



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Émerson Rodrigues Alves

Recurso Educacional

Uma proposta didática sobre sequências e progressões com a cadeia de blocos do Bitcoin

Campina Grande - PB

Agosto/2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Émerson Rodrigues Alves

Uma proposta didática sobre sequências e progressões com a cadeia de blocos do Bitcoin

Recurso Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr(a). Deise Mara Barbosa de Almeida
Coorientador: Dr. Leomaques Francisco Silva Bernardo

Campina Grande - PB
Agosto/2025

Resumo

A matemática é uma disciplina fundamental para o desenvolvimento do pensamento lógico, da capacidade de resolver problemas e da compreensão das relações numéricas que permeiam nosso cotidiano e a evolução tecnológica da sociedade. Este trabalho apresenta uma proposta de sequência didática voltada ao ensino de sequências numéricas e progressões aritméticas e geométricas, integrando conceitos da tecnologia *Blockchain* e da rede Bitcoin. A ideia central é utilizar a estrutura da cadeia de blocos do *Bitcoin* como contexto prático para motivar os alunos e unir o conteúdo matemático com tecnologia com objetivo de desenvolver a compreensão dos alunos sobre sequências numéricas, incluindo sequências aritméticas e geométricas. A proposta pode ser aplicada em turmas do Ensino Médio ou Ensino Fundamental. Propõe-se uma abordagem de aprendizagem ativa, fundamentada na articulação entre os conceitos matemáticos e o uso da tecnologia como recurso didático.

Palavras-chave: Sequências; Progressões; Sequências Didáticas; Bitcoin; Blockchain.

Abstract

Mathematics is a fundamental discipline for the development of logical thinking, problem-solving skills, and the understanding of numerical relationships that permeate our daily lives and the technological advancement of society. This work presents a didactic sequence proposal focused on the teaching of numerical sequences and arithmetic and geometric progressions, integrating concepts from Blockchain technology and the Bitcoin network. The central idea is to use the structure of Bitcoin's blockchain as a practical context to motivate students and to connect mathematical content with technology, aiming to enhance students' understanding of numerical sequences, including arithmetic and geometric sequences. The proposal can be applied in both high school and middle school settings. The methodology adopted seeks to promote active learning through the articulation between mathematics and technology.

Keywords: Progressions; Didactic Sequences; Bitcoin; Blockchain.

1 Introdução

A matemática, por vezes percebida como abstrata e distante da realidade cotidiana, pode assumir um papel transformador quando integrada a contextos significativos para os estudantes. A presente proposta de produto educacional visa suprir essa lacuna ao integrar o ensino de sequências e progressões com o universo de tecnologia, mais especificamente com a rede do Bitcoin e sua estrutura em cadeia de blocos (blockchain).

As sequências e progressões, pertencentes à unidade temática de Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), constituem-se em ferramentas essenciais para a organização e a compreensão de padrões numéricos. Uma sequência é uma lista ordenada de números, sendo cada elemento denominado termo. Entre as diversas classificações possíveis, destacam-se as progressões aritméticas (PA), nas quais há uma diferença constante entre termos consecutivos, e as progressões geométricas (PG), que apresentam uma razão constante entre os termos.

Este trabalho tem como objetivo integrar o ensino desses conceitos a uma aplicação concreta e atual: a cadeia de blocos do Bitcoin. O Bitcoin, conforme Nakamoto (2008), criador do protocolo, descreve a blockchain como uma estrutura de dados descentralizada que registra de maneira pública e imutável todas as transações realizadas na rede Bitcoin.

A blockchain é composta por uma sequência encadeada de blocos, cada um contendo informações como um conjunto de transações, a marca temporal (timestamp), o hash do bloco anterior e o nonce — elemento usado no processo de mineração. Antes de serem inseridas na cadeia, as transações são temporariamente armazenadas na mempool, onde aguardam validação. Esse funcionamento pode ser interpretado matematicamente como uma sequência, cuja organização linear garante a integridade e segurança das informações.

A estrutura sequencial da blockchain oferece um cenário ideal para a exploração de sequências numéricas e progressões em sala de aula. Com base nisso, foi elaborada uma sequência didática composta por sete encontros. Durante as aulas, os alunos podem trabalhar com a sequência de Fibonacci, progressões aritméticas e geométricas, contextualizando tais conceitos através da rede Bitcoin e utilizando ferramentas digitais como o site mempool.space para visualização dos blocos em tempo real.

A proposta metodológica deste trabalho envolve aulas expositivas, resolução de problemas, atividades práticas e avaliação formativa. O objetivo principal é desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade dos estudantes de aplicar os conceitos matemáticos em contextos reais e tecnológicos. Acredita-se que, ao aproximar os conteúdos escolares de temas atuais e relevantes, como a tecnologia da rede do Bitcoin, seja possível tornar o

aprendizado mais significativo, contribuindo para a melhoria do desempenho acadêmico e para a formação dos alunos.

1.1 Objetivos

1.1.0.1 Objetivo Geral

Desenvolver a compreensão dos alunos sobre sequências numéricas, incluindo sequências aritméticas e geométricas, e sua relevância na matemática e na tecnologia.

