UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

Marcicleide Alves de Santana

Recurso Educacional

Sequências Didáticas para o Ensino de Funções Afim e Quadrática

Campina Grande - PB
Julho/2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

Marcicleide Alves de Santana

Sequências Didáticas para o Ensino de Funções Afim e Quadrática

Recurso Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr. Rodrigo Cohen de Mota Neymer
Coorientador: Dr.ª Deise Mara Barbosa de Almeida

Campina Grande - PB
Julho/2025

Resumo

Apesar da aplicabilidade e relação com o cotidiano, o ensino de funções polinomiais do 1º e 2º graus frequentemente apresenta desafios para os estudantes e para os professores. Pensando em tais desafios, apresentamos uma proposta de sequências didáticas que visam potencializar o ensino desses conteúdos. Este recurso pedagógico foi desenvolvido como Produto Educacional de uma Dissertação de Mestrado e visa favorecer o ensino de funções polinomiais do primeiro e segundo graus, explorando as potencialidades de jogos, softwares e aplicativos, sugeridos em sequências didáticas alinhadas à proposta da BNCC e do Organizador Curricular de Matemática de Pernambuco.

Palavras-chave: Funções Polinomiais. Sequências Didáticas. Organizador Curricular.

Abstract

Despite their applicability and relevance to daily life, teaching first and second-degree polynomial functions often presents significant challenges for both students and teachers. Addressing these difficulties, this work proposes a series of didactic sequences aimed at enhancing the teaching of these topics. Developed as an Educational Product from a Master's Dissertation, this pedagogical resource seeks to foster the learning of first and second-degree polynomial functions by exploring the potential of games, software, and applications. These didactic sequences are aligned with the guidelines of the BNCC (Brazilian National Common Curricular Base) and the Mathematics Curricular Organizer of Pernambuco.

Keywords: Polynomial Functions, Didactic Sequences, Curriculum Organizer .

1 Introdução

As funções polinomiais do 1° e 2° graus são temas recorrentes e fundamentais na prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e em vestibulares. Essas avaliações priorizam a aplicação prática dos conceitos matemáticos, inserindo as funções em contextos do cotidiano. Embora não existam dados específicos sobre o desempenho dos alunos em questões de funções polinomiais, diversas pesquisas como (SANTANA, 2022), (BATISTA, 2015), (CARDOSO, 2013), (DELGADO, 2010) e (FONSECA, 2013) apontam que muitos estudantes enfrentam dificuldades nesses tópicos. Isso se deve à necessidade de compreender conceitos algébricos e aplicar fórmulas corretamente, habilidades que nem todos dominam plenamente.

Portanto, esse recurso educacional visa oferecer apoio ao planejamento do professor, através de sequências didáticas voltadas para o ensino de funções polinomiais do 1° e 2° graus. Sobre as sequências didáticas, Zabala (1998, p.18) afirma que

> "A sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor quanto pelos alunos."

Destaca-se nessa citação a finalidade e a estrutura da sequência didática. A ênfase em "atividades ordenadas, estruturadas e articuladas" deixa claro que o ensino não deve ser uma coleção aleatória de tarefas, mas sim um processo coeso e progressivo. Cada passo tem uma razão de ser e contribui para um objetivo final claro.

São Contempladas nas sequências didáticas as seis habilidades propostas para o 2° trimestre do 1° do Ensino Médio dispostas no currículo (PERNAMBUCO, 2025). Ao longo das sequências, são utilizadas metodologias diversas que visam contribuir para o desenvolvimento de habilidades matemáticas dos alunos que estão em preparação para o SAEB, ENEM e vestibulares.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Sugerir aos professores do Ensino Médio uma coletânea de sequências didáticas que abordam as funções polinomiais do primeiro e segundo graus, fazendo uso de recursos e metodologias diversas.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Oferecer ao professor de Matemática materiais diversos como jogos, oficinas, aplicativos e softwares, organizados em sequências didáticas e alinhados com as propostas da BNCC e do Currículo de Pernambuco;
- Disponibilizar um acervo de sequências didáticas que contemplam as habilidades propostas pelo Organizador Curricular de Pernambuco, para o 2º trimestre do 1º ano do Ensino Médio.

1.2 Organização

Este trabalho está organizado em dois capítulos. O Capítulo 1 traz a introdução que contextualiza nosso recurso educacional e justifica a relevância de sua apresentação e expõe os objetivos geral e específicos. Já o Capítulo 2 aborda as seis sequências didáticas, detalhando-as e orientando os professores quanto às suas aplicações.

2 Sequências Didáticas

Neste Capítulo apresentaremos a organização das seis sequências didáticas que contemplam as habilidades propostas pelo organizador curricular de matemática de Pernambuco do ano de 2025 para o segundo trimestre do primeiro ano do Ensino Médio. São fornecidas também algumas sugestões de aplicação. Para a organização das sequências didáticas foram utilizadas as sugestões de materiais presentes nos seguintes trabalhos: "Matemática Integrada: Explorando a conexão entre Função e Sequências Numéricas" (SILVA, 2024), "Estratégias para Ensino e aprendizagem de funções polinomiais do 1º e 2º graus em turmas do 9º ano do ensino fundamental II" (OLIVEIRA, 2023), "A Abordagem Geométrica no Tratamento das Funções" (SILVA, 2017), "Gráficos de funções do 2º grau: proposta de abordagem com o auxílio do simulador PhET" (SOARES, 2024), "Relações entre Coeficientes e Gráficos da Função Quadrática" (CARLOS, 2017). Além disso, foram confeccionados e/ou adaptados outros materiais diversos que complementam nosso recurso educacional. Todo material encontra-se anexo, caso o professor deseje fazer a impressão.

2.1 Sequência Didática 1

A *Sequência Didática 1* foi elaborada de modo a atender a seguinte habilidade: **EM13MAT501PE40** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

Sugere-se que, antes de iniciar a sequência didática, seja feito um teste de sondagem e, se necessário, uma revisão de conteúdos básicos como conjuntos, localização de pontos no plano cartesiano e equação do 1° grau. A sequência aborda os seguintes tópicos:

- Relação *versus* Função;
- Domínio, contradomínio e imagem;
- Lei de Formação;
- Função Polinomial do 1º grau.

A seguir, apresentaremos detalhes de como a sequência didática pode ser desenvolvida, bem como orientações aos professores sobre como aplicá-las ou adaptá-las às suas turmas.

1. **Recursos didáticos:**
    - Quadro branco, pincel, apagador;
    - Materiais de apoio durante as aulas: Atividades impressas, lápis, borracha, caneta;
    - Notebook, projetor ou televisão.
2. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 24 aulas de 50 minutos, sendo divididas do seguinte modo:
    - Etapa 1: 7 aulas;
    - Etapa 2: 4 aulas;
    - Etapa 3: 6 aulas;
    - Etapa 4: 7 aulas.
3. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.
4. **Objetivos:**
    - Compreender os conceitos de Relação e Função;
    - Diferenciar relação de função;
    - Compreender os conceitos de Domínio, contradomínio e imagem;
    - Reconhecer, a partir de diagramas (conjuntos), o domínio, contradomínio e imagem de uma função;
    - Compreender o conceito da lei de formação;
    - Identificar os pares ordenados (x, y) que satisfazem a lei de formação de uma função;
    - Compreender de forma intuitiva a generalização de modelos matemáticos;
    - Compreender o conceito de função polinomial do 1º grau;
    - Analisar e construir gráficos de função polinomial do 1º grau;
    - Relacionar problemas do cotidiano com função polinomial do 1º grau.
5. **Procedimentos metodológicos:** Agora, vamos descrever as etapas sugeridas para a implementação dos procedimentos metodológicos adotados na Sequência Didática 1.
    - **Etapa 1:** Nesta primeira etapa, a proposta é que seja feita uma introdução ao estudo de funções e as definições de relação e de produto cartesiano,

apresentando em seguida, uma questão para os estudantes resolverem. Para trabalhar os conceitos básicos da noção de função, é sugerida a cartilha interativa, que faz uma abordagem de maneira lúdica e divertida. Nela, os estudantes podem responder às situações propostas e, após isso, verificar se estão corretas ou não, através da leitura do QR code disponível na própria página da cartilha, que direciona para uma plataforma de jogos. Além de poder verificar sua resposta, são apresentadas outras situações para que os alunos continuem interagindo e testando seus conhecimentos. A cartilha traz situações que aumentam gradativamente de dificuldade e, ao final, com a apresentação formal da definição de função. Por fim, consolida o aprendizado através de um mapa mental que deve ser preenchido pelos estudantes. De modo adaptativo à proposta do autor da cartilha, sugere-se, neste trabalho que o professor preencha o mapa mental junto aos estudantes e, em seguida, solicite que os discentes construam o seu. Dando continuidade, é vista a representação de funções através do diagrama de flechas. Nesse ponto, os estudantes são levados a diferenciar os conjuntos que representam apenas uma relação e os conjuntos cuja relação representada é também uma função. Para isso, é sugerida uma anotação na lousa ou a impressão em folha A4 da explicação, exemplos e atividade.

- **Etapa 2:** Para a segunda etapa, sugere-se explicação, apresentação de exemplos e uma atividade de verificação de aprendizagem, que abordam *domínio, contradomínio.* Podendo ser utilizado o material impresso ou feita anotação na lousa, de acordo com a disponibilidade de materiais para o professor.

