



CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS EM AÇÃO: Relato  
de uma professora pesquisadora e o desenvolvimento de uma  
trajetória hipotética de aprendizagem.

GLAUCIA MARINS MOREIRA  
ROGÉRIO MARQUES RIBEIRO

**Catalogação na fonte**

Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo

Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

m835t

Moreira, Gláucia Marins

Trajetórias hipotéticas de aprendizagem e sua interlocução com os conhecimentos didático-matemáticos para o ensino da matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora / Gláucia Marins Moreira. São Paulo: [s.n.], 2022.

113 f.

Orientador: Rogério Marques Ribeiro

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2022.

1. Formação de Professores. 2. Educação Matemática Crítica. 3. Prática Reflexiva. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

Licença Creative Commons

Dados fornecido pela Autora

CONHECIMENTOS DIDÁTICOS-MATEMÁTICOS EM AÇÃO: Relação de uma professora pesquisadora e o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem. está licenciado sob CC BY-NC 4.0 © 2 por Gláucia Marins Moreira



Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo. Aprovado em banca de defesa de mestrado no dia 24/jun./2022.

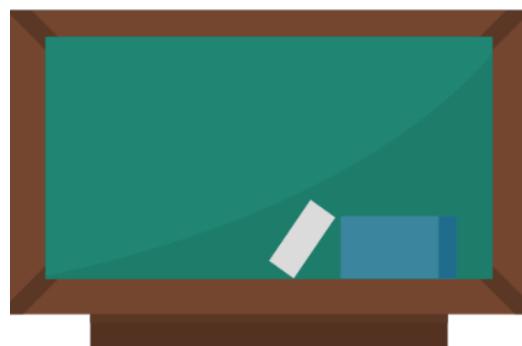
## AUTORES

Glaucia Marins Moreira: Licenciada em Matemática pela UNIP, licenciada em Pedagogia pela FACON, graduada Administradora pela Universidade São Marcos. Lato Sensu pela FMU em Administração e Gestão de Pessoas; Lato Sensu pela UNASP em Educação Matemática e Docência no Ensino Superior; Lato-Sensu pela Universidade Anhanguera em Didática e Metodologia do Ensino Superior - Área de conhecimento: Ciências Humanas, Ensino e Aprendizagem, e Lato Sensu pela FAI em Atendimento Educacional Especializado na área da Educação. Mestre em Ensino de Ciência e Matemática do Instituto Federal - Campus São Paulo.

Rogério Marques Ribeiro: Professor no curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo-IFSP, e coordenador do Programa de Residência Pedagógica - área de Matemática do IFSP/Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Profissional - IFSP/Campus São Paulo e líder do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP - IFSP/Campus Guarulhos. Atua como Diretor Regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo, e é membro pesquisador do Grupo de Trabalho - GT 07 - SBEM - Formação de Professores que ensinam matemática. Atua como editor-chefe da Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Remat - Regional São Paulo.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	5
1. REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE UMA PESQUISA-AÇÃO .....	8
2. REFLEXÕES ACERCA DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM .....	10
3. REFLEXÕES SOBRE OS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADO PELA PROFESSORA PESQUISADOR.....	144
Dimensão Matemática.....	16
Dimensão Didática .....	177
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 01...	
.....	20
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 02.....	22
Analisando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 03.....	24
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	26
Referências Bibliográficas.....	29



## INTRODUÇÃO

Este material, considerado como Produto Educacional, foi elaborado a partir dos estudos realizados durante o desenvolvimento da dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP/Campus São Paulo, intitulada "*Trajetórias hipotéticas de aprendizagem e sua interlocução com os conhecimentos didáticos-matemáticos para o ensino da matemática: desafios e possibilidades vivenciadas por uma professora pesquisadora*", sob a orientação do Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro.

Considerando os pressupostos teóricos presentes na dissertação, este material tem como objetivo apresentar as reflexões de uma professora pesquisadora durante o desenvolvimento de uma trajetória hipotética de aprendizagem, com a intencionalidade de promover discussões e problematizações que contribuam para o desenvolvimento da criticidade de estudantes de uma turma do Ensino Médio Integrado ao Técnico, considerando a importância de uma alfabetização financeira.

Atuando na docência desde 2004, e ministrando aulas de matemática para turmas do Ensino Médio Técnico em uma escola pública localizada na cidade de São Paulo desde 2014, a professora pesquisadora pôde constatar o desinteresse dos estudantes em estudar conteúdos que estão articulados com as discussões acerca da alfabetização financeira. A percepção desse desinteresse, associada à necessária e importante discussão que contribua com a alfabetização financeira dos estudantes, instigou o interesse em desenvolver a investigação que gerou este material.