1.1.0.2 Objetivos Específicos

- Identificar e classificar diferentes tipos de sequências numéricas (finita, infinita, recorrente, não recorrente);
- Introduzir os conceitos básicos da rede Bitcoin e sua importância;
- Explicar a estrutura de blockchain e como a mempool armazena transações em sequência;
- Relacionar a estrutura da blockchain com sequências numéricas e progressões;
- Ensinar a classificar progressões aritméticas e identificar suas características;
- Determinar o termo geral de uma PA e aplicá-lo na análise de recompensas em Bitcoin;
- Promover a resolução de problemas práticos que envolvam PA, especialmente em cenários de mineração;
- Introduzir a classificação e o termo geral das progressões geométricas;
- Relacionar PG às recompensas de Bitcoin a cada bloco minerado, demonstrando a aplicação matemática;
- Discutir o conceito do limite total de Bitcoin que pode ser minerado, conectando matemática e tecnologia.

1.2 Organização

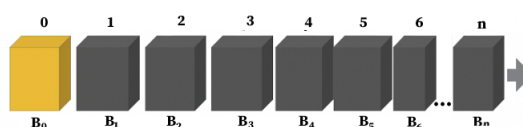
Visando o cumprimento dos objetivos estabelecidos na Seção 1.1, este produto educacional está estruturado em quatro capítulos. O Capítulo 1 apresenta os aspectos introdutórios, bem como a definição dos objetivos deste trabalho. No Capítulo 2,

realiza-se uma descrição sucinta da rede *Bitcoin*, abordando seus principais conceitos e características. O Capítulo 3 dedica-se à exposição detalhada da sequência didática, incluindo os procedimentos para sua aplicação. Por fim, o Capítulo 4 traz as considerações finais acerca da sequência didática desenvolvida, destacando os resultados alcançados e possíveis desdobramentos futuros.

2 Rede Bitcoin

Neste capítulo, faremos uma breve apresentação da rede *Bitcoin*, com o objetivo de facilitar a compreensão dos conceitos e tornar a leitura da sequência didática mais acessível. A rede *Bitcoin*, criada por Nakamoto (2008), é uma estrutura descentralizada que permite a realização de transações digitais seguras e verificáveis sem a necessidade de uma autoridade central. Seu funcionamento baseia-se em uma tecnologia chamada *blockchain*, ou cadeia de blocos, na qual cada bloco contém um conjunto de transações, a referência ao bloco anterior por meio de um código chamado *hash* e outros dados técnicos. Essa estrutura forma uma sequência ordenada, encadeada e cronológica de blocos — uma característica que estabelece um vínculo direto com os conceitos matemáticos de sequência e progressão, como a Figura 1.

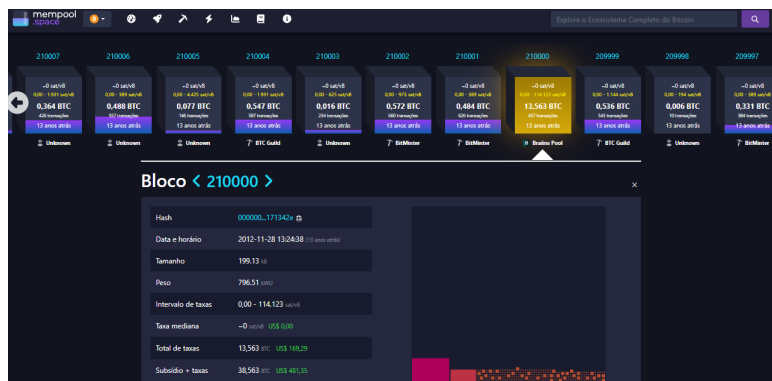
Figura 1 – Blockchain



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

No contexto educacional, essa organização sequencial da *blockchain* pode ser utilizada como recurso pedagógico para explorar e exemplificar diversos tópicos do componente curricular de Matemática, especialmente as sequências numéricas, as progressões aritméticas (PA) e as progressões geométricas (PG). A cada novo bloco adicionado à rede, há um número crescente e único associado, o que configura uma progressão aritmética de razão 1. Além disso, a política monetária do *Bitcoin* determina que a recompensa por bloco minerado seja reduzida pela metade a cada 210 mil blocos — um processo conhecido como *halving* — e que forma uma progressão geométrica decrescente. Na Figura 2, observa-se o bloco de número 210.000, no qual foram minerados 25 BTC como recompensa base, além de 13,563 BTC provenientes das taxas de transação. Antes desse marco, a recompensa por bloco era de 50 BTC, mas, a partir desse ponto, ocorreu o primeiro *halving*, reduzindo a recompensa para 25 BTC conforme previsto no protocolo do *Bitcoin*.

