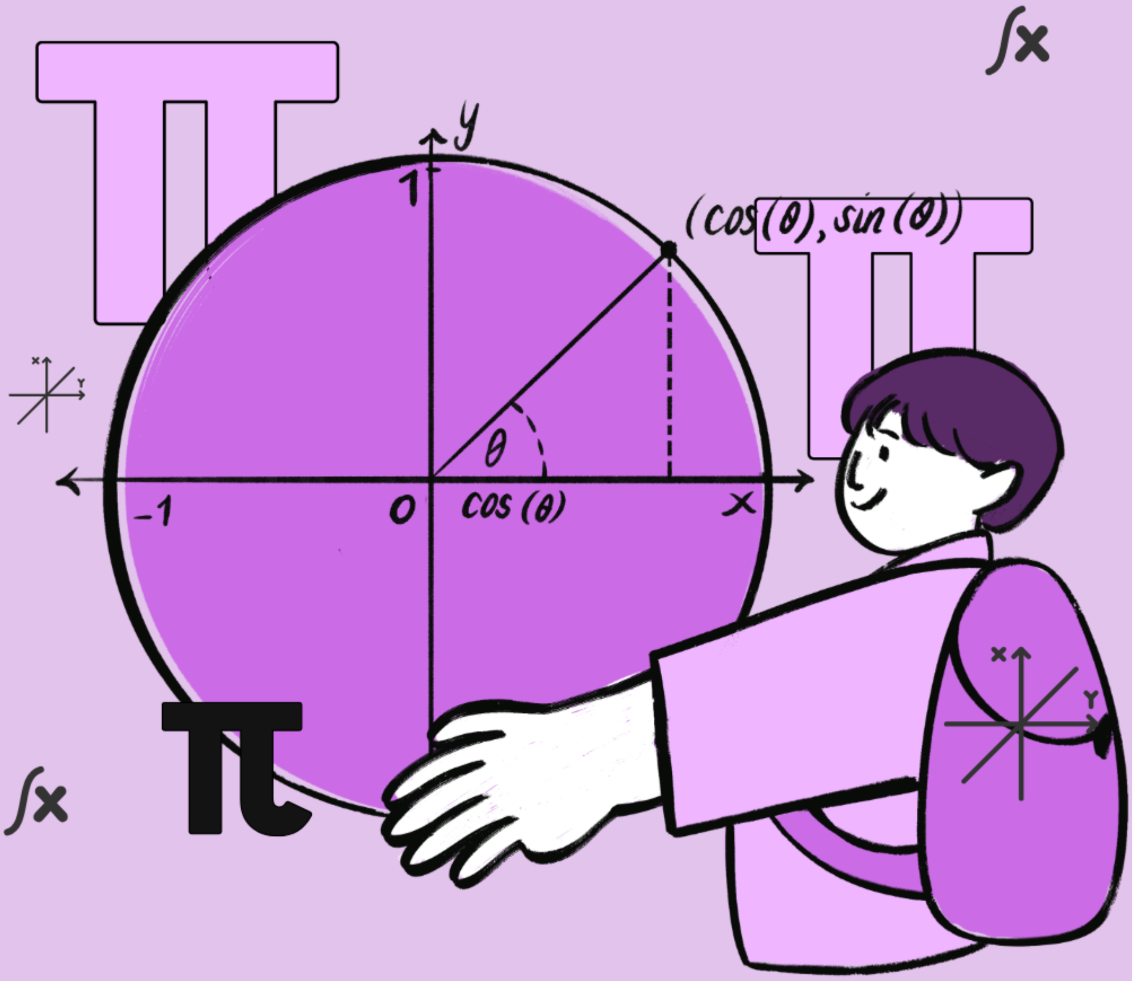
CONSTRUINDO O CONHECIMENTO
TRIGONOMÉTRICO



EXPLORANDO AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA

AUTORES: KATHLEEN AMANDA M. AGUIAR, MIGUEL CHAQUIAM, FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES, CINTHIA CUNHA MARADEI PEREIRA

PPGEM - UEPA

AGUIAR, Kathleen Amanda Machado; CHAQUIAM, Miguel; ALVES, Fábio José da Costa; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. Construindo o Conhecimento Trigonométrico: Explorando as Razões Trigonométricas com o GeoGebra. Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2025.

ISBN: 978-65-5291-031-8 https://doi.org/10.5281/zenodo.18436280

Ensino de Matemática. Trigonometria. GeoGebra. Círculo Trigonométrico. Razões Trigonométricas

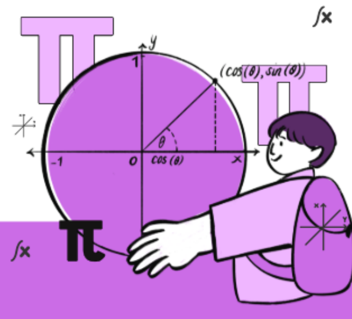
Apresentação do Livro

Este livro foi desenvolvido com o objetivo de auxiliar professores de Matemática do Ensino Médio de Matemática a abordar o tema de razão trigonométricas (seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante) no círculo trigonométrico de forma significativa e interativa, utilizando a ferramenta GeoGebra.

A obra apresenta sequências de atividades que exploram uma aprendizagem significativo por meio da exploração visual e conceitual dos triângulos retângulos, das razões trigonométricas e do círculo unitário em ambientes digitais, promovendo uma aprendizagem ativa e alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que incentiva o uso crítico e criativo das tecnologias digitais na educação.

Cada atividade foi planejada para ser desenvolvida em sala de aula com participação ativa dos alunos e apoio do professor, permitindo a construção coletiva do conhecimento e a compreensão profunda do tema. Através de perguntas orientadoras, construções geométricas e observações práticas, os alunos são convidados a redescobrir os conceitos que sustentam as relações entre ângulos e lados em triângulos retângulos, bem como a compreender a lógica por trás do seno, cosseno e tangente.

Esperamos que este recurso contribua para tornar o aprendizado da trigonometria mais acessível, intuitivo e interessante para todos. Que este livro possa ser um ponto de partida para discussões em sala de aula, investigações individuais e, acima de tudo, para a construção de uma base sólida em matemática.



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

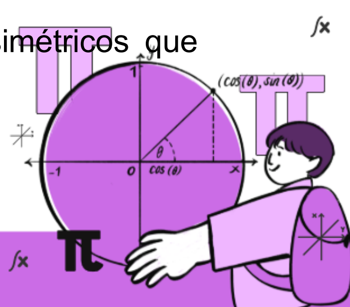
Dificuldades do processo de ensino e aprendizagem trigonometria

As dificuldades e o insucesso no ensino de Matemática, assim como os desafios que os alunos enfrentam em relação a essa matéria, não são novidades. Muitos educadores já identificaram fatores que contribuem para o fracasso no ensino da Matemática. Diante desses desafios, o educador deve continuamente procurar soluções para que o ensino da matemática se torne um componente capaz de superar os obstáculos presentes na prática docente.

E este cenário não é diferente quando observamos o ensino de trigonométrica que segundo Souza Junior (2024) em pesquisa com alunos do 3 ano do ensino médio “cerca de 73,3% dos participantes consideram a trigonometria um assunto difícil de ser entendido.”