Tem-se a expectativa de que este material possa contribuir para reflexões no campo da formação de professores, a partir das reflexões realizadas pela professora pesquisadora acerca dos caminhos trilhados durante a realização de uma pesquisa-ação para a construção da dissertação elaborada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do IFSP/Campus São Paulo.

Ressalta-se que as reflexões aqui apresentadas consideram o contexto do desenvolvimento da investigação, e indicam apenas uma possibilidade de percurso, tendo por objetivo fornecer algumas pistas ou indicações de caminhos que podem ser trilhados. Caberá ao leitor, a partir de suas demandas e das necessidades que lhes são pertinentes, ressignificar as discussões e reflexões e, mais ainda, construir seus próprios percursos.

Sendo assim, a proposição deste material tem como objetivo contribuir com professores e demais profissionais da educação, ampliando suas possibilidades de reflexão sobre a prática, assim como a elaboração de outras trajetórias hipotéticas de aprendizagem.

A estrutura organizativa deste Produto Educacional compreende as seguintes seções: (1) Reflexões sobre o desenvolvimento de uma pesquisa-ação; (2) Reflexões acerca da Trajetória Hipotética de Aprendizagem; (3) Reflexões sobre os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pela professora pesquisadora.

Salienta-se que este Produto Educacional não tem por objetivo trazer propostas de ensino para serem trabalhadas por professores que ensinam matemática na atualidade. No entanto, os professores podem usufruir desse

material, podendo, sim, elaborar atividades a partir dele, caso avaliem como pertinentes as discussões e reflexões aqui propostas.

Boa Leitura!



## 1. REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE UMA PESQUISA-AÇÃO



Pode-se dizer que a pesquisa-ação, na área educacional, é também destacada como uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores, de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar sua prática docente e, consequentemente, contribuir com a aprendizagem de seus estudantes.

Assim, destaca-se, que é com esse viés que a investigação proposta foi realizada, haja vista que as atividades desenvolvidas foram executadas pela própria pesquisadora, em sua prática docente, o que possibilitou à professora pesquisadora trilhar um processo investigativo de intervenção privilegiando o caminhar lado a lado da prática investigativa com a prática reflexiva e a prática educativa.

Pode-se evidenciar que o desenvolvimento de uma pesquisa-ação contribuiu para que a professora pesquisadora:

- Transformasse a sua prática em objeto de pesquisa, possibilitando promover uma articulação entre a atividade reflexiva e a ação transformadora, esta caracterizada pelas mudanças de postura ao longo do desenvolvimento das aulas utilizadas para a produção de dados para a pesquisa.

- Iniciasse suas discussões com os estudantes, com a intencionalidade de contribuir para a criticidade deles, a partir da realidade situacional, social, educacional e prática dos estudantes considerando suas preocupações, percepções e contextos que fazem parte de suas experiências cotidianas.
- Melhorasse sua prática pedagógica, a partir de uma melhor compreensão da necessidade de se superar o binômio teoria-prática, uma vez que, sob a perspectiva proposta pela pesquisa-ação, a prática e a teoria alcançam um espaço de diálogo comum.

Ressalta-se, ainda, que a professora pesquisadora, ao se orientar pelos pressupostos da pesquisa-ação, observou que esse tipo de pesquisa se preocupa tanto com o processo quanto com o produto, como destaca Sandín Esteban (2010), haja vista sua percepção de que o envolvimento/desenvolvimento de uma pesquisa-ação não contribui apenas para a melhoraria da prática, por meio do processo, mas, essencialmente, revela que o caminho a ser trilhado para alcançá-lo é tão ou mais importante do que o resultado.

## 2. REFLEXÕES ACERCA DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM



Simon (1995) ressalta que numa Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) os objetivos necessitam estar claros e declarados aos estudantes, pois, assim, será possível definir quais conceitos deverão ser apreendidos. Para esse autor, a partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagens pela qual os estudantes deverão ser desafiados e ser capazes de novas formulações.

Tem-se, assim, que uma THA é constituída tanto pelos objetivos para a aprendizagem quanto pelas tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos (SIMON, 1995). Ademais, no trabalho produzido por Simon e Tzur (2004), os autores ressaltam a compreensão de tarefas como um processo de construção de um novo conceito na perspectiva da reflexão sobre a atividade-efeito, a qual é realizada numa trajetória hipotética de aprendizagem.

Em relação ao desenvolvimento da THA, a professora pesquisadora pôde perceber a necessidade de mudança de sua postura durante as aulas. Agora, a dinâmica proposta, e os objetivos definidos, exigiam que sua postura fosse de uma mediadora ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem.

A professora pesquisadora reconhece que as atividades desenvolvidas foram relevantes para seu desenvolvimento em sala de aula, particularmente por que ela pouco trabalha com questões abertas em suas aulas, e destaca que por meio dessas atividades pôde perceber o quanto esse modelo permite ao estudante desenvolver sua análise crítica.

