UFOB PROFMAT

PRODUTO EDUCACIONAL

Produzido por

EVERSON VIEIRA DA SILVA

everson.s0654@ufob.edu.br

Orientadores:

Prof. Dr. Jailson França dos Santos

Prof. Dr. Ilton Ferreira de Menezes

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional, desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), apresenta uma Sequência Didática Interdisciplinar (SDI) voltada para uma turma do 1º ano do Ensino Médio, com foco no ensino da Função Polinomial do 2º grau. A proposta integra o uso da linguagem de programação Python ao ensino da Matemática, visando oferecer aos futuros professores estratégias metodológicas que articulem conteúdos matemáticos e Tecnologias Digitais. Busca-se, assim, estimular o desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio lógico, além de promover a aplicação prática dos conceitos matemáticos em contextos reais.

A SDI foi planejada à luz de autores como Fazenda (1994) e Zabala (2015), considerando que a sequência didática pode ir além da abordagem de uma única disciplina e estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento. Neste caso, articula-se a Matemática e a Linguagem de Programação, com o objetivo de promover uma reflexão crítica sobre o uso pedagógico das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) no ensino de Matemática. Essa proposta está alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) e busca incentivar novas práticas pedagógicas que favoreçam aprendizagens ativas e significativas por parte dos estudantes.

A SDI é apresentada como uma sugestão de organização do trabalho didático-pedagógico para docentes que lecionam Matemática no Ensino Médio. As atividades propostas baseiam-se em obras de autores como Andrade (2020) e Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), que apresentam situações-problema envolvendo a função polinomial do 2º grau.

Tais atividades permitem aos estudantes vivenciarem uma integração entre a Matemática e as TDICs de forma lúdica. A relação entre o raciocínio matemático e o uso do computador amplia as possibilidades de aprendizagem no campo das Ciências, favorecendo a adoção de metodologias ativas e estimulando o pensamento crítico e criativo.

Bom trabalho! **Prof. Everson Vieira da Silva**

INTRODUÇÃO

MATEMÁTICA E LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

A linguagem de programação (LP) é um recurso pedagógico que pode ser utilizado para o ensino e aprendizagem de função. Seu uso permite criar experiências interativas e dinâmicas, aproximando os estudantes da lógica computacional e estimulando o desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio lógico. Ao integrar Matemática e Programação, o estudo dessa função ganha novos significados, explorando suas aplicações em diferentes áreas, contribuindo assim com a Educação Matemática.

A SDI elaborada parte do pressuposto de que o estudante já possua conhecimentos prévios de LP, não sendo seu intuito servir como material introdutório para o ensino dessa linguagem.

Dessa forma, foi concebida para turmas do 1º ano do Ensino Médio, com o objetivo principal de articular o estudo das funções do 2º grau à construção e execução de códigos em linguagem computacional Python. Por meio de atividades interdisciplinares, o estudante é convidado a:

- Compreender conceitos matemáticos fundamentais, como concavidade, vértice, raízes e variação de sinais;
- Implementar algoritmos que representem graficamente e calculem elementos da função.

Essa abordagem não apenas reforça o conteúdo matemático previsto na BNCC, mas também amplia a formação do estudante, ao desenvolver competências essenciais, como a competência geral nº 2 e 5, prevista nesse documento normativo.

A seguir, apresenta-se uma Sequência Didática Interdisciplinar (SDI) voltada para o ensino de funções do segundo grau, articulando conceitos matemáticos e linguagem de programação Python. Para tanto, a SDI está estruturada em cinco propostas de atividades, com respectivos planos de aula e sugestões de atividades práticas.

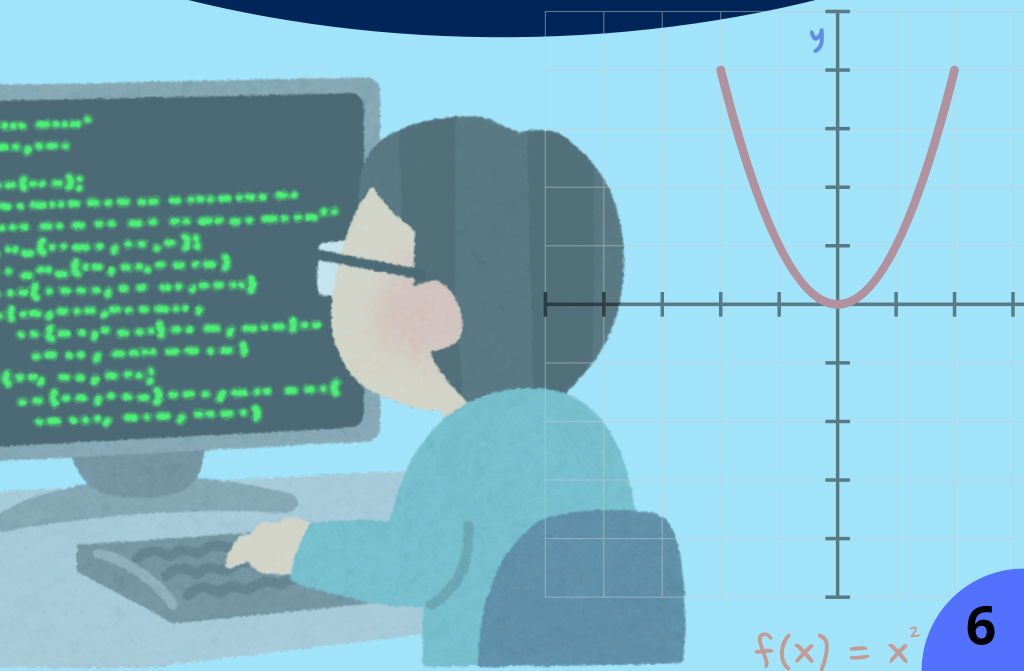
AULA 1: INTRODUÇÃO À FUNÇÃO DO 2° GRAU

AULA 2: GRÁFICOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

AULA 3: RAÍZES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2° GRAU

AULA 4: VÉRTICE DA FUNÇÃO DO 2° GRAU

AULA 5: APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DO 2° GRAU



PLANO DE AULA
AULA 01

INTRODUÇÃO À FUNÇÃO DO 2º GRAU

DURAÇÃO
- 60 minutos

SÉRIE
- 1° série ensino médio

AULA
- Aula 01

CONTEÚDO
- Conhecimento prévio sobre função do 2º grau.