Segundo Pedroso (2012) as dificuldades comuns no ensino de trigonometria são:

- **Aplicação Incorreta das Razões Trigonométricas**: Alunos frequentemente erram ao aplicar seno, cosseno ou tangente em problemas práticos (como calcular a altura de um prédio), substituindo a razão trigonométrica correta por outra ou pelo valor do ângulo (ex: tan30°=30).
- **Memorização Sem Compreensão dos Sinais nos Quadrantes**: Estudantes decoram os sinais de seno e cosseno nos quadrantes do círculo trigonométrico sem entender a lógica por trás de serem positivos ou negativos em cada quadrante.
- **Falta de Compreensão do Radiano**: Há dificuldade em entender o conceito de radiano, levando a equações incorretas como sin1=1 ou sin0,5=30°.
- **Memorização Excessiva de Fórmulas de Redução**: A tendência é decorar todas as nove fórmulas de redução ao 1° quadrante, em vez de compreender o princípio por trás delas.
- **Dificuldade em Comparar Gráficos de Seno e Cosseno**: Alunos têm problemas em identificar semelhanças e diferenças fundamentais entre os gráficos das funções seno e cosseno.
- **Esquecimento de Soluções Simétricas em Equações Trigonométricas**: Na resolução de equações trigonométricas, é comum
que os alunos se esqueçam de incluir os valores de arcos simétricos que também são soluções válidas.



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Geogebra e o ensino de matemática

Os desafios enfrentados pelos estudantes na compreensão dos conceitos tratados no ensino de matemática destacam a demanda por novas metodologias para ensinar esses conhecimentos.

Nesse contexto, observamos que a introdução dos softwares matemáticos no contexto educacional oferece oportunidades para aprimorar o trabalho dos professores e do aprendizado dos estudantes, uma vez que as práticas pedagógicas envolvem processos de construção ou visualização do conteúdo matemático tornando o mais significativo.

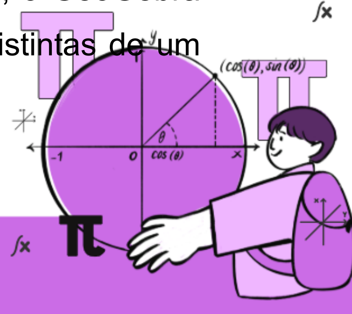
Diante desse cenário, o uso dos softwares matemáticos, especialmente o GeoGebra, que é o foco deste livro, pode auxiliar no ensino de Matemática, permitindo uma compreensão mais significativa desse conteúdo. O GeoGebra é uma ferramenta poderosa para o ensino de geometria devido à sua capacidade de: Visualização interativa, Experimentação em tempo real, Ambiente dinâmico e acessível e Integração com a BNCC.

No qual Maia, Gondim, Vasconcelos (2023) destacam que

> a inserção das Utilização do GeoGebra para o Ensino de Geometria, possibilitou a visualização geométrica dos elementos algébricos, facilitando a formalização e conceituação dos conteúdos, uma opção de ferramenta tecnológica capaz de tornar a aula de Matemática mais atrativa, dinâmica, interativa, assíncrona, e capaz de atender de maneira eficiente a heterogeneidade presente na maioria das salas de aula do ensino brasileiro e assim empregar recursos tecnológicos demanda um planejamento cuidadoso e flexível a fim de as atividades serem executadas e cumpridas conforme os objetivos propostos.

O GeoGebra, um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido por Markus Hohenwarter, é uma excelente ferramenta para a compreensão mais aprofundada dos conceitos matemáticos. Ele foi projetado para facilitar o ensino e a aprendizagem da matemática em todos os níveis educacionais, do básico ao avançado universitário.

Agrupa em um único ambiente recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos. Dessa forma, o GeoGebra oferece uma vantagem pedagógica ao permitir que representações distintas de um mesmo objeto interajam simultaneamente.



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Proposta de Atividade

Visando as dificuldades apresentadas pelos estudantes em trigonometria especificamente no conteúdo de razões trigonométricas e os benefícios do uso de software matemáticos (GeoGebra) em sala de aula. Este livro apresenta uma proposta de atividade para o ensino de razões trigonométricas: seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e secante, utilizando com suporte o GeoGebra a partir dos trabalhos desenvolvidos pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) da Universidade do Estado do Pará.

A sequência de atividades se divide em 7 atividades sendo elas: **Atividade 1 - Relembrando Conceitos** que tem como foco relembrar os elementos do triângulo retângulo (hipotenusa, catetos) e suas relações. Introduzir o Círculo Unitário (raio 1, centro na origem). Conectar o triângulo retângulo com o Círculo, identificando catetos como projeções x e y e a hipotenusa como o raio (1);

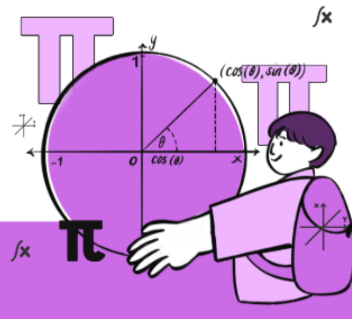
Atividade 2 - Seno que tem como objetivo compreender o seno (sinα) como o cateto oposto no Círculo Unitário. Observar no GeoGebra que a razão (cateto oposto / hipotenusa) para um dado ângulo é constante, e como no círculo unitário, o seno é diretamente o valor do cateto oposto;

Atividade 3 - Cosseno que tem o foco em compreender o cosseno (cosα) como o cateto adjacente no Círculo Unitário. Utilizar o GeoGebra para observar a relação entre o cateto adjacente e a hipotenusa (1);

Atividade 4 – Tangente que tem como proposta descobrir que a tangente (tanα) é a razão entre o seno e o cosseno (tanα=sinα/cosα). Os alunos calculam sinα/cosα no GeoGebra para diferentes ângulos e observam a relação com a tangente;

Atividade 5 – Cotangente que propõe definir a cotangente (cotα) como o inverso da tangente, ou cotα= cosα/sinα . Os alunos comparam o ciclo da cotangente no GeoGebra com o da tangente e calculam sinα/ cosα;

Atividade 6 - Cossecante que tem como objetivo compreender a cossecante (cscα) como o inverso do seno, cscα=1/ sinα . Os alunos calculam 1/sinα no GeoGebra para diferentes ângulos e **Atividade 7- Secante** que buscar compreender a secante (secα) como o inverso do cosseno, secα =1/ cosα. Os alunos calculam 1/cosα no GeoGebra para diferentes ângulos.



Orientações para Aplicação

As atividades devem ser impressas em papel e respondidas com auxílio do GeoGebra presente em link em cada atividade, orientamos que essa atividade seja executada em duplas ou trios para promover a discussão em grupo e a troca de ideias. Nestas atividades as tarefas que devem ser executadas no papel e outros no GeoGebra (identificadas nas atividades com o seguinte termo: **"No GeoGebra"**). As partes destacadas como formalização o professor deve retirá-las quando repassar as atividades para os alunos, pois sinaliza o momento em que o professor deve conceituar ou apresentar o assunto aos alunos.

Observação: As seguintes atividades devem ser desenvolvidas com auxílio de um computador ou telefone celular exigindo um planejamento do professor com antecedência.

