrer a novas ideias que entre essas novas ideias e possibilidades, uma delas seria voltar e pedir ajuda a mais formigas.

A possibilidade do aluno achar que Bea vai continuar o remo sozinha até chegar à lixeira, abre a necessidade de introdução da próxima tarefa, o item *f*, na qual será analisado o deslocamento feito pelo remo de uma formiga sozinha e a força, contrária, da correnteza sobre o barquinho que a leva.

Na sequência da história, ainda com a irmã machucada e na busca de enfrentar a correnteza, a nova possibilidade é recorrer a mais formigas, que traz a necessidade da tarefa do item *g* que requer retomar o que foi visto nos itens *e* e *f*, sobre a força que cada formiga exerce sobre o barco e o resultado da união dessa força que é o deslocamento feito pelas formigas remando por três horas e meia.

No primeiro ponto, buscamos que o aluno observe que o aumento de formigas corresponde a um aumento na força, ou seja, com mais formigas, o deslocamento feito no mesmo intervalo de tempo será maior, o que abre a necessidade do próximo ponto que é calcular e expressar em valores exatos a proporcionalidade desse aumento.

Compreendendo que com duas formigas remando temos o deslocamento de $\frac{1}{5}$ do

percurso em 3,5h, com três formigas remando (ressaltando que a força de uma formiga é anulada pela força da correnteza), temos o dobro do deslocamento no mesmo intervalo de tempo, o que pode ser compreendido que há uma ampliação do vetor que representa a distância percorrida, pois ele foi multiplicado pelo escalar dois. Mais uma vez, o papel do professor inclui, chamar a atenção do aluno para essa parte, com o objetivo de que o aluno não pense que a união da força das três formigas, levasse o barco em um deslocamento 1,5 vez maior, já que 3 é o resultado da multiplicação de 1,5 vezes 2.

Na segunda pergunta do segundo ponto, quando pedida a relação entre as duas situações, esperamos que o aluno identifique que uma é o dobro da outra. Aqui temos o processo comparativo entre as grandezas expressando a relação de multiplicidade, o que também acontece no terceiro ponto com a chegada de novas formigas, além das três amigas Cora e Dani. Nesse ponto teremos cinco formigas remando e juntas elas conseguem realizar um deslocamento quatro vezes maior que o das irmãs, Ana e Bea, durante o mesmo tempo. Mais uma vez, podemos ver que está sendo trabalhado o mesmo conceito de número através da relação de multiplicidade, como na tarefa do ponto anterior, mas com valores diferentes. Sendo um deslocamento 4 vezes maior que com duas formigas ou 2 vezes maior que com três formigas.

No quarto ponto, ao solicitar que seja identificado o tempo gasto para chegar até à lixeira em cada situação, assim como nos demais problemas da tarefa no item *g*, também pode ser vista a relação essencial de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas, que segundo Rosa (2012), é processo de concretização do conceito de número.

Ao trabalhar o conceito de número seguindo contrário ao fluxo do rio, surge a necessidade de trabalhar esse conceito no sentido oposto, quando o remo é a favor da correnteza, nesse momento surge a necessidade de introdução da tarefa *i*, porém existe uma necessidade de organização do contexto, para melhor compreensão do que está sendo feito, fazendo-se necessário trabalhar antes com o item *h*.

6 O ZERO COMO OPOSTO A ELE MESMO

No item *f*, destaca-se a atribuição do zero como elemento central na relação de comparação entre opostos, evidenciando a existência de um número que tem a si mesmo como próprio oposto. Essa construção não apenas reforça a ideia de equilíbrio entre direções contrárias, mas também remete ao surgimento do instante zero de deslocamento, momento em que não há avanço, nem retrocesso, funcionando como referência para a compreensão das demais posições na reta numérica.