Durante o desenvolvimento da THA, a apropriação das discussões teóricas sobre esse modelo, proposto por Simom (1995), foi necessário para que ela construisse a THA de forma a considerar premissas propostas por esse autor. Assim, a professora pesquisadora destaca que ao longo do processo de construção da THA foram respeitados os seguintes princípios:

- A elaboração da THA foi baseada na compreensão do conhecimento atual dos estudantes envolvidos.
  - Em relação a esse elemento, a professora pesquisadora destaca a importância de ter desenvolvido as atividades com uma turma que ela já conhecia desde o ano anterior.
- A THA foi pensada e elaborada com a intencionalidade de se promover um veículo para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
  - Em relação a esse item, destaca-se que as tarefas foram elaboradas para se problematizar alguns conceitos matemáticos presentes na Matemática Financeira, com a intencionalidade de contribuir para o desenvolvimento da criticidade dos estudantes em relação à alfabetização financeira.
- Devido à natureza hipotética e inherentemente incerta deste processo, a professora pesquisadora estava regularmente envolvida na modificação de todos os aspectos da THA, quando necessário.
  - Em relação a esse elemento, a professora pesquisadora revela que esse é um aspecto muito presente durante o

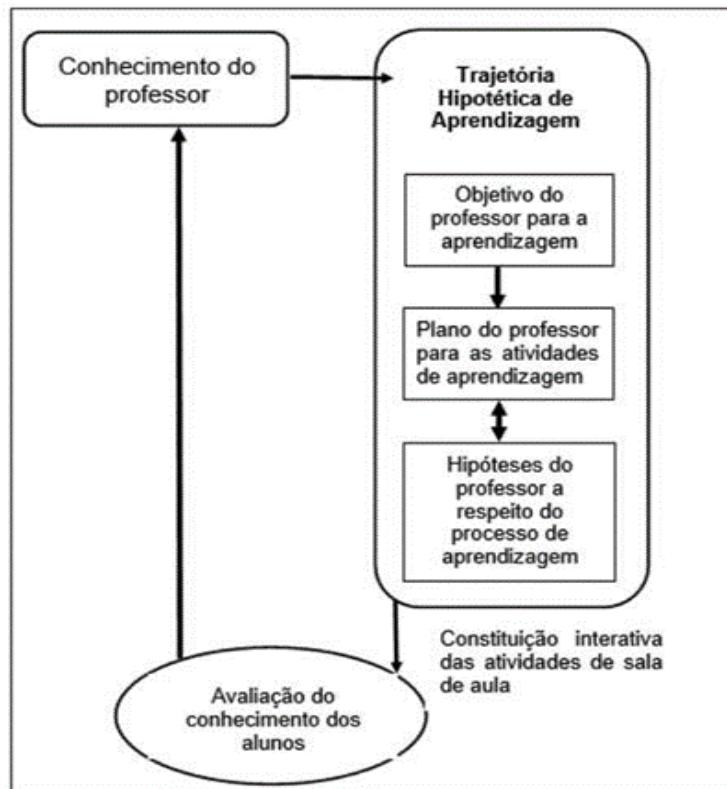
desenvolvimento da THA, pois, por se tratar de um processo muito dinâmico, e que deve considerar o “como” os estudantes vão reagindo e interagindo com a proposta pedagógica, a todo momento um ou outro aspecto da THA precisa ser repensado e readequado.

Para a professora pesquisadora, a consideração desses princípios contribuiu sobremaneira para que ela compreendesse cinco aspectos essenciais para o desenvolvimento de um trabalho envolvendo a construção de uma THA, que são:

- Os objetivos dos professores precisam ter direções definidas para a aprendizagem de seus estudantes.
- Durante o desenvolvimento de uma THA com os estudantes, os objetivos iniciais planejados podem ser modificados.
- As atividades de ensino precisam ser bem elaboradas e adequadas para os objetivos definidos.
- É necessário que seja considerado o processamento hipotético de aprendizagem dos estudantes.
- Quando os estudantes se engajam nas atividades planejadas, é necessário estar atento às considerações deles, pois essas considerações contribuirão para a análise da percepção dos estudantes sobre o conceito em estudo.

A professora pesquisadora ressalta sua vivência com esses aspectos durante o desenvolvimento da THA com os seus estudantes, e enfatiza o destaque que Simon (1995) dá em seus estudos, ao afirmar que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e o conhecimento dos estudantes são elementos essenciais na construção de uma THA, constituindo-se em parte chave do que ele chama de Ciclo de Ensino de Matemática, o qual é apresentado no Quadro 1 a seguir.