Sugestões: O professor realizar as atividades a parte antes de aplicá-las. Caso não tenha familiarização com Geogebra segue o link com algumas instruções sobre a interface do site: https://www.telecom.uff.br/pet/petws/downloads/tutoriais/geogebra/Tutorial_GeoGebra.pdf. E caso o professor queira construir as ferramentas no Geogebra segue o site: https://sites.google.com/uepa.br/gpemt/mc-trigonometria-geogebra

Atividade 1

Título da Atividade: Relembrando alguns conceitos e explorando o Círculo Trigonométrico.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Triangulo Retângulo.

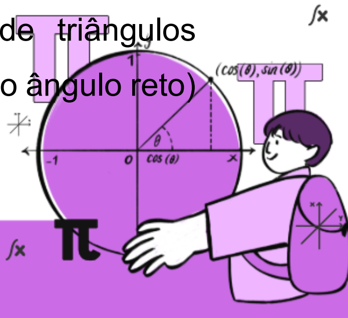
BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

Objetivos:

- Reativar o conhecimento prévio dos alunos sobre triângulos retângulos e seus elementos.
- Introduzir o Círculo Unitário como uma ferramenta fundamental para a trigonometria.
- Estabelecer a conexão visual entre o triângulo retângulo e o Círculo Unitário.

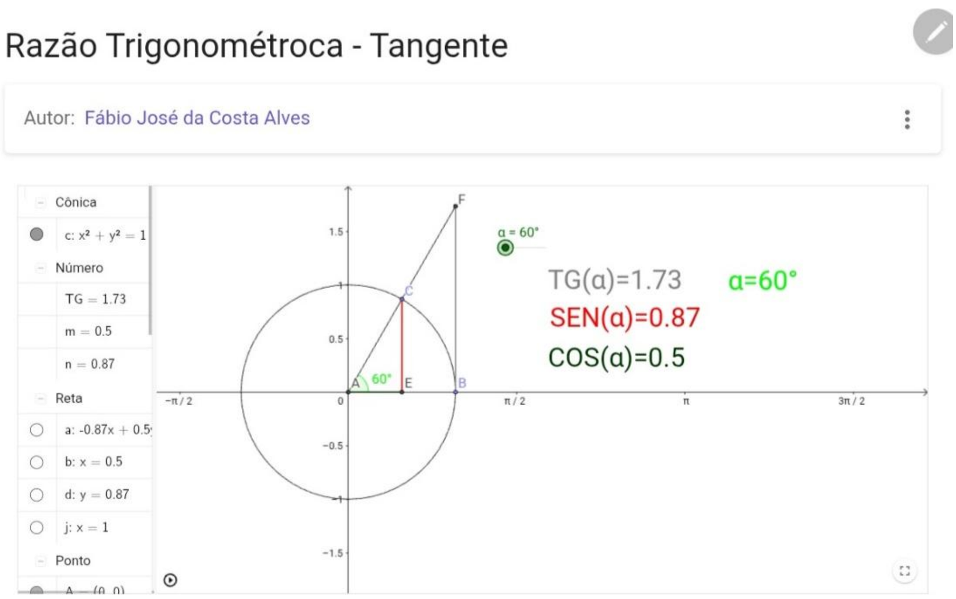
Descrição da Atividade:

- A aula começa com uma revisão dos conceitos básicos de triângulos retângulos: o que são, identificação da hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto) e dos catetos.



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

- Os alunos são convidados a lembrar a principal característica de um triângulo retângulo (ter um ângulo de 90°) e as relações entre seus lados e ângulos, incluindo o Teorema de Pitágoras.
- São abordadas as definições de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.
- Em seguida, introduzimos o conceito de Círculo Trigonométrico, ou Círculo Unitário, destacando suas características: centro na origem (0,0) e raio igual a 1.
- Com o suporte do GeoGebra, os alunos movem um ponto no círculo para observar como o ângulo α varia.
- É feita a conexão crucial: os alunos identificam o triângulo retângulo que se forma dentro do círculo (com vértices na origem, no ponto no círculo e na projeção no eixo x). Eles percebem que a hipotenusa desse triângulo é o próprio raio (que é 1) e os catetos correspondem às coordenadas x e y do ponto no círculo. Ao mover o cursor de ângulo, observam que os catetos mudam, mas a hipotenusa permanece constante (1).

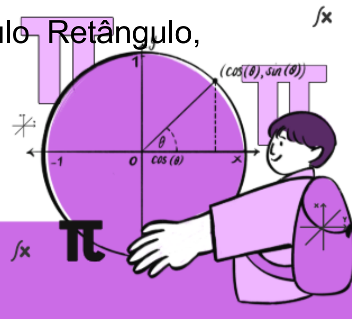


Atividade 2

Título da Atividade: Seno: O Cateto Oposto no Círculo Unitário.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Triangulo Retângulo, Ângulos Notáveis, Razões Trigonométricas, Seno, Divisão.

BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306



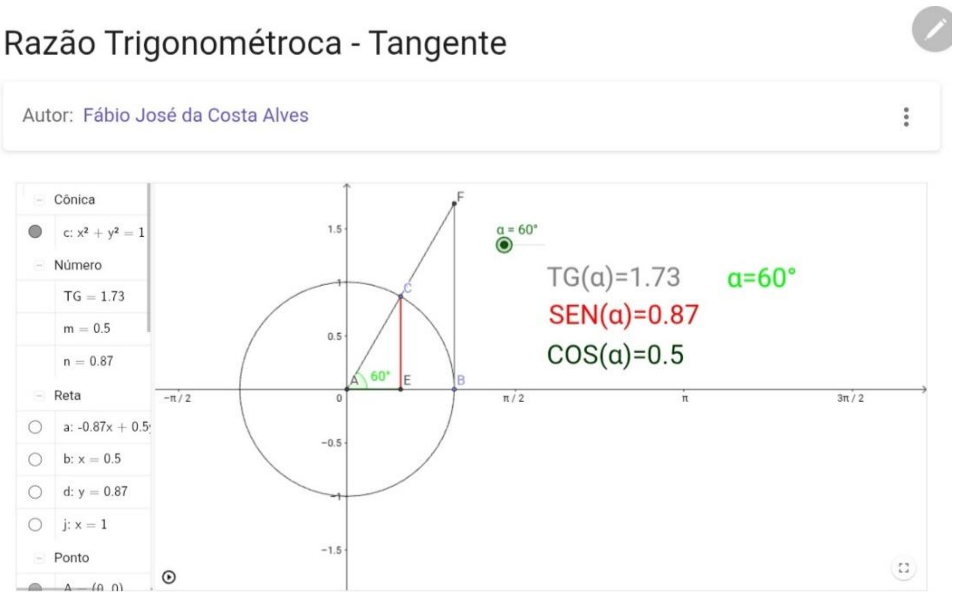
$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Objetivos:

- Compreender o seno de um ângulo no Círculo Unitário como o comprimento do cateto oposto.
- Observar a relação entre o cateto oposto e a hipotenusa (que é 1).

