Universidade Estadual do Piauí
Pró-Reitoria de Pesquisa e
Pós-Graduação - PROP
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Alexsandro de Sousa Santos
Orientador: Prof.Dr. Neuton Alves de Araújo

O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2° GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL

Conteúdo baseado em Dissertação de Mestrado apresentada no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Piauí - UESPI

Teresina - 2025

Alexsandro de Sousa Santos

Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI; Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio – UESPI e em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho – UFPI; professor efetivo de Matemática nas redes Municipal de Piripiri/PI e Estadual do Ceará. Durante o curso de Mestrado PROFMAT/UESPI foi bolsista pela CAPES.

Sumário

Apresentação 4

Vamos Conhecer o Algeplan: Uma Potencial Ferramenta Pedagógica.................................. 5

Tabela de encontros formativos 26

Primeiro encontro Formativo........................ 27

Segundo encontro Formativo........................ 31

Terceiro encontro Formativo........................32

Quarto encontro Formativo...........................33

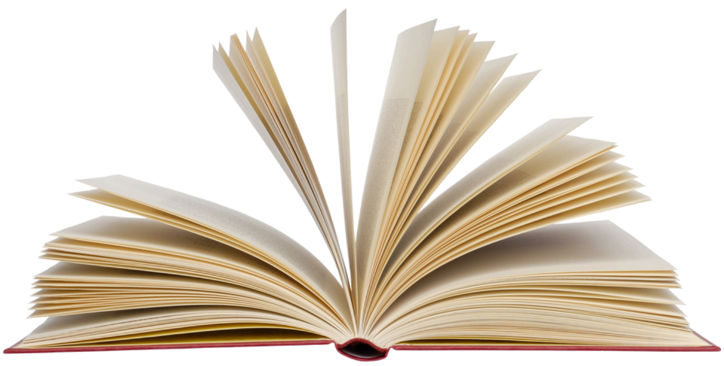
Quinto encontro Formativo........................... 37

Sexto encontro Formativo.............................40

Sétimo encontro Formativo...........................44

Considerações finais 47

Referências 48



Apresentação

Esta é uma Sequência Didática (SD) destinada a professores que buscam alternativas pedagógicas para ensinar equação polinomial do 2° grau. Enfatizamos que material é parte da Dissertação de Mestrado intitulada "O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2° GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL" (Santos, 2025),do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Estadual do Piauí (UESPI).

Juntamente ao trabalho de mestrado mencionado, propõe-se a construção de um Produto Educacional (PE). Na verdade, e trata de uma contrapartida dos estudantes tendo em vista que a oferta do curso é gratuita e, de certa forma, cabe aos pós-graduandos devolverem à sociedade o investimento custeado. Assim, compartilhamos com todos vocês a SD em questão - o nosso Produto Educacional.

O principal objetivo da SD é sistematizar o ensino de equações, geralmente evidenciado no 9° ano do Ensino Fundamental, desde seu contexto histórico, partindo do Antigo Egito até os dias atuais, exaltando nesse percurso as contribuições no ensino de álgebra, em especial, na obtenção de raízes, em que são expostos os métodos tradicionais de obtenção desses valores.

Não somente, a dinâmica que surge da utilização dessas técnicas, corrobora para o nosso objeto de estudo - o Algeplan -, em que mostramos toda a potencialidade mediadora e lúdica dessa ferramenta no processo de extração de raízes de equações polinomiais completas e incompletas.

Dito isso, esta SD está seccionada em seis encontros formativos, individualmente, estes abordam habilidades sequenciadas, utilizando atividades a serem desenvolvidas em sala de aula dando corpo a uma oficina cujo objetivo principal é o de promover o ensino dinâmico e um aprendizado eficaz a respeito de obtenção de raízes.

Desta forma, desejamos um bom trabalho aos colegas professores e que nossos alunos se divirtam, mas acima de tudo, aprendam sobre equação.

Vamos Conhecer o Algeplan: Uma Potencial Ferramenta Pedagógica

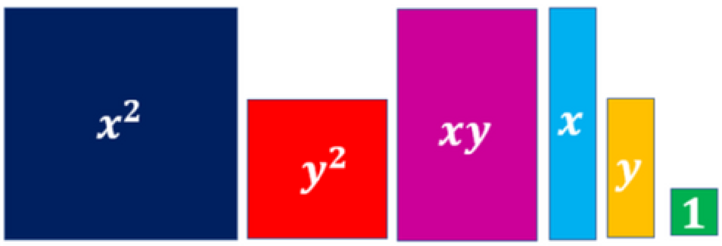
Passamos a apresentar o Algeplan, suas finalidades e possibilidades, de modo particular, no processo ensino e aprendizagem de equações, com foco em equações quadráticas. Além disso, será direcionado o uso do material para obtenção de raízes mediante o processo de fatoração, visando atender às exigências da BNCC (Brasil, 2018) que em seu corpo aborda a resolução de equações do 2° grau, com destaque na habilidade EF09MA09, qual seja:

> Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com produto notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2° grau.

Esclarecemos que defendemos o Algeplan (Figura 1) enquanto um recurso mediador no processo ensino e aprendizagem de equações. Como explicitam Rosa e Silva (2023, p. 25), trata-se de um material manipulável

> [...] que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza "áreas" de retângulos para o estudo destas operações. Este material pode ser encontrado em lojas ou confeccionado manualmente através de materiais como EVA, entre outros. Tipicamente, o Algeplan é composto por 40 peças: quatro quadrados grandes de lados x, ($x > 1, x \notin \mathbb{Z}$); quatro quadrados médios de lados y com ($x > y > 1$); quatro retângulos de lados x e y; oito retângulos de lados x e 1; oito retângulos de lados y e 1; e, por fim, doze quadrados pequenos de lados 1, a unidade. Cada peça recebe uma "representação", x^2, y^2, xy, x, y e 1, que são suas áreas respectivas.

Figura 1 - Peças do Algeplan



Fonte: Almeida (2021)

A Figura 1 ilustra o material completo. Observemos que há na região interna de cada quadrilátero a informação referente a área que este possui. Assim, podemos concluir que as medidas referentes aos lados são as seguintes, como mostrado na Figura 2.

Figura 2 - Medidas dos lados e quantidade de peças do Algeplan

FIGURA	LADOS	QUANTIDADE
x^2	Possui lados medindo x.	4
y^2	Possui lados medindo y.	4
xy	Possui lados medindo x e y.	4
x	Possui lados medindo x e 1.	8
y	Possui lados medindo y e 1.	8
1	Possui lados medindo 1.	12

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

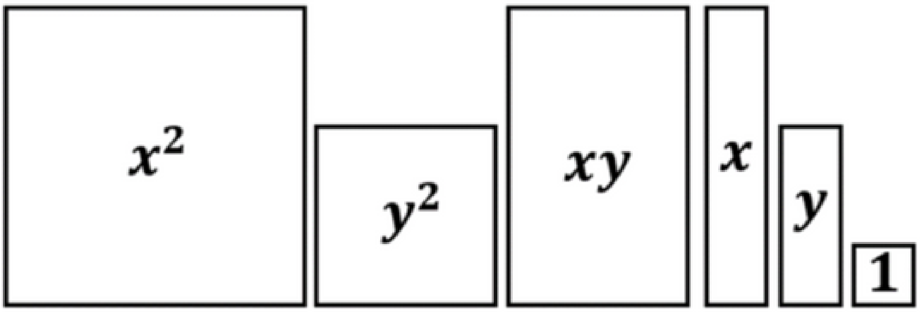
Conhecidas todas as peças, votamos a dizer, como tão bem lembrado por Rosa e Silva (2023, p. 25), que

> O Algeplan é um material manipulativo que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza "áreas" de retângulos para o estudo destas operações.

Sendo assim, com a mediação do Algeplan é possível resolvermos equações, sejam elas do 1° grau ou do 2° grau e, por extensão, representarmos polinômios com duas incógnitas de até grau 2.

Especificamente sobre a operacionalização e representação com o material em foco, merece destacar que é preciso atribuirmos uma cor para as peças que representam valores negativos. Para isso, comumente utilizamos peças de cores branca ou preta. Caso sejam confeccionadas, recomendamos que os versos das peças pintados nas cores já mencionadas, como descrito na Figura 3.

Figura 3 - Peças brancas de valor negativo

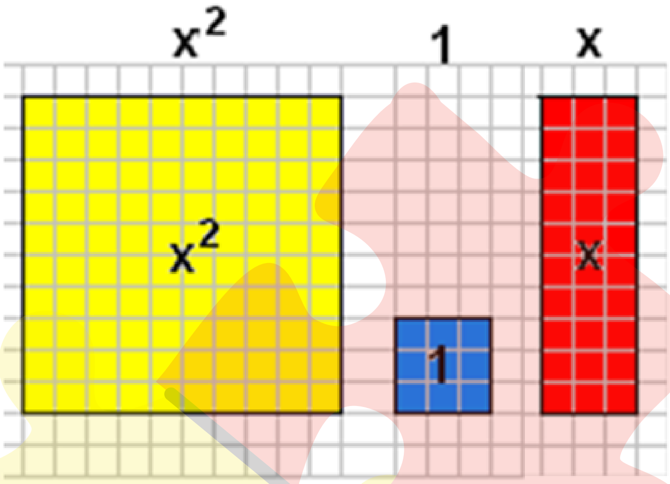


Fonte: Almeida (2021).

Outro aspecto importante é que o Algeplan tanto pode ser comprado em lojas como também construído em sala de aula pelos próprios discentes sob a orientação do professor de Matemática, podendo ser com EVA, cartolina, papel cartão e ou outro material, porém, com uma rigidez maior que as folhas de pouca gramatura.

Lembrando, então, que para resolvermos equações nem sempre se faz necessário utilizarmos todas as peças. Por exemplo, para equações do 2° grau, podemos utilizar apenas as três peças, como indicado na Figura 4: um quadrado grande (representando x^2), um retângulo (representando x) e um quadrado pequeno (representando 1), posto que é preciso representar apenas uma incógnita.