- **Etapa 3:** Para a terceira etapa, propomos a introdução do tópico *lei de formação* com três oficinas: *bolas de gude no copo d'água – (adaptada), atividade prática com copo descartável – (adaptada)* e *os números dos sapatos – (adaptada).* Para a aplicação das oficinas sugere-se que a turma seja dividida em seis grupos e que os materiais das oficinas sejam reproduzidos de forma duplicada. Após realizarem o que se pede, os grupos que estiverem com a mesma oficina se reúnem para discutir os resultados encontrados e, em um segundo momento, exporem ao grande grupo suas conclusões. Para a realização da primeira oficina *bolas de gude no copo d'água*, é necessário materiais bem simples como um copo (descartável, por exemplo), bolas de gude, régua e malha quadriculada. O objetivo é observar a relação entre o nível de água do copo em função do número de bolas de gude que são colocadas dentro do copo. A partir disso, é solicitado aos estudantes que façam anotações do volume inicial de água (antes de serem colocadas bolas de gude dentro do copo) e o volume de água a cada quatro bolas de gude acrescentadas. Em seguida, devem construir uma tabela com os resultados obtidos e, por fim, localizar no plano cartesiano os pares ordenados obtidos, considerando a quantidade de bolas de gude como os valores de x e o nível de água no copo os valores de y.

A segunda oficina, *atividade prática com copo descartável*, também é uma atividade que usa materiais bem simples, como copo descartável, alfinete e relógio. Nessa atividade, os alunos inicialmente graduam o copo descartável em ml (mililitros) e enchem com água até a marca desejada. Após isso, fazem um furo no fundo do copo para que a água goteje e anotam o volume inicial de água. Em seguida, fazem anotações do volume de água após 4, 8, 12 e 16 minutos, construindo uma tabela com os resultados obtidos. Por fim, localizam em um plano cartesiano os resultados obtidos e fazem algumas considerações acerca da precisão das medidas e conjecturam se há uma sentença matemática que descreve a relação entre o tempo e o volume de água, produzindo um relatório com as conclusões do grupo.

A terceira oficina *os números dos sapatos - (adaptada)* é introduzida com um texto informativo sobre a maneira que é calculado os números do sapato, de modo particular no Brasil, apresentando a sentença matemática que relaciona a medida do pé e o número do calçado. A atividade consiste em realizar a medição dos pés dos integrantes do grupo com uma fita métrica e substituir na fórmula fornecida, além de substituir os valores de 20 a 30, desconsiderando aqueles que coincidirem com as medições encontradas. Após isso, constrói-se uma tabela com os resultados obtidos e, em seguida, localiza-os no plano cartesiano.

Ainda dentro da terceira etapa, após as oficinas, propõe-se que seja feita a definição formal de lei de formação e que sejam apresentados alguns exemplos. Em seguida, que seja feita uma atividade de verificação de aprendizagem. Essa parte do material está organizada de tal forma que pode ser feita sua impressão para ser distribuída aos estudantes, mas o professor também pode reproduzir na lousa para que os estudantes copiem no caderno.

Para finalizar esta etapa, é proposto o *jogo da velha da função polinomial do primeiro grau – (adaptado)*, com o objetivo de aprofundar os conceitos sobre a lei de formação de uma função polinomial do 1º grau, através de situações problema. Esse jogo pode ser usado de diferentes maneiras, de acordo com a necessidade do professor.

- **Etapa 4:** A quarta etapa propõe a abordagem da função polinomial do 1º grau com enfoque no conceito, na construção e análise de gráficos e na relação entre situações do cotidiano e esse tipo de função. Para essa parte do conteúdo foi pensada em uma apresentação de slides para diversificar a explanação do conceitos, utilizando uma metodologia diferente das que foram propostas até agora. Em seguida há a sugestão de uma atividade em um formato mais tradicional para que o aluno possa colocar "a mão na massa" e para finalizar, sugerimos o jogo flores da função polinomial do 1º grau – (adaptado)" que verifica a aprendizagem dos alunos referente a todos os conceitos trabalhados sobre função polinomial do 1º grau até então.

A apresentação de slides pode ser baixada e/ou editada na plataforma Canva, através do seguinte link: Apresentação de slides - Função Polinomial do 1º grau. A atividade e os materiais necessários para a aplicação do jogo "flores da função polinomial do 1º grau - adaptado", estão disponíveis no apêndice para impressão.

6. **Avaliação:** A avaliação ocorrerá de forma contínua e abrangente, através do acompanhamento minucioso da participação dos alunos nas atividades propostas, tanto em grupo quanto individualmente. Serão levados em conta a compreensão dos conceitos apresentados e o envolvimento nas discussões sobre o tema. Adicionalmente, os trabalhos realizados serão examinados detalhadamente, buscando verificar a correta compreensão e aplicação do conhecimento.

O material utilizado para a aplicação da *Sequência Didática 1* encontra-se no Apêndice A.

2.2 Sequência Didática 2

A *sequência didática 2*, foi planejada de modo a atender a seguinte habilidade: **(EM13MAT502PE41):** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2° grau do tipo $y = ax^2$, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.

Espera-se que os estudantes dominem previamente habilidades relacionadas ao conteúdo de equação do segundo grau. Orienta-se que seja feito um teste de sondagem com o conteúdo e, caso seja necessário, uma revisão.

Serão abordados nesta sequência didática os seguintes tópicos:

- Contextualização;
- Investigando Dados em Tabelas;

- Definição de função polinomial do 2º grau;
- Zeros da função;
- Gráfico da função polinomial do 2º grau;
- Vértice da parábola;
- Construção do gráfico da função polinomial do 2º grau;
- Oficina com malha quadriculada - função quadrática;
- Atividades;
- Enigma de Funções - adaptado.

Seguem as orientações para o desenvolvimento da sequência.

1. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 12 aulas de 50 minutos, sendo divididas do seguinte modo:
    - Etapa 1: 3 aulas;
    - Etapa 2: 3 aulas;
    - Etapa 3: 3 aulas;
    - Etapa 4: 3 aulas.
2. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.
3. **Objetivos:**
    - Contextualizar o conteúdo a ser trabalhado com situações do cotidiano;
    - Investigar informações contidas em tabelas;
    - Compreender a definição de função polinomial do 2º grau;
    - Reconhecer a representação gráfica de uma função polinomial do segundo grau, associando-a com a sua lei de formação;
    - Calcular as raízes de uma função polinomial do 2º grau;
    - Calcular o vértice da parábola.
4. **Procedimentos metodológicos:** Agora, vamos descrever as etapas recomendadas para a implementação dos procedimentos metodológicos adotados na Sequência Didática 2.

- **Etapa 1:** Para a primeira etapa, sugerimos que os alunos anotem as definições que serão apresentadas, ou, caso o professor tenha meios para isso, faça a impressão do material para que seja entregue de forma individual aos alunos.

  A contextualização do conteúdo é feita mostrando a relação do mesmo com o meio em que vivemos. Mostrando situações reais em que é possível perceber, por exemplo, a curva característica da função quadrática, que é representada pela parábola. Em seguida, sugerimos uma atividade de investigação de dados contidos em tabelas. Após isso, é apresentada a definição de função polinomial do 2º grau e alguns pontos importantes como as raízes e o vértice e, por fim, a sua representação gráfica associada à lei de formação.

- **Etapa 2:** Para dinamizar um pouco a aula relativa à construção gráfica, propomos na segunda etapa a *Oficina com malha quadriculada* cujas orientações de aplicação são: Dividir a turma em 05 grupos e distribuir o material (funções e tabelas, malha quadriculada), orientar que cada grupo preencha as tabelas entregues e esboce os gráficos das funções recebidas (todos no mesmo plano cartesiano). Para cada função deverá ser utilizado um lápis de cor diferente e, por fim, solicitar que os alunos registrem suas conclusões acerca das funções recebidas. Os materiais necessários são: tabelas com funções, malha quadriculada e lápis de cor.

- **Etapa 3:** Após a oficina, na terceira etapa, recomendamos a aplicação de uma atividade que aborda todos os pontos trabalhados até então. A atividade pode ser impressa ou o professor pode fazer uso da lousa para anotá-la. É interessante que seja feita uma correção posterior para sanar possíveis dúvidas relacionadas ao conteúdo.

- **Etapa 4:** E, para concluir, na quarta etapa propomos o jogo *enigma das funções - adaptado* que proporcionará um momento de descontração, verificação e aprofundamento de aprendizagem.

  Este jogo tem como objetivo que os alunos relacionem as funções quadráticas apresentadas na forma gráfica e algébrica com as suas respectivas características e desenvolvam a linguagem matemática própria a funções e gráficos e aprimorem o raciocínio lógico-dedutivo. Os recursos necessários para sua aplicação são: dois baralhos de funções (24 cartas cada baralho) em duas cores distintas e um baralho de perguntas de cor distinta dos outros baralhos (20 cartas). As regras são as seguintes:

  - Dividir a sala em dois grandes grupos, jogando um grupo contra o outro.

- Cada grupo recebe um conjunto de cartas de funções que devem estar visíveis e organizadas para que todos possam ver.
- As cartas de perguntas são embaralhadas e colocadas no centro da mesa, voltadas para baixo.
- Cada grupo escolhe uma função do seu baralho, sem que seu oponente saiba qual é, e registram a forma algébrica da função escolhida. (O professor fica ciente das funções escolhidas para que possa monitorar o restante dos jogos).
- O objetivo de cada grupo é descobrir a função de seu oponente.
- Decide-se quem começa e, a partir daí os grupos jogam alternadamente.
- Na sua vez, um jogador do grupo retira uma carta do baralho e pergunta ao seu oponente se a função escolhida por ele tem aquela característica. O oponente deve responder sim ou não. O jogador deve excluir as funções que não lhe interessam.