COMPETÊNCIAS GERAIS BNCC
- CG02
- CG05

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNCC
- CEMAT01
- CEMAT03
- CEMAT04

HABILIDADES BNCC
- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT405

OBJETIVOS
- Compreender a definição de função polinomial do 2º grau.
- Aplicar a linguagem de programação Python para explorar conceitos matemáticos.

MATERIAIS
- Quadro e marcador.
- Projetor e slides.
- Folha de atividades impressa

METODOLOGIA
- Aula expositiva
- Discursão em grupo.

DESCRIÇÃO
- Apresentação do plano de curso e dos objetivos.
- Introdução à função do 2º grau: definição e propriedades básicas

ATIVIDADE
- Conhecimento prévio sobre função do 2º grau.

AVALIAÇÃO
- Participação na discussão em grupo.
- Resolução dos exercícios de revisão

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias — Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.

INTRODUÇÃO À FUNÇÃO DO 2ª GRAU

Conceitos básicos, representação algébrica e exploração inicial em Python

DESCRIÇÃO

Nessa primeira aula, o objetivo é apresentar uma breve contextualização sobre a função polinomial do 2º grau. Será abordada a definição dessa função e suas aplicações no campo da Matemática. Em seguida, será realizada uma revisão sucinta dos conceitos fundamentais, seguida de uma atividade prática destinada a consolidar o entendimento dos estudantes por meio do estudo das aplicações da função do 2º grau no cotidiano.

OBSERVAÇÃO

O professor irá investigar sobre os conhecimentos prévios dos discentes sobre função afim e função polinomial do 2º grau, com ênfase em função polinomial do 2º grau.

OBJETIVOS

- Compreender a definição de função polinomial do 2º grau.
- Relacionar a função do 2º grau com situações do cotidiano e outras áreas do conhecimento. Abaixo segue o roteiro da primeira aula.
- Exploração inicial em Python

Definição:

Seja a função f: R → R é chamada quadrática quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, chamados coeficientes da função quadrática, tais que f(x) = ax^2 + bx + c, para todo x ∈ R.

Note que se a = 0 temos uma função do 1º grau ou uma função constante. Segue abaixo alguns exemplos de equações do 2º grau:

$f(x) = x^2 - 3x + 4$ Coeficientes: $a = 1, b = -3, c = 4$

$f(x) = 8x^2 - 1$ Coeficientes: $a = 8, b = 0, c = -1$

$f(x) = -x^2 + \frac{3x}{2}$ Coeficientes: $a = -1, b = \frac{3}{2}, c = 0$

$f(x) = -5x$ Coeficientes: $a = -5, b = 0, c = 0$

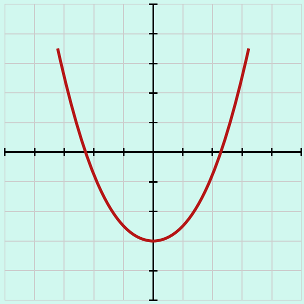
BNCC

Competência Específica:
CEMAT03

Habilidades:
EM13MAT302 Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

ATIVIDADES PROPOSTAS

1 - Considere a função do segundo grau como a apresentada ao lado:



a) Podemos afirmar que o coeficiente "a" é positivo ou negativo ? Explique.

____

____

b) Quantas raízes possui a função ? Justifique.

____

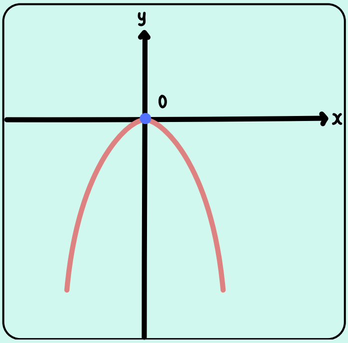
____

c) O que é possível afirmar sobre o termo independente ?

____

____

2 - Considere a função ao lado em que possui uma raiz real em $x = 0$.



a) Podemos afirmar que o coeficiente "a" é positivo ou negativo ? Explique.

____

____

b) Quantas raízes possui a função ? Justifique.

____

____

c) É possível afirmar que o valor de delta é maior, menor ou igual a zero ?

____

____

CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS

Apresentam-se, a seguir, algumas noções de linguagem de programação em Python voltadas para a construção de algoritmos computacionais que estabeleçam conexão direta com as atividades matemáticas 1 e 2 propostas.

```
import math
a = 1
b = -5
c = 6

delta = b**2 - 4 * a * c
print("O valor de Delta é: ", delta)
```

ANÁLISE

Nessa estrutura de código, o estudante pode implementar diferentes valores para os coeficientes a, b e c, e verificar o respectivo valor do discriminante (Δ).

```
if delta > 0:
 print("Possui duas raízes reais")
 x1 = (-b + math.sqrt(delta))/(2 * a)
 x2 = (-b - math.sqrt(delta))/(2 * a)
 print("x1: ", x1, "\nx2: ", x2)
elif delta == 0:
 print("Possui duas raízes iguais")
 x1 = (-b) / (2 * a)
else:
 print("Não possui raízes reais")
```

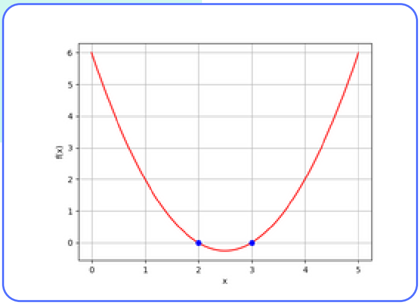
ANÁLISE

Nessa estrutura, os estudantes são conduzidos a compreender como as condições matemáticas se relacionam com as condições computacionais, por meio do uso de estruturas de comparação. Além disso, percebem como diferentes valores atribuídos aos coeficientes a, b e c influenciam os resultados obtidos, determinando em qual ramificação condicional o código será executado.

```
1.# Plotagem da Função quadrática
2.x=np.linspace(0,5,100)
3.y=x**2-5*x+6
4.
5.plt.plot(x,y,"r-")
6.plt.plot(x1,0,"bo")
7.plt.plot(x2,0,"bo")
8.plt.grid()
9.plt.xlabel("x")
10.plt.ylabel("f(x)")
11.plt.show()
```

ANÁLISE

Nessa estrutura, os estudantes são conduzidos ao entendimento como o código computacional é implementado para geração do gráfico da função, com base na função estabelecida através da linha 3.