**Quadro 1. Ciclo de Ensino de Matemática**

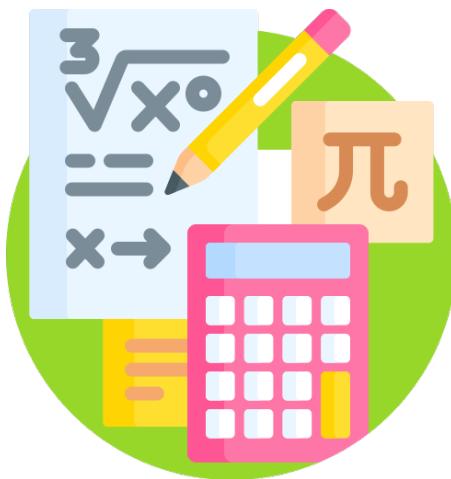


Fonte: Simon (1995)

A professora pesquisadora considera que o desenvolvimento da THA teve um impacto relevante para sua prática docente, e ressalta sua concordância com Simon (1995), quando este enfatiza, em seus estudos, que a construção de uma THA oferece aos professores a perspectiva de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores inferências sobre como o conhecimento poderia ser processado.

Diante das reflexões aqui apresentadas, é possível concluir que os estudos sobre os aspectos teóricos e o próprio desenvolvimento de uma THA possibilitam uma melhor compreensão do seu uso nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, no que se refere às estratégias de resolução de situações-problemas que contribuem para a criticidade do estudante.

### **3. REFLEXÕES SOBRE OS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS MOBILIZADO PELA PROFESSORA PESQUISADORA**



Pérez Gómez (2001) entende que o ensino deve ser visto como uma atividade complexa, que se desenvolve em diferentes cenários, os quais são influenciados e, por vezes, determinados, pelo contexto, com resultados na maioria das vezes imprevisíveis e carregados de conflitos.

A concordância da professora pesquisadora sobre essa complexidade, apontada pelo autor, levou-a a investigar e se apropriar de discussões teóricas que vêm ocorrendo no âmbito da área de Educação Matemática, com a finalidade de conhecer e se aprofundar nos estudos sobre a formação de professores.

Durante seus estudos, a professora pesquisadora foi observando, cada vez mais, que os referenciais estudados reiteravam que a complexidade do processo de ensino exige que os professores tenham conhecimentos acerca de alguns componentes da base para o ensino, ou seja, que tenham um "corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários

para que [...] possa propiciar processos de ensinar e aprender". (MIZUKAMI, 2004, p. 290)

Essa autora destaca, então, que os professores precisam ter o domínio do conhecimento específico da disciplina, por exemplo, da matemática, mas também ressalta que esse conhecimento por si só não garante que seu ensino e aprendizado tenham sucesso, ou seja, esse é um conhecimento necessário, porém, não é suficiente.

Por essa razão, ela salienta outros dois tipos de conhecimentos que também são necessários dos professores, que se constituem nos demais componentes da base para o ensino, e se referem:

- a um conhecimento que vai além do domínio de uma disciplina em particular, e aqui pode-se incluir, por exemplo: (i) a necessidade de se compreender as metas e objetivos em sala de aula; (ii) as intencionalidades para o ensino; (iii) a condução da sala de aula e a interação com/entre os estudantes; (iv) as estratégias educacionais;
- a um conhecimento que é apreendido no exercício profissional, ou seja, os professores constroem este conhecimento continuamente, ao passo que ensinam determinado conteúdo.

Pode-se afirmar que esses diferentes conhecimentos, necessários à prática profissional, levam à uma necessária ação dos professores de reflexão sobre suas práticas. Para Pérez Gómez (2001), os professores devem se utilizar da reflexão sobre suas práticas como:

um processo de reconstrução da própria experiência e do próprio pensamento ao indagar as condições materiais, sociais, políticas e pessoais que configuram o desenvolvimento da concreta situação educativa da qual participa [...] (PÉREZ GÓMEZ, 2001, p. 190).

Sendo assim, procurando se enveredar pelas discussões acerca desses componentes da base para o ensino, a professora pesquisadora passou a focar

seus estudos nas discussões propostas por Godino (2009) e Pino-Fan e Godino (2015), ao apresentarem o modelo do Conhecimento Didático-Matemático para o Ensino (CDM). Para esses autores, esse modelo problematiza o conjunto de conhecimentos que os professores devem conhecer, saber aplicar e avaliar.

Ressalta-se, também, que, para esses autores, o CDM pode ser utilizado para interpretar e caracterizar os conhecimentos dos professores a partir de três dimensões, a saber: a Dimensão Matemática; a Dimensão Didática; a Dimensão Meta Didático-matemática.

De forma mais pontual, são descritas, a seguir, as dimensões matemática e didática, haja vista que essas dimensões são referenciadas nessa seção durante a descrição das reflexões da professora pesquisadora a partir do desenvolvimento de suas aulas com os estudantes.