Figura 4 - Peças do Algeplan utilizadas em equações do 2º grau



Fonte: Azevedo (2011)

Já no caso de equações do 1º grau, conceito que é trabalhado com alunos de 7º ano do ensino fundamental, uma vez que é nessa etapa que se apresenta o conceito de incógnita e se trabalha a resolução de tais equações, basta utilizarmos o retângulo de lados x e 1 e o quadrado unitário.

O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais

O Algeplan, não necessariamente, deve ser visto como um facilitador da compreensão de métodos resolutivos, pois para tal finalidade é preciso antes reconhecer e "escrever" equações, sendo então uma prerrogativa necessária e primária para se obter o entendimento demasiadamente amplo dos métodos resolutivos. Quanto a esse conceito, com o material em tela, o professor pode trazer uma nova forma de apresentar equações, ou seja, seria ir além de propor um ensino usando apenas o quadro e letras. Precisa, desse modo, partir da concreticidade ao abstrato das equações de primeiro e segundo graus, permitindo aos alunos fomentar conceitos não adquiridos no método tradicional.

Sobre essa problemática, Bressan (2021, p. 24) argumentam que, seja o Algeplan ou quaisquer outros materiais concretos, manipuláveis,

> A utilização destes materiais traz aproximação entre o aluno e o objeto que se quer conhecer, além de ser uma importante fonte estimuladora do raciocínio e da criatividade, que afasta a transcrição de conhecimentos apenas em

exercícios prontos e sua resolução exaustiva, tornando o processo mais prazeroso e divertido.

A esse respeito, um ponto que precisa ser destacado é que, no momento da escolha de um material concreto como ferramenta didática para o desenvolvimento de uma aula, se faz necessário conhecer e saber trabalhar com esse material, de modo que realmente contribua para a aprendizagem de determinado conceito matemático. Dessa forma, certamente, possibilitará ao professor a organizar o ensino e, assim, atingir os objetivos propostos (Lorenzato, 2006).

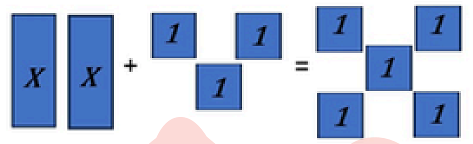
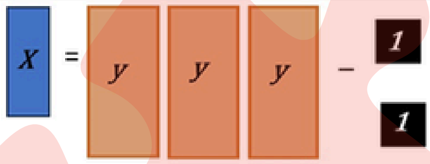
Decorre dessas reflexões teóricas ao considerarmos o Algeplan enquanto recurso didático para mediar o ensino de álgebra, com ênfase na representação e solução de equações, o quanto o papel do professor é importante nesse processo de organização do ensino.

A partir da nossa experiência vivenciada com o ensino de Álgebra, reconhecemos a necessidade de um olhar mais cuidadoso para a representação e resolução de equações, isso devido a linearidade que o ensino de matemática possui, ou seja, não é possível resolvermos equações sem antes entendermos a sua representatividade, bem como sua associação e aplicação em situações cotidianas. É importante salientarmos que, segundo a BNCC (Brasil, 2018), isso pode acontecer por meio de percepções acerca de sequências ou até mesmo da observação de problemas envolvendo proporcionalidade.

Isto posto, a introdução do material concreto Algeplan durante o processo de reconhecimento e escrita de equações, saindo de uma linguagem técnica e usual para algébrica passando pela linguagem geométrica, pode proporcionar a produção de significados e sentidos e, assim, o entendimento da representatividade e escrita, dando aporte para a modelagem algébrica de situações problemas. A título de exemplos, no Quadro 1 apresentamos formas de apresentação de equações.

Quadro 1 - Formas de apresentações de equações

Nº	Linguagem usual	Linguagem geométrica	Linguagem algébrica

I	O dobro de um número somado três é igual a cinco.		$2x + 3 = 5$
Ii	O número de figurinhas de Pedro é igual ao triplo de figurinhas de José menos dois.		$x = 3y - 2$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025).

No Quadro em evidência, é possível visualizarmos no item ii que as peças pretas representam valores negativos e as demais cores os positivos. Assim, quanto mais colorida for a peça, maior a atenção visual dos alunos.

Assim, ao propormos o uso do Algeplan na representação de equações com até duas incógnitas de até grau 2, como preconizado pela BNCC (2018, p. 270) ao orientar a respeito do ensino de Álgebra nos anos iniciais, "[...], nessa fase, não se propõe o uso de letras". Dessa forma, temos uma outra possibilidade para apresentarmos e representarmos equações nessa etapa de ensino – o Algeplan enquanto recurso didático.

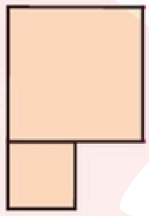
Nessas condições, "o Algeplan demonstra possuir ricas potencialidades, como a interpretação geométrica dos termos algébricos, o apelo visual para as expressões algébricas e a ludicidade envolvida, promovendo estímulo e dinamismo na sala de aula" (Ferreira; Abreu, 2024, p. 19).

Na verdade, essa interpretação geométrica se constitui em uma das habilidades avaliadas na escala de proficiência do SAEB (2020). Tal escala é vista como sendo uma espécie de mensurador de aprendizagem, subdividida em 9 níveis de dificuldades, sendo as habilidades distribuídas entre eles. Assim, no nível 9, o de maior grau e dificuldade, tem-se a habilidade: "Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas" (SAEB, 2020, p. 28).

Nesse sentido, o Algeplan mesmo não contemplando coeficientes racionais, possibilita a interpretação visual geométrica de algumas expressões e não somente equações, implicando em um processo de internalização de conhecimentos significativos, ou seja, com produção de significados e sentidos. Para ilustrar essa situação, vejamos o problema descrito na Figura 5.

Figura 5 - Questão 3 relacionada a interpretação geométrica

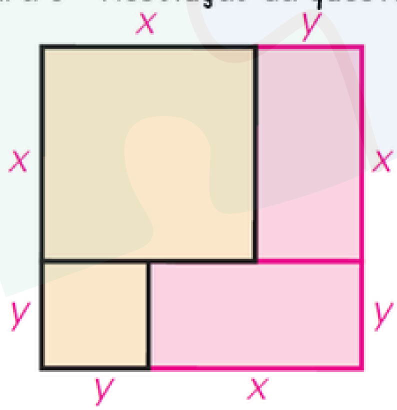
3. Para explicar geometricamente por que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ com base nesta figura composta por 2 quadrados, é preciso juntar a ela dois retângulos. Copie e complete a figura no caderno. Em seguida, explique sua resposta.



Fonte: IEZZE; DOLCE; MACHADO (2022).

Ao observarmos a Figura 5, podemos atribuir aos dois quadrados as formas mostradas no Algeplan. Dessa forma, propomos que o quadrado maior possua lado x e o menor, lado y, obtendo, assim, duas peças do Algeplan. Portanto, para chegarmos à montagem do quadrado de lado x + y, recorremos ao retângulo de lados x e y, obtendo então a Figura 6.

Figura 6 - Resolução da questão 3



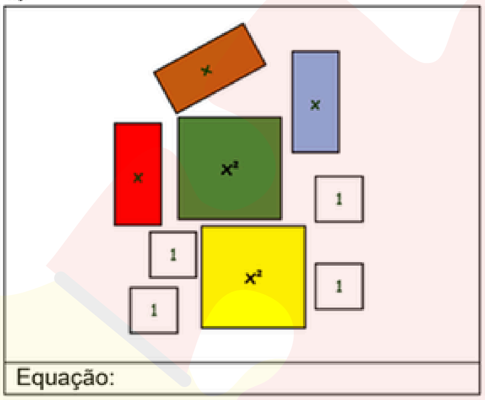
Fonte: IEZZE; DOLCE; MACHADO (2022).

Importa destacarmos que a representação utiliza parte das peças e que atende ao que se pretende desenvolver no aluno; o mesmo acontece quando necessita-se representar equações do 2° grau, tanto completas como incompletas, como o que se propõe na atividade I da oficina aplicada, que traz algumas questões que tratam essa habilidade, sendo uma delas a da Figura 7.

Figura 7 - Atividade I: Questão 7

Questão 07 – As figuras abaixo foram montadas utilizando as peças do Algeplan, determine as equações que cada conjunto de peça representa.

a)



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É interessante notarmos que as peças estão “soltas” sem alinhamento entre estas, mas isso não impede que ao visualizá-las o aluno possa chegar a equação $2x^2 + 3x + 4$, e isso não somente pelos termos apresentados na região interna da figura, mas principalmente pelas formas trazidas. Assim, esperamos que os alunos desenvolvam a visualização mental das equações à medida que utilizam as peças, até o momento de não precisarem mais recorrer ao Algeplan e que, portanto, possam fazer a visualização de forma autônoma, mentalmente.

Como visto, ao utilizarmos as peças do material manipulativo, dá-se ao aluno a oportunidade de com suas mãos e um pouco de raciocínio, desenvolver formas e resolver questões complexas como a ilustrada na Figura 6, e não somente, é possível enfatizar e melhorar demonstrações que os livros trazem, e os professores fazem no quadro de forma tradicional como, por exemplo, as que tratam de produtos notáveis, que veremos na próxima seção.

O Algeplan no ensino de produtos notáveis

A BNCC, assim como os PCN, aborda o ensino de matemática de forma sistemática e gradual. Existe uma relação entre a disposição dos conteúdos ao longo das etapas, ou seja, “[...] recomenda-se que se faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6°

ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades [...]" (Brasil, 2018, p. 298). Nesse sentido, da mesma forma como foi abordada a subseção anterior, faz-se necessário propormos antes do ensino de equações do 2º grau, um estudo acerca de produtos notáveis.

Os próprios livros didáticos em seu escopo, tomam a precaução de não comprometer a ordem colocada pelas normativas. Desse modo, o estudo de produtos notáveis é importante, tendo em vista que o processo de fatoração corrobora para o entendimento e resolução de problemas envolvendo equações quadráticas. Nesse sentido, esperamos que o professor ao realizar esse trabalho com o Algeplan, torne o aprendizado desses conceitos matemáticos mais significativos e visualmente mais dinâmico.

