



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL**

**GEVANILSON TEIXEIRA BEZERRA
FRANCISCO PEREIRA CHAVES**

**ELETIVA INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA AGRÁRIA: UM
RECURSO EDUCACIONAL**

JUAZEIRO DO NORTE

2025

Lista de Figuras

1	Representação hipotética do terreno de Cláudio.	41
2	Retângulo.	43
3	Paralelogramo.	43
4	Quadrado.	44
5	Triângulo qualquer com base b e altura h	44
6	Triângulo: base b , altura h e ângulo θ	45
7	Triângulo qualquer com medidas dos lados conhecidas.	45
8	Triângulo qualquer representado no plano cartesiano.	46
9	Triângulo equilátero.	47
10	Curral em formato quadrado.	49
11	Curral em formato retangular.	49
12	Losango.	55
13	Trapézio.	55
14	Polígonos regulares	56
15	Hexágono regular	57
16	Circunferência.	60
17	Circunferência e seus elementos.	61
18	Círculo e seus elementos.	61
19	Coroa circular.	62
20	Distribuição dos microaspersores sem sobreposição.	64
21	Área de plantação na zona rural.	67
22	Decomposição de uma área rural em triângulos.	68
23	Cálculo de área por meio de método ancestral.	68
24	Área de plantação de batata doce.	69
25	Área de plantação de batata doce dividida em um triângulo e um trapézio.	69
26	Área de plantação de batata doce dividida em dois triângulos e um retângulo.	70
27	Última linha do Excel.	75
28	Alterando a largura da coluna.	76
29	Mesclagem de células.	76
30	Formatação condicional.	82
31	Produtividade anual.	82
32	Iniciando uma nova regra.	83
33	Selecionando o tipo de regra.	83
34	Formatando células com valor específico.	84
35	Selecionando o menu fonte.	84
36	Escolhendo a cor da fonte.	84
37	Produtividade anual após formatação.	85

38	QR Code de acesso ao repositório com as planilhas	88
39	Tela inicial do Google Earth Web.	89
40	Busca por uma localidade no Google Earth	89
41	Ícone da régua para ativar a ferramenta de medição.	90
42	Delimitação de um terreno com pontos conectados formando um polígono e exibição dos resultados de perímetro e área.	90
43	Unidades de medida de comprimento e de superfície disponíveis.	91
44	Apresentação do menu “guardar no projeto”.	91

Lista de Quadros

1	Quadro horizontal de conversão entre unidades de comprimento.	16
2	Quadro vertical de conversão entre unidades de comprimento.	17
3	Convertendo 725 metros.	17
4	Resultado da conversão.	18
5	Posicionamento dos valores a serem convertidos.	18
6	Identificação das unidades para conversão.	18
7	Conversão de unidades com deslocamento da vírgula decimal.	19
8	Quadro vertical de conversão entre unidades de superfície.	22
9	Quadro horizontal de conversão entre unidades de superfície.	23
10	Identificação das unidades para conversão entre medidas de superfície. . . .	23
11	Resultado das transformações de medidas de superfície.	24
12	Unidades Tradicionais de Comprimento.	31
13	Unidades agrárias de superfície e seus valores em m^2	32
14	Comandos úteis no Excel.	77
15	Operadores de referência no Excel.	78
16	Operadores aritméticos no Excel.	79
17	Operadores de comparação no Excel.	79
18	Operadores estruturais ou auxiliares no Excel.	80
19	Exemplos da função SOMA no Excel.	81
20	Exemplo de tabela inicial para a atividade prática	86

Sumário

Apresentação	6
1 Material didático	7
1.1 Encontro I – Importância da matemática na agricultura, apicultura e agropecuária, além das principais aplicações e desafios matemáticos no campo	7
1.2 Encontro II – Unidades de medidas de comprimento do Sistema Internacional de Unidades (SI)	15
1.2.1 Transformação entre unidades de medidas de comprimento	16
1.3 Encontro III – Unidades de medidas de superfície do Sistema Internacional de Unidades (SI)	22
1.4 Encontro IV – Fixação dos conteúdos estudados	28
1.5 Encontro V – Unidades de medidas agrárias	30
1.5.1 Unidades de comprimento no meio rural	30
1.5.2 Unidades de superfície (área) no meio rural	32
1.6 Encontro VI – Conversão entre Unidades de medidas do SI e unidades de medidas agrárias	36
1.7 ENCONTRO VII – Perímetro de polígonos e área de figuras planas: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo.	40
1.7.1 Perímetro de figuras poligonais	40
1.7.2 Área do retângulo, paralelogramo e quadrado	43
1.7.3 Área do triângulo	44
1.8 Encontro VIII – Fixação dos conteúdos estudados	54
1.9 ENCONTRO IX – Área de figuras planas: losango, trapézio, polígonos regulares	55
1.9.1 Área do losango e do trapézio	55
1.9.2 Área de polígonos regulares	56
1.10 ENCONTRO X – Comprimento da circunferência e área de figuras planas: círculo e coroa circular	60
1.10.1 Comprimento da circunferência	60
1.10.2 Área do círculo e da coroa circular	61
1.11 ENCONTRO XI – Área de figuras planas: outras formas e resolução de problemas	67
1.12 ENCONTRO XII – Fixação dos conteúdos estudados	73
1.13 ENCONTRO XIII – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte I	75
1.14 ENCONTRO XIV – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte II	78

1.15 ENCONTRO XV – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte III	86
1.16 ENCONTRO XVI – Utilizando planilha para cálculo de área e conversão de unidades	88
1.17 ENCONTRO XVII – Utilização do Google Earth	89
1.18 ENCONTRO XVIII – Avaliação escrita	92
1.19 ENCONTRO XIX – Preparação para a culminância	93
1.20 ENCONTRO XX – Culminância	94
2 Banco de exercícios complementares	95
Referências	104

Apresentação

O presente material constitui-se como produto educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), intitulado “Eletiva de Matemática Agrária para o Ensino Médio: Integração entre Geometria e Etnomatemática no Contexto Rural”. Desenvolvido por Gevanilson Teixeira Bezerra, sob a orientação do Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves, o trabalho teve como objetivo propor e estruturar uma disciplina eletiva voltada à contextualização da matemática no meio rural, com ênfase nas práticas agrárias e nas relações entre o saber tradicional e o conhecimento científico.

O recurso foi elaborado com o propósito de oferecer suporte pedagógico aos professores da educação básica que venham a aplicar a eletiva no ensino médio, alinhando-se às diretrizes da Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE) e aos princípios da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A estrutura do material busca valorizar os saberes tradicionais e locais, aproximando a matemática do cotidiano dos alunos por meio de situações relacionadas às práticas agrárias e à utilização de unidades de medida típicas do campo, especialmente aquelas ainda presentes na realidade rural do Ceará.

A estrutura do material contempla explicações teóricas, atividades práticas e exercícios contextualizados, podendo ser adaptada conforme as especificidades de cada turma ou instituição. Assim, este recurso visa consolidar a integração entre teoria e prática, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada.

1 Material didático

Este material foi elaborado com o objetivo de oferecer suporte ao professor na condução da disciplina eletiva Introdução à Matemática Agrária. De acordo com as normativas e orientações da SEDUC-CE, a disciplina eletiva possui carga horária de 40 horas/aula, distribuídas em 20 encontros ao longo do semestre. As aulas são realizadas semanalmente, em períodos de 2 horas/aula consecutivas, possibilitando o desenvolvimento dos conteúdos de maneira contínua, estruturada e aprofundada.

A organização proposta apresenta, para cada encontro, uma parte teórica, com explicações e contextualizações sobre o tema, e uma parte prática, composta por exercícios e atividades voltadas à aplicação dos conceitos estudados. Essa estrutura foi pensada para unir compreensão e prática, tornando o aprendizado mais significativo.

A sequência didática aqui apresentada serve como sugestão e pode ser adaptada conforme a metodologia e a dinâmica de cada professor. O objetivo é que o professor tenha, ao final do curso, um panorama claro e aplicado dos conteúdos, podendo relacioná-los a situações reais e ao seu cotidiano.

1.1 Encontro I – Importância da matemática na agricultura, apicultura e agropecuária, além das principais aplicações e desafios matemáticos no campo

Você já parou pra pensar em como a matemática está presente no campo? Ou, você já ouviu alguém dizer que “não gosta de matemática” ou “não sabe fazer conta”? Pois é... muitas vezes a gente nem se dá conta, mas ela está por todo lado. A verdade é que, mesmo sem perceber, muita gente usa matemática todos os dias, principalmente no campo. Seja no plantio, na criação de animais, ou mesmo na produção de mel, a matemática é uma ferramenta que ajuda a organizar, prever e melhorar os resultados de quem vive da terra.

A matemática serve, entre outras coisas, para medir, calcular, estimar e tomar decisões melhores. E essas habilidades são extremamente úteis no campo. Vamos conversar sobre como ela pode ser aplicada em três áreas muito importantes: agricultura, apicultura e agropecuária.

Nesse contexto, surge a **matemática agrária** como uma proposta educativa que valoriza os saberes locais e os aproxima dos conceitos matemáticos formais. Trata-se de uma abordagem que considera os conhecimentos empíricos historicamente construídos e utilizados no campo como parte integrante do ensino de matemática. Ao articular o saber tradicional com a matemática escolar, promove-se não apenas a aprendizagem de conteúdos curriculares, mas também o reconhecimento da cultura e da realidade dos estudantes.

Embora não seja reconhecida como um ramo formal da matemática, a matemática agrária representa uma importante aplicação prática dos conhecimentos matemáticos no contexto do campo. Trata-se de um conjunto de saberes populares e técnicos que se desenvolveram a partir da necessidade de medir, dividir e organizar espaços rurais, além de controlar recursos naturais e planejar atividades como a agricultura, a pecuária e a apicultura. Esse tipo de matemática está presente em práticas como o uso da braça para medir comprimentos de cercas, a tarefa para delimitar áreas de plantio ou a conversão de unidades para calcular insumos e produção.

Essa matemática combina com práticas do campo, ajudando a tomar decisões mais precisas, eficientes e sustentáveis na produção agrícola. Envolve desde cálculos simples, como área de um terreno, até análises mais complexas, como previsão de safra e controle de produção animal. Ela está presente em toda a cadeia produtiva rural. Assim, este primeiro encontro tem como objetivo compreender a importância da matemática na agricultura, apicultura e agropecuária, além de discutir aplicações práticas e desafios enfrentados no campo.

Nos grandes empreendimentos rurais, com muitas máquinas, softwares e planilhas, a matemática está lá de forma visível: são cálculos feitos por computadores, gráficos de desempenho, controle de produção e balanços financeiros. Mas no caso do pequeno e médio produtor, a matemática aparece de forma mais intuitiva e prática, no olho, na conta de cabeça, no palpite baseado na experiência, mas ela está ali. Mesmo quando o agricultor não escreve nenhuma fórmula, ele está raciocinando matematicamente: dividindo o terreno, calculando quanto plantar, quanto colher, quanto vender.

Reflexão 1

Você já viu alguém medir um terreno “no passo”? Ou calcular se o milho vai dar “pra encher um saco”? Isso também é matemática!

Reflexão 2

Você já viu alguém “medir no olho” quantos sacos de adubo usar em um lote? Ou quantos sacos de milho ele vai colher na sua roça? Sabia que, mesmo assim, ele está usando matemática?

Em um contexto geral, a matemática agrária é fundamental para prever safras e produtividade, controlar custos e lucros e planejar espaços e recursos. Na agricultura, a matemática ajuda principalmente a otimizar o uso da terra e dos recursos, mostrando-se como uma grande aliada nos cálculos de área, dosagem de fertilizantes e pesticidas, previsão de colheita, controle de irrigação e consumo de água. Por exemplo:

- **Cálculo de área:** saber o tamanho do terreno é essencial para decidir o que e quanto plantar, saber quantos metros de mangueira de irrigação serão necessários,

quantos metros de cerca serão usados, qual a quantidade de adubo ou sementes será aplicada. É com esse cálculo que o agricultor consegue planejar o espaço de forma que aproveite ao máximo o solo disponível. Um agricultor com um terreno de 20 m por 50 m sabe que tem 1 000 m² de área. Com isso, pode planejar o plantio de milho, por exemplo, sabendo quantas sementes são necessárias por metro quadrado.

- **Distribuição de sementes:** com a matemática, dá pra calcular quantos grãos de sementes são necessários para uma determinada área, além de definir o espaçamento ideal entre eles. Isso influencia diretamente na qualidade da produção. Espaços muito pequenos geram competição entre as raízes, enquanto que espaços muito grandes desperdiçam solo fértil. Se cada pé de alface precisa de 30 cm de espaço, quantas mudas são necessárias para uma horta de 10 m de comprimento e 5 m de largura.
- **Porcentagem de adubação:** ao usar adubos ou outros insumos que ajudam na fertilidade da terra, é importante saber a quantidade certa a ser aplicada (nem mais, nem menos) por metro quadrado, as proporções de mistura com a água e quantas vezes aplicar. Tudo é feito com base em cálculos de porcentagem e proporção. O rótulo diz para aplicar 50g por metro quadrado. Quantos quilos serão usados em uma área de 800 m²?
- **Estimativas de produção:** com base na área plantada, no tipo de solo e na época do ano, dá pra fazer uma estimativa de quanto será colhido. Isso ajuda o agricultor a se planejar financeiramente. Se um hectare de mandioca rende 20 toneladas e o agricultor tem 1,5 hectare, ele pode esperar colher quantas toneladas?
- **Controle da irrigação:** aqui entra o cálculo de volume de água, o tempo de irrigação e até a frequência ideal. Água demais ou de menos pode prejudicar a plantação.

Reflexão 3

Você já tentou calcular quantas sementes são necessárias para plantar uma horta inteira?

Reflexão 4

E se você tivesse que irrigar essa horta sem desperdiçar água? Como faria o cálculo?

Na apicultura, a matemática também tem um papel importante. Auxilia no cálculo da produção de mel, na distribuição espacial das colmeias, no controle de custos com alimentação e na previsão de lucros. Por exemplo:

- **Produção de mel por colmeia:** cada colmeia pode produzir uma certa quantidade de mel por semana ou por mês. Com cálculos simples, o apicultor consegue prever a

produção total, visando na venda do produto para investimento em novas caixas e até estimar quanto pode lucrar com isso. Se cada colmeia produz 2,5 kg por semana, 12 colmeias rendem 30 kg por semana. Quanto se produzirá em dois meses?

- **Espaçamento entre colmeias:** as abelhas têm um raio de atuação, ou seja, uma distância máxima que percorrem para coletar néctar (normalmente 3 km). Se as colmeias estiverem muito próximas, pode haver competição entre elas. Se estiverem muito distantes, o espaço não é aproveitado. A matemática ajuda a encontrar esse equilíbrio. Como distribuir 20 colmeias em um terreno de 1 hectare, respeitando o raio de ação eficiente de 500 m?
- **Número ideal de colmeias por terreno:** com base na área disponível e no raio de atuação das abelhas, é possível calcular quantas colmeias o terreno suporta sem prejudicar a produção;
- **Gastos com alimentação:** no período de escassez de florada, as abelhas precisam ser alimentadas (normalmente com garapa de açúcar). Com base na quantidade de enxames é possível calcular quantos quilogramas de açúcar serão necessários e, portanto, quanto será gasto, podendo assim preparar-se com antecedência e evitar enfraquecimento ou perda de enxames por má alimentação ou falta de alimento.

Reflexão 5

Será que aumentar o número de colmeias em um terreno sempre aumenta a produção?

Reflexão 6

Como calcular o ponto ideal para instalar cada colmeia?

Na agropecuária, especialmente bovinos, a matemática também aparece em várias situações práticas como o controle de peso e crescimento dos animais, quantidade de ração diária por animal, custo de produção e lucro e planejamento de pastagens. Por exemplo:

- **Crescimento e controle dos animais:** o pecuarista precisa acompanhar o peso dos animais, o tempo de engorda e o rendimento. Isso envolve médias e gráficos de crescimento;
- **Quantidade de ração:** cada animal consome uma quantidade específica por dia. Com base no número total de bois, é possível calcular o consumo diário, semanal ou mensal de ração, o que ajuda no planejamento de compras, evitando a falta e o desperdício de ração. Um boi consome 12 kg de ração por dia. Um rebanho de 30 bois consome 360 kg por dia. E em uma semana? E em um mês?

- **Custo e lucro por animal:** é importante calcular quanto custa criar cada animal (alimentação, vacinas, cuidados) e quanto se espera lucrar na venda. Tudo isso envolve porcentagem, comparação de valores e organização de dados;
- **Planejamento do pasto:** calcular o tempo que o pasto precisa para se recuperar, quanto de área é necessário por boi, e como fazer o rodízio entre os piquetes, tudo isso envolve raciocínio matemático. Um hectare pode sustentar 3 bois. Quantos hectares são necessários para 24 bois?

Desafio 1

Você saberia calcular quantos quilos de ração são necessários para alimentar 20 bois durante uma semana?

Desafio 2

Como você controlaria o tempo de descanso do pasto para ele se manter saudável?

Para tornar esse auxílio possível, alguns conceitos matemáticos são fundamentais e, portanto, faz-se necessário termos o conhecimento desses conceitos. Dentre eles, podemos citar:

- Regra de três simples e composta;
- Porcentagem;
- Progressões (Aritmética e Geométrica);
- Gráficos de crescimento e produção;
- Estatísticas básicas;
- Geometria (perímetro, área, volume).

Vale lembrar que são muitos os desafios da matemática no campo, como o baixo acesso a ferramentas tecnológicas que facilitariam cálculos, o pouco domínio da matemática por parte de pequenos produtores, a variabilidade climática que afeta previsões e a necessidade de cálculos rápidos e precisos no cotidiano. Neste curso, estudaremos alguns conceitos fundamentais que vão de encontro há alguns desses desafios.

Reflexão 7

Você já viu alguém da sua família usar matemática no campo? Como?

Reflexão 8

Que tipos de cálculos você acha que um agricultor faz no dia a dia?

Reflexão 9

A matemática pode ajudar a melhorar a produção no campo? De que forma?

A matemática está presente em todos os espaços da vida no campo. Ela não depende de fórmulas complicadas ou contas de cabeça, basta observar o raciocínio por trás das escolhas, dos cálculos e das decisões que todo produtor faz, seja ele pequeno, médio ou grande.

Na prática, muitos fazem isso de forma natural e empírica, com base na experiência e na intuição. Mas, quando a matemática é compreendida e usada de forma consciente, ela pode se tornar uma poderosa aliada no aumento da produtividade, na economia de recursos e no crescimento sustentável da produção rural.

Sugestão de Exercícios

1. Um agricultor tem um terreno retangular com 30 metros de comprimento e 20 metros de largura.
 - a) Qual é a área total disponível para plantio?
 - b) Se ele quiser dividir a área em 6 partes iguais, qual será a área de cada parte?
2. Para cada 100 litros de água, devem-se adicionar 5 litros de fertilizante.
 - a) Quanto de fertilizante é necessário para 400 litros de água?
 - b) E para 20 litros?
3. Cada colmeia produz, em média, 25 kg de mel por ano.
 - a) Quantos quilos de mel são produzidos por 80 colmeias em um ano?
 - b) E em 4 anos?
 - c) Se ele vender o mel a R\$ 16,00 o quilo, quanto irá faturar em dois anos?
4. Um boi consome em média 10 kg de ração por dia. Na fazenda do Sr. Paulo há 28 bois.
 - a) Quantos kg de ração ele precisa por dia?
 - b) E para alimentar os bois durante 10 dias?
 - c) Se o saco de ração custa R\$ 120,00 e contém 40 kg, quantos sacos serão necessários por semana? Qual será o custo?

5. Um produtor vende cada litro de leite por R\$ 3,50. Se ele produz 120 litros por dia:

- a) Quanto ele fatura em um dia?
- b) Se 40% do valor é gasto com custos, quanto sobra de lucro?

6. Seu João tem um terreno retangular com 40 metros de comprimento e 25 metros de largura. Ele quer plantar milho e cada semente precisa de um espaço de $0,4\text{ m}^2$.

- a) Qual a área total do terreno?
- b) Quantas sementes ele precisará para plantar toda a área, respeitando o espaçamento?

7. Dona Elza cultiva feijão. A média de produção é de 2.400 kg por hectare. Ela plantou 1,5 hectare.

- a) Quantos quilos de feijão ela deve colher?
- b) Se ela vender cada quilo por R\$ 6,00, qual será sua receita total?

8. Na horta comunitária de um assentamento, os moradores usam um sistema de irrigação que libera 12 litros de água por metro quadrado a cada irrigação. A horta tem 150 m^2 .

- a) Quantos litros de água são usados por irrigação?
- b) Se forem feitas 3 irrigações por semana, quantos litros são usados por mês (considere o mês com 4 semanas)?

9. Em um manual de adubação está indicado: usar 80 gramas de adubo para cada metro quadrado de terra.

- a) Quantos quilos de adubo são necessários para adubar uma plantação de arroz de 30 m de comprimento por 20 m de largura?
- b) Se o saco de adubo tem 25 kg, quantos sacos serão usados?
- c) Vai sobrar ou faltar adubo? Quanto?

10. Um pequeno produtor quer organizar sua produção em sacos de 60 kg. Ele colheu 1.800 kg de milho.

a) Quantos sacos completos ele pode encher?

b) Vai sobrar milho? Quantos quilos?

11. Um pecuarista possui 24 bois e dividiu sua área de pasto em 4 piquetes, todos do mesmo tamanho. Cada piquete pode alimentar, no máximo, 6 bois por semana, para que o pasto se recupere bem.

a) Como ele pode organizar o revezamento dos bois entre os piquetes¹ para manter o pasto sempre em boas condições?

b) Quantos dias cada grupo de bois deve permanecer em cada piquete para que o ciclo de uso se repita a cada mês?

12. Desafio: Crie um problema matemático simples relacionado ao campo. Pode ser sobre plantio, colheita, irrigação, animais, vendas, etc. Depois, resolva o problema criado por você.

¹O termo *piquete* refere-se a uma divisão do pasto feita com cercas, utilizada para separar e organizar a área destinada à alimentação dos animais. Popularmente, essas divisões também são chamadas de *quintais* ou *repartições*, permitindo o revezamento do gado e o descanso do capim entre os períodos de pastejo.

1.2 Encontro II – Unidades de medidas de comprimento do Sistema Internacional de Unidades (SI)

Ao longo da história, as sociedades desenvolveram diversas formas de mensurar grandezas como comprimento, massa e tempo. Muitas dessas unidades eram baseadas em partes do corpo humano, como o pé (≈ 30 cm), o palmo (≈ 22 cm) e o côvado (≈ 45 cm). Contudo, tais medidas variavam significativamente de uma cultura para outra, o que causava inconsistências nas transações comerciais, nas construções e nos registros científicos da época.

Diante da necessidade de uniformização, foi instituído, em 1960, durante a 11^a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), o Sistema Internacional de Unidades (SI). Trata-se de um conjunto padronizado de unidades com validade internacional, voltado para a padronização das medições em diferentes áreas do conhecimento e da prática técnica.

O SI é constituído por sete unidades fundamentais, a saber: metro (m) para comprimento, quilograma (kg) para massa, segundo (s) para tempo, ampere (A) para corrente elétrica, kelvin (K) para temperatura termodinâmica, mol (mol) para quantidade de substância, e candela (cd) para intensidade luminosa. A partir dessas unidades básicas, derivam-se outras, como o newton (N) para força, o joule (J) para energia e o pascal (Pa) para pressão.

A definição dessas unidades é baseada em constantes físicas universais, o que garante precisão, reprodutibilidade e confiabilidade nas medições. O uso do SI favorece a comunicação científica e tecnológica em escala global, promovendo a integração entre países e a padronização necessária para a indústria, o comércio e a pesquisa científica.

No Brasil, a adoção oficial do SI ocorreu em 1962, sendo posteriormente reforçada pela Resolução nº 12 de 1988 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (CONMETRO), que determinou a obrigatoriedade de seu uso em todo o território nacional.

O metro (m) é a unidade fundamental de comprimento no SI. No entanto, nem sempre é prático expressar todas as medidas diretamente em metros. Por isso, utilizamos os múltiplos e submúltiplos do metro, que são variações da unidade base para representar medidas muito grandes ou muito pequenas com mais simplicidade e precisão.

