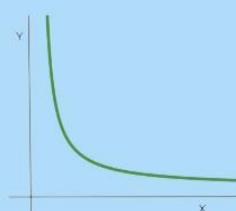


EDILSON SOUZA
FÁBIO ALVES
CINTHIA MARADEI

GEOMETRIA DINÂMICA COM GEOGEBRA

Regra de
Três em
Contextos
Reais



SOUZA, Edilson Pinheiro de; ALVES, Fábio José da Costa; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. GEOMETRIA DINÂMICA COM GEOGEBRA: Regra de Três em Contextos Reais. Produto Educacional do Programa de Pós - Graduação em Ensino de Matemática. Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2025.

ISBN: 978-65-01-72805-6 <https://doi.org/10.5281/zenodo.18435453>

Palavras Chave: Aprendizagem. Ensino. GeoGebra. Regra de Três. Contextos Reais.

Apresentação

É com imenso prazer que apresento este trabalho, cujo objetivo principal é proporcionar uma forma interativa para o ensino e aprendizagem de importantes conceitos matemáticos. Mais precisamente sobre as relações entre grandezas proporcionais diretas e inversas, e para a busca de uma participação atraente e principalmente efetiva, utilizou-se o software GeoGebra como ferramenta tecnológica de apoio ao conhecimento.

A Matemática tem papel importantíssimo para a humanidade, ela está presente em inúmeras situações do dia a dia, contudo, no que diz respeito ao ensino desta disciplina, muitos alunos têm apresentado dificuldades em sua aprendizagem, ocasionado em parte por uma metodologia ineficaz. Neste sentido, a utilização de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra, surgem como auxílio na busca de um maior engajamento e consequentemente aprendizado, por possuir uma interface dinâmica e visualização prática do Objeto de Conhecimento em estudo.

Este livreto foi organizado para explorar conceitos matemáticos importantes, relacionando teoria e prática por meio de exemplos do cotidiano a serem trabalhados de forma interativa. Com a ajuda do GeoGebra, os leitores poderão visualizar graficamente as relações de proporcionalidade, aumentando a possibilidade de assimilação desse relevante conteúdo matemático. Também vale ressaltar que essas atividades foram pensadas para que os discentes consigam aplicar esses conhecimentos em situações reais, reforçando a importância da Matemática em nossas vidas.

Espero que este material incentive alunos e professores no estudo criativo e atraente dos conceitos matemáticos, buscando utilizar a tecnologia como ferramenta de apoio para o interesse e a facilitação da compreensão dessa importante ciência. Desejo a todos uma boa leitura e um excelente aprendizado.

O autor

Sumário

Introdução	5
Apresentando o GeoGebra	7
Grandezas Diretamente Proporcionais	8
Grandezas Inversamente Proporcionais	11
Capítulo 1: Introdução à Geometria Dinâmica e ao GeoGebra	14
Capítulo 2: Sequência de Atividade 1 - Regra de Três Simples Direta	17
Capítulo 3: Sequência de Atividade 2 - Regra de Três Simples Inversa	20
Capítulo 4: Sequência de Atividade 3 - Regra de Três Composta	23
Capítulo 5: Sequência de Atividade 4 - Projetos Contextuais	27
Considerações	31
Referências	32
Informações sobre os autores	33

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), ressalta que a Matemática é uma disciplina, que precisa ser utilizada para desenvolver habilidades nos estudantes, em compreender o mundo ao seu redor. Isso é fato, pois a Matemática está presente em várias atividades cotidianas, como por exemplo, na realização de uma compra, no planejamento de uma viagem, etc. Diante disso, faz-se necessário ajudar nossos alunos a conseguirem resolver situações problemas do seu dia a dia, além de desenvolver o pensamento lógico e crítico.

E a Regra de Três é um conteúdo matemático de grande relevância, haja vista sua utilização em diversas situações de nossa vida, como ajustar receitas culinárias para diferentes quantidades de pessoas, relacionar o preço de um produto ao valor a ser pago, etc. Segundo Beiral (2017), a proporcionalidade é essencial tanto na escola quanto nas atividades do dia a dia, ela facilita o estudo e a compreensão de diversas áreas do conhecimento e impulsiona o desenvolvimento cognitivo das pessoas.

Segundo Santos (2019), a proporcionalidade tem sido um tema recorrente no ENEM, compondo uma parcela significativa de suas questões, incluindo Matemática, Física e Química, o que reflete sua grande importância não apenas no exame, mas também na vida pessoal. Devido sua grande valorização é que resolveu-se tratar do assunto Regra de Três, no presente trabalho. Trata-se de um livreto alinhado à BNCC, trabalhando competências matemáticas por meio de uma abordagem dinâmica e contextualizada, com auxílio do GeoGebra, que facilita a visualização de relações proporcionais, enquanto os problemas reais tornam o aprendizado relevante.

O presente trabalho está direcionado a alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, por tratar-se da Regra de Três Simples e Composta. Com este livreto objetiva-se guiar os alunos no entendimento da proporcionalidade, mediante o uso de atividades visuais, em que se busca simplificar ideias proporcionais, permitindo que os alunos explorem essas relações. A intenção é aprimorar o raciocínio matemático e a capacidade de aplicar a proporcionalidade no dia a dia, tornando o aprendizado mais relevante e interessante.

Visando alcançar os objetivos propostos, o presente trabalho se estrutura da seguinte maneira. Primeiramente apresenta-se o GeoGebra, ferramenta auxiliadora na tentativa de simplificação do conceito proporcional. Em seguida explana-se sobre Grandezas Proporcionais Diretas e Inversas, juntamente com seus gráficos, que auxiliarão na compreensão de seus conceitos, objetos de estudo deste trabalho. Após esta introdução, apresenta-se o primeiro capítulo, que introduz a geometria dinâmica por meio do GeoGebra, mostrando um exemplo de como trabalhar a proporcionalidade por meio deste software.

E ainda quanto a estrutura, no segundo e terceiro capítulo, aborda-se a Regra de Três Simples Direta e Inversa, consequentemente, as quais se utilizam de duas grandezas, além de exemplos de como utilizar o GeoGebra para se trabalhar estes conteúdos. Por fim, os capítulos quatro e cinco, que tratam da Regra de Três Composta, a qual utiliza-se de três grandezas, com exemplos práticos de como utilizar o software GeoGebra em suas resoluções.

A prática docente no ensino da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, tem apresentado algumas dificuldades no que diz respeito ao ensino da Regra de Três, fato este, que levou à escolha pela utilização do software GeoGebra neste livreto, como auxílio no processo de ensino e aprendizagem do objeto de estudo em questão.

E por acreditar-se que o GeoGebra facilitará a visualização e manipulação das relações proporcionais, de forma dinâmica e interativa, transformando conceitos abstratos, em algo concreto, neste livreto mostra-se que por meio deste software, é possível explorar situações-problema, criar gráficos e observar os efeitos das mudanças de variáveis, o que facilita a compreensão da proporcionalidade e torna o aprendizado mais engajador e efetivo.

Apresentando o GeoGebra

O GeoGebra é um software educacional gratuito e interativo que facilita o aprendizado para estudantes de todas as idades e níveis que combina álgebra, geometria, números, planilhas em uma plataforma dinâmica e intuitiva, foi criado em 2001 pelo matemático e professor austríaco Markus Hohenwarter durante seu doutorado na Universidade de Salzburgo, que está disponível em 25 idiomas e em mais de 190 países.

Pode ser baixado gratuitamente, nas versões instalável e portable, no site oficial <https://www.geogebra.org/dowload> e para quem prefere utilizá-lo de forma online, sem necessidade de instalação, a versão web está disponível em: <https://www.geogebra.org/classic>.