A respeito das formas diferenciadas de abordar conceitos matemáticos, é papel do professor "[...] construir metodologias inovadoras, contrárias ao processo da repetição e da memorização, que vão ao encontro do aluno para auxiliá-lo nas suas organizações mentais e procurar superar esses obstáculos (Sápiras; Strottmann; Schein, 2013, p. 2).

Partindo das demonstrações, comumente feitas no quadro pelo professor em os alunos apenas observam de forma estática, configurando em um ensino tradicional, em uma aula expositiva, já com a mediação do Algeplan os alunos tomam um lugar central no processo de apropriação de conhecimentos, e mesmo sem compreender os passos algébricos aplicados, estes podem realizar a obtenção de resultados utilizando o material.

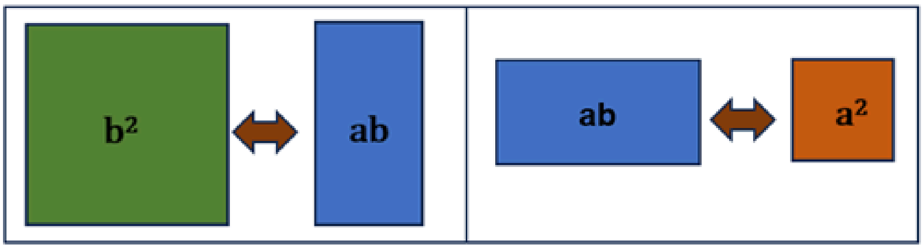
Antes de propormos o uso das peças para obter os resultados das demonstrações dos produtos notáveis pelos alunos, enfatizamos que é preciso instrui-los com respeito às seguintes regras:

i) na apresentação, as peças pretas representam seus valores negativos e as coloridas positivos;

ii) a montagem deve acontecer em dois lados adjacentes ao quadrado maior, sendo que peças da mesma forma e cor devem ficar juntas;

iii) as combinações de peças se dão de forma pareada, ou seja, o quadrado maior com o retângulo que contém a mesma medida de um dos lados desse quadrado, e o retângulo associado ao quadrado de lado menor devido a mesma justificativa, como podemos observar na Figura 8.

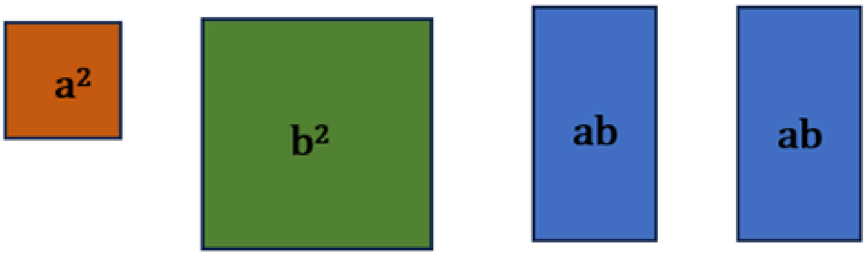
Figura 8 - Associação das peças para montagem com o Algeplan



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, fixado o entendimento dos valores e formas de montagem, o passo seguinte é entregar as peças abaixo aos alunos, como representado na Figura 9.

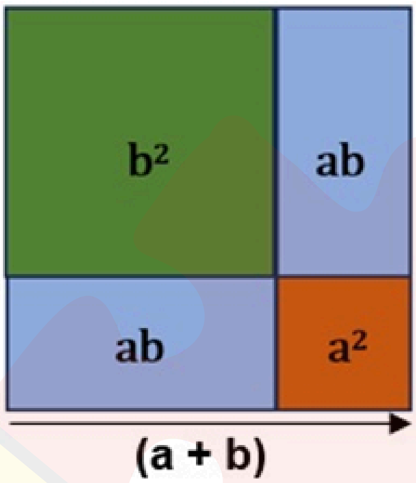
Figura 9 - Peças do Algeplan de demonstração da soma de dois quadrados



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Repassadas as orientações necessárias para que os alunos montem um quadrado utilizando todas as peças acima, não é difícil chegarmos à forma abaixo (Figura 10). Todavia é importante ressaltarmos o papel do professor nesse momento, não deixando os alunos “soltos”, uma vez que isso poderá implicar além da desatenção em uma forma inadequada de construção.

Figura 10 - Representação geométrica de $(a + b)^2$

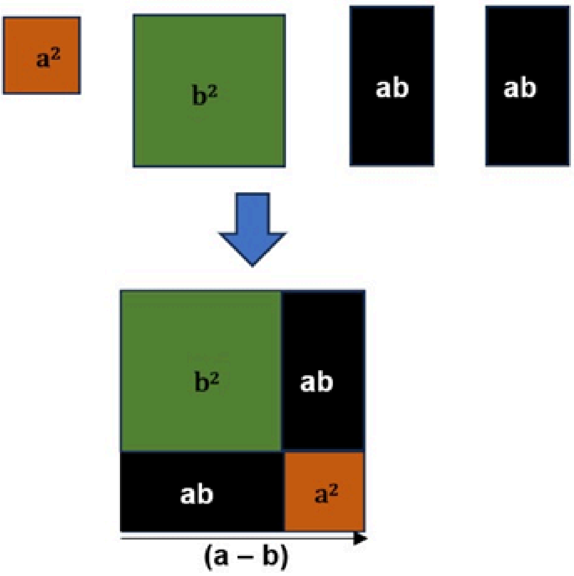


Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, instigando os alunos a fazerem uma investigação com respeito a forma e à área que ocupa a Figura 9, é possível e previsível que estes consigam concluir que a figura construída é $(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$. O segundo membro da igualdade ocorre devido as peças dadas no início da atividade.

De forma análoga, dispondo das peças abaixo, obtemos a demonstração geometria como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Demonstração geométrica de $(a - b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$



Fonte: Elaborada do próprio autor (2025).

Concluímos que $(a - b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$. Esclarecemos que as demonstrações acima devem ser relativamente simples para professores, e utilizando o Algeplan devem trazer pouca complexidade para alunos, uma vez que requer a apropriação dos conceitos geométricos básicos: identificação de quadriláteros e sua área ocupada. A estes conceitos, acrescenta-se visualização posicional de peças que se interligam de forma pareada.

Todavia, a demonstração do produto da soma pela diferença de dois termos que trataremos abaixo, requer um pouco mais de percepção para se obter.

Pretendemos chegar a $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$, para $b > a$, geometricamente, como visto na Figura 12.

Figura 12 - Representação geométrica de $b^2 - a^2$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

No entanto, para obtermos a Figura 12 de forma manipulável, ou seja, com as peças do Algeplan, devemos seguir as seguintes etapas:

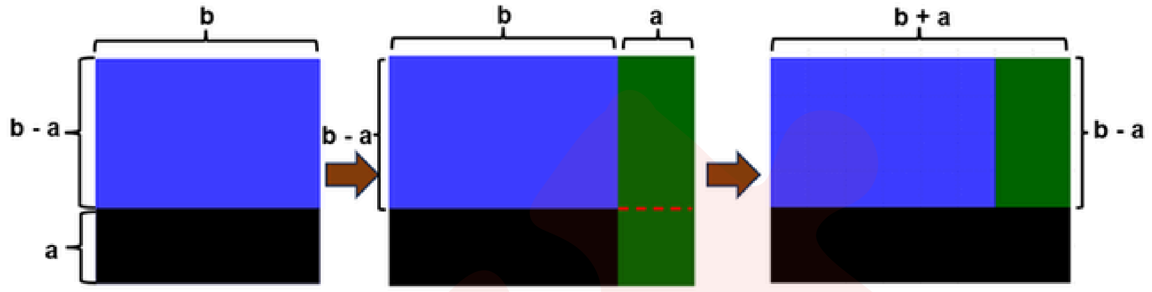
i)Do quadrado maior de lado b, se sobrepõe o retângulo preto (negativo) de lados medindo b e a, faceando um dos lados do quadrado b;

ii)A um lado adjacente escolhido em i de b, acrescenta-se sem sobreposição o retângulo de lados b e a;

iii)Por fim, ao retângulo sobrepõe-se o quadrado preto (negativo) faceando justamente e área excedente ao retângulo que se quer construir.

Compreendidas as etapas acima, entendemos que é possível chegarmos à demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$, como representada na Figura 13.

Figura 13 - Demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Para essa última demonstração, é interessante a utilização de papel cartão colorido, haja visto que é necessário realizar algumas sobreposições e com EVA 5 mm ou 3 mm, poderia ocorrer o desalinhamento das peças além de dificuldade em mantê-las sobrepostas.

Mesmo utilizando o Algeplan, não é uma demonstração fácil de se visualizar, devido as organizações e sobreposições necessárias, entretanto, sem o recurso, apenas de maneira algébrica e utilizando o quadro, esse trabalho cognitivo de construção mental da forma geométrica pelos alunos, certamente, é muito mais complexo.

O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau

O ensino de Álgebra como um todo é desafiador, de acordo com Martins (2014), mais especificamente das equações, reflete muitos desafios de compreensão na vivência dos alunos com esse conceito matemático. Sendo assim, cabe ao professor o papel de criar as condições, buscando, para isso, novos recursos e estratégias metodológicas com potencialidades para que os alunos desenvolvam suas habilidades na obtenção de raízes.

Um dos motivos dos baixos índices de acertos das habilidades relacionadas à obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau em avaliações externas, de modo particular, certamente, podem estar ligado à forma como são apresentadas aos alunos, como já discutido ao longo desta produção, de forma puramente tradicional, em que os professores se limitam ao uso de letras e números no quadro. Estes professores esquecem ou não sabem que, na verdade, o desenvolvimento do ensino de Álgebra atual teve como aporte, para a sua consolidação, a Geometria.

Nesse sentido, os PCN (Brasil, 1998) destacam que a Geometria é um instrumento positivo para o ensino da Álgebra, pois é uma área que costuma despertar o interesse do aluno. Sendo assim, a associação entre essas áreas da Matemática é favorável para o êxito na aprendizagem plena dos alunos.

No ensino de equações não é diferente, a possibilidade de trabalhar com material que possa mediar, estabelecer conexões entre termos algébricos e formas, pode potencializar o ensino das duas áreas aqui mencionadas, facilitando, logicamente, a compreensão das expressões algébricas (Ferreira; Abreu, 2024).