  Por exemplo, se a carta retirada contiver "O vértice está no terceiro quadrante?" e a resposta for "sim", ficam excluídas as funções que não contêm vértice no 3º quadrante, já se a resposta for "não", isso significa que a função escolhida não têm vértice no 3º quadrante. Sucessivamente, as perguntas auxiliam cada jogador a excluir as funções até que seja possível concluir qual é a função escolhida por seu oponente. As perguntas não voltam ao baralho. Se o baralho de perguntas terminar, as cartas são embaralhadas para formar novamente o baralho das cartas de perguntas.
- Ganha o jogo o primeiro grupo que identificar a função escolhida por seu oponente.

5. **Avaliação:** A avaliação pode ser realizada por meio da observação da participação dos alunos nas atividades em grupo e individuais, avaliando seu nível de compreensão, engajamento e interesse no tema, além de uma análise dos trabalhos realizados, verificando se os conceitos foram assimilados e aplicados corretamente, identificando pontos fortes e áreas que precisam de aprimoramento.

O material utilizado para a aplicação da *Sequência Didática 2*, pode ser encontrado no Apêndice B.

2.3 Sequência Didática 3

A *sequência didática 3* visa atender a habilidade **(EM13MAT402PE34)** converter e analisar representações algébricas de funções polinomiais do 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, reconhecendo o papel dos coeficientes a, b e c no gráfico, como também distinguir os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado de outra variável, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.

A sequência didática dá ênfase à segunda parte da habilidade, isto é, na capacidade de o aluno reconhecer o papel dos coeficientes no gráfico, distinguindo os casos nos quais uma variável seja diretamente proporcional ao quadrado de outra variável.

Para o desenvolvimento da sequência, seguem as seguintes orientações:

1. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 4 aulas de 50 minutos, sendo realizada em etapa única.

2. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

3. **Objetivos:**

    - Converter representações algébricas de funções polinomiais do 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano;

    - Distinguir os casos em que as funções tenham um comportamento proporcional, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.

4. **Procedimentos metodológicos:** Para a *sequência didática 3* propomos a *Oficina com o Simulador PhET* , que foi retirada da dissertação gráficos de funções do 2º grau: proposta de abordagem com o auxílio do simulador PhET de (SOARES, 2024).

O projeto *PhET Interactive Simulations (Physics Education Technology)* é um laboratório virtual e foi desenvolvido na Universidade do Colorado Boulder com o objetivo de criar uma maneira divertida e atraente de aprender Ciências e Matemática. As simulações do PhET envolvem as áreas de Ciências Exatas e da Terra, Biologia, Matemática, Física e Químicas e podem ser acessadas gratuitamente através do link <phet.colorado.edu/pt_BR>. Elas permitem que os alunos manipulem variáveis e observem os efeitos em tempo real, auxiliando na compreensão dos conteúdos de forma prática de modo que os alunos tenham uma visão mais profunda do conteúdo ou fenômeno estudado. Orientações:

- Acessar o site PhET através do link fornecido.

- Clicar na opção "Simulações" e escolher o ícone "Matemática". Esta opção irá abrir diversas opções de simuladores da matemática, mas o objeto de estudo é o simulador "Gráfico de Quadráticas".

- Clicar sobre o simulador "Gráfico de Quadráticas ". Na parte inferior aparecerá algumas opções que também podem direcionar o professor, como por exemplo:

Tópicos que serão trabalhados neste simulador, os objetivos de aprendizagem, algumas opções de plano de aula, atividades básicas propostas para utilização do simulador, além de um descritivo específico deste simulador (em inglês).

- Clicar sobre a imagem com o símbolo “play”. A partir deste momento, o usuário estará logado no simulador interativo que apresentará quatro opções: Explorar, Forma Padrão, Forma Vértice e Foco e Diretriz.
- Clicar em forma padrão.

Avaliação: Verificar através de discussão e argumentação oral se a experiência interativa se traduziu em compreensão conceitual, habilidade de interpretação gráfica e aplicação do conhecimento.

Disponibilizamos as atividades 1 e 2 que devem ser realizadas pelos estudantes no simulador PhET, após os procedimentos descritos no Apêncice C.

2.4 Sequência Didática 4

A *sequência didática 4* objetiva atender a habilidade **(EM13MAT402PE34)** converter e analisar representações algébricas de funções polinomiais do 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, reconhecendo o papel dos coeficientes a, b e c no gráfico, como também distinguir os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado de outra variável, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais, através de uma oficina com o software *GeoGebra*. Aqui propomos o uso desse software de matemática dinâmica que além de uma coleção de simulações também traz ferramentas de construção. Espera-se que os estudantes consigam construir e manipular os objetos matemáticos em estudo de forma dinâmica, explorando suas propriedades.

1. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 4 aulas de 50 minutos, sendo divididas da seguinte maneira:
    - Etapa 1: 2 aulas;
    - Etapa 2: 2 aulas.
2. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.
3. **Objetivo:**
    - Promover uma compreensão aprofundada das funções polinomiais do segundo grau, suas características e aplicações, por meio da exploração interativa e dinâmica com o software GeoGebra.

4. **Procedimentos metodológicos:** A **sequência didática 4** é dividida em dois momentos.

    - **Etapa 1:** É necessário enfatizar que nesta etapa de ensino os estudantes já trabalharam as representações algébrica e gráfica de uma função polinomial do 2º grau. E, por isso, é sugerida uma oficina com o software GeoGebra.

      O GeoGebra é um software gratuito que combina álgebra, geometria, cálculo, estatística, tabelas e gráficos. Pode ser usado para aprender ou ensinar Matemática em diferentes níveis e etapas de ensino. Foi criado pelo professor de educação matemática Markus Hohenwarter em 2001, como parte de sua tese de doutorado.

      Para a primeira etapa da sequência, sugerimos a atividade 1 que consiste em digitar as funções fornecidas, no software, e analisar as relações entre os coeficientes e o gráfico. A atividade pode ser adaptada para se adequar à necessidade da turma em que será aplicada. No roteiro da atividade são sugeridas algumas funções, e os estudantes deverão construir os seus gráficos e preencher uma tabela com questionamentos a partir do gráfico. Em seguida, após a construção dos gráficos solicitados, espera-se que os alunos consigam concluir qual a relação dos coeficientes com alguns comportamentos da parábola, o que é cobrado nas questões seguintes do roteiro.

    - **Etapa 2:** Para a segunda etapa, a atividade 2, fornece aos alunos um gráfico pronto no GeoGebra, que deve conter a ferramenta "seletores" habilitada, pois, assim, os estudantes conseguem movimentar a parábola com o uso dos "seletores", que representam os coeficientes da função quadrática. Em seguida, é solicitado aos estudantes que movimentem os seletores para que possam responder a alguns questionamentos que se encontram na atividade 2. É interessante que o professor solicite aos estudantes que registrem suas respostas no caderno.

5. **Avaliação:** Sugerimos que a avaliação seja multifacetada, combinando a observação direta do engajamento, iniciativa, persistência e uso da ferramenta com a análise dos produtos gerados, como as construções realizadas no GeoGebra além da verificação da interação e colaboração entre os estudantes.

As atividades propostas para a realização das oficinas encontram-se no Apêndice D.

2.5 Sequência Didática 5

A *sequência didática 5* traz como recurso didático o jogo *Para qual questão você tira o chapéu?* que aborda a habilidade **EM13MAT302PE18:** Construir modelos matemáticos, a partir das leis de formação, para resolver situações-problema em vários contextos, envolvendo funções polinomiais do 1º e 2º graus, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.

Espera-se que os estudantes sejam capazes de interpretar a situação-problema, identificar o tipo de relação funcional, construir a lei de formação (modelo algébrico) e resolver a questão utilizando esse modelo.

1. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 4 aulas de 50 minutos, sendo divididas do seguinte modo:

    - Etapa 1: 2 aulas;
    - Etapa 2: 2 aulas.

2. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

3. **Objetivo:**

    - Construir modelos matemáticos, a partir das leis de formação, para resolver situações-problema em vários contextos, envolvendo funções polinomiais do 1º e 2º graus, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.

4. **Procedimentos metodológicos:** Para contemplar o objetivo delineado, a *sequência didática 5* propõe a oficina *Para Qual Questão Você Tira o Chapéu* que trabalha uma lista de exercícios com questões diversificadas e contextualizadas, mas de uma maneira dinâmica. No entanto, para sua execução são necessários alguns recursos como smart tv ou data show. Caso o professor não disponha de tais recursos, pode trabalhar a lista de exercícios de maneira tradicional, reproduzindo na lousa ou fazendo a sua impressão.

    Para a primeira etapa da aplicação da oficina sugerimos que seja feita dividindo-se a turma em grupos, de no máximo cinco alunos, para que em um número reduzido de estudantes, eles consigam concentrar-se e participar de forma efetiva da resolução das questões. Em seguida, os chapéus são dispostos na lousa ou em uma parede, de modo que fiquem visíveis para toda a turma. A oficina tem início, indo um aluno por grupo e, por vez, escolher um chapéu da sua preferência. Ao escolher o chapéu e verificar a questão contida nele, o aluno diz se tira o chapéu para aquela questão ou não. Se sim, o aluno encaminha-se para o seu grupo e juntos tentarão identificar se trata-se de uma situação que pode ser modelada por uma função polinomial do 1º ou 2º graus a fim de solucionar o problema. Se não, o estudante pode devolver o chapéu e retirar um outro chapéu, havendo só mais uma oportunidade de troca. Caso também não queira o segundo chapéu, deve então ficar com o terceiro chapéu retirado. Dando continuidade à oficina, após todos os grupos participarem, há uma segunda e terceira rodada. Neste caso, é importante que o professor confeccione o triplo de questões, de acordo com a quantidade de grupos que serão formados. Por exemplo, em uma turma com 45 estudantes, podem-se formar 9 grupos com 5 estudantes e 27 questões para a implementação da oficina.