E com o avanço das tecnologias é cada vez mais necessário a utilização de ferramentas tecnológicas no nosso dia a dia, e nesse contexto Amaral (2014) afirma que as tecnologias na educação, despertam o interesse de estudantes e alteram a configuração do cenário em sala de aula, onde o docente tornar-se um mediador promovendo a aprendizagem, e nesse senário o Geogebra surge como um grande aliado do professor.

O ponto de vista do ensino, o Geogebra facilita a ilustração que são difíceis de serem realizadas no tradicional quadro verde, além de permitir ilustrações animadas para mostrar conceitos e propriedades, diminuindo obstáculos cognitivos, facilitando a tarefa do professor, e requerendo dessa forma uma melhor formação, principalmente no domínio dessas ferramentas tecnológicas.

Grandezas Diretamente Proporcionais

Podemos frequentemente observar cenários onde existe uma relação entre duas ou mais grandezas. Um bom exemplo é a relação entre quanto combustível um carro gasta e o quanto longe ele vai. Outro é como o preço de um alimento se relaciona com a sua massa. A quantidade de um produto influencia no preço a ser pago por ele. E a velocidade de um veículo interfere no tempo que ele leva para completar um trajeto. Essas relações podem ser de vários tipos, como proporcionais diretas, proporcionais inversas ou mesmo não proporcionais.

Grandezas diretamente proporcionais são caracterizadas por uma relação bem específica: a mudança em uma delas reflete-se diretamente na outra. Ou seja, se o valor de uma sobe, o valor da outra também sobe de forma proporcional. E se o valor de uma cai, o valor da outra cai na mesma proporção. Isso nos leva a uma característica importante: a razão entre os valores dessas grandezas nunca muda.

Essa característica da proporcionalidade é comum em muitos contextos de nossa vida. Ser capaz de reconhecer essas relações de proporcionalidade direta é essencial para entender e prever comportamentos, além de simplificar a resolução de problemas em diversas situações.

Como fazer o cálculo de grandezas diretamente proporcionais

Lidar com grandezas diretamente proporcionais nos permite determinar valores ausentes em diversas circunstâncias. Um exemplo prático: se você sabe a velocidade de leitura de uma pessoa (páginas/hora), pode calcular o tempo necessário para ela ler um livro mais longo, simplesmente aplicando o princípio fundamental da proporção.

A regra fundamental da proporção diz que, se temos quatro grandezas — chamemos de **a**, **b**, **c** e **d** — que são proporcionais entre si, a relação entre elas é a seguinte:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ao multiplicar cruzado, encontramos que:

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Essa é a propriedade fundamental da proporção, que diz que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Exemplo: Marcela lê 25 páginas por hora. Supondo que ela mantenha o ritmo de leitura, se ela precisar ler um livro de 200 páginas, quantas horas ela levará para terminar a leitura?

Resolução: A quantidade de tempo necessário para ler o livro é diretamente proporcional ao número de páginas. Vamos usar a proporção para calcular o tempo necessário. Então temos que:

$$\frac{25}{1} = \frac{200}{x}$$

Sendo que:

- 25 é o número de página que ela lê em 1 hora.
- 1 corresponde a 1 hora.
- 200 é o número de páginas do livro.
- x é o tempo que Marcela levará para ler o livro.

Multiplicando cruzado, temos que:

$$25 \cdot x = 200 \cdot 1$$

$$25x = 200$$

$$X = 200/25$$

$$X = 8$$

Serão necessárias 8 horas para que Marcela leia 200 páginas.

Gráfico de Grandezas Diretamente Proporcionais

Quando queremos ver graficamente a relação entre grandezas diretamente proporcionais, nós as posicionamos nos eixos x e y. O resultado será sempre uma linha reta que começa no ponto de encontro dos eixos (a origem). Essa característica da linha reta passando pela origem indica que quando uma grandeza é nula, a outra também é.

Graficamente a variação diretamente proporcional de uma grandeza em relação à outra, forma uma reta que passa pela origem, pois temos $y = k \cdot x$, sendo k uma constante.

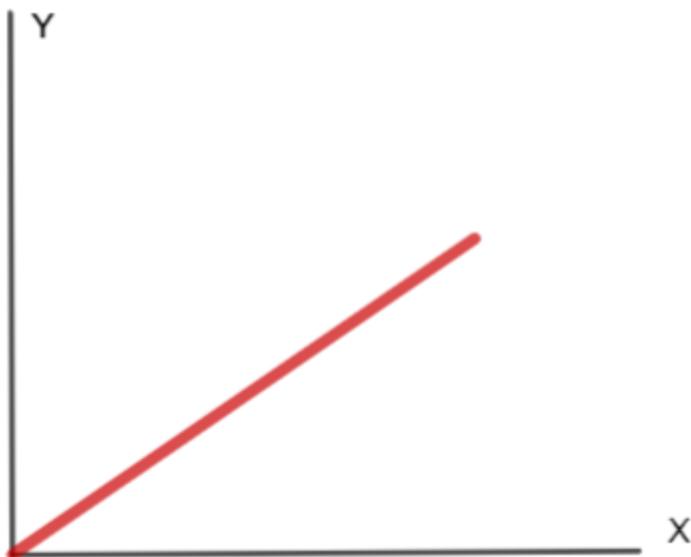


Figura 1: Exemplo de Gráfico de Grandeza Diretamente Proporcional

Este gráfico oferece uma visão da relação proporcional entre as duas grandezas. Ele demonstra que, quando uma cresce, a outra também se eleva na mesma proporção. E se uma diminui, a outra acompanha essa queda proporcionalmente. Essa correspondência resulta em uma linha reta inclinada, cuja inclinação depende da constante de proporcionalidade que as une.

Grandezas Inversamente Proporcionais

Duas grandezas são consideradas inversamente proporcionais quando o aumento de uma delas provoca a diminuição da outra na mesma proporção. Ou seja, se a grandeza **A** cresce, a grandeza **B** diminui de forma correspondente, mantendo uma relação proporcional inversa entre elas.

Exemplo: Um automóvel move-se a 40 km/h e demora cerca de 5 horas para chegar ao seu destino. Se esse automóvel estivesse a 80 km/h, ele demoraria duas horas e meia para chegar ao seu destino.

Quando você dobra a velocidade, o tempo gasto para percorrer a mesma distância cai pela metade. Isso significa que, à medida que a velocidade aumenta, o tempo necessário para o trajeto diminui na mesma proporção. Por essa razão, velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais: um aumento em uma implica uma redução proporcional na outra.

Regra de três

A regra de três é uma ferramenta útil para encontrar uma medida desconhecida em uma proporção quando você já conhece outras três. Para usá-la, você organiza as medidas conhecidas em uma proporção e, em seguida, aplica a propriedade fundamental das proporções (multiplicar os meios e os extremos). No entanto, quando lidamos com grandezas inversamente proporcionais, há um passo extra crucial: antes de aplicar a propriedade fundamental, você precisa inverter uma das razões para que o cálculo seja correto.

Exemplo: Um automóvel desloca-se a 60 km/h e demora 3 horas para chegar a seu destino. Se esse mesmo automóvel estivesse a 90 km/h, quanto tempo levaria para completar esse mesmo percurso?

A **proporção** construída a partir dessa situação é:

$$\frac{60}{90} = \frac{3}{X}$$

Essas grandezas são inversamente proporcionais, pois, aumentando a velocidade, gastaremos menos tempo em um mesmo percurso. Portanto, inverteremos uma das equações:

$$\frac{90}{60} = \frac{3}{X}$$

Agora, basta aplicar a propriedade fundamental das proporções e resolver a equação resultante:

$$\begin{aligned} 90 \cdot x &= 3 \cdot 60 \\ 90x &= 180 \\ X &= 180 / 90 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Serão gastos duas horas a 90 km/h.