Os múltiplos do metro são usados para medir grandes distâncias, como o comprimento de uma estrada ou o raio de um planeta. São eles: Decâmetro (dam), Hectômetro (hm) e Quilômetro (km).

Os submúltiplos são usados para medir pequenas dimensões, como a espessura de um fio ou o tamanho de uma célula. São eles: Decímetro (dm), Centímetro (cm) e Milímetro (mm).

Essas variações são sempre relacionadas ao metro por potências de 10, o que facilita

os cálculos e conversões. Observe em detalhes a seguir:

Múltiplos do metro:

- Quilômetro (km) = 1 m multiplicado por 1000 = 1 000 metros (10^3 m)
- Hectômetro (hm) = 1 m multiplicado por 100 = 100 metros (10^2 m)
- Decâmetro (dam) = 1 m multiplicado por 10 = 10 metros (10^1 m)

Submúltiplos do metro:

- Decímetro (dm) = 1 m dividido por 10 = 0,1 metro (10^{-1} m)
- Centímetro (cm) = 1 m dividido por 100 = 0,01 metro (10^{-2} m)
- Milímetro (mm) = 1 m dividido por 1000 = 0,001 metro (10^{-3} m)

1.2.1 Transformação entre unidades de medidas de comprimento

Para realizar a conversão de unidades de comprimento no SI, utiliza-se a relação entre os múltiplos e submúltiplos do metro. Esse sistema fundamenta-se em potências de base 10, o que torna o processo de transformação simples e sistemático. A padronização dessas unidades permite que os cálculos sejam efetuados com maior agilidade, bastando deslocar a vírgula decimal para a direita ou para a esquerda, conforme a direção da conversão.

A sequência das unidades de comprimento, organizadas do menor para o maior valor, é a seguinte: Milímetro (mm) → Centímetro (cm) → Decímetro (dm) → Metro (m) → Decâmetro (dam) → Hectômetro (hm) → Quilômetro (km). A seguir, apresenta-se uma tabela que sistematiza essas unidades, com o objetivo de facilitar o entendimento e padronizar o procedimento de conversão.

Quadro 1: Quadro horizontal de conversão entre unidades de comprimento.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	10	100	1000	10000	100000	1000000
0,000001	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1
7,5	75	750	7500	75000	750000	7500000
0,05	0,5	5	50	500	5000	50000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que cada deslocamento para a direita na escala equivale à multiplicação por 10, correspondendo à conversão de uma unidade maior para uma menor. Por outro lado, cada deslocamento para a esquerda implica uma divisão por 10, correspondendo à conversão de uma unidade menor para uma maior.

Para fins didáticos, pode-se imaginar essa sequência de unidades disposta na forma vertical, assemelhando-se a uma escada com sete degraus. Nessa analogia, subir corresponde

a dividir e descer corresponde a multiplicar; assim, sempre que for necessário realizar uma conversão, basta identificar a quantidade de degraus entre as unidades envolvidas e o sentido do deslocamento.

Quadro 2: Quadro vertical de conversão entre unidades de comprimento.

Unidade	Exemplo 1	Exemplo 2
km	1	0,000001
hm	10	0,00001
dam	100	0,0001
m	1000	0,001
dm	10000	0,01
cm	100000	0,1
mm	1000000	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

O que torna esse método de conversão especialmente prático é o fato de que não é necessário escrever explicitamente os valores correspondentes a todos os múltiplos e submúltiplos. Basta conhecer o número de deslocamentos necessários entre as unidades e identificar se o movimento é para a direita ou para a esquerda. No caso da analogia com a escada, a direção será para cima ou para baixo, conforme o sentido da conversão.

Para reforçar ainda mais a simplicidade desse método, é importante compreender que, do ponto de vista matemático, todo número pode ser representado em forma decimal expandida. Por exemplo:

$$5 = 5,0 = 5,00 = 5,000\dots0.$$

Além disso, é possível acrescentar quantos zeros forem necessários antes da parte inteira de um número decimal, sem alterar seu valor. Assim, por exemplo:

$$2,37 = 02,37 = 002,37 = 0\dots0002,37.$$

Com essa flexibilidade, a operação de deslocamento da vírgula torna-se ainda mais intuitiva, e a leitura da tabela de conversão se torna mais acessível e eficiente.

Para ilustrar esse procedimento, considere o número 725. Podemos escrevê-lo no formato decimal estendido, como 00725,0000, a fim de facilitar o deslocamento da vírgula. Em seguida, basta movimentá-la para a direita ou para a esquerda, conforme a direção exigida pela conversão pretendida.

Quadro 3: Convertendo 725 metros.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
00,7250000	007,250000	0072,50000	00725,0000	007250,000	0072500,00	00725000,0
$\longleftarrow$				$\longrightarrow$		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, basta registrar o valor convertido, eliminando os zeros desnecessários situados antes da parte inteira do número e após a vírgula no final da representação decimal.

Quadro 4: Resultado da conversão.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,725	7,25	72,5	725	7250	72500	725000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Outro aspecto relevante da tabela de conversão de unidades é que ela permite realizar a transformação simultânea de diversos valores, pertencentes a diferentes unidades de medida (ou mesmo iguais), de forma organizada e eficiente.

Exemplo 1

- a) Converta 3,25 *km* para metros.
- b) Converta 560 *mm* para metros.
- c) 0,25 *dam* para *dm*.

Solução: Inicialmente, os valores a serem convertidos devem ser posicionados abaixo de suas respectivas unidades, cada um em uma linha distinta, com o objetivo de facilitar a visualização:

Quadro 5: Posicionamento dos valores a serem convertidos.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3,25						
						560
		0,25				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na sequência, identifica-se a unidade de destino de cada valor (representado por **), o que permitirá determinar o sentido do deslocamento da vírgula decimal:

Quadro 6: Identificação das unidades para conversão.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
⇒	3,25			**				
				**			560	⇐
⇒			0,25		**			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para concluir, basta contar a quantidade de casas decimais que a vírgula deve ser deslocada, de acordo com a diferença entre as unidades. Assim:

- a) Para converter 3,25 km em metros, é necessário deslocar a vírgula três casas para a direita, resultando em 3 250 metros.

- b) Para converter 560 mm em metros, desloca-se a vírgula três casas para a esquerda, resultando em 0,56 metro.
- c) Para converter 0,25 dam em decímetros, desloca-se a vírgula duas casas para a direita, obtendo 25 decímetros.

Observe os resultados a seguir:

Quadro 7: Conversão de unidades com deslocamento da vírgula decimal.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
$\Rightarrow$	3,25			3250				
				0,56			560	$\Leftarrow$
$\Rightarrow$			0,25		25			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Exemplo 2

Dona Elza possui uma propriedade rural retangular com 2,7 quilômetros de comprimento e 500 metros de largura. Com o objetivo de iniciar a criação de gado em sua propriedade, será necessário instalar sete fios de arame farpado ao longo de todo o perímetro do terreno, ou seja, em seus quatro lados. Sabendo que, na loja agropecuária, cada rolo de arame farpado possui 500 metros de comprimento, pergunta-se: quantos rolos de arame serão necessários para realizar a cerca completa?

Solução: Inicialmente, é necessário converter o comprimento da propriedade de quilômetros para metros:

$$2,7km = 2.700m$$

Em seguida, calcula-se o perímetro do terreno ($2p$), utilizando a fórmula do perímetro de um retângulo:

$$2p = 2 \cdot (2\,700 + 500) = 2 \cdot 3\,200 = 6\,400\,m$$

Como serão utilizados sete fios de arame ao longo de toda a cerca, multiplica-se o perímetro pela quantidade de fios:

$$6\,400 \cdot 7 = 44\,800\,m \text{ de arame}$$

Sabendo que cada rolo de arame possui 500 metros de comprimento, divide-se o total necessário pelo comprimento de cada rolo:

$$44\,800 \div 500 = 89,6$$

Como não se pode adquirir frações de rolos, é necessário arredondar para o número inteiro imediatamente superior. Portanto, Dona Elza precisará comprar 90 rolos de arame farpado para cercar toda a propriedade com sete fios.

Sugestão de Exercícios

13. Converta as seguintes medidas:

- a) 5,6 km para metros
- b) 460 mm para metros
- c) 0,42 dam para centímetros
- d) 12 m para decímetros
- e) 0,75 hm para metros

14. Escreva os seguintes valores com três casas decimais:

- a) 4 m
- b) 2,7 dm
- c) 0,3 km

15. Dado o valor de 2.400 m, converta para:

- a) km
- b) hm
- c) dam
- d) cm

16. Ordene as seguintes medidas do menor para o maior: 0,04 km; 380 m; 3.600 cm; 0,5 hm

17. Um aluno escreveu que $1.250 \text{ mm} = 12,5 \text{ m}$. Explique o erro e apresente a conversão correta.

18. Um agricultor precisa instalar uma cerca em torno de um campo retangular que mede 1,8 km de comprimento por 400 m de largura. Quantos metros de arame ele precisará para cercar a área com um único fio?

19. Uma propriedade rural é cercada por três fios de arame. Sabendo que o perímetro da propriedade é de 3.200 m, qual o comprimento total de arame utilizado?

20. Um apicultor quer dividir seu terreno de 1,2 km de comprimento em três faixas iguais para distribuir colmeias. Qual será o comprimento de cada faixa em metros?

- 21.** A largura de uma estrada de terra dentro de uma fazenda é de 3,2 m. Qual é essa medida em centímetros?
- 22.** Um agricultor comprou 6 rolos de arame farpado, sendo que cada rolo tem 500 m. Qual o total de arame disponível em quilômetros?
- 23.** Uma área de cultivo é dividida em 4 talhões de 250 m de comprimento cada. Qual a medida total em quilômetros?
- 24.** Um apiário está a 1.350 metros da casa do apicultor. Qual essa distância em hectômetros?
- 25.** Um caprinocultor precisa cercar três currais retangulares de 30 m por 15 m, cada um com cinco fios de arame. Qual o total de arame necessário?
- 26.** Um sistema de irrigação usa mangueiras com 75 m de extensão. Se o produtor instalar 12 mangueiras, qual a extensão total em decâmetros?
- 27.** Um trator percorre diariamente 3,6 km para alcançar a área de plantio. Quantos decímetros ele percorre por dia?

1.3 Encontro III – Unidades de medidas de superfície do Sistema Internacional de Unidades (SI)

As unidades de medida de área são utilizadas para expressar superfícies planas, como terrenos, telhados, paredes ou plantações. A unidade fundamental de área no SI é o metro quadrado (m^2), que corresponde à superfície ocupada por um quadrado com 1 metro de lado.

Assim como nas medidas de comprimento, as medidas de área também apresentam múltiplos e submúltiplos. No entanto, por se tratarem de grandezas bidimensionais, suas conversões são realizadas com base em potências de 100 (ou 10^2), em vez de potências de 10.

A sequência das unidades, do menor para o maior, é a seguinte: milímetro quadrado (mm^2) → centímetro quadrado (cm^2) → decímetro quadrado (dm^2) → metro quadrado (m^2) → decâmetro quadrado (dam^2) → hectômetro quadrado (hm^2) → quilômetro quadrado (km^2).

Podemos imaginar essa sequência como uma escada de sete degraus, semelhante à utilizada nas conversões de unidades de comprimento. Subir na escada representa dividir (isto é, transformar uma unidade menor em uma maior); descer, por sua vez, significa multiplicar (transformar uma unidade maior em uma menor). A diferença é que, por se tratar de área, cada passo equivale a multiplicar ou dividir por 100, e não por 10. Veja o quadro a seguir:

Quadro 8: Quadro vertical de conversão entre unidades de superfície.

Unidade	Exemplo 1	Exemplo 2
km²	1	0,000000000001
hm²	100	0,000000001
dam²	10 000	0,00000001
m²	1 000 000	0,000001
dm²	100 000 000	0,0001
cm²	10 000 000 000	0,01
mm²	1 000 000 000 000	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da representação por uma escada de sete degraus, é possível também visualizar as unidades de área por meio de um quadro disposta na horizontal, na qual cada coluna representa uma unidade do Sistema Internacional, organizadas da maior para a menor:

Quadro 9: Quadro horizontal de conversão entre unidades de superfície.

Unid.	km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
Ex. 1	1	100	10 000	1 000 000	100 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000 000
Ex. 2	0,000000000001	0,000000001	0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	1
Ex. 3	3,8	380	38 000	3 800 000	380 000 000	38 000 000 000	3 800 000 000 000
Ex. 4	0,1875	18,75	1 875	187 500	18 750 000	1 875 000 000	187 500 000 000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse formato facilita a identificação da direção da conversão e a contagem dos “saltos” entre as unidades. Como cada passo envolve um fator de 100, basta deslocar a vírgula duas casas decimais para cada unidade percorrida. Assim, ao converter para uma unidade menor, deslocamos a vírgula para a direita; ao converter para uma unidade maior, deslocamos para a esquerda. Esse método torna as conversões simples, visuais e coerentes com o procedimento já abordado nas unidades de comprimento.

Por exemplo, suponha que desejamos converter 1 metro quadrado (1 m^2) para centímetros quadrados (cm^2). Como estamos descendo duas unidades na escala (de metro para centímetro), devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita, já que cada degrau equivale a duas casas decimais:

$$1,0000 \rightarrow 10,000 \rightarrow 100,00 \rightarrow 1\,000,0 \rightarrow 10\,000$$

Portanto, $1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2$.

Agora, imagine que temos $250\,000\text{ cm}^2$ e queremos converter para dam^2 . Neste caso, estamos subindo três degraus na escala (de centímetro quadrado para decâmetro quadrado), e, por isso, devemos deslocar a vírgula seis casas para a esquerda:

$$250\,000 \rightarrow 25\,000,0 \rightarrow 2\,500,00 \rightarrow 250,000 \rightarrow 25,000 \rightarrow 2,5000 \rightarrow 0,25000$$

Assim, $250\,000\text{ cm}^2 = 0,25\text{ dam}^2$.

Poderíamos resolver esses exemplos utilizando o quadro horizontal, seguindo o mesmo passo a passo já apresentado na transformação de unidades de comprimento. Inicialmente, os valores a serem convertidos devem ser posicionados abaixo de suas respectivas unidades, cada um em uma linha distinta, com o objetivo de facilitar a visualização. Em seguida, identifica-se a unidade de destino de cada valor (representado por **), o que permite determinar o sentido do deslocamento da vírgula decimal.

Quadro 10: Identificação das unidades para conversão entre medidas de superfície.

	km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²	
$\Rightarrow$				1		**		
			**			250 000		$\Leftarrow$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, basta contar a quantidade de casas decimais que a vírgula deve ser

deslocada, conforme a distância entre as unidades no quadro. Como cada degrau na escala de área representa duas casas decimais, deve-se multiplicar o número de degraus percorridos por dois, para saber quantas casas deslocar. Assim:

- Para converter 1 m^2 em centímetros quadrados, devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita, pois há duas unidades entre metro e centímetro, e cada unidade corresponde a duas casas decimais, resultando em $10\,000\text{ cm}^2$;
- Para converter $250\,000\text{ cm}^2$ em decâmetros quadrados, é necessário deslocar a vírgula seis casas para a esquerda, pois há três unidades de distância, resultando em $0,25\text{ dam}^2$. Veja esses resultados no quadro a seguir:

Quadro 11: Resultado das transformações de medidas de superfície.

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
			1		10 000	
		0,25			250 000	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que esse método torna as transformações simples e padronizadas. Assim como na conversão de comprimento, podemos utilizar números decimais e manipular a posição da vírgula para encontrar o valor final. Por exemplo, se quisermos converter $4,5\text{ m}^2$ para mm^2 , podemos representá-lo como 004,5000 e deslocar a vírgula de acordo com a quantidade de degraus descidos na escala. Vale lembrar que é possível acrescentar zeros à direita da vírgula ou antes da parte inteira sem alterar o valor numérico, o que facilita a movimentação da vírgula no processo de conversão.

Vejamos um exemplo: converter 725 m^2 para outras unidades.

Podemos representá-lo como 00000725,000000, de modo a facilitar o deslocamento da vírgula. Para transformar em cm^2 , que está dois degraus abaixo de m^2 , devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita. Para converter em km^2 , que está três degraus acima, basta deslocar a vírgula seis casas para a esquerda. Esse procedimento é bastante útil, especialmente em contextos como o planejamento de áreas de plantio, a delimitação de terrenos, o cálculo de áreas a serem irrigadas ou cercadas, entre outros.

Exemplo 3

O senhor Joaquim é apicultor há mais de dez anos região do sertão central do Ceará. Seu apiário atual conta com 25 colmeias instaladas em uma área de vegetação nativa da Caatinga, cuidadosamente preservada. Com o aumento da procura por mel e derivados apícolas na região, ele decidiu ampliar sua produção, mas mantendo o compromisso com o equilíbrio ambiental. Após uma visita técnica com um engenheiro agrônomo, Joaquim identificou uma nova área de $0,004\text{ km}^2$, dentro de sua propriedade, apropriada para a instalação de mais colmeias. Segundo as

orientações técnicas que ele segue, para garantir o bom desenvolvimento das abelhas e evitar sobrecarga na flora, cada colmeia deve ocupar uma área mínima de 16 m^2 (incluindo espaçamento e circulação). Joaquim quer saber: quantas colmeias ele poderá adicionar nessa nova área, respeitando os critérios ambientais?

Solução: Para resolver essa situação, é necessário, primeiramente, converter a medida da área disponível, que está em quilômetros quadrados (km^2), para metros quadrados (m^2), pois os cálculos para instalação das colmeias são realizados com base nessa unidade. Sabemos, pelo quadro de unidades de área, que o quilômetro quadrado está três degraus acima do metro quadrado. Como cada degrau corresponde ao deslocamento de duas casas decimais da vírgula, ao descer três degraus, devemos deslocar a vírgula seis casas para a direita. Assim, temos: $0,004 = 0,00400000$, e deslocando a vírgula seis casas para a direita, seque que:

$$0,004 \rightarrow 0,04000 \rightarrow 0,4000 \rightarrow 4,000 \rightarrow 40,00 \rightarrow 400,0 \rightarrow 4\,000$$

Portanto, $0,004 \text{ km}^2$ equivalem a $4\,000 \text{ m}^2$.

Com a área já convertida para metros quadrados, podemos calcular a quantidade máxima de colmeias que podem ser instaladas, considerando que cada colmeia deve ocupar uma área mínima de 16 m^2 , respeitando o distanciamento ideal entre colmeias e os limites ambientais da vegetação nativa. Dividimos, então, os $4\,000 \text{ m}^2$ pela área necessária por colmeia:

$$4\,000 \div 16 = 250 \text{ colmeias}$$

Assim, podemos concluir que Joaquim poderá acrescentar 250 colmeias na nova área disponível, respeitando a exigência mínima de 16 m^2 por colmeia. Considerando as 25 colmeias que já possui em outra parte de seu terreno, o total de colmeias em sua propriedade poderá chegar a 275.

Para concluir, pode-se afirmar que o processo de conversão entre unidades de superfície segue a mesma lógica das transformações de unidades de comprimento. A principal diferença entre eles reside no número de casas decimais que a vírgula precisa ser deslocada. Enquanto nas medidas de comprimento o deslocamento é de uma casa decimal para cada unidade percorrida na escala, nas medidas de superfície esse deslocamento é de duas casas decimais para cada unidade.

Sugestão de Exercícios

- 28.** Durante uma medição topográfica, foi registrada uma área de $2,5 \text{ km}^2$ destinada ao cultivo de milho. Converta essa área para metros quadrados (m^2).
- 29.** Uma indústria agrícola adquiriu um terreno de $7\,500\,000 \text{ cm}^2$ para construção de estufas. Converta essa área para metros quadrados (m^2).
- 30.** Um projeto de reflorestamento prevê a ocupação de uma área de $0,003 \text{ km}^2$. Qual é essa área em milímetros quadrados (mm^2)?
- 31.** A área de um reservatório de irrigação é de $1\,200\,000 \text{ mm}^2$. Converta para metros quadrados (m^2).
- 32.** Um apicultor mediu a base de seu galpão de processamento como sendo $0,75 \text{ m}^2$. Qual é essa medida em centímetros quadrados (cm^2)?
- 33.** Um terreno retangular usado para cultivo de hortaliças possui 150 m^2 . Quantos centímetros quadrados isso representa?
- 34.** Um produtor rural deseja revestir uma área de $9,6 \text{ m}^2$ do galpão com placas de cerâmica. Cada placa tem 400 cm^2 . Quantas placas serão necessárias?
- 35.** A área total de uma estufa foi calculada em $48\,000 \text{ dm}^2$. Converta essa área para metros quadrados (m^2).
- 36.** Um agricultor reservou um espaço de $1,8 \text{ dam}^2$ para instalar um sistema de irrigação por aspersão. Sabendo que cada aspersor cobre 36 m^2 , quantos aspersores serão necessários para cobrir toda a área?
- 37.** Um espaço de $0,00032 \text{ km}^2$ será destinado ao cultivo protegido em estufas agrícolas. Sabendo que cada estufa ocupa exatamente 160 m^2 , quantas estufas podem ser instaladas?
- 38.** Um galpão agrícola, onde são armazenados equipamentos usados na apicultura, possui uma área útil de $3,2 \text{ m}^2$. O apicultor pretende instalar prateleiras metálicas para guardar trajes de proteção, fumigadores, potes de vidro e demais ferramentas. Cada prateleira ocupa $4\,000 \text{ cm}^2$ de espaço no chão. Considerando a limitação do espaço disponível, quantas prateleiras poderão ser instaladas no galpão sem comprometer a circulação?
- 39.** Após perceber o aumento da demanda por mel e subprodutos, Nilson, um apicultor da zona rural de Iguatu - CE, ampliou sua área de criação em $0,012 \text{ km}^2$. Sabendo que para garantir conforto térmico, produtividade e segurança, cada colmeia

deve dispor de no mínimo 16 m^2 , ele quer aproveitar essa nova área de forma eficiente. Quantas novas colmeias ele poderá instalar?

40. Um agricultor planeja instalar uma cobertura de lona sobre uma área de secagem de grãos que mede $2,4 \text{ dam}^2$. Sabendo que cada lona cobre 30 m^2 , quantas lonas serão necessárias?

1.4 Encontro IV – Fixação dos conteúdos estudados

Este encontro é destinado à retomada e fixação dos conteúdos abordados nos encontros anteriores, com foco na correção das atividades propostas, esclarecimento de dúvidas e reforço dos conceitos fundamentais.

O professor poderá conduzir a correção coletiva dos exercícios, incentivando os alunos a compartilharem estratégias de resolução e discutirem os raciocínios utilizados. Também é recomendada a utilização deste momento para revisar pontos que apresentaram maior dificuldade e, se necessário, propor uma atividade de reforço. Para isso, o educador poderá consultar o banco de exercícios complementares disponibilizado ao final deste material e selecionar questões adicionais conforme as necessidades observadas na turma.

Como apoio à correção, este encontro conta ainda com um gabarito das atividades trabalhadas até o momento. O gabarito contém apenas as respostas finais, deixando a condução das soluções e explicações a cargo do professor, de acordo com sua metodologia e com o perfil dos alunos.

Gabaritos

1. a) 600 m² b) 100 m²
2. a) 20 litros b) 1 litro
3. a) 2 000 kg b) 8 000 kg c) R\$ 256 000,00
4. a) 280 kg b) 2 800 kg c) 70 sacos; R\$ 8 400,00
5. a) R\$ 420,00 b) R\$ 252,00
6. a) 1 000 m² b) 2 500 sementes
7. a) 3 600 kg b) R\$ 21 600,00
8. a) 1 800 litros b) 21 600 litros
9. a) 48 kg b) 2 sacos c) Sobra de 2 kg
10. a) 30 sacos b) 0 kg
11. a) Revezamento com 6 bois por piquete b) 7 dias por grupo
12. Resposta aberta
13. a) 5 600 m b) 0,46 m c) 4 200 cm d) 120 dm e) 75 m
14. a) 4,000 b) 2,700 c) 0,300
15. a) 2,4 km b) 24 hm c) 240 dam d) 240 000 cm
16. 3 600 cm; 0,04 km; 380 m; 0,5 hm
17. 1,25 m 18. 4 400 m 19. 9 600 m
20. 400 m 21. 320 cm 22. 3 km
23. 1 km 24. 13,5 hm 25. 13 500 m
26. 90 dam 27. 36 000 dm 28. 2 500 000 m²
29. 750 m² 30. 3 000 000 000 mm² 31. 1,2 m²
32. 7 500 cm² 33. 1 500 000 cm² 34. 240 placas
35. 4 800 m² 36. 5 aspersores 37. 2 estufas
38. 8 prateleiras 39. 750 colmeias 40. 8 lonas

1.5 Encontro V – Unidades de medidas agrárias

Nas atividades do campo, é comum o uso de unidades de medida tradicionais para expressar comprimentos e áreas. Essas chamadas unidades agrárias antecedem a padronização promovida pelo SI e continuam amplamente utilizadas em contextos rurais, especialmente na delimitação de terras, no planejamento de plantações, na construção de cercas e na implementação de sistemas de irrigação.