Na segunda etapa o professor pode projetar as questões, verificar qual grupo respondeu e conferir a resposta, pontuando caso acerte. Caso o grupo erre, o professor pode solicitar que o aluno que se sentir a vontade vá ao quadro respondê-la e se acertar, o seu grupo pontua. Como bonificação o professor pode oferecer notas para os grupos de acordo com o número de acertos. Vale ressaltar que é um momento rico de aprendizagem e interação, entre aluno-aluno e aluno-professor. Um momento de revisão e fixação do conteúdo, além de ser possível verificar o nível de aprendizagem dos alunos acerca dos conceitos trabalhados até o momento.

5. **Avaliação:** A avaliação pode ser realizada por meio da observação da participação dos alunos na atividade em grupo, avaliando seu nível de compreensão, engajamento e interesse no tema. Além disso, pode-se verificar se os conceitos foram assimilados e aplicados corretamente, identificando os pontos que precisam de aprimoramento.

As questões para a realização da oficina e um modelo de chapéu, que também será necessário, encontram-se no Apêndice E.

2.6 Sequência Didática 6

A *sequência didática 6* propõe o *jogo da correspondência - Domínio, imagem, crescimento e decrescimento* de modo a contemplar a habilidade **EM13MAT404PE36:** Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças como, por exemplo, uma tabela de imposto de renda, em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento ou decrescimento, entre outras, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.

Espera-se que os estudantes sejam capazes de interpretar representações algébricas de funções por partes, identificando o domínio de validade, a imagem e o intervalo de crescimento e decrescimento de cada uma delas.

1. **Tempo pedagógico:** Aproximadamente 4 aulas de 50 minutos, sendo divididas da seguinte forma:
    - Etapa 1: 2 aulas;
    - Etapa 2: 2 aulas.
2. **Público-alvo:** Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.
3. **Objetivo:**
    - Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças como, por exemplo, uma tabela de imposto de renda, em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento ou decrescimento, entre outras, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.
4. **Procedimentos metodológicos:** A *sequência didática 6* propõe o *Jogo da Correspondência - Domínio, Imagem, Crescimento e Decrescimento.*
    - **Etapa 1:** Na primeira etapa o jogo pode ser aplicado em grupos, que podem ser divididos de acordo com a realidade da turma. No primeiro momento do jogo, os grupos receberão um envelope contendo 35 cartas, destas, 7 são gráficos e as outras 28 cartas são características do gráfico, a saber: imagem, domínio, intervalos de crescimento e intervalos de decrescimento. Há exatamente 4 cartas que se correspondem à um único gráfico. O objetivo da atividade é que os estudantes façam as correspondências corretas entre os gráficos e as cartas que contém as suas características. Sendo realizado em grupo, há a possibilidade de interação e ajuda entre os integrantes do grupo e, consequentemente, a possibilidade de que seja produzida aprendizagem significativa acerca dos conteúdos abordados.
    - **Etapa 2:** Na segunda etapa sugerimos a correção. O professor pode imprimir as 35 cartas em tamanhos maiores e ir montando as correspondências corretas, na lousa ou em uma parede, com a ajuda dos próprios estudantes, que simultaneamente, devem fazer a comparação com as correspondências feitas pelo grupo, corrigindo se necessário.
5. **Avaliação:** A avaliação se dará mediante a observação qualitativa e sugere-se ainda que o professor realize uma atividade pós-jogo. O objetivo é verificar se a experiência lúdica se transformou em compreensão conceitual sólida.

As cartas para realização do jogo da correspondência estão disponilizadas no Apêndice F.

Referências

BATISTA, R. C. *Um estudo de representação de Função Afim em uma perspectiva de articulação entre matemática e física*. Tese (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)) — Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015. Citado na página 4.

CARDOSO, M. B. e. a. Função afim: uma análise dos procedimentos de conversão de alunos do 2º ano do ensino médio. In: *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Salvador: [s.n.], 2013. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/671_1182_ID.pdf>. Citado na página 4.

CARLOS, M. L. Relações entre coeficientes e gráficos da função quadrática. 2017. Citado na página 6.

DELGADO, C. J. B. *O Ensino da Função Afim a partir dos Registros de Representação Semiótica*. Tese (Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica)) — Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2010. Disponível em: <http://tede.unigranrio.edu.br/bitstream/tede/15/2/Carlos%20Jos%c3%a9%20Borges%20Delgado.pdf>. Citado na página 4.

FONSECA, V. G. e. a. Função afim: um estudo das representações semióticas das soluções de questões por alunos da 1ª série do ensino médio. In: *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Salvador: [s.n.], 2013. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1506_1348_ID.pdf>. Citado na página 4.

OLIVEIRA, L. M. S. d. Estratégias para ensino e aprendizagem de funções polinomiais do 1º e 2º graus em turmas do 9º ano do ensino fundamental ii. 2023. Citado na página 6.

PERNAMBUCO, S. d. E. e. E. Organizador curricular trimestral de matemática. 2025. Citado na página 4.

SANTANA, J. E. B. Contrato didático e registros de representação semiótica: inter-relações no ensino da função afim no 1° ano do ensino médio. 2022. Citado na página 4.

SILVA, B. S. d. A abordagem geométrica no tratamento das funções. 2017. Citado na página 6.

SILVA, T. d. S. Matemática integrada: Explorando a conexão entre função e sequências numéricas. 2024. Citado na página 6.

SOARES, M. F. Gráficos de funções do 2º grau: proposta de abordagem com o auxílio do simulador phet. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 14.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998. Citado na página 4.

Apêndices

APÊNDICE A – Apêndice A

Introdução ao Estudo de Funções

Toda letra em uma equação pode assumir o papel de:

Incógnita → são os valores desconhecidos de uma sentença matemática a serem determinados em um problema

Variável → são as letras de uma expressão algébrica e que podem assumir diferentes valores conforme a situação.

Exemplo:
$x + 3 = 4$
$x = 1$

Exemplo:
x + 3 = ?

p/x = 2 → $x + 3 = 5$

p/x = −1 → $x + 3 = 2$

Relação:

Dados dois conjuntos A e B chama-se relação de A em B todo subconjunto R de A x B.

O conjunto R está contido em A x B e é formado por pares (x, y), em que o elemento x de A é "associado" ao elemento y de B mediante um certo critério de "relacionamento" ou "correspondência".

Exemplo:

Sejam os conjuntos $A = \{0, 2, 4\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. O produto cartesiano de A por B é:

A x B= {(0, 1), (0, 3), (0, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}

Fique Ligado

Como o conjunto A possui 3 elementos
e o conjunto B também, temos 3 · 3 = 9.
Daí, o conjunto A x B é composto por 9 elementos.

Considere o conjunto R de pares ordenados $(x, y) \in$ A x B, tais que $x < y$:

R = {(0, 1), (0, 3), (0, 5), (2, 3), (2, 5), (4, 5)}

este é chamado de RELAÇÃO entre os elementos de A e de B.

Agora
é
com você!!!

Dados os Conjuntos A = {1, 2, -1, -2} e B: {3,4, -3, -4}, responda:

a) Qual conjunto R, representa o produto cartesiano A por B?

b) Escreva o conjunto R' de pares ordenados $(x, y) \in$ A x B, tais que y< x.

EM13MAT302

1. CONCEITO DE FUNÇÃO

Noções Básicas

Considere uma máquina que transforma objetos quaisquer, inseridos na sua entrada, em outros objetos, de acordo com a sua aplicabilidade.

EXEMPLO 1

Admita que, neste momento, a máquina está programada para

rotacionar os objetos de entrada em 90° e no sentido horário.

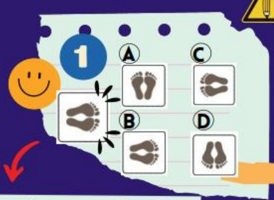
ENTRADA

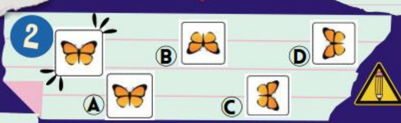
SAÍDA

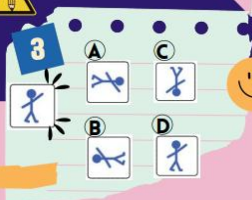
PERGUNTA-SE:

Inserindo nesta máquina a figura destacada nas três situações a seguir, qual será o formato mostrado na saída?

Assinale a alternativa correta.







EM13MAT401

1. CONCEITO DE FUNÇÃO

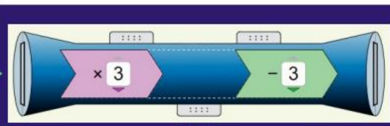
Noções Básicas

EXEMPLO 2

Agora, admita que a máquina foi designada para

multiplicar o número por 3 e, em seguida, subtrair 3 do resultado.

ENTRADA



SAÍDA

PERGUNTA-SE:

Inserindo na entrada dessa máquina os números -3, -1, 0 e 4 quais serão os resultados a eles associados?

Preencha nos espaços correspondentes.