Gráfico de Grandezas Diretamente Proporcionais

Para verificarmos graficamente a relação entre grandezas inversamente proporcionais, nós as posicionamos nos eixos x e y. O resultado será sempre uma curva, que se aproxima dos eixos, mas não os toca. À medida que uma aumenta, a outra diminui na mesma proporção. Essa característica curva do gráfico da função inversa, é chamado hipérbole.

Graficamente a variação inversamente proporcional de uma grandeza em relação à outra, forma uma hipérbole, pois temos $y = k / x$, sendo k uma constante.

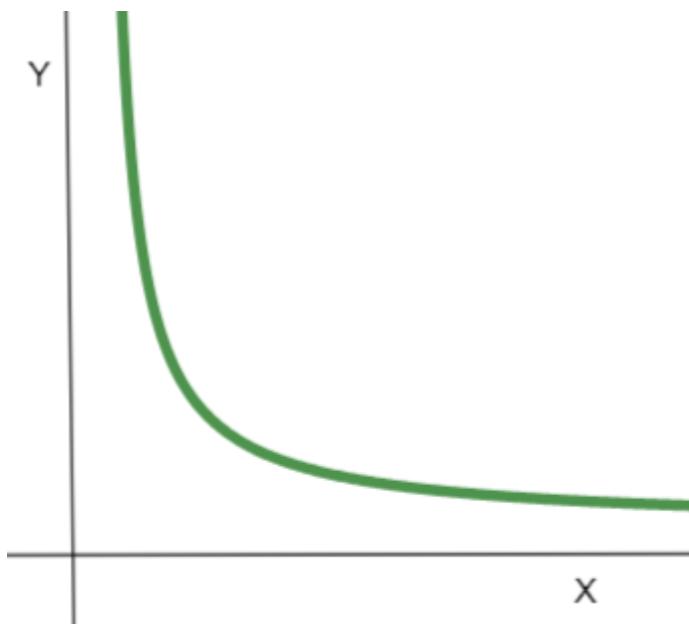


Figura 2: Exemplo de Gráfico de Grandeza Inversamente Proporcional

Este gráfico oferece uma visão da relação proporcional entre as duas grandezas. Ele demonstra que, quando uma cresce, a outra decresce na mesma proporção. E se uma diminui, a outra aumenta proporcionalmente. Essa correspondência resulta em uma curva, sendo um comportamento característico de grandezas inversas.

Capítulo 1: Introdução à Geometria Dinâmica e ao GeoGebra

Tema: Apresentando o GeoGebra

Conteúdo: Apresentação da geometria dinâmica, tutorial do GeoGebra (interface, ferramentas de gráficos, plotagem de pontos, retas, uso de sliders).

Habilidades da BNCC: (EF06MA12): Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade direta; (EF07MA12): Resolver problemas que envolvam razões e proporções.

Público Alvo:

Alunos do 7º ao 9º Ano do Ensino Fundamental ou 1º Ano do Ensino Médio

Recursos:

- Computador ou tablet com acesso ao GeoGebra Online (www.geogebra.org), ou off-line;
- Lista de comando para o geogebra, para o desenvolvimento da atividade;
- Projetor (para apresentação em sala).

Etapas da Atividade Didática

Etapa 1: Introduzindo o Conceito

Atividade Inicial: Proporcionalidade no Custo de Laranjas

Criar um gráfico no GeoGebra para representar uma relação proporcional (ex.: custo de laranjas por quilo) e manipular valores dinamicamente.

Situação-Problema: O preço das laranjas é de R\$ 5,00 por quilo. Crie um gráfico no GeoGebra que represente a relação entre a quantidade de laranjas (em kg) e o custo total (em R\$).

Descrição: O professor apresenta a fórmula ($c = 5 * q$), como um modelo de proporcionalidade simples direta.

Exemplo: Como um quilo de laranja custa 5 reais, quanto custará 2 quilos, 3 quilos, etc.?

Explicar que **c** representa a quantidade em quilos de laranja e **q** representa o valor em real a ser pago pela quantidade de quilos de laranjas comprados.

Frisar a importância do GeoGebra, de que ele permitirá que os alunos enxerguem as soluções graficamente, ajudando-os na exploração visual do conteúdo.

Etapa 2: Exploração Inicial no GeoGebra

Passo a Passo no GeoGebra

1. Acesse o GeoGebra: Abra o navegador e digite www.geogebra.org, ou utilize offline baixado em seu computador.

2. Crie um Deslizador (Slider): Clique na ferramenta "Deslizador" (ícone de régua com seta) e clique na área de trabalho; Configure: **Nome:** q (representando a quantidade de laranjas em kg); **Intervalo:** de 0 a 20, **Incremento:** 1 e **Descrição:** "Quilos de Laranjas".

3. Defina a Função Custo: Na entrada de comandos, digite: $c = 5 * q$.

Isso representa o valor total a pagar (c) em função dos quilos de laranjas (q), com o preço de R\$ 5,00 por quilo.

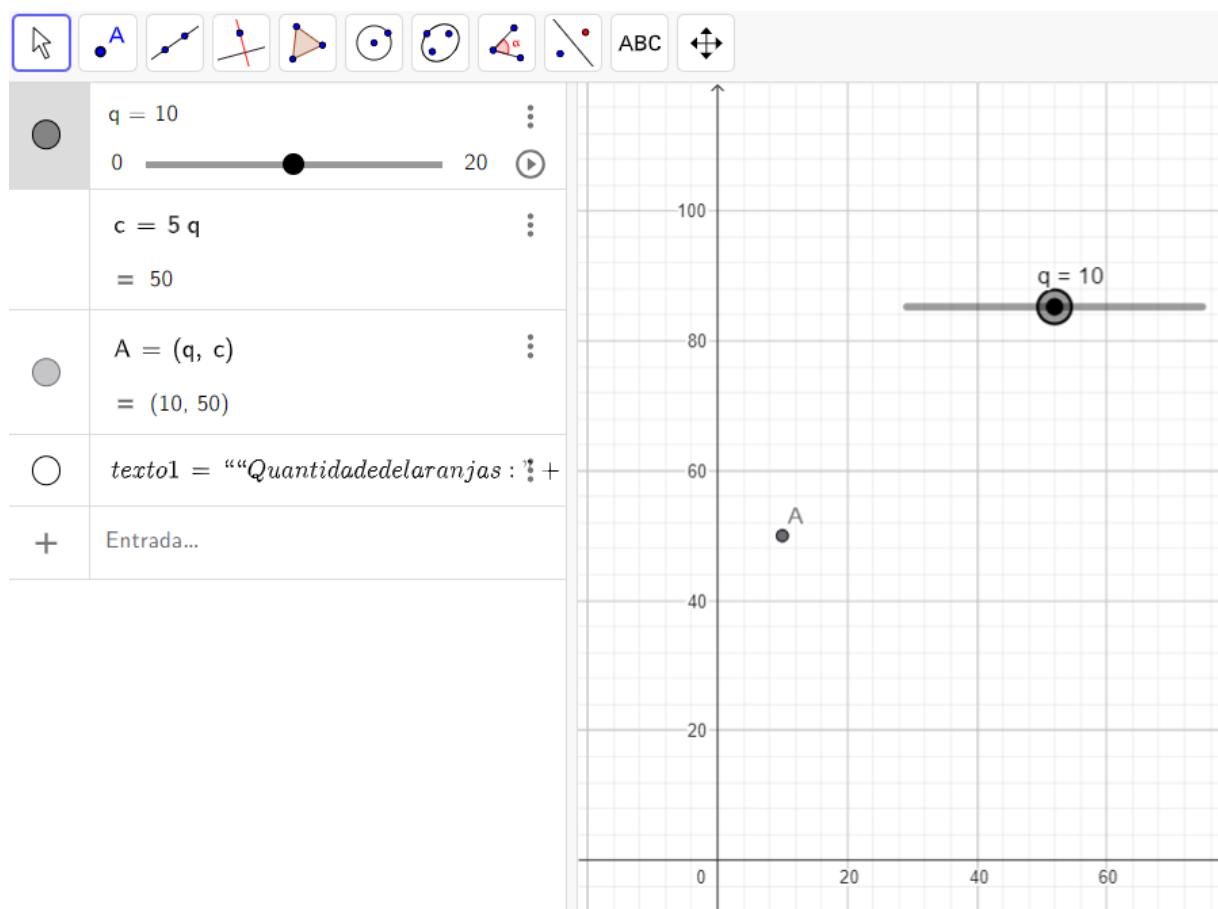
4. Crie um Ponto Dinâmico no Gráfico: Na entrada de comandos, digite: $A = (q, c)$.