Descrição da Atividade:

- Iniciamos relembrando que o seno de um ângulo em um triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto (identificado como "lado vermelho" no GeoGebra) e a hipotenusa.
- Utilizando o GeoGebra e o cursor de ângulos, os alunos são guiados a observar para ângulos específicos como 30°, 45° e 60° qual é o cateto oposto e qual é a hipotenusa.
- A pergunta chave é: "Você consegue observar que sempre o cateto oposto / 1?". Essa observação leva à conclusão de que, no círculo unitário, sinα=cateto oposto.
- A atividade culmina no preenchimento de uma tabela com os valores de seno para diversos ângulos, consolidando a visualização e a compreensão conceitual.



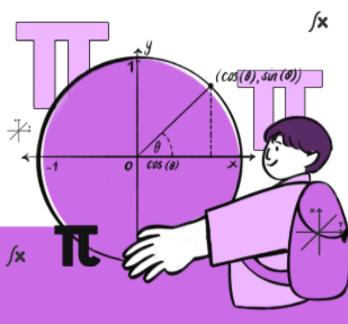
Atividade 3

Título da Atividade: Cosseno: O Cateto Adjacente no Círculo Unitário.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Triangulo Retângulo, Ângulos Notáveis, Razões Trigonométricas, Cosseno, Divisão.

BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

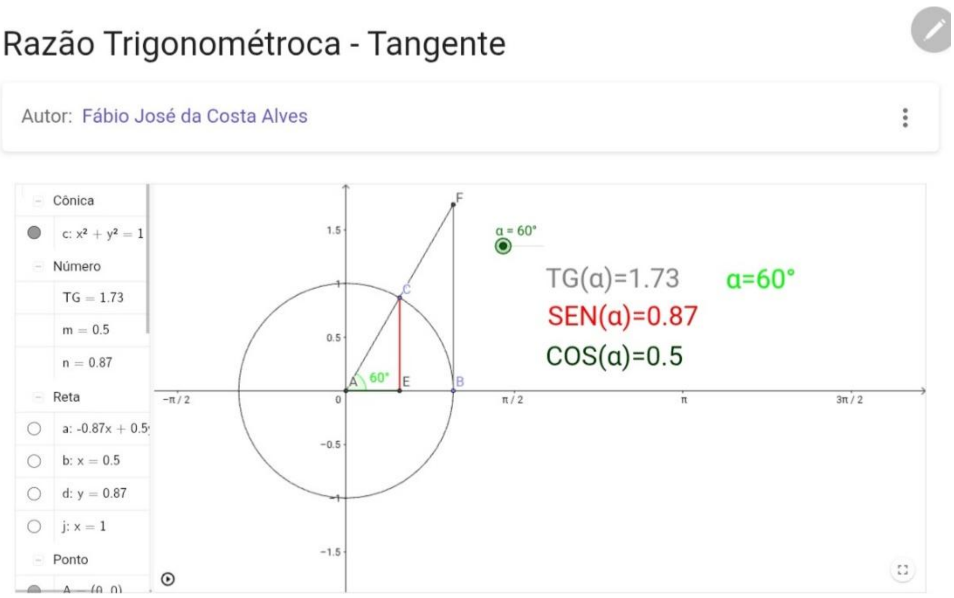
Objetivos:



- Compreender o cosseno de um ângulo no Círculo Unitário como o comprimento do cateto adjacente.
- Observar a relação entre o cateto adjacente e a hipotenusa (que é 1).

Descrição da Atividade:

- A atividade começa relembrando a definição do cosseno em um triângulo retângulo: a razão entre o cateto adjacente (identificado como "lado verde escuro" no GeoGebra) e a hipotenusa.
- No GeoGebra, os alunos utilizam o cursor de ângulos para identificar o cateto adjacente e a hipotenusa para ângulos de 30°, 45° e 60°.
- A observação fundamental é que o cateto adjacente dividido por 1 (a hipotenusa) é sempre o próprio cateto adjacente.
- Essa observação leva à formalização da ideia de que, no círculo unitário, cosα=cateto adjacente.
- Os alunos, então, completam uma tabela com os valores de cosseno para diferentes ângulos, reforçando a conexão entre a visualização e os valores numéricos.



Atividade 4

Título da Atividade: Tangente: A Razão entre Seno e Cosseno.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Triangulo Retângulo, Ângulos Notáveis, Razões Trigonométricas, Divisão, Tangente.

BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

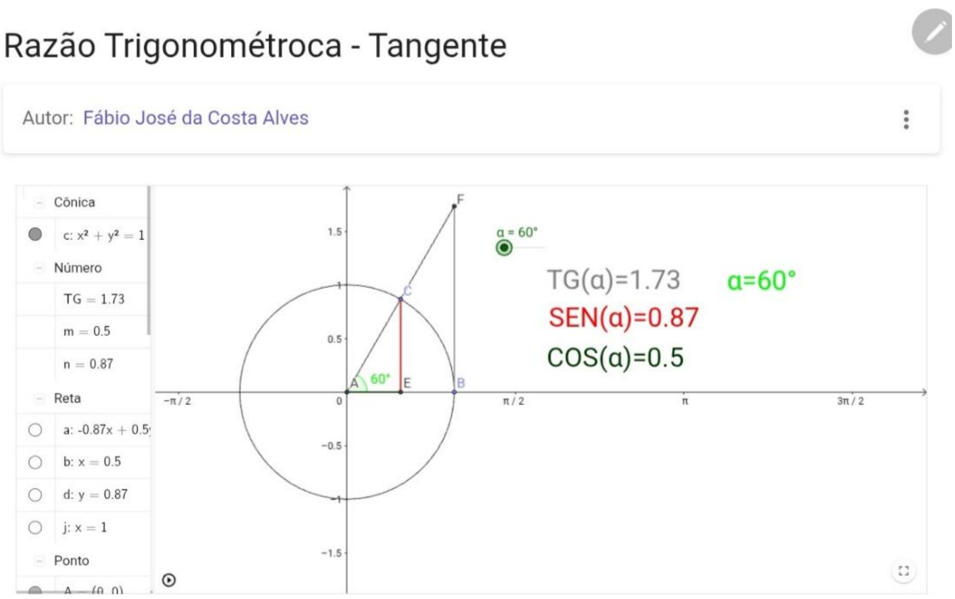
$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Objetivos:

- Descobrir a relação fundamental entre as razões trigonométricas: tanα=sinα/cosα.
- Praticar o cálculo de tangente utilizando os valores de seno e cosseno obtidos anteriormente.

Descrição da Atividade:

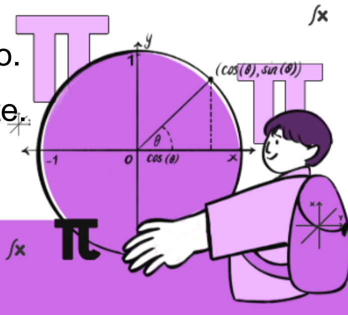
- A atividade começa com um lembrete das definições de seno e cosseno em um triângulo retângulo.
- Utilizando o GeoGebra e uma calculadora, os alunos obtêm os valores de seno e cosseno para ângulos como 30°, 45° e 60°.
- Em seguida, eles são desafiados a calcular a divisão de sin(α)/cos(α) para esses mesmos ângulos.
- A partir dessa experimentação, a pergunta é levantada: "Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o TG(α) de cada ângulo?". A expectativa é que percebam a igualdade no GeoGebra.
- A relação tan(α)= sin(α)/ cos(α) é formalizada.
- Para finalizar, os alunos completam uma tabela que inclui seno, cosseno e tangente para uma gama de ângulos, aplicando a relação recém-descoberta.