Muitas dessas unidades têm origens antigas e foram utilizadas por diferentes povos ao longo da história, assumindo valores distintos conforme a região e os costumes locais. Esse caráter histórico e cultural confere às unidades agrárias um papel importante não apenas na prática cotidiana do campo, mas também como expressão dos saberes tradicionais e da diversidade regional. ,

1.5.1 Unidades de comprimento no meio rural

Entre as unidades de comprimento mais utilizadas no espaço rural, destacam-se:

Polegada: apesar de não fazer parte do SI, a polegada ainda é amplamente utilizada no meio rural, especialmente em ferramentas e equipamentos. Historicamente baseada na largura do polegar humano, a polegada tem origem antropométrica, assim como outras unidades tradicionais como o palmo e a chave. Seu valor atual está padronizado em 2,54 centímetros. Em regiões rurais, é comum encontrar sua utilização em medidas de tubos, parafusos e mangueiras.

Chave: é uma medida de comprimento tradicionalmente utilizada no meio rural, especialmente em atividades informais de medição. Corresponde à distância entre a ponta do dedo polegar e a do dedo indicador quando os dedos estão totalmente abertos, formando um ângulo obtuso de aproximadamente 120° . Assim como outras medidas baseadas no corpo humano, a chave não é padronizada, mas apresenta um valor médio de cerca de 15 centímetros. É bastante empregada em medições rápidas no campo, como no espaçamento entre plantas, no distanciamento entre fios de arame farpado de uma cerca ou, de modo geral, para aferir pequenas distâncias com praticidade.

Palmo: corresponde à distância entre a ponta do dedo mínimo e a do polegar com a mão completamente aberta. Trata-se de uma medida prática e imediata, tradicionalmente utilizada no meio rural, mas sem padronização formal. Seu valor pode variar conforme o tamanho da mão da pessoa, geralmente entre 20 *cm* e 25 *cm*. Para fins de referência, adota-se como média aproximada o valor de 22,5 *cm*.

Braça: refere-se à envergadura de um homem com os braços abertos. Seu valor médio gira em torno de 2,2 metros, embora possa haver variações regionais. Essa medida é comumente usada para demarcar distâncias em terrenos ou determinar o comprimento de cercas.

Légua: é uma unidade de medida antiga, tradicionalmente utilizada para expressar longas distâncias. Historicamente, no Brasil colonial, a légua de sesmaria correspondia a aproximadamente 6,6 quilômetros. No entanto, no estado do Ceará, consolidou-se o uso da légua de 6 quilômetros, especialmente no meio rural, onde ainda hoje é comum ouvi-la em referência à extensão de terrenos. Apesar de não fazer parte do sistema de medidas oficial, permanece viva na linguagem cotidiana de muitas comunidades rurais cearenses.

Essas unidades refletem a praticidade e a tradição do campo, sendo muitas vezes preferidas por agricultores, vaqueiros e outros profissionais rurais, especialmente em contextos onde instrumentos de medição modernos não estão sempre disponíveis.

O QUE É SESMARIA?

Era um tipo de concessão de terras feita pelo governo português, especialmente durante o período colonial, essas terras eram doadas a particulares com a condição de que fossem cultivadas e exploradas economicamente. Quem recebia uma sesmaria se comprometia a “torná-la produtiva”. Esse sistema foi amplamente utilizado no Brasil entre os séculos XVI e XIX como forma de estimular a ocupação e o desenvolvimento das colônias. A extensão das sesmarias era frequentemente medida em léguas, o que ajuda a explicar a associação da “légua de sesmaria” com a medida de aproximadamente 6,6 km.

Confira, a seguir, um quadro comparativo das principais unidades tradicionais abordadas:

Quadro 12: Unidades Tradicionais de Comprimento.

UNIDADE	DEFINIÇÃO TRADICIONAL	VALOR MÉDIO
Polegada	Largura do polegar (base antropométrica comum em diversos contextos)	2,54 cm
Chave	Distância entre o polegar e o indicador abertos em ângulo ($\approx 120^\circ$)	15 cm
Palmo	Distância entre o dedo mínimo e o polegar com a mão aberta	22,5 cm
Braça	Envergadura de um homem com os braços abertos	2,2 m
Légua	Distância de referência em terrenos coloniais; no Ceará, usada como 6 km	6 km

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esses valores servem de base para a conversão entre unidades e serão considerados sempre que tais medidas forem utilizadas, garantindo uniformidade e coerência nas resoluções.

1.5.2 Unidades de superfície (área) no meio rural

Para a medição de áreas, como plantações, pastos e sítios, são utilizadas unidades agrárias específicas. Entre as mais comuns estão:

Centiare (ca): corresponde a 1 metro quadrado. Embora pouco utilizada de forma isolada, aparece como parte de um sistema composto por três unidades agrárias de superfície. O centiare é considerado um submúltiplo do are, sendo equivalente a 0,01 *are*.

Are (a): equivale a 100 metros quadrados, ou 100 *centiares*. Apesar de não ser amplamente empregada, é mais comum que o centiare, sendo utilizada, sobretudo, para descrever pequenas parcelas de terra. O are integra o mesmo sistema de medidas que o centiare, sendo considerado a unidade-padrão desse sistema.

Hectare (ha): é a unidade mais utilizada em documentos oficiais, registros fundiários e no meio técnico. Corresponde a 10 000 metros quadrados e é amplamente empregada na medição de grandes áreas agrícolas e propriedades rurais. O hectare é um múltiplo do are, sendo equivalente a 10 000 *ares*.

Essas unidades fazem parte de uma padronização adotada em todo o território brasileiro, especialmente em contextos legais e técnicos. A seguir, apresenta-se uma tabela com seus respectivos valores médios:

Quadro 13: Unidades agrárias de superfície e seus valores em m^2 .

Unidade	Símbolo	Valor (m^2)
Centiare	ca	1
Are	a	100
Hectare	ha	10 000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Exemplo 4

Dona Lúcia é uma agricultora familiar que cultiva hortaliças em sua pequena propriedade rural. A área total do seu terreno corresponde a 1,32 *hectares*. Com o objetivo de organizar melhor o plantio de diferentes culturas, ela decidiu dividir o terreno em parcelas menores, utilizando as unidades are e centiare como referência. Pergunta-se:

1. A quantos ares corresponde essa área?
2. Quantos centiares existem no total dessa propriedade?

Solução: Sabendo que 1 *hectare* equivale a 10 000 *metros* quadrados, temos:

$$1,32 \text{ ha} = 1,32 \cdot 10\,000 = 13\,200 \text{ m}^2$$

Como 1 *are* equivale a 100 metros quadrados, basta dividir a área total por 100:

$$13\,200 \div 100 = 132 \text{ ares}$$

Já que 1 *centiare* equivale a 1 metro quadrado, o número de centiares é igual ao número de metros quadrados:

$$13\,200 \text{ m}^2 = 13\,200 \text{ centiares}$$

Portanto, a área da propriedade de Dona Lúcia corresponde a 132 *ares* ou 13200 *centiares*.

Além das unidades oficiais e padronizadas, como o hectare, o are e o centiare, também é comum encontrar no contexto agrário brasileiro outras unidades tradicionais de área, cujos valores podem variar regionalmente. Entre elas, destacam-se:

Tarefa: bastante comum no Nordeste brasileiro, essa unidade de área apresenta variações de valor conforme a localidade. Em muitas regiões, é padronizada como equivalente a 3 630 m^2 . No estado do Ceará, entretanto, também há variações, sendo o valor mais comum utilizado o de 3 025 m^2 .

Esse valor decorre de uma definição tradicional da tarefa como sendo a superfície de uma região quadrada com 25 braças de lado, popularmente conhecida como “25 braças em quadro”, resultando em 625 braças quadradas. Considerando que cada braça mede aproximadamente 2,2 *metros*, temos:

$$25 \cdot 2,2 = 55 \text{ metros}$$

Assim, uma tarefa corresponde à área de um quadrado de 55 *metros* de lado, ou seja:

$$55 \cdot 55 = 3\,025 \text{ metros quadrados}$$

Alqueire: é uma unidade de medida de área amplamente utilizada em diferentes regiões do Brasil, especialmente em estados das regiões Sudeste, Centro-Oeste e Norte. Trata-se de uma medida tradicional, de origem colonial, que ainda está presente em documentos, registros de propriedades rurais e na linguagem cotidiana de produtores. No estado de São Paulo, um alqueire paulista vale aproximadamente 24 200 m^2 . Já o alqueire mineiro é geralmente considerado como 48 400 m^2 . E o alqueire do Norte pode chegar a 27 225 m^2 .

No estado do Ceará, o alqueire não é uma unidade agrária tradicionalmente utilizada, estando ausente tanto em registros históricos locais quanto em práticas atuais de medição

de terras. Seu uso é, portanto, incomum na região e pouco conhecido entre os trabalhadores e produtores rurais cearenses.

Sugestão de Exercícios

41. Durante a medição de uma cerca nos fundos da propriedade, o agricultor João utilizou a unidade que aprendeu com seu pai: o palmo. Ele contou 100 palmos ao longo da lateral. Sabendo que cada palmo mede cerca de 22 cm, ele se pergunta: qual seria esse comprimento, aproximadamente, em braças?
42. Para construir um curral simples com estacas de madeira e cercado de arame, Dona Francisca delimitou uma área retangular com 30 braças de comprimento por 20 de largura. Ela quer saber o tamanho do espaço que o curral vai ocupar em tarefas.
43. Todos os dias, logo cedo, o vaqueiro Zé Camilo conduz o gado por uma trilha conhecida que, segundo ele, tem cerca de 1 légua de extensão até o pasto comunitário. Ao final da semana, qual a distância total que ele percorre, considerando os sete dias? Considere a légua cearense.
44. No interior do sertão, seu José decidiu medir o terreno da roça que pretende comprar. Ele descobriu que todos os lados do terreno quadrado medem 25 braças. Ele quer ter uma noção da área disponível para plantio em hectares. Quanto mede esse terreno?
45. Com o crescimento da procura por mel, um apicultor cearense decidiu ampliar sua produção. Ele comprou um terreno com área de 2 alqueires do norte e pretende instalar colmeias. Considerando que cada colmeia precisa de, no mínimo, 20 m² para garantir boa produtividade, quantas ele poderá instalar?
46. Dona Rita resolveu medir o terreno do seu quintal com uma fita improvisada feita de pano, usando como referência o palmo. Ela registrou 68 palmos de comprimento e 45 de largura. Sabendo que um palmo tem, em média, 22 cm, essa medida é compatível com os 15 m por 10 m informados na planta da casa?
47. Na feira da cidade, o agricultor Pedro escutou que um hectare equivale a exatamente 4 tarefas. Como sua roça tem exatamente 7 tarefas, ele quer saber com mais precisão quantas hectares isso representa.
48. Durante a medição de uma pequena chácara no interior, foi informado que ela possui 5.000 centiares de área. O comprador, acostumado a negociar em hectares, deseja saber qual seria o valor correspondente nessa unidade.
49. Em uma comunidade rural, o agricultor Raimundo costuma usar a unidade

“chave” para medir o espaçamento entre as mudas de feijão. Ele afirma que planta uma muda a cada 10 chaves. Qual a distância total percorrida ao plantar 150 mudas?

50. Ao construir uma cerca provisória para separar uma pequena área da horta, a agricultora Mariana utilizou tábuas de madeira fixadas a cada 24 polegadas. Se a cerca tem 14 metros de extensão, quantas tábuas ela precisou fixar?

51. No interior do Ceará, é comum utilizar estacas da madeira de sabiá para construir cercas em propriedades rurais. Seu Antônio vai cercar um terreno retangular que mede 66 metros de comprimento por 30 metros de largura. Ele pretende colocar uma estaca a cada braço de distância, seguindo os ensinamentos de seu avô. Quantas estacas ele precisará, para cercar completamente o terreno?

1.6 Encontro VI – Conversão entre Unidades de medidas do SI e unidades de medidas agrárias

Este encontro tem como foco principal o desenvolvimento da habilidade de converter medidas entre o SI) e as unidades agrárias tradicionais, frequentemente utilizadas no meio rural.

Ao longo da disciplina, já foram apresentadas diversas unidades de medida como polegada, palmo, braça, chave, légua, tarefa, alqueire, hectare, entre outras. Sabemos que essas unidades, embora muito presentes no cotidiano agrícola, nem sempre seguem um padrão fixo, sendo muitas vezes influenciadas pela região ou pela tradição local. Por isso, ao realizar qualquer tipo de transformação, é fundamental considerar a referência adotada regionalmente.

Este momento será dedicado à resolução de exercícios contextualizados que envolvem a conversão de unidades, com o objetivo de tornar o aprendizado mais significativo e próximo da realidade do estudante. A proposta é apresentar problemas aplicados à agricultura, apicultura, pecuária e uso da terra, em que as medidas são expressas em unidades diferentes, exigindo a tradução correta para outra escala.

A seguir, veja exemplos de situações resolvidas que ilustram essas conversões de forma prática e acessível.

Exemplo 5

Seu Raimundo deseja saber quantas tarefas de terra possui, já que adquiriu uma área de 1,5 hectare. Como está habituado a lidar com a medida tradicional da tarefa, usada em sua comunidade, ele quer fazer a conversão.

Solução: Sabendo que, no Ceará, uma tarefa é geralmente considerada como $3\,025\ m^2$, e que $1\ \text{hectare} = 10\,000\ m^2$, temos:

$$1,5\ ha = 15\,000\ m^2$$

Agora, dividimos a área em m^2 pelo valor da tarefa:

$$15\,000 \div 3\,025 \approx 4,95$$

Portanto, possui 4,95 tarefas de terra.

Exemplo 6

Dona Francisca mediu a frente de seu terreno com base em uma unidade tradicional. Ela informou que a cerca frontal possui 12 braças de comprimento. Para fins de regularização no cartório, precisa apresentar essa medida em metros.

Solução: Sabendo que uma braça equivale a 2,2 metros, temos:

$$12 \text{ braças} = 12 \cdot 2,2 = 26,4 \text{ metros}$$

Logo, a cerca frontal mede 26,4 metros.

Exemplo 7

Um agricultor possui um terreno com $54\,450 \text{ m}^2$ e quer saber quantos alqueires do Norte essa área representa, pois vai compará-la com outro lote vendido nessa unidade.

Solução: Sabemos que 1 alqueire do Norte mede $27\,225 \text{ m}^2$. Assim, basta fazer:

$$54\,450 \div 27\,225 = 2$$

Logo, a área equivale a 2 alqueires do Norte.

Exemplo 8

Um vaqueiro relata que percorre meia légua para chegar ao pasto com o rebanho. Sabendo que, no Ceará, adota-se o valor de 6 *km* por légua, qual é a distância em braças, percorrida por ele?

Solução: Como uma légua é 6 *km*, então, meia légua é $6 \text{ km} \div 2 = 3 \text{ km}$, que por sua vez equivale a 3 000 metros. Sabemos que a cada 2,2 metros temos uma braça, assim, basta fazer $3\,000 \text{ m} \div 2,2 \text{ m} = 1\,363,63$ braças aproximadamente.

Exemplo 9

Seu Joaquim afirma que a propriedade herdada de seus pais se estende por 1,2 léguas, conforme registros antigos. Ele deseja converter essa medida para metros, para atualizar os dados no CAR (Cadastro Ambiental Rural).

Solução: Como uma légua equivale a 6 000 *metros*. Temos:

$$1,2 \cdot 6\,000 = 7\,200 \text{ metros}$$

Portanto, a propriedade mede 7 200 metros de extensão.

Exemplo 10

Roberto está negociando uma parte de sua terra, correspondente a 3,5 tarefas. O comprador, no entanto, pediu que a área fosse informada em metros quadrados.

Solução: Considerando a tarefa cearense como $3\,025 \text{ m}^2$, segue que,

$$3,5 \cdot 3\,025 = 10\,787,5 \, m^2$$

Logo, a área corresponde a 10 787,5 metros quadrados.

Embora as conversões entre unidades do Sistema Internacional e as unidades agrárias tradicionais não apresentem grande complexidade matemática, é fundamental que o educando compreenda a importância de se atentar aos valores específicos adotados em cada região. Medidas como a tarefa, a légua ou o alqueire, por exemplo, possuem variações consideráveis de uma localidade para outra, o que pode impactar diretamente nos resultados e na comunicação eficiente entre agricultores, técnicos e órgãos oficiais.

Sugestão de Exercícios

- 52.** Transforme 3 tarefas em hectares.
- 53.** Converta 1,2 hectares em ares.
- 54.** Transforme 6 000 m^2 em tarefas.
- 55.** Um agricultor possui uma pequena plantação em um terreno de 3 hectares. Ele deseja saber qual é essa área em metros quadrados.
- 56.** Um assentamento rural foi dividido entre cinco famílias. Cada uma ficou com uma área de 1,2 hectares. Qual é o total da área ocupada pelo assentamento em metros quadrados?
- 57.** Um agricultor mediu a largura de um canteiro usando polegadas e obteve 80 polegadas. Qual é esse valor em metros, decímetros e centímetros da largura desse canteiro?
- 58.** Para medir a altura de uma cerca viva, foram usadas 40 chaves de comprimento. Considerando o valor médio para a chave, qual é essa medida expressa em decâmetros?
- 59.** Um pequeno terreno foi delimitado com 120 palmos em linha reta. Considerando o valor médio de um palmo, qual o comprimento total do terreno em metros?
- 60.** Um apicultor do interior do Ceará instalou um apiário em uma região cercada por vegetação nativa. Sabendo que as abelhas possuem um raio de atuação médio de 300 metros em torno da colmeia, estima-se que a área explorada pelas abelhas seja de aproximadamente 282 743 m^2 . Com base nisso, responda: a) Qual é essa área aproximada em hectares? b) Considerando que, na região, 1 tarefa corresponde a cerca de 3 025 m^2 , quantas tarefas aproximadamente as abelhas estão explorando?

61. Um vaqueiro percorre diariamente uma trilha de 3 léguas para conduzir o gado. Considerando a légua cearense, quantos hectômetros ele percorre por dia?

62. Um criador de gado no Ceará possui uma fazenda com $1,5 \text{ km}^2$ de extensão total. Segundo o artigo 12 do Código Florestal (Lei nº 12 651/2012), propriedades rurais em regiões fora da Amazônia Legal, como o Ceará, devem manter no mínimo 20% da área como Reserva Legal.

- a) Qual é a área mínima de Reserva Legal exigida pela lei, em hectares para esta propriedade?
- b) O proprietário decidiu destinar 30% da sua fazenda à reserva. Considerando que o restante será usado como pastagem, qual será a área disponível para o pasto, em tarefas?
- c) Se cada hectare de pastagem sustenta, em média, 2,5 cabeças de gado, qual é o número máximo de animais que a fazenda pode manter legalmente?

63. Um produtor tem um terreno de 2 hectares, mas deseja dividir em lotes de 625 m^2 cada. Quantos lotes conseguirá fazer?

1.7 ENCONTRO VII – Perímetro de polígonos e área de figuras planas: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo.

O perímetro é uma medida relacionada ao contorno de uma figura plana. De modo geral, representa a extensão da linha que delimita uma figura bidimensional, sendo expresso na mesma unidade das medidas lineares utilizadas.

A seguir, veremos como calcular o perímetro de figuras planas poligonais e a área de algumas figuras planas, enquanto que o perímetro do círculo trataremos em outra sessão.

1.7.1 Perímetro de figuras poligonais

O perímetro de um polígono é dado pela soma do comprimento de todos os seus lados. Se um polígono possui n lados, com comprimentos $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$, o perímetro, denotado por $2p$ pode ser expresso pela fórmula:

$$2p = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

Nos polígonos regulares, onde os lados são congruentes, ou seja, possuem o mesmo comprimento, seja L a medida de cada lado, o perímetro pode ser representado pela soma repetida desse valor:

$$2p = L + L + L + \dots + L$$

Como essa soma se repete n vezes, sendo n o número de lados do polígono, temos a fórmula:

$$2p = n \cdot L$$

Exemplo 11

Cláudio adquiriu recentemente um terreno na zona rural da região centro-sul do Ceará, com o objetivo de iniciar a criação de gado. O terreno possui formato retangular, com 60 braças de largura e meia légua de comprimento, conforme figura 1. Para realizar o cercamento e a organização interna da propriedade, Cláudio pretende:

- Construir duas divisórias internas: uma para separar o terreno em duas áreas de pastagem e outra destinada à preservação de uma reserva de vegetação nativa;
- Fixar estacas a cada braça ao longo de todo o contorno do terreno e também ao longo das divisórias internas;
- Instalar 7 fios de arame farpado em toda a extensão da cerca, garantindo que

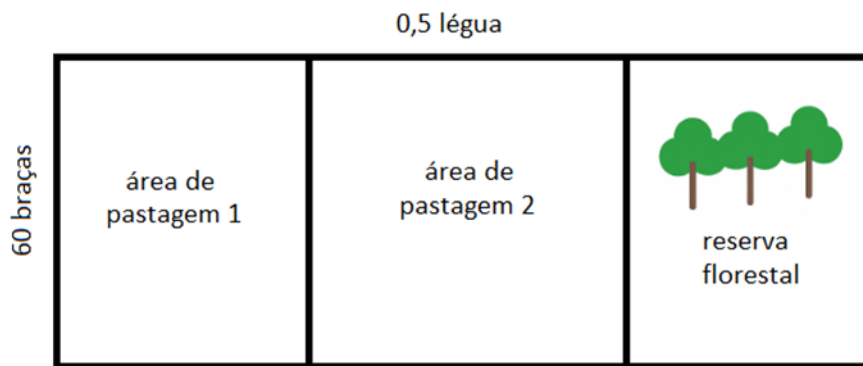
até mesmo animais de pequeno porte não escapem.

O arame farpado é comercializado em rolos de 500 metros e os grampos utilizados para afixá-lo às estacas são vendidos com aproximadamente 195 unidades por quilograma.

Com base nessas informações, pergunta-se:

1. Quantos rolos de arame farpado Cláudio deverá comprar?
2. Quantas estacas serão necessárias para a instalação completa da cerca, incluindo as divisórias internas?
3. Quantos quilogramas de grampos serão necessários para afixar todos os fios nas estacas?

Figura 1: Representação hipotética do terreno de Cláudio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Solução: Para resolver o problema, podemos converter as medidas agrárias para o Sistema Internacional de Unidades. O terreno possui 60 braças de largura e meia légua de comprimento. Considerando que cada braça mede cerca de 2,2 metros e que a légua cearense corresponde a 6 000 metros, temos:

- Largura: $60 \cdot 2,2 = 132$ metros
- Comprimento: $0,5 \cdot 6000 = 3000$ metros

O perímetro do terreno (contorno externo) é dado por:

$$2p = 2 \cdot (132 + 3000) = 2 \cdot 3132 = 6264 \text{ metros}$$

Há ainda duas divisórias internas, ambas no sentido da largura, totalizando:

$$2 \cdot 132 = 264 \text{ metros}$$

Logo, a extensão total a ser cercada é:

$$6264 + 264 = 6528 \text{ metros}$$

Como serão utilizados sete fios de arame em toda a extensão, a quantidade total de arame necessária será:

$$7 \cdot 6\,528 = 45\,696 \text{ metros}$$

Sabendo que cada rolo de arame farpado contém 500 metros, o número de rolos a ser comprado é:

$$45\,696 \div 500 \approx 91,39$$

Portanto, como não é possível adquirir frações de rolos, Cláudio deverá adquirir 92 rolos de arame farpado.