### **Dimensão Matemática**

Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Matemática composta por duas subdimensões, e que se refere ao conhecimento do conteúdo: a do conhecimento comum do conteúdo e a do conhecimento ampliado do conteúdo. Para esses autores, essa dimensão estabelece os conhecimentos dos professores que ensinam matemática em conteúdos específicos de matemática.

O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento de um objeto matemático específico e que se apresenta como suficiente para se resolver problemas ou atividades matemáticas, por exemplo. Já o conhecimento ampliado do conteúdo é entendido como aquele que os professores precisam ter a respeito dos conteúdos matemáticos e de como eles

estão relacionados, por exemplo, com o currículo do próximo nível de ensino. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

### **Dimensão Didática**

A Dimensão Matemática, descrita anteriormente, ressalta a necessidade de os professores possuírem conhecimentos matemáticos específicos. No entanto, comprehende-se que o conhecimento matemático não é suficiente para os professores na sua prática docente, sendo necessário que eles tenham conhecimento de outras naturezas que também influenciam no planejamento e desenvolvimento de um determinado conteúdo matemático.

Considerando essa necessidade, Pino-Fan e Godino (2015) apresentam a Dimensão Didática, que se refere ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Para descrever a natureza dos conhecimentos dessa dimensão os autores a dividem no que eles chamam de *facetas*. Sendo assim, essa dimensão é dividida em seis *facetas*, as quais são descritas a seguir.

A *faceta epistêmica* é referenciada por Pino-Fan e Godino (2015) como sendo a que se ocupa do conhecimento especializado da Dimensão Matemática. Assim, essa *faceta* envolve o conhecimento matemático que os professores necessitam ter para o ensino. Nesse sentido, os professores devem ser capazes, por exemplo,

de mobilizar várias representações de um objeto matemático para resolver uma tarefa por meio de procedimentos diferentes; para relacionar objetos matemáticos com outros objetos matemáticos ensinados em um determinado nível de ensino ou de níveis anteriores ou futuros; de compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um único objeto matemático (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 99) [tradução nossa].

Pode-se observar que o conhecimento relacionado a essa *faceta* deve possibilitar, aos professores, fazer escolhas de modelos ou exemplos úteis, bem

como fazer analogias com o que está sendo discutido. Para os autores, realizar estas atividades requer percepção e entendimento matemáticos adicionais, que vão além de apenas conhecer o conteúdo que irão ensinar.

A *faceta afetiva* refere-se aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Assim, diz respeito a um conhecimento importante e necessário para que os professores compreendam as formas de lidar com as possíveis mudanças de humor de seus estudantes, assim como identificar quais são os aspectos individuais que os motivam a se envolverem em determinadas atividades ou não.

Godino (2011) ressalta que a *faceta afetiva* está baseada no nível de envolvimento, interesse, motivação e atitudes dos estudantes em sala de aula. O autor entende que o componente interesse apresenta dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. Já o componente atitudes tem como indicadores: (i) promover as participações nas atividades, a presença, e responsabilidades; (ii) favorecer a argumentação em situação de igualdade.

A *faceta interacional* destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Pino-Fan e Godino (2015) descrevem essa faceta como sendo a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula.

Essas interações dizem respeito não somente àquelas que ocorrem entre os professores e os estudantes, mas também àquelas que podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos, bem como

às interações professores-recursos-estudantes. Pino Fan, Assis e Castro (2015) ressaltam que os conhecimentos relacionados à essa faceta compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

A *faceta mediacional* está relacionada com os conhecimentos que os professores necessitam para avaliar a pertinência do tipo de materiais e de recursos tecnológicos, assim como avaliar a pertinência do seu uso, para promover a aprendizagem dos estudantes sobre um objeto matemático específico. Para Pino-Fan e Godino (2015), o conhecimento sobre os recursos didáticos desempenha um importante papel na organização e gestão da aprendizagem dos estudantes.

A *faceta cognitiva* refere-se ao conhecimento dos aspectos cognitivos dos estudantes. Nesse sentido, por meio dos conhecimentos relacionados à essa faceta, os professores devem ser capazes de prever respostas possíveis dos estudantes a um determinado problema, antever equívocos esperados, conflitos ou erros que podem surgir a partir do processo de resolução das atividades matemáticas. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Por meio dos conhecimentos relacionados à essa faceta, os professores devem ser capazes, ainda, de compreender as relações matemáticas, corretas ou incorretas, que os estudantes realizam entre o objeto matemático que está sendo estudado e os demais objetos matemáticos que se apresentam como necessários para que eles resolvam o problema.

