



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Franciscarlos de Medeiros Santos

Produto Educacional

Jogo das Decomposições

Campina Grande - PB

Agosto/2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Franciscarlos de Medeiros Santos

Jogo das Decomposições

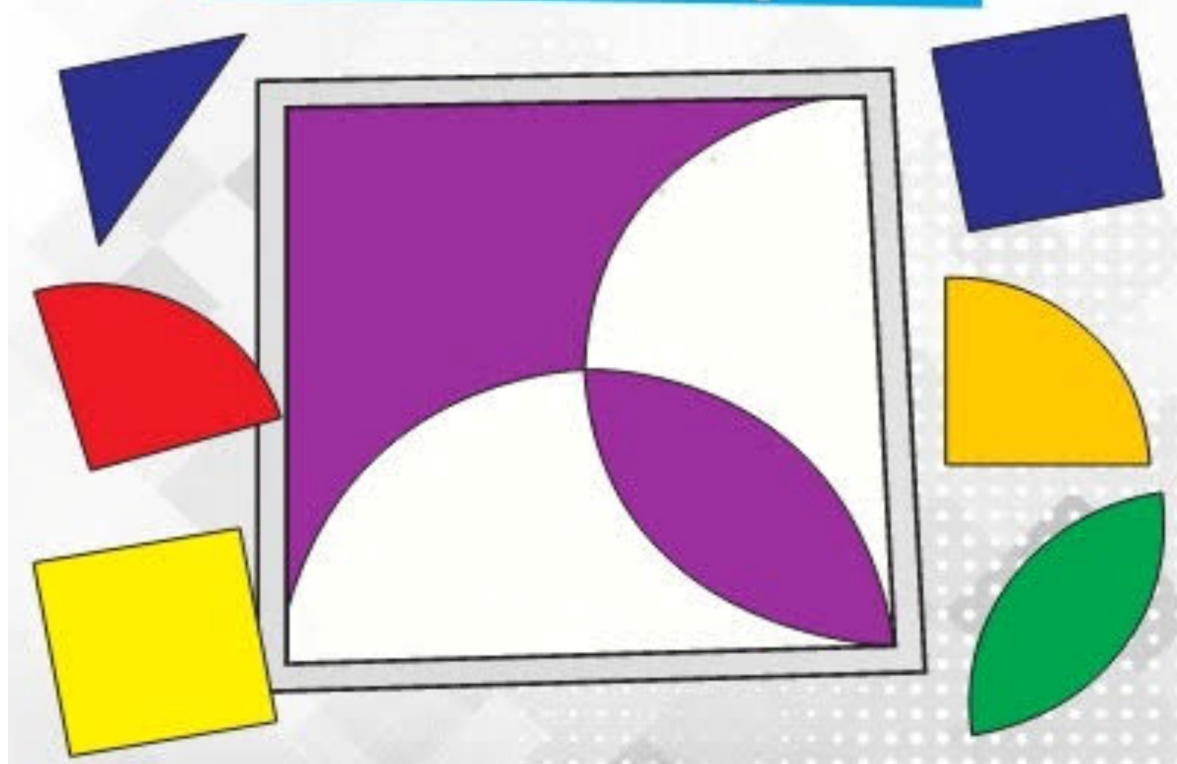
Produto Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr. Daniel Cordeiro de Moraes Filho

Campina Grande - PB

Agosto/2025

JOGO DAS DECOMPOSIÇÕES



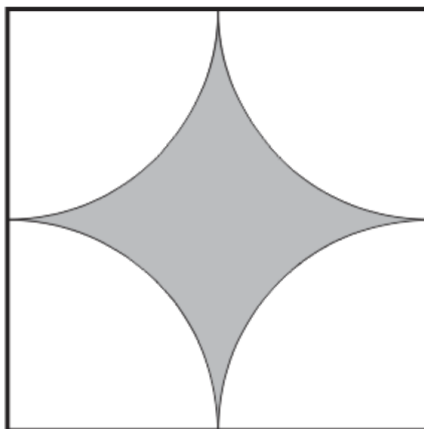
Introdução

Este trabalho apresenta um produto educacional, que integra a dissertação “**Cálculo de Áreas de Figuras Planas Não Comuns: uma sugestão com jogos e materiais concretos**”, sendo requisito parcial para a obtenção do título de mestre no PROFMAT.

O produto consiste em um jogo matemático intitulado “**Jogo das Decomposições**”, desenvolvido como um material manuseável concreto. O jogo visa explorar a decomposição de figuras planas, cujas áreas não possuem cálculo imediato (figuras não comuns), em formas geométricas para as quais as áreas são calculadas de forma imediata por meio da fórmula, como triângulos, paralelogramos, círculos, setores circulares.

A Figura 1 ilustra uma figura plana não comum (de cor cinza), pois é uma área que não possui uma fórmula imediata para calculá-la.

Figura 1 – Exemplo de uma figura plana não comum



Fonte: Elaborada pelo Autor

A geometria está presente em diversos objetos de nosso cotidiano, seja nas paredes de uma casa, seja no piso de um salão, nas portas, janelas e vários outros utensílios. Além do mais, o cálculo de áreas de figuras planas também é bastante explorado diariamente, como exemplo, em construções civis, onde precisa calcular a área de um piso para saber quantos azulejos serão necessários para revesti-lo ou de uma parede para saber quantos litros de tinta serão necessários para pintá-la e em diversas outras situações diárias.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) considera a geometria como uma das unidades temáticas de matemática no ensino básico e destaca que ela não deve “ficar

reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas [...]” (BRASIL, 2018, p. 270).

Diante da beleza que a geometria proporciona, viemos com essa proposta de explorar o cálculo das áreas de figuras planas através de um jogo em forma de material concreto que será capaz de despertar a visão geométrica dos alunos podendo interligar as propriedades anteriormente estudadas por eles, ainda, de forma lúdica.

Trabalhar a matemática a partir de jogos pode tornar o ambiente mais divertido e agradável em sala de aula. E o “Jogo se bem escolhido e explorado, pode ser um elemento auxiliar de grande eficácia para alcançar alguns dos objetivos do ensino, dentre eles, ajudar o aluno a desenvolver suas potencialidades, tanto intelectuais quanto afetivas.” (RÊGO R. G. D.; RÊGO, 2022).

A seguir, após a apresentação dos objetivos gerais e específicos, que se espera alcançar com o uso do jogo, será descrito o kit que acompanha o produto, contendo as peças necessárias para manipulação e exploração das decomposições das áreas de figuras planas não comuns apresentadas aos alunos. Logo após, detalharemos os procedimentos metodológicos, com orientações para que o professor possa aplicar o jogo em sala de aula. Em seguida, serão apresentadas sugestões de materiais alternativos, para que o docente possa fabricar o jogo com utensílios de custo mais acessível. Por fim, no apêndice podemos encontrar as figuras a serem impressas em papel adesivo para confecção das peças do jogo.

O presente trabalho foi desenvolvido com o apoio financeiro da Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba - FAPESQ.

Objetivos

Objetivo Geral:

Calcular as áreas de figuras planas por meio da decomposição em formas geométricas cujas áreas podem ser calculadas, como triângulos, paralelogramos, trapézios, círculos.