As estacas serão fixadas a cada braça, ou seja, a cada 2,2 metros. A quantidade total de estacas necessárias é:

$$6\,528 \div 2,2 \approx 2\,967 \text{ estacas}$$

Cada estaca receberá sete fios, e, portanto, sete grampos. O total de grampos será:

$$2\,967 \cdot 7 = 20\,769 \text{ grampos}$$

Sabendo que há aproximadamente 195 grampos por quilograma, o total em massa será:

$$20\,769 \div 195 \approx 106,52 \text{ kg}$$

Em resumo, Cláudio precisará de 92 rolos de arame farpado, 2 967 estacas e aproximadamente 107 kg de grampos de fixação.

Note que, com um pouco mais de atenção, é possível refinar ainda mais os resultados. Isso porque as cercas que compõem as divisórias internas do terreno não integram o perímetro externo e, portanto, podem ser tratadas separadamente no cálculo do número de estacas.

Sabendo que o perímetro externo do terreno é de 6 264 metros e que as estacas serão fixadas a cada 2,2 metros (uma braça), temos aproximadamente 2848 estacas ao longo do contorno. Já as divisórias internas, que percorrem a largura do terreno (60 braças cada), totalizariam inicialmente 120 estacas (60 por divisória). No entanto, como essas divisórias se conectam diretamente à cerca do perímetro, elas podem aproveitar as estacas já existentes nas extremidades. Assim, é possível subtrair duas estacas por divisória, reduzindo o total para 116 estacas ao longo das divisórias. Com isso, o número total de estacas necessárias passa a ser:

$$2\,848 \text{ (perímetro)} + 116 \text{ (divisórias)} = 2\,964 \text{ estacas}$$

Quanto aos grampos de fixação, mesmo utilizando estacas já posicionadas nas extremidades das divisórias, ainda será necessário prender os fios de arame nelas. Portanto, o total de grampos permanece praticamente o mesmo, estimando-se ainda cerca de 107 *kg*.

Essa análise mais cuidadosa evidencia como o uso criterioso da matemática pode não apenas garantir a precisão dos cálculos, mas também gerar economia de recursos e maior eficiência na execução do trabalho.

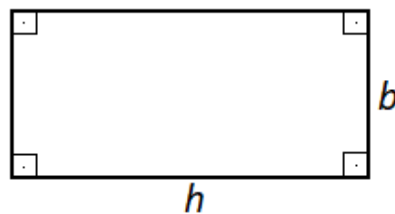
1.7.2 Área do retângulo, paralelogramo e quadrado

A área de um retângulo é dada pela fórmula:

$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h \quad (1)$$

onde b é a base (comprimento) e h é a altura (medida perpendicular à base. Observe a figura a seguir:

Figura 2: Retângulo.

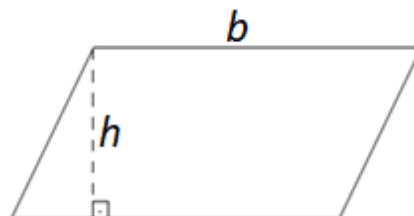


Fonte: Elaborado pelo autor.

A fórmula para calcular a área do paralelogramo (figura 3) coincide com a fórmula para calcular a área de um retângulo. Assim:

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h \quad (2)$$

Figura 3: Paralelogramo.



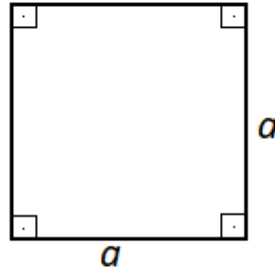
Fonte: Elaborado pelo autor.

A fórmula para calcular a área de um quadrado (Figura 4) também coincide com a fórmula para calcular a área do retângulo. No entanto, como o quadrado possui todos os

lados congruentes, seja a a medida do lado do quadrado; segue que

$$\begin{aligned} A_{\text{quadrado}} &= b \cdot h \\ A_{\text{quadrado}} &= a \cdot a \\ A_{\text{quadrado}} &= a^2 \end{aligned} \tag{3}$$

Figura 4: Quadrado.



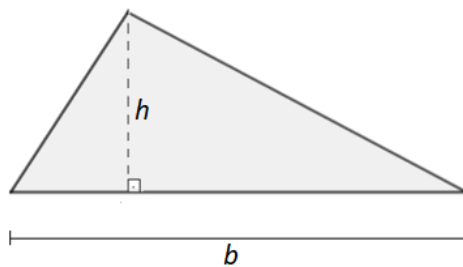
Fonte: Elaborado pelo autor.

1.7.3 Área do triângulo

De modo geral, a área de um triângulo qualquer (como ilustrado na figura 5 é dada por:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} \tag{4}$$

Figura 5: Triângulo qualquer com base b e altura h .



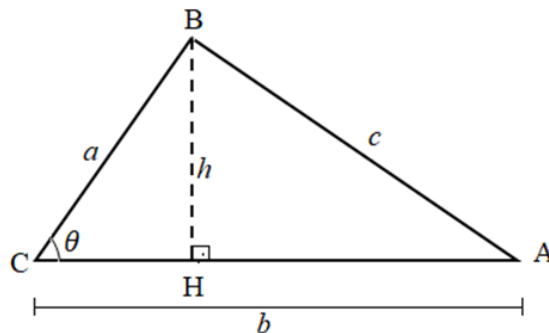
Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da fórmula tradicional baseada na base e na altura, existem outras formas alternativas de calcular a área de um triângulo qualquer. Uma delas é utilizada quando se conhecem dois lados consecutivos e o ângulo formado entre eles, sendo conhecida como fórmula trigonométrica da área do triângulo.

Considere um triângulo ABC qualquer, com base $\overline{AC} = b$, altura $\overline{AH} = h$ relativa à base $\overline{AC}$, e lados $\overline{BC} = a$ e $\overline{AB} = c$, sendo o ângulo $\widehat{BCH} = \theta$, como mostra a ilustração

a seguir:

Figura 6: Triângulo: base b , altura h e ângulo θ



Fonte: Elaborado pelo autor.

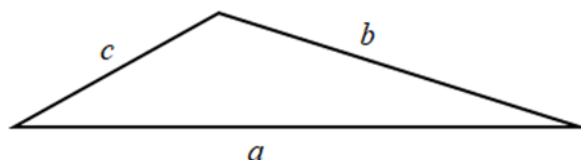
Dessa forma, a área do triângulo pode ser expressa por:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\theta)}{2} \quad (5)$$

Em suma, quando se conhecem dois lados e o ângulo formado entre eles, calcula-se a área como metade do produto desses lados pelo seno desse ângulo.

Em algumas situações, pode-se conhecer apenas as medidas dos três lados de um triângulo, sem que se tenha acesso à altura ou aos ângulos, como apresentado na figura 7:

Figura 7: Triângulo qualquer com medidas dos lados conhecidas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste caso, calcula-se inicialmente o semiperímetro desse triângulo, dado por:

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

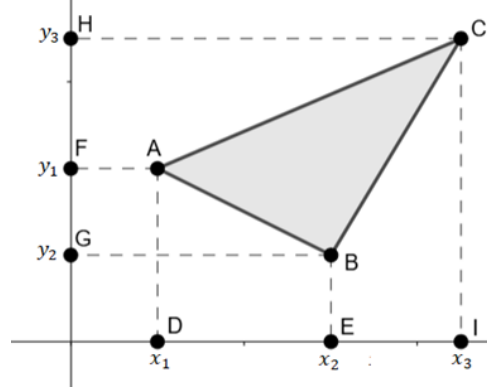
Com base no valor de p , a área do triângulo pode ser determinada por meio da seguinte expressão²:

$$A_{\text{triângulo}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (6)$$

Podemos ainda calcular a área de um triângulo por meio de uma fórmula baseada nas posições dos pontos no plano. Observe a figura 8:

²Trata-se da fórmula de Heron, aplicável a qualquer triângulo. Nesta denominação, as letras a , b e c indicam os lados, e p é o semiperímetro (metade da soma dos lados).

Figura 8: Triângulo qualquer representado no plano cartesiano.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ os vértices de um triângulo no plano cartesiano, a área pode ser calculada por meio da fórmula:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{|\det(M)|}{2} \quad (7)$$

onde: $\det(M)$ ³ é o determinante da matriz formada pelas coordenadas dos vértices do triângulo, ou seja:

$$\det(M) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Agora trataremos de um caso especial: a área do triângulo equilátero. Como se trata de um polígono regular, é possível expressar sua área apenas em função da medida do lado.

Considere um triângulo equilátero ABC de base $\overline{BC}$, lados medindo l e altura h como apresentado na figura 9.

Assim, a altura $\overline{AH}$ pode ser calculada por meio da fórmula:

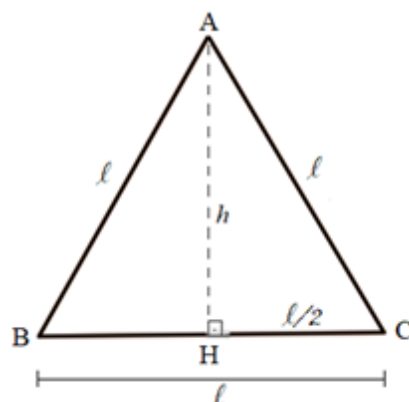
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \quad (8)$$

Enquanto que a área pode ser calculada por:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \quad (9)$$

³O determinante de uma matriz quadrada de ordem 3×3 é um número real obtido a partir de uma combinação linear dos produtos dos elementos dessa matriz, seguindo uma regra específica de sinais e multiplicações, e que pode ser usado, entre outras aplicações, para o cálculo de áreas e volumes.

Figura 9: Triângulo equilátero.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Exemplo 12

Em propriedades rurais de pequeno e médio porte, o planejamento adequado dos espaços destinados ao manejo de animais é essencial para garantir eficiência, segurança e bem-estar dos rebanhos. A construção de currais com repartições específicas permite separar os animais por categorias (idade, sexo ou finalidade), facilitando atividades como vacinação, controle sanitário, alimentação e embarque para comercialização. Além disso, o uso de estruturas como bretes de contenção contribui para o manejo seguro dos animais e a redução do estresse, sendo recomendado por diversos órgãos técnicos.

Na zona rural do Ceará, muitos pecuaristas realizam o manejo de seus rebanhos em currais improvisados, feitos com arame e estacas de sabiá (árvore nativa da caatinga), o que pode dificultar processos como vacinação, vermifugação, separação por idade ou sexo, e embarque para comercialização. Pensando nisso, um produtor local decidiu construir um curral de alvenaria dividido em compartimentos, com o objetivo de otimizar o manejo dos animais e garantir maior organização no espaço. Atualmente, o produtor possui 40 garrotes, 20 vacas e 12 bezerros.

Ele deseja construir um curral com quatro repartições: um espaço exclusivo para os garrotes; um espaço exclusivo para as vacas; um espaço exclusivo para os bezerros e um brete ⁴de contenção com embarcador, seguindo as recomendações técnicas, com 10 metros de comprimento por 0,8 metro de largura.

Segundo recomendações da Embrapa, para garantir o bem-estar e a eficiência no manejo dos animais em currais de descanso, deve-se considerar a área mínima necessária por animal, variando conforme a categoria. Para animais jovens, como bezerros, recomenda-se um espaço de $1,0 \text{ m}^2$ por unidade; para garrotes e novilhos, a área mínima é de $1,5 \text{ m}^2$; e para vacas adultas, o ideal é que cada animal disponha de ao menos $2,0 \text{ m}^2$. Esses parâmetros visam proporcionar conforto, facilitar o manejo e evitar acidentes ou estresse nos animais durante o confinamento.

Com base nessas informações, determine:

- a) Qual deve ser a área mínima para cada uma das três repartições destinadas aos animais?
- b) Qual será a área total do curral, considerando também o brete de contenção?
- c) Que formato de construção seria mais adequado para organizar esse espaço: quadrangular ou retangular? Justifique com base na redução de materiais e no aproveitamento do terreno.
- d) Se o produtor optar por cimentar todo o curral, e o custo do m^2 cimentado for de R\$ 45,00, qual será o custo total da obra?
- e) Se as repartições forem construídas lado a lado e separadas por cercas internas de madeira, quantos metros lineares de cerca serão necessários para dividir os espaços (desconsiderando a cerca externa)?

Solução: Como o produtor possui 40 garrotes, cada um exigindo $1,5 m^2$ de área, segue que o repartimento para esses animais pode ser dado por:

$$40 \cdot 1,5 = 60 m^2$$

No caso das 20 vacas, são necessários $2 m^2$ por animal, portanto:

$$20 \cdot 2 = 40 m^2$$

Para os bezerros, são necessários apenas $1 m^2$ por animal, assim o tamanho do repartimento para esse grupo é dado por:

$$12 \cdot 1 = 12 m^2$$

Além disso, o curral deverá conter um brete de contenção com embarcador, medindo $10 m$ de comprimento por $0,8 m$ de largura, totalizando:

$$10 \cdot 0,8 = 8 m^2$$

Logo, a área mínima total destinada para o curral será:

$$A_{\text{Total}} = 60 + 40 + 12 + 8 = 120 m^2$$

⁴Embora o termo técnico seja “brete”, é comum em diversas regiões do Nordeste brasileiro, como no interior do Ceará, o uso popular da palavra “breque” para se referir à estrutura de contenção de animais.

Em termos de área total e perímetro, o formato quadrangular costuma ser o mais eficiente, pois proporciona a maior área possível com o menor perímetro. Considerando isso, poderíamos projetar um curral quadrado com lado medindo aproximadamente $10,96\text{ m}$, o que resultaria nos 120 m^2 necessários. Esse formato pode ser observado na figura a seguir:

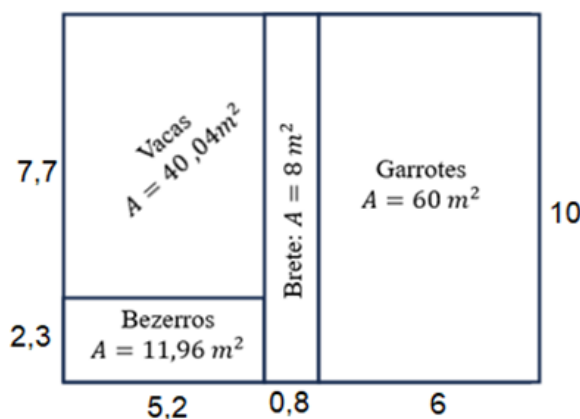
Figura 10: Curral em formato quadrado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Contudo, esse formato quadrado pode apresentar limitações em relação à distribuição interna dos espaços. Considerando que o brete possui 10 metros de comprimento, seria mais adequado que a largura do curral coincidissem com essa medida, facilitando o direcionamento dos animais e evitando áreas ociosas. Dessa forma, uma solução mais prática seria adotar um formato retangular com 10 metros de largura por 12 metros de comprimento. Essa configuração permite acomodar todos os compartimentos de forma funcional, respeitando a área mínima de 120 m^2 . Observe a figura a seguir:

Figura 11: Curral em formato retangular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste caso, o formato retangular mostra-se mais eficiente para a construção de currais, pois permite melhor aproveitamento linear do espaço, facilita a separação dos animais em fileiras, reduz a necessidade de cercas internas para divisão dos compartimentos e favorece o acesso direto ao brete, otimizando o fluxo dos animais durante o manejo.

A área total do curral é de 120 m^2 , como já calculado anteriormente. Sendo assim, o

custo para cimentar todo o curral será dado por:

$$120 \cdot 45 = 900 \text{ reais}$$

Haverá três divisórias internas entre os quatro compartimentos do curral. Considerando que a largura do curral será de 10 m (mesma medida do comprimento do brete), e que essas divisórias serão colocadas de forma paralela, teremos:

$$3 \cdot 10 = 30 \text{ m}$$

No entanto, caso uma das divisórias seja posicionada de forma perpendicular ao brete, como apresentado na figura 11, o cálculo muda, e portanto, o total de cerca interna será:

$$10 \cdot 2 + 5,2 = 25,2 \text{ m}$$

Exemplo 13

Um retângulo tem 24 cm^2 de área e 20 cm de perímetro. determine suas dimensões.

Solução: Seja x o comprimento e y a largura do retângulo.

Sabemos que:

$$\text{Área: } x \cdot y = 24 \quad (1)$$

$$\text{Perímetro: } 2x + 2y = 20 \Rightarrow x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x \quad (2)$$

Substituindo (2) na equação (1):

$$x(10 - x) = 24 \Rightarrow 10x - x^2 = 24 \Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0$$

Resolvendo a equação quadrática:

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2}$$

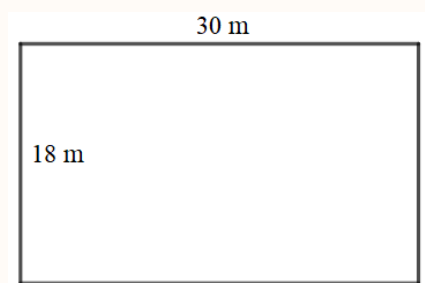
Logo:

$$x = 6 \Rightarrow y = 4 \quad \text{ou} \quad x = 4 \Rightarrow y = 6$$

Portanto, as dimensões do retângulo são 4 cm e 6 cm .

Sugestão de Exercícios

64. Um agricultor deseja cercar um terreno retangular, assim como apresentado na figura a seguir:

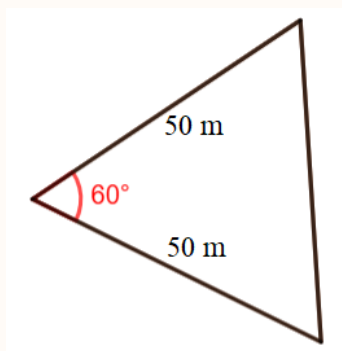


- a) Qual é a área total desse terreno, em metros quadrados?
- b) Quantos metros de arame ele precisa para cercar todo o terreno com 5 voltas de fio?

65. Um terreno em forma de triângulo tem lados medindo 9 m, 10 m e 11 m.

- a) Calcule sua área.
- b) Converta a área encontrada para m^2 e para cm^2 .

66. Uma propriedade rural tem a forma de um triângulo com dois lados medindo 50 m, formando um ângulo de 60° entre eles, como mostra a figura a seguir:



- a) Calcule a área aproximada usando a fórmula trigonométrica.
- b) Essa área equivale a quantas tarefas?

67. As coordenadas dos vértices de um terreno triangular são $A(2,3)$, $B(6,7)$ e $C(4,10)$.

- a) Calcule a área do terreno utilizando a fórmula do determinante.

- b) Suponha que 1 unidade no plano cartesiano represente 2 metros. Qual será a área real do terreno, em m^2 ?

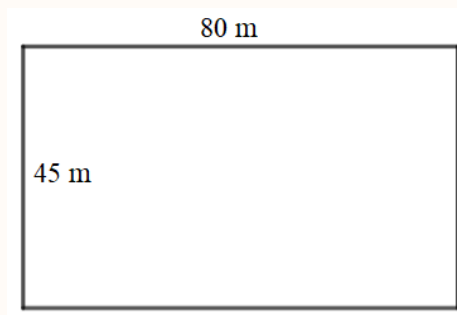
68. Uma placa metálica em forma de paralelogramo será cortada para fazer chapas. A base mede 20 palmos e a altura relativa é de 12 palmos. Sabendo que 1 palmo = 22,5 cm, calcule:

- a) A área da chapa em cm^2 .
b) A área convertida para m^2 .
c) Se cada chapa tiver $0,5 m^2$, quantas chapas poderão ser feitas com essa placa?

69. Uma área quadrada de plantio será cercada com mourões espaçados de 3 em 3 metros. Se o lado da área é de 24 metros, quantos mourões serão necessários para contornar todo o terreno, considerando que em cada vértice haverá apenas um mourão compartilhado?

70. Um depósito rural tem o formato de um paralelogramo com lados de 10 m e 14 m, formando entre eles um ângulo de 120° . Calcule a área da base do depósito.

71. Uma propriedade rural tem formato retangular, medindo 45 metros de frente por 80 metros de fundo. Observe a figura a seguir:



- a) Calcule o perímetro do terreno.
b) Se a cerca for feita com 4 fios de arame paralelos em todo o contorno, quantos metros de arame serão necessários?
- 72.** Dona Francisca herdou 2 hectares de terra e decidiu vender uma parte equivalente a 3 tarefas para investir na criação de abelhas.
- a) Quantos metros quadrados ela ainda possui?
b) Qual porcentagem da terra original foi vendida?

73. Um criador de gado deseja dividir uma área de $6\,060\text{ m}^2$ em duas repartições de tamanhos diferentes, sendo que a primeira terá o dobro da área da segunda.

- a) Qual será a área de cada repartição?
- b) Se a cerca custar R\$ 14,00 por metro e ele utilizar 200 metros de cerca no total, qual será o gasto?

74. Um apicultor instalou colmeias em uma área triangular com lados medindo 90 m , 100 m e 180 m . Ele quer saber a área total disponível para florada.

- a) Calcule a área da região utilizando a fórmula de Heron.
- b) Essa área é suficiente para instalar quantas colmeias, considerando que o ideal é uma colmeia por tarefa?

1.8 Encontro VIII – Fixação dos conteúdos estudados

Este encontro tem como objetivo a retomada e fixação dos conteúdos trabalhados nos Encontros V, VI e VII, com ênfase na correção das atividades propostas, no esclarecimento de dúvidas e no reforço dos conceitos fundamentais.

As recomendações para o docente seguem as mesmas indicadas na seção 1.4.

Como apoio à correção, apresenta-se a seguir o gabarito das atividades sugeridas nas três últimas seções.

Gabaritos

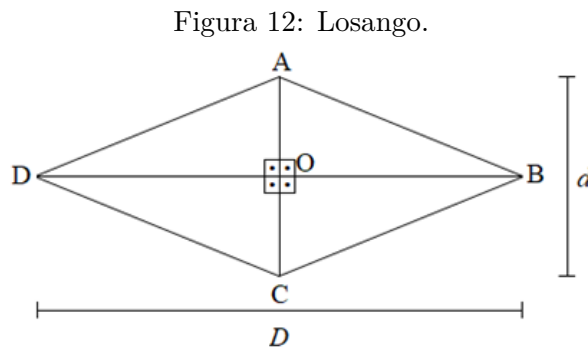
- | | | |
|--|----------------------------------|----------------------------------|
| 41. 10,23 braças | 42. 0,96 tarefas | 43. 42 000 m |
| 44. 0,30 ha | 45. 2 722 colmeias | 46. Sim |
| 47. 2,1175 ha | 48. 0,50 ha | 49. 225,0 m |
| 50. 23 tábuas | 51. 87 estacas | 52. 0,9075 ha |
| 53. 120 ares | 54. 1,9835 tarefas | 55. 30 000 m ² |
| 56. 60 000 m ² | | |
| 57. 2,03 m; 20,32 dm; 203,2 cm | | |
| 58. 0,88 dam | 59. 27,00 m | |
| 60. a) 28,27 ha b) 93,47 tarefas | | |
| 61. 180 hm | | |
| 62. a) 30 ha b) 347 tarefas c) 262 cabeças | | |
| 63. 32 lotes | | |
| 64. a) 540 m ² b) 480 m | | |
| 65. a) 42,43 m ² b) 4 243 cm ² | | |
| 66. a) 1 082,53 m ² b) 0,36 tarefas | | |
| 67. a) 10 u ² b) 40 m ² | | |
| 68. a) 121 500 cm ² b) 12,15 m ² c) 24 chapas | | |
| 69. 32 mourões | 70. 121,24 m ² | |
| 71. a) 250 m b) 1 000 m | | |
| 72. a) 10 925 m ² b) 45,38% | | |
| 73. a) 2 020 m ² b) R\$ 2 800,00 | | |
| 74. a) 2 732,30 m ² b) 0,90 tarefas | | |

1.9 ENCONTRO IX – Área de figuras planas: losango, trapézio, polígonos regulares

Inicialmente, serão apresentadas as fórmulas utilizadas para o cálculo da área do losango e do trapézio. Em seguida, será desenvolvida uma abordagem introdutória sobre o cálculo da área dos polígonos regulares.