A *faceta ecológica* diz respeito ao conhecimento dos professores acerca do currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ele está trabalhando, assim como as relações que podem ser percebidas com os currículos de outros níveis, bem como

as relações que esses currículos têm com os aspectos sociais, políticos e econômicos que, por vezes, apoiam e condicionam o processo de ensino e aprendizagem. (PINO-FAN; GODINO, 2015)

Ao se observar as seis *facetas* da dimensão didática, propostas por Pino-Fan e Godino (2015), deve-se ressaltar que esses autores sublinham que essas *facetas* são apresentadas para se poder analisar, descrever e desenvolver o conhecimento dos professores em diferentes ciclos do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática.

A partir das descrições dessas duas dimensões, apresenta-se, a seguir, as reflexões realizadas pela professora pesquisadora durante o desenvolvimento das tarefas da THA com os estudantes, momento no qual foi possível observar quais conhecimentos didático-matemáticos eram mobilizados por ela durante o processo de ensino e aprendizagem.

Para tanto, são apresentadas as seções “*Analizando os Conhecimentos Didático-Matemáticos Mobilizados*”, na qual realiza-se, também, uma síntese da aula ministrada.

### **Analizando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 01**

A atividade proposta para a primeira aula se configurou como um desafio para a professora, quando se leva em conta que a dinâmica proposta, a partir da realização do debate, exigiu que ela mobilizasse ações com as quais ela não estava acostumada a lidar.

Particularmente, destaca-se a importância da ação de interação praticada por ela durante a aula, pois, por se tratar de uma atividade que

favorece a discussão e o posicionamento dos estudantes, essa ação se mostrou de forma muito evidente.

As interações promovidas por meio da atividade desenvolvida, quer sejam entre a professora e os estudantes quer sejam entre os estudantes-estudantes, está articulada com a *faceta interacional* proposta pelo CDM (GODINO, 2009). A *faceta interacional* destaca a importância de se considerar as interações como um componente essencial para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Para Pino-Fan e Godino (2015), por exemplo, essa *faceta* é a que se refere ao conhecimento das interações que acontecem, por exemplo, no interior de uma sala de aula, e, complementando a afirmativa desses autores, encontra-se, em Pino Fan, Assis e Castro (2015), o argumento de que esses conhecimentos compõem, assim, o campo de relações que sustentam o processo de aprendizagem.

Considera-se que a promoção do debate impactou na formação da professora, visto que alterou a referência de debate compreendido por ela. Pela sua prática, ela entendia que não era possível fugir do tema proposto, mas cercear a discussão poderia comprometer a intencionalidade do encontro. Assim, a professora atentou para a observação feita por Arrigo et al. (2018), ao se referir à ação de professores em atividades como a proposta pela professora. Para eles, geralmente, o professor não fornece:

o tempo de resposta necessário e suficiente aos alunos, levando-nos a classificar a maioria das perguntas por ele elaborada como sendo retórica. Podemos constatar que nessas situações nem sempre o professor guardava o tempo necessário para que algum aluno se manifestasse, esse tipo de comportamento na ação docente pode ser considerado como um fator que influencia diretamente no diálogo professor-aluno, podendo causar efeitos negativos para a construção do discurso reflexivo, pois a tendência,

nesse caso, é o professor responder à pergunta por ele formulada o que caracteriza uma pergunta sem valor cognitivo para o raciocínio do aluno. (ARRIGO et al., 2018, p. 58)

As interações professora-estudante-estudante foram acontecendo e a professora teve que estar atenta a toda essa movimentação, observando os estudantes compartilhando opiniões. Pino-Fan e Godino (2015) salientam que essas interações dizem respeito não somente ao professor e o estudante, mas também entre os próprios estudantes e os recursos didáticos, bem como às interações professor-recursos-estudantes.

### **Analizando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 02**

Para a elaboração da atividade houve vários recomeços em relação ao grupo de estudantes. Um longo processo, com vários caminhos percorridos; porém, foi durante a aplicação do questionário que a professora pode mobilizar conhecimentos que estão articulados com a *faceta afetiva*, proposta pelo CDM (GODINO, 2009).

No início da atividade os estudantes foram orientados pela professora que se tratava de uma atividade composta por sete questões para serem respondidas de forma individual com respostas totalmente pessoais, onde só ela teria acesso às respostas. Ela optou por fazer uma intervenção junto aos estudantes, devido à insegurança apresentada por eles.

Assim, após a leitura de cada questão, os estudantes iniciaram a resolução enquanto a professora caminhava entre as carteiras a fim de observar as discussões. Porém, ressalta-se que ela não interferiu nas estratégias ou no raciocínio dos estudantes, mas reforçava sobre a autonomia deles para que respondessem a partir de seus pontos de vistas, pois acreditava no potencial deles.

Faz-se importante ressaltar que durante o desenvolvimento das atividades nessa aula, diferentes conhecimentos foram mobilizados pela professora, pertencentes, também, a diferentes facetas. No entanto, para esta análise, está sendo considerado aqueles conhecimentos que mais se sobressaíram.