Atividade 5

Título da Atividade: A Cotangente e sua Relação com Cosseno e Seno.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Cotangente.



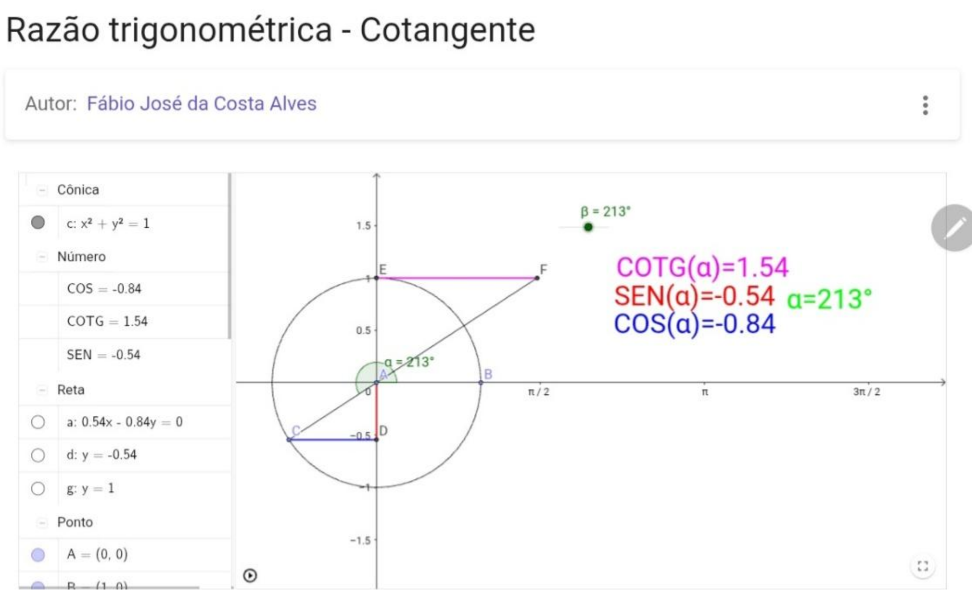
BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

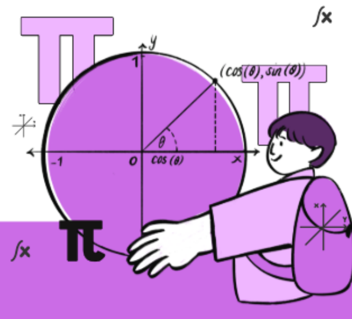
Objetivos:

- Definir e compreender a cotangente de um ângulo.
- Descobrir a relação cotα=cosα/sinα.
- Relacionar a cotangente com a tangente.

Descrição da Atividade:

- A atividade inicia com a observação das possíveis diferenças entre o ciclo trigonométrico da atividade anterior (tangente) e o ciclo para a cotangente no GeoGebra.
- Com o uso do GeoGebra e uma calculadora, os alunos obtêm os valores de seno e cosseno para ângulos como 30°, 45° e 60°.
- Eles, então, calculam a razão cos(α)/sin(α) para esses ângulos.
- A questão central é: "Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o COTG(α) de cada ângulo?".
- A relação cot(α)=sin(α)cos(α) é estabelecida.
- Os alunos são incentivados a fazer uma relação entre a cotangente e a tangente (da Atividade 4).
- Finalmente, a tabela expandida com seno, cosseno, tangente e cotangente é preenchida.





Atividade 6

Título da Atividade: A Cossecante: O Inverso do Seno.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Cossecante, Seno, Divisão.

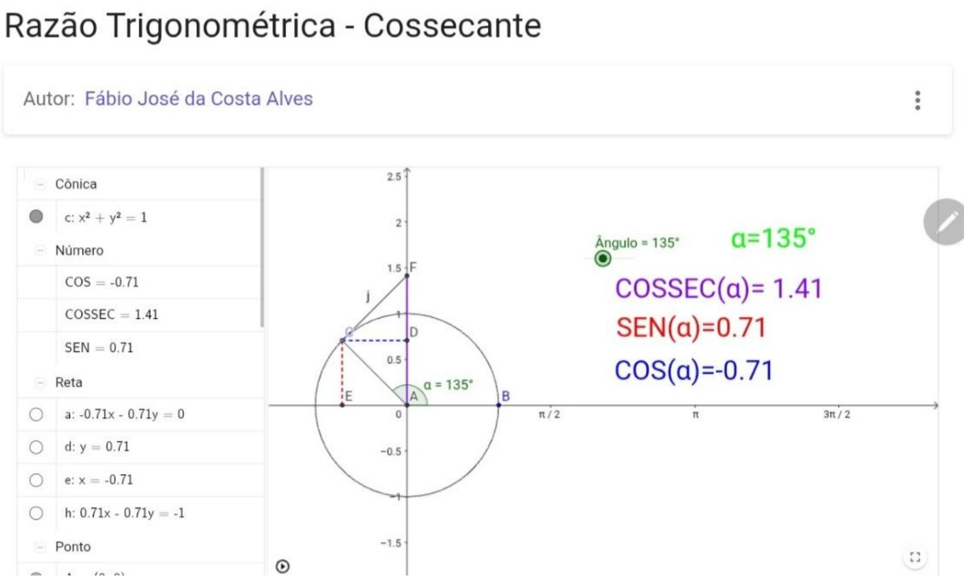
BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

Objetivos:

- Compreender o conceito de cossecante.
- Identificar a relação cscα=1/ sinα.

Descrição da Atividade:

- Utilizando o GeoGebra e uma calculadora, os alunos obtêm o valor do sin(α) para ângulos como 30°, 45° e 60°.
- Eles, então, calculam o inverso do seno (1/sin(α)).
- A atividade direciona à observação de uma relação entre o resultado da divisão e o valor da csc(α).
- A identidade csc(α)= 1/ sin(α) é formalizada.
- Os alunos completam uma tabela focada nos valores de seno e cossecante.



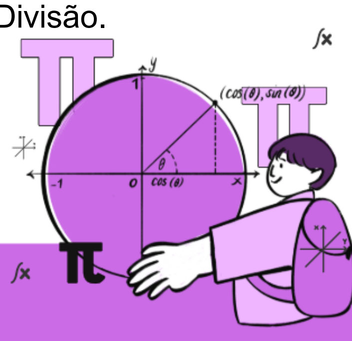
Atividade 7

Título da Atividade: A Secante: O Inverso do Cosseno.

Conceitos Matemáticos Envolvidos: Ciclo Trigonométrico, Secante, Divisão.