1.9.1 Área do losango e do trapézio

Observe o polígono $ABCD$ a seguir (figura 12) que representa um losango com diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, sendo $\overline{AC} = d$ a diagonal menor e $\overline{BD} = D$ a diagonal maior.

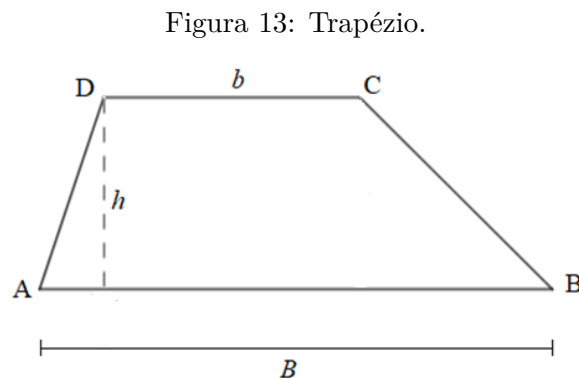


Fonte: Elaborado pelo autor.

A área de um losango pode ser obtida por meio da fórmula:

$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2} \quad (10)$$

A figura 13 representa um trapézio qualquer $ABCD$, com $\overline{AB} = B$ representando a base maior, $\overline{CD} = b$ a base menor e h a altura.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A área do trapézio pode ser calculada por meio da fórmula:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \quad (11)$$

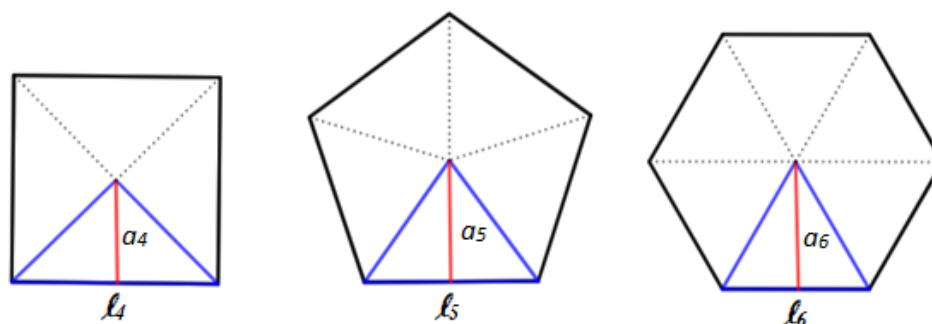
1.9.2 Área de polígonos regulares

Um polígono regular é uma figura plana formada por lados iguais e ângulos internos congruentes. Exemplos de polígonos regulares são o triângulo equilátero, o quadrado, o pentágono regular, o hexágono regular, entre outros. Esse tipo de figura aparece em diversas situações da vida prática, como no planejamento de estruturas geométricas, em projetos arquitetônicos e até mesmo na matemática agrária, quando áreas precisam ser divididas de forma simétrica e organizada.

O cálculo da área de um polígono regular pode ser feito a partir da divisão da figura em triângulos isósceles, todos iguais entre si.

De maneira geral, um polígono regular de n lados pode ser dividido em n triângulos isósceles, todos com vértice comum no centro do polígono. Indicaremos por l_n a medida do lado do polígono regular de n lados e por a_n a medida do apótema do polígono regular de n lados. Como apresentado na figura a seguir:

Figura 14: Polígonos regulares



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cada triângulo terá como base um lado do polígono e como altura o **apótema** (segmento que vai do centro até o ponto médio de um lado).

Assim, sejam:

- n : número de lados;
- l : medida do lado;
- a : medida do apótema;
- $2p = n \cdot l$: perímetro do polígono.

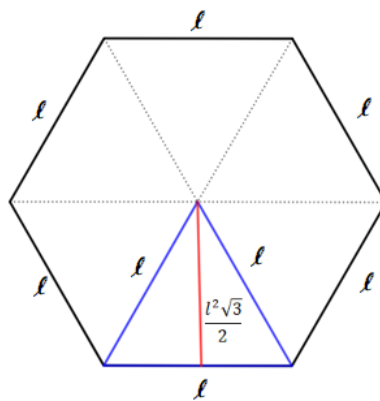
segue que, a área de um polígono regular pode ser calculada por meio da fórmula:

$$A = \frac{(2p) \cdot a}{2} \quad (12)$$

onde $2p$ representa o perímetro e a o apótema do polígono.

Tratando do caso particular do hexágono regular, ele pode ser dividido em seis triângulos isósceles. Nesse caso, esses seis triângulos isósceles são também equiláteros. Assim, a **apótema**, que corresponde à altura do triângulo, coincide com a altura do triângulo equilátero e o perímetro do hexágono é dado por $2p = 6l$, como podemos observar na figura 15.

Figura 15: Hexágono regular



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir destes valores, concluímos que a área de um hexágono regular pode ser obtida por meio da fórmula:

$$A_{\text{Hexágono regular}} = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}. \quad (13)$$

Portanto, a área de um hexágono regular de lado l pode ser calculada pela fórmula (13), sem necessidade de cálculos adicionais.

Exemplo 14

Um agricultor deseja construir um tanque de água em formato de hexágono regular, utilizando placas de concreto para o piso. Cada lado do hexágono mede 4 m . Calcule a área total do piso que deverá ser concretado.

Solução: A área de um hexágono regular de lado l é dada pela fórmula (13). Substituindo $l = 4$:

$$A = \frac{3 \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ m}^2.$$

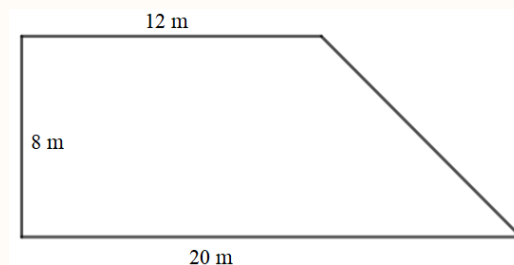
Portanto, a área do piso do tanque hexagonal será de aproximadamente $41,6 \text{ m}^2$.

Sugestão de Exercícios

75. Um agricultor delimitou uma pequena área de pastagem em formato de losango. As diagonais medem 20 braças e 12 braças. Sabendo que cada braça equivale a $2,2 \text{ m}$, calcule a área total da pastagem em metros quadrados.

76. Em uma horta escolar foi construído um canteiro em formato de losango, com diagonais medindo $2,4 \text{ m}$ e $1,6 \text{ m}$. Sabendo que cada metro quadrado precisa de 15 mudas de alface, determine quantas mudas serão necessárias para ocupar todo o canteiro.

77. Um terreno em formato de trapézio tem bases medindo 20 m e 12 m , e altura de 8 m , conforme ilustração a seguir. O agricultor deseja plantar milho nesse terreno. Se cada hectare de milho produz em média 5 toneladas, estime a produção esperada para esse terreno.



78. Um tanque de irrigação foi construído em forma de trapézio retângulo, com bases medindo 15 m e 9 m , e altura de 6 m . Calcule a área da superfície do tanque.

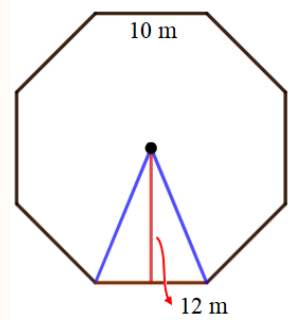
79. Um apicultor construiu um cercado em forma de hexágono regular para proteger um pequeno jardim de plantas melíferas. Cada lado mede 5 m . Calcule a área total do espaço cercado. Considere $\sqrt{3} = 1,732$.

80. Um apicultor decidiu comercializar o mel de sua produção em recipientes especiais, em formato de prisma de base hexagonal regular, lembrando os favos de mel construídos pelas abelhas. Para deixar o produto mais atrativo, ele cobre as laterais e a base inferior de cada recipiente com um material adesivo impresso com desenhos de abelhas e favos.

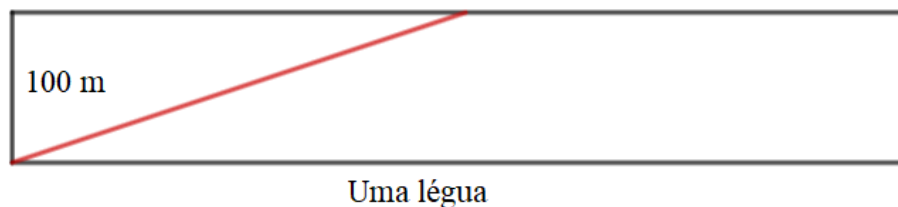
Cada recipiente tem base hexagonal regular com lado medindo 8 cm e altura de 10 cm . Calcule a área total que deverá ser coberta com o adesivo em cada recipiente, considerando $\sqrt{3} = 1,732$.

Obs.: O adesivo não será colocado na base superior, que ficará aberta para o fechamento com tampa.

81. Calcule a área de um octógono regular de lado 10 m , sabendo que sua apótema mede aproximadamente 12 m .



82. Um grande produtor possui um terreno retangular que mede uma légua de comprimento por 100 m de largura. Ele decidiu dividi-lo em duas partes, traçando uma cerca que liga um dos vértices ao ponto médio do maior lado oposto. Na parte menor, em formato de triângulo, ele pretende manter uma reserva florestal. Já a parte maior, em formato de trapézio, será destinada ao cultivo de milho (observe a figura a seguir). Calcule quantas hectares foram destinadas ao plantio de milho.



83. Resolva:

- a) Calcule a área de um losango de diagonais 15 cm e 10 cm .
- b) Calcule a área de um trapézio com bases 12 cm e 8 cm e altura 7 cm .
- c) Calcule a área de um hexágono regular de lado 6 cm .

1.10 ENCONTRO X – Comprimento da circunferência e área de figuras planas: círculo e coroa circular

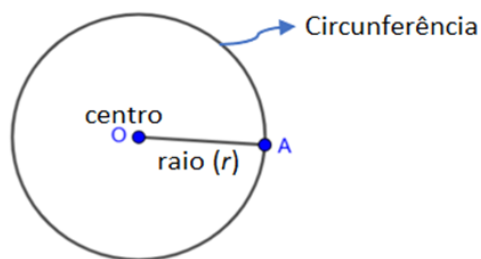
Nesta seção, serão apresentadas as fórmulas utilizadas para calcular o comprimento de uma circunferência a área do círculo e a área da coroa circular.

1.10.1 Comprimento da circunferência

No caso das figuras não poligonais, não é possível calcular o perímetro por meio da soma das medidas dos lados, uma vez que essas figuras não possuem lados bem definidos, como ocorre nos polígonos. Esse é o caso das figuras circulares, cujo contorno é formado por uma linha curva contínua. Assim, define-se o perímetro de figuras planas circulares como o comprimento total da linha curva que delimita a figura.

Por definição, a circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo dado, denominado centro, cuja distância (não nula) é chamada de raio.

Figura 16: Circunferência.



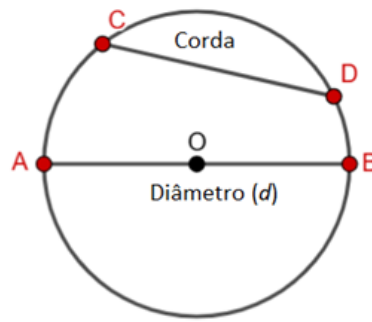
Fonte: Elaborado pelo autor.

A fórmula utilizada para calcular o comprimento da circunferência a partir do valor do raio é dada por:

$$c = 2\pi r$$

Agora, considere um segmento de reta cujas extremidades, C e D, pertencem à circunferência. Esse segmento, $\overline{CD}$ é denominado corda. A corda máxima é aquela que passa pelo centro da circunferência. A esse segmento damos o nome de diâmetro, normalmente representado pela letra d , como ilustrado na imagem a seguir:

Figura 17: Circunferência e seus elementos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

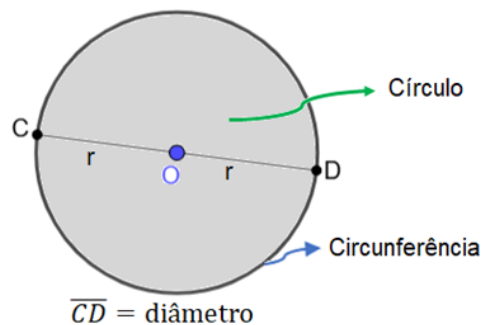
Note que o diâmetro $\overline{AB}$ é a união dos segmentos $\overline{AO}$ e $\overline{OB}$. Como $\overline{AO} = \overline{OB} = r$, tem-se $\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$, que implica $\overline{AB} = 2r$. Portanto, podemos concluir que o diâmetro de uma circunferência é equivalente ao dobro do raio e escrevemos:

$$d = 2r$$

1.10.2 Área do círculo e da coroa circular

O círculo é uma figura plana definida como o conjunto de todos os pontos do plano que estão a uma distância menor ou igual a um valor fixo, denominado raio, em relação a um ponto central, chamado centro. A linha que delimita essa região é a circunferência, e a distância entre dois pontos extremos dessa linha, passando pelo centro, é chamada de diâmetro, sendo este o dobro do raio. Observe a imagem a seguir, que ilustra essas partes fundamentais:

Figura 18: Círculo e seus elementos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A área de um círculo qualquer (A_c) pode ser obtida por meio da fórmula:

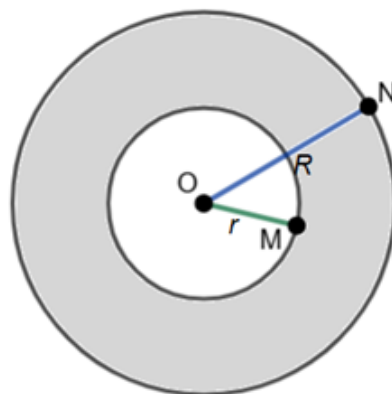
$$A_c = \pi \cdot r^2 \quad (14)$$

A partir do círculo, podemos definir a coroa circular como a região plana limitada

por duas circunferências concêntricas, de raios distintos.

Sua forma é caracterizada pela simetria radial, herdada da própria estrutura dos círculos que a compõem, como ilustrado na imagem a seguir, onde a coroa circular está destacada na cor cinza:

Figura 19: Coroa circular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como essa figura é formada pela diferença entre o círculo maior (de raio R) e o círculo menor (de raio r), sendo $R > r$, podemos calcular sua área (A_{cc}) subtraindo a área do círculo menor da área do círculo maior:

$$A_{cc} = (\pi \cdot R^2) - (\pi \cdot r^2)$$

Colocando a constante π em evidência, obtemos:

$$A_{cc} = \pi(R^2 - r^2) \quad (15)$$

Essa expressão representa a área da coroa circular em função dos raios das circunferências que a delimitam.

Exemplo 15

Um agricultor da zona rural de Cariús-CE cultiva uma área de batata-doce com $1\,200\text{ m}^2$, localizada próximo a um pequeno açude de onde pretende captar água para irrigação. Para economizar energia elétrica, o sistema de irrigação será instalado por queda livre, ou seja, sem uso de bomba hidráulica, apenas com a força da gravidade. Devido à baixa pressão desse sistema, o alcance dos equipamentos será reduzido. O agricultor optou pelo uso de microaspersores, que, em condições ideais, possuem raio de alcance de até 2,5 metros e vazão de 40 litros por hora. No entanto, com a pressão reduzida pela queda livre, o raio efetivo de atuação de cada microaspersor será de apenas 2 metros.

Cada microaspersor tem custo unitário de R\$ 12,00 e, ao ser instalado, cobre aproximadamente uma região circular de raio 2 metros. Para que não haja sobreposição de áreas irrigadas, o agricultor deve distribuí-los de forma que os círculos formados pelos jatos de água fiquem tangentes entre si, cobrindo toda a plantação sem interseção. Com base nessas informações, responda:

- a) Qual é a área efetivamente irrigada por cada microaspersor?
- b) Quantos microaspersores o agricultor deverá adquirir para irrigar toda a área de cultivo, considerando que não pode haver sobreposição das áreas circulares de irrigação?
- c) Qual será o custo total com a compra dos microaspersores?
- d) Quantos litros de água serão utilizados por hora durante a irrigação completa da área?

Solução: O primeiro passo é calcular a área efetivamente irrigada por cada microaspersor, considerando que, devido à redução da pressão provocada pelo uso do sistema por queda livre, o raio de alcance de cada equipamento é de apenas 2 metros.

A área coberta por cada microaspersor corresponde à área de um círculo de raio 2 metros, dada por:

$$A_c = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 3,14 \cdot 4 = 12,56$$

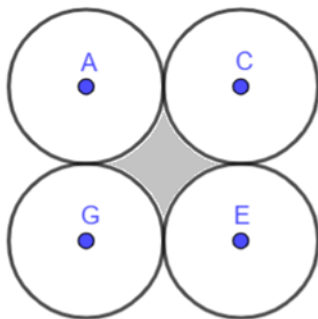
Portanto, cada microaspersor irrigará aproximadamente $12,56 \text{ m}^2$.

Sabendo que a área total a ser irrigada é de $1\,200 \text{ m}^2$, e que cada equipamento cobre uma área de $12,56 \text{ m}^2$, a quantidade de microaspersores necessários pode ser estimada por:

$$\frac{1\,200}{12,56} \approx 95,542$$

No entanto, o agricultor decidiu distribuir os microaspersores de forma que suas áreas circulares de atuação fiquem tangentes entre si, evitando sobreposição. Essa disposição cria pequenas regiões não irrigadas entre os círculos, conforme mostrado pela região cinza na figura a seguir:

Figura 20: Distribuição dos microaspersores sem sobreposição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse caso, pode-se aproximar a área irrigada por cada microaspersor a um quadrado cujo lado é igual ao diâmetro do círculo de atuação, ou seja, 4 metros. Assim, a área irrigada por cada unidade será:

$$A_{\text{aproximada}} = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$$

Como o terreno plantado possui $1\,200 \text{ m}^2$, a quantidade de microaspersores necessários será:

$$\frac{1\,200}{16} = 75$$

Dessa forma, o agricultor deverá adquirir 75 microaspersores para irrigar toda a plantação, evitando sobreposição das áreas circulares de irrigação. O custo total da compra será:

$$75 \cdot 12 = 900 \text{ reais}$$

Por fim, como cada microaspersor consome 40 litros de água por hora, a irrigação completa da área exigirá:

$$75 \cdot 40 = 3\,000 \text{ litros por hora}$$

Portanto, para irrigar uma plantação de $1\,200 \text{ m}^2$ de batata-doce com microaspersores alimentados por queda livre e distribuídos de modo a não haver sobreposição, o agricultor deverá adquirir 75 equipamentos, com custo total de R\$ 900,00 e consumo de aproximadamente 3 000 litros de água por hora.

Sugestão de Exercícios

84. Um agricultor deseja cercar uma pequena área circular de criação de galinhas com raio de 7 m . Esse formato foi escolhido porque permite melhor circulação dos animais sem cantos que causem acúmulo. Qual será o comprimento da cerca necessária para contornar toda a área? (Adote $\pi \approx 3,14$).

85. Um agricultor pretende fazer um jardim circular com uma coroa circular para circulação em volta. O raio da circunferência externa será 6 m e o raio interno 4 m . Esse formato foi escolhido porque permite criar uma faixa ornamental em volta de um espaço central que o agricultor pretende concretar. Nessas condições, qual a área da faixa ornamental a ser concretada?

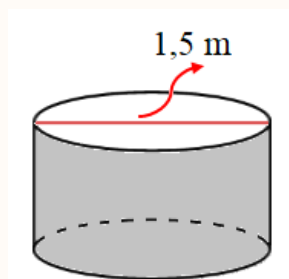
86. Um agricultor deseja construir um tanque cilíndrico (como apresentado na imagem a seguir) para armazenar água de chuva, com diâmetro de 4 m . O formato circular foi escolhido porque minimiza perdas e facilita a limpeza. O tanque terá 2 m de altura. O piso será concretado, porém as paredes laterais serão feitas de alvenaria com tijolos deitados para aumentar a resistência à pressão da água. Sabe-se que, com o uso do tijolo nesse formato, são utilizados em média 50 tijolos por metro quadrado de área construída. Quantos tijolos o construtor deve solicitar para que sejam suficientes para a construção das paredes desse tanque?



87. Uma plantação de capim foi delimitada em formato circular com raio de 30 m . Essa escolha foi feita porque facilita a instalação de irrigadores centrais que distribuem água igualmente. Qual será o comprimento percorrido pela água na borda?

88. O curral de descanso dos bovinos foi projetado em formato circular, com 10 m de raio. O círculo foi escolhido porque evita cantos que dificultam a movimentação do gado. Qual a extensão da cerca necessária para rodeá-lo?

89. Um agropecuarista planeja instalar tanques de abastecimento de água em pontos estratégicos de sua fazenda, para evitar que o gado se canse procurando água e, assim, obter maior produtividade. Os tanques (como observado na ilustração a seguir) serão feitos com manilhas de $1,5\text{ m}$ de diâmetro, compradas já prontas. No entanto, o piso terá que ser concretado à parte, e são necessários 1 saco de cimento por metro quadrado.



- a) Se serão feitos 26 tanques, quantos sacos de cimento, no mínimo, serão necessários?
- b) Sabendo que cada saco de cimento custa R\$ 38,00, qual será o gasto total com cimento?

90. Uma escola do campo construiu um canteiro circular para plantar hortaliças, com 4 m de raio. O professor de matemática aproveitou a situação para calcular junto com os alunos a quantidade de adubo necessária. Considerando que serão utilizados 2 kg de adubo por metro quadrado e, sabendo-se que o adubo só é comercializado em unidades inteiras, determine quantos quilos serão necessários para adubar todo o canteiro.

91. Em uma comunidade rural, será construída uma praça circular com 10 m de raio. No centro da praça, será colocado um gramado natural, e o restante será calçado com pedra. Sabendo que a área total da praça é dada por $A = \pi r^2$, determine a área total que será calçada se apenas 70% da área da praça for coberta por pedra.

92. Paulo é um agricultor familiar da região centro-sul do Ceará. Além de criar gado de forma extensiva, ele mantém um apiário com 30 colmeias da espécie *Apis mellifera* (abelhas africanizadas com ferrão), instaladas em uma área de vegetação nativa da Caatinga. Nos últimos meses, Paulo percebeu que a presença do gado vinha prejudicando a vegetação próxima ao apiário, especialmente espécies como o marmeleiro, a aroeira e o juazeiro, que são importantes fontes de néctar e pólen. Com a florada comprometida e as mudas novas danificadas pelo pisoteio, a produtividade do mel foi afetada. Embora as abelhas possam atuar em um raio de até 3 km a partir do apiário, estudos indicam que a maior parte da coleta ocorre numa faixa mais próxima, chamada de raio de atuação prioritária, que varia entre 500 m e 1,5 km, desde que haja florada suficiente disponível. Diante disso, Paulo decidiu cercar apenas a área mais próxima, correspondente a um raio de 500 m, com o objetivo de proteger a vegetação essencial ao funcionamento de seu apiário.

- a) Qual será o comprimento da cerca circular que ele deverá instalar para isolar essa área prioritária utilizada pelas abelhas?
- b) Supondo que Paulo opte por ampliar o raio da cerca para 1 000 m, avalie se seria mais vantajoso cercar apenas essa área maior ou dividir o apiário em dois núcleos de 15 colmeias, cercando duas áreas menores com raio de 500 m cada. Justifique sua resposta com base na metragem da cerca e na produtividade do mel.

1.11 ENCONTRO XI – Área de figuras planas: outras formas e resolução de problemas

No campo, é comum encontrar repartições de terra que não apresentam o formato de figuras geométricas conhecidas, como quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio, triângulo ou círculo. Frequentemente, essas áreas possuem contornos irregulares, o que dificulta a medição direta. Essa característica é ainda mais evidente em pequenas parcelas destinadas ao cultivo de monoculturas, popularmente chamadas de “roças”. A figura 21 ilustra um exemplo de área com formato irregular, semelhante às encontradas em diversas regiões rurais.

Figura 21: Área de plantação na zona rural.