A *faceta afetiva*, como caracterizada anteriormente, se refere aos aspectos emocionais e comportamentais dos estudantes em sala de aula. Godino (2011), ao expressar que está baseada em elementos que se referem ao envolvimento, ao interesse e à motivação dos estudantes em sala de aula, organizou componentes e indicadores para cada um desses aspectos.

Assim, o autor evidencia que os componentes *interesses e necessidades* apresentam dois indicadores, sendo: (i) se as tarefas são de interesses para os estudantes; (ii) se são propostas situações que permitem avaliar a utilidade na vida cotidiana e profissional. O componente de *atitudes* tem como indicadores: (i) se promovem as participações nas atividades, a presença, responsabilidade, etc. (ii) se favorece a argumentação em situação de igualdade, o argumento e valores em si e não para quem o diz.

Já o componente das *emoções* apresenta como indicadores: (i) se promove a autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da Matemática; (ii) se as qualidades estéticas e precisão da matemática são destacadas.

Para a professora, a atividade desenvolvida foi relevante para seu desenvolvimento em sala de aula, uma vez que ela pouco trabalha com questões abertas, e por meio dessa atividade pôde perceber que esse modelo de atividade permite ao estudante desenvolver sua análise crítica. Entretanto, a professora julga ser uma atividade complexa, visto que os estudantes em tempo algum

mostraram-se convictos de possuírem autonomia para responderem as questões.

A professora destaca, ainda, sua percepção de que questões abertas permitem que os estudantes aprendam a desenvolver argumentos sobre os seus pontos de vista.

### **Analizando os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados durante a aula 03**

As atividades propostas na aula 3, por serem um complemento das discussões ocorridas na aula 02, exigiram uma maior cautela da professora, pois sua finalidade era de sanar possíveis dúvidas dos estudantes. Considerando esse panorama, a professora mobilizou diferentes conhecimentos que se referem ao currículo de matemática do nível de ensino que considera o estudo dos objetos matemáticos com os quais ela estava trabalhando.

A partir dos textos, a professora procurou conduzir os estudantes a uma análise crítica sobre sua importância na qualidade de parte de uma entidade que constrói a futura sociedade. Percebeu-se que no momento da intervenção da professora houve uma pequena alteração na fala dos estudantes, pois até então eles não tinham mencionado aspectos da educação financeira ou do juros como investimento.

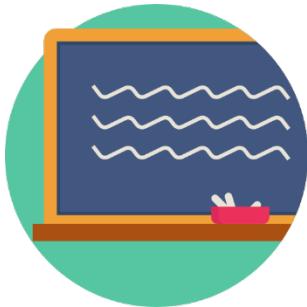
Destaca-se que a professora teve uma postura de mediadora, levando em conta o comportamento dos estudantes, suas personalidades e dificuldades, e sempre adotou uma atitude de provocar os estudantes para se envolverem nas discussões, fazendo perguntas e revelando seus pontos de vista.

Ressalta-se, ainda, que, por vezes, a professora teve que trabalhar duro para gerenciar os estudantes sem parecer ser autoritária.

A proposta do Mapa Mental agradou os estudantes. No entanto, durante a aplicação da atividade, a professora sentiu necessidade de fazer alguns ajustes por conta da dinâmica e participação dos estudantes. Assim, no início, a representante de sala marcava o grupo que estava fazendo a reflexão e todos contribuíam e chegavam a um senso comum, e então a professora incluía a frase na lousa.

A partir do ajuste feito pela professora, a representante de sala anotava o grupo, porém, os integrantes do grupo se levantavam e compartilhavam suas ideias com os demais da sala. Dessa forma, os colegas conseguiam identificar com mais clareza o grupo da vez, e isso reduziu o número de perguntas desnecessárias, permitindo um foco melhor no diálogo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS



No entendimento da professora pesquisadora, a realização de uma pesquisa-ação contribuiu para o desenvolvimento de sua autonomia docente, pois possibilitou sua percepção crítica sobre a construção do conhecimento. A observação do que acontece na sala de aula se revelou como um momento muito complexo, pois ela atuou como professora e pesquisadora durante todo o tempo, e separar as duas ações se transformou em um exercício que foi sendo aprimorado a cada momento de sala de aula.

Para a produção de dados, a professora pesquisadora usou recursos como a filmagem, gravação de áudio e anotações em um diário de campo, com a finalidade de não perder informações relevantes para a pesquisa. Sua preocupação, a todo momento, também foi com o rigor ético, e por isso teve muita atenção em separar aquilo que era anotação da pesquisadora sobre o que estava sendo feito pela professora.

A professora pesquisadora vivenciou a dificuldade de identificar, nas análises, possíveis construções articuladas com as dimensões propostas pelo CDM (GODINO, 2009), com vistas a identificar e analisar seus conhecimentos mobilizados, articulados com as facetas propostas por esse autor.