Isso criará um ponto que se move de forma retilínea ao longo do gráfico, conforme o valor de **q** é ajustado.

5. Adicione um Texto Dinâmico: Selecione a ferramenta "Texto" (ícone "ABC") e clique na área de trabalho; Insira o seguinte texto: "Quantidade de laranjas: " + q + " kg\nCusto total: R\$ " + c.

Isso exibirá dinamicamente os valores conforme o deslizador é ajustado.

6. Personalize o Gráfico da Função: Ajuste os eixos para melhor visualização, por exemplo: Eixo x (quantidade): 0 a 20; Eixo y (custo): 0 a 100.



Etapa 3: Discussão com os alunos

Reflexão: Questionar os alunos sobre o porquê o ponto sai da origem, e o que a inclinação representa (razão constante do preço da laranja).

Perguntas de Reflexão aos Alunos: 1. Se 1 kg de laranjas custa R\$ 5,00, quanto custarão 3 kg? E 10 kg? 2. O gráfico resultante é uma linha reta? O que isso indica sobre a relação entre as variáveis? 3. Qual é a constante de proporcionalidade nesta situação? 4. Como o uso do slider ajuda a compreender a proporcionalidade direta?

Atividade Prática e Adicional

Peça aos alunos que modifiquem o preço por quilo, para R\$ 8,00 e observem como isso afeta o gráfico e os valores calculados.

Orientações para o Professor: Utilize um projetor para demonstrar o uso do GeoGebra, destacando: Como plotar pontos e criar retas; A utilização de sliders para manipular valores dinamicamente; A observação da relação linear entre quantidade e custo; incentive os alunos a explorarem diferentes valores de q e observarem como o custo total varia proporcionalmente.

Capítulo 2: Sequência de Atividades 1 – Regra de Três Simples Direta

Tema: Planejando uma Compra para Viagem

Objetivo da Atividade:

Compreender a relação de proporcionalidade direta entre a quantidade de litros de açaí adquiridos e o valor total a pagar, utilizando ferramentas gráficas e interativas do GeoGebra.

Habilidades da BNCC: (EF07MA12): Resolver problemas que envolvam razões e proporções; (EF08MA12): Resolver problemas que envolvam proporcionalidade direta.

Público Alvo:

Alunos do 7º ao 9º Ano do Ensino Fundamental ou 1º Ano do Ensino Médio

Recursos:

- Computador ou tablet com acesso ao GeoGebra Online (www.geogebra.org), ou off-line;
- Lista de comando para o geogebra, para o desenvolvimento da atividade;
- Projetor (para apresentação em sala).

Contexto Real: Uma família planeja uma viagem de Oeiras para Belém, e precisa calcular o preço a ser pago pela quantidade de açaí que irão comprar para levar.

Problema: "Se um litro de açaí custa 10 reais, caso comprem 15 litros, quanto irão precisar pagar por essa quantidade de alimento?"

Etapas da Atividade Didática

Etapa 1: Introduzindo o Conceito

Descrição: O professor apresenta a fórmula ($V = 10 \cdot L$), como um modelo de proporcionalidade simples direta.

Exemplo: Como um litro de açaí custa 10 reais, quanto custará 2 litros, 3 litros, etc.?

Explicar que **L** representa a quantidade de litros de açaí e **V** representa o valor em real a ser pago pela quantidade de litros de açaí comprado.

Frisar a importância do GeoGebra, de que ele permitirá que os alunos enxerguem as soluções graficamente, ajudando-os na exploração visual do conteúdo.

Etapa 2: Exploração Inicial no GeoGebra

Passo a Passo no GeoGebra

1. Acesse o GeoGebra: Abra o navegador e digite www.geogebra.org, ou utilize offline baixado em seu computador.

2. Crie um Deslizador (Slider): Clique na ferramenta "Deslizador" (ícone de régua com seta) e clique na área de trabalho; Configure: **Nome:** L, **Intervalo:** de 0 a 5, **Incremento:** 0,5 e **Descrição:** "Litros de açaí".

3. Defina a Função de Proporcionalidade: Na entrada de comandos, digite: $V = 10 * L$.

Isso representa o valor total a pagar (V) em função dos litros de açaí (L), com o preço de R\$ 10,00 por litro.

4. Adicione um Texto Dinâmico: Selecione a ferramenta "Texto" (ícone "ABC") e clique na área de trabalho; Insira o seguinte texto: "Litros de açaí: " + L + " L\n Valor a pagar: R\$ " + V.

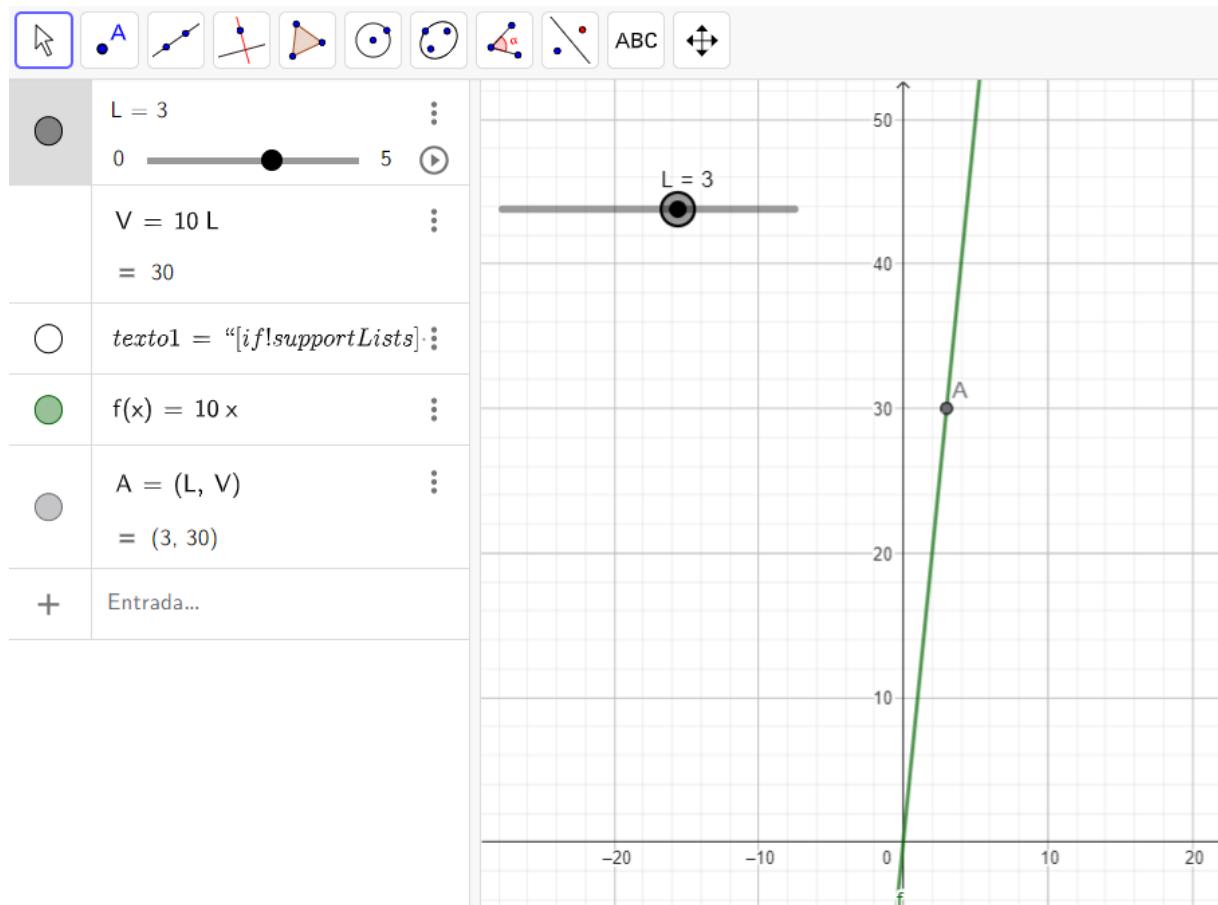
Isso exibirá dinamicamente os valores conforme o deslizador é ajustado.