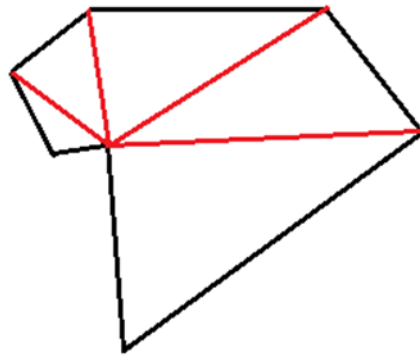
Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

Nessas situações, o trabalhador rural precisa recorrer a estratégias para calcular ou, pelo menos, estimar a área de um terreno. Isso é fundamental para organizar o plantio, planejar a irrigação, negociar a prestação de serviços ou até mesmo realizar a venda da propriedade.

Na matemática formal existem diversos métodos técnicos para o cálculo de áreas irregulares. Contudo, com apenas os conhecimentos básicos, essa tarefa pode se tornar mais desafiadora. Uma alternativa prática consiste em aproximar a área irregular por meio da soma das áreas de figuras conhecidas. Para isso, o terreno é subdividido em partes menores que se assemelham a quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos, trapézios, triângulos ou círculos, dependendo da situação.

Assim, ao somar as áreas dessas figuras, obtém-se uma boa estimativa da área total. A figura a seguir ilustra esse processo de decomposição para a figura 22:

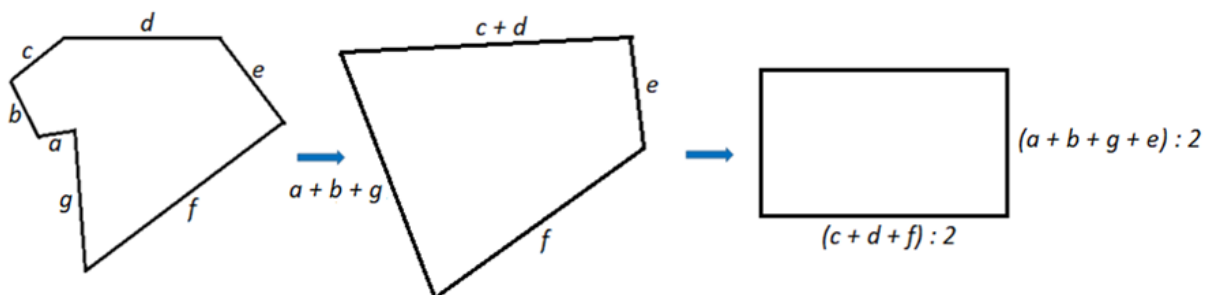
Figura 22: Decomposição de uma área rural em triângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma técnica comum utilizada por moradores da zona rural, consiste sempre em transformar a área em um retângulo. Caso a figura seja um quadrilátero, faz-se a média dos lados opostos, sendo essa média as dimensões do retângulo pelo qual será calculada a área. Caso a figura possua mais de 4 lados soma-se alguns lados, para reduzir a figura há um quadrilátero e em seguida aplica-se o processo anterior. Observe a figura 23 que esquematiza o calculo da área da figura 22 por este método:

Figura 23: Cálculo de área por meio de método ancestral.



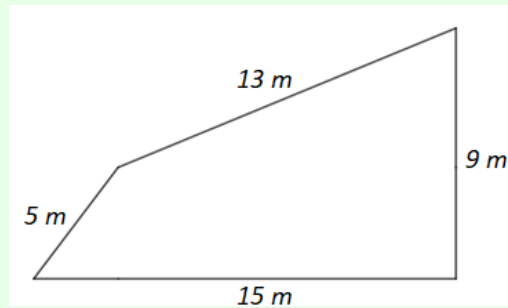
Fonte: Elaborado pelo autor.

Não se pode afirmar que esse método esteja errado, pois ele carrega consigo traços da cultura local e reflete saberes regionais transmitidos de geração em geração, tendo sido, desde muito tempo, uma ferramenta eficaz para a medição de áreas em zonas rurais. Contudo, dependendo da situação, os resultados obtidos podem se distanciar consideravelmente do valor real, ocasionando prejuízos para uma das partes envolvidas. Portanto, em casos como esse, recomenda-se a subdivisão do terreno em figuras cujas áreas podem ser calculadas com maior precisão, aproximando-se assim da medida real.

Exemplo 16

A figura a seguir representa uma região do terreno do senhor Francisco destinada ao plantio de batata doce.

Figura 24: Área de plantação de batata doce.



Fonte: Elaborado pelo autor.

- Calcule a área da região utilizando o método ancestral, apresentado nesta seção.
- Calcule a área da mesma região utilizando o método da subdivisão, isto é, decompondo o terreno em figuras geométricas conhecidas (como retângulos, triângulos e trapézios etc).

Solução 1: Pelo método ancestral, calcula-se a média dos lados opostos, que passam a representar as dimensões do retângulo equivalente. Assim, temos:

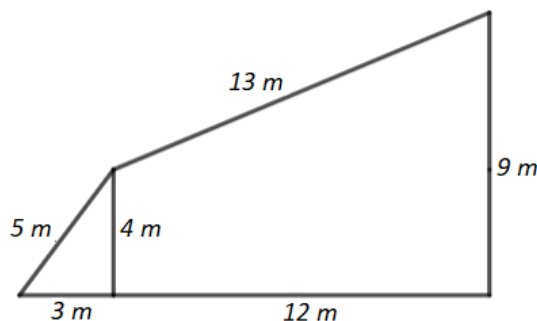
- Comprimento: $\frac{13 + 15}{2} = \frac{28}{2} = 14$
- Largura (ou altura): $\frac{5 + 9}{2} = \frac{14}{2} = 7$

Logo, a área (A) será dada por:

$$A = 14 \cdot 7 = 98 \text{ m}^2$$

Solução 2: Pelo método da subdivisão, decompos a região em duas partes: um triângulo retângulo à esquerda e um trapézio à direita. Como mostra a figura 25.

Figura 25: Área de plantação de batata doce dividida em um triângulo e um trapézio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Calculando a área de cada figura separadamente:

- $A_{\Delta} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ m}^2.$

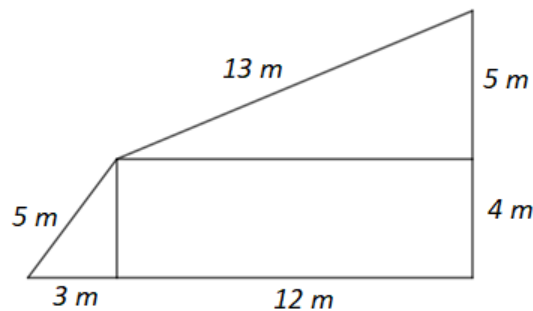
- $A_{\text{trapézio}} = \frac{(4 + 9)}{2} \cdot 12 = \frac{13}{2} \cdot 12 = 78 \text{ m}^2$.

logo, a área total é dada por:

$$A_{\text{total}} = A_{\triangle} + A_{\text{trapézio}} = 6 + 78 = 84 \text{ m}^2.$$

Subdivisões diferentes poderiam ser realizadas como alternativas, mantendo-se inalterado o resultado final da área. Um exemplo está ilustrado na figura a seguir, onde a região foi decomposta em dois triângulos e um retângulo.

Figura 26: Área de plantação de batata doce dividida em dois triângulos e um retângulo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que o cálculo obtido pelo método tradicional apresentou um acréscimo de 14 m^2 na área total da plantação. Dependendo da situação, essa diferença pode representar um problema, sobretudo no controle da produção, no pagamento da mão de obra e em outras questões de gestão.

Sugestão de Exercícios

93. Um trabalhador rural utiliza o método ancestral para calcular a área de um cercado e obtém 120 m^2 . Posteriormente, ao decompor a região em dois trapézios, encontra 112 m^2 .

- Qual foi a diferença entre os dois resultados?
- Explique, com suas palavras, em que situações essa diferença poderia causar problemas práticos.

94. Um agricultor contratou trabalhadores para capinar uma área irregular de terra. Pelo método ancestral, foi estimado que a área possuía 2 tarefas. O pagamento foi combinado em R\$ 150,00 por tarefa. Mais tarde, ao decompor a área em figuras conhecidas, verificou-se que a medida real era de 1,8 tarefa.

- Quanto o agricultor pagou a mais aos trabalhadores?
- Quem saiu no prejuízo nesse caso, o dono da terra ou os empregados?

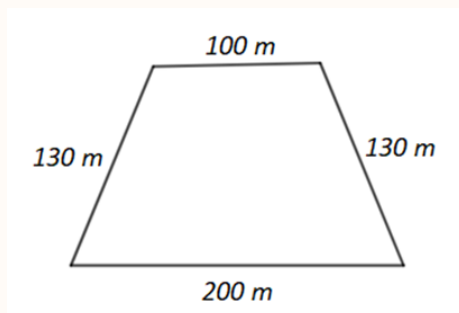
95. Uma roça de formato irregular foi estimada pelo método ancestral em 96 m^2 . Posteriormente, pela subdivisão em triângulos, a área correta foi encontrada em 90 m^2 . Considerando que a produtividade do milho é de 3 kg/m^2 :

- a) Qual seria a produção estimada pelo cálculo ancestral?
- b) Qual seria a produção real?
- c) Quantos quilos de milho foram superestimados nesse cálculo?

96. Um agricultor arrendou uma pequena área de terra. O contrato foi firmado com base no cálculo ancestral, que apontou $1\,500 \text{ m}^2$. O valor combinado foi de R\$ 0,80 por metro quadrado. Posteriormente, descobriu-se que a área real, medida pela subdivisão, era de $1\,380 \text{ m}^2$.

- a) Qual foi o valor pago pelo agricultor?
- b) Qual deveria ter sido o valor correto?
- c) Quanto ele pagou a mais devido à diferença entre os métodos?

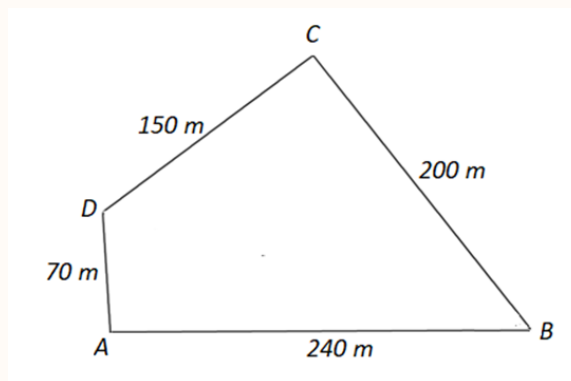
97. Uma plantação de mandioca tem o formato de um trapézio isósceles, conforme a figura a seguir:



- a) Usando o método tradicional (média dos lados opostos), estime a área da plantação. Apresente o resultado em metros quadrados e em tarefas (considere $1 \text{ tarefa} = 3\,025 \text{ m}^2$).
- b) Calcule a área exata do terreno considerando-o como trapézio (use a fórmula da área do trapézio, com as medidas fornecidas na figura). Converta também o resultado para tarefas.
- c) Compare os resultados dos itens (a) e (b). Indique a diferença numérica entre as áreas.

- d) Considere que a produtividade média da mandioca seja de $1\,541\text{ kg}$ por tarefa, e que o preço de venda seja de R\$ 2,50 por kg . Com base nas áreas obtidas pelos métodos do item (a) (tradicional) e do item (b) (trapézio), estime a receita total em cada caso. Em seguida, determine o prejuízo, em reais, decorrente da diferença entre os dois métodos e indique quem ficaria em prejuízo.

98. Um agricultor realizou o plantio de milho em um terreno irregular, representado pelo quadrilátero $ABCD$, cujas medidas estão apresentadas na imagem a seguir:



- a) Para fazer a limpeza da plantação, o agricultor contratou um trabalhador que cobrava R\$ 300,00 por tarefa. Utilizando o método ancestral de cálculo de áreas, o agricultor determinou a área do terreno. Quanto ele deverá pagar pela limpeza, segundo esse método? Considere uma casa decimal como aproximação.
- b) Posteriormente, o agricultor decidiu calcular a área de forma mais precisa. Para isso, subdividiu o quadrilátero em dois triângulos, traçando a diagonal BD , que mede 250 m . Utilizando a fórmula de Heron, ele encontrou a área de cada triângulo e, em seguida, a área total do terreno. Qual seria, nesse caso, o valor correto a ser pago ao trabalhador? Considere uma casa decimal como aproximação.
- c) Comparando os dois métodos, quem estaria em prejuízo: o agricultor ou o prestador de serviço?
- d) Determine o valor do prejuízo.

1.12 ENCONTRO XII – Fixação dos conteúdos estudados

Este encontro tem como objetivo a retomada e fixação dos conteúdos trabalhados nos Encontros IX, X e XI, com ênfase na correção das atividades propostas, no esclarecimento de dúvidas e no reforço dos conceitos fundamentais.

As recomendações para o docente seguem as mesmas indicadas na seção 1.4.

Como apoio à correção, apresenta-se a seguir o gabarito das atividades sugeridas nas três últimas seções.

Gabaritos

75. $580,8 \text{ m}^2$

76. 29 mudas

77. 64 kg

78. 72 m^2

79. Aprox. 65 m^2

80. $646,272 \text{ m}^2$

81. 480 m^2

82. 45 ha

83. a) 75 cm^2 b) 70 cm^2 c) $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$

84. a) $43,96 \text{ m}$

85. $62,8 \text{ m}^2$

86. 1256 tijolos

87. $188,4 \text{ m}$

88. $62,8 \text{ m}$

89. a) 46 sacos b) R\$ 1 748,00

90. 101 kg

91. $219,8 \text{ m}^2$

92.

a) $3 140 \text{ m}$

b) Seria mais vantajoso dividir o apiário em dois núcleos de 15 colmeias, pois além de não aumentar a metragem da cerca, manteria as abelhas próximas da florada, reduzindo o tempo de voo. Além disso, haveria uma diminuição pela metade na quantidade de colmeias por área de atuação, o que contribuiria para reduzir a competição por recursos florais e, conseqüentemente, aumentar a produtividade.

93.

a) 8 m^2

b) Essa diferença pode causar prejuízos na compra de insumos agrícolas, erros em medições de terrenos para venda/arrendamento ou dificuldades em construções que exijam medidas corretas.

94. a) R\$ 30,00 b) O dono da terra

95. a) 288 kg b) 270 kg c) 18 kg

96. a) R\$ 1 200,00 b) R\$ 1 104,00 c) R\$ 96,00

97.

a) $19 500 \text{ m}^2$ ou Aprox. 6,45 tarefas

b) $18 500 \text{ m}^2$ ou Aprox. 5,95 tarefas

c) $1 500 \text{ m}^2$ ou Aprox. 0,496

d)

Receita do item a): Aprox. R\$ 24 848,625

Receita do item b): Aprox. R\$ 22 922,375

O prejuízo de Aprox. R\$ 1 910,84 seria para o comprador

98. a) R\$ 2 610,00 b) R\$ 2 319,00 c) O agricultor d) R\$ 291,00

1.13 ENCONTRO XIII – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte I

A proposta para este encontro é a realização de uma aula prática no laboratório de informática, com o objetivo de proporcionar aos discentes o primeiro contato com o uso de planilhas eletrônicas aplicadas ao cálculo de áreas e à conversão de unidades.

O software mais indicado é o *Microsoft Excel*, por ser bastante usado na escola e no trabalho. Caso não esteja disponível, pode-se utilizar o *Excel Online* (versão gratuita e funcional) ou, ainda, o *LibreOffice Calc*, que é gratuito, de código aberto e muito parecido com o Excel, tanto na aparência quanto nos comandos.

Antes de começar, é importante apresentar a estrutura básica da planilha:

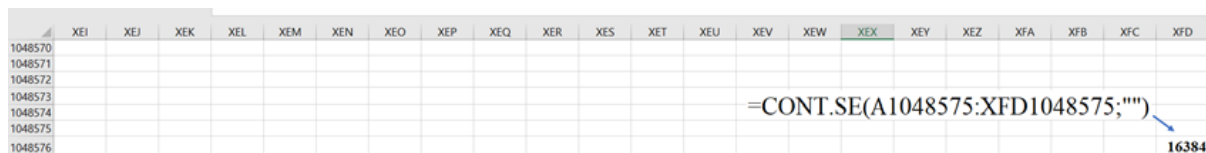
- Linhas (numeradas) e colunas (com letras) formam uma grade.
- O ponto de encontro entre uma linha e uma coluna é chamado de célula, que é o espaço onde se digitam textos, números, fórmulas ou funções.
- Cada célula tem um endereço próprio, como A1, B5 ou C12.

É importante saber que:

- Um conjunto de células forma uma planilha.
- Várias planilhas podem ser reunidas em um mesmo arquivo, chamado pasta de trabalho.
- Ao clicar com o botão direito no nome da planilha (parte inferior da tela), é possível renomeá-la e mudar a cor da guia, o que ajuda na organização.

Cada planilha do Excel possui 1 048 576 linhas e 16 384 colunas, somando mais de 17 bilhões de células. Isso dá uma ideia do potencial da ferramenta. observe a figura a seguir:

Figura 27: Última linha do Excel.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

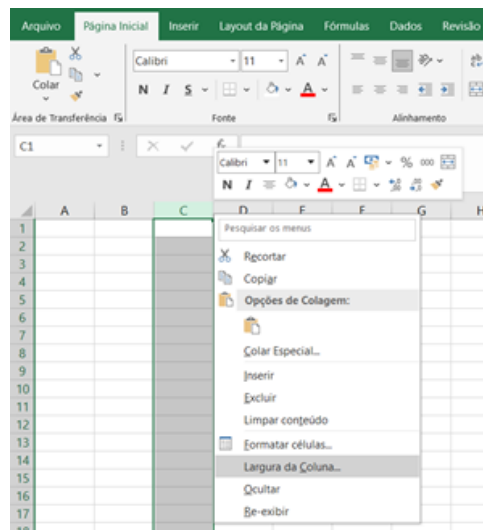
Manipulação de linhas e colunas no Excel

1. Para ajustar linhas ou colunas, posicione o mouse entre dois rótulos (número da linha ou letra da coluna).

2. Clique e arraste para aumentar ou diminuir o tamanho.
3. Se o texto não couber na célula, posicione o mouse entre os limites da coluna e dê um clique duplo: a largura se ajusta automaticamente.
4. Para ajustes mais precisos:
 - Clique com o botão direito sobre o número da linha ou a letra da coluna.
 - Escolha **Formatar**.
 - Selecione **Altura da linha** ou **Largura da coluna**.

. Observe a figura 28:

Figura 28: Alterando a largura da coluna.

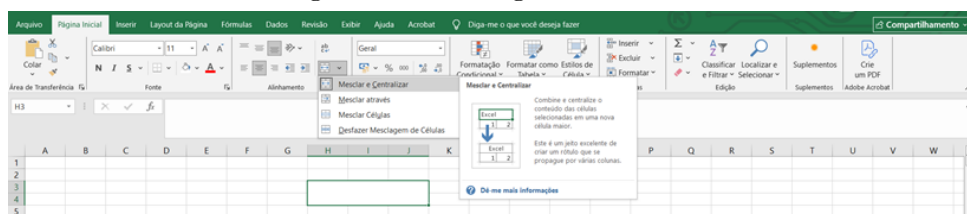


Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Mesclagem de células no Excel

1. Selecione duas ou mais células adjacentes (na horizontal, vertical ou ambas).
2. Vá até a guia **Página Inicial**.
3. No grupo **Alinhamento**, clique em **Mesclar e centralizar**.
4. As células selecionadas se tornam um único espaço, útil para criar títulos ou organizar tabelas.

Figura 29: Mesclagem de células.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Além dessas e outras questões estruturais, conhecer alguns atalhos de teclado pode agilizar significativamente o trabalho com planilhas, tornando a experiência mais produtiva. Abaixo, destacam-se alguns comandos úteis:

Quadro 14: Comandos úteis no Excel.

Atalho	Função
Ctrl + C	Copiar
Ctrl + V	Colar
Ctrl + X	Recortar
Ctrl + Z	Desfazer
Ctrl + Y	Refazer
Ctrl + B	Salvar
Ctrl + K	Inserir ou editar hyperlink
Ctrl + N	Aplicar negrito
Ctrl + I	Aplicar itálico
Ctrl + S	Aplicar sublinhado
Ctrl + 1	Abrir janela de formatação de célula
Ctrl + L	Localizar
Ctrl + H	Substituir
Ctrl + T	Seleciona todas as células da Tabela/Planilha
Ctrl + A	Inicia a janela “Abrir”
Ctrl + ;	Insere a data atual
Ctrl + O	Abre um novo documento em branco
F1	Abre a janela de ajuda
F2	Ativa a edição direta de uma célula
F7	Abre a janela de verificação de ortografia
F12	Abre diretamente a janela “Salvar como”
Ctrl + setas direcionais	Navega rapidamente entre células preenchidas
Ctrl + Barra de Espaço	Seleciona uma coluna inteira
Shift + Barra de Espaço	Seleciona uma linha inteira
Ctrl + Shift + Barra de Espaço	Seleciona toda a planilha
Shift + F11	Criar nova planilha (nova aba)
Alt + Enter	Inserir quebra de linha dentro da célula

Fonte: Elaborado pelo autor.

Sugestão de Exercícios

Nesta seção, a proposta de exercício é a própria prática dos discentes no laboratório, explorando diretamente o Excel por meio do uso de comandos, atalhos e recursos básicos, de modo que o contato com a ferramenta já constitui a atividade.

1.14 ENCONTRO XIV – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte II

A proposta para este encontro é a realização de uma aula prática no laboratório de informática, objetivando que os discentes conheçam outras ferramentas e funcionalidades do Excel. Nesta atividade, os alunos terão a oportunidade de conhecer funções de automatização de cálculos que, manualmente, seriam mais trabalhosos e suscetíveis a erros.

Cálculos automáticos no Excel

O Excel realiza cálculos de forma automática sempre que os dados são alterados. Para isso, utilizamos **fórmulas**, que são expressões iniciadas pelo sinal “=”.

- **Exemplos de operações simples:**

- Soma: `=A1+A2`
- Subtração: `=A1-A2`
- Multiplicação: `=A1*A2`
- Divisão: `=A1/A2`

- **Funções automáticas:** permitem cálculos mais rápidos. Exemplo: `=SOMA(A1:A5)` soma todos os valores do intervalo de A1 até A5.

- Para somar células fora de sequência, usa-se ponto e vírgula: `=SOMA(A1;A5)` soma apenas A1 e A5.

- Símbolos importantes:

- “:” (dois-pontos) → intervalo contínuo de células.
- “;” (ponto e vírgula) → células específicas.

A seguir, serão apresentados os principais operadores utilizados no Excel, divididos por grupo, com a explicação de cada um, seus usos e exemplos práticos.

1. Operadores de referência:

Quadro 15: Operadores de referência no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
:	Até	<code>=SOMA(D2:D6)</code>	Soma o intervalo de D2 até D6.
;	E	<code>=SOMA(A3;B3:C4)</code>	Soma A3 + B3 + C4, exibindo o resultado.
Espaço	Interseção	<code>=SOMA(A3:A7 A5:A8)</code>	Soma A5 + B6 + C7 que é a interseção dos 2 intervalos.
!	Referenciar planilha	<code>=Plan3!F9</code>	Obtém o valor da célula F9 existente na Planilha 3.

Fonte: Elaborado pelo autor.

2. Operadores aritméticos:

Quadro 16: Operadores aritméticos no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
+	Soma	= 7 + 3	Efetua a soma de 7 e 3
-	Subtração	= A1 - 2	Subtrai 2 do valor inserido na célula A1
*	Multiplicação	= 10*B2	Multiplica 10 pelo valor inserido na célula B2
/	Divisão	= 15/3	Divide 15 por 3
%	Porcentagem	= 20%	Faz o percentual de 20, ou seja, divide 20 por 100
^	Exponenciação	=5^2	Exibe o valor 25, obtido através de 5 elevado a 2

Fonte: Elaborado pelo autor.