Atividade computacional proposta:

a) Reescreva o algoritmo computacional alterando os valores dos coeficientes a, b e c de forma que o gráfico apresente concavidade voltada para baixo.

b) Teste pelo menos três conjuntos diferentes de valores para a, b e c e observe como cada alteração modifica a posição e a forma da parábola no gráfico.

PLANO DE AULA
AULA 02

GRÁFICOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

DURAÇÃO
- 60 minutos

SÉRIE
- 1° série ensino médio

AULA
- Aula 02

CONTEÚDO
- Plotagens e Análises de gráficos de funções quadráticas.

COMPETÊNCIAS GERAIS BNCC
- CG02
- CG05

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNCC
- CEMAT01
- CEMAT03
- CEMAT04

HABILIDADES BNCC
- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT405

OBJETIVOS
- Esboçar e interpretar o gráfico de funções quadrática, verificando as implicações de cada coeficiente.

MATERIAIS
- Quadro e marcador.
- Computador com Python e biblioteca Matplotlib.
- Folhas quadriculadas para esboço manual.

METODOLOGIA
- Construção de gráficos no Python e exercícios propostos

DESCRIÇÃO
- Análise do formato da parábola, explorando sua concavidade, abertura e a influência dos coeficientes da função do 2º grau na construção do gráfico.

ATIVIDADE
- Desenvolvimento de algoritmos computacionais para plotagem de gráficos

AVALIAÇÃO
- Participação na discussão em grupo.
- Resolução dos exercícios de revisão.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias — Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.

GRÁFICOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Esboçar e interpretar gráficos de função quadrática

DESCRIÇÃO

Dando continuidade à Aula 1, que foi finalizada com a apresentação de um gráfico, nesta etapa os estudantes irão aprofundar o estudo dos gráficos da função do 2º grau. Serão analisadas as diferenças entre parábolas com concavidade voltada para cima e para baixo, estabelecendo a relação dessas características com os coeficientes da função. Em seguida, essa análise será correlacionada com a construção e interpretação de gráficos gerados por meio da linguagem de programação Python.

OBSERVAÇÃO

Quanto maior o módulo do coeficiente “a”, menor será a abertura da parábola. Por outro lado, quanto mais próximo de zero for o valor de “a”, maior será a abertura da parábola.

OBJETIVOS

Analisar graficamente funções do 2º grau, identificando a influência dos coeficientes na forma da parábola e na concavidade, utilizando recursos com a linguagem computacional do Python

Definição:

O gráfico de uma função f é o conjunto de todos os pontos (pares ordenados (x, y)) do plano cartesiano com x pertencente ao domínio de f e $y = f(x)$.

Para construir o gráfico de uma função f, utilizamos a ideia de representação de par ordenado de números reais (x, y) em um plano cartesiano, com $x \in D(f)$ e

$y \in Im(f)$.

BNCC

Competência Específica:
CEMAT04

Habilidades
EM13MAT405: Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ ou matemática

EXPOSIÇÃO DO CONTEÚDO

Construir, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $y = x^2 - 1$ sendo x um número real qualquer.

Inicialmente, iremos atribuirmos alguns valores reais para x, como os valores -3, -2, 0, 2, 3 , substituí - los na lei de formação da função e calcular os respectivos valores de y, determinando os seguintes pares ordenados (x , y).

$f(-3) = (-3)^2 - 1 = 8$

$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$

$f(0) = 0^2 - 1 = -1$

$f(2) = 2^2 - 1 = 8$

$f(3) = 3^2 - 1 = 8$

x	y	(x,y)
-3	8	(-3,8)
-2	3	(-2,3)
0	-1	(0,-1)
2	3	(2,3)
3	8	(3 ,8)

Construir, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $y = -x^2 + 4$ sendo x um número real qualquer.

Inicialmente, iremos atribuirmos alguns valores reais para x, como os valores -2, -1, 0, 1, 2 , substituí - los na lei de formação da função e calcular os respectivos valores de y, determinando os seguintes pares ordenados (x , y).

x	y	(x,y)
-2	0	(-2,0)
-1	+3	(-1,+3)
0	+4	(0,+4)
+1	+3	(+1,+3)
+2	0	(+2,0)

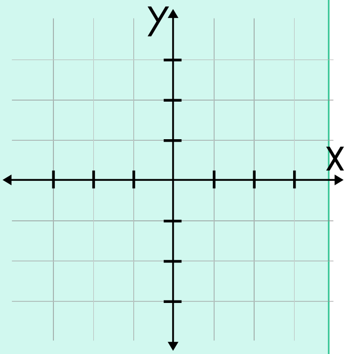
Pierre de Fermat

As parábolas já eram fruto de estudo do matemático frances Pierre de Fermat (c. 1601-1665). Os resultados de seus estudos foram publicados postumamente, no artigo Isogoge ad locus planos et solidos, no qual definiu muitas curvas novas algebricamente, ainda conhecidas como hipérboles, parábolas e espirais de Fermat

fonte: Rosa, Carlos Augusto de Proença. História da Ciência: a ciência moderna. 2 , ed. Brasília: FUNAG, 2012.

ATIVIDADES PROPOSTAS

3 - Construir, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $y = x^2 - 4$, sendo x um número real qualquer.



a) Podemos afirmar que o coeficiente "a" é positivo ou negativo ? Explique.

___

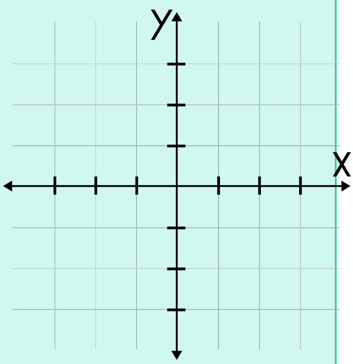
b) A concavidade é voltada para cima ou para baixo? Justifique.