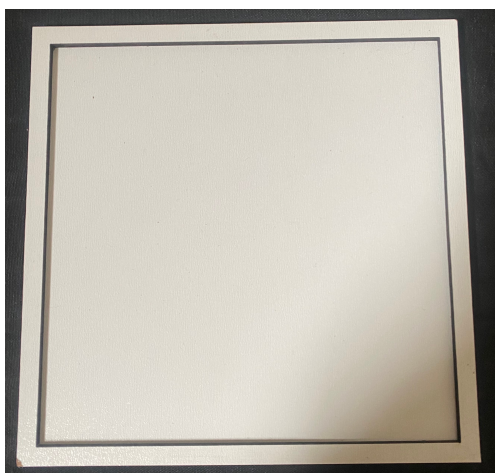
Objetivos Específicos:

- Desenvolver o raciocínio lógico-matemático;
- Identificar as formas geométricas presentes nas figuras apresentadas pelo professor;
- Exercitar a decomposição de figuras planas;
- Estimular o trabalho em grupo.

Apresentação do kit

O kit será composto por uma base que será usada para encaixar as peças do jogo e efetuar as decomposições das figuras que serão sugeridas pelos professores para os alunos calcular as áreas. O fundo dela possui um formato de quadrado, chamaremos a referida base de **caixinha**. O modelo da caixinha pode ser visto na Figura 2.

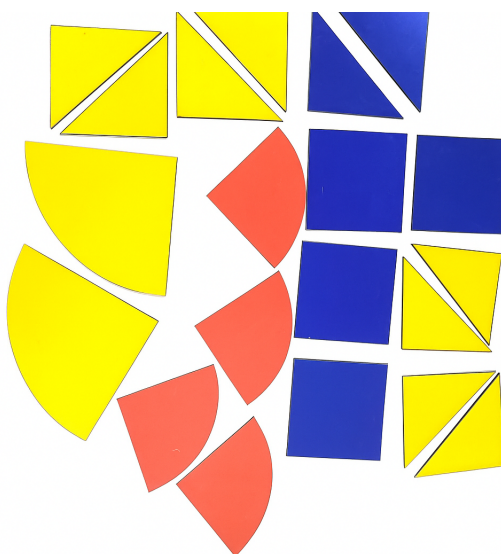
Figura 2 – Caixinha



Fonte: Autor

Além da caixinha, o kit dispõe de 37 peças de formatos geométricos, nas quais 20 delas possuem as formas de triângulo, quadrado e setor circular. Iremos denominá-las **figuras auxiliares**. Vejamos as figuras auxiliares na Figura 3.

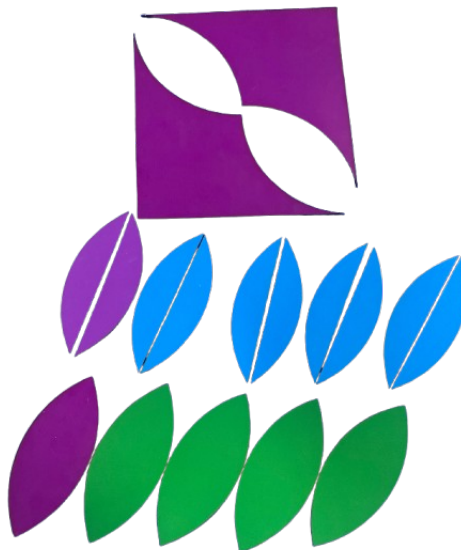
Figura 3 – Figuras auxiliares



Fonte: Autor

As outras 17 peças que compõem o kit são figuras que não possuem o cálculo da área de forma imediata, porém, podem ser calculadas a partir das figuras auxiliares e da caixinha. A Figura 4 ilustra as demais peças do jogo.

Figura 4 – Demais peças do kit



Fonte: Autor

Observação 0.1. *As figuras auxiliares são aquelas cujas áreas podem ser calculadas de forma imediata.*

Observação 0.2. *As figuras planas que o professor apresentará aos alunos, e que estão anexas no Apêndice B como sugestões, serão referidas ao longo do texto como **figuras-mãe**.*

Procedimentos metodológicos

A aplicação do presente jogo também pode ser estudada de forma mais direta nos slides do arquivo “Aplicação do jogo”, que está anexo juntamente com este produto educacional.

Antes da aplicação do jogo das decomposições, indicamos a leitura do Capítulo 3 do TCC “Cálculo de Áreas de Figuras Planas Não Comuns: uma sugestão com jogos e materiais concretos” para entender e usar, na prática, o método de resolução de problemas sugerido por Pólya. Para, assim, ter uma melhor condução na dinâmica em sala de aula.

Para efetuar os cálculos, considerem a medida do lado da caixinha como sendo $2u$. Onde, u é uma unidade de comprimento qualquer.

Nas aulas que antecederão a aplicação do jogo, aplique atividades contendo as figuras auxiliares do jogo, pois, dessa forma os estudantes poderão usar os resultados delas nas decomposições das figuras mães que serão sugeridas durante o jogo. No Apêndice C, anexamos uma lista de exercícios como sugestão.

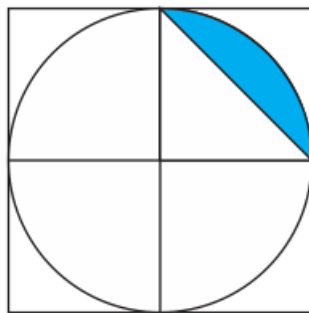
O(a) docente deverá deixar claro para os alunos que para calcular as áreas das figuras-mãe, eles deverão, obrigatoriamente, usar a decomposição da figura-mãe em figuras auxiliares ou em outras a qual eles já tenham calculado a área anteriormente.

No dia da aplicação do jogo, siga as seguintes instruções:

- **Divida a turma em duas ou mais equipes;**
- **Distribua um kit para cada equipe;**
- **Entregue (de forma impressa), em cada rodada, uma figura-mãe para os alunos fazerem traçados auxiliares na tentativa de conseguir visualizar melhor as decomposições. Estipule um tempo para que os estudantes possam calcular as áreas e apresentar os cálculos para a turma;**
- **Peça para cada equipe eleger um líder, que será o responsável pela apresentação do cálculo da área da figura-mãe para a turma;**

Para fazer as subtrações das áreas das figuras no material concreto, os estudantes deverão fazer a sobreposição das peças. Por exemplo, para calcular a área da figura pintada de azul na imagem a seguir, deve-se calcular a área do setor e subtrair a área do triângulo retângulo.

Figura 5 – Área a ser calculada usando a subtração das áreas das figuras



Fonte: Elaborada pelo autor

Para efetuar a subtração da área do setor pela área do triângulo e obter a área colorida da Figura 5, usando as peças do nosso jogo, deve-se fazer a sobreposição das peças como indicado na Figura 6.

Figura 6 – Sobreposição das peças indicando a subtração das áreas das respectivas figuras



Fonte: Autor

Pontuações e Premiações

As equipes irão pontuar, em cada rodada, da seguinte maneira:

- **10 pontos para a equipe que primeiro apresentar o cálculo da área;**
- **5 pontos para a(s) equipe(es) que apresentar(em) um cálculo diferente do que foi apresentado pela primeira equipe;**
- **As pontuações serão cumulativas e ganhará o jogo a equipe que obtiver o maior somatório de pontos.**

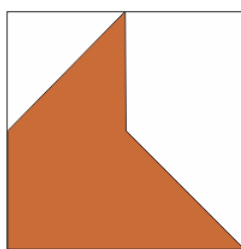
Com o intuito de motivar ainda mais a participação dos alunos no jogo, sugere-se, para premiação, algum reforço positivo para cada estudante da equipe vencedora, seja um doce ou até mesmo ponto(s) na disciplina. Porém, a premiação ficará a critério do(a) professor(a) de fazê-la ou não.