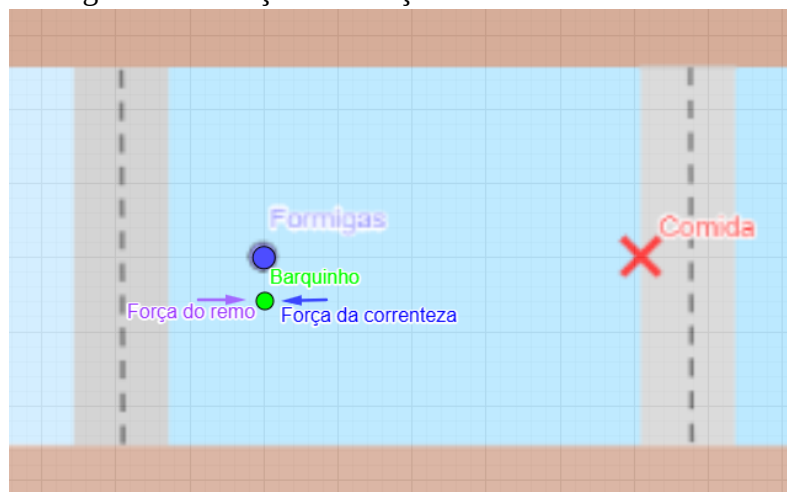
6.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

f. Bea resolve voltar e deixar a irmã para se recuperar e decide remar sozinha. Ela percebe que mesmo depois de uma hora remando, ela não conseguiu se deslocar e encontra-se próximo a ilha.

- *Explique por que Bea não consegue se deslocar e, represente, em forma de desenho, essa situação.*

R: Cada aluno terá sua forma de representar essa situação.

Figura 9 – Atuação das forças contrárias sobre o barco



Fonte: Figura da autora

O motivo de não haver o deslocamento, é que existe uma força contrária, que empurra o barquinho em outro sentido, a força da correnteza. A força de Bea é

insuficiente para superar a força da correnteza, porém é suficiente para que não seja carregada. O que pode ser entendido que essas forças são iguais, mas estão indo em sentidos contrários, uma anula a outra e, como resultado, o barco não é movido.

- *Se Bea continua a remar por mais tempo, em três horas e meia (3,5h), qual seria a localização dela?*

R: Considerando que a força de Bea não diminua e ela consiga remar com a mesma intensidade, não importa o tempo que passar, o barco não sairá do lugar.

6.2 DISCUSSÃO DA TAREFA

Uma das estratégias a ser pensada seria, Bea, a formiga que não está machucada, enfrentar a correnteza e ir em busca de alimentos sozinha, o que sugere a introdução da tarefa no item f , quando a formiga começa a remar sozinha e não possui força suficiente para enfrentar o rio, porém tem força suficiente para não ser arrastada. Pedir que seja explicada essa situação, permite que seja compreendida a ideia das forças que atuam sobre o barco em que está a formiga e quando este não se desloca, isso implica que as forças atuantes são grandezas vetoriais que possuem mesma intensidade, porém têm sentidos contrários, ou seja, quando atuam juntas, elas se anulam e resultam em um vetor de magnitude zero. Nesse momento fazemos o estudo do número zero, cujo oposto é ele mesmo, na forma de vetor.

Ao solicitar a representação da situação, é um convite para a reflexão dos alunos para perceber que o oposto do vetor nulo ou zero, é ele mesmo, pois ele representa o não deslocamento, ou seja, ele não exerce nenhum sentido e a formiga permanece no mesmo lugar. Qualquer deslocamento que a formiga fizesse, seja enfrentando ou sendo arrastada pela correnteza, para antes ou depois da origem, tomando um sentido, este deslocamento já caracterizaria outro vetor diferente de zero (as forças opostas já não possuíam a mesma intensidade e por qualquer variação que houvesse em um deles, não se anulariam), o que pode ser inferido que o vetor zero não é nem positivo nem negativo (Búrigo, 2015, p. 91).