___

c) Em que ponto a função toca o eixo das ordenadas?

___

4 - Considere a função definida por $y = -x^2 + 4x. - 4$. Responda os itens seguir:



a) Para os valores de x assumidos em um determinado intervalo de [-3, 3]. Calcule os correspondentes valores de f(x)?

___

c) Faça o esboço do gráfico da função com base nos pontos calculados. Indique visualmente os pontos no gráfico.

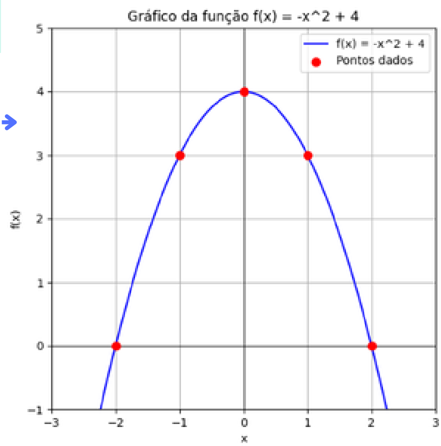
___

CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS

A seguir, apresentam-se noções de programação em Python voltadas à construção de algoritmos que estabeleçam uma conexão direta com a atividade matemática proposta na Atividade 3.

```
1.import matplotlib.pyplot as plt
2.import numpy as np
3.
4.# Valores de x para a curva suave da parábola
5.x = np.linspace(-3, 3, 400)
6.
7.# Cálculo de f(x)
8.y = -x**2 + 4
9.
10.# Criando o gráfico com malha e eixo centralizado
11.plt.figure(figsize=(6, 6))
12.# curva da parábola
13.plt.plot(x, y, color='blue', label='f(x) = -x^2 + 4')
14.# Destacando os pontos específicos
15.
16.x_pontos = [-2, -1, 0, 1, 2]
17.y_pontos = [-xi**2 + 4 for xi in x_pontos]
18.plt.scatter(x_pontos, y_pontos, color='red', s=50, zorder=5,
   label='Pontos dados')
19.
20.# Ajustando os limites para melhor visualização
21.plt.xlim(-3, 3)
22.plt.ylim(-1, 5)
23.
24.plt.title('Gráfico da função f(x) = -x^2 + 4')
25.plt.xlabel('x')
26.plt.ylabel('f(x)')
27.plt.grid(True)  # ativa a malha
28.plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)  # eixo x
29.plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)  # eixo y
30.plt.legend()
31.plt.show()
```

Ao executar o programa no Python, a partir da linha 10, a estrutura do código gera o gráfico ao lado, contendo todas as informações previamente definidas na programação.



PLANO DE AULA
AULA 03

RAÍZES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

DURAÇÃO
- 60 minutos

SÉRIE
- 1° série ensino médio

AULA
- Aula 03

CONTEÚDO
- Cálculo das raízes utilizando a fórmula de Bhaskara.

COMPETÊNCIAS GERAIS BNCC
- CG02
- CG05

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNCC
- CEMAT01
- CEMAT03
- CEMAT04

HABILIDADES BNCC
- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT405

OBJETIVOS
- Compreender e analisar o sinal de uma função quadrática, identificando seus zeros (raízes) e interpretando o significado desses valores no contexto matemático e gráfico.

MATERIAIS
- Quadro e marcador.
- Computadores com Python.
- Lista de exercícios impressa.

METODOLOGIA
- Aula expositiva com exemplos resolvidos.
- Exercícios em duplas.
- Programação em Python.

DESCRIÇÃO
- Explicação da fórmula de Bhaskara.
- Resolução de equações com diferentes coeficientes.
- Implementação da fórmula de Bhaskara no Python.

ATIVIDADE
- Aula expositiva com exemplos resolvidos.

AVALIAÇÃO
- Resolução correta das equações.
- Funcionamento do código da fórmula de Bhaskara.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias — Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.

RAÍZES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Conceito sobre o zero da função polinomial do 2º grau

DESCRIÇÃO

Nesta aula, será apresentada a demonstração da fórmula de Bhaskara, destacando passo a passo o processo de obtenção das raízes de uma equação polinomial do 2º grau. Em seguida, a fórmula será implementada em Python, permitindo explorar sua aplicação prática por meio de exemplos. Por fim, serão propostas atividades que evidenciam como a variação dos coeficientes influencia a quantidade e a posição das raízes no gráfico da função.

OBSERVAÇÃO

Para determinar as raízes de uma função quadrática, primeiramente é necessário resolver a equação f(x) = 0. Em seguida, calcula-se o discriminante (Delta) e, a partir dele, aplica-se a fórmula de Bhaskara para encontrar os valores de x que satisfazem a equação.

OBJETIVOS

Conduzir os estudantes à determinação dos zeros de uma função quadrática, compreendendo:

- Intersectar o eixo x em dois pontos distintos;
- Tocar o eixo x em um único ponto (tangência);
- Não intersectar o eixo x, quando não há raízes reais.

Definição:

Os zeros ou raízes de uma função quadrática são os valores de x que satisfazem a equação f(x)=0. Graficamente, correspondem aos pontos em que a parábola intercepta o eixo x. A existência e a quantidade de raízes reais dependem do valor do discriminante (Δ=b^2 - 4ac):

- $\Delta > 0$: duas raízes reais e distintas;
- $\Delta = 0$: uma raiz real dupla (a parábola toca o eixo x apenas em um ponto);
- $\Delta < 0$: não há raízes reais (a parábola não intercepta o eixo x).

BNCC

Competência Específica: CEMAT04

Habilidades:
EM13MAT405: Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ ou matemática.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

Situações como uma bola de futebol chutada, um projétil lançado por um canhão ou uma pedra atirada de um penhasco podem ter suas trajetórias descritas por funções quadráticas. Nesses casos, os zeros da função correspondem aos instantes em que o objeto toca o solo (altura igual a zero), representando o tempo total de voo.