5. Insira o Gráfico da Função: Na entrada de comandos, digite: $f(x) = 10x$.

Isso criará o gráfico da função linear que representa a relação entre litros de açaí e valor a pagar.

6. Adicione um Ponto Dinâmico no Gráfico: Na entrada de comandos, digite: $A = (L, V)$.

Isso criará um ponto que se move ao longo da reta conforme o valor de L é ajustado.



Etapa 3: Discussão com os alunos

Reflexão: Questionar os alunos sobre o por que a reta passa pela origem e o que a inclinação representa (razão constante do preço do açaí).

Formalização: Neste momento, professor, apresentar a regra de três simples direta ($2/6 = 20/x$) e a resolução algébrica.

Perguntas para os Alunos: 1. Se você comprar 3 litros de açaí, quanto pagará? (*Resposta esperada: R\$ 30,00*); 2. O gráfico é uma linha reta? O que isso indica sobre a relação entre litros e preço? (*Resposta esperada: Sim, indica uma relação de proporcionalidade direta*); 3. Se a quantidade de litros dobrar, o valor a pagar também dobra? Isso caracteriza uma proporcionalidade direta? (*Resposta esperada: Sim, caracteriza uma proporcionalidade direta*); 4. Qual seria o valor a pagar por 7,5 litros de açaí? (*Resposta esperada: R\$ 75,00*).

Atividade Prática e Adicional

Peça aos alunos que modifiquem o preço por litro para R\$ 12,00 e observem como isso afeta o gráfico e os valores calculados.

Orientação ao Professor: Incentivar os alunos a manipular o **Slider** para testar diferentes distâncias e deduzir a solução graficamente antes da resolução algébrica.

Capítulo 3: Sequência de Atividades 2 – Regra de Três Simples Inversa

Tema: Divisão de Trabalho em Equipe

Objetivo da Atividade: Compreender a proporcionalidade inversa e aplicar a regra de três simples inversa.

Habilidades da BNCC: (EF08MA12): Resolver problemas que envolvam proporcionalidade inversa; (EF09MA12): Interpretar e resolver problemas com grandezas inversamente proporcionais.

Público Alvo: Alunos do 7º ao 9º Ano do Ensino Fundamental ou 1º Ano do Ensino Médio

Recursos:

- Computador ou tablet com acesso ao GeoGebra Online (www.geogebra.org), ou off-line;
- Lista de comando para o geogebra, para o desenvolvimento da atividade;

- Projetor (para apresentação em sala).

Contexto Real: Um grupo de alunos organiza a limpeza de um pátio escolar e precisa calcular o tempo necessário com diferentes números de participantes.

Problema: “Se 5 alunos levam 4 horas para limpar o pátio, quanto tempo levariam 8 alunos?”

Etapas da Atividade Didática

Etapa 1: Introduzindo o Conceito

Descrição: O professor apresenta a fórmula ($t = 20 / n$), como um modelo de proporcionalidade simples inversa.

Exemplo: Como 5 alunos limpam o pátio da escola em 4 horas, 8 alunos levariam quanto tempo?

Explicar que **n** representa a quantidade de alunos e **t** representa o tempo em horas, que esses alunos levariam para limpar o pátio da escola.

Frisar a importância do GeoGebra, de que ele permitirá que os alunos enxerguem as soluções graficamente, ajudando-os na exploração visual do conteúdo.

Etapa 2: Exploração Inicial no GeoGebra

Passo a Passo no GeoGebra

1. Acesse o GeoGebra: Abra o navegador e digite www.geogebra.org, ou utilize_off-line baixado em seu computador.

2. Crie um Deslizador (Slider): Clique na ferramenta "Deslizador" (ícone de régua com seta) e clique na área de trabalho; Configure: **Nome:** n (representa o número de alunos), **Intervalo:** de 1 a 20, **Incremento:** 1, **Legenda:** “Número de alunos”.

3. Crie a Fórmula da Proporcionalidade Inversa: Na entrada de comandos, insira: $t = 20 / n$.

Isso define o tempo necessário para limpar o pátio em função do número de alunos.

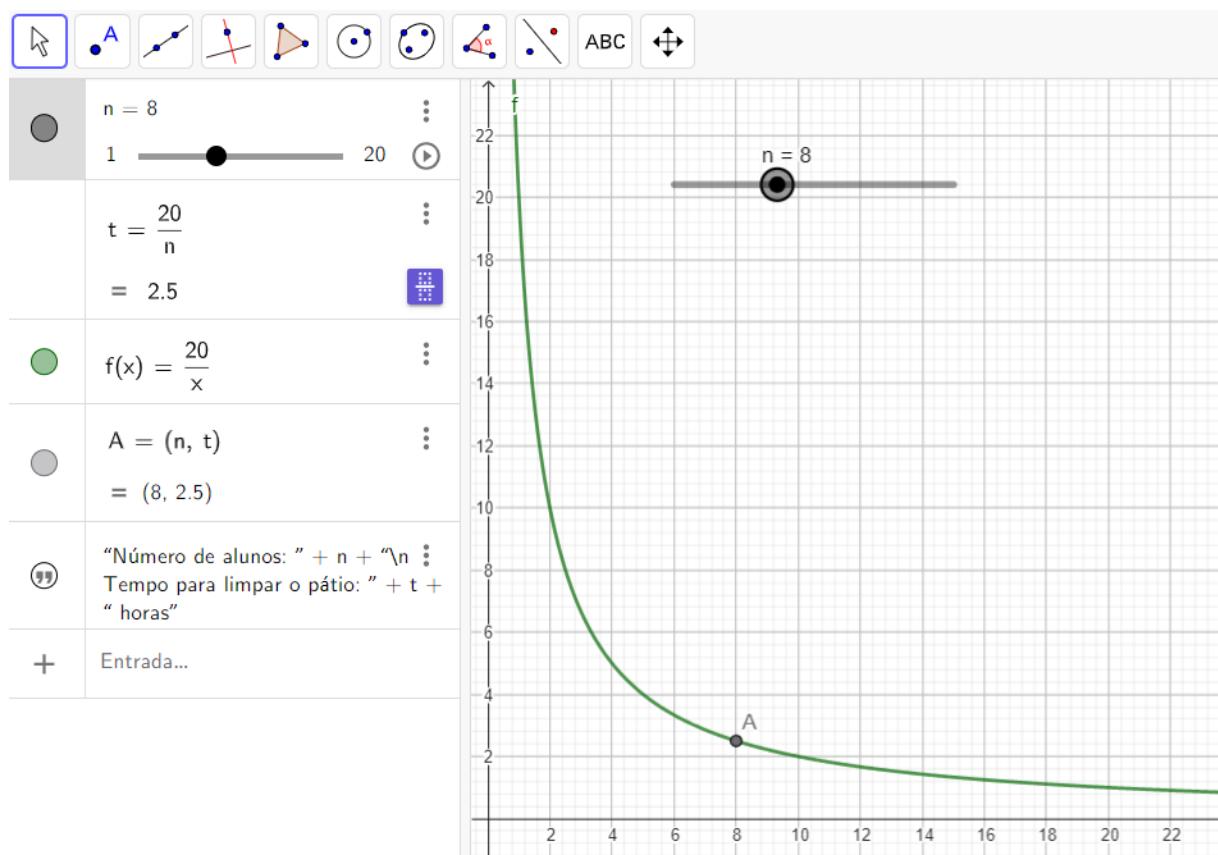
4. Gráfico da Função Inversa: Na entrada de comandos, insira a função: $f(x) = 20 / x$.