Quando solicitado saber qual a posição da formiga após três horas e meia, levando-se em consideração a multiplicação pelo vetor nulo, não importa o tempo que passe, esse deslocamento não mudará, pois o zero não representa uma quantidade mensurável. Na representação da multiplicação do vetor nulo por um escalar não representará outro vetor, ou

seja, não faz sentido perguntar quantas vezes o zero “cabe” em outro valor. Do ponto de vista aritmético e algébrico, isso fere a lógica da divisibilidade, que é base para o conceito de número. Em termos matemáticos, isso resultaria numa situação proibida, pois envolveria uma divisão por zero, o que não é admitido na Matemática (Búrigo, 2015).

A análise dessa tarefa usando as grandezas deslocamento e tempo, permite ver que enfrentar a correnteza, remando sozinha, ainda que por horas consecutivas, não levará Bea a nenhum lugar, não haverá deslocamento, pois a força do remo de uma formiga é igual a força da correnteza. Essa informação torna importante para introdução e resolução do próximo item. O que nos leva a entender que a ordem cronológica das tarefas pode variar, considerando a importância da sequência para trabalhar cada conceito, porém essa tarefa é importante vir antes da g .

7 O SURGIMENTO DOS NÚMEROS POSITIVOS NO ÂMBITO GENÉRICO DOS NEGATIVOS

Por fim, nos itens *h*, *i* e *j*, evidencia-se o surgimento dos números positivos dentro do contexto mais amplo dos números negativos, a partir da representação de dois conjuntos de vetores opostos em relação a uma mesma unidade de referência. Essa construção permite ao estudante visualizar a existência de direções com sentidos contrários em um mesmo sistema, abrindo possibilidades para a compreensão posterior das operações envolvendo números inteiros, em especial aquelas que envolvem sinais opostos.

7.1 RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

h. Juntas as 5 formigas conseguiram chegar até a ponte e viram que a quantidade de alimento era grande e que quanto mais alimentos elas conseguissem levar, melhor seria para o formigueiro.

- *Pensando em levar mais alimentos, o que as formigas poderiam fazer?*

R: Construir mais barquinhos para levar mais comida, pois agora elas não teriam a força da correnteza atrapalhando o deslocamento, pelo contrário, a força da correnteza iria ajudar, então não existia uma necessidade tão grande da união da força de todas as formigas, pois agora elas iam seguir a favor do fluxo do rio e a força do remo seria no mesmo sentido da força da correnteza, ou seja, iam se ajudar.

- *Dividir as formigas em grupo pareceu uma boa ideia! Quantos grupos poderiam ser formados e quantas formigas iriam compor cada grupo?*

R: Possíveis organização das formigas pela quantidade de barcos.

1 barco → 5 formigas

2 barcos → 2 e 3 formigas, 1 e 4 formigas

3 barcos → 1, 2 e 2 formigas, 1, 1, 3 formigas

4 barcos → 1, 1, 1 e 2 formigas

5 barcos → 1 formiga em cada

As formigas em cada barquinho poderiam alternar.

- i. *As formigas perceberam que construir novos barcos e dividi-las em 5 barquinhos iguais, parecia a melhor solução, pois esta garantia levar a maior quantidade de alimentos possível. Porém, um novo problema surgia, já estava chegando a noite e as formigas temeram remar no escuro, pois a ilha é muito pequena e o rio fica muito escuro impossibilitando a visão, com isso, elas poderiam errar o percurso e, desse modo, passar direto ou se perderem do formigueiro, foi quando elas perceberam que poderia ser melhor formar grupos maiores. Bea lembrou que quando remava com a irmã, Ana, e esta machucou uma das patinhas, ela teve que remar sozinha na volta pra casa. A força da maré, nessa situação, ajudava Bea a voltar mais rápido, ainda assim, Bea demorou a retornar à ilha de onde estava. Levando em consideração levar a maior quantidade de alimentos para o formigueiro e considerando que elas saíam de volta para casa às 12h e depois das 18h30 ficaria muito escuro. Qual a melhor organização de grupo das formigas?*

R: Nesse ponto, devemos lembrar que a força da correnteza corresponde a força do remo de uma formiga. O barco sem nenhuma formiga remando, seguindo o fluxo da correnteza, tem um deslocamento de módulo igual ao deslocamento de duas formigas remando juntas contra a correnteza (sentidos contrários), ou seja, a correnteza sozinha consegue mover o barco em um deslocamento de $\frac{1}{5}$ do percurso em 3,5 horas. Com isso, entendemos que a correnteza sozinha, representa 1f e a cada formiga que eu acrescento, representa uma força a mais (+1f).