Pergunta:

Dada a função $h(t) = -5t^2 + 20t$, que descreve a altura h (em metros) de uma bola em função do tempo t (em segundos), determine em quais instantes a bola está no chão e qual o tempo total de voo.

PROPOSTA PARA RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO

1. **Defina o que procurar**

- Os instantes em que a bola está no chão são as soluções de $h(t)=0$, onde $h(t) = -5t^2 + 20t$.

2. **Monte a equação**

- $-5t^2 + 20t = 0$

3. **Resolva a quadrática (fatoração)**

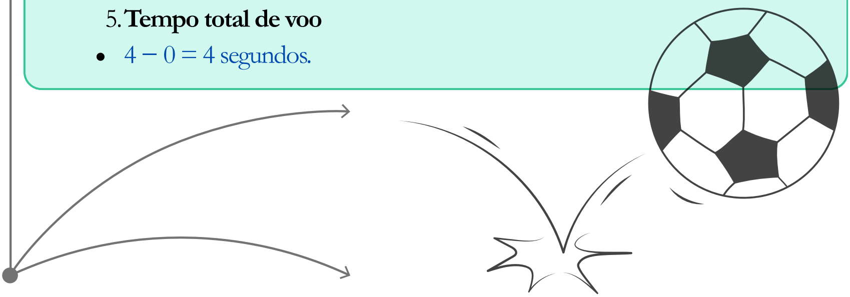
- Coloque t em evidência:
- $-5t(t - 4) = 0 \Rightarrow t = 0$ ou $t = 4$.
- Alternativa via Bhaskara: $a = -5$, $b = 20$, $c = 0$. $\Delta = b^2 - 4ac = 400$
- $$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 \pm \sqrt{20}}{-10} \Rightarrow t = 0, t = 4$$
-

4. **Interprete fisicamente**

- $t = 0$s: instante do chute (bola no chão).
- $t = 4$s: instante em que retorna ao chão.

5. **Tempo total de voo**

- $4 - 0 = 4$ segundos.

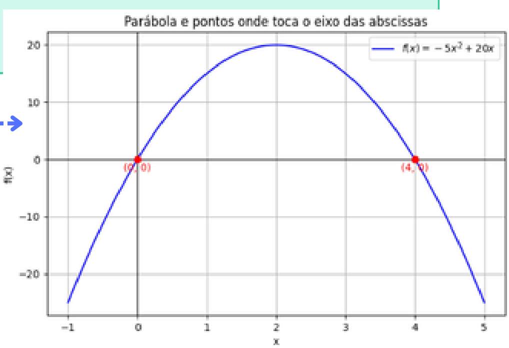


CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS

A seguir, apresentam-se noções de programação em Python voltadas à construção de algoritmos que estabeleçam uma conexão direta com a atividade matemática proposta no exercício de fixação.

```
1. import numpy as np
2. import matplotlib.pyplot as plt
3.
4. # Definindo a função
5. def f(x):
   6. return -5*x**2 + 20*x
7.
8.  # Calculando as raízes (onde f(x) = 0)
9.  # -5x^2 + 20x = 0 -> x(-5x + 20) = 0
10. # Raízes: x = 0 e x = 4
11. raizes = [0, 4]
12.
13. # Criando valores para o gráfico
14. x_valores = np.linspace(-1, 5, 200)
15. y_valores = f(x_valores )
16.
17. # Criando o gráfico
18. plt.figure(figsize=(8, 5))
19. plt.plot(x_valores, y_valores, label=r'$f(x)=-5x^2+20x$',
color='blue')
20. plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)
21. plt.axvline(0, color='black', linewidth=1)
22.
23. # Marcando as raízes
24. for r in raizes:
25. plt.scatter(r, 0, color='red', zorder=5)
26.  plt.text(r,  -2,  f'({r},  0)',  fontsize=10,  ha='center',
color='red')
27.
28. # Configuração do gráfico
29. plt.title("Parábola e pontos onde toca o eixo das abscissas")
30. plt.xlabel("x")
31. plt.ylabel("f(x)")
32. plt.grid(True)
33. plt.legend()
34. plt.show()
```

Ao executar o programa no Python, a partir da linha 18, a estrutura do código gera o gráfico ao lado, contendo todas as informações previamente definidas na programação.



ATIVIDADES PROPOSTAS

5 - Dada o gráfico da função representado ao lado, analise os itens abaixo:

a)Identifique, a partir do gráfico, as coordenadas dos pontos em que a parábola intersecta o eixo x (raízes da função).

____

b) Determine o ponto de interseção da parábola com o eixo y (coeficiente

6 - Zero da Função Quadrática:

Numa pequena cidade, um grupo de voluntários está organizando uma festa comunitária num campo aberto. Para determinar a área útil para colocar as barracas, os voluntários decidiram cercar um terreno retangular, cuja área A(x), em metros quadrados, depende da largura x escolhida para um dos lados. A função que descreve a área disponível é:

$$A(x) = -2x^2 + 14x$$

em que x representa a largura do terreno.

a) Determine os valores de x para os quais a área será nula.

____

b) Explique, em palavras, o que esses valores significam no contexto do problema.

____

c) Com base no contexto, qual intervalo de valores de x faz sentido considerar para o evento? Justifique.

____

PLANO DE AULA
AULA 04

VÉRTICE DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

DURAÇÃO
- 60 minutos

SÉRIE
- 1° série ensino médio

AULA
- Aula 04

CONTEÚDO
- Aula expositiva
- Discussão em grupo.

COMPETÊNCIAS GERAIS BNCC
- CG04
- CG05

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNCC
- CEMAT01
- CEMAT03
- CEMAT05

HABILIDADES BNCC
- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT503

OBJETIVOS
- Capacitar o estudante a identificar e determinar, a partir da expressão algébrica ou do gráfico, o ponto de máximo ou mínimo de uma função quadrática, compreendendo seu significado e aplicabilidade. Conduzir os alunos para construir os códicos computacionais relacionados.

MATERIAIS
- Quadro e marcador.
- Projetor e slides.
- Folha de atividades impressa

METODOLOGIA
- Aula expositiva
- Discursão em grupo.

DESCRIÇÃO
- Aplicação dos vértices em problemas práticos.
- Implementação do cálculo do vértice no Python.