Sequência de figuras-mãe para serem apresentadas aos alunos

A sequência de figuras que serão usadas em cada rodada, que iremos sugerir, foram classificadas de acordo com o que consideramos ser um aumento gradual nos níveis dos cálculos das áreas. Porém, fica a critério do(a) docente em montar sua própria sequência e até mesmo escolher outras figuras-mãe que também achar interessantes.

Para a rodada 1, sugere-se o uso da Figura 7:

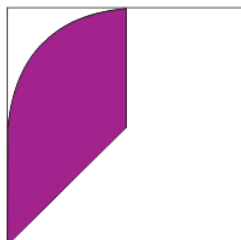
Figura 7 – Figura-mãe 1



Fonte: Elaborada pelo Autor

Para a rodada 2, sugere-se a Figura 8:

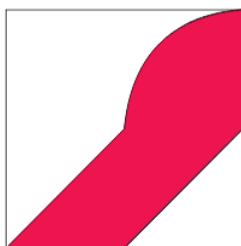
Figura 8 – Figura-mãe 2



Fonte: Elaborada pelo Autor

Para a rodada 3, pode-se usar a Figura 9:

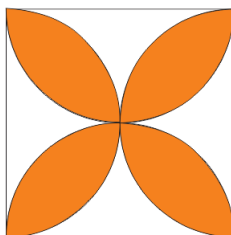
Figura 9 – Figura-mãe 3



Fonte: Elaborada pelo Autor

Para a rodada 4, use a Figura 10:

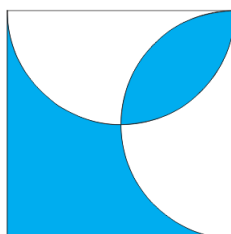
Figura 10 – Figura-mãe 4



Fonte: Elaborada pelo Autor

Para a rodada 5, aconselha-se o uso da Figura 11:

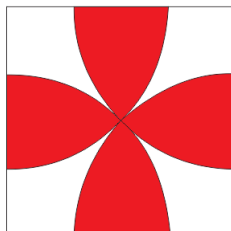
Figura 11 – Figura-mãe 5



Fonte: Autor, adaptada de Portal da OBMEP

Para a rodada Extra, use a Figura 12:

Figura 12 – Figura-mãe Extra



Fonte: OBMEP - modificada

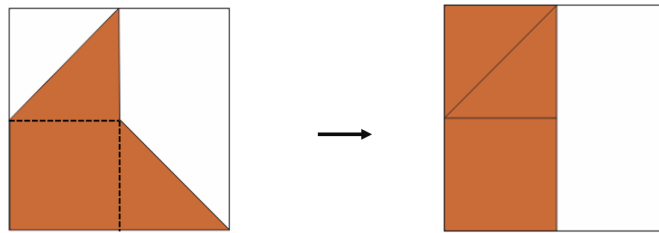
Soluções esperadas

Mostraremos aqui uma possível solução para cada área das figuras-mãe expostas na seção anterior.

Nos procedimentos metodológicos, consideramos o lado da caixinha igual a $2u$, logo a área da caixinha será igual a $4u^2$.

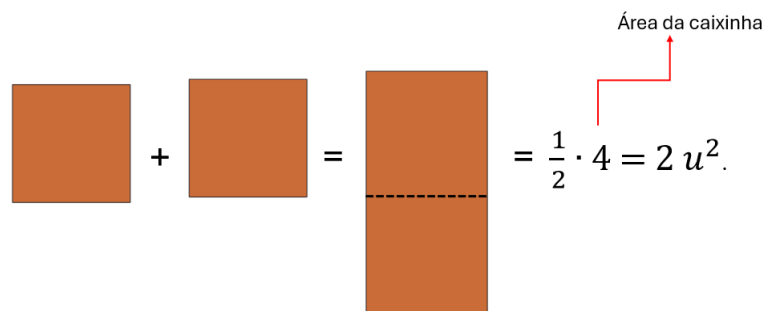
Para a Figura-mãe 1, espera-se a seguinte resposta:

(a) Decomposição da figura-mãe em um quadrado e dois triângulos



Fonte: Elaborada pelo Autor

(b) Formando o retângulo

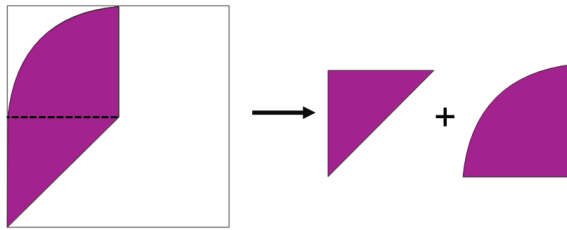


Fonte: Elaborada pelo Autor

Ou seja, a área da figura-mãe 1 é igual a $2u^2$.

Já na figura-mãe 2, aguarda-se o seguinte cálculo:

- (a) Decomposição da figura-mãe em um triângulo e um setor circular



Fonte: Elaborada pelo Autor

- (b) Soma das áreas das figuras

The diagram shows the right triangle and quarter-circle sector from the previous step, followed by an equals sign and the formula for their combined area. Red arrows point from the terms in the formula to labels: one points to the \$4\$ in the first term, labeled 'Área da caixinha', and another points to the \$\pi\$ in the second term, labeled 'Área do círculo circunscrito à caixinha'.

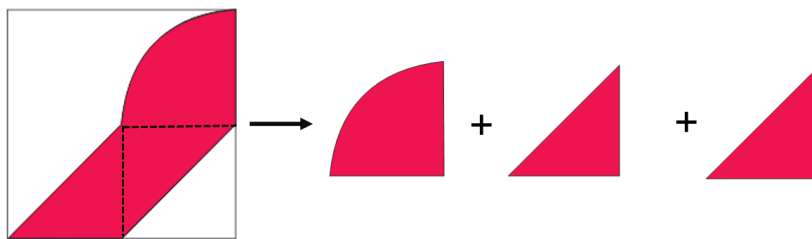
$$= \frac{1}{8} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot \pi = \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \right) u^2.$$

Fonte: Elaborada pelo Autor

Dessa forma, a área da figura-mãe 2 é igual a $\left(\frac{\pi+2}{4} \right) u^2$.

A resolução esperada para a figura-mãe 3 é da seguinte forma:

- (a) Decomposição da figura-mãe em um setor circular e dois triângulos



Fonte: Elaborada pelo Autor

- (b) Soma das áreas

The diagram shows the quarter-circle sector and two right triangles from the previous step, followed by an equals sign and the formula for their combined area.

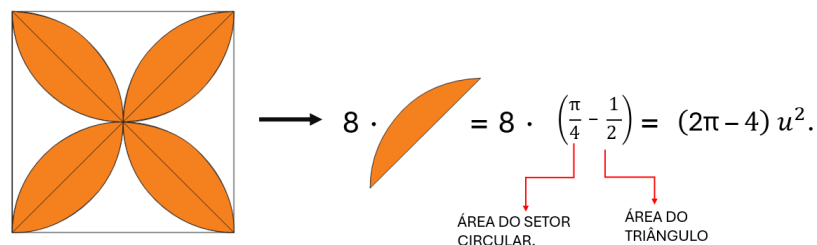
$$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \left(\frac{\pi+4}{4} \right) u^2.$$

Fonte: Elaborada pelo Autor

Sendo assim, a área da figura-mãe 3 é igual a $\left(\frac{\pi+4}{4}\right) u^2$.