BNCC: Competência específica 3 - EM13MA306

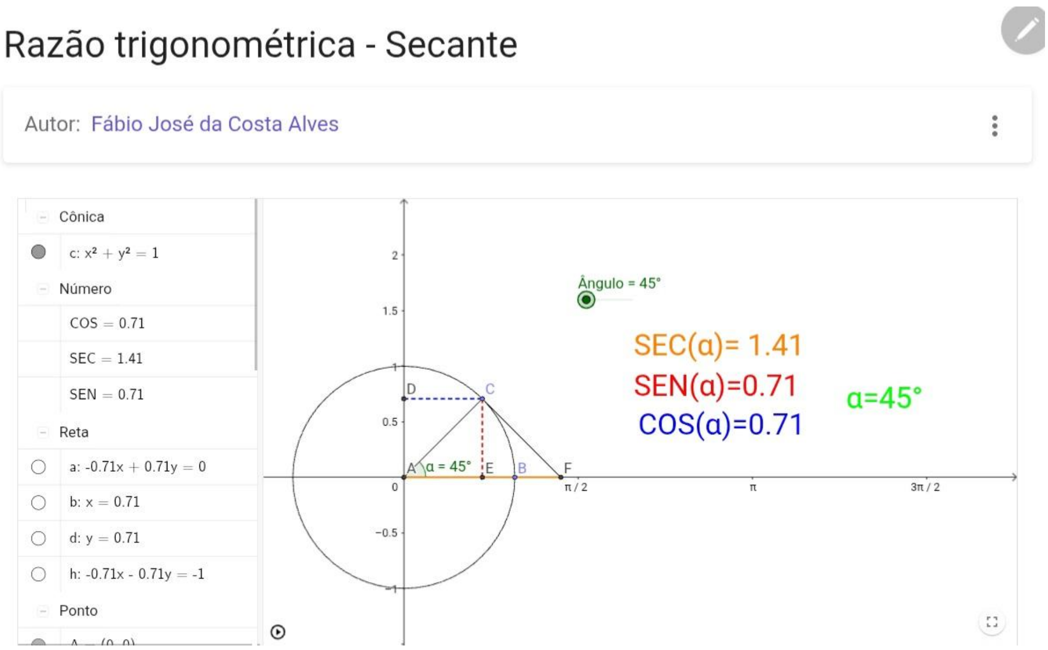
Objetivos:



- Compreender o conceito de secante.
- Identificar a relação secα=1/ cosα.

Descrição da Atividade:

- Semelhante à atividade anterior, os alunos usam o GeoGebra e uma calculadora para obter o valor do cos(α) para ângulos como 30°, 45° e 60°.
- Em seguida, calculam o inverso do cosseno (1/cos(α)).
- A atividade busca que os alunos observem a relação entre o resultado da divisão e o valor da sec(α).
- A identidade sec(α)=cos(α)1 é formalizada.
- Por fim, os alunos completam uma tabela com os valores de cosseno e secante.



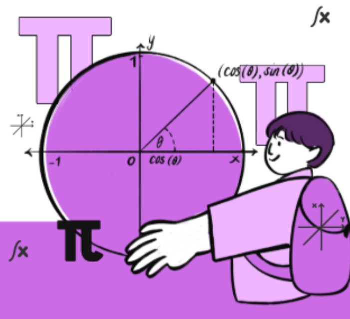
Sequências de Atividades

Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão Trigonométrica – Tangente no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/bdwb2er5

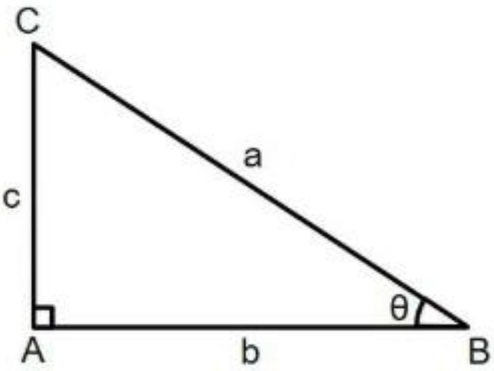
Cursor: 

Atividade 1

Relembrando alguns conceitos:



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$



1. Identifique os elementos do triângulo:

a) Quem é a **hipotenusa** neste triângulo?

b) E os outros dois lados? Como os chamamos?

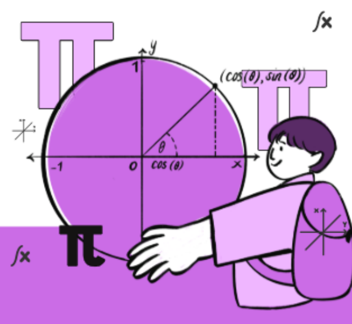
c) Qual é a principal característica de um triângulo retângulo? Por que ele é chamado assim?

2. O que vocês se lembram sobre as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo?

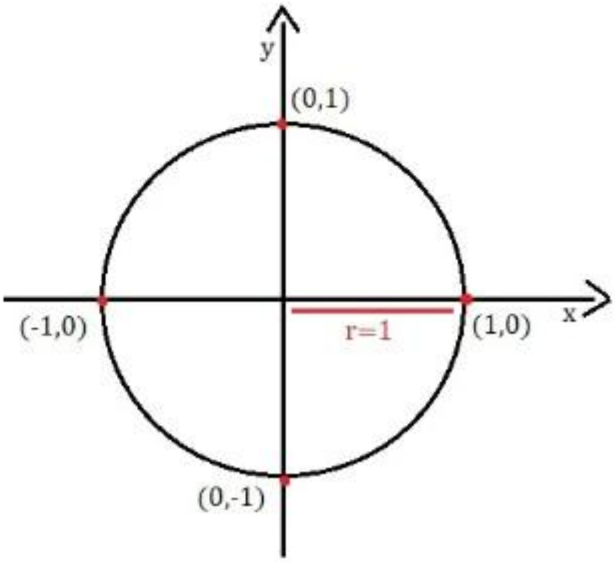
3. Como calculamos valor do seno de um triangulo retângulo?

4. Como calculamos valor do cosseno de um triangulo retângulo?

5. Como calculamos valor do tangente de um triangulo retângulo?



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$



1. Isso é um **círculo trigonométrico**, também conhecido como **círculo unitário**. O que ele tem de especial? (Responda aponta aquilo que lhe chamo a atenção)

2. Por que 'unitário'?

<u>**Formalização: Círculo Trigonométrico**</u>

- <u>Um círculo com centro na origem (0,0) e raio 1</u>.
- **No Geogebra:** Mover o ponto no círculo e mostrar como o ângulo α varia.

Conectando com o triângulo retângulo

1. **No Geogebra:** Utilizando o cursor de ângulos mova escolha um ângulo
    1. Você consegue ver um triângulo retângulo se formou no ciclo? Onde? (Descreva o que você observa)

    2. Qual é a **hipotenusa** desse triângulo?

    3. E os **catetos**? Onde eles estão? (Indique com suas palavras usando as cores do triângulo formado)

    4. Ao mover o cursor de ângulo. Você observa que os catetos mudam, mas a hipotenusa permanece 1?

<u>**Formalização:** Então podemos observar que “dentro” de um círculo trigonométrico independente do ângulo o seno, cosseno e o raio do círculo formam um triangulo retângulo.</u>

$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão Trigonométrica – Tangente no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/bdwb2er5

Cursor: Ângulo = 35°

Atividade 2

"Lembram que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo é o cateto oposto (lado vermelho) dividido pela hipotenusa? E o cosseno é o cateto adjacente (lado verde escuro) dividido pela hipotenusa?"