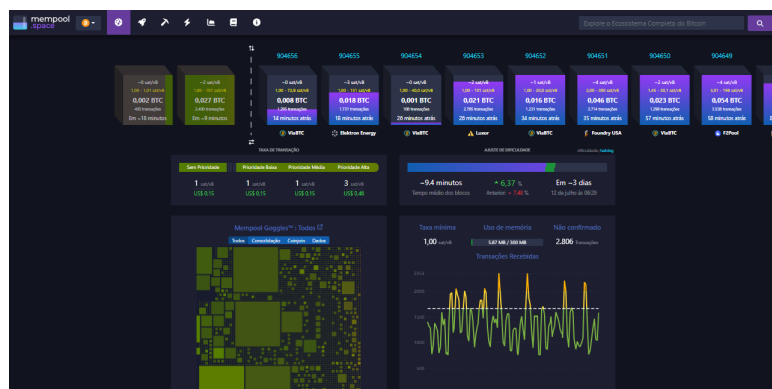
Figura 2 – Bloco 210 mil



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Para ilustrar essas relações em sala de aula, pode-se utilizar o site <<https://mempool.space/pt>>, uma plataforma que permite a visualização em tempo real dos blocos sendo minerados na rede, Figura 3. A partir da análise visual dessa cadeia, os alunos podem identificar a sequência cronológica de blocos e as transações contidas em cada um, percebendo padrões e regularidades que refletem diretamente os conceitos matemáticos estudados. O recurso digital torna o conteúdo mais acessível e concreto, promovendo o engajamento e facilitando a compreensão de temas tradicionalmente abstratos.

Figura 3 – mempool



Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

Essa abordagem permite que o professor integre, de forma significativa, a matemática escolar ao universo tecnológico e contemporâneo, possibilitando não apenas o ensino das propriedades das sequências, mas também sua aplicação em problemas contextualizados. Dessa forma, os alunos desenvolvem habilidades analíticas, pensamento lógico e capacidade de abstração, ao mesmo tempo em que compreendem o funcionamento de uma das tecnologias mais relevantes da atualidade.

No Quadro 1 apresentamos os principais termos técnicos abordados neste documento, com o objetivo de facilitar a compreensão do leitor.

Quadro 1 – Principais termos técnicos sobre

Termos técnicos da rede Bitcoin	
Termo Técnico	Descrição
Criptografia	Técnica matemática que protege as transações, garantindo segurança e privacidade.
Chave privada	Código secreto que permite movimentar os bitcoins de uma carteira.
Chave pública	Código visível a todos, usado para receber bitcoins.
Assinatura digital	Prova criptográfica que autentica uma transação, garantindo que foi feita pelo dono da chave privada.
Proof of Work (Prova de Trabalho)	Mecanismo que exige esforço computacional dos mineradores para validar blocos.
Hash	Código alfanumérico gerado por uma função matemática, usado para identificar blocos e transações.
Blockchain	Registro público e imutável de todas as transações realizadas na rede Bitcoin.
Bloco gênese	Primeiro bloco da rede Bitcoin, minerado por Satoshi Nakamoto em 2009.
Bloco	Conjunto de transações agrupadas e registradas na blockchain.
Mempool	Área temporária da rede onde ficam as transações que aguardam confirmação.
Minerador	Participante que usa poder computacional para validar blocos e receber recompensas.
Halving	Evento que reduz pela metade a recompensa por bloco a cada 210.000 blocos minerados.
Recompensa por bloco	Quantidade de bitcoins recebida pelo minerador que valida um bloco.
Taxas de transação	Valor pago pelos usuários para priorizar a inclusão de suas transações em um bloco.
Confirmações de transação	Número de blocos adicionados à blockchain após o bloco que contém uma transação.
Transação	Transferência de bitcoin de um endereço de carteira para outro.
Carteira de bitcoin	softwares que podem criar endereços públicos e privados de bitcoin, visualizar e movimentar saldos.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

3 Proposta de Sequência Didática

A sequência didática apresentada neste trabalho foi elaborada com o objetivo de promover a aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos fundamentais — notadamente, sequências numéricas, progressões aritméticas e progressões geométricas — por meio da articulação com a tecnologia *blockchain*, com foco na rede do *Bitcoin*. A proposta parte da premissa de que a contextualização dos conteúdos matemáticos em situações reais, contemporâneos e tecnologicamente relevantes pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico, da autonomia intelectual e do engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem.

Ancorada nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, esta sequência didática foi planejada para ser aplicada em turmas do 1º ano, com carga horária total de 11 horas-aulas. Cada aula foi organizada com base em três eixos estruturais: tempo estimado, desenvolvimento (dividido em dois momentos pedagógicos) e resultados esperados qualitativos, o que favorece a clareza didática e a replicabilidade da proposta por outros docentes.

A metodologia adotada prioriza a resolução de problemas, a mediação ativa do professor e o uso de recursos digitais, como o site *mempool.space*, que permite a visualização em tempo real da cadeia de blocos da rede *Bitcoin*. As atividades foram estruturadas de forma progressiva, iniciando-se com o conceito de sequência numérica, passando pela análise da sequência de Fibonacci, pela construção e classificação de progressões aritméticas e geométricas, até o estudo de somas de termos e séries infinitas.

A escolha da tecnologia da rede *Bitcoin* como eixo temático não se deu apenas por sua atualidade e relevância, mas principalmente por sua estrutura matemática subjacente, que se mostra adequada à exploração dos conteúdos previstos no componente curricular de Matemática. A sequência de blocos da *blockchain*, a regularidade da emissão de recompensas e o limite teórico da quantidade de *bitcoins* mineráveis foram utilizados como contextos para aplicação dos conceitos de progressão e soma de termos.