Agora, a solução esperada para a figura-mãe 4 será:

Figura 16 – Decomposição da figura-mãe 4

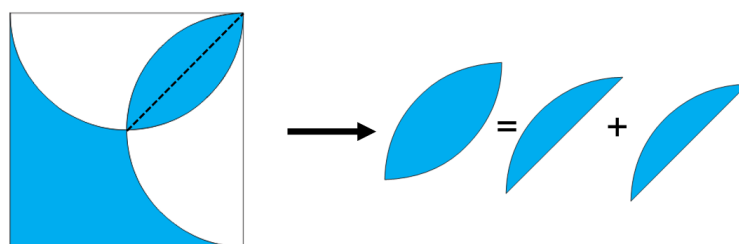


Fonte: Elaborada pelo Autor

Isto é, a área da figura-mãe 4 é igual a $(2\pi - 4) u^2$.

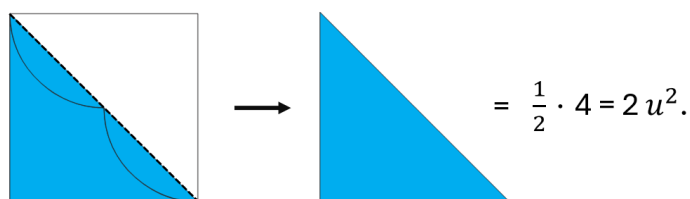
A solução esperada para a figura-mãe 5 é:

(a) Decomposição da figura-mãe 5



Fonte: Elaborada pelo Autor

(b) Formando o triângulo

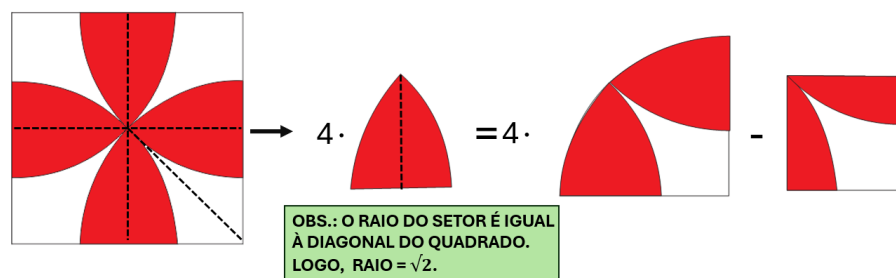


Fonte: Elaborada pelo Autor

Note que a área da figura-mãe é a metade da área da caixinha, isto é, $2u^2$.

A figura-mãe extra pode ter a área calculada da seguinte forma:

(a) Decomposição da figura-mãe extra



Fonte: Elaborada pelo Autor

(b) Subtração da área do setor de raio $\sqrt{2}$ pela área do quadrado unitário

The diagram shows a quarter-circle sector of radius $\sqrt{2}$ (red) and a square of side 1 (white). The equation is:
$$= \frac{2\pi}{4} - 1 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) u^2.$$

Fonte: Elaborada pelo Autor

Assim, a área da figura-mãe extra será dada por $4 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = (2\pi - 4) u^2$.

As demais soluções, diferentes das apresentadas nesta seção, deverão ser analisadas pelo(a) professor(a) e consideradas, caso estejam corretas.

Vale ressaltar que as figuras-mãe foram elaboradas por meio da observação da Figura 11, com exceção da Figura 12 que foi retirada da OBMEP. Sendo assim, o(a) professor(a) pode usar a criatividade para elaborar novas figuras-mãe a partir da composição das demais peças do jogo.

Aconselha-se também que o(a) docente disponibilize um tempo para os estudantes formarem novas composições e elaborarem outras figuras-mãe.

Sugestões de materiais alternativos

O jogo aplicado e relatado na dissertação deste autor, foi confeccionado no material MDF. As figuras com o formato das peças do jogo, que estão anexas no Apêndice A deste produto educacional, foram desenhadas no software Corel Draw.

Para incentivar a reciclagem e fabricar um material de baixo custo, aconselha-se que utilize papelão para confeccionar as peças geométricas. Basta imprimir as figuras, que estão anexadas no Apêndice A, em papel adesivo e colar no papelão para recortar o contorno delas. Uma dica de papelão consistente é caixa de televisão.

A base (caixinha), sugerimos que seja confeccionada de isopor, que também é um material de baixo custo e é fácil de encontrar nas livrarias e até nas escolas.

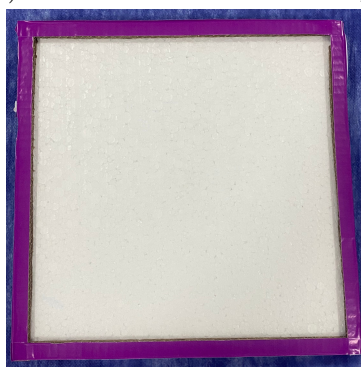
A figura a seguir expõe o material que confeccionamos com papelão e isopor.

(a) Algumas peças fabricadas em papelão



Fonte: Autor

(b) Caixinha fabricada em isopor



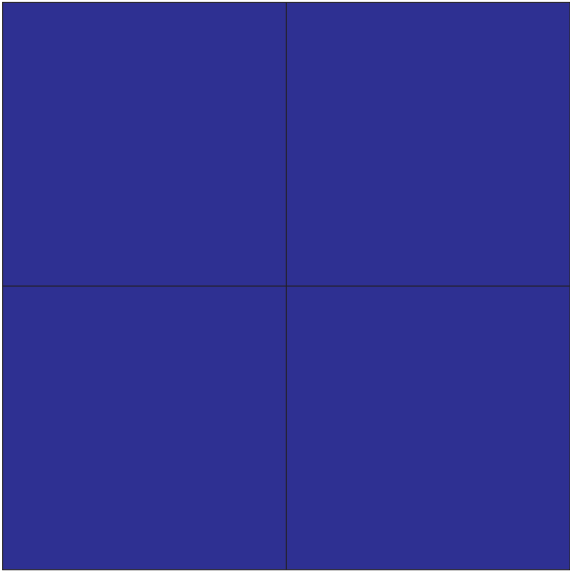
Fonte: Autor

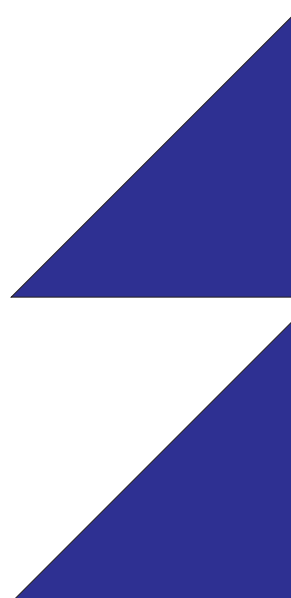
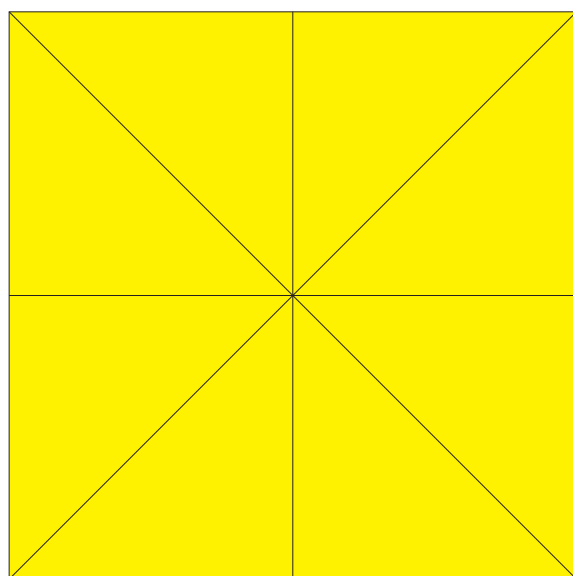
Caso queira fabricar o jogo em um material com maior durabilidade, aconselha-se confeccionar em algum dos seguintes materiais: placas de PVC, acrílico, MDF ou placas capa de agenda.