Com essa tomada de consciência, consideramos pertinente utilizar o Algeplan para atender a esses desafios. Assim, é chegado o momento de explicarmos o processo de obtenção de raízes de uma equação do 2º grau sob a mediação do recurso aqui considerado. Encontramos, então, um caminho diferente daquele que há anos vem sendo proposto nos livros didáticos – as conhecidas fórmula de Bhaskara, Soma e Produto - e até mesmo método de completar quadrados. Portanto, serão abordadas outras possibilidades, formas de se encontrar raízes utilizando as peças do Algeplan.

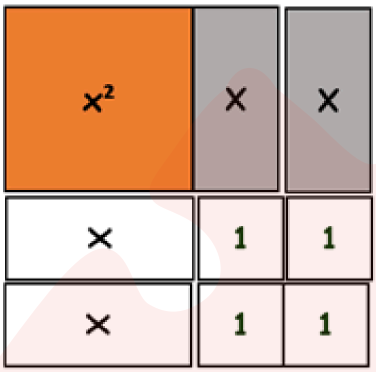
Para isso, inicialmente, para chegarmos ao resultado, é preciso adotarmos algumas regras, a saber:

- Montar um retângulo utilizando as peças da equação e, em caso de necessidades, podem adicionar peças sem que mude o valor da equação;

Exemplo: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - x - 1 = 0$.

- A montagem deve acontecer em dois lados adjacentes aos quadrados maiores. Mas, quando existirem peças de mesma forma e valores diferentes, nesse caso, peças de mesmo valor devem ficar juntas no mesmo lado (Figura 14);

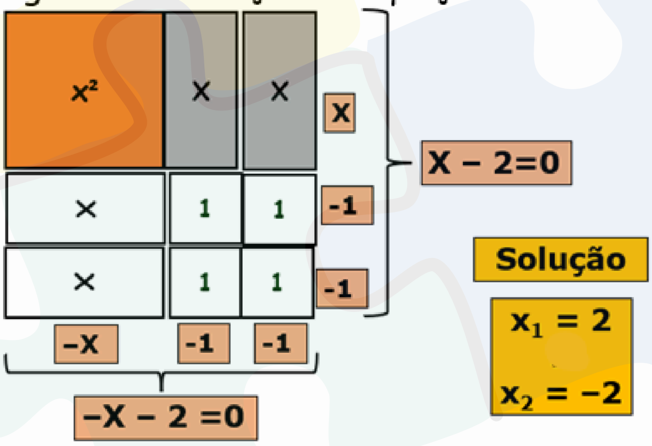
Figura 14 - Montagem da equação $x^2 - 4 = 0$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

- Determinar as raízes resolvendo as equações do 1° grau geradas pelos dois lados adjacentes da Figura montada, igualando a zero, como podemos observar na Figura 15.

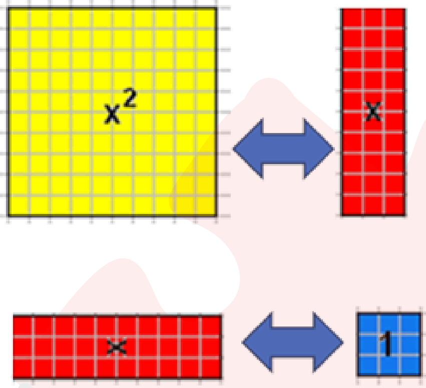
Figura 15 - Solução da equação $x^2 - 4 = 0$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

- É oportuno enfatizarmos que, durante a montagem, o aluno deve ter a atenção de juntar os lados com mesma medida. De fato, não é possível alinharmos o quadrado de lado x ao quadrado de lado 1. Assim, propomos a seguinte forma de combinação (Figura 16):

Figura 16 - Forma de agrupamento das peças



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É importante notarmos que se tratam de orientações que norteiam a montagem da figura que se pretende obter e que, na verdade, não possuem grau de complexidade elevado, podendo estas serem assimiladas por estudantes de 9 ° ano do ensino fundamental.

A princípio pode até parecer uma forma inédita de determinarmos raízes, todavia, o que se tem de verdade é a fatoração da equação do 2° grau utilizando as peças do Algeplan. A esse respeito, Ferreira e Abreu (2024, p. 13) explicitam que,

> [...] a partir das relações existentes entre a expressão algébrica e as representações geométricas, é possível resolver a questão encontrando suas raízes de forma bem mais significativa do que uma resolução com o uso mecanizado de uma fórmula pronta.

No caso do Algeplan, a relação obtida é a forma fatorada. Desse modo, a equação $x^2 - 4 = 0$, de forma fatorada, equivale a $(x - 2).(x + 2) = 0$ Daí, basta resolvermos as equações $x - 2 = 0$ e $x + 2 = 0$.

Para uma organização que proporcione um entendimento efetivo, exploraremos três casos, sendo os dois primeiros com equações incompletas e, o terceiro, com equação completa, sendo que este último será bem mais explorado.

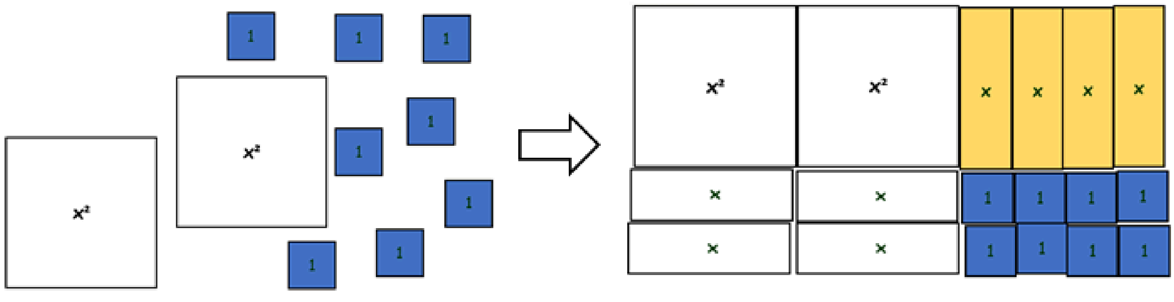
I)Equação do tipo $ax^2 + c = 0$, com $b = 0$

Antes de iniciarmos a forma de resolver, é importante ressaltarmos que no caso desse tipo de equação, é preciso que o aluno compreenda que devido a proposta de trabalhar com números racionais, não é possível determinarmos raízes na situação da equação ax2 + c = 0, sendo − c/a < 0. É um clássico problema que se encontra ao propor a utilização de materiais concretos em problemas abstratos. Nesse sentido, cabe ao professor orientar sobre esse tipo de equação.

Lembramos que, ainda mesmo tomando a forma algébrica, basta propormos o seguinte problema: "Qual número inteiro que multiplicado por ele mesmo resulta em − 4?" Esse tipo de argumentação leva os alunos às possibilidades: $(+2) . (+2) = (+2)^2 = 4$ e $(−2) . (−2) = (−2)^2 = 4$. Assim, completando o raciocínio tem-se que $x.x = x^2$ que, implica, necessariamente em um número positivo.

Posta a orientação inicial, cabe agora mostrarmos a forma de obter as raízes. Analisando os termos que compõem esse tipo de equação, a priori, subentendemos que não é possível montarmos o retângulo com as formas que representam os termos, mas em consequência de inserirmos formas geométricas semelhantes de valores opostos, é possível realizarmos a montagem. A título de exemplificação, eis a situação-problema:

- Determinar as raízes da equação $-2x^2 + 8 = 0$.



Assim, analisando as equações geradas pelos dois lados adjacentes do retângulo, temos: $−2x + 4 = 0$ e $x + 2 = 0$ e, portanto, as raízes: 2 e −2.

Apesar da visualização geométrica, por se tratar de uma equação incompleta simples, ou seja, aquela em que o aluno tendo o entendimento da aritmética, é possível chegar à solução. Todavia, aqueles casos em que não é possível se obter raízes inteiras, entendemos que o Algeplan não é recomendado. Desta forma, pode transparecer que o material é insuficiente e que não permite ao aluno contribuições avançadas. No entanto, a montagem geométrica fornecida fortalece a percepção e compreensão do aluno, no que diz respeito à visualização mental em casos em que não é possível se trabalhar com o Algeplan.

II) Equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $c = 0$

O estudo de equações, analisando os termos, é imprescindível, pois no 1° caso explicitado, pelo método de soma e produto, tem-se que a soma existe sendo diferente de zero. Porém, o produto das raízes é zero. Analogamente, tem-se que uma das raízes é zero, caso existam, lembrando que esta pesquisa se ancora no conjunto dos números reais. Esta informação ficará mais perceptível aos alunos quando estes utilizarem o material manipulativo, pois ao analisarem os lados do retângulo montado, perceberão que em um dos lados teremos x como medida, de fato. Aqui poderão perceber que sempre haverá o zero como uma das soluções da equação e que, como todo número multiplicado por zero é igual à zero, não haverá o coeficiente b da equação $ax + b = 0$ (Salgado, Rincon; Oliveira, 2018).

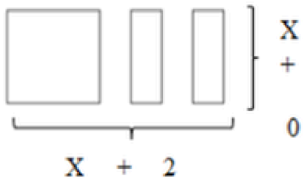
É interessante lembramos que um dos caminhos algébricos para a determinação das raízes é o da fatoração, pois pelo termo comum pressupõe-se que esse seja o caminho mais viável. A título de exemplificação, temos: Sendo a equação $ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x.(ax + b) = 0$, analogamente, $x = 0$ ou $x = -b/a$, desprende-se desta última, a solução de uma equação do 1° grau.

Trazendo o exemplo trabalhado por Salgado, Rincon e Oliveira (2018), como destacado na Figura 17, que se pretende determinar as raízes da equação $x^2 + 2x = 0$, notamos que uma solução trivial é zero, e a outra, é o resultado da equação $x + 2 = 0$. Logo, $x = -2$. Observemos que os autores tomam a cor branca para representar valores positivos, no entanto, ao se trabalhar com Algeplan, os outros autores adotam as peças de cor branca para evidenciar valores negativos.