No Geogebra: Utilizando as cores do triangulo para identificar os catetos e mova cursor de ângulos:

1. Para o ângulo 30°, qual é o **cateto oposto**? Qual é a hipotenusa?

2. Para o ângulo 45°, qual é o **cateto oposto**? Qual é a hipotenusa?

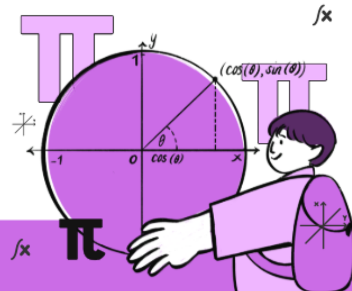
3. Para o ângulo 60°, qual é o **cateto oposto**? Qual é a hipotenusa?

4. Você consegue observar que sempre o cateto aposto / 1?

5. O que você observar quando duvide um número por 1?

Formalização: Então, o seno de α (sin α) é cateto oposto/1, ou seja, cateto oposto

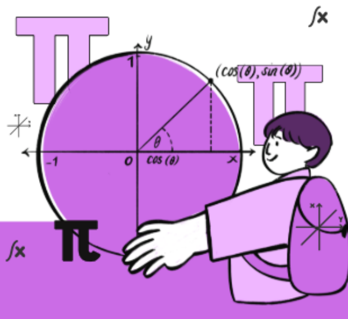
sin α=cateto oposto.



$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Utilizando o Geogebra complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	**seno(θ)**
0°	
30°	
45°	
60°	
90°	
120°	
135°	
180°	
210°	
270°	
300°	
360°	



$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão Trigonométrica – Tangente no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/bdwb2er5

Cursor: 

Atividade 3

"Lembram que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo é o cateto oposto (lado vermelho) dividido pela hipotenusa? E o cosseno é o cateto adjacente (lado verde escuro) dividido pela hipotenusa?"

No Geogebra: Utilizando as cores do triangulo para identificar os catetos e mova cursor de ângulos:

1. Para o ângulo 30°, qual é o **cateto adjacente**? Qual é a hipotenusa?

2. Para o ângulo 45°, qual é o **cateto adjacente**? Qual é a hipotenusa?

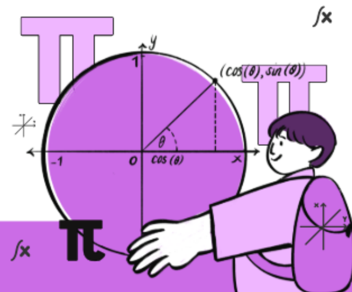
3. Para o ângulo 60°, qual é o **cateto adjacente**? Qual é a hipotenusa?

4. Você consegue observar que sempre o cateto adjacente / 1?

5. O que você observar quando duvide um número por 1?

Formalização: Então, o cosseno de α (cos α) é cateto adjacente / 1, ou seja, cateto adjacente

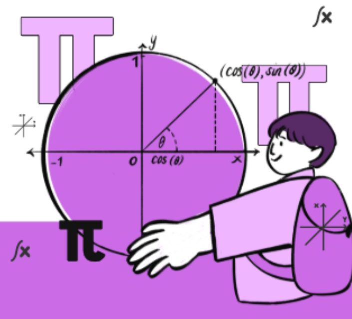
cosα=cateto adjacente.



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Utilizando o Geogebra complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	**cosseno(θ)**
0°	
30°	
45°	
60°	
90°	
120°	
135°	
180°	
210°	
270°	
300°	
360°	



$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão Trigonométrica – Tangente no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/bdwb2er5

Cursor: 

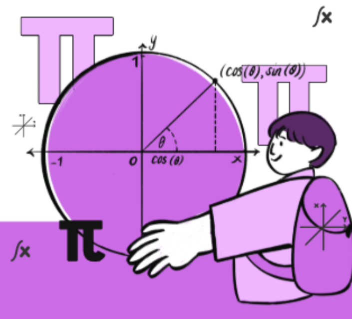
Atividade 4

"Lembram que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo é o cateto oposto (lado vermelho) dividido pela hipotenusa? E o cosseno é o cateto adjacente (lado verde escuro) dividido pela hipotenusa?"

No Geogebra: Utilizando uma calculadora e mova o cursor de ângulos mova para:

1. O ângulo de 30°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?
2. Utilizando a calculadora o valor do sen(α) / cos(α) da questão anterior
3. O ângulo de 45°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?
4. Utilizando a calculadora o valor do sen(α) / cos(α) da questão anterior
5. O ângulo de 60°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?
6. Utilizando a calculadora o valor do sen(α) / cos(α) da questão anterior
7. Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o TG(α) de cada ângulo? Se sim, qual?

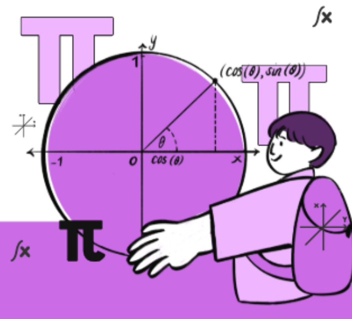
Formalização: Então temos que TG(α) = sen(α) / cos(α)



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Utilizando o Geogebra complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	**seno(θ)**	**cosseno(θ)**	**tangente(θ)**
0°			
30°			
45°			
60°			
90°			
120°			
135°			
180°			
210°			
270°			
300°			
360°			



Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão trigonométrica – Cotangente no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/a9jyfyqv

Cursor: 

Atividade 5

No Geogebra:

- Você alguma diferença em relação ao primeiro ciclo trigonométrico trabalhado na atividade anterior e o ciclo trigonométrico desta atividade? se sim, qual?

Utilizando uma calculadora e mova o cursor de ângulos mova para:

1. O ângulo de 30°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?

2. Utilizando a calculadora o valor do cos(α) / sen(α) da questão anterior

3. O ângulo de 45°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?

4. Utilizando a calculadora o valor do cos(α) / sen(α) da questão anterior

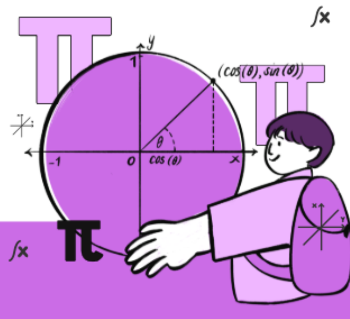
5. O ângulo de 60°, qual o valor do sen(α) e cos(α)?

6. Utilizando a calculadora o valor do cos(α) / sen(α) da questão anterior

7. Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o COTG(α) de cada ângulo? Se sim, qual?

8. Em relação ao 4 item da Atividade 2, você consegue fazer alguma relação? Se sim, qual? (Escreve o seu pensamento)

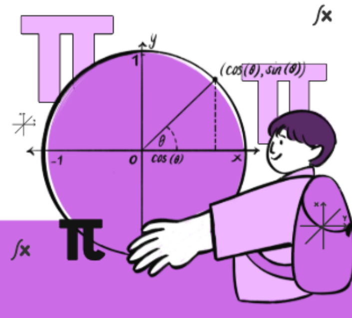
Formalização: Então temos que COTG(α) = cos(α) / sen(α)



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Utilizando o Geogebra complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	seno(θ)	cosseno(θ)	tangente(θ)	cotangente(θ)
0°				
30°				
45°				
60°				
90°				
120°				
135°				
180°				
210°				
270°				
300°				
360°				



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Esta atividade tem como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão Trigonométrica - Cossecante no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/qf6yfxty.