3. Operadores de comparação:

Quadro 17: Operadores de comparação no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
<	Menor	=SE(B9<5;"Menor que 5";"Maior que 5")	Se o valor da célula B9 for menor que 5, exiba: Menor que 5; caso contrário, exiba: Maior que 5
>	Maior	=SE(B9>3;"Maior que 3";"Menor que 3")	Se o valor da célula B9 for maior que 3, exiba: Maior que 3; caso contrário, exiba: Menor que 3
<>	Diferente	=SE(B9<>8;"Diferente de 8";"Igual a 8")	Se o valor da célula B9 for diferente de 8, exiba: Diferente de 8; caso contrário, exiba: Igual a 8
<=	Menor ou igual	=SE(B9<=2;"Menor ou igual a 2";"Maior que 2")	Se o valor da célula B9 for menor ou igual a 2, exiba: Menor ou igual a 2; caso contrário, exiba: Maior que 2
>=	Maior ou igual	=SE(B9>=7;"Maior ou igual a 7";"Menor que 7")	Se o valor da célula B9 for maior ou igual a 7, exiba: Maior ou igual a 7; caso contrário, exiba: Menor que 7
=	Igual	=SE(B9=9;"Igual a 9";"Diferente de 9")	Se o valor da célula B9 for igual a 9, exiba: Igual a 9; caso contrário, exiba: Diferente de 9

Fonte: Elaborado pelo autor.

4. Operadores estruturais ou auxiliares:

Quadro 18: Operadores estruturais ou auxiliares no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
\$	Fixar valor	=A\$2 =\$A2 =\$A\$2	Fixa o valor da coluna A; Fixa o valor da linha 2; Fixa o valor da célula A2.
()	Identificar funções ou aplicar operação prioritária	=MÉDIA(A3:C8) =(8+2)/2 =HOJE() =AGORA()	Calcula a média do intervalo iniciado em A3 até C8; Soma 8 e 2, divide o resultado por 2; Exibe a data atual do computador; Exibe a data e hora atuais do computador.
" "	Exibição de textos	=SE(F6<10;"EC";"CE")	O valor retornado na comparação será texto EC ou CE.
' '	Transformar número em texto	'02025	Transforma os número em textos, nesse caso o número 2025 será exibido com o zero à esquerda e não será possível utilizá-lo em nenhum cálculo.
&	Concatenação	= "Gevanilson " & "Bezerra" =D17 & D18	O texto a ser exibido será Gevanilson Bezerra que corresponde a junção entre os valores; Junta os valores das células D17 com D18.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Fórmulas e Funções no Excel

No Excel, é importante diferenciar:

- **Fórmulas:** criadas pelo usuário, usando operadores e referências de células. Exemplos: =12+15 =5/(A1-A2)
- **Funções:** comandos prontos do Excel que realizam cálculos específicos. Exemplos: =SOMA(B3:B15) → soma os valores de B3 até B15. =MÉDIA(2;9;26) → calcula a média dos números 2, 9 e 26. =MÍN(3;54;18) → retorna o menor valor entre os números 3, 54 e 18.

O uso combinado de fórmulas e funções torna a planilha mais dinâmica e automatizada. A seguir, serão exploradas individualmente algumas dessas funções:

Função SOMA: realiza a soma de números, células ou intervalos indicados. Exemplos: =SOMA(A1:A5) → soma de A1 até A5 =SOMA(A1;C1;E1) → soma apenas as células A1, C1 e E1

Quadro 19: Exemplos da função SOMA no Excel.

FUNÇÃO	DESCRIÇÃO
=SOMA(A2;D5;C11)	Soma os valores de forma alternada contidos nas células A2, D5 e C11
=SOMA(C4:C12)	Soma os valores de forma contínua contidos nas células C4 até C12
=SOMA(B1:C4;J6)	Soma os valores de forma contínua contidos nas células B1 até C4 incluindo na soma o valor de J6
=SOMA(G3:G6;H6:H9)	Soma os valores da célula G3 até a célula G6 com os valores contidos nas células H6 até H9
=SOMA(F7-SOMA(G7:J7))	Soma os valores contidos nas células G7 até J7, em seguida, subtrai o resultado do valor da célula G7

Fonte: Elaborado pelo autor.

Função MÉDIA: retorna a média aritmética dos valores de um intervalo.
Exemplo: =MÉDIA(B1:B10) → soma os valores de B1 até B10 e divide o resultado pela quantidade de células.

Função MAIOR: retorna o k-ésimo maior valor de um intervalo.
Exemplo: =MAIOR(G17:G21;4) → retorna o quarto maior valor do intervalo G17:G21.

Função MENOR: retorna o k-ésimo menor valor de um intervalo.
Exemplo: =MENOR(G17:G21;3) → retorna o terceiro menor valor do intervalo G17:G21.

Função MÁXIMO: retorna o maior valor numérico de um intervalo.
Exemplo: =MÁXIMO(G27:G31) → retorna o maior valor do intervalo G27:G31.

Função MÍNIMO: retorna o menor valor numérico de um intervalo.
Exemplo: =MÍNIMO(H7:H11) → retorna o menor valor do intervalo H7:H11.

Função SE: função condicional que avalia uma condição lógica e retorna diferentes resultados.

Estrutura: =SE(teste lógico; valor se verdadeiro; valor se falso).

Exemplo simples: =SE(A2<6;"Reprovado";"Aprovado").

Exemplo com SE aninhado: =SE(A6="";"";SE(A6>=6;"Aprovado";"Recuperação")).

Função SOMASE: soma apenas os valores que atendem a um critério definido.

Exemplos: =SOMASE(P3:P6;">1500") → soma apenas valores maiores que 1500.

=SOMASE(E10:E21;"100") → soma apenas valores iguais a 100.

Função CONT.SE: conta quantas vezes um valor aparece em um intervalo.
Exemplo: =CONT.SE(E3:E50;20) → conta quantas vezes o número 20 aparece entre

E3 e E50.

Função MÉDIA.SE: Calcula a média apenas dos valores que atendem a um critério.

Exemplo: =MÉDIA.SE(F1:F7;"<=30") → Se o intervalo F1:F7 contém os valores 4, 10, 80, 200, 31, 32, 39, apenas 4 e 10 atendem ao critério. Logo:

$$(4 + 10) \div 2 = 7$$

Função CONT.NÚM: Conta quantas células de um intervalo possuem números.

Exemplo: =CONT.NÚM(E3:E10) → Se o intervalo representa idades e a célula E7 estiver vazia, ela não será considerada. A função retorna apenas as células com números.

Função CONCATENAR: Junta textos ou valores de diferentes células em uma só.

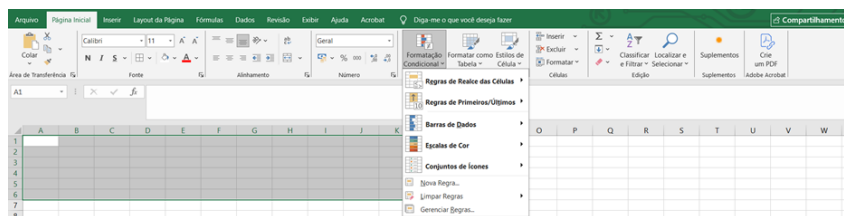
Exemplo: =CONCATENAR(A2;" - Lote ";B2) → Se A2 = "Nilson Bezerra" e B2 = "12", o resultado será: "Nilson Bezerra - Lote 12".

Função E: Retorna VERDADEIRO somente quando todas as condições são verdadeiras. Exemplo: =SE(E(B3>17;C3="Sim");"Permitir";"Bloquear").

Função OU: Retorna VERDADEIRO quando pelo menos uma condição é verdadeira. Exemplo: =SE(OU(B3>17;C3="Sim");"Permitir";"Bloquear")

Além das funções apresentadas, destaca-se também o recurso de formatação condicional, que permite alterar automaticamente a aparência das células com base em regras específicas, conforme mostrado na figura 30.

Figura 30: Formatação condicional.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Como exemplo, considere a produtividade anual de colmeias em um apiário, cujos resultados estão apresentados na (figura 31).

Figura 31: Produtividade anual.

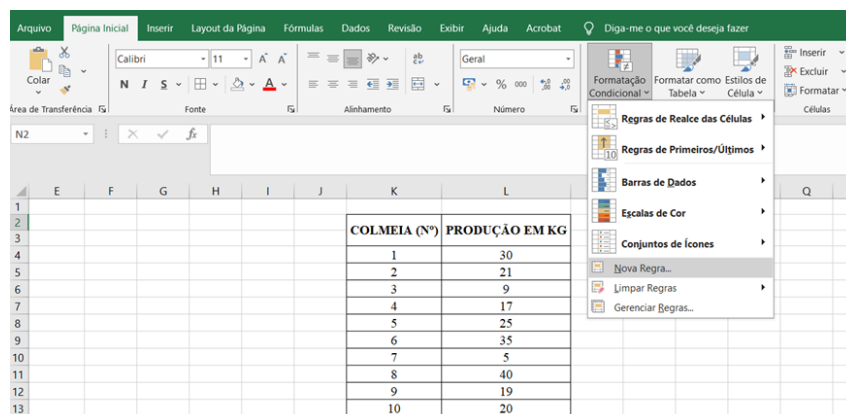
COLMEIA (Nº)	PRODUÇÃO EM KG
1	30
2	21
3	9
4	17
5	25
6	35
7	5
8	40
9	19
10	20

Fonte: Elaborado pelo autor.

O apicultor deseja destacar automaticamente em vermelho os valores inferiores a 20 kg. Para isso:

1. Selecionar a coluna de produção, acessar **Formatação Condicional** e clicar em **Nova Regra** (figura 32).

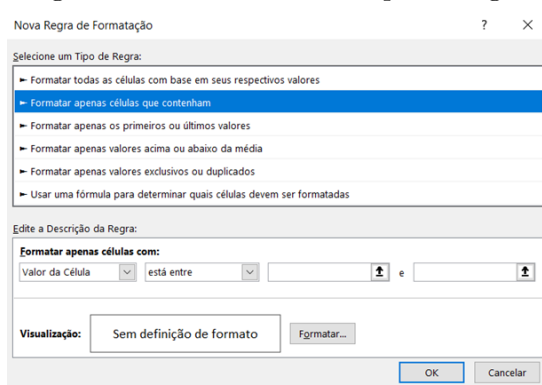
Figura 32: Iniciando uma nova regra.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

2. Na janela exibida, escolher **Formatar apenas células que contenham** (figura 33).

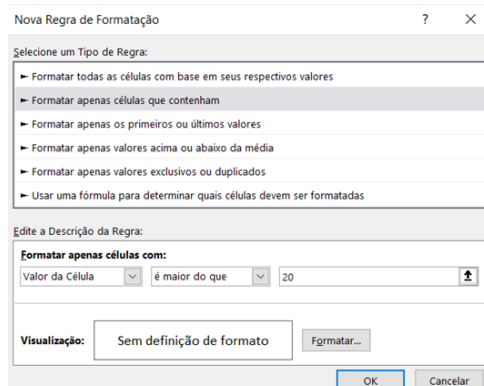
Figura 33: Selecionando o tipo de regra.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

3. Definir a condição: **Valor da Célula** → **é menor do que** → 20 (figura 34).

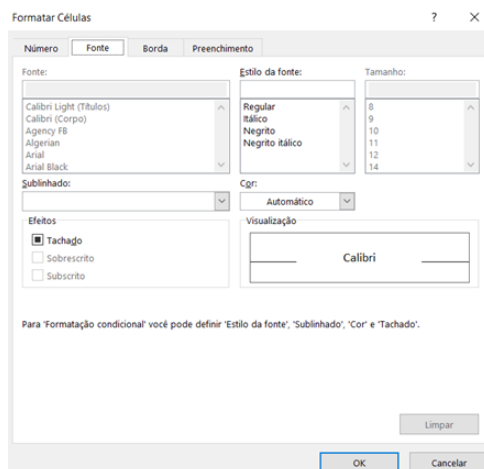
Figura 34: Formatando células com valor específico.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

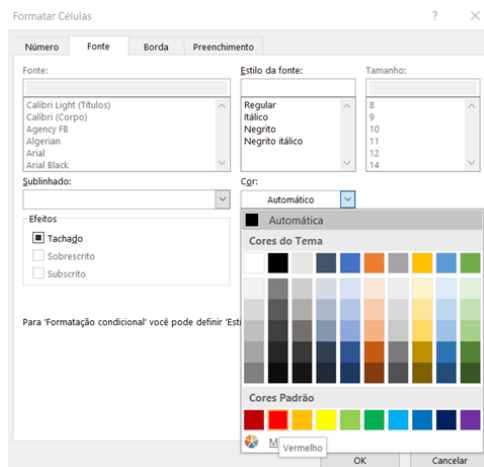
4. Clicar em **Formatar**, selecionar a guia **Fonte** e escolher a cor vermelha (figuras 35 e 36).

Figura 35: Selecionando o menu fonte.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Figura 36: Escolhendo a cor da fonte.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

5. Confirmar em OK. Os valores menores que 20 serão destacados (figura 37).

Figura 37: Produtividade anual após formatação.

COLMEIA (Nº)	PRODUÇÃO EM KG
1	30
2	21
3	9
4	17
5	25
6	35
7	5
8	40
9	19
10	20

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma vez aplicada, a formatação condicional se ajusta automaticamente a qualquer alteração nos valores, garantindo dinamismo e eficiência. Esse recurso amplia a análise visual das planilhas, facilitando a identificação de padrões e pontos críticos, especialmente úteis no planejamento e gestão agrícola e apícola.

Sugestão de Exercícios

Nesta seção, a proposta de exercício é a própria prática dos discentes no laboratório, explorando diretamente o Excel por meio do uso de comandos, atalhos e recursos básicos, de modo que o contato com a ferramenta já constitui a atividade.

1.15 ENCONTRO XV – Planilha para cálculo de área e conversão de unidades – Parte III

Nesta aula em laboratório, o objetivo principal é estimular o aluno a aplicar, de forma autônoma, os conceitos de fórmulas, funções e algoritmos já apresentados nas aulas anteriores. Ao invés de apenas reproduzir exemplos fornecidos pelo professor, o estudante será desafiado a criar suas próprias tabelas e automatizar cálculos dentro do Excel, desenvolvendo assim competências de raciocínio lógico, organização e experimentação.

O professor deverá conduzir a atividade de modo orientador, mas não prescritivo, incentivando que cada aluno ou grupo de alunos desenvolva uma solução particular. Por exemplo, pode-se propor a criação de uma tabela simples contendo dados de produção agrícola ou apícola, como mostrado no exemplo a seguir:

Quadro 20: Exemplo de tabela inicial para a atividade prática

Repartição	Produção (kg)
1	12
2	18
3	22
4	15
5	27

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir desta tabela inicial, cada estudante deverá implementar recursos de automação de maneira independente, podendo optar entre:

- Inserir uma função, como a `=SOMA(B2:B6)`, para calcular o total de produção;
- Criar uma fórmula própria que realize o mesmo cálculo, utilizando referências às células;
- Inserir um pequeno algoritmo em forma de sequência de fórmulas ou utilizando recursos mais avançados do Excel, de modo a obter resultados equivalentes.

O professor pode, quando necessário, indicar comandos específicos, mas a construção da tabela, a escolha das funções e a organização do raciocínio devem partir dos alunos. Esta abordagem promove maior engajamento, estimula a resolução criativa de problemas e desenvolve habilidades de programação em planilhas, competências úteis tanto no contexto escolar quanto em práticas agrícolas e de gestão rural.

Portanto, esta aula representa um avanço metodológico: o aluno passa de um papel passivo, no qual apenas observa e repete os comandos demonstrados, para uma postura ativa de criação, exploração e análise crítica de suas próprias planilhas automatizadas.

Sugestão de Exercícios

99. Construa a seguinte tabela de gastos mensais de uma família, contemplando todas as despesas fixas ao longo do ano. Em cada linha devem ser preenchidos os valores de acordo com cada mês, e na última coluna o aluno deverá inserir funções que calculem o **total anual** de cada despesa. Além disso, na última linha, os valores devem representar a soma mensal de todos os gastos.

Despesa	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Total
Energia													
Água													
Internet													
Aluguel													
Alimentação													
Total													

100. No Excel, construa um algoritmo criado por você ou utilize uma função pré-definida para calcular a área de um quadrado. O programa deve receber o valor do lado como entrada e retornar a área correspondente.

101. No Excel, elabore um algoritmo ou utilize uma função pré-definida para calcular a área de um triângulo qualquer. O programa deve receber como entradas a base e a altura, retornando a área.

102. No Excel, desenvolva um algoritmo ou utilize uma função pré-definida para calcular a área de um círculo. O programa deve receber o valor do raio e retornar a área correspondente.

103. No Excel, construa um algoritmo ou utilize uma função pré-definida para calcular a área de um retângulo. O programa deve receber os valores da base e da altura e retornar a área.

1.16 ENCONTRO XVI – Utilizando planilha para cálculo de área e conversão de unidades

Nesta aula, realizada no Laboratório de Informática, o objetivo é praticar com planilhas já prontas, disponibilizadas em um drive online. Para facilitar o acesso, o professor poderá optar por duas alternativas: baixar previamente as planilhas e deixá-las disponíveis nos computadores do laboratório, ou fornecer aos alunos um QR Code para acesso direto ao repositório, que será inserido abaixo:

Figura 38: QR Code de acesso ao repositório com as planilhas



Fonte: Elaborado pelo autor.

No repositório, encontram-se duas planilhas principais:

1. **Calculador de Área** – reúne algoritmos prontos para calcular a área de diferentes figuras geométricas;
2. **Conversor de Unidades** – permite converter entre diversas unidades de medida, tanto do Sistema Internacional quanto das unidades agrárias, abrangendo comprimentos e áreas. Assim, ao inserir um valor em determinada unidade (por exemplo, metros), a planilha devolve automaticamente o equivalente em quilômetros, milímetros, polegadas, tarefas, entre outras.

A dinâmica da aula consiste em propor, inicialmente, que os alunos resolvam manualmente um exercício de cálculo de área ou de transformação de unidades, escolhido entre as sessões anteriores, a lista de exercícios complementares ou elaborado pelo próprio docente. Em seguida, o mesmo problema deve ser resolvido com o uso das planilhas disponibilizadas.

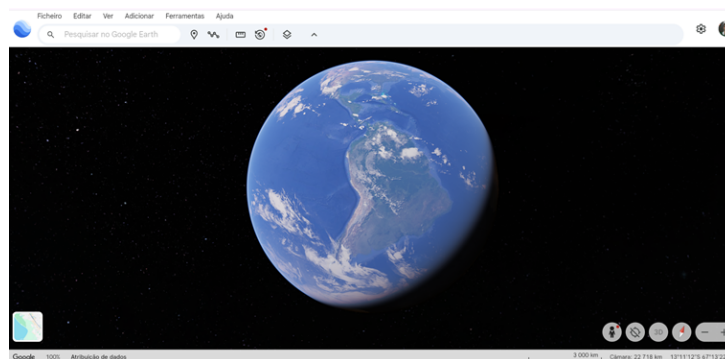
Essa prática permite comparar os resultados, demonstrando como o uso das ferramentas digitais pode tornar o processo mais rápido e eficiente, além de evidenciar a importância do domínio de recursos computacionais no estudo da matemática aplicada ao campo.

1.17 ENCONTRO XVII – Utilização do Google Earth

O Google Earth é um programa gratuito que mostra imagens de satélite e permite explorar cidades, campos e estradas. Uma de suas funções mais úteis é a medição de áreas e distâncias. Isso ajuda bastante em atividades escolares e no campo. Segue um manual básico para sua utilização:

1. **Abrir a plataforma:** o Google Earth pode ser usado de três formas: baixando no computador, instalando no celular ou acessando direto no navegador pelo link: <<https://earth.google.com>>. Assim que abrir, aparece o globo terrestre que pode ser girado e ampliado. Na lateral ficam as ferramentas principais, como busca e medição. Veja a figura a seguir:

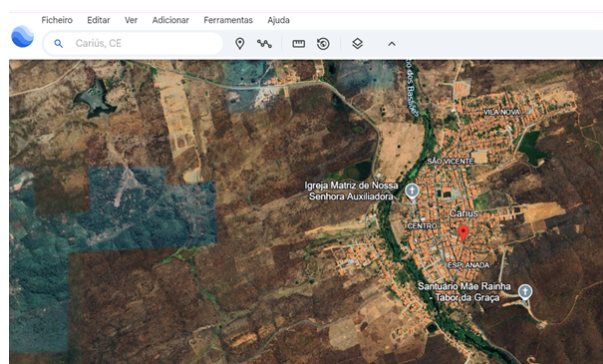
Figura 39: Tela inicial do Google Earth Web.



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

2. **Localizar a área desejada:** no campo de busca, que fica no canto superior esquerdo, digite o nome da cidade, comunidade ou até as coordenadas do lugar que quer medir. Com o mouse ou touchpad poderá ajustar o zoom para enquadrar bem o terreno na tela. Se preferir dá para navegar manualmente pelo globo sem usar a busca. No exemplo abaixo, foi localizada a cidade de Cariús, no Centro-Sul do Ceará, como mostra a figura:

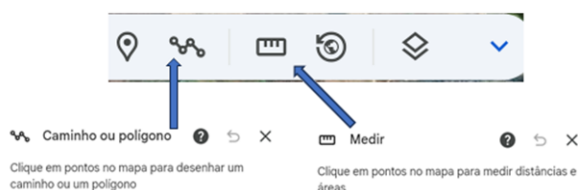
Figura 40: Busca por uma localidade no Google Earth



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

3. **Ferramenta de medição:** para medir, use os ícones: “Caminho” (📍), que serve para traçar linhas e calcular distâncias, e “Régua” (📏), que permite medir áreas e perímetros formando polígonos. Após escolher a ferramenta, basta clicar nos pontos do mapa para marcar o contorno desejado. A figura abaixo mostra onde ficam esses ícones no Google Earth:

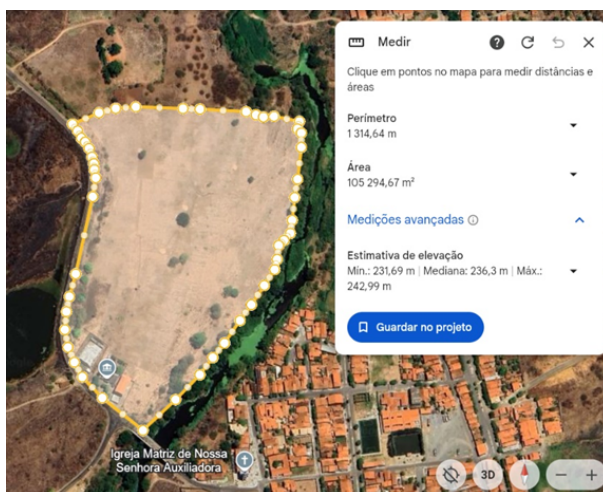
Figura 41: Ícone da régua para ativar a ferramenta de medição.



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

4. **Escolha do tipo de medição:** com a régua ativada, selecione “Área”. Clique no mapa para marcar os vértices do terreno; cada clique adiciona um ponto e forma as linhas do polígono. Ao ligar o último ponto ao primeiro, o Google Earth fecha a figura e mostra automaticamente o perímetro e a área. A imagem abaixo mostra um exemplo de terreno rural medido dessa forma:

Figura 42: Delimitação de um terreno com pontos conectados formando um polígono e exibição dos resultados de perímetro e área.



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

5. **Leitura dos resultados:** ao fechar o polígono, o Google Earth mostra na lateral os valores de perímetro e área, por padrão em metros e metros quadrados. Se quiser mudar, basta clicar sobre os valores ou abrir “Editar definições de unidades” no menu da régua. Assim, é possível exibir os resultados em hectares, quilômetros quadrados ou outras unidades. A imagem abaixo mostra essas opções de medida no Google Earth:

Figura 43: Unidades de medida de comprimento e de superfície disponíveis.

UNIDADES DE COMPRIMENTO	UNIDADES DE ÁREAS
Automática (metros e quilômetros)	Automática (metros quadrados e quilômetros quadrados)
Centímetros	Metros quadrados
Metros	Quilômetros quadrados
Quilômetros	Hectares
Milhas náuticas	Milhas náuticas quadradas
Polegadas	Pés quadrados
Pés	Jardas quadradas
Jardas	Milhas quadradas
Milhas	Acres
Smoots	Editar definições de unidades
Editar definições de unidades	

Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

6. **Guardando o projeto:** para registrar a medição, você pode tirar uma captura de tela ou usar a opção “Guardar no projeto”, disponível logo abaixo dos resultados. Essa função salva os dados no próprio Google Earth ou em uma conta vinculada ao Google Drive, permitindo acessar depois em qualquer dispositivo. Também é possível salvar como arquivo KML no navegador ou no computador. A imagem abaixo mostra as opções de salvamento:

Figura 44: Apresentação do menu “guardar no projeto”.