ATIVIDADE
- Programação em Python, para encontrar o valor máximo e valor mínimo, de uma função polinomial do 2º grau.

AVALIAÇÃO
- Resolução correta de problemas com vértice.
- Implementação funcional do código em Python

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias — Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.

VÉRTICE DA FUNÇÃO DO 2° GRAU

Valor máximo e valor mínimo de uma função polinomial do 2° grau.

DESCRIÇÃO

Nesta aula apresentaremos o conceito de vértice de uma função quadrática, cuja coordenada é determinada pela fórmula $(-b/2a\ ,f(-b/2a))$. Em seguida, exploraremos aplicações práticas que envolvem a determinação do valor máximo ou mínimo dessa função. Por fim, implementaremos o cálculo do vértice em Python, evidenciando sua utilidade na resolução de problemas reais.

OBSERVAÇÃO

A atividade será realizada no laboratório de informática, onde os alunos pesquisarão questões contextualizadas sobre a função polinomial do 2º grau, integrando teoria e prática por meio de recursos computacionais.

OBJETIVOS

- Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em diversos contextos.
- Relacionar a matemática com a computação, estimulando a compreensão por meio de experimentação no computador.

DEFINIÇÃO:

Para uma função quadrática da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos:

- Quando $a > 0$, a parábola é **côncava para cima**, apresentando um **valor mínimo**. Nesse caso, o **vértice** é o ponto de mínimo da função, ou seja, o ponto mais baixo da curva
- Quando $a < 0$, a parábola é **côncava para baixo**, apresentando um **valor máximo**. Nesse caso, o **vértice** é o ponto de máximo da função, ou seja, o ponto mais alto da curva.

BNCC

Competência Específica: **CEMAT05**

Habilidades: **EM13MAT503**
Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

Dada a função quadrática

$$f(x) = -2x^2 + 6x + 1$$

a) Determine as coordenadas do vértice da parábola.

b) Classifique o vértice como ponto de máximo ou mínimo.

c) Esboce, a partir dos cálculos, como seria o formato da parábola e em que ponto ela toca o eixo das ordenadas.

PROPOSTA PARA RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO

a) Defina o que procurar

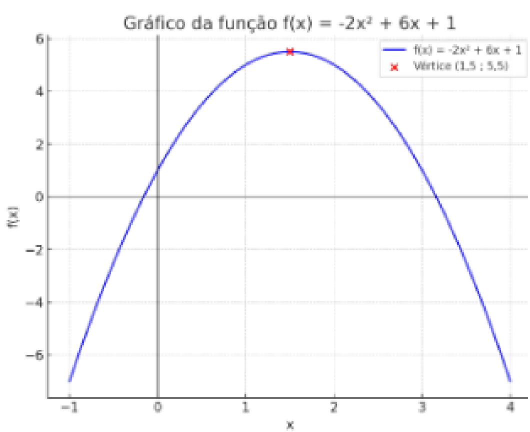
- Cálculo das coordenadas do vértice da função $f(x)= -2x^2 +6x + 1$, aplicando a fórmulas do vértice: $(-b/2a, f(-b/2a)$
- $Xv= -6/2(-2)$
- $Xv=6/4= 1,5$

Substituindo Xv na função, obtemos:

- $Yv = f(1,5) = -2(1,5)^2 +6(1,5) +1 = 5,5$

b) Como a<0, a parábola tem concavidade voltada para baixo → vértice é máximo.

c) Gráfico da parábola:



Ao executar o programa no Python, a partir da linha 16, a estrutura do código gera o gráfico ao lado, contendo todas as informações previamente definidas na programação.

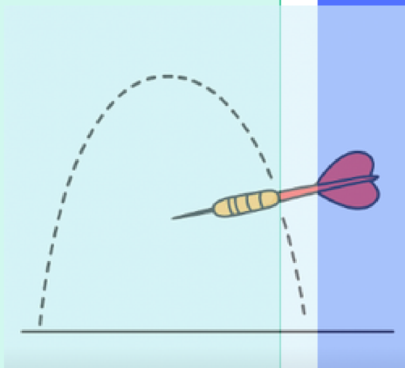
CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS

A seguir, apresentam-se noções de programação em Python voltadas à construção de algoritmos que estabeleçam uma conexão direta com a atividade matemática proposta no exercício de fixação.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Definindo a função
def f(x):
    return -2*x**2 + 6*x + 1

# Calculando as raízes usando a fórmula de Bhaskara
# ax^2 + bx + c = 0 -> x = (-b ± √(b^2 - 4ac)) / 2a
a, b, c = -2, 6, 1
delta = b**2 - 4*a*c
raiz1 = (-b + np.sqrt(delta)) / (2*a)
raiz2 = (-b - np.sqrt(delta)) / (2*a)
raizes = [raiz1, raiz2]

# Criando valores para o gráfico
x_valores = np.linspace(min(raizes)-1, max(raizes)+1, 200)
y_valores = f(x_valores)

# Calculando o vértice da parábola
xv = -b / (2*a)
yv = f(xv)

# Criando o gráfico
plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(x_valores, y_valores, label=r'$f(x)=-2x^2+6x+1$', color='blue')
plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)  # eixo x
plt.axvline(0, color='black', linewidth=1)  # eixo y

# Marcando as raízes
for r in raizes:
    plt.scatter(r, 0, color='red', zorder=5)
        plt.text(r, -2, f'({r:.2f}, 0)', fontsize=10, ha='center', color='red')

# Marcando o vértice
plt.scatter(xv, yv, color='green', zorder=5)
plt.text(xv, yv+1, f'V({xv:.2f}, {yv:.2f})', fontsize=10, ha='center', color='green')

# Configuração do gráfico
plt.title("Parábola, raízes e vértice")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

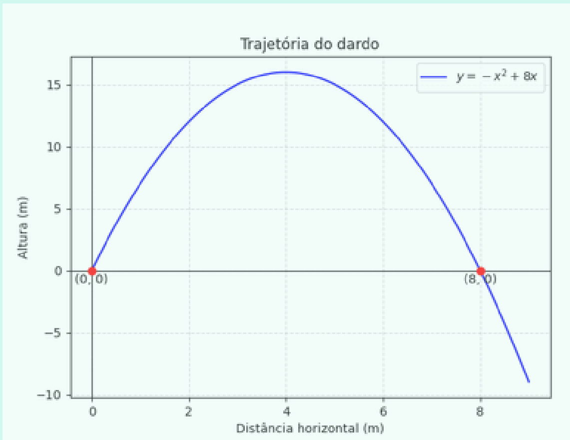
ATIVIDADES PROPOSTAS

7 - Um dardo semelhante ao da figura ao lado é lançado da origem, segundo um determinado referencial, e descreve a trajetória uma parábola representada pela função:



$$y = -x^2 + 8x$$

Observe o gráfico abaixo e a função que descreve o movimento do dardo.