Propomos que esta Sequência Didática seja aplicada logo após o estudo de sequência, progressão aritmética e progressão geométrica, sendo necessário toda a assimilação dos conteúdos, bem como a compreensão do funcionamento da rede *Bitcoin*. Sugere-se que, nas primeiras aulas desta Sequência Didática, seja promovido aos alunos uma breve revisão de sequência utilizando o termo lista proposta por (MARQUES, 2019) e uma discussão sobre o que é o *bitcoin*. E nas aulas subsequentes apresentar problemas matemáticos relacionados a rede *Bitcoin*, dos quais irão aumentando o nível de dificuldade de compreensão.

Segundo Zabala (1998), a sequência didática consiste em um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas que formam uma unidade coerente para alcançar objetivos educacionais específicos. Desse modo, tomaremos como referência as sequências didáticas propostas por Macedo (2023) e Souza (2023), as quais adaptamos para contemplar o conteúdo específico deste trabalho, fundamentando-se na Proposta Curricular do Ensino Médio da Paraíba. Assim, desenvolvemos essa sequência didática para abordar cada um dos conteúdos matemáticos selecionados e sua associação com a rede *Bitcoin*, com 6 aulas, onde cada uma das aulas é organizada por três tópicos: Tempo estimado, Desenvolvimento e Resultados esperados qualitativos, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 – Organização das Aulas

Organização dos Encontros	
Aula	Conteúdo/Atividades
Aula 01	Introdução à sequências numéricas, elementos de uma sequência, recorrência e termo geral.
Aula 02	Introdução à rede Bitcoin, mempool do Bitcoin e como ela é formada por uma sequência de blocos e transações.
Aula 03	Progressão Aritmética, classificação da PA, termo geral da PA e PA na rede Bitcoin.
Aula 04	Soma da Progressão Aritmética.
Aula 05	Progressão Geométrica, classificação, termo geral da PG. Recompensas em BTC a cada bloco formam uma PG.
Aula 06	Soma dos termos de uma PG finita, soma dos termos de uma PG infinita, soma de unidades de BTC por ciclos; limite total de BTC possível de ser minerado.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

3.1 Designação da Sequência Didática

Título: Uma sequência didática sobre sequências e progressões com a cadeia de blocos do *Bitcoin*.

Turmas: 1º Ano do Ensino Médio.

Duração: 11 horas-aulas.

Área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias.

Componente curricular: Matemática.

Campo/Eixo: Álgebra e Funções.

Objeto de Conhecimento: Sequências numéricas, Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Habilidades BNCC:

- (EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.
- (EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
- (EM13MAT508) Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
- (EF09CO05) - Analisar técnicas de criptografia para armazenamento e transmissão de dados.

Objetivos:

- Identificar e classificar diferentes tipos de sequências numéricas (finita, infinita, recorrente, não recorrente);
- Compreender e exemplificar a sequência de Fibonacci e sua aplicação em contextos práticos;
- Introduzir os conceitos básicos da rede Bitcoin e sua importância;
- Explicar a estrutura de blockchain e como a mempool armazena transações em sequência;
- Relacionar a estrutura da blockchain com sequências numéricas e progressões;
- Ensinar a classificar progressões aritméticas e identificar suas características;

- Determinar o termo geral de uma PA e aplicá-lo na análise de recompensas em *Bitcoin*;
- Promover a resolução de problemas práticos que envolvam PA, especialmente em cenários de mineração;
- Introduzir a classificação e o termo geral das progressões geométricas;
- Relacionar PG às recompensas de Bitcoin a cada bloco minerado, demonstrando a aplicação matemática;
- Discutir o conceito do limite total de Bitcoin que pode ser minerado, conectando matemática e tecnologia.

Recursos:

- Quadro branco e lápis;
- Projetor Multimídia e Notebooks;
- Computadores e Celulares.

3.1.1 Aula 1 — Introdução a sequências numéricas, elementos de uma sequência, recorrência e termo geral.

- Tempo estimado: 2 aulas de 50 min.
 - Momento I: 1 aula (50 min).
 - Momento II: 1 aula (50 min).
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Inicie a aula escrevendo no quadro ou apresente em slides os seguintes números:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ____

Questione os alunos: Alguém sabe qual é o próximo número dessa lista? Como podemos descobrir?

Dê um tempo para que os alunos observem e formulem hipóteses em duplas ou pequenos grupos. Circule entre os estudantes, escutando suas ideias e incentivando o debate. Após alguns minutos, peça que alguns compartilhem suas respostas com a turma. Caso necessário, ofereça pistas que levem à

descoberta do padrão, como: O que acontece se somarmos dois números vizinhos?