5. Crie um Ponto Dinâmico no Gráfico: Na entrada de comandos, digite: $A = (n, t)$.

Um ponto que se move conforme o valor de n .

6. Adicione um Texto Dinâmico: Selecione a ferramenta "Texto" (ícone "ABC") e insira o seguinte texto: "Número de alunos: " + n + "\n Tempo para limpar o pátio: " + t + " horas".

Isso exibirá dinamicamente os valores conforme o deslizador é ajustado.



Etapa 3: Discussão com os alunos

Reflexão: Discutir por que o produto do número de alunos pelo tempo é constante e como isso difere da proporcionalidade direta.

Formalização: Neste momento, professor, apresentar a regra de três simples inversa ($5 \cdot 4 = 8 \cdot x$) e a sua resolução.

Perguntas para os Alunos: 1. Se 5 alunos levam 4 horas, quanto tempo levariam 10 alunos? 2. A função é crescente ou decrescente? 3. O gráfico é uma linha reta? O que isso diz sobre a relação entre as variáveis? 4. O que acontece com o tempo à medida que o número de alunos aumenta? 5. Se apenas 2 alunos forem limpar, quanto tempo levarão?

Atividade Prática e Adicional: Peça aos alunos para resolverem a seguinte atividade no GeoGebra: “Se 3 alunos levam 6 horas para pintar um muro, quanto tempo levariam 9 alunos?” Também faça o seguinte questionamento: “Como a curva no gráfico reflete a relação inversa?”

Orientação ao Professor: Usar o GeoGebra para destacar a forma da curva de proporcionalidade inversa, ajudando os alunos a visualizarem a relação.

Capítulo 4: Sequência de Atividades 3 – Regra de Três Composta

Tema: Consumo de Energia Elétrica em uma Casa

Objetivo da Atividade: Compreender a aplicação da regra de três composta, envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais e visualizar graficamente como as variáveis interagem entre si.

Habilidades da BNCC: (EF09MA12): Resolver problemas com grandezas diretamente e inversamente proporcionais; (EF09MA13): Resolver problemas complexos que envolvam proporcionalidade.

Público Alvo: Alunos do 7º ao 9º Ano do Ensino Fundamental ou 1º Ano do Ensino Médio

Recursos:

- Computador ou tablet com acesso ao GeoGebra Online (www.geogebra.org), ou off-line;
- Lista de comando para o geogebra, para o desenvolvimento da atividade;
- Projetor (para apresentação em sala).

Contexto Real: Uma família analisa o consumo de energia de eletrodomésticos para planejar o uso eficiente.

Problema: Se 2 lâmpadas consomem 100 kWh em 5 dias, quantos dias levarão 3 lâmpadas para consumir 150 kWh?

Etapas da Atividade Didática

Etapa 1: Introduzindo o Conceito

Descrição: O professor apresenta a fórmula abaixo, como um modelo de proporcionalidade composta, envolvendo três grandezas, neste caso (Lâmpadas, Dias e Consumo).

$$\frac{\text{Lâmpadas1}}{\text{Lâmpadas2}} = \frac{\text{Dias1}}{\text{Dias2}} = \frac{\text{Consumo1}}{\text{Consumo2}}$$

Exemplo: Como 2 lâmpadas consomem 100 kWh em 5 dias, quantos dias levarão 3 lâmpadas para consumir 150 kWh?

Explicar que temos três grandezas, sendo quantidade de lâmpadas, consumo dessas lâmpadas em kwh e número de dias em que essas lâmpadas ficarão ligadas.

Frisar a importância do GeoGebra, de que ele permitirá que os alunos enxerguem as soluções graficamente, ajudando-os na exploração visual do conteúdo.

Etapa 2: Exploração Inicial no GeoGebra

Passo a Passo no GeoGebra

1. Acesse o GeoGebra: Abra o navegador e digite www.geogebra.org, ou utilize offline baixado em seu computador.

2. Crie dois Deslizadores (Sliders): Clique na ferramenta "Deslizador" (ícone de régua com seta) e clique na área de trabalho; Configure: **Deslizador 1:** Número de Lâmpadas (**L**): **Intervalo:** 1 a 10; **Incremento:** 1; **Legenda:** "Número de Lâmpadas". **Deslizador 2:** Consumo Total (**C**): Intervalo: 50 a 300; Incremento: 10; Legenda: "Consumo Total (kWh)".

3. Defina a Fórmula da Regra de Três Composta

Sabemos que: Quanto mais lâmpadas → maior será o consumo (diretamente proporcional); Quanto mais dias utilizando energia → maior será o consumo (diretamente proporcional).

A relação de proporcionalidade no problema citado desta atividade é:

$$\frac{\text{Lâmpadas}_1}{\text{Lâmpadas}_2} = \frac{\text{Dias}_1}{\text{Dias}_2} = \frac{\text{Consumo}_1}{\text{Consumo}_2}$$

De acordo com os dados fornecidos do problema, temos: $\text{Lâmpadas}_1 = 2$; $\text{Dias}_1 = 5$; $\text{Consumo}_1 = 100 \text{ kWh}$; $\text{Lâmpadas}_2 = 3$; $\text{Consumo}_2 = 150 \text{ kWh}$; $\text{Dias}_2 = ?$

Aplicando a regra de três composta, temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{X} = \frac{100}{150}$$

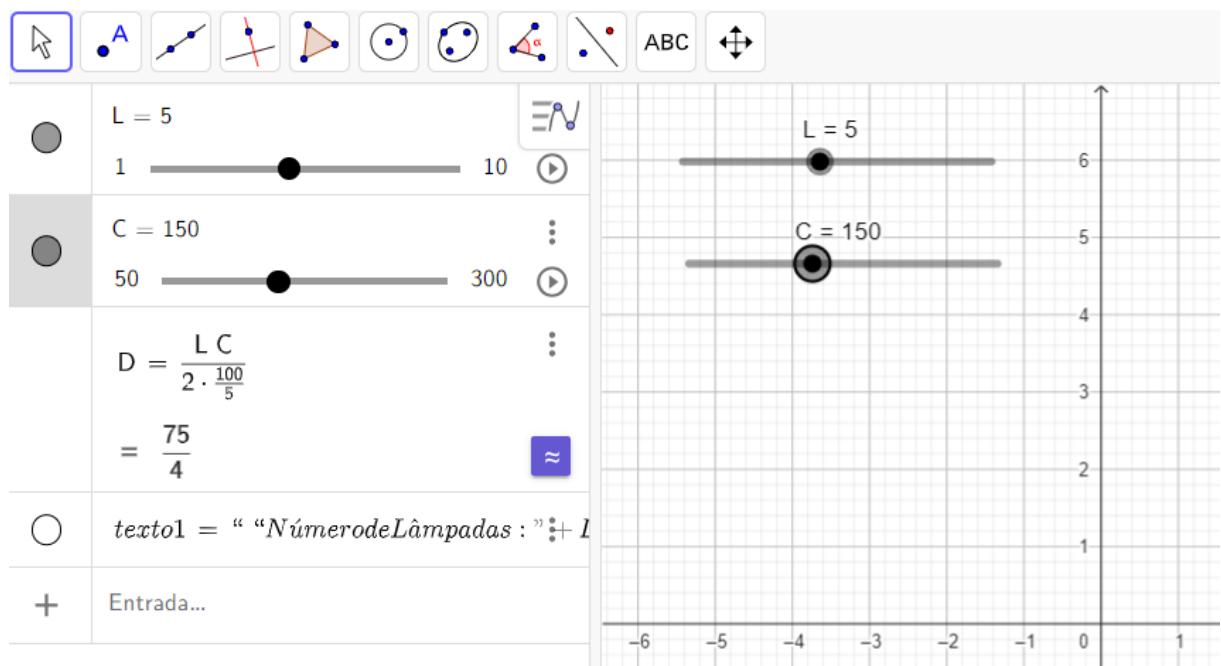
Resolvendo a situação problema, temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{X} \Rightarrow X = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ dias}$$