-3	
-1	
0	
4	

RASCUNHO

DEFINIÇÃO

Dados os conjuntos A, B, uma função $f : A \to B$ é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento x A um único elemento y = f(x) B (leia-se "y igual a f de x").

(Lima et al, 2023)

Se liga!

1. CONCEITO DE FUNÇÃO

Noções Básicas

Toda função contém, necessariamente, três ingredientes.

→ DOMÍNIO

→ CONTRA-DOMÍNIO

→ LEI DE CORRESPONDÊNCIA

O domínio é o conjunto de partida da função. Nele, estão as variáveis independentes para as quais a função fica definida.

O contra-domínio é o conjunto de chegada. As variáveis dependentes da função pertencem a este conjunto.

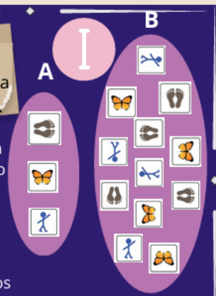
A lei de correspondência é a regra que associa a variável dependente em função da variável independente.

f(x)

Imagem é o valor do contra-domínio assumido pela função no ponto $x \in A$.

I

Com base no EXEMPLO 1, faça o que é pedido.



a) Represente esta situação através do diagramas de flechas ao lado.

b) Circule os elementos do domínio, sublinhe os elementos do contra-domínio e marque um "X" nos elementos da imagem.

c) Esta função possui lei de correspondência?
○ SIM. ○ NÃO. Qual?

II

No EXEMPLO 2, considere $f: A \to B$, com A = {-3, -1, 0, 4} e B = $\mathbb{Z}$.

a) Escreva a lei de correspondência e os elementos do domínio, do contra-domínio e da imagem desta função.

1. CONCEITO DE FUNÇÃO

Noções Básicas

MAPA MENTAL

Complete o MAPA MENTAL, preenchendo os espaços que estão vazios.

Nesse conjunto estão as variáveis

Aqui estão as variáveis

Para cada x A, o elemento f(x) B

chama-se de x pela função f.

Conjunto de partida.

Conjunto de chegada.

$$f: A \to B$$

Lê-se:

$$x \mapsto f(x)$$

Indica que:

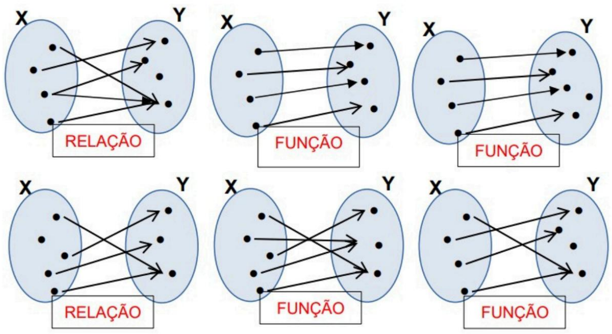
Observação: A numeração acima, serve apenas como sugestão de ordem para o preenchimento das lacunas.

Vamos definir função com outras palavras?

Uma relação em que CADA elemento do conjunto domínio (x) se relacionar com um ÚNICO elemento do conjunto imagem (y) denomina-se FUNÇÃO. Ou seja, função é um caso particular de relação.

Esta pode ser representada por:

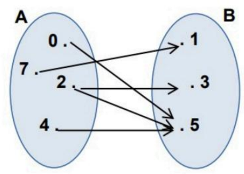
• Diagramas (Conjuntos):



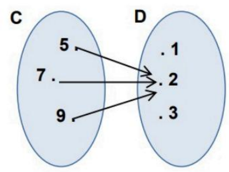
Agora é com você: *<u>Atividade</u>*

01) Considere as relações dadas pelos diagramas abaixo e classifique em Função ou Relação.

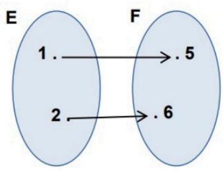
a)



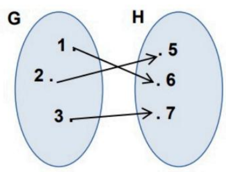
b)



c)



d)

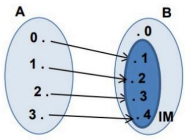


Domínio, Contradomínio e Imagem

Quando representamos uma função por meio de diagramas de flechas, temos os seguintes conjuntos: Domínio, contradomínio e imagem.

O conjunto D, Domínio, é formado por todos os elementos do conjunto A, de onde partem as setas. Assim, costuma ser denominado também como o conjunto de partida. Já o conjunto CD, contradomínio, é formado por todos os elementos de B, ou seja, é o conjunto que recebe as setas. Por último temos o conjunto IM, imagem, que é formado por todos os elementos de B que, de fato, recebem as setas. Observe que o conjunto IM é composto por todos os elementos "y" da função, portanto o conjunto imagem é subconjunto do contradomínio.

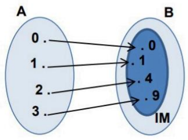
Exemplo:



$D = A,$

$CD = B,$

$IM = \{1, 2, 3, 4\}$



$D = A,$

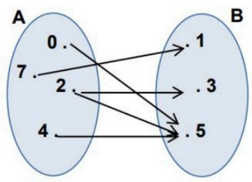
$CD = B,$

$IM = \{0, 1, 4, 9\} = B.$

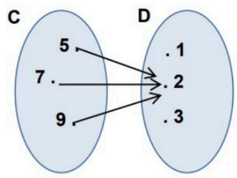
Atividade – Domínio, Contradomínio e Imagem

01) Determine o Domínio, Contradomínio e Imagem dos diagramas abaixo:

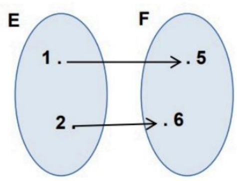
a)



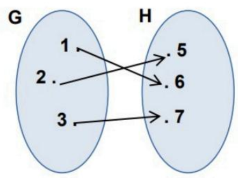
b)



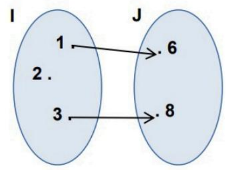
c)



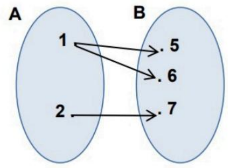
d)



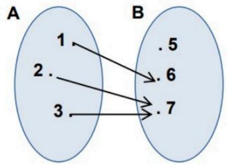
e)



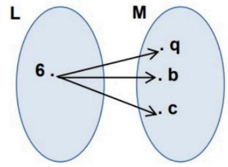
f)



g)



h)



02) Represente as relações da atividade 01, através de pares ordenados.

____

____

____

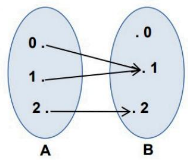
____

____

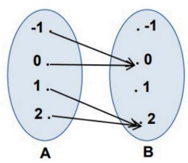
____

03) Quais dos esquemas abaixo definem uma função de $\boldsymbol{A}$ = {$\mathbf{0}$, $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$} em $\boldsymbol{B}$ = {$-\mathbf{1}$, $\mathbf{0}$, $\mathbf{1}$, }?

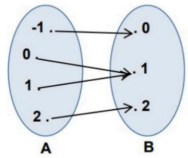
a)



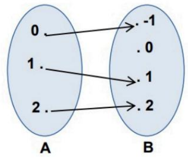
b)



c)



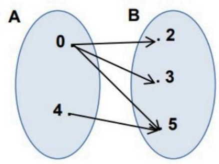
d)

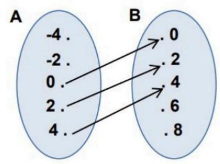


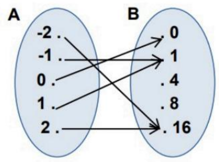
04) Dada à função $f(x) = 2x - 3$, o domínio $\{2, 3, 4\}$ e o contradomínio composto pelos naturais entre 1 e 10, qual das opções abaixo representa o conjunto imagem dessa função?

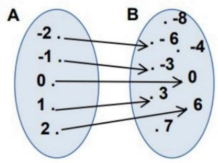
a) {1, 3, 5}
b) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
c) {4, 6, 8}
d) {1, 2, 3, 4, 5}
e) {1, 3, 8}

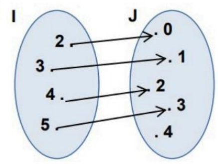
05) Verifique quais relações abaixo representam FUNÇÕES

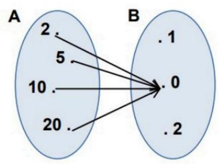
a)


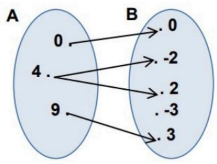
b)


c)


d)


e)


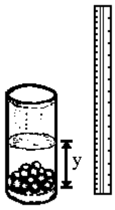
f)


g)


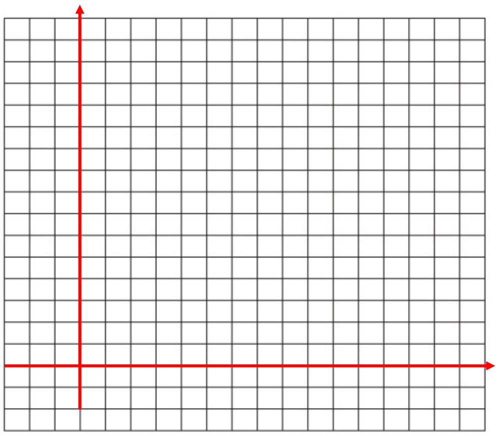
Oficina 01: BOLAS DE GUDE NO COPO D'ÁGUA – adaptada

Materiais Necessários: Copo, bolas de gude

Procedimentos:
- Colocar água em copo até atingir uma altura de 3 cm;
- Colocar as bolinhas de gude no copo (4 de cada vez) e anotar o resultado;
- Construir uma tabela com os resultados obtidos;
- Vamos considerar o número de bolinhas de gude como a variável independente (x) e o nível de água como a variável dependente (y), deduzir uma regularidade entre os dois.