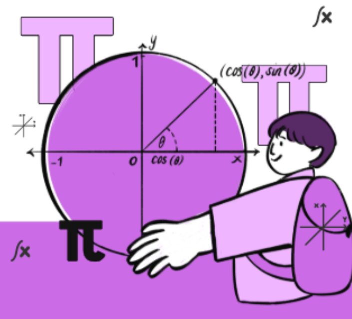
Cursor: 

Atividade 6

No Geogebra: Utilizando uma calculadora e mova o cursor de ângulos mova para:

1. O ângulo de 30°, qual o valor do sen(α)?
2. Utilizando a calculadora o valor do 1 / sen(α) da questão anterior
3. O ângulo de 45°, qual o valor do sen(α)?
4. Utilizando a calculadora o valor do 1 / sen(α) da questão anterior
5. O ângulo de 60°, qual o valor do sen(α)?
6. Utilizando a calculadora o valor do 1 / sen(α) da questão anterior
7. Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o COSSEC(α) de cada ângulo? Se sim, qual?

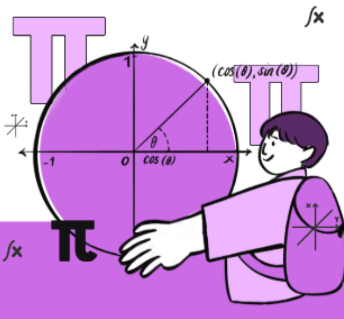
Formalização: Então temos que COSSEC(α) = 1 / sen(α)



$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Utilizando o Geogebra e as tabelas anteriores complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	**SEN(θ)**	**COSSEC(θ)**
0°		
30°		
45°		
60°		
90°		
120°		
135°		
180°		
210°		
270°		
300°		
360°		



Esta atividade em como suporte para sua execução o Ciclo Trigonométrico no Geogebra desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia (GPEMT) - Razão trigonométrica – Secante no seguinte link: https://www.geogebra.org/m/dyhefwvh

Cursor: 

Atividade 7

No Geogebra: Utilizando uma calculadora e mova o cursor de ângulos mova para:

1. O ângulo de 30°, qual o valor do cos(α)?

2. Utilizando a calculadora o valor do 1 / cos(α) da questão anterior

3. O ângulo de 45°, qual o valor do cos(α)?

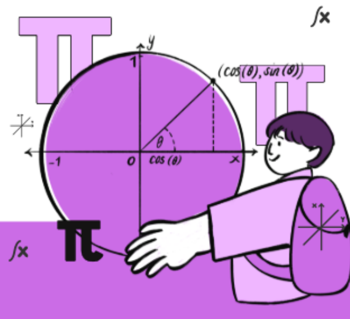
4. Utilizando a calculadora o valor do 1 / cos(α) da questão anterior

5. O ângulo de 60°, qual o valor do cos(α)?

6. Utilizando a calculadora o valor do 1 / cos(α) da questão anterior

7. Você consegue observar alguma relação entre a resposta das divisões acima o SEC(α) de cada ângulo? Se sim, qual?

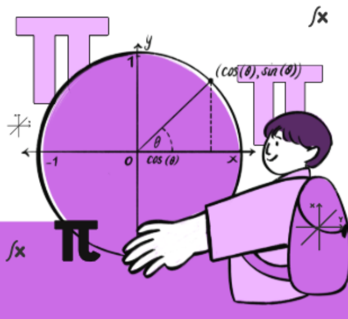
Formalização: Então temos que SEC(α) = 1 / cos(α)



$$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp} \qquad \tan(\theta) = \frac{opp}{adj} \qquad \cos(\theta) = \frac{adj}{hyp} \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Utilizando o Geogebra e as tabelas anteriores complete a tabela abaixo

Ângulo (°)	**COS(θ)**	**SEC(θ)**
0°		
30°		
45°		
60°		
90°		
120°		
135°		
180°		
210°		
270°		
300°		
360°		



$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$ $\tan(\theta) = \frac{opp}{adj}$ $\cos(\theta) = \frac{adj}{hyp}$ $a^2 + b^2 = c^2$

Referências

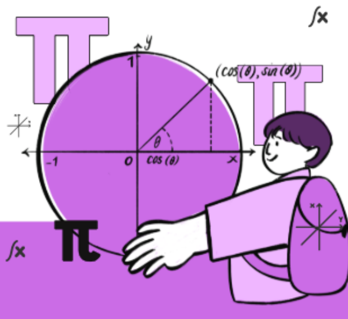
BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018

MAIA, L. E. de O.; GONDIM, R. de S.; VASCONCELOS, F. H. L. . Utilização do Geogebra para o ensino de geometria: uma revisão sistemática de literatura. **Ensino da Matemática em Debate**, *[S. l.]*, v. 10, n. 1, p. 31–51, 2023. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/60031.

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra.** 2012, 271p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

SARAIVA, Dantas Aleksandre. O uso do GeoGebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio. **Ciência e Natureza**. 2015. 43-155. ISSN: 0100-8307. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467547643014

SOUZA JUNIOR, José Carlos Barros de. **Uma sequência didática para o ensino de equações trigonométricas**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2024.



Kathleen Amanda Machado Aguiar

Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), atualmente mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UEPA. Desenvolve atividades de pesquisa como integrante do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ/UEPA), com envolvimento também em projetos de iniciação científica (PIBIC). Atua na área de Educação Matemática, com interesse nos seguintes temas: ensino de Matemática, tecnologias digitais aplicadas à educação, modelagem matemática e história da Matemática.

Miguel Chaquiam

Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (2012), Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001), Especialista em Matemática pela UNESPA (1989), licenciado em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1984) e Licenciado em Ciências pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1983). Líder do Grupo de Pesquisa em História, Educação e matemática na Amazônia (GHEMAZ) e Membro do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Atualmente é professor da Universidade da Universidade do Estado do Pará (UEPA), na Categoria de Adjunto IV - TIDE. Professor no Ensino Superior há mais de 35 anos, atua no ensino superior na qualidade de professor nos cursos de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM-UEPA), Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Já atuou nos cursos de Licenciatura em Ciências, Pedagogia, Engenharia de Produção, Engenharia de Alimentos e nos Cursos de Especialização em Educação Matemática e Fundamentos de Matemática. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em História da Matemática, História das Ciências e Formação de Professores, Análise Real, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Matemática Computacional. Foi professor de Matemática do Ensino Fundamental e Médio durante 18 anos, Diretor da SBEM-PA durante o triênio 2004/2007, membro da DNE da SBEM no triênio 2007/2010, Membro da Diretória da SBHMat no quadriênio 2015/2019, Parecerista da Revista Ibero-americana de Educação Matemática (UNIÓN), Revista Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). membro do Comitê Científico da Revista REMATEC, Membro do Conselho Editorial da Coleção Contextos da Ciência, uma publicação da Editora Livraria da Física. Coordenador Científico do XIII Seminário Nacional de História da Matemática (XIII SNHM), dos III, IV, V, VI e VIII Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM).

Fábio José da Costa Alves

Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017). Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA de 2019 à 2023. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância. Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: desconvocação, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

Cinthia Cunha Maradei Pereira

Possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Bilogia Molecular (Bioinformática). Atualmente é Professora Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e vice-líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.