Conduza a turma à conclusão de que cada número é a soma dos dois anteriores, caracterizando a sequência de Fibonacci. Escreva no quadro:

$$1 + 1 = 2, \quad 1 + 2 = 3, \quad 2 + 3 = 5, \quad \dots$$

Após a identificação do padrão, introduza formalmente o conceito de sequência numérica, utilizando uma linguagem acessível. Explique que: na matemática, uma sequência é como uma lista ordenada de números, em que cada número ocupa uma posição específica. Por exemplo: 2, 4, 6, 8, 10... é uma lista onde cada termo soma 2 ao anterior. Apresente os termos técnicos com clareza:

- * **Termo:** cada número da sequência;
- * **Ordem:** a posição que o número ocupa;
- * **Lei de formação:** a regra que define como a sequência se forma.

Mostre outros exemplos simples no quadro:

- * Sequência dos múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20...
- * Sequência decrescente: 100, 90, 80, 70...
- * Sequência alternada: 1, -1, 1, -1...

Pergunte aos alunos: Essas listas seguem alguma regra? Todas têm uma ordem definida?

Finalize com a definição:

Definição 3.1. *Uma **sequência numérica** é uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$, no caso de sequências infinitas, ou o conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$, no caso de sequências finitas com n elementos. O contradomínio da função é o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$.*

- Momento II: Explique com exemplos que cada sequência pode ser determinada por:

- * **Lei de formação (ou termo geral):** quando é possível encontrar uma fórmula que determina qualquer termo da sequência, a partir da sua ordem.
- * **Relação de recorrência:** quando cada termo depende de um ou mais termos anteriores.

Utilize a sequência de Fibonacci como exemplo de recorrência:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \quad \text{para } n \geq 3$$

E mostre uma sequência com termo geral, como:

$$a_n = 2n, \quad \text{que gera: } 2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

Apresente aos alunos os dois principais tipos de sequências quanto à quantidade de termos:

- * **Sequência finita:** possui um número determinado de termos (ex: 1, 2, 3, 4).
- * **Sequência infinita:** seus termos se prolongam indefinidamente (ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...).

Escreva no quadro exemplos diversos para discussão:

- * Sequência par: $a_n = 2n$
- * Sequência ímpar: $a_n = 2n - 1$
- * Sequência quadrática: $a_n = n^2$

Promova perguntas aos alunos: Qual é o 10º termo dessa sequência? E o 20º? Isso ajuda os estudantes a entenderem o papel da fórmula do termo geral como uma ferramenta eficiente para prever valores em qualquer posição da sequência.

Para fixação, proponha uma atividade no quadro: peça aos alunos que, em duplas, criem uma sequência que possa ser definida por termo geral e outra por recorrência. Oriente que tentem escrever a regra de formação e compartilhem com a turma.

Esse momento visa formalizar os conceitos fundamentais que sustentam os estudos futuros sobre progressões aritméticas e geométricas, dando aos alunos uma base sólida e organizada para as próximas aulas.

- Resultados Esperados Qualitativos:
 - Espera-se que os alunos se empenhem com a introdução inicial da sequência de Fibonacci, buscando formas de encontrar seu próximo termo e com uso do termo lista facilite a compreensão e associação de uma sequência. Além disso, espera-se que os alunos possam ter contato com a história da Matemática.

3.1.2 Aula 2 — Introdução à rede *Bitcoin*, *mempool* do *Bitcoin* e como ela é formada por uma sequência de blocos e transações.

- Tempo estimado: 2 aulas de 50 min.
 - Momento I: 1 aula (50 min).
 - Momento II: 1 aula (50 min).
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Abrir um diálogo inicial com os alunos questionando: O que é o *Bitcoin*. Incentivar que compartilhem o que já ouviram falar ou sabem sobre o tema, valorizando as experiências prévias. Em seguida, apresentar os conceitos iniciais sobre a rede *Bitcoin*. Mostrar aos alunos a blockchain em tempo real no site: <https://mempool.space/pt/>. Propor uma dinâmica prática: organizar os alunos em filas, representando os blocos da Rede *Bitcoin*. O professor envia mensagens criptografadas aos últimos alunos de cada fila, utilizando um algoritmo simples de substituição (por exemplo, número → letra). Apenas o professor e o último aluno da fila conhecem o método de criptografia. O objetivo é que o último aluno decifre e leia a mensagem, demonstrando a segurança da criptografia e a estrutura sequencial dos blocos.
 - Momento II: Iniciar uma sequência de atividades que relacionam diretamente o funcionamento da Rede *Bitcoin* com conceitos matemáticos de sequência. Apresenta-se, a seguir, uma sugestão de questões para este exercício.

Quadro 3 – Aula 2: Exercícios

AULA 2 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - A Rede *Bitcoin* é uma sequência?

QUESTÃO 2 - A Rede *Bitcoin* é uma sequência finita ou infinita de blocos?

QUESTÃO 3 - Vimos que a Rede *Bitcoin* recompensa o minerador a cada bloco e, a cada ciclo de 210 mil blocos, essa recompensa é reduzida pela metade. O primeiro ciclo recompensava com 50 BTC. Qual será a recompensa após 4 ciclos?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Resultados Esperados Qualitativos:
 - Espera-se que os alunos se envolvam com a abordagem interdisciplinar, percebendo a aplicação direta da matemática em um tema atual e tecnológico.