- Localize no plano cartesiano abaixo, os pares ordenados obtidos.



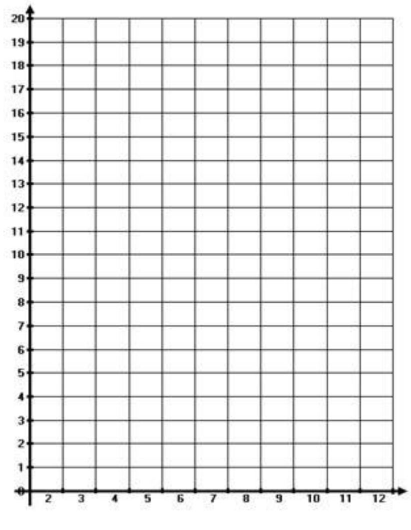
Oficina 02: Atividade Prática com Copo Descartável - Adaptada

Materiais necessários: Copo de plástico descartável, alfinete, relógio e água.

Procedimentos:

1. Graduar um copo descartável em mL (mililitros);
2.Encher o copo com a marca desejada;
3. Fazer um furinho no fundo do copo com o alfinete, para que a água goteje pelo furo;
4. Registrar o volume inicial do copo ao iniciar o gotejamento;
5. Numa tabela, registrar o volume de água no copo depois de 4 minutos, 8 minutos, 12 minutos e 16 minutos de gotejamento;
6. Avaliar a precisão das medidas;
7. A partir da tabela, localizar no plano cartesiano os pares ordenados obtidos, considerando o volume de água (y) em função do tempo do gotejamento (x);
8. Observar como variam essas grandezas e se é possível escrever a relação entre elas por meio de uma sentença matemática;

9. Elaborar um relatório com as conclusões do grupo de alunos.



Oficina 03: OS NÚMEROS DOS SAPATOS - adaptada

Qual é o número do seu calçado? Esse número corresponde ao comprimento, em centímetros, do seu pé? Meça e verifique?

Com certeza, os números que você encontrou não são iguais, ou seja, o número do seu calçado não corresponde ao comprimento em centímetros do seu pé.

Então, qual é a relação entre o número do calçado e o comprimento do seu pé?

A maioria das pessoas certamente nunca parou pra pensar de onde vem o número do sapato que calçamos. À medida que vamos crescendo, vamos comprando números maiores, sem pensar muito que significa essa numeração.

Mas essa história é mais antiga do que imaginamos! Tudo começou com um decreto do rei Eduardo I, da Inglaterra, em 1305. Ele estipulou que uma polegada equivaleria a três grãos de cevada seca e alinhados. E o mais interessante é que essa determinação ganhou a simpatia dos sapateiros ingleses, que decidiram confeccionar sapatos em tamanho-padrão, de acordo com a quantidade de grãos alinhados. Trinta e quatro grãos equivaleriam, ao número 34 e assim por diante. Isso facilitou a vida deles e a dos clientes que, antes da padronização, precisavam provar várias vezes um sapato até que ele ficasse pronto.

Já está pensando onde vai arrumar grãos de cevada pra conferir se o seu tamanho 37 realmente equivale a 37 grãos??? Mas infelizmente não vai dar certo. Isso porque durante a revolução industrial, os países europeus decidiram padronizar a forma de calcular o tamanho dos sapatos e transformaram os grãos em uma unidade métrica chamada ponto.

O tamanho desse ponto varia de um lugar para outro e é por isso que a numeração muda de acordo com o local. Os estados Unidos usam o ponto inglês, enquanto o Brasil e parte da Europa usam o ponto francês, que mede 0,666 centímetro. Ainda assim, há variações entre países que usam a mesma medida. Alguns ainda utilizam o meio ponto ampliando a grade de numeração.

Sim, mas você certamente está ai se perguntado de onde vem, afinal, o seu número 37? Agora vamos precisar fazer algumas contas. O número do seu sapato vai depender do comprimento do pé.

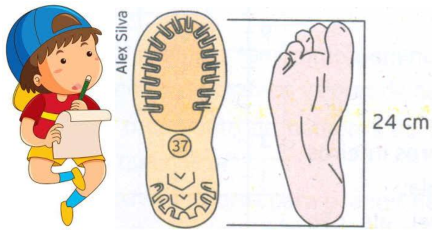
Para medir o comprimento do pé, desenhe o contorno dos 2 pés numa folha, com a caneta ou lápis bem na vertical. Meça o comprimento desde o dedo até ao calcanhar. Não se assuste se um pé for maior que o outro! Isso é muito normal! Aí, temos que considerar o número maior e tirar 0,5 cm dessa medida, como desconto da espessura do lápis ou da caneta que usamos para traçar a linha.

OS NÚMEROS DOS SAPATOS NO BRASIL

Para padronizar os números dos sapatos foi preciso o auxilio da álgebra. O número do sapato depende do comprimento do pé, e a fórmula para calcular o número do calçado é a seguinte:

A numeração usada na confecção de sapatos depende do comprimento do pé das pessoas . Os fabricantes de calçados brasileiros usam a fórmula $N = \frac{(5c + 28)}{4}$,em que c é o tamanho do pé em cm e N é o número do calçado. O resultado encontrado na fórmula pode ser um número decimal. Nesse caso, arredonde-o para o número inteiro mais próximo.

N: número do calçado
c: comprimento do pé em centímetros

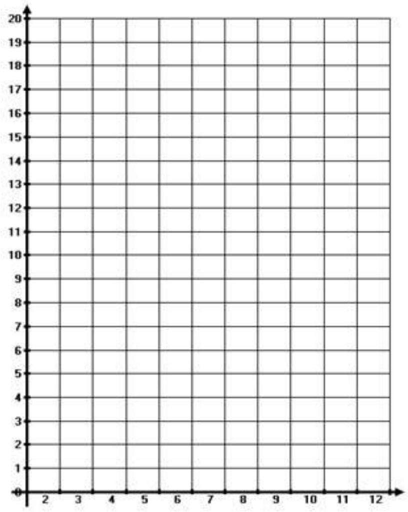


.

Materiais Necessários: Fita métrica, lápis e caderno.

Procedimentos:

1. Realizar a medição do pé dos integrantes dos grupos;
2. Substituir as medidas encontradas na fórmula matemática fornecida;
3. Substituir na fórmula, os valores para os comprimentos do pés que vão de 20 a 30.
Observação: Caso as medidas encontradas ao medir o pé dos integrantes do grupo, coincida com um valor de 20 a 30, não precisa fazer a substituição novamente.
4. Construir uma tabela com os resultados obtidos.
5. Localizar no plano cartesiano abaixo os resultados obtidos, considerando o comprimento do pé como **x** e o número do calçado como **y.**



LEI DE FORMAÇÃO

TODA FUNÇÃO É GERADA ATRAVÉS DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA QUE NOS PERMITE ENCONTRAR OS PARES ORDENADOS (x, y), POR MEIO DE UMA FÓRMULA DENOMINADA LEI DE FORMAÇÃO. É ATRAVÉS DESTA FÓRMULA QUE SE RELACIONA OS ELEMENTOS DO DOMÍNIO COM OS ELEMENTOS DO CONTRADOMÍNIO.

A LEI DE FORMAÇÃO DA FUNÇÃO É UMA ESPÉCIE DE "IDENTIDADE" ÚNICA E É ATRAVÉS DELA QUE SE GERA UM GRÁFICO ÚNICO DA MESMA.

EXEMPLOS:

$y = x + 1$ $\qquad f(x) = x^2 + 2x + 5$ $\qquad y = 2^x$

$y = \text{LOG}\ x$ $\qquad f(x) = sen\ 2x$ $\qquad f(x) = |x - 3|$

NOTA-SE QUE $f(x) = y$.

EXEMPLOS:

$f(x) = x + 1,$
PARA, $x = 1$
$f(1) = (1) + 1$
$f(1) = 2$
$(1, 2)$

$y = 5x - 3,$
PARA, $x = 0$
$y = 5(0) - 3$
$y = -3$
$(0, -3)$

$y = x^2 + 5x + 6,$
$p/x = 2$
$y = (2)^2 + 5(2) + 6$
$y = 4 + 10 + 6$
$y = 20$
$(2, 20)$

EM ALGUNS CASOS PARTICULARES, COMO NAS FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU, CONHECENDO "Y" PERMITE-SE ENCONTRAR "X".

EXEMPLOS:

$f(x) = x + 1,$
PARA, $y = 4$
$4 = x + 1$
$x = 3$
$(3, 4)$

Y = 2X + 1
PARA, Y = 5
5 = 2X +1
5 - 1 = 2X
4 = 2X
X = 2
(2,5)

Agora é com vc!!!

Atividade

01) Conforme a lei de formação das funções abaixo, determine o conjunto relação, de acordo com $D = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

a) $y = 2x + 1$ $\qquad$ b) $f(x) = x^2 - 3x + 4$

02) Dada a função f(x) = 2x – 3, o domínio {2, 3, 4} e o contradomínio composto pelos naturais entre 1 e 10, qual das opções abaixo representa o conjunto imagem dessa função?

a) {1, 3, 5} $\qquad$ b) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} $\qquad$ c) {4, 6, 8}

d) {1, 2, 3, 4, 5} $\qquad$ e) {1, 3, 8}

03) Seja a função $f: D \to R$ dada pela lei de formação $f(x) = 5x + 2$, de domínio $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Determine o conjunto imagem dessa função.