Apêndices

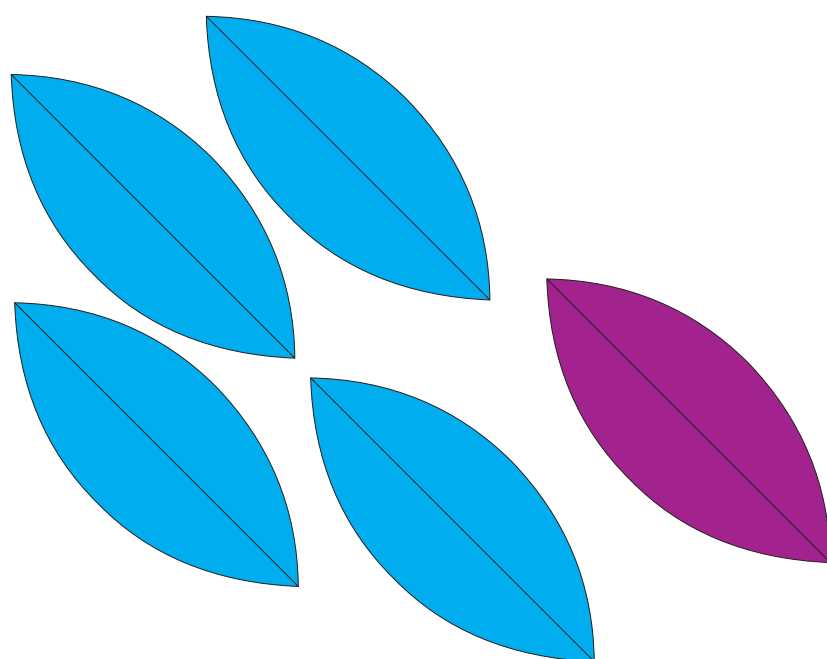
APÊNDICE A – Peças do jogo para imprimir

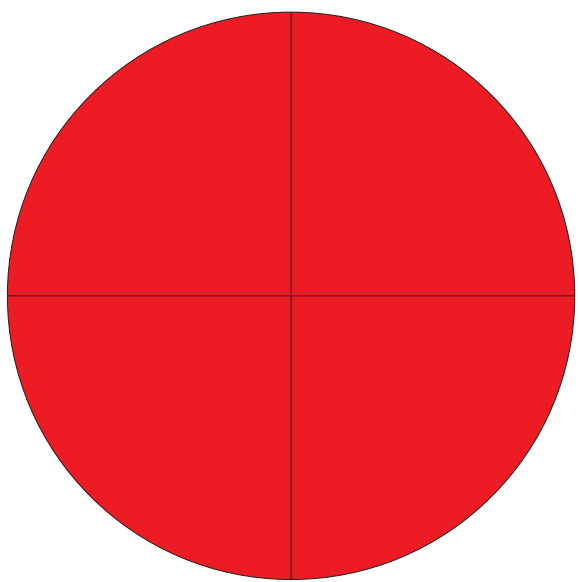
As dimensões usadas para imprimir as figuras, anexadas a seguir, fica a critério do(a) professor(a). No material que confeccionamos, a caixinha tinha dimensões internas 25,2 cm x 25,2 cm, enquanto o quadrado maior da próxima figura teve lados medindo 25 cm. E as demais figuras foram desenhadas conforme a proporção do quadrado de lado 25 cm.

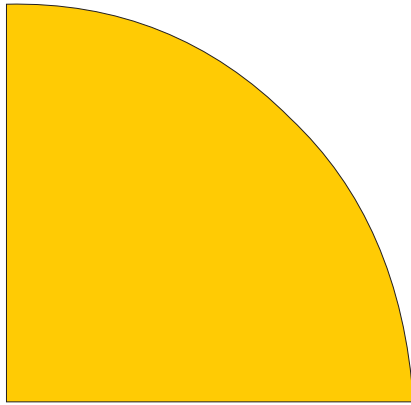
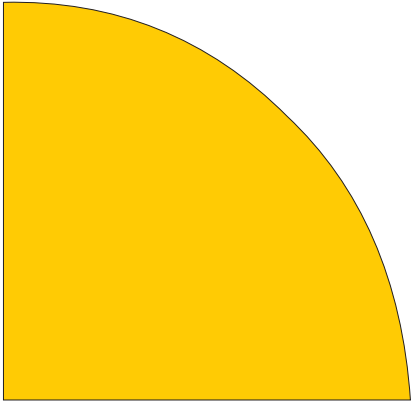