4. Inserir no GeoGebra: Na entrada de comandos, defina: $L = 3$, $C = 150$ e $D = (L * C) / (2 * 100 / 5)$.

Isso calculará o número de dias (D) necessários para 3 lâmpadas consumirem 150 kWh.

5. Adicionar um Texto Dinâmico: Selecione a ferramenta "Texto" (ícone "ABC") e insira o seguinte texto: "Número de Lâmpadas: " + L + "\n Consumo Total: " + C + " kWh\n Dias Necessários: " + D + " dias".



Etapa 3: Discussão com os alunos

Reflexão: Discutir como combinar proporcionalidades direta e inversa no mesmo problema.

Formalização: Apresentar a regra de três composta ($(2/3) \cdot (150/100) = 5/x$) e resolver.

Perguntas para os Alunos: 1. Se aumentarmos o número de lâmpadas para 4, mantendo o consumo em 150 kWh, quantos dias serão necessários? 2. O que acontece com o número de dias se reduzirmos o consumo total para 100 kWh? 3. Como as variáveis estão relacionadas? Elas são diretamente ou inversamente proporcionais?

Atividade Prática e Adicional: Peça aos alunos para resolverem a seguinte atividade no GeoGebra: “Se 4 aparelhos consomem 200 kWh em 10 dias, quantos dias levarão 2 aparelhos para consumir 300 kWh?” Também faça o seguinte questionamento: “Como cada grandeza impacta o tempo no gráfico?”

Orientação ao Professor: Estimular os alunos a testar combinações no GeoGebra, promovendo discussões sobre o impacto de cada variável.

Capítulo 5: Sequência de Atividades 4 – Projetos Contextuais

Tema: Planejamento de Eventos

Objetivo da Atividade: Compreender a aplicação da regra de três composta, envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais; Visualizar graficamente como as variáveis interagem entre si; Aplicar a regra de três de forma criativa em contextos reais.

Habilidades da BNCC: (EF08MA12): Resolver e elaborar problemas que envolvam proporcionalidade direta e inversa; (EF09MA13): Resolver problemas complexos que envolvam proporcionalidade.

Público Alvo: Alunos do 7º ao 9º Ano do Ensino Fundamental ou 1º Ano do Ensino Médio.

Recursos:

- Computador ou tablet com acesso ao GeoGebra Online (www.geogebra.org), ou off-line;
- Lista de comando para o geogebra, para o desenvolvimento da atividade;
- Projeto (para apresentação em sala).

Contexto Real: Alunos criam problemas de regra de três baseados em eventos reais, como orçamento de festas ou divisão de recursos.

Situação-Problema: Se 10 convidados consomem 15 kg de comida em uma festa de 3 horas, quantos quilos são necessários para 25 convidados em 5 horas?

Etapas da Atividade Didática

Etapa 1: Introduzindo o Conceito

Descrição: O professor apresenta a fórmula abaixo, como um modelo de proporcionalidade composta, envolvendo três grandezas, neste caso (Convidados, Comida e Horas).

$$\frac{\text{Convidados}_1}{\text{Convidados}_2} = \frac{\text{Comida}_1}{\text{Comida}_2} \quad \text{e} \quad \frac{\text{Tempo}_1}{\text{Tempo}_2} = \frac{\text{Comida}_1}{\text{Comida}_2}$$

Exemplo: Como 10 convidados consomem 15 kg de comida em uma festa de 3 horas, quantos quilos são necessários para 25 convidados em 5 horas?

Explicar que temos três grandezas, sendo número de convidados, consumo de comida em kg por esses convidados e tempo em hora do consumo da comida pelos convidados.

Frisar a importância do GeoGebra, de que ele permitirá que os alunos enxerguem as soluções graficamente, ajudando-os na exploração visual do conteúdo.

Etapa 2: Exploração Inicial no GeoGebra

Passo a Passo no GeoGebra

1. Acesse o GeoGebra: Abra o navegador e digite www.geogebra.org, ou utilize off-line baixado em seu computador.

2. Crie dois Deslizadores (Sliders): Clique na ferramenta "Deslizador" (ícone de régua com seta) e clique na área de trabalho; Configure: **Deslizador 1: Número de**

Convidados (C): Intervalo: 1 a 100; **Incremento:** 1; **Legenda:** "Número de Convidados". **Deslizador 2: Duração da Festa (H):** Intervalo: 1 a 12; Incremento: 1; Legenda: "Duração da Festa (horas)".

3. Defina a Fórmula da Regra de Três Composta

Sabemos que: Quanto mais convidados → mais comida será consumida (diretamente proporcional); Quanto mais tempo de festa → mais comida será consumida (diretamente proporcional).

A relação de proporcionalidade no problema citado desta atividade é:

$$\frac{\text{Convidados}_1}{\text{Convidados}_2} = \frac{\text{Comida}_1}{\text{Comida}_2} \quad e \quad \frac{\text{Tempo}_1}{\text{Tempo}_2} = \frac{\text{Comida}_1}{\text{Comida}_2}$$

Com base nos dados fornecidos do problema, temos: $\text{Convidados}_1 = 10$; $\text{Comida}_1 = 15 \text{ kg}$; $\text{Tempo}_1 = 3 \text{ horas}$; $\text{Convidados}_2 = 25$; $\text{Tempo}_2 = 5 \text{ horas}$; $\text{Comida}_2 = ?$

Aplicando a regra de três composta, temos:

$$\text{Convidados}_2 = \text{Convidados}_1 \times \frac{\text{Convidados}_2}{\text{Convidados}_1} \times \frac{\text{Tempo}_2}{\text{Tempo}_1}$$