Sem formigas 1 f : o barco chega em 17,5 horas

Com uma formiga 1f + 1f : o barco chega em 8,75 horas.

$$17,5 \cdot \frac{1}{2} = 8,75$$

Com duas formigas 1f + 1f + 1f: o barco chega em 5,84 horas (< 6h).

$$17,5 \cdot \frac{1}{3} \cong 5,84$$

Com três formigas 1f + 1f + 1f + 1f: o barco chega em 4,375 horas.

$$17,5 \cdot \frac{1}{4} = 4,375$$

Com quatro formigas 1f + 1f + 1f + 1f + 1f : o barco chega em 3,5 horas.

$$17,5 \cdot \frac{1}{5} = 3,5$$

Com cinco formigas 1f + 1f + 1f + 1f + 1f + 1f: o barco chega 2,92 h (< 3h)

$$17,5 \cdot \frac{1}{6} =$$

1 barco $\rightarrow$ 5 formigas

O barco chegaria em menos de 3h (15h).

2 barcos $\rightarrow$ 2 e 3 formigas, 1 e 4 formigas

Com 2 e 3 formigas: Todos os barcos terminariam de chegar por volta de 5,84 horas (Antes das 18h).

Com 1 e 4 formigas: Todos os barcos terminariam de chegar por volta de 8,75 horas (20h45).

3 barcos $\rightarrow$ 1, 2 e 2 formigas, 1, 1, 3 formigas

Com 1, 2 e 2 formigas ou 1, 1, 3 formigas: Todos os barcos terminariam de chegar por volta de 8,75 horas (20h45).

4 barcos $\rightarrow$ 1, 1, 1 e 2 formigas

Todos os barcos terminariam de chegar por volta de 8,75 horas (20h45).

5 barcos $\rightarrow$ 1 formiga em cada

Todas os barcos chegariam por volta de 8,75 horas (20h45).

Quadro 1 - Resumo da organização, tempo e deslocamento das formigas.

Quantidade de formigas	Forças	Deslocamento em 3,5h	Tempo total do percurso	Horário de chegada
0	1f	$\frac{1}{5}$	17,5 h	5h30
1	1f + 1f	$\frac{2}{5}$	8,75 h	20h45
2	1f + 1f + 1f	$\frac{3}{5}$	5,84 h	17h51
3	1f + 1f + 1f + 1f	$\frac{4}{5}$	4,375 h	16h23
4	1f + 1f + 1f + 1f + 1f	$\frac{5}{5}$	3,5 h	15h30
5	1f + 1f + 1f + 1f + 1f + 1f	Percurso total em menos de 3,5 h	2,92 h	14h16

Fonte: Elaborado pela autora

Concluimos, nessa situação, que a melhor forma de organização, considerando a maior quantidade de alimento para levar e chegar antes de escurecer totalmente, é organizar o grupo em dois barcos, um com duas e o outro com três formigas.

j. *As formigas se organizam em grupos diferentes: Bea e Cora cuidam de um barquinho e Dani e as outras duas formigas (Ema e Flora) se responsabilizam pelo outro. Na volta pra casa, devido o cansaço de dois dias remando, depois de 3,5 horas de remo (15h30), Bea sente-se mal e não consegue mais remar. Cora se desespera e não pode pedir ajuda, já que o outro barco com as três formigas já ia na frente. A noite se aproxima e ela vê que não pode parar de remar e continua remando.*

- *Quanto do percurso falta para cumprir? Você acha que a partir de agora, Cora remando sozinha, elas conseguirão chegar à ilha antes das 18h30?*

R: Como visto na tarefa anterior, com duas formigas remando, o que representa a ação de três forças, em 3,5h o barco faz $\frac{3}{5}$ do percurso, falta 3 horas para ficar tudo escuro e $\frac{2}{5}$ do percurso para concluir.