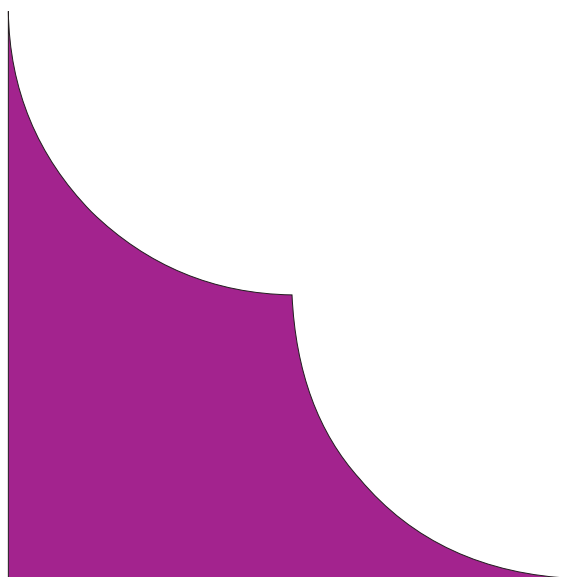




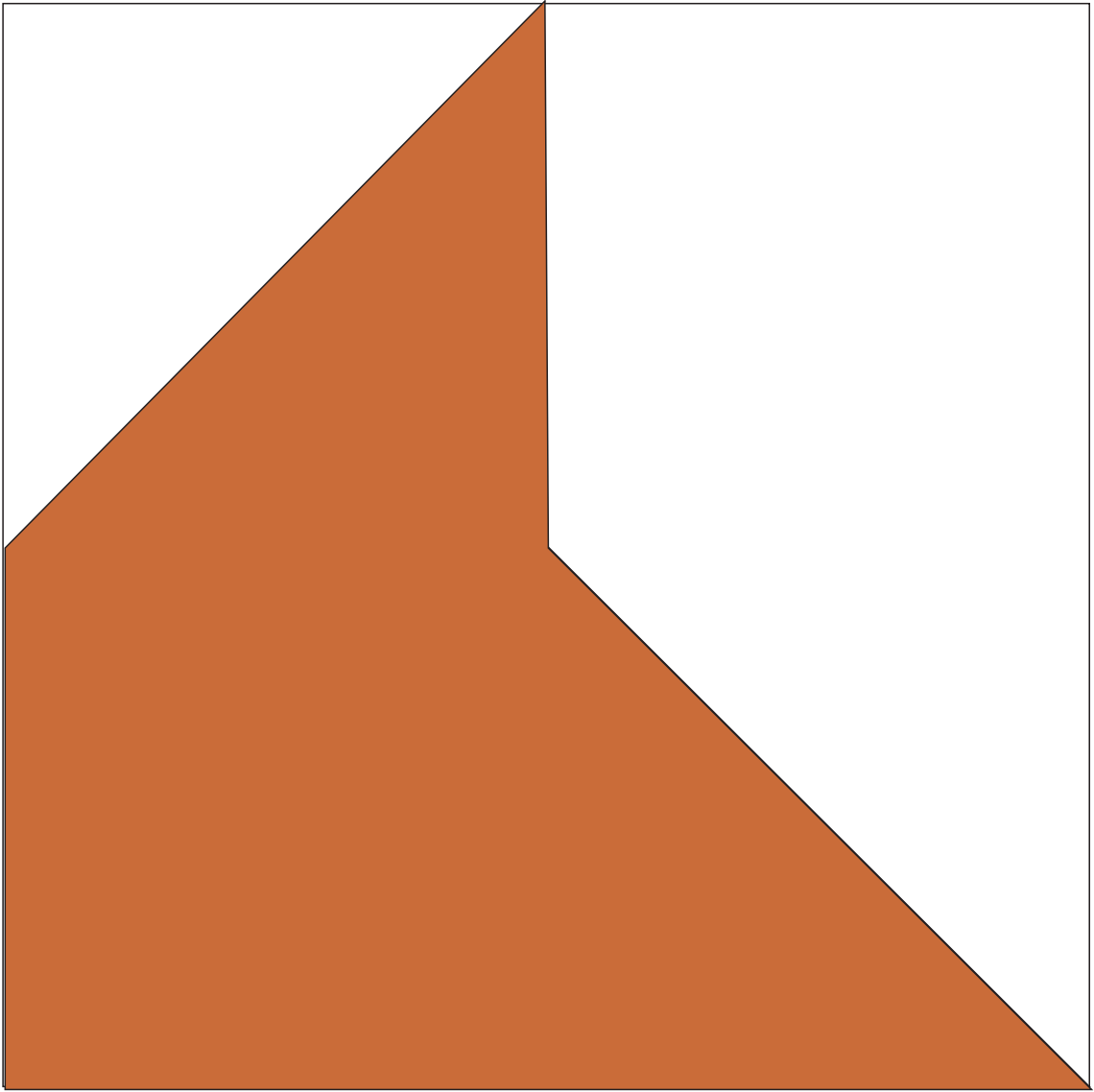


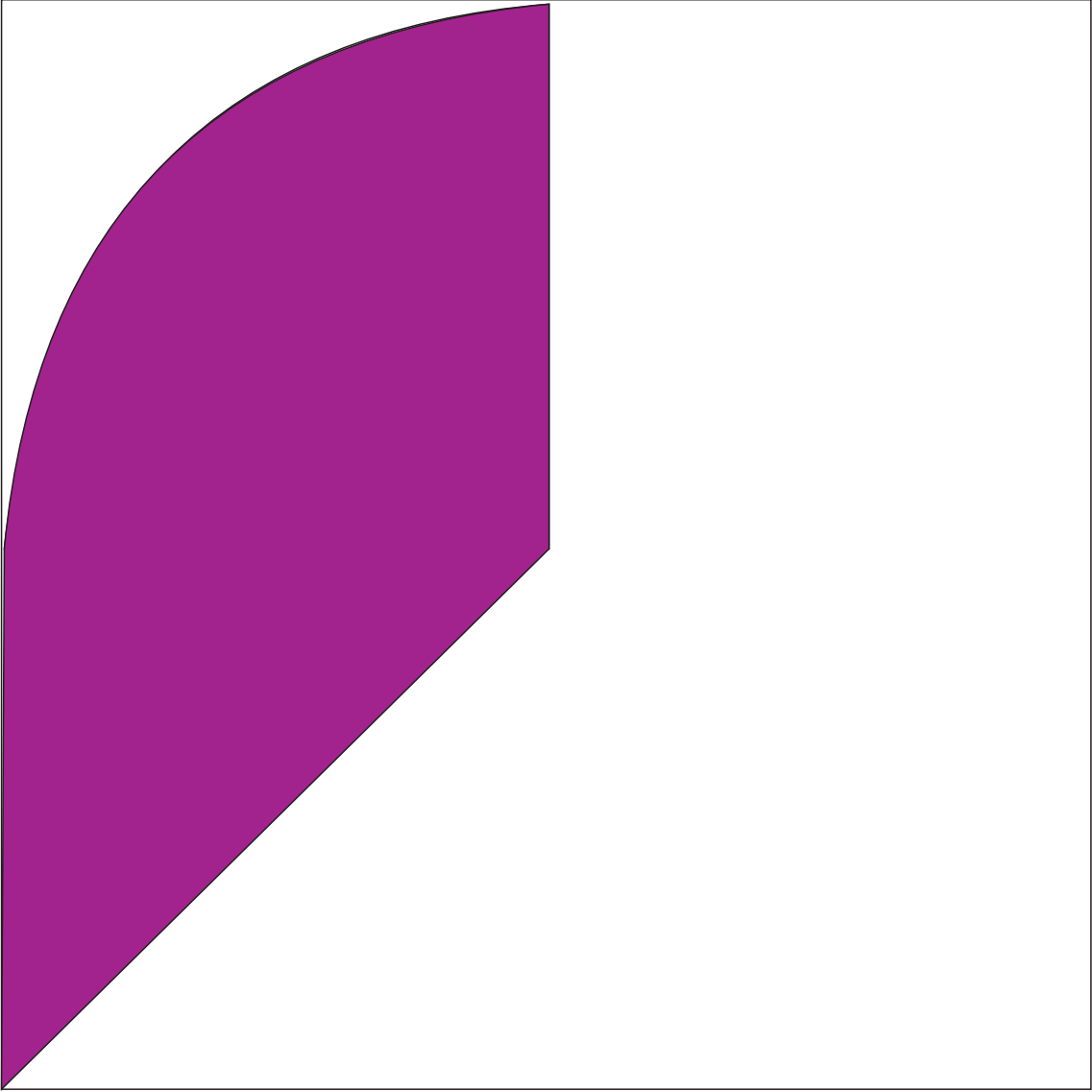


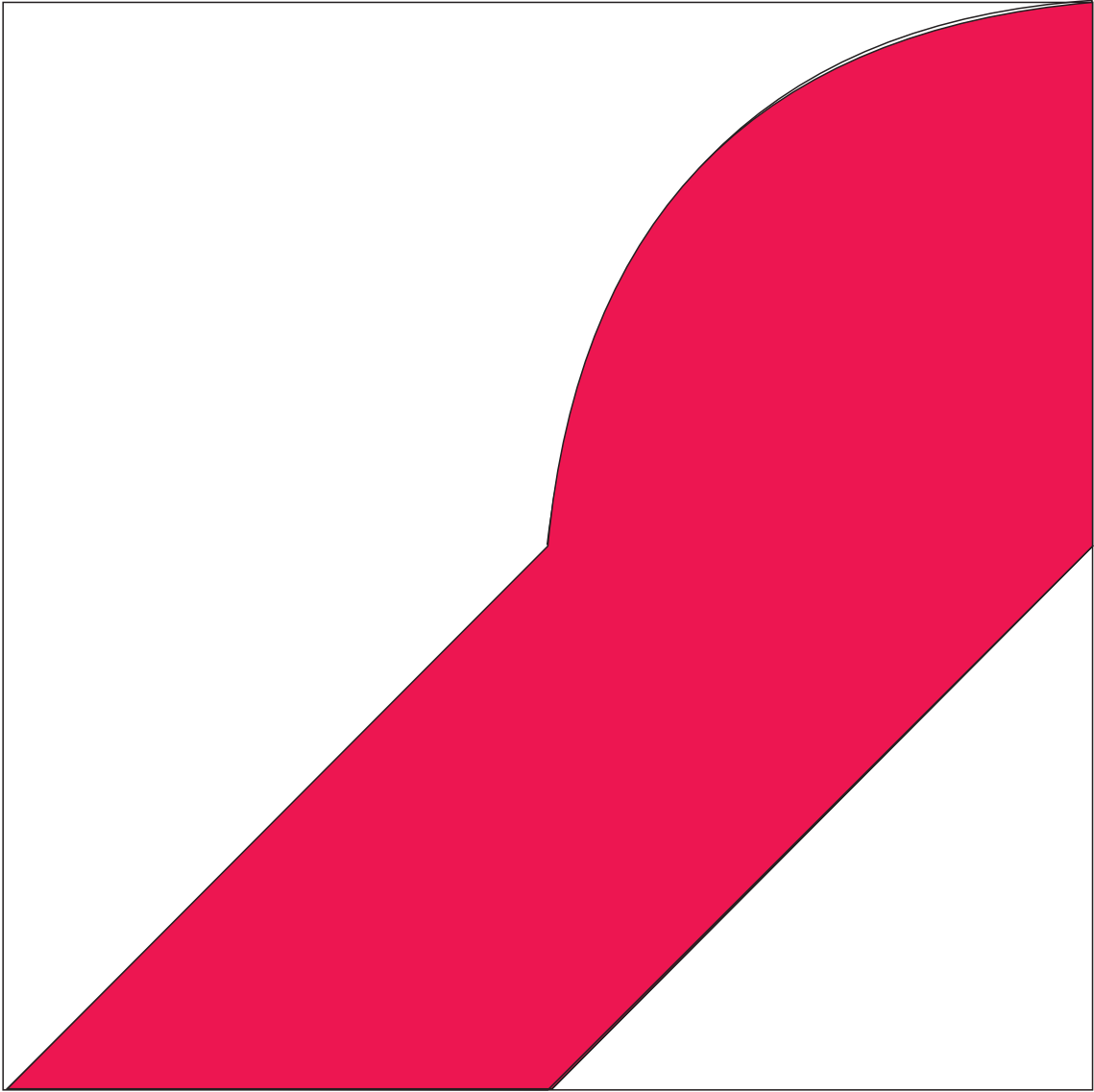


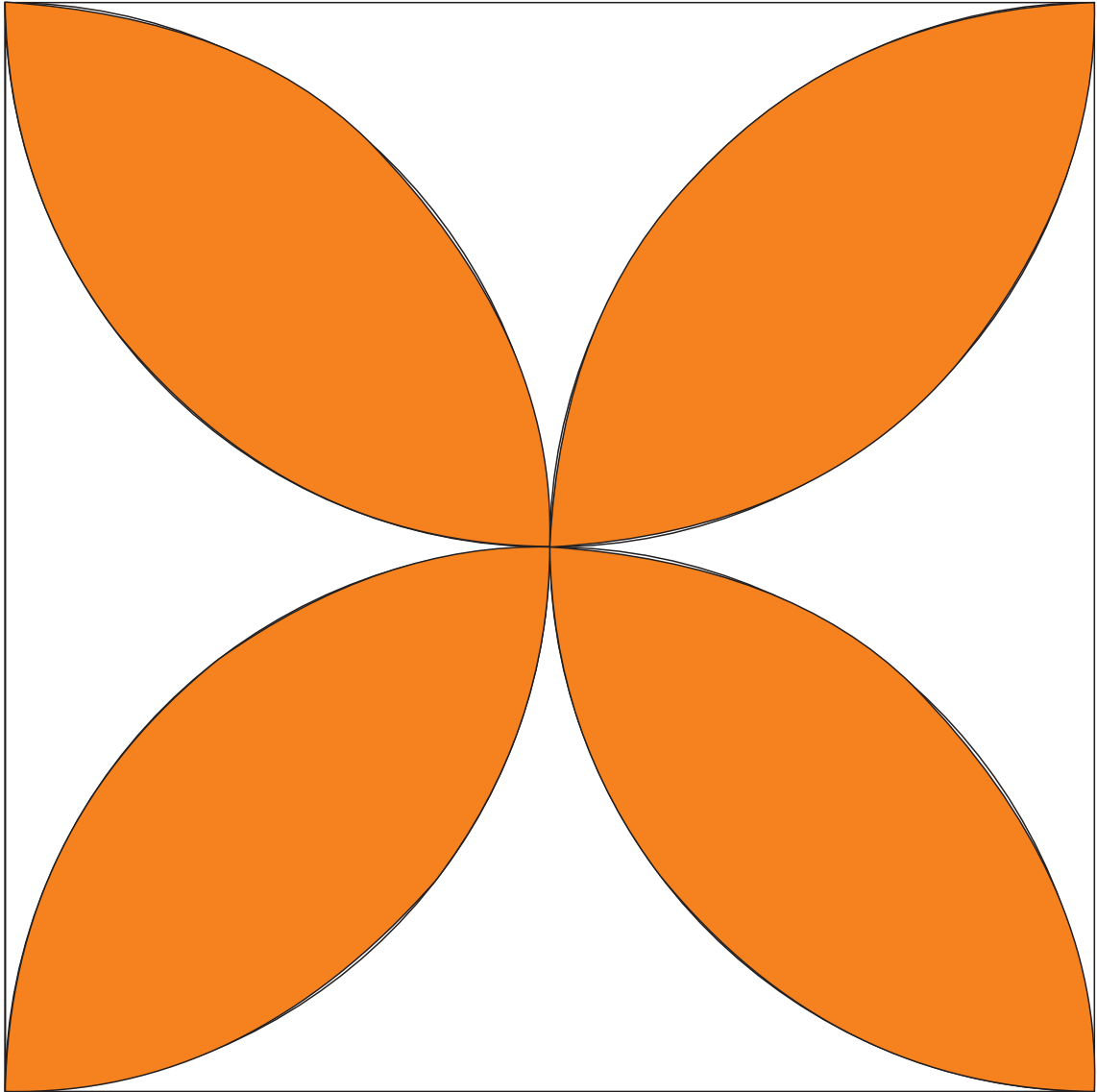


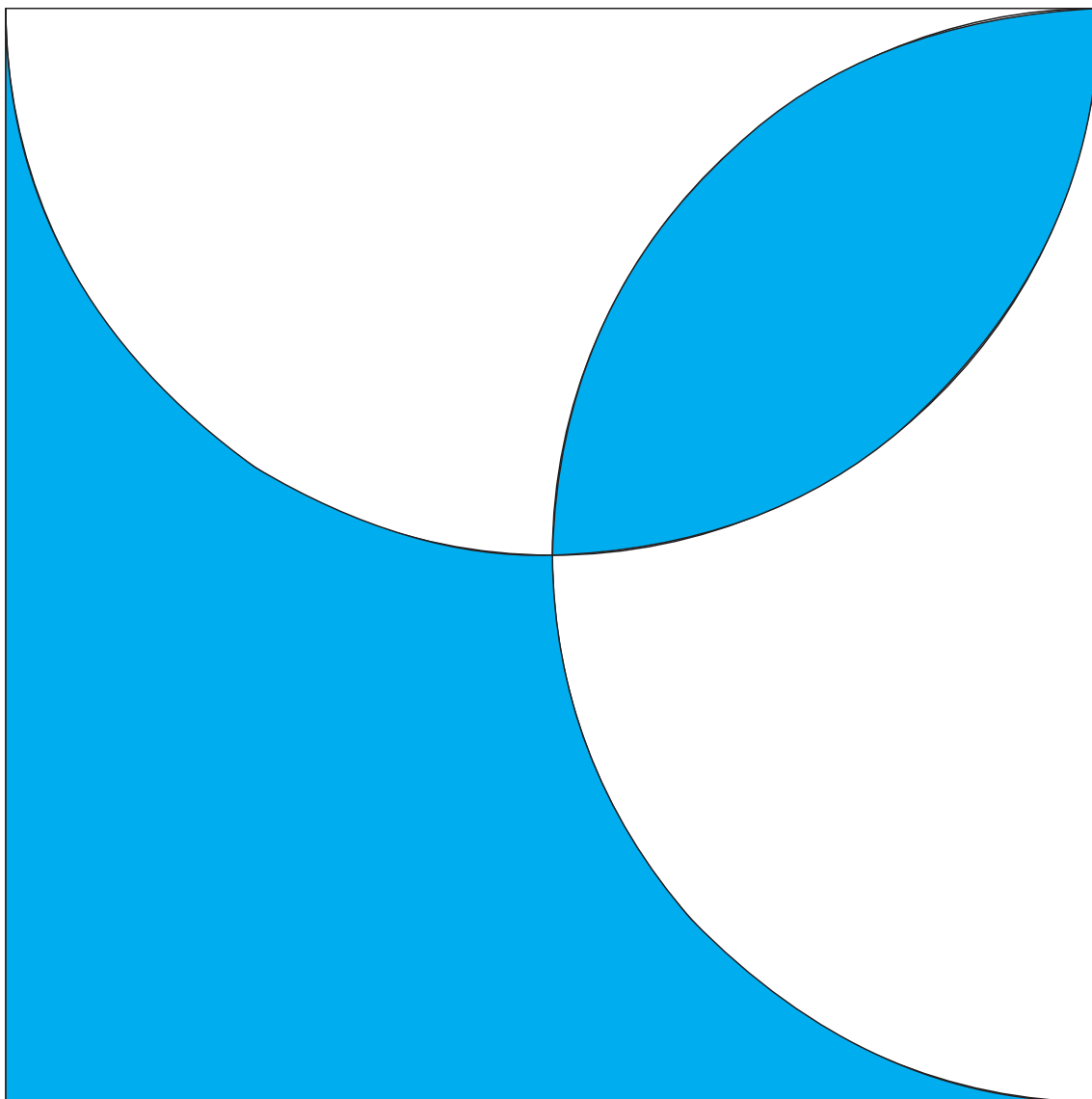
APÊNDICE B – Figuras-mãe para imprimir













APÊNDICE C – Sugestão de exercícios antes da aplicação do jogo

ESCOLA:

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

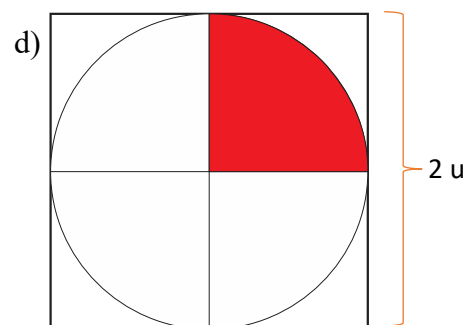
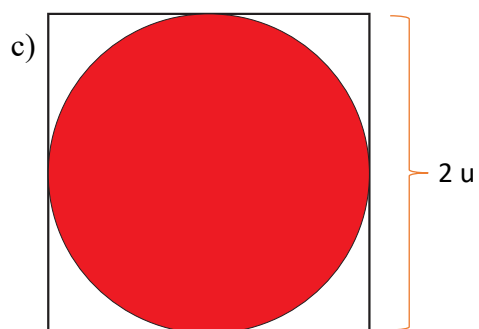
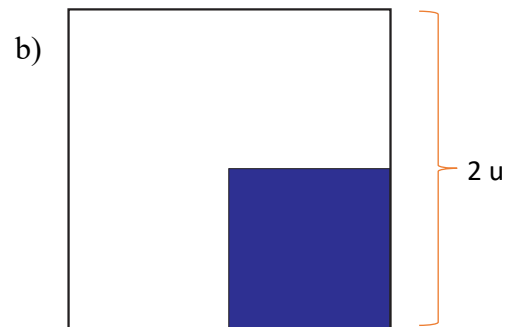
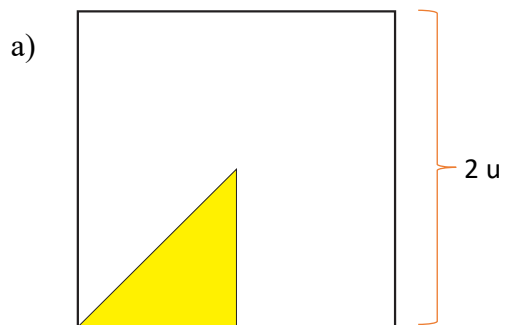
ANO/TURMA: ____

PROFESSOR(A):

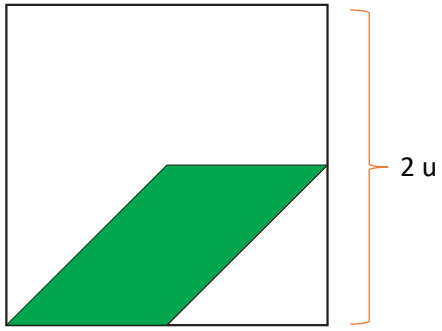
ESTUDANTE: _____

LISTA DE EXERCÍCIOS

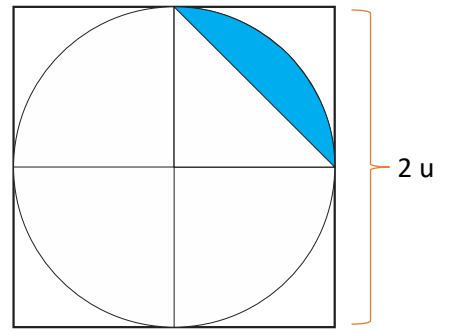
1) Calcule a área de cada figura colorida a seguir, considerando que o quadrado maior possui lados medindo 2 u:



e)



f)



Referências

BRASIL. *Ministério da educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.* 2018. Citado na página 4.

RÊGO R. G. D.; RÊGO, R. M. d. *Matematicativa: formação de professores. 4 ed.* Campinas, SP: Autores Associados, 2022. (Coleção formação de professores). Livro eletrônico. Citado na página 4.