A dinâmica com a criptografia, aliada ao uso de recursos digitais e problemas contextualizados, deve despertar a curiosidade e promover o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático. Através das discussões e resoluções de problemas, os alunos devem ser capazes de compreender conceitos como sequência, progressão geométrica e finitude, ampliando sua capacidade de abstração e análise crítica sobre sistemas digitais.

3.1.3 Aula 3 — Progressão Aritmética, classificação da PA, termo geral da PA e PA na rede Bitcoin.

- Tempo estimado: 2 aulas de 50 min.
 - Momento I: 1 aula (50 min).
 - Momento II: 1 aula (50 min).
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Iniciar a aula com uma situação-problema contextualizada do cotidiano e discutir com os alunos as estratégias de resolução. Resolver o problema com os alunos e propor outros exemplos práticos semelhantes, reforçando o reconhecimento da PA em situações do dia a dia. Apresentar-se, a seguir, uma sugestão de questão.

Quadro 4 – Aula 3: Exercícios

AULA 3 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - Emerson plantou uma muda de árvore em seu jardim. No primeiro mês, a planta cresceu 5 centímetros. A cada mês seguinte, a planta cresce 3 centímetros a mais do que no mês anterior.

- a) Qual será a altura da planta ao final de 6 meses?
- b) Qual a altura da planta no 10º mês?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

E, em seguida, apresentar formalmente o conceito de Progressão Aritmética, destacando os elementos. Apresente no quadro ou nos slides a definição:

Definição 3.2. Progressão Aritmética é uma sequência onde a diferença entre cada termo e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e é representada pela letra r .

Explique os principais elementos de uma PA:

- * a_1 : primeiro termo;
- * r : razão (diferença comum entre os termos);
- * a_n : n ésimo termo;
- * n : número da posição (ordem) do termo.

Apresente a fórmula do termo geral da PA:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r.$$

Utilize um exemplo simples para ilustrar:

Considere a PA: 5, 8, 11, 14, ... Aqui, $a_1 = 5$ e $r = 3$. Logo,
 $a_4 = 5 + (4 - 1) \cdot 3 = 14$.

- Momento II: Apresentar problemas aplicando o conceito de PA no contexto da rede *Bitcoin*, estimulando o raciocínio lógico, abstração e associação entre uma PA e as transações na rede. Apresenta-se, a seguir, umas sugestões de questões.

Quadro 5 – Aula 3: Exercícios

AULA 3 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - Os blocos da Rede Bitcoin formam uma PA? Se sim, qual é a razão?

QUESTÃO 2 - Do bloco 420100 ao bloco 420104, as transações formam uma PA? Se sim, qual a razão?

QUESTÃO 3 - Em um determinado mês, a rede Bitcoin processou 200 transações no primeiro bloco. A cada bloco seguinte, o número de transações aumentou em 50. Qual será o número de transações processadas no 5º bloco?

QUESTÃO 4 - Suponha que a rede Bitcoin comece com 300 transações no primeiro bloco. Se o número de transações diminui em 20 a cada bloco, quantas transações haverá no 10º bloco?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Resultados Esperados Qualitativos:
 - Espera-se que os alunos aprofundem sua compreensão sobre progressão aritmética, reconhecendo seus elementos e aplicando-os com segurança em problemas contextualizados. A associação entre conteúdos matemáticos e o funcionamento da rede *Bitcoin* deve fortalecer o entendimento da PA como uma ferramenta útil na modelagem de fenômenos reais e tecnológicos. Com a exploração de situações com razões positivas e negativas, os alunos também deverão desenvolver maior flexibilidade cognitiva e pensamento analítico, habilidades essenciais para o aprendizado matemático e a resolução de problemas.

3.1.4 Aula 4 — Soma da Progressão Aritmética.

- Tempo estimado: 1 aula de 50 min.
 - Momento I: 25 min.
 - Momento II: 25 min.
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Iniciar a aula com uma situação-problema exploratória, escrita no quadro ou projetada. Propor que os alunos discutam em duplas ou pequenos grupos e explorem estratégias próprias de contagem, agrupamento ou estimativa. Incentivar o uso de ideias como: Pareamento de termos (ex: $1+100$, $2+99$, $3+98 \dots$). Apresenta-se, a seguir, uma sugestão de questão.

Quadro 6 – Aula 4: Exercícios

AULA 4 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - Qual a soma de 1 até 100? E de 1 até 1000?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Momento II: Apresentar e formalizar a fórmula da soma dos termos da PA e resolver o problema utilizando essa fórmula. Apresente a fórmula no quadro ou em slides:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n).$$

Explique que essa fórmula calcula a soma dos n primeiros termos de uma PA, onde:

- * S_n : soma dos n primeiros termos;
 - * a_1 : primeiro termo da PA;
 - * a_n : último termo (ou termo de ordem n);
 - * n : número de termos a serem somados.
- Resultados Esperados Qualitativos:

Espera-se que os alunos desenvolvam estratégias autônomas de resolução de problemas, compreendendo padrões e regularidades antes da introdução formal da fórmula da soma da PA. Ao final da aula, espera-se que consigam aplicar a fórmula corretamente e interpretar os resultados em contextos variados, consolidando a associação entre conteúdos matemáticos e fenômenos reais. A aula também visa promover a transição do pensamento aritmético

para o pensamento algébrico, além de fortalecer a compreensão conceitual da estrutura das progressões.