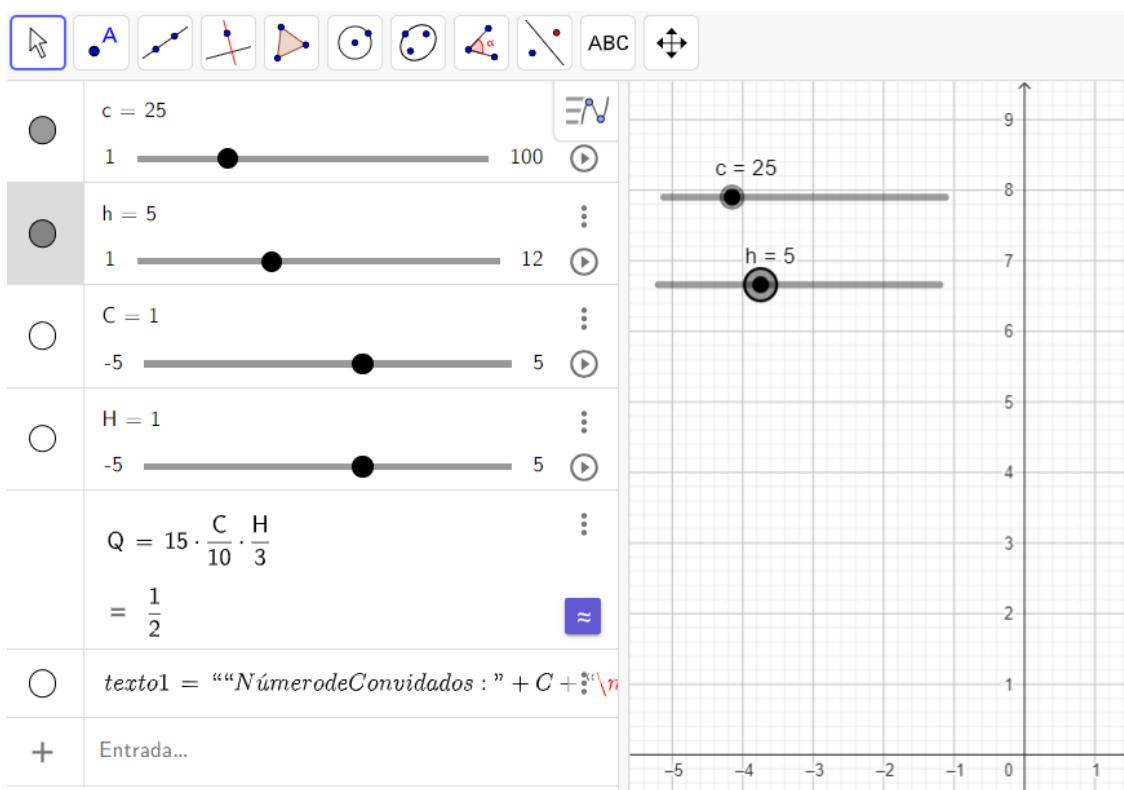
Resolvendo a situação problema, temos:

$$\text{Convidados}_2 = 15 \times \frac{25}{10} \times \frac{5}{3} = 15 \times 2,5 \times 1,6 = 62,5 \text{ kg}$$

4. Inserir no GeoGebra: Na entrada de comandos, defina: $C = 25$; $H = 5$; $Q = 15 * (C / 10) * (H / 3)$.

Isso calculará a quantidade de comida (**Q**) necessária para **C** convidados em **H** horas.

5. Adicionar um Texto Dinâmico: Selecione a ferramenta "Texto" (ícone "ABC") e insira o seguinte texto: "Número de Convidados: " + C + "\n Duração da Festa: " + H + " horas\n Quantidade de Comida Necessária: " + Q + " kg".



Etapa 3: Discussão com os alunos

Reflexão: Apresentar o problema e a solução para a turma, explicando o processo.

Formalização: O professor revisa os conceitos aplicados.

Perguntas para os Alunos: 1. Se aumentarmos o número de convidados para 50, mantendo a duração da festa em 5 horas, quantos quilos de comida serão necessários? 2. O que acontece com a quantidade de comida se reduzirmos a duração da festa para 2 horas? 3. Como as variáveis estão relacionadas? Elas são diretamente ou inversamente proporcionais?

Atividade Prática Adicional: Dividir os alunos em grupos, e cada grupo propõe um problema (ex.: planejamento de uma festa ou viagem). Também desenvolverão tabelas, gráficos no GeoGebra e soluções. Finalizar o projeto e compartilhá-lo em um mural ou apresentação.

Orientação ao Professor: Estimular os alunos a testar combinações no GeoGebra, promovendo discussões sobre o impacto de cada variável. Ajudar os grupos a criar problemas realistas e usar o GeoGebra para visualização.

Considerações

Estudar tanto a proporcionalidade direta quanto a inversa, é muito importante para a compreensão de inúmeros conceitos matemáticos, e para a resolução de problemas que surgem no cotidiano. E ao decorrer deste livreto demonstrou-se alguns exemplos, de como esses conteúdos se manifestam em diferentes situações reais, e utilizamos o software GeoGebra como uma ferramenta auxiliadora, com o intuito de facilitar a visualização e consequentemente a compreensão dessas relações.

Através deste trabalho, por meio das atividades nele contidas, o leitor teve a oportunidade de observar as relações proporcionais existentes entre a quantidade de um alimento e o preço a ser pago por ele, entre o tempo de uma lâmpada ligada, sua voltagem e seu consumo de energia elétrica. Essas atividades práticas como criação de gráficos, animações, foram criadas para que o leitor consiga compreender os conceitos matemáticos da Regra de Três, existentes na resolução de problemas reais, e também em outras áreas de conhecimento, como na Física, Química, Economia.

Além disso, a escolha do GeoGebra como ferramenta central é um dos grandes diferenciais. Sua natureza dinâmica e interativa permite que conceitos abstratos, como as relações proporcionais diretas e inversas, sejam visualizados e manipulados de forma concreta. Isso não apenas melhora o engajamento dos alunos, transformando o aprendizado em uma experiência de descoberta, mas também alinha o ensino às necessidades de um mundo cada vez mais digitalizado, como ressaltado pela BNCC sobre o uso de tecnologias.

Em suma, espera-se que este material tenha contribuído para sua compreensão sobre as relações de proporcionalidade, e aplicação da matemática principalmente em sua vida diária. Pois ele foi criado não apenas para a compreensão deste importante conceito, mas também para oferecer um caminho diferente e mais eficaz para seu ensino, contribuindo para que alunos desenvolvam um pensamento mais crítico e criativo para a utilização da Matemática.

Referências:

- ALVES, Fábio José da Costa Alves & PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. **Atividades didáticas no Geogebra para equações e inequações polinomiais do 1º e 2º graus.** GPEMT - Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemáticas e Tecnologias/UEPA. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA, 2025. ISBN: Amaral, M. P., & Frango, I. (2014). *Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software Geogebra no ensino de funções matemáticas*. 9(1), 90–107. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2014V9N1P90>.
- BEIRAL, Lívia Narciso. **A proporcionalidade no cotidiano: Uma proposta para o Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Viçosa, Florestal Minas Gerais, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.
- SANTOS, Frankson dos Santos e. **Proporcionalidade e regra de três através de uma abordagem significativa.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2019.
- SILVA, Renato Moraes; PEREIRA Cinthia Cunha Maradei; ALVES, Fábio José da Costa. **Ensino de proporcionalidade direta e inversa no Geogebra.** Produto Educacional do Programa de Pós - Graduação em Ensino de Matemática. Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.
- TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!** Matemática: 7º Ano. São Paulo: Moderna, 2022.
- GEOGEBRA. **GeoGebra - Matemática Interativa.**

Informações sobre os autores

	<p>Edilson Pinheiro de Souza - Graduado em Licenciatura em Matemática, Física e em Pedagogia, com Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Básico, e também Especialização em Ensino de Física. Mestrando Profissional em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA. Atualmente trabalha no Ensino Regular como professor temporário do quadro da SEDUC-PA e professor efetivo do quadro da Secretaria Municipal de Educação de Oeiras do Pará. E-mail: edilson.souza@aluno.uepa.br</p>
	<p>Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves - Licenciado em Matemática, Licenciatura em Ciências de 1º Grau, Engenheiro Civil, Mestre e Doutor em Geofísica e Pós-Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. E-mail: fjca@uepa.br</p>
	<p>Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira - Licenciada em Matemática e Graduada em Tecnologia em Processamento de Dados, Especialista em Informática Médica, Mestre em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Professora da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. E-mail: cinthia@uepa.br</p>