Com base nessas informações, responda:

a) Qual é a altura máxima aproximada atingida pelo dardo? Explique.

---

b)Posição do dardo: Olhando para o vértice da parábola, qual é a posição do dardo quando ele atinge a altura máxima? Justifique.

ATIVIDADES PROPOSTAS

8 - Uma empresa deseja construir um reservatório de água com formato parabólico. A função que representa o custo de construção em milhares de reais, em função da profundidade x em metros, é dada por:

$$y = 3x^2 - 12x + 20$$

a) Analise a função e descreve qual é o valor mínimo do custo de construção.

b) Em que profundidade x esse valor mínimo ocorre? Justifique sua resposta?

c) Explique por que o conceito de valor mínimo é importante ao planejar o reservatório? Justifique sua resposta

DESAFIO PROPOSTO

Uma fazenda quer cercar um terreno retangular usando 50 metros de cerca. Um dos lados do terreno será limitado por um muro existente, então a cerca será usada apenas nos outros três lados. Se x representa o comprimento do lado paralelo ao muro, a área do terreno pode ser representada pela função A(x) = x(50 - 2x).

a) Analise a função e descreva aproximadamente qual é a área máxima que o terreno pode ter.

b) Em que valor de x essa área máxima ocorre? Explique como você chegou a essa conclusão.

c) Explique por que a forma da parábola ajuda a determinar a configuração mais eficiente do terreno em termos de área.

PLANO DE AULA
AULA 05

APLICAÇÃO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

DURAÇÃO
- 60 minutos

SÉRIE
- 1° série ensino médio

AULA
- Aula 05

CONTEÚDO
- Análise de diferentes funções quadráticas e suas aplicações, com construção e execução de algoritmos em Python.

COMPETÊNCIAS GERAIS BNCC
- CG02
- CG05

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS BNCC
- CEMAT01
- CEMAT03
- CEMAT04

HABILIDADES BNCC
- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT405

OBJETIVOS
- Conectar a Matemática com a prática computacional por meio de experimentação direta no computador.
- Aplicar função quadrática em problemas contextualizados, fortalecendo a interdisciplinaridade e a interpretação dos resultados.

MATERIAIS
- Computadores com Python instalado.
- Projetor e slides.
- Folha de atividades impressa

METODOLOGIA
- Aula práticas com uso de computadores
- Discursão em grupo.

DESCRIÇÃO
- Aula prática no laboratório de informática.
- Pesquisa sobre aplicações de atividades contextualizadas sobre função do 2º grau.

ATIVIDADE
- Discursão dos exercícios propostos envolvendo aplicação da função do 2º grau.

AVALIAÇÃO
- Participação na discussão em grupo.
- Resolução dos exercícios de revisão

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias — Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.

APLICAÇÃO DA FUNÇÃO 2º GRAU

Função quadrática e suas aplicações práticas.

DESCRIÇÃO

Nesta aula, os estudantes irão explorar a função polinomial do 2º grau integrada à programação em Python, conectando teoria e prática. Com uma abordagem "mão na massa", desenvolverão códigos para analisar e visualizar o comportamento da função, tornando o aprendizado mais dinâmico e interativo. Situações contextualizadas serão utilizadas para demonstrar aplicações reais, estimulando o raciocínio lógico e computacional.

OBSERVAÇÃO

A atividade será realizada no laboratório de informática, onde os alunos pesquisarão questões contextualizadas sobre a função polinomial do 2º grau, integrando teoria e prática por meio de recursos computacionais.

OBJETIVOS

- Relacionar a matemática com a computação, estimulando a compreensão por meio de experimentação no computador.
- Aplicar a função quadrática em problemas contextualizados, fortalecendo a interdisciplinaridade e a interpretação dos resultados.

Aplicação no cotidiano:

A função quadrática está presente em diversas situações reais, desde o cálculo de áreas e trajetórias de objetos lançados no ar, até a modelagem de fenômenos econômicos e físicos. No cotidiano, ela é aplicada, por exemplo, para prever o alcance máximo de um projétil, otimizar lucros e custos em empresas, ou calcular a altura ideal de estruturas. Ao explorá-la com programação Python, os alunos não apenas compreendem sua lógica matemática, mas também percebem sua utilidade concreta na resolução de problemas do dia a dia.

BNCC

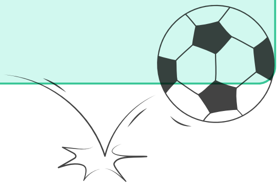
Competência Específica: **CEMAT01**

Habilidades: **EM13MAT101**
Analisar criticamente situações econômicas, sociais e de Ciências da Natureza que envolvam variação de grandezas, por meio de gráficos e taxas de variação, com ou sem uso de tecnologias digitais.

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

Nos jogos de futebol, ao realizar um lançamento, a bola descreve, em alguns casos, uma trajetória que pode ser representada por uma bola parábola. Considere a trajetória da bola após o chute de um jogador, determinada pela função real y, dada por $f(x) = -2x^2 + 8x$, em que f(x) representa a altura da bola em relação ao solo do campo de futebol e x, a distância horizontal, em relação ao jogador, percorrida pela bola até tocar o solo, ambos expressos em metros.

a) Em um chute, após a bola ter percorrido horizontalmente 3 m em relação ao jogador, qual a altura atingida pela bola?
b) Determine a distância horizontal total percorrido pela bola ao atingir o campo.
c) Qual é a atura máxima ou altura mínima?