Figura 17 - Fatoração e representação com o Algeplan da equação $x^2 + 2x = 0$

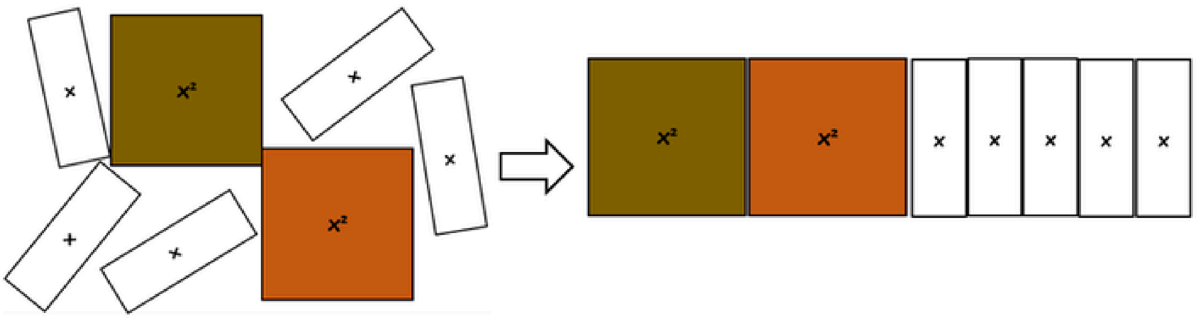
$$x^2 + 2x = 0$$

$$(x + 0) . (x + 2) = 0$$



Fonte: Salgado, Rincon e Oliveira (2018).

Outra proposta de análise, é a da determinação das raízes da equação $2x^2 - 5x = 0$. Com o Algeplan, temos:



Observemos que a solução, nesse caso, não se dará por números inteiros, pois a equação referente a um dos lados adjacentes será $2x - 5 = 0$. Assim, $x = 5/2$.

Ao usarmos o Algeplan para solucionar esses tipos de equações, ampliamos a possibilidade de obtermos soluções pertencentes ao conjunto dos números racionais, pois de um dos lados adjacentes analisados se extrairá uma equação do 1º grau. Assim, "[...] o manuseio do material Algeplan tem o objetivo de manipular expressões algébricas de acordo com suas operações para encontramos resultados" (Pinho, 2020, p. 33). Do pensamento da autora, fica evidenciado que o material manipulativo apresenta possibilidades de mediar a resolução de equações quadráticas.

III) Equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

O ensino e aprendizagem de equação do 2º grau é cada vez mais complexo, uma vez que professores e alunos se veem centrados em meio a situações que contribuem negativamente para o desenvolvimento dos alunos, em consequência, por exemplo, da falta de acompanhamento familiar e do livro didático que não atende a realidade. Sobre esse último aspecto, Brum (2013, p. 13) enfatiza que, "[...] carregados de imagens superficiais e ausências de contextualização, o livro didático parece mais um telefone com mensagem eletrônica que informa: Se precisar de apoio, olhe o fim do livro ou fique atento aos macetes".

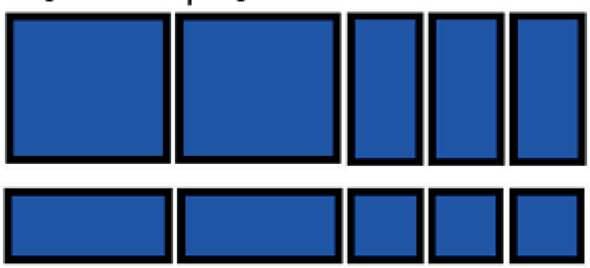
A respeito do ensino de equações completas, tomando como base a nossa experiência docente, os livros didáticos abordam métodos tradicionais como: soma e produto, fórmula de Bhaskara e método de completar quadrados. Na verdade, parece que não há outras formas ou que estas não merecem ser exploradas, o que não é verdade, pois alguns métodos como, por exemplo, teorema das raízes racionais e o Algeplan enquanto recurso didático, podem possibilitar uma aprendizagem significativa.

Nesse sentido, utilizar o material manipulativo – o Algeplan -, mesmo sabendo que este possui limitações, pode mediar a construção de conhecimentos matemáticos, de modo particular, ao se considerar o nosso objeto de estudo, a resolução de equações quadráticas. Relembramos que, como destacam Rosa e Silva (2023, p. 25),

> O Algeplan é um material manipulativo que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações.

De fato, para o ensino de equações, a possibilidade de realizarmos a fatoração é extremamente satisfatória para a resolução equações do 2º grau, especialmente as completas por gerarem um grau de complexidade maior. Sendo assim, explorando esse tipo de equação com o material, podemos resolver a equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ (Figura 18), proposta por Rosa e Silva (2023, p. 25).

Figura 18 - Solução da equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ com o Algeplan



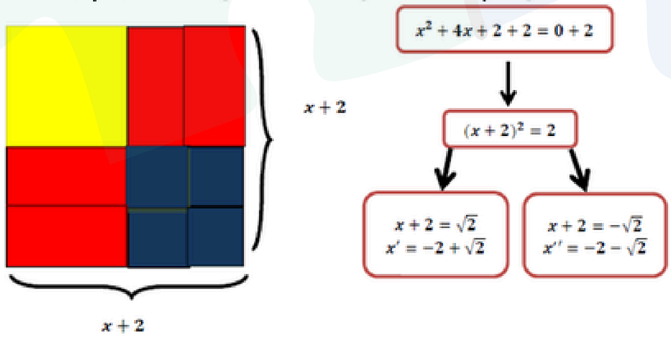
Fonte: Rosa e Silva (2023).

A proposta de resolver a equação remete as formas anteriores. Basta analisarmos as medidas de lados consecutivos do retângulo, visualizando as equações do 1º grau que se formam. Assim, temos: $x + 1 = 0$ e $2x + 3 = 0$. Deste modo, $x = -1$ ou $x = -3/2$.

É importante percebermos que para resolver a equação em análise, dados os problemas encontrados por alunos de operacionalizar com números negativos ou com números fracionários, problemas que muitas vezes se perpetuam até o ensino médio, a única possibilidade é utilizar a formula de "Bhaskara" que, por sua vez, gera grandes dificuldades a alunos com poucas habilidades como as mencionadas, se a estes não lhes forem apresentadas outras estratégias metodológicas, como por exemplo, o Algeplan.

Ainda com respeito à solução de equações, o material pode não somente determinar raízes racionais, pois o aluno entendendo que em alguns casos é possível manipularmos os termos da equação, certamente, também poderá potencializar a visualização do método de Al-Khwarizmi. Assim, tomando o exemplo, como descrito na Figura 19, abordado por Costa et al. (2012), podemos fatorar a equação $x^2 + 4x + 2 = 0$ manipulando as peças do Algeplan. Para isso, acrescentamos dois quadradinhos, formando, então, um quadrado de lado medindo $x + 2$.

Figura 19 - Representação e solução da equação $x^2 + 4x + 2 = 0$



Fonte: Costa *et al.* (2012).

Em síntese, nessas condições, ao propormos a utilização do material associado ao método abordado nos livros, este torna a visualização geométrica mais interessante e significativa uma vez que, geralmente, aos alunos são apresentadas imagens estáticas nos livros didáticos, isso quando existem. Ademais, ao se trabalhar com o Algeplan abre-se a possibilidade de se criar várias outras figuras.

TABELA DE ENCONTROS FORMATIVOS

Encontro	Nº de aulas	objetivo
primeiro	4	Conhecer a história evolutiva das equações quadráticas e os métodos resolutivos.
segundo	4	Conhecer e produzir o material manipulativo Algeplan com papel cartão.
terceiro	1	Conhecer as regras de montagem e representar equações quadráticas com o Algeplan.
quarto	2	Representar e resolver equações incompletas com o material didático.
quinto	2	Representar e resolver equações completas com o material didático.
sexto	2	Resolver equações completas com o material potencializando o método de completar quadrados.
sétimo	2	Identificar a aprendizagem mediante aplicação de atividade avaliativa e em caso de lacunas de aprendizagem planejar novo percurso didático.

Primeiro Encontro Formativo

Objetivo

Caracterizar as equações do 2º grau trazendo o percurso histórico desde os Egípcios, passando por Mesopotâmios, Gregos, Árabes, Indianos e Europeus, chegando à atualidade, apontando contribuições de grandes nomes que corroboraram para construção da forma atual, além disso, caracterizar a lei de formação com ênfase na identificação de coeficientes, salientando a relação entre estes e os métodos resolutivos, os quais serão explicitados durante esse encontro.

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "Síntese histórica das equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito do percurso histórico das equações.

Ainda nessa subseção, encontrará os métodos de obtenção de raízes convencionais: Fórmula resolutiva, soma e produto, método de completar quadrados. E como contribuição, tem-se o método por tentativa utilizando o teorema das raízes racionais não explicitado em livros didáticos.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/1isZzcb1sQ3i-69bGt
Atividade	https://drive.google.com/file/d/1ZGzNHAwXNKIveSxbUQsz

Atividade

Questão 01 - Na equação 2º grau $x^2 - 4x$, os coeficientes são:

A) $a = 2$; $b = 4$ e $c = 0$

B) $a = 1$; $b = -4$ e $c = 0$

C) $a = 1$; $b = 0$ e $c = -4$

D) $a = 2$; $b = -4$ e $c = 0$

Questão 02 - Dadas as equações quadráticas, determine seus coeficientes.

a) $5x^2 - 3x + 1 = 0$

a = _____; b = _____; c = ______;

b) $.x^2 - 4x = 0$

a = _____; b = _____; c = ______;

c) $x + 1 = 0$

a = _____; b = _____; c = ______;

d) $x^2 = 0$

a = _____; b = _____; c = ______;

Questão 03 - Dada a equação quadrática definida por $5x^2 - 3x + 1 = P$, se $x = 2$ então P vale

A) 15

B) 3

C) 2

D) 18

Questão 04 - Sendo S a soma e P o produto das raízes das equações, determine os valores de S e P em cada item.

a) $x^2 - 3x + 1 = 0$

S = _______ P = ________

b) $-x^2 - 6x + 8 = 0$

S = _______ P = ________

c) $3x^2 - 12x + 5 = 0$

S = _______ P = ________

d) $2x^2 + 14x - 8 = 0$

S = _______ P = ________

Questão 05 – Utilizando o método da soma e produto, determine o valor das raízes (x_1 e x_2).

a) $x^2 - 3x - 10 = 0$
S = ________ p = __________
x_1= ________ x_2 = __________

b) $4x^2 + 8x - 12 = 0$.
S = ________ p = __________
x_1= ________ x_2 = __________

c) $x^2 - x - 30 = 0$
S = ________ p = __________
x_1= ________ x_2 = __________

d) $x^2 + 5x + 6 = 0$
S = ________ p = __________
x_1= ________ x_2 = __________

Questão 06 – Se 1 e 5 são as raízes da equação $x^2 + px + q = 0$, então qual o valor de $p + q$?