Jogo da Velha da Função Polinomial do 1º Grau – Adaptado

Objetivo: Aprofundar os conceitos sobre a lei de formação de uma função polinomial do 1º grau, através de situações problema.

Público Alvo: 1º ano do Ensino Médio

Materiais Necessários:

- 16 cartões com perguntas relacionadas ao conteúdo proposto;
- 4x4 que pode ser impresso no tamanho que o professor achar adequado.
- Dois Marcadores (Exemplo: X e O)

Conteúdo: Lei de Formação - Função Polinomial do 1º grau

Instruções: O jogo da velha da função polinomial do primeiro grau pode ser usado de diferentes maneiras, de acordo com a necessidade do professor. Duas sugestões de aplicação são:

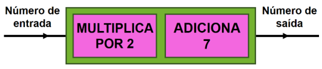
1ª Sugestão: Dividir a sala em dois grandes grupos e escolher um representante para cada grupo. Os representantes tiram na sorte quem começará o jogo (Par ou ímpar, lançamento de um dado para ver quem tira o maior número...). O grupo que inicia o jogo, escolhe uma dupla que os representará e escolherá uma casa disponível no tabuleiro, em seguida responde uma pergunta referente à casa escolhida, se acertar, marca no tabuleiro com seu marcador a casa escolhida e caso erre a casa assim como a pergunta, permanecem disponíveis para outras duplas futuras. Em seguida, a dupla do outro grupo continua o jogo seguindo os mesmos procedimentos. O jogo termina quando um dos grupos consegue formar uma linha, uma coluna ou uma diagonal com seus marcadores. Para essa aplicação do jogo o tabuleiro pode ser impresso em modo 3x3 ou 4x4 e colocado em um lugar de destaque na sala para que todos os alunos possam acompanhar e os grupos pensem em uma estratégia para vencer o jogo. (Além de responder corretamente as perguntas).

2ª Sugestão: Uma outra sugestão é fazer a impressão do tabuleiro e das perguntas em folha A4 e fazer a aplicação do jogo em dupla. Nesse caso, entregam-se as perguntas, o tabuleiro e as instruções para cada dupla.

Cartas do Jogo da Velha da Função Polinomial do 1º Grau – Adaptado

A1

Elisa construiu esta máquina.



Qual o valor de saída, para entrada igual à -2?

A2

Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com horário marcado e R$ 10,00 sem horário marcado. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com horário marcado e um número variável **x** de clientes sem horário marcado.

Escreva a equação que fornece a quantia *Q* arrecadada por dia em função do número **x** de clientes sem horário marcado.

A3

Um azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado de cerâmica assentada. Escreva a lei quantidade dessa função, considerando q a de metros quadrados de cerâmica assentada e v o valor recebido.

A4

Para calcular o preço de venda dos produtos, um lojista utiliza a fórmula *P=1,65C*, na qual **P** representa o preço de venda, e **C**, o preço de custo de cada produto.

Qual o preço de venda de um produto cujo preço de custo é R$ 8,00?

B1

Beatriz e Ana planejam viajar durante as férias e pretendem alugar um carro. O aluguel do carro corresponde a um valor fixo de R$ 25,00, mais R$ 85,00 por dia.

Qual o valor a ser pago se elas alugarem o carro por **5 dias**?

B2

Um entregador cobra R$ 30,00 por dia de trabalho mais R$ 2,50 por entrega realizada.

Em um dia em que esse entregador ganhou R$ 142,50, quantas entregas ele fez?

B3

Um azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado de cerâmica assentada. Calcule a quantidade de metros quadrados de cerâmica assentada, sabendo que o azulejista recebeu R$ 1.700,00.

B4

Escreva uma equação que expressa a lei de formação da função:

Um fabricante produz objetos a um custo de R$ 12,00 a unidade, vendendo-os por R$ 20,00 a unidade. Portanto, o lucro **y** do fabricante é dado em função do número **x** de unidades produzidas e vendidas.

C1

Escreva uma equação que expressa a lei de formação da função:

A organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda que cada cidade tenha no mínimo 14 m^2 de medida de área verde por habitante. A medida de área verde mínima **y** que deve ter uma cidade é dada em função do número **x** de habitantes.

C2

Beatriz e Ana planejam viajar durante as férias e pretendem alugar um carro. O aluguel do carro corresponde a um valor fixo de R$ 25,00, mais R$ 85,00 por dia. Elas reservaram R$ 365,00 para o aluguel do carro. Por quantos dias, no máximo, elas poderão alugar o carro?

C3

Considere esta "máquina de calcular".

Qual a lei de formação que representa essa máquina?

C4

Um entregador cobra R$ 30,00 por dia de trabalho mais R$ 2,50 por entrega realizada. Quantos reais ganhará esse entregador se em um dia ele fizer 50 entregas?

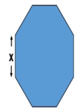
D1

O preço do aluguel de uma embarcação é composto de duas partes; uma fixa, de R$ 60,00, e de outra variável, de R$ 3,00 por hora de uso.

a) Quanto pagará uma pessoa que alugar essa embarcação por 5 horas?

D2

No octógono regular está indicada a medida do comprimento de um de seus lados.



Escreva a lei de formação da função afim que represente a medida do perímetro **p** desse octógono em função da medida do comprimento de seu lado.

D3

O custo total de um lote de parafusos é formado por uma taxa fixa de R$ 40,00 mais o custo de produção de R$ 0,30 por parafuso. Quanto será gasto para produzir 50 parafusos?

D4

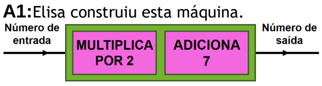
Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com horário marcado e R$ 10,00 sem horário marcado. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com horário marcado e um número variável x de clientes sem horário marcado. Qual foi a quantia arrecadada em um dia em que foram atendidos 16 clientes ao todo?

Jogo da Velha da Função Polinomial do 1º Grau

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

RESPOSTAS DAS QUESTÕES

A1: Elisa construiu esta máquina.



Qual o valor de saída, para entrada igual à -2?

Resposta: y = 2x + 7
y = 2.-2 + 7
y = -4 + 7 = 3

A2: Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com horário marcado e R$ 10,00 sem horário marcado. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com horário marcado e um número variável **x** de clientes sem horário marcado. Escreva a equação que fornece a quantia *Q* arrecadada por dia em função do número **x** de clientes sem horário marcado.

Resposta: Q = 72,00 + 10,00x

A3: Um azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado de cerâmica assentada. Escreva a lei quantidade dessa função, considerando q a de metros quadrados de cerâmica assentada e v o valor recebido.

Resposta: v = 30,00q

A4: Para calcular o preço de venda dos produtos, um lojista utiliza a fórmula *P=1,65C*, na qual **P** representa o preço de venda, e **C**, o preço de custo de cada produto. Qual o preço de venda de um produto cujo preço de custo é R$ 8,00?

Resposta: P=1,65C
P = 1,65 . 8,00
P = 13,20

B1: Beatriz e Ana planejam viajar durante as férias e pretendem alugar um carro. O aluguel do carro corresponde a um valor fixo de R$ 25,00, mais R$ 85,00 por dia. Qual o valor a ser pago se elas alugarem o carro por **5 dias**?

Resposta: y = 25,00 + 85,00x
y = 25,00 + 85,00 . 5
y = 25,00 + 425,00
y = 450,00

B2: Um entregador cobra R$ 30,00 por dia de trabalho mais R$ 2,50 por entrega realizada. Em um dia em que esse entregador ganhou R$ 142,50, quantas entregas ele fez?

Resposta: y = 30,00 + 2,50x
142,50 = 30,00 + 2,50x
142,50 – 30,00 = 2,50x
112,50 = 2,50x
$\frac{112,50}{2,50} = x$
X = 45

B3: Um azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado de cerâmica assentada. Calcule a quantidade de metros quadrados de cerâmica assentada, sabendo que o azulejista recebeu R$ 1.700,00.

Resposta: v = 30,00q

1.710,00 = 30,00q

$\frac{1.710,00}{30,00} = q$

q = 57 m^2

B4: Escreva uma equação que expressa a lei de formação da função: Um fabricante produz objetos a um custo de R$ 12,00 a unidade, vendendo-os por R$ 20,00 a unidade. Portanto, o lucro **y** do fabricante é dado em função do número **x** de unidades produzidas e vendidas.

Resposta: y = 8x

C1: Escreva uma equação que expressa a lei de formação da função: A organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda que cada cidade tenha no mínimo 14 m^2 de medida de área verde por habitante. A medida de área verde mínima **y** que deve ter uma cidade é dada em função do número **x** de habitantes.

Resposta: y = 14x

C2: Beatriz e Ana planejam viajar durante as férias e pretendem alugar um carro. O aluguel do carro corresponde a um valor fixo de R$ 25,00, mais R$ 85,00 por dia. Elas reservaram R$ 365,00 para o aluguel do carro. Por quantos dias, no máximo, elas poderão alugar o carro?

Resposta: y = 25,00 + 85,00x

365,00 = 25,00 + 85,00x

365,00 – 25,00 = 85,00x

340,00 = 85,00x

$\frac{340,00}{85,00} = x$

X = 4

C3: Considere esta "máquina de calcular".

Qual a lei de formação que representa essa máquina?