Segunda pergunta: Resposta pessoal.

- *Sem que se percam, qual o novo horário previsto para as irmãs chegarem ao formigueiro?*

R: Com uma formiga remando, ela faz $\frac{2}{5}$ do percurso em 3,5h e chega ao formigueiro 19h.

- *Às 18h30, o tempo escureceu muito e Bea e Cora ainda não tinham chegado à ilha. O medo tomou conta e as formigas se desesperam e não conseguem mais encontrar o formigueiro. Cora continua remando seguindo o sentido da correnteza, quando percebe que já tinha ultrapassado o tempo estipulado para chegar ao formigueiro e vê que já são 22h30. Qual distância Cora remou com a irmã e qual distância remou sozinha? Onde se localiza o barco nesse momento?*

R: Se em 3, 5 horas, uma formiga remando só faz um deslocamento de $\frac{2}{5}$ do percurso. Ao chegar 22h30, tem passado 7 horas que Cora rema só, o dobro de 3,5h, que corresponde ao dobro do deslocamento ($\frac{4}{5}$).

$$3,5h \rightarrow \frac{2}{5}$$

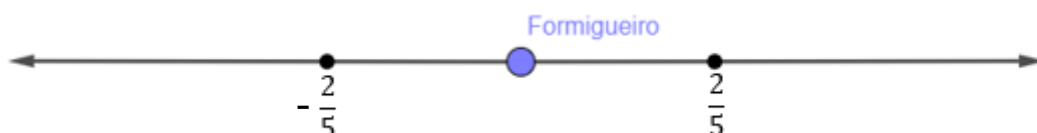
$$7h \rightarrow 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

Nesse momento, o barco se localiza a $\frac{2}{5}$ do percurso para o lado esquerdo do formigueiro. Mesma distância das 15h30, mas no sentido oposto.

- *Represente em linha de coordenadas a localização do barquinho em relação ao formigueiro no horário que Cora começou a remar sozinha às 15h30 e quando está à noite às 22h30.*

R: Representação em linha de coordenadas a localização do barco nos dois horários.

Figura 10 – Linha de coordenadas 1



Fonte: Figura da autora

- *As irmãs percebem que já passaram pelo formigueiro, o cansaço toma conta e elas veem que não adianta tentar voltar, devido estar muito escuro e a melhor opção é descansar. No dia seguinte, com o nascer do sol (5h30), elas despertam e tentam voltar rio acima. Acrescente à linha de coordenadas do ponto anterior, a nova localização das formigas.*

R: Quando as formigas resolvem descansar, a força atuando sobre o barquinho diminui e a única força atuando é a da correnteza, que desloca o barco $\frac{1}{5}$ do percurso em 3,5h. As formigas descansaram por 7 horas, esse deslocamento dobra ($\frac{2}{5}$).

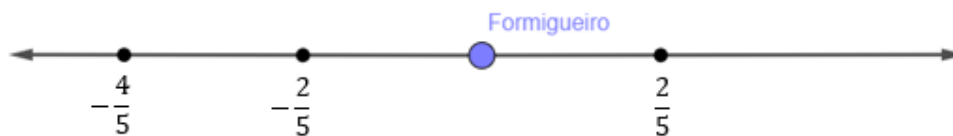
Como visto na tabela:

$$3,5h \rightarrow \frac{1}{5}$$

$$7h \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

Representação em linha de coordenadas a localização do barco nos três horários.