Questão 07 – Sendo S a soma e P o produto das raízes da equação, $3x^2 - 7x + 4 = 0$, calcule o valor de:

a) $S + P$

b) $S \div P$

Questão 08 – Utilizando o método de completar quadrados, resolva as seguintes equações.

a) $x^2 + 6x - 7 = 0$

b) $x^2 + 14x = 15$

c) $x^2 - 10x + 16 = 0$

d) $x^2 - 6x + 7 = 0$

Questão 09 – Utilizando a fórmula resolutiva, resolva as equações do item 8.

Segundo Encontro Formativo

Objetivo

Construir o material manipulativo Algeplan, identificando as formas e valores referentes as suas áreas.

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "Apresentando o Algeplan", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito das formas e valores das peças do Algeplan.

Trata-se de um momento rico onde os estudantes recortam e pintam as peças do Algeplan, nesse contexto, o professor atua como um observador ativo, dando sugestões e em alguns casos dicas de como pintar e recortar, para essa atividade são necessários coleções diversas, tesoura sem ponta e muito entusiasmo, sem falar de criatividade.

Os estudantes, de posse do modelo do Algeplan impresso em papel cartão, devem recortar e pintar apenas um dos lados, assim o lado colorido será o termo positivo da equação e o lado branco o negativo.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/1pWdbD7WVjiwPws
modelo do Algeplan	https://drive.google.com/file/d/1o9YtLD69seKe_ZkBm8InlI

Terceiro Encontro Formativo

Objetivo

Representar equações polinomiais do 2º grau usando o material manipulativo Algeplan, além de conhecer noções de montagem de retângulos utilizando o Algeplan;

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito das formas e valores das peças do Algeplan e sua associação com termos de uma equação polinomial do 2º grau.

É importante que o professor se atente as dúvidas nesse momento, pois a montagem e resolução passa necessariamente pela representação, atenção aos termos negativos, uma vez que os alunos costumam "engolir" o sinal, além disso, nas equações onde b = 0, tem-se que inserir peças de valores opostos, pois não há ligação entre os quadrados.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/1i15Mcfk1h97XGwo
modelo do Algeplan geogebra	https://drive.google.com/file/d/1gY6fWX9814IjQcn7cXvGU

Quarto Encontro Formativo

Objetivo

Representar e resolver equações polinomiais do 2º grau incompletas usando o material manipulativo Algeplan;

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações incompletas.

Caro professor, nesse momento é importante explicitar que as raízes serão extraídas da analogia dos lados do retângulo, enfatize os valores dos lados e se possível faça um recorte tomando adição de números inteiros, pois no caso $-x - 4 = 0$ por exemplo, os alunos costumam ter dificuldade, outro caso por exemplo é $-3x + 5 = 0$, nesse o problema é chegar a solução da equação do 1º grau, assim, uma possibilidade é apresentar a fórmula $x = -b/a$.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/15ABElvckEnMmfdv
Atividade	https://drive.google.com/file/d/1ag5KLLbRI4Jh5cZkQJ0C

Atividade

Questão 01 - Dadas as equações quadráticas, determine seus coeficientes e classifique como completa ou incompleta.

a) $x^2 - 3x + \ = 0$

a = _____; b = _____; c = ______; [ ] Completa [ ] Incompleta

b) $\ - x = 0$

a = _____; b = _____; c = ______; [ ] Completa [ ] Incompleta

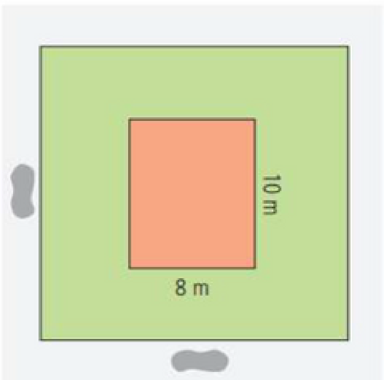
c) $x^2 + 1 = 0$

a = _____; b = _____; c = ______; [ ] Completa [ ] Incompleta

d) $x^2 = 0$

a = _____; b = _____; c = ______; [ ] Completa [ ] Incompleta

Questão 02 - Num terreno quadrado foi construída uma casa que ocupa a área de um retângulo de medidas 8 m por 10 m. Na planta, a medida do lado do terreno está ilegível, mas sabe-se que a área livre (área do terreno menos área da casa) é de 320 m².



Quanto mede em metros o lado do terreno?

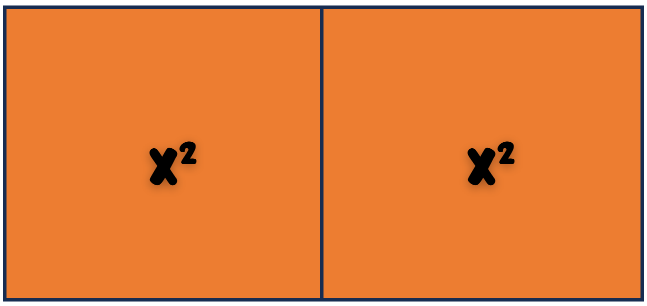
A) 18

B) 20

C) 40

D) 80

Questão 03 - A soma das áreas dos quadrados abaixo é 98 cm^2. Observe:



As figuras por serem quadrados possuem lados iguais, nesse caso, qual o valor de x?

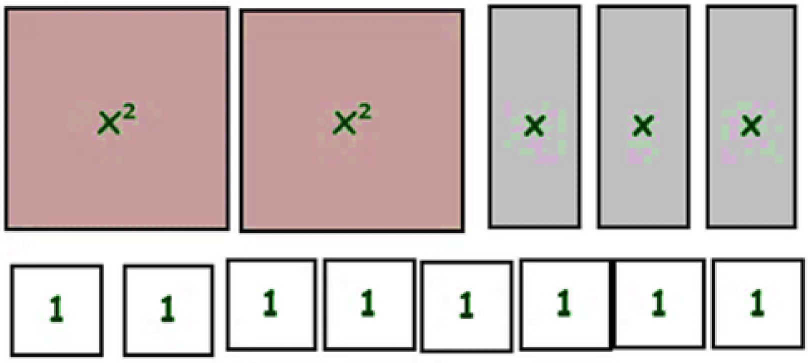
A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

Questão 04 - O retângulo abaixo montado com peças do Algeplan representa uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, observe:



Então a + b + c vale

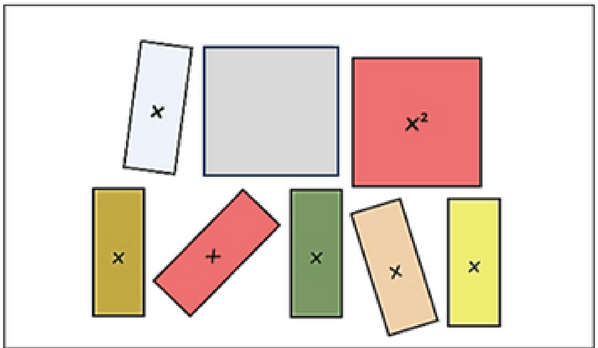
A) −3

B) 3

C) 2

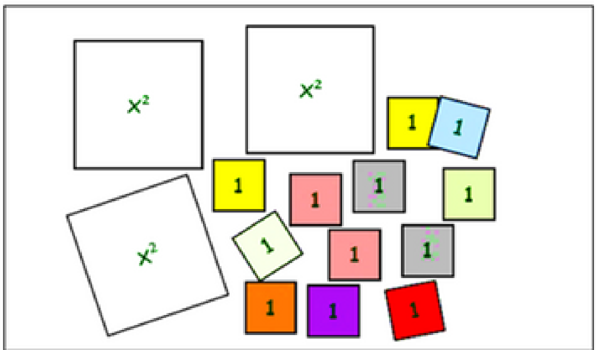
D) 8

Questão 05 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.



Equação:

x_1 = ________ x_2 = ________



Equação:

x_1 = ________ x_2 = ________

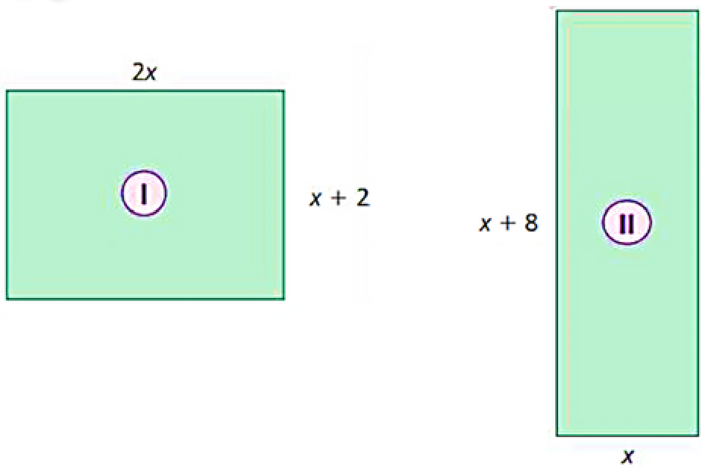
Questão 06 - Os retângulos ilustrados abaixo têm a mesma área. A medida x do lado do retângulo II é:

A) 4 cm

B) 6 cm

C) 8 cm

D) 12 cm



Dica: Usando as medidas dos lados monte dois retângulos usando as peças do Algeplan.