O desenvolvimento da THA, realizado por ela, contribuiu para que ela sanasse as possíveis dúvidas deixadas pelas atividades desenvolvidas na aula

2. Assim, as atividades auxiliaram no esclarecimento das dúvidas, bem como ampliou assuntos referentes à atividade 1 e contribuiu para a discussão de outros temas, como orçamento familiar, cartão de crédito, investimentos etc.

Na percepção da professora pesquisadora, o desenvolvimento da THA contribuiu para a articulação da Alfabetização Financeira com a Educação Matemática Crítica. No entanto, ressalta-se existir espaço para continuar desenvolvendo e aprofundando os estudos no âmbito dessa aproximação.

Ressalta-se, ainda, que o período de elaboração das atividades foi bem relevante para o desenvolvimento da professora pesquisadora. Por ela estar habituada ao método tradicional de ensino, elaborar atividades dentro dos preceitos da Educação Matemática Crítica, de Skovsmose (2014) e do CDM, de Godino (2009), se configurou como um grande desafio para ela.

A professora pesquisadora sendo o objeto de pesquisa, analisou suas potencialidades, suas dificuldades e seus limites, considerando o CDM, de Godino (2009) ao elaborar a sequência de atividades, e aplicando-as, a fim de gerar o desenvolvimento da criticidade dos estudantes em relação à Educação Financeira.

Em relação ao CDM pode-se afirmar que a professora pesquisadora articulou seus conhecimentos com a *faceta interacional*, na qual Pino-Fan e Godino (2015) salientam que as interações podem ocorrer entre os próprios estudantes, entre os estudantes e os recursos didáticos e não somente entre os estudantes e os professores.

Considerando a *faceta afetiva*, a professora pesquisadora destacou que foi possível compreender as formas de lidar com as mudanças de humor dos

estudantes em sala de aula, em particular quando do desenvolvimento das atividades que envolviam debates. Para Pino-Fan e Godino (2015), é muito importante que os professores tenham foco no grau de envolvimento, de interesse e de motivação dos estudantes.

Assim, a professora pesquisadora pôde vivenciar o debate em sala de aula, o qual apresentou relevante contribuição em sua prática. Considerando o CDM (GODINO, 2009), pode-se perceber a importância da *faceta interacional*, que contribuiu com a troca de conhecimento entre os estudantes-estudantes-professora, permitindo que ao final do debate os estudantes compreendessem que o juros pode ser usado a favor deles, caso poupem dinheiro.

Considera-se importante destacar que o processo de formação vivenciado, promovido durante a realização do mestrado profissional, além das oportunidades vivenciadas, as quais parte estão explicitadas neste material, contribuíram para a construção de conhecimentos que estão articulados com as dimensões propostas pelo CDM, os quais foram fundamentais para as ações da professora pesquisadora.

Dessa forma, ressalta-se que a elaboração deste Produto Educacional não se configura apenas como um material para disseminar conhecimentos, mas sua construção foi de uma importância ímpar para a própria prática pedagógica da professora pesquisadora.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



ARRIGO, V.; et al. Análise das interações verbais professor-aluno: implicações para a construção de um discurso reflexivo. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 32, p. 48-60, jul.- dez. 2018.

GODINO, J.D. Categorías de análisis de los conocimientos del professor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. n. 20, p. 13-31, dez./2009. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union\\_020%202009.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf)>. Acesso em: 20/jan./2020.

GODINO, J. D. Indicadores de Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferênciac Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, Recife, Brasil, 2011.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da Docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. *Educação*. V. 29, n. 2, p. 33-50, 2004.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. *A cultura escolar na sociedade neoliberal*. Poco Alegre: Artmed, 2001.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del professor. *Paradigma*. v. xxxvi, n.1. p. 87-109, jun./2015. Disponível em: <<http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/2662>>. Acesso em: 10/jan./2020.

PINO-FAN, L. R.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Towards a methodology for the characterization of teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *Eurasia*

**Journal of Mathematics, Science & Technology Education.** v. 11, n. 6. p. 1429-1456, 2015. <Disponível em:  
<https://www.researchgate.net/publication/279914902>.> Acesso em: 12/jan./2020.

SANDÍN ESTEBAN, M. P. S. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições.** Porto Alegre: Artmed: 2010.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in mathematics education**, 26, 1995.

SIMON, M. A.; TZUR, R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: na elaboration of the hypothetical learning trajectory, **Mathematical thinking and learning**, 2004

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**. Rio Claro. V. 13, n. 14, p. 66-91, ago. 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia.** 1<sup>a</sup>ed. Campinas: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Um convite a Educação Matemática Crítica.** 1<sup>a</sup> ed. Campinas: Papirus, 2014.