Figura 11 – Linha de coordenadas 2



Fonte: Figura da autora

7.2 DISCUSSÃO DAS TAREFAS

No item *h*, na volta das formigas da ponte para o formigueiro, surge uma nova problemática: levar a maior quantidade de alimento possível para o formigueiro. Uma das ideias dos alunos seria dividir as formigas em barcos diferentes, assim haveria uma quantidade maior de barcos, possibilitando o transporte de mais comida. Essa divisão poderia ser em cinco barcos (uma formiga em cada barco), quatro barcos (um barco com duas formigas e os demais com uma), três barcos (um com três formigas e os demais com uma ou dois barcos com duas formigas e o outro com uma), dois barcos (um barco com quatro formigas e o outro com uma, ou um com três e o outro com duas) e um barco (com as 5 formigas).

A organização das formigas nos barcos pode ser representada como opção mais favorável a de dividir o grupo em cinco e cada formiga assume um barco diferente. Também pode acontecer de algum aluno sugerir criar vários barcos e enchê-los de comida e colocar para que desça junto ao percurso do rio, desse modo, elas estariam levando a maior quantidade de comida possível. Nesse momento é criada a necessidade da problemática do item *i*. Na nona tarefa, é falado sobre o horário que já está um pouco avançado e logo chegará a noite, talvez, organizar as formigas uma em cada barco, não seja uma boa ideia, pois elas poderão não chegar antes das 18h30, horário que inicia impossibilidade de enxergar, logo cria-se a necessidade de analisar o tempo que cada organização de grupo levará para que todas cheguem até a ilha, nesse item eles também podem perceber que colocar a comida para descer nos barquinhos, sem a direção de uma formiga, pode não ser viável, pois esses barcos podem não chegar até ao formigueiro, caso chegue, será por volta das 5h30 do dia seguinte, horário que as formigas podem não ver o barquinho e ele passar direto pelo formigueiro.

Temos neste item, a continuação com o trabalho de multiplicidade e divisibilidade, além de mostrar que quando estão sendo aplicadas forças no mesmo sentido, o resultado dessa força trata-se da união de todas as forças, que leva o objeto no sentido que é aplicada, diferente do que acontecia quando as forças iam em sentidos contrários, deixando mais uma

oportunidade para futuros trabalhos de operar com esses números.

No item *j*, quando tudo parecia estar resolvido e as formigas, bem organizadas, chegariam com alimento antes de escurecer, surge um novo problema, após 3,5 horas de remo Bea não consegue mais remar, o que muda no tempo de retorno para casa. Enquanto as duas formigas remavam, junto a força da correnteza, havia três forças atuando sobre o barco, impulsionando no mesmo sentido, o que pelo visto no item anterior, fez com que em 3,5 horas, juntas, elas tivessem cumprido $\frac{3}{5}$ do percurso e restasse ainda $\frac{2}{5}$ até chegar ao formigueiro.

Com a perda da força de uma formiga o que antes levaria menos de 3 horas, agora, com duas forças aplicadas sobre o barco (a correnteza e o remo de Cora), para chegar até o formigueiro levará 3,5 horas, o que ultrapassa as 18h30 e leva as formigas a perderem o formigueiro de vista.

No segundo ponto, ao compreender, mesmo que intuitivamente, que as irmãs não chegariam ao formigueiro antes do escurecer, o aluno deverá calcular a parte que falta para chegar ao formigueiro e o tempo que isso levaria para acontecer, sendo que agora há uma força menor atuando sobre o barquinho, o que permite seguir o trabalho de multiplicidade com redução da força, diferindo dos pontos anteriores que sempre ampliavam a força.

No próximo ponto é falado que a formiga continua a remar e quando percebe já são 22h30. Pelo cálculo do ponto anterior, as formigas deveriam chegar ao formigueiro às 19h, mas como perdem o formigueiro de vista, o aluno perceberá que em 3,5 horas a formiga percorria uma distância de $\frac{2}{5}$ do percurso, logo em 7h ($2 \times 3,5$), ela teria percorrido o dobro, que equivale a percorrer $\frac{4}{5}$ do percurso, ou seja, esse remo a mais levou a formiga a passar da origem (formigueiro) seguindo o percurso da correnteza e nesse horário ela se localiza à mesma distância que às 15h30, mas no outro sentido com relação ao formigueiro (origem).