Questão 07 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan.

Equação: $3x^2 - 7x = 0$

Equação: $-2x^2 + 9x = 0$

Equação: $x^2 - 16 = 0$

Equação: $-x^2 + 5x = 0$

Equação: $2x^2 - 8 = 0$

Equação: $-3x^2 + 12x = 0$

Quinto Encontro Formativo

Objetivo

Representar e resolver equações polinomiais do 2º grau completas com o material didático Algeplan

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações completas.

Professor, esteja próximo aos alunos orientando a respeito das regras de montagem, é mais comum do que se imagina, ter aluno que não teve atenção a instrução ou que não tenha participado do encontro anterior, além disso, é fundamental o acompanhar no desenvolvimento dos cálculos tanto por defasagem como pela necessidade de verificação das soluções.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/1EJhzvYNnykXav:
Atividade	https://drive.google.com/file/d/1K_tAPUawCu_5doWDB9Y

Atividade

Questão 01 - Determine as raízes das equações abaixo.

A) $x^2+3x-10=0$

B) $2x^2-8x+6=0$

C) $x^2+4x-1=0$

D) $3x^2+6x-2=0$

Questão 02 – A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3 m a mais que a largura é $10m^2$.

Sua largura mede, em metros,

A) 4

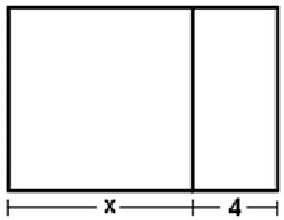
B) 3

C) 2

D) 1

Questão 03 - Na figura, um quadrado de lado x tem um dos seus lados aumentado em 4 cm, formando um retângulo de área 16 cm^2.

A equação que determina o lado x do quadrado é



A) $x^2 + 4x = 16$.

B) $(x + 4)^2 = 16$.

C) $x^2 + 4 = 16$.

D) $x^2 + 16 = 16$.

Questão 04 - Veja a equação abaixo.

$x^2 - 6x + 8 = 0$

Quais são as raízes dessa equação?

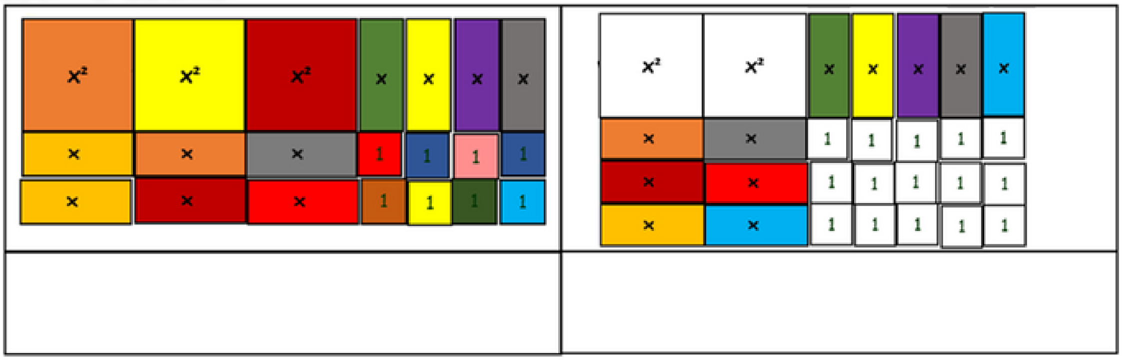
A) - 6 e 8.

B) - 2 e - 4.

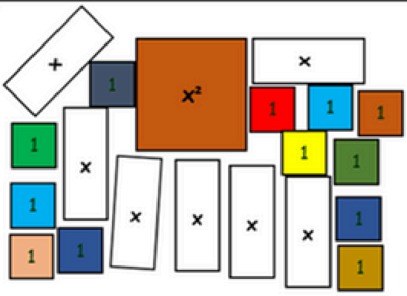
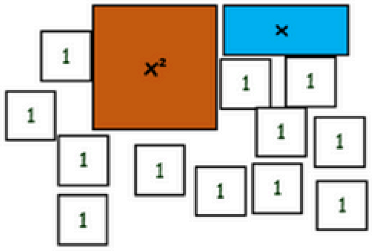
C) 1 e 5.

D) 2 e 4.

Questão 05 - Determine as raízes das equações que o Algeplan representa abaixo.



Questão 06 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.

			
Equação:		Equação:	
X_1=	X_2=	X_1=	X_2=

Questão 07 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan e faça a representação geométrica.

Equação: $x^2+4x+1=0$	
$x_1 =$ _____	$x_2 =$ ______

Equação: $x^2-2x-8=0$	
$x_1 =$ _____	$x_2 =$ ______

Equação: $x^2+4x+3=0$	
$x_1 =$ _____	$x_2 =$ ______

Equação: $2x^2-7x+6=0$	
$x_1 =$ _____	$x_2 =$ ______

Sexto Encontro Formativo

Objetivo

Resolver equações completas com o material potencializando o método de completar quadrados;

Desenvolvimento e Sugestões

A princípio é pertinente o docente fazer a leitura das subseções " O Algeplan no ensino de produtos notáveis " e "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações completas pelo método de completar quadrados, também é necessária uma revisão sobre produtos notáveis.

Nesse momento, por se tratar de um aprofundamento do ensino de equação é interessante trazer aos alunos primeiramente a ideia d produtos notáveis para posteriormente introduzir a solução de equações, para tanto, é preciso relembrar aos alunos a ideia de balança em equilíbrio, onde podemos operacionalizar nos membros da equação sem altera-la.

Recursos

Descrição	Link
Slide	https://docs.google.com/presentation/d/1ObUgZoNAxwJ4
Atividade	https://drive.google.com/file/d/1eY5YvVJm2RxSopzyYOL4

Atividade

Questão 01 - Resolva as equações do 2º grau fatorando o trinômio quadrado perfeito.

a) $x^2 - 10x + 25 = 0$

b) $x^2 - 8x + 16 = 0$

c) $x^2 - 18x + 81 = 0$

d) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

e) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

f) $4x^2 - 8x + 8 = 0$

Questão 02 - Complete quadrados para resolver a equação: $x^2 + 6x + 5 = 0$. Quais são as raízes?

A) $-3 \pm \sqrt{4}$

B) $-3 \pm \sqrt{9}$

C) $-2 \pm \sqrt{3}$

D) $-3 \pm \sqrt{5}$

Questão 03 – Resolva as equações do 2º grau pelo trinômio quadrado perfeito.

a) $(2x + 3)^2 = 0$

b) $(2x + 8)^2 = 0$

c) $(6x + 48)^2 = 0$

d) $(2x + 4)^2 = 100$

Questão 04 - Qual termo deve ser adicionado em ambos os lados da equação $x^2 + 10x = 7$ para completar o quadrado?

A) 10

B) 5

C) 25

D) 100

Questão 05 - Se ao completar o quadrado de uma equação obtemos: $(x + 1)^2 = 9$, quais são as raízes?

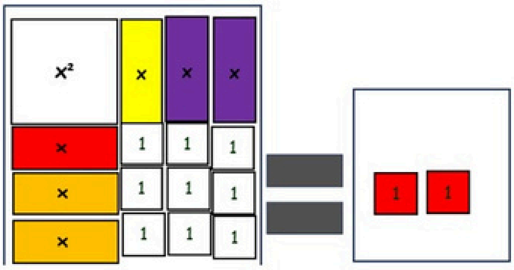
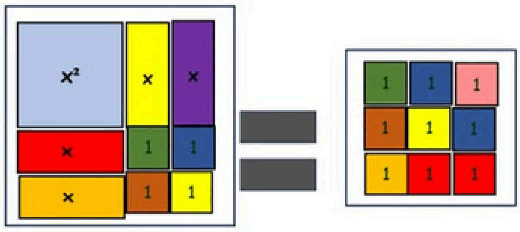
A) 2 e 3

B) -4 e 4

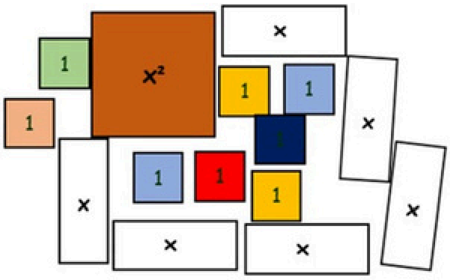
C) -1 e 3

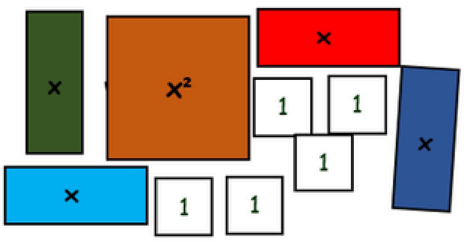
D) -4 e 2.

Questão 06 - Determine as raízes das equações representadas pelas peças abaixo.

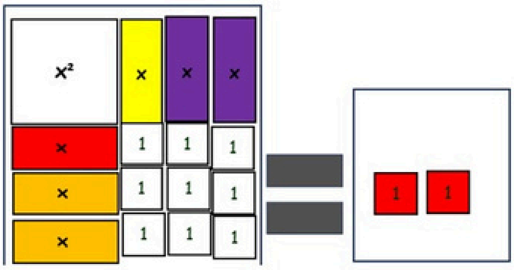
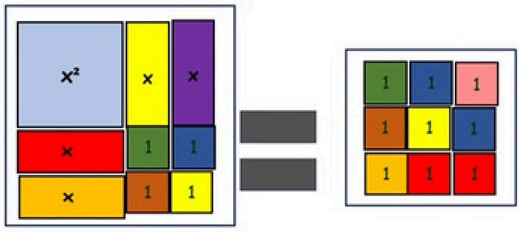
	
Equação:	**Equação:**
Solução:	**Solução:**

Questão 07 - Complete a tabela com as informações pedidas.