PROPOSTA PARA RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO

a) Altura da bola após 3 m

Para encontrar a altura quando x=3: temos:

- Substituindo na função $f(3)= -2*3^2 +8*3 \Rightarrow f(3)= -18+24 \Rightarrow f(3)=6$

Portanto, 6 metros.

b) Distância horizontal total percorrida (raiz da função)

Para descobrir quando a bola toca o solo, basta calcular f(x)=0:

- $-2x^2 +8x=0$

Fatorando

$- 2x(x - 4)=0$

Então temos duas soluções: x1=0 e x2=4,

- **x=0 corresponde ao ponto de partida (o jogador)**
- **x=4 é onde a bola toca o solo novamente**

Logo, a distância horizontal total percorrida é 4 metros.

c)Altura máxima

- **A função é uma parábola voltada para baixo (porque o coeficiente de x^2 é negativo).**
- **O vértice da parábola dá a altura máxima da bola:**

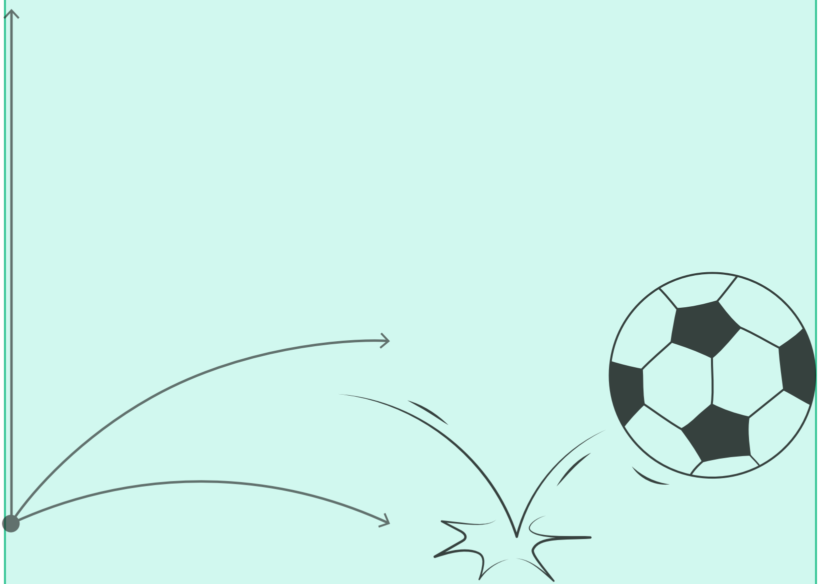
$X_v=-b/2a=-8/2*(-2)=2$

$f(2)= -2*2^2 +8* 2=8$ m

CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS

A seguir, apresentam-se noções de programação em Python voltadas à construção de algoritmos que estabeleçam uma conexão direta com a atividade matemática proposta no exercício de fixação.

```
# Importando biblioteca necessária
import numpy as np

# Definindo a função da trajetória da bola
def f(x):
    return -2*x**2 + 8*x

# a) Altura da bola após percorrer 3 metros
x1 = 3
altura = f(x1)
print(f"a) A altura da bola em x = {x1} m é {altura} m")

# b) Distância total percorrida pela bola (raízes)
a, b, c = -2, 8, 0
raizes = np.roots([a, b, c])
distancia_total = max(raizes)
print(f"b) A distância total percorrida pela bola é {distancia_total} m")

# c) Altura máxima (vértice da parábola)
xv = -b / (2*a)
yv = f(xv)
print(f"c) A altura máxima é {yv} m, atingida em x = {xv} m")
```



9 - A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês. para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de?

____

____

10 - Um jogador de basquete arremessa a bola de um ponto que está a 2 metros do chão. A trajetória da bola pode ser descrita pela função: $h(t)= -5t^2 + 20t +2$, onde h(t) é a altura da bola em metros e t é o tempo em segundos após o arremesso.

a) Qual é a altura máxima que a bola atinge ?

____

b) Em que instante de tempo isso ocorre?

____

____

c) Explique como a concavidade da parábola ajuda a compreender o movimento da bola.

____

____

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática interdisciplinar teve como objetivo central desenvolver nos estudantes a capacidade de compreender e aplicar os conceitos da função polinomial do 2º grau, articulando os conteúdos da Matemática com a área de Tecnologia, por meio da linguagem de programação Python.

Ao final da aplicação, espera-se que os alunos:

- reconheçam a estrutura algébrica da função quadrática, identificando corretamente seus coeficientes;
- analisem o comportamento gráfico da função, relacionando os coeficientes à concavidade, ao vértice e às raízes;
- compreendam e utilizem a fórmula de Bhaskara para determinar as raízes reais, interpretando seus significados em diferentes contextos;
- desenvolvam raciocínio lógico e habilidades computacionais ao implementar algoritmos em Python para resolver problemas matemáticos;
- modelem situações-problema reais envolvendo crescimento, decrescimento, lucro, área, entre outros, aplicando a função quadrática em Python;
- trabalhem em equipe, exercitando a colaboração e a comunicação na apresentação de seus projetos;
- reflitam criticamente sobre o processo de aprendizagem, avaliando os conhecimentos adquiridos e propondo melhorias.

Além de favorecer a aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos, a proposta possibilita ao professor realizar uma avaliação contínua, considerando não apenas os resultados obtidos, mas também o engajamento dos discentes e suas estratégias de resolução. Assim, a sequência contribui para aproximar teoria e prática, fortalecendo a integração entre Matemática, Programação e a formação integral dos estudantes.

DESEJO UMA ÓTIMA EXPERIÊNCIA COM ESTE MATERIAL

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle de. Matemática Interligada: Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica. Área de Matemática e Suas Tecnologias - Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. Papirus editora, 1994.
- BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, PRC de. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias. Editora FTD, 2020.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante: Matemática e Suas Tecnologias – Funções. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.
- FUGITA, Felipe. Novo ensino médio: Projetos Integradores: Matemática e suas tecnologias. Vol. único, v. 1, 2020.
- ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Penso Editora, 2015.