No quarto ponto, ao pedir que representem em linhas de coordenadas as duas distâncias nos dois horários, o aluno observará que são distâncias iguais, porém em lados opostos, essa tarefa toma como indicador a expressão de uma relação de medida entre dois vetores, onde pode ser observado o modelo universal de número, o vetor que representa a distância às 22h30 possui comprimento igual ao vetor que representa a distância às 15h30 com os sentidos opostos. Podemos inserir a ideia de sinal para mostrar a diferença entre as localizações, “quando os dois vetores possuem sentidos opostos, é indicado com o sinal de menos ‘-’, mas caso eles tenham o mesmo sentido, é representado por outro sinal, o de mais

‘+’” (Búrigo, 2015, p. 93)

Nessa tarefa também podemos definir o conceito de módulo, pois em termo de distância (módulo) eles representam o mesmo valor referente as representações das localizações do barquinho nos dois horários (ambas distâncias são representadas por $\frac{2}{5}$), mas suas representações locais na linha de coordenadas não podem ser feitas pelo mesmo símbolo, pois ao representá-las, observamos que elas se localizam em sentidos contrários e cria-se a necessidade de utilização do sinal de “-” ($-\frac{2}{5}$) para indicar que os sentidos estão contrários.

No último ponto, ao repousarem, nenhuma força das formigas atua sobre o barco, porém a força da correnteza continua agindo e levando o barco para mais distante do formigueiro. A ideia de multiplicidade poderá continuar sendo trabalhada na redução de forças atuantes, observando que ao retirar a força da formiga, em 7h o percurso feito pelo barquinho sendo arrastado pela correnteza, é correspondente ao percurso feito em 3,5h quando as forças da formiga e da correnteza agiam sobre ele, podendo ser comparado os vetores representando as distâncias percorridas em diferentes intervalos de tempo, de acordo com as forças atuando sobre o barco .

O conceito de módulo também poderá continuar sendo trabalhado ao indicar que o barquinho se localiza a uma distância cada vez maior. O uso do símbolo “-” deve continuar sendo utilizado, representado que essa distância é oposta às distâncias iniciais, antes de chegar ao formigueiro e, com isso, continuamos com uso de multiplicidade e divisibilidade.

8 OBSERVAÇÕES FINAIS

Cada tarefa proposta, a depender da turma em que é aplicada, pode apresentar variação tanto no tempo de execução, quanto na ordem cronológica de desenvolvimento e nos conceitos mobilizados. Como exemplo, nos itens *f*, *g* e *j*, é possível explorar simultaneamente as ideias de multiplicidade e divisibilidade, articulando-as à relação entre deslocamento, tempo e intensidade da força aplicada, bem como à atribuição do zero como oposto de si mesmo e ao surgimento dos números positivos no contexto dos negativos. Esses mesmos itens, entretanto, podem ser retomados em momentos posteriores, quando o foco passar a ser as operações entre números inteiros, uma vez que a situação vivenciada pelas formigas permite compreender que, quando forças atuam no mesmo sentido, seja para a direita ou para a esquerda, seus efeitos se somam, conduzindo a um deslocamento mais rápido em direção a um mesmo ponto. Ao contrário, quando forças atuam em sentidos opostos, uma reduz a intensidade da outra, podendo atrasar o percurso ou, dependendo da intensidade, anular completamente o movimento. Essa flexibilidade de abordagem confere à tarefa um caráter investigativo e dinâmico, favorecendo diferentes leituras conceituais a partir de uma mesma situação-problema

REFERÊNCIAS

BÚRIGO, L. S. M. **Necessidades emergentes na organização do ensino davydoviano para o número negativo**. 2015. 153f. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação, Criciúma, 2015.

ROSA, J. E. da. **Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar**: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.