]figuras/google6.png

Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

Sugestão de Exercícios

104. Para praticar:

- Localize sua escola no mapa e, com a ferramenta régua, delimite o terreno para calcular a área e o perímetro.
- Compare o valor obtido com a medida real (se disponível) ou realize sua própria medição para comparação dos resultados.
- Verifique se houve diferença significativa entre as áreas encontradas. Em caso afirmativo, registre de quanto foi essa diferença e quais os possíveis motivos.
- Compare os valores obtidos com os cálculos feitos por colegas. Observe se as diferenças se devem ao Google Earth ou à forma como cada pessoa delimitou o terreno, discutindo a influência do fator humano no processo.
- Repita o processo com outras áreas conhecidas.

1.18 ENCONTRO XVIII – Avaliação escrita

Para este encontro, recomenda-se a aplicação de uma avaliação escrita com exercícios que contemplem os principais tópicos de matemática trabalhados ao longo desta disciplina.

É importante destacar que o material disponibilizado é apenas uma sugestão, podendo o professor utilizar diretamente os exercícios aqui sugeridos, adaptá-los, elaborar novas questões ou consultar outras fontes, de acordo com a realidade da turma e os objetivos que pretende alcançar.

Além da avaliação escrita, o docente poderá recorrer a outros processos avaliativos, como a elaboração de instrumentos próprios a partir dos exercícios sugeridos ao longo do material e do banco de questões complementares apresentado.

Em relação ao uso das planilhas do Excel, recomenda-se considerar como processo avaliativo a participação efetiva dos estudantes nas atividades práticas desenvolvidas durante os encontros destinados a esse conteúdo.

1.19 ENCONTRO XIX – Preparação para a culminância

Durante este encontro, o professor deverá reservar um momento para dialogar com os alunos sobre o produto final da disciplina, incentivando-os a refletir sobre possíveis propostas de culminância. Este será o momento inicial em que os estudantes deverão não apenas discutir ideias, mas também planejar e começar a desenvolver suas ações, de modo que, no próximo encontro, já possam apresentar os primeiros resultados de seus projetos.

Sugestão 1

Como sugestão, apresenta-se o **Projeto de Planejamento e Otimização de Espaços Rurais**. Nesse trabalho, os alunos desenvolverão um projeto de planejamento de uma propriedade rural, aplicando conceitos matemáticos de comprimento, área e perímetro, visando otimizar o uso do terreno com base em princípios de sustentabilidade e eficiência. Para tanto, poderão utilizar ferramentas tecnológicas como Excel, GeoGebra e Google Maps, criando modelos digitais e físicos que apresentem soluções práticas para a divisão e utilização do espaço em atividades de agricultura, apicultura ou agropecuária. A culminância envolverá a apresentação oral, a elaboração de um relatório e reflexões sobre o impacto do projeto no campo.

Sugestão 2

Outra possibilidade consiste em adaptar a proposta para o espaço escolar, realizando o **Planejamento e Divisão de um Espaço Escolar para Atividade Rural Simulada**. Nessa versão, os alunos irão planejar a divisão de uma área da própria escola (como o pátio ou espaço externo), simulando uma propriedade rural. Para isso, utilizarão materiais simples, como fita métrica, papel milimetrado e régua, aplicando os conceitos de medidas de comprimento, perímetro e área. O objetivo será definir áreas específicas para atividades agrícolas, apícolas ou agropecuárias, sempre com foco na sustentabilidade.

Os projetos que deverão ser desenvolvidos em equipes, poderão ser apresentados em diferentes formatos, como maquetes, miniaturas ou representações gráficas digitais, possibilitando aos alunos maior liberdade criativa. Além disso, podem variar suas propostas, explorando desde o cálculo de áreas até a construção ou divisão de roças em espaços menores, de acordo com o interesse do grupo. O mais importante é que os estudantes se sintam à vontade para aplicar o que aprenderam, dando os primeiros passos concretos neste encontro para que estejam preparados para a apresentação final no encontro seguinte.

1.20 ENCONTRO XX – Culminância

O último encontro da eletiva será destinado à culminância. Neste momento, as equipes deverão se organizar e apresentar os projetos desenvolvidos, expondo suas propostas de planejamento e otimização de espaços rurais ou escolares. A culminância constitui-se em um espaço de socialização, no qual os grupos terão a oportunidade de compartilhar suas produções, explicar seus processos de construção e destacar os conceitos matemáticos aplicados.

É essencial que o professor atue como mediador, conduzindo o momento de forma que todas as equipes tenham a oportunidade de expor seus trabalhos. Além disso, deve incentivar a participação dos demais alunos como ouvintes ativos, promovendo questionamentos, reflexões e contribuições, de modo a valorizar o aprendizado coletivo.

Esse encontro representa o fechamento da eletiva, sendo um momento de integração, troca de experiências e consolidação dos conhecimentos construídos ao longo das aulas. A culminância, portanto, não apenas finaliza a trajetória do curso, mas também reforça a importância da matemática aplicada ao contexto agrário como ferramenta de planejamento, análise e transformação da realidade.

2 Banco de exercícios complementares

Sugestão de Exercícios

- 105.** Um tanque de água para irrigação mede 4 m de comprimento. Essa medida corresponde a quantos decímetros?
- 106.** Um agrônomo precisa marcar pontos de coleta de solo a cada 250 mm ao longo de uma linha de 10 m . Quantas coletas ele fará?
- 107.** Um agricultor utiliza um fio de arame de $1\,800\text{ cm}$ para amarrar mudas ao longo de uma parede. Quantos metros de arame isso representa?
- 108.** Em uma plantação de abóboras, o espaçamento entre fileiras é de $1,2\text{ m}$. Quantos milímetros isso representa?
- 109.** (ENEM) Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro. Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

- a) $1,0 \cdot 10^{-1}$
 - b) $1,0 \cdot 10^{-3}$
 - c) $1,0 \cdot 10^{-4}$
 - d) $1,0 \cdot 10^{-6}$
 - e) $1,0 \cdot 10^{-7}$
- 110.** Uma área de 750 m^2 , localizada ao lado de um apiário, será usada para montar pequenas divisórias destinadas ao cultivo de árvores e plantas atrativas

para abelhas, como cajueiro e Malva-branca. Cada divisória ocupará exatamente $25\,000\text{ dm}^2$. Quantas dessas divisórias poderão ser montadas no espaço disponível?

111. Um apicultor delimita uma área de $2\,500\,000\text{ mm}^2$ para abrigar uma nova fileira de colmeias. Qual o valor dessa área em metros quadrados (m^2)?

112. Um produtor de mudas utiliza bandejas plásticas que ocupam uma área de 1200 cm^2 cada. Ele tem uma estufa com 24 m^2 disponíveis para o cultivo. Quantas bandejas, no máximo, ele poderá acomodar nesse espaço?

113. Em um centro de pesquisa agrária, foi delimitada uma área de $36\,000\,000\text{ mm}^2$ para o plantio experimental de três variedades de feijão. Qual é essa área em metros quadrados?

114. Uma cooperativa agrícola construiu um depósito com $850\,000\text{ cm}^2$ de piso revestido. O engenheiro responsável precisa saber essa área em metros quadrados para calcular a quantidade de impermeabilizante. Faça a conversão.

115. Um agricultor deseja cercar um lote de $1\,512\,500\text{ dm}^2$ com plantas nativas da caatinga como mandacaru e chico-chico, formando assim uma cerca viva. Quantas tarefas possui esse lote?

116. Uma agroindústria irá utilizar um terreno de $2,5\text{ dam}^2$ para instalar painéis solares voltados ao funcionamento de sistemas de irrigação automatizados. Qual é essa área em m^2 ?

117. Para garantir melhor absorção de nutrientes, uma produtora de hortaliças decidiu aplicar calcário em uma área de $0,005\text{ km}^2$. Sabendo que cada saco de calcário cobre uniformemente 250 m^2 , quantos sacos serão necessários?

118. Um engenheiro agrícola fez o levantamento de uma área de cultivo e encontrou $18\,000\,000\text{ cm}^2$ disponíveis para o plantio de cenouras. Cada metro quadrado comporta, em média, 40 plantas. Quantas cenouras podem ser plantadas nessa área?

119. Um agricultor familiar comprou um pequeno lote de terra medindo 0,2 hectares. Ele deseja saber esse valor em m^2 para poder calcular a quantidade de adubo necessária. Faça a conversão.

120. Em uma fazenda, um trator pulverizador percorre uma área de $1,25\text{ dam}^2$ por tanque cheio. Se a área total a ser pulverizada for de $0,0375\text{ km}^2$, quantos tanques completos serão necessários?

121. Ao reformar uma cerca que contorna uma plantação, o agricultor Paulo notou

que os lados do terreno medem 35 braças por 25 braças. Ele precisa calcular quantos metros de arame serão necessários para cercar o local, considerando o perímetro total.

122. No sertão, um produtor mais velho comentou que certa fazenda vizinha tinha aproximadamente meia légua quadrada de área. Um técnico, curioso, resolveu calcular qual seria essa área em hectares, para comparar com registros modernos. Se ele calculou corretamente, que valor ele obteve?

123. Em um anúncio de venda de terras, o proprietário informou que a área disponível era de $3\,600\text{ m}^2$. Um interessado, acostumado com medidas como Are e Centiare, pediu a conversão desses valores. Quais seriam?

124. Durante uma aula prática na escola, alunos utilizaram uma régua de palmos para medir a largura do campo da escola, registrando 140 palmos. Quanto é essa medida em metros?

125. Desafio: Converse com pessoas da sua comunidade que trabalham no campo e descubra alguma unidade de medida que elas utilizam (palmo, braça, tarefa, etc.). Elabore um problema realista utilizando essa unidade e proponha a conversão para outra medida tradicional. Apresente os cálculos e explique o raciocínio.

126. Um engenheiro agrônomo contratado por uma cooperativa agrícola demarcou 1 089 ares para o cultivo experimental de mandioca. Para fins de documentação, ele deseja converter essa área para alqueires do norte. Quanto isso representa?

127. Ao falecer, o senhor Raimundo deixou como herança 35 hectares de terra para ser dividido igualmente entre seus quatro filhos. Cada um quer saber o tamanho da parte que receberá em tarefas.

128. Seu Chico usa polegadas para medir pequenas distâncias em sua oficina. Ele precisa cortar tiras de couro com exatamente 35 *cm* de comprimento cada. Para ajustar sua régua marcada apenas em polegadas, quantas polegadas deve medir cada tira, aproximadamente?

129. Um agricultor adquiriu um terreno de 0,75 hectares. Qual a área desse terreno em ares?

130. Uma propriedade foi dividida em 40 ares para cada filho. Quantos metros quadrados recebeu cada um?

131. Um pedaço de terra possui $18\,000\text{ m}^2$. Quantos hectares e quantos ares isso representa?

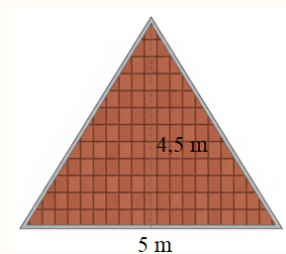
- 132.** Em uma região do Ceará, um agricultor possui uma área de 12 tarefas. Considerando o valor médio local para essa unidade, qual a área equivalente em metros quadrados?
- 133.** Um terreno tem $27\,225\ m^2$. Quantas tarefas ele possui?
- 134.** Um agricultor delimitou um terreno retangular com 25 braças de comprimento e 15 braças de largura. Qual é a área aproximada desse terreno em metros quadrados? Considere $1\text{ braça} = 2,2\ m$.
- 135.** Qual é a relação entre hectare e quilômetro quadrado? Quantos hectares há em $1\ km^2$?
- 136.** Um produtor afirma que seu terreno mede $36\,000\ m^2$. Qual é essa medida em hectares?
- 137.** Um pequeno lote rural mede $7\,500\ m^2$. Quantos ares esse terreno possui?
- 138.** Um sítio no interior de Iguatu possui 3 hectares. Quantas tarefas isso representa?
- 139.** Um agricultor do Ceará possui um terreno de 15 tarefas. Converta essa área para hectares.
- 140.** Um lote de terra mede 1,5 hectares. Quantos centiares isso representa?
- 141.** Um terreno possui área de $5\,445\ m^2$. Quantas tarefas e quantos ares isso representa?
- 142.** Um produtor tem uma terra de 0,6 hectares. Quantos metros quadrados ele possui?
- 143.** Uma área de 4,5 tarefas corresponde a quantos metros quadrados?
- 144.** Um assentamento distribuiu para cada família 0,9 hectares. Quantos metros quadrados recebeu cada família?
- 145.** Um agricultor deseja cercar um terreno de 30 por 40 metros. Qual a área total e sua medida em hectares?
- 146.** Um campo de $2\,000\ m^2$ deve ser convertido para ares e centiares. Faça a conversão.
- 147.** Uma propriedade mede $9\,000\ m^2$. Quantos hectares, ares e tarefas ela possui?
- 148.** O estado do Ceará possui uma área aproximada de $148\,894,442\ km^2$, segundo dados do IBGE (2024). Assim, podemos afirmar que o estado do Ceará possui:

- a) Quantos hectares?
- b) Quantas tarefas?
- c) Quantos alqueires do Norte?

149. Seu Antônio vai cimentar o chão de um galpão quadrado com lado medindo 60 palmos, sabendo que cada palmo corresponde a $22,5\text{ cm}$.

- a) Calcule a área total a ser cimentada.
- b) Se o metro quadrado de cimento custa $R\$18,00$, qual será o gasto total?

150. Durante a reforma de uma queijeira, foi construída uma cobertura triangular conforme ilustração a seguir:

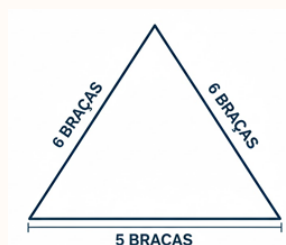


- a) Calcule a área coberta pela estrutura.
- b) Se a estrutura for cercada com beiral de telha por todo o contorno, qual será o perímetro estimado se os outros dois lados forem de 6 m e 7 m ?

151. Um produtor rural quer cercar um curral quadrado com 625 m^2 de área.

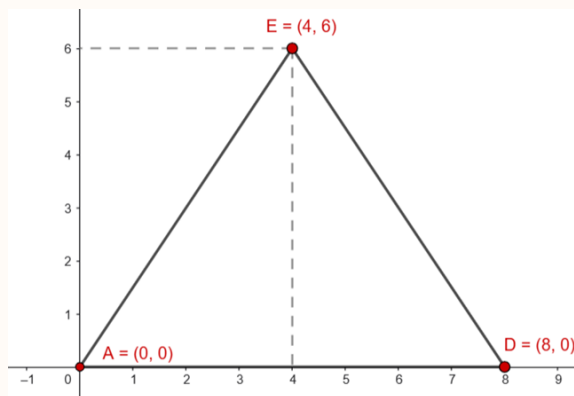
- a) Qual é o comprimento do lado desse curral?
- b) Quantos metros de cerca serão necessários para contornar todo o curral?
- c) Se o preço da cerca é $R\$12,00$ por metro, quanto ele gastará?

152. Uma área de pastagem em formato triangular possui dois lados medindo 6 braças e um lado medindo 5 braças. Calcule essa área de pastagem em metros quadrados.



153. Uma plantação em formato de triângulo isósceles possui dois lados medindo 25 m e o ângulo entre eles de 150° . Determine a área da plantação em metros quadrados.

154. O espaço destinado ao galinheiro tem formato triangular com vértices em $A(0,0)$, $D(8,0)$ e $E(4,6)$. Qual a área da base desse galinheiro?



155. A base de um silo tem formato triangular com vértices $A(1,1)$, $B(7,3)$ e $C(4,8)$. Determine a área da base utilizando a fórmula do determinante.

156. Seu Manoel vai construir um galpão triangular com lados medindo 9 m , 9 m e 7 m . Calcule a área da base utilizando a fórmula de Heron.

157. Uma lona triangular será usada para cobrir ração. Ela possui lados medindo 5 m e 6 m , com ângulo de 75° entre eles. Determine a área da lona.

158. Um apiário está cercado por um terreno em forma de triângulo com lados medindo 24 m , 35 m e 41 m .

- a) Qual é o perímetro do terreno?
- b) Se cada estaca é colocada a cada 2 m , quantas estacas serão necessárias?

159. Uma praça rural tem formato de hexágono regular com lados medindo 8 m . Calcule o perímetro da praça.

160. Um agricultor comprou um terreno de 4 tarefas para plantar milho. Ele pretende dividir esse terreno em 4 roças menores de mesmo tamanho.

- a) Qual será a área de cada roça em m^2 ?
- b) Sabendo que ele vai usar 3 kg de semente por tarefa, quantos quilos ele precisará para o terreno todo?

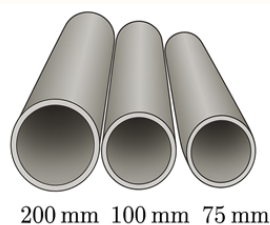
161. Um agricultor cearense possui um terreno de $9\,075\text{ m}^2$ e deseja dividi-lo em 3 repartições de tamanhos proporcionais a $1 : 2 : 3$ para diferentes finalidades: horta, pastagem e plantio de milho.

- a) Qual será a área de cada repartição?
- b) Quantas tarefas possui a maior dessas repartições?

162. Um apicultor colocou bebedouros circulares para as abelhas. Cada bebedouro tem raio de 15 cm . O formato circular foi adotado porque as abelhas podem se distribuir, evitando aglomeração. Qual o comprimento da borda de um bebedouro?

163. Um agricultor pretende construir um tanque circular para armazenar água de irrigação, com 6 m de raio. Para impermeabilizar o fundo do tanque, ele utilizará uma lona plástica. Quantos metros quadrados de lona serão necessários para cobrir o piso do tanque?

164. Um proprietário rural construiu uma pequena passagem sobre um riacho para dar acesso ao seu terreno. Inicialmente, ele ergueu uma parede de contenção, mas percebeu que era necessário instalar um cano para permitir a passagem da água. O cano adequado teria diâmetro de 200 mm . No entanto, o proprietário já possuía em casa alguns canos de 100 mm de diâmetro e alguém sugeriu que ele poderia utilizar dois desses canos menores como equivalentes a um de 200 mm .



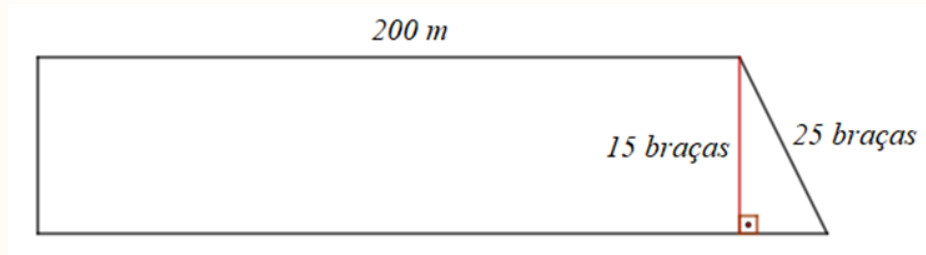
Com base nessa situação, responda:

- a) Qual a área de vazão do cano de 200 mm de diâmetro?
- b) Qual a área de vazão de um cano de 100 mm de diâmetro?
- c) Compare a área obtida em (a) com a área total de dois canos de 100 mm e determine se a equivalência sugerida é correta.
- d) De forma geral, conclua matematicamente a seguinte relação, que expressa quantos canos de diâmetro pequeno (D_p) são necessários para equivaler à vazão

de um cano de diâmetro grande (D_g):

$$n = \left(\frac{D_g}{D_p} \right)^2$$

165. Considere um trapézio retângulo de base menor medindo $200\ m$ e altura igual a 15 braças. O lado oblíquo mede $55\ m$. Calcule a área desse trapézio.



Gabaritos

99. Pessoal	100. Pessoal	101. Pessoal	102. Pessoal
103. Pessoal	104. Pessoal	105. 40	106. 40
107. 18	108. 1 200	109. a)	110. 3
111. 2,5	112. 200	113. 36	114. 85
115. 5	116. 250	117. 20	118. 72 000
119. 2 000	120. 300	121. 264	122. 900
123. 36 <i>ha</i> ; 3600 <i>ca</i>	124. 31,5	125. Pessoal	126. 4
127. Aprox. 28,9	128. 88,9	129. 75	130. 4 000
131. 1,8 <i>ha</i> ; 180 <i>a</i>	132. 36 300	133. 9	134. 1 815
135. 1 <i>ha</i> = 0,01 km^2 ; 1 km^2 = 100 <i>ha</i>		136. 3,6	137. 75
138. Aprox. 9,91	139. 4,5375	140. 15 000	
141. 1,8 tarefas ; 5445	142. 6 000	143. 13 612,5	
144. 9 000	145. 1 200 m^2 ; 0,12 <i>ha</i>	146. 20 <i>a</i> ; 2 000 <i>ca</i>	
147. 9 <i>ha</i> ; 9 000 <i>a</i> ; Aprox. 2,975 tarefas			
148. a) 14 889 444,2 b) Aprox. 49 221 303,1 c) Aprox. 5 469 033,7			
149. a) 1 822 500 cm^2 b) R\$ 3 280,5			
150. a) 11,25 m^2 b) 18 <i>m</i>			
151. a) 25 <i>m</i> b) 100 <i>m</i> c) R\$ 1 200,00			
152. Aprox. 66 m^2	153. 156,25	154. 24 m^2	
155. 18 m^2	156. 29,02	157. 14,489	
158. a) 100 <i>m</i> b) 50	159. 48 <i>m</i>		
160. a) 3025 m^2 b) 12 <i>kg</i>			
161.			
a) Horta: 1 512,5 m^2 . Pastagem: 3 025 m^2 . Milho: 4 537,5 m^2 .			
b) Aprox. 1,5 tarefas			
162. 94,2 <i>cm</i>	163. 113,04 m^2		
164.			
a) 10 000 π mm^2 b) 2 500 π mm^2			
c) Um cano de 200 <i>mm</i> é equivalente a 4 canos de 100 <i>mm</i> , desconsiderando aspectos físicos como o atrito. Portanto, a equivalência sugerida no problema está errada.			
165. 7 326 m^2			

Referências

- INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). **Sistema Internacional de Unidades (SI)**. 2025. Disponível em: <<https://www.gov.br/inmetro>>. Acesso em: 18 maio 2025.
- CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante Matemática e suas Tecnologias: Grandezas, Medidas e Programação**. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2020.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio: prova do ENEM 2020 – Caderno Azul, 2º dia, questão 154**. Brasília, 2020. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D2_CD7.pdf>. Acesso em: 1 jun. 2025.
- ONOFRE, Eduardo José de Oliveira. **Medidas de comprimento e de área: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas**. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/4193/1/EJOO14052018.pdf>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- SILVA, José Reinaldo Nogueira da. **Etnomatemática: abordagem dos diversos tipos de unidades de medidas e sua utilização no sertão alagoano**. Maceió, 2016. Trabalho acadêmico. Disponível em: <<https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/2347/1/Etnomatem%C3%A1tica%20-%20abordagem%20dos%20diversos%20tipos%20de%20unidades%20de%20medidas%20e%20sua%20utiliza%C3%A7%C3%A3o%20no%20sert%C3%A3o%20alagoano.pdf>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- SILVA, Cláudio Daniel Dias; OVIGLI, Daniel Fernando Bovolenta. **Levantamento das unidades de medida não convencionais utilizadas na Comunidade Moreira, Rio Pardo de Minas/MG: um olhar etnomatemático**. Educação Matemática em Revista – RS, v. 21, n. 21, p. 79–94, 2020. Disponível em: <<https://sbembrasil.org.br>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS (UNICAMP). **Critérios para o cálculo de distâncias – Documenta Palmares**. Campinas: UNICAMP/IFCH/CECULT, 2021. Disponível em: <https://palmares.ifch.unicamp.br/pf-palmares/pgb/2021-11/Dist%C3%A2ncias_1.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2025.
- ANTUNES, José Erasto Bueno. **A matemática em medidas agrárias de propriedades rurais**. Ponta Grossa: Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2010. 29 p. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/document/636383010/Medidas-Rurais-2010-uepg-mat-artigo-jose-erasto-bueno-antunes>>. Acesso em: 17 jun. 2025.