3.1.5 Aula 5 — Progressão Geométrica, classificação, termo geral da PG. Recompensas em BTC a cada bloco.

- Tempo estimado: 2 aulas de 50 min.
 - Momento I: 1 aula (50 min).
 - Momento II: 1 aula (50 min).
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Iniciar a aula com uma situação-problema contextualizada. Propor que os alunos identifiquem o padrão de crescimento nos valores e testem estratégias próprias para prever o valor economizado no 4º mês e a soma acumulada. Em seguida, apresentar o conceito de Progressão Geométrica (PG), sua representação por meio do termo geral, e trabalhar com exemplos simples. Apresenta-se, a seguir, uma sugestão de questão.

Quadro 7 – Aula 5: Exercícios

AULA 5 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - Emerson começou a economizar para comprar um celular. No primeiro mês, ela economizou 50 reais, e a cada mês seguinte, o valor economizado foi o dobro do mês anterior.

- a) Qual será o valor que Emerson economizará no 4º mês?
- b) Qual é o total economizado ao final de 4 meses?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Escreva no quadro ou apresente em slides o conceito de Progressão Geométrica (PG), sua representação por meio do termo geral:

Definição 3.3. Uma **Progressão Geométrica** é uma sequência numérica da forma

$$(a_1, a_2, a_3, \dots),$$

em que, a partir do segundo termo, cada termo é obtido pela multiplicação do termo anterior por uma constante q , chamada de razão da PG. Isto é, para todo $n \geq 2$, vale:

$$a_n = a_{n-1} \cdot q.$$

Apresente a **fórmula do termo geral da PG**:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}.$$

Onde:

- a_n : é o termo de ordem n ;
 - a_1 : é o primeiro termo da PG;
 - q : é a razão da PG;
 - n : é a posição (ordem) do termo na sequência.
- Momento II: Relacionar a Progressão Geométrica com o mecanismo de funcionamento da política monetária do *Bitcoin*, especialmente com a recompensa por bloco minerado. Explique que, desde sua criação, a política monetária do *Bitcoin* estabelece que a recompensa por bloco é reduzida à metade a cada ciclo de aproximadamente **210 mil blocos**, processo conhecido como *halving*. Isso forma uma PG decrescente com:
 - $a_1 = 50$ BTC (recompensa inicial);
 - $q = \frac{1}{2}$ (razão da PG, pois a recompensa é reduzida pela metade a cada ciclo).Ressalte aos alunos que esse processo garante um controle da oferta de moedas e evita a inflação, funcionando como uma espécie de política monetária programada.
- Após a contextualização, proponha a resolução de problemas aplicando o conceito de PG no contexto da rede *Bitcoin*, estimulando o raciocínio lógico, abstração e associação entre uma PG e a política monetária da rede. Oriente os alunos a identificarem as variáveis da PG em cada problema, aplicar a fórmula do termo geral, justificar seus raciocínios e interpretar os resultados. Apresenta-se, a seguir, umas sugestões de questões.

Quadro 8 – Aula 5: Exercícios

AULA 5 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - O primeiro ciclo recompensava o minerador em 50 BTC. Em 8 ciclos, qual será a recompensa por bloco minerado?

QUESTÃO 2 - O primeiro ciclo recompensava o minerador em 50 BTC. Em quantos ciclos a recompensa por bloco será de 3,125 BTC?

QUESTÃO 3 - O primeiro ciclo recompensava o minerador em 50 BTC. Sabendo que 210 mil blocos são processados em aproximadamente 4 anos, em quantos anos a recompensa por bloco minerado será de 6,25 BTC?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Resultados Esperados Qualitativos:

Espera-se que os alunos identifiquem e compreendam situações que envolvam Progressão Geométrica, reconhecendo o padrão multiplicativo entre os termos de uma sequência. Ao aplicar esse conhecimento ao contexto da rede do Bitcoin, os alunos devem perceber como a redução da recompensa por bloco representa um exemplo real de PG, com implicações tecnológicas e econômicas. As atividades também favorecem o desenvolvimento do pensamento lógico, multiplicativo e algébrico, além de integrar matemática a temas de relevância contemporânea. Ao final da aula, espera-se que os alunos estejam preparados para formalizar e aplicar a fórmula do termo geral da PG e interpretar seu significado em diferentes contextos.

3.1.6 Aula 6 — Soma dos termos de uma PG finita, soma dos termos de uma PG infinita, soma de unidades de BTC por ciclos; limite total de BTC possível de ser minerado.

- Tempo estimado: 2 aulas de 50 min.
 - Momento I: 1 aula (50 min).
 - Momento II: 1 aula (50 min).
- Desenvolvimento:
 - Momento I: Iniciar a aula com uma situação-problema contextualizada. Propor que os alunos identifiquem qual a soma dos valores e testem estratégias próprias para prever o valor total. Apresenta-se, a seguir, uma sugestão de questão.