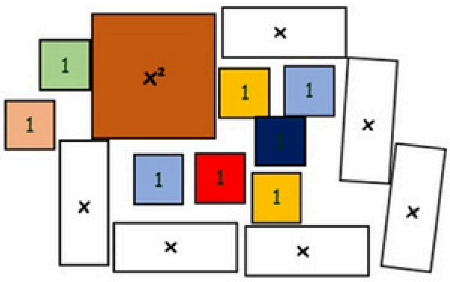
	**Algeplan**
Equação:	**Equação:** $x^2 + 8x + 3 = 0$
Solução:	**Solução:**

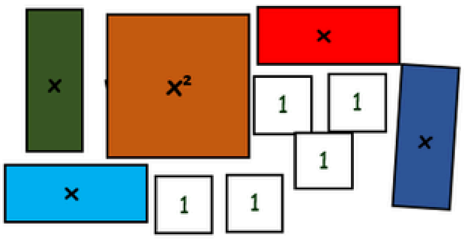
Algeplan	
Equação: $x^2 - 8x + 5 = 0$	**Equação:**
Solução:	**Solução:**

Questão 06 - Determine as raízes das equações representadas pelas peças abaixo.

	
Equação:	**Equação:**
Solução:	**Solução:**

Questão 07 - Complete a tabela com as informações pedidas.

	**Algeplan**
Equação:	**Equação:** $x^2 + 8x + 3 = 0$
Solução:	**Solução:**

Algeplan	
Equação: $x^2 - 8x + 5 = 0$	**Equação:**
Solução:	**Solução:**

Sétimo Encontro Formativo

Objetivo

Identificar a aprendizagem mediante aplicação de atividade avaliativa e em caso de lacunas de aprendizagem planejar novo percurso didático.

Desenvolvimento e Sugestões

Esta atividade avaliativa tem como objetivo consolidar o aprendizado dos alunos sobre equações do 2º grau, por meio da resolução algébrica e da interpretação contextual das raízes. Inicie a aplicação com uma breve revisão dos principais métodos de resolução, como a fórmula de Bhaskara, a fatoração e o completando de quadrados. Oriente os alunos a resolverem as questões de 1 a 6 utilizando esses métodos tradicionais e incentivando a organização e clareza dos cálculos. Ressalte a importância da interpretação das soluções no contexto proposto em algumas questões.

A partir da questão 7, oriente o uso do recurso didático Algeplan como ferramenta de apoio para a construção e visualização das equações. Estimule os estudantes a representarem graficamente as raízes e a relacionarem os modelos concretos com os algébricos, promovendo uma aprendizagem mais significativa. Ao final da avaliação, proponha uma correção coletiva e dialogada, destacando estratégias eficazes de resolução e esclarecendo possíveis dúvidas.

Recursos

Descrição	Link
Avaliação	https://drive.google.com/file/d/1pz-KP_T45nBD7wgtMb3I

Atividade Avaliativa

Questão 01 - Determine as raízes das equações abaixo.

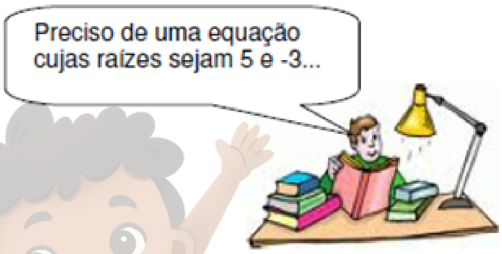
A) $x^2 + 7x + 12 = 0$

B) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

C) $2x^2 - 7x + 15 = 0$

D) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Questão 02 – Paulo está fazendo uma pesquisa. Das equações abaixo, qual delas atende à questão de Paulo?



A) $x^2 - 8x + 15 = 0$

B) $x^2 + 8x - 15 = 0$

C) $x^2 - 2x - 15 = 0$

D) $x^2 + 2x + 15 = 0$

Questão 03 - A raiz inteira da equação $3x^2 - 7x + 2 = 0$ representa a quantidade de pássaros que Ana tem em sua casa. Então Ana possui:

A) 3 pássaros

B) 4 pássaros

C) 1 pássaros

D) 2 pássaros.

Questão 04 - As raízes da equação $x^2 + 7x = 0$ são:

A) positivas

B) negativas

C) iguais a zero

D) uma igual a zero e a outra negativa.

Questão 05 - Seja a equação polinomial de 2º grau: $ax^2 - bx + c = 0$, com, $a = 1$ e $b = 0$. Identifique a única alternativa que apresenta as raízes reais, desta equação.

A) {0; 1}

B) {-9; 1}

C) {1; 9}

D) {-9; 9}

Questão 06 - Veja a equação: $x^2 - 6x + 8 = 0$

Quais são as raízes dessa equação?

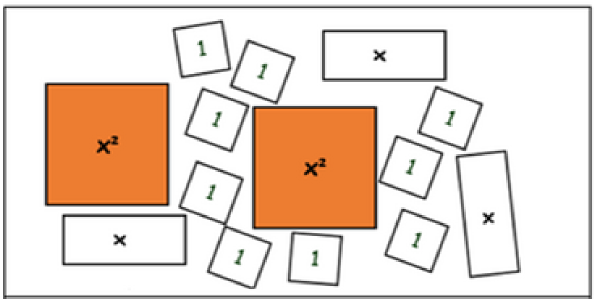
A) - 6 e 8.

B) - 2 e - 4.

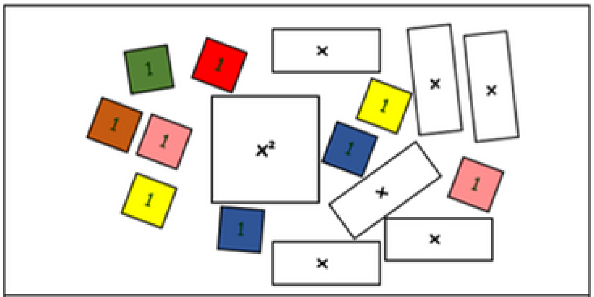
C) 1 e 5.

D) 2 e 4.

Questão 07 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.



Equação:	
x_1 = _____	x_2 = ______



Equação:	
x_1 = _____	x_2 = ______

Questão 08 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan e faça a sua representação geométrica.

Equação: $3x^2 - 12 = 0$	**Equação:** $-5x^2 + 7x = 0$
X_1 = _________	X_2 = __________

Equação: $x^2 - 4x + 3 = 0$	**Equação:** $x^2 - 4x - 5 = 0$
X_1 = _________	X_2 = __________

Considerações finais

Esta Sequência Didática é um Produto Educacional desenvolvido com o propósito de contribuir com o trabalho docente no ensino de equações polinomiais do 2º grau, com ênfase na obtenção de raízes sendo mediado pelo recurso didático "Algeplan".

É importante destacarmos que o sucesso da aplicação desta sequência depende, necessariamente, do papel ativo do professor. Cabe ao docente conduzir cada etapa com atenção, esclarecendo dúvidas, corrigindo eventuais equívocos e estimulando a participação dos alunos.

O material inclui diferentes apresentações e atividades que devem ser exploradas conforme a ordem proposta neste trabalho. Antes de utilizar a SD, recomendamos que o professor se familiarize previamente com os recursos e os adaptem, se necessário, à sua realidade escolar.

Desejamos que este material seja útil e que tanto educadores quanto estudantes possam vivenciar uma experiência de ensino aprendizagem prazerosa e eficaz, aprendendo matemática de forma lúdica, reflexiva e envolvente.

Referências

ALMEIDA, V. D. de. Algeplan como recurso didático nas aulas do 8º ano do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Maceió, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.repositorio.ufal.br/jspui/bitstream/123456789/9237/3/Algeplan%20como%20recurso%20did%C3%A1tico%20nas%20aulas%20do%208%C2%BA%20ano%20do%20ensino%20fundamental.pdf. Acesso em: 10 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 25 abr. 2025.

BRESSAN, L. G. Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Santa Maria/ RS, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/21165/DIS_PPGMRN_2021_BRESSAN_LIDIANE.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 jan. 2025.

BRUM, W. P.; ROMAIS, C. Crise no ensino de matemática? Os amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem. In: VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2013. Disponível em: file:///C:/Users/Acer/Downloads/551-3617-1-PB.pdf. Acesso em: 22 out. 2024.

COSTA, B. E. et al. Trabalhando equação do segundo grau com o Algeplan. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEMAT, 3., 2012, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará,

2012. Disponível em: https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/544/submission/director/544.pdf. Acesso em: 30 maio 2025.
FERREIRA, M. C.; ABREU, J. D. de A. Algeplan como recurso didático no estudo de equações do 2° grau: um olhar para o ensino de Álgebra. Número Especial - II Encontro Cearense de Educação Matemática (II ECeEM), Revista Cearense de Educação Matemática - RCeEM, v. 3, n. 7, p. 1-20, 2024. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/4075/2729. Acesso em: 12 dez. 2024.
IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade: 9° ano. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.
LORENZATO, S. O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.
MARTINS, H. S. S. G. Dificuldades na Resolução de equações de 2.º grau dos alunos do 8.º ano. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa. Instituto de Educação, 2014. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/18094/1/ulfpie047181_tm.pdf. Acesso em: 20 jun. 2025.
ROSA, D. da S.; SILVA, P. N. da. O algeplan revisitado. In: Tecnologias educacionais e inovações pedagógicas: perspectivas e desafios na matemática. v. 2, Editora Científica Digital, 2023. p. 20-33.
SALGADO, M. A. de J.; RINCÓN, J. P. A.; DE OLIVEIRA, M. P. Caminho alternativo para estudar equação quadrática e suas raízes, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/322437751_CAMINHO_ALTERNATIVO_PARA_ESTUDAR_EQUACAO_QUADRATICA_E_SUAS_RAIZES?channel=doi&linkId=5a58d75a45851545026fc663&showFulltext=true. Acesso em: 5 fev. 2025.
SÁPIRAS, F. S.; STROTTMANN, C. I.; SCHEIN, Z. P. O uso do Algeplan como ferramenta para a construção de conceitos referentes a produtos notáveis, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/282219678_O_USO_DO_ALGEPLAN_COMO_FERRAMENTA_PARA_A_CONSTRUCAO_DE_CONCEITOS_REFERENTES_A_PRODUTOS_NOTAVEIS/citations. Acesso em: 25 fev. 2025.