Quadro 9 – Aula 6: Exercícios

AULA 6 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - Emerson está planejando uma série de investimentos em renda fixa. No primeiro mês, ele investe R\$ 1.000,00 e dobra o valor investido a cada mês subsequente. Considerando que ele continuará por 6 meses, qual será o total investido nesse período?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Em seguida, apresentar a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG finita e infinita. Explique que a PG finita possui número limitado de termos e é comum em contextos como investimentos, parcelas ou ciclos de tempo definidos. Já a PG infinita é utilizada em situações onde a sequência continua indefinidamente, com razão entre -1 e 1 .

Soma dos n primeiros termos de uma PG finita:

Apresente a fórmula:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad \text{para } q \neq 1$$

Explique os elementos:

- * S_n : soma dos n primeiros termos;
- * a_1 : primeiro termo;
- * q : razão da PG;
- * n : número de termos a serem somados.

Exemplo:

O primeiro ciclo do Bitcoin recompensa com 50 BTC. Quantos bitcoins são minerados ao final de 4 ciclos?

Utilize: $a_1 = 50$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 4$

$$S_4 = 50 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 50 \cdot \frac{\frac{1}{16} - 1}{-\frac{1}{2}} = 50 \cdot \frac{-\frac{15}{16}}{-\frac{1}{2}} = 50 \cdot \frac{15}{8} = 93,75 \text{ BTC}$$

Conclua explicando que um ciclo tem 210 mil blocos e basta multiplicar os 93,75 BTC por 210000 e encontrará o total nesses quatro ciclos (19687,5 BTC), e que este valor representa a soma decrescente das recompensas por bloco ao longo do tempo.

Soma de uma PG infinita:

Apresente a fórmula:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}, \quad \text{com } |q| < 1$$

Explique que essa fórmula é válida somente para PGs infinitas com razão entre -1 e 1 , como é o caso da política de emissão do *Bitcoin*.

- Momento II: Apresentar e aplicar o conceito de soma de PG ao funcionamento da rede do *Bitcoin*, em especial no modelo de recompensa decrescente por bloco a cada ciclo.

Quadro 10 – Aula 6: Exercícios

AULA 6 - EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1 - O primeiro ciclo recompensava o minerador com 50 BTC. Sabendo que 210 mil blocos são minerados em cada ciclo, responda:

- a) Quantos BTC serão minerados em 2 ciclos?
- b) E em 4 ciclos?

QUESTÃO 2 - Considerando que a recompensa do Bitcoin reduz pela metade a cada ciclo (50, 25, 12,5, ...), qual será o total de BTC que pode ser minerado?

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Resultados Esperados Qualitativos:
 - Espera-se que os alunos reconheçam e apliquem a fórmula da soma de uma Progressão Geométrica finita e infinita, com compreensão conceitual do comportamento exponencial da sequência. Ao relacionar com investimentos e mineração de Bitcoin, os alunos devem entender que a PG modela situações reais e complexas, como o crescimento de capital ou a política de emissão monetária. Essa aula favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico avançado, raciocínio financeiro e interpretação crítica de dados numéricos.

4 Conclusões

A utilização da rede *Bitcoin* e da visualização da *blockchain* por meio do site *mem-pool.space* representa uma oportunidade inovadora de promover a aprendizagem significativa de sequências e progressões. Ao aproximar os conteúdos matemáticos da realidade digital dos estudantes, essa proposta favorece a motivação, a contextualização e o desenvolvimento de competências essenciais previstas na BNCC. A abordagem permite que os alunos associem conceitos abstratos a estruturas reais, como o crescimento controlado da oferta de *bitcoins*, consolidando a matemática como ferramenta de leitura crítica do mundo contemporâneo.

Esperamos, com esta proposta, contribuir para a valorização do ensino da matemática em contextos significativos, ampliando a percepção dos alunos sobre sua aplicabilidade e promovendo a articulação entre o conteúdo matemático e os avanços tecnológicos da sociedade contemporânea. Ao final da sequência, os estudantes deverão ser capazes de compreender e aplicar os conceitos de PA e PG, interpretar situações envolvendo crescimento e decaimento exponencial e refletir criticamente sobre o papel da matemática na organização de sistemas complexos como o *Bitcoin*.

Referências

- MACEDO, R. A. A. *Sistemas Lineares e Métodos Numéricos: uma proposta para o Ensino Médio*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática)) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, 2023. Acesso em: 04 mês ano. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=7179&id2=171055870>. Citado na página 11.
- MARQUES, C. P. *A importância da Análise Real na formação do Professor de Matemática do Ensino Médio: o caso das sequências numéricas*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — PROFMAT, Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), 2019. Citado na página 10.
- NAKAMOTO, S. *Bitcoin: um sistema de dinheiro eletrônico peer-to-peer*. 2008. Disponível em: <<https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>>. Acesso em: 30 ago 2024. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 7.
- SOUZA, B. V. d. *Problemas do 2º grau: uma proposta de sequências didáticas sob a perspectiva da metodologia de resolução de problemas*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Matemática)) — Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, 2023. Orientação: Prof. Dr. Leomaques Francisco Silva Bernardo. 142 f. : il. color. Citado na página 11.
- ZABALA, A. *A prática educativa : como ensinar [recurso eletrônico]*. [S.l.]: Editora ABDR, 1998. Citado na página 11.