Resposta: y = 3x

C4: Um entregador cobra R$ 30,00 por dia de trabalho mais R$ 2,50 por entrega realizada. Quantos reais ganhará esse entregador se em um dia ele fizer 50 entregas?

Resposta: y = 30,00 + 2,50x

y = 30,00 + 2,50 . 50

y = 30,00 + 125,00

y = 155,00

D1: O preço do aluguel de uma embarcação é composto de duas partes; uma fixa, de R$ 60,00, e de outra variável, de R$ 3,00 por hora de uso.
a) Quanto pagará uma pessoa que alugar essa embarcação por 5 horas?

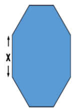
Resposta: y = 60,00 + 3,00x

y = 60,00 + 3,00 . 5

y = 60,00 + 15,00

y = 75,00

D2: No octógono regular está indicada a medida do comprimento de um de seus lados.



Escreva a lei de formação da função afim que represente a medida do perímetro **p** desse octógono em função da medida do comprimento de seu lado.

Resposta: p = 8x

D3: O custo total de um lote de parafusos é formado por uma taxa fixa de R$ 40,00 mais o custo de produção de R$ 0,30 por parafuso. Quanto será gasto para produzir 50 parafusos?

Resposta: C = 40,00 + 0,30p
C = 40,00 + 0,30. 50
C = 40,00 + 15,00
C= 55,00

D4: Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com horário marcado e R$ 10,00 sem horário marcado. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com horário marcado e um número variável x de clientes sem horário marcado. Qual foi a quantia arrecadada em um dia em que foram atendidos 16 clientes ao todo?

Resposta: Q = 72,00 + 10,00x
Q = 72,00 + 10,00 . 10
Q = 72,00 + 100,00
Q = 172,00

Atividade – Função Polinomial do 1º grau

01) (Bianchini adaptado – p 229) Identifique as leis que representam funções polinomiais do 1º grau.

a) $y = x + 3$ b) $y = x$ 2– $5x + 6$ c) $y = -5x + 1$

d) $y = -4x$ e) $y = x$ 2 – $3x$ f) $y = 2 - x$

02) Dados a e b, escreva a lei de cada função polinomial do 1º grau em que y = ax + b.

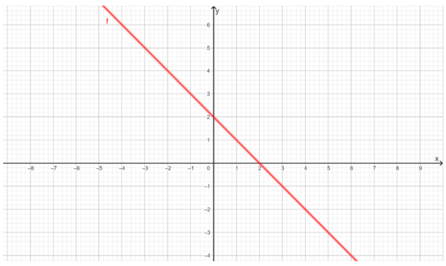
a) $a = 2$ e $b = -1$

b) a = 1 2 e $b = 0$

c) $a = \sqrt{2}$ e $b = 0$

d) $a = \frac{-1}{3}$ e $b = \frac{-1}{3}$

03) (Bianchini – p 231) Observe o gráfico de uma função para responder as questões abaixo:



a) Qual é o valor de y quando $\boldsymbol{x = 2}$?

b) Para que valor de x temos $\boldsymbol{y = 2}$?

04) Dada a função definida pela lei $\boldsymbol{f(x) = 5x - 4}$ com x real, determine:

a) $f(-1)$

b) f($\frac{-3}{5}$)

c) O valor de x para que se tenha $f(x) = 6$

d) O valor de x para que se tenha $f(x) = 0$

05) Considere a função polinomial do 1º grau definida pela lei $\boldsymbol{y = x - 3}$.

a) Represente graficamente essa função no quadriculado abaixo.

b) Qual é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo dos x?

c) Qual é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo dos y?

06) (Andrini & Vasconcellos adaptado – p. 126) Atribua valores à variável x, construa uma tabela com alguns pares ordenados e construa o gráfico das funções:

a) $y = -2x + 1$

b) $y = 2x + 2$

Jogo: "Flores da função polinomial do 1º grau" – adaptado

Objetivo: Revisar e/ou aprimorar conceitos relacionados ao conteúdo de função polinomial do 1º grau.

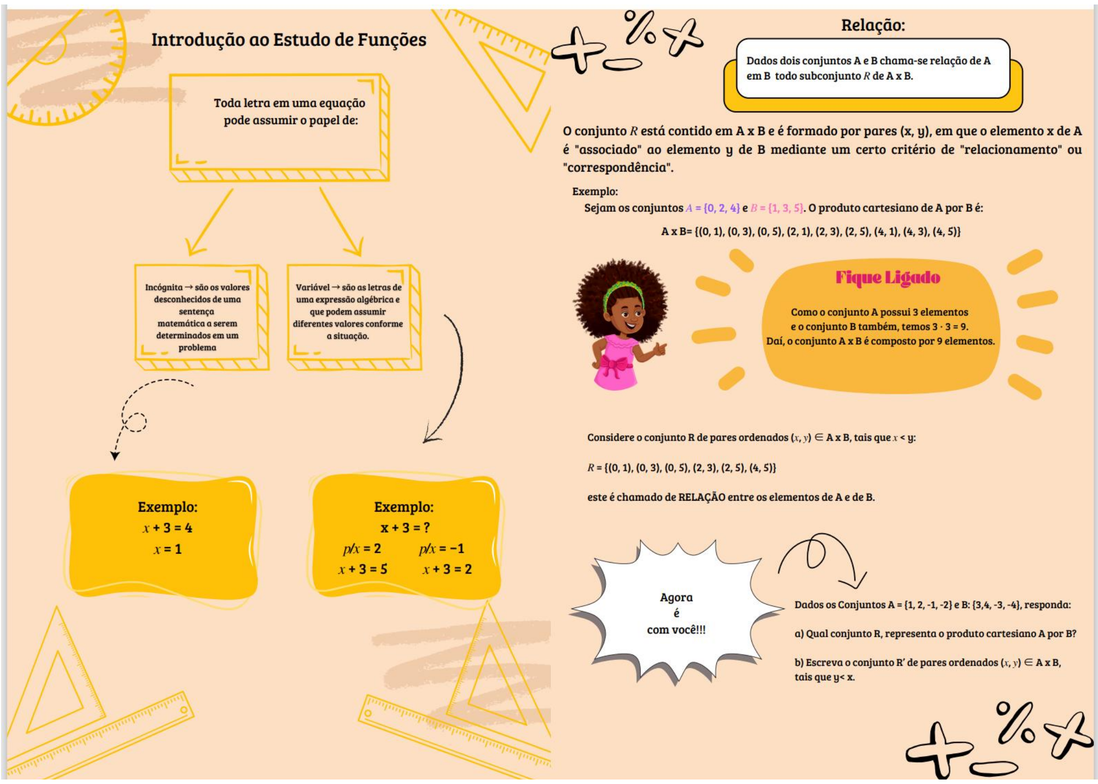
Materiais Necessários: 30 cartas (05 "miolos" e 25 "pétalas)

Instruções:

- Dividir a sala em dois grupos;
- Cada grupo deve receber as 30 cartas, de modo que todos os "miolos" e "pétalas" que se relacionam estejam embaralhados;
- Os grupos devem encontrar o "miolo" e as suas cinco "pétalas" correspondentes, até montar todas as flores. Nesse primeiro momento o professor não participa, deixa apenas os alunos interagirem;
- Quando os grupos montarem todas as flores, o professor passa conferindo e pontua a equipe que acertar o máximo de flores;
- Havendo "miolos" com "pétalas" erradas, o professor orienta que revejam e tentem montar corretamente. Dessa vez, ao passo em que as equipes vão fazendo as correções necessárias, o professor participa dando dicas, corrigindo, tirando as dúvidas que estão induzindo ao erro.

Vale salientar que essa é apenas uma sugestão de aplicação do jogo que o professor pode adaptar de acordo com a sua realidade.

As cartas do jogo encontram-se disponibilizadas em anexo.


Introdução ao Estudo de Funções
Toda letra em uma equação pode assumir o papel de:
Incógnita → são os valores desconhecidos de uma sentença matemática a serem determinados em um problema
Variável → são as letras de uma expressão algébrica e que podem assumir diferentes valores conforme a situação.
Exemplo: x + 3 = 4 x = 1
Exemplo: x + 3 = ? p/x = 2 p/x = −1 x + 3 = 5 x + 3 = 2
Relação:
Dados dois conjuntos A e B chama-se relação de A em B todo subconjunto R de A x B.
O conjunto R está contido em A x B e é formado por pares (x, y), em que o elemento x de A é "associado" ao elemento y de B mediante um certo critério de "relacionamento" ou "correspondência".
Exemplo:
Sejam os conjuntos A = {0, 2, 4} e B = {1, 3, 5}. O produto cartesiano de A por B é:
A x B= {(0, 1), (0, 3), (0, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}
Fique Ligado
Como o conjunto A possui 3 elementos e o conjunto B também, temos 3 · 3 = 9. Daí, o conjunto A x B é composto por 9 elementos.
Considere o conjunto R de pares ordenados (x, y) ∈ A x B, tais que x < y:
R = {(0, 1), (0, 3), (0, 5), (2, 3), (2, 5), (4, 5)}
este é chamado de RELAÇÃO entre os elementos de A e de B.
Agora é com você!!!
Dados os Conjuntos A = {1, 2, -1, -2} e B: {3,4, -3, -4}, responda:
a) Qual conjunto R, representa o produto cartesiano A por B?
b) Escreva o conjunto R' de pares ordenados (x, y) ∈ A x B, tais que y< x.

APÊNDICE B – Apêndice B

Função Polinomial do 2º grau

1. Contextualizando

O que os lançamentos de projéteis, as antenas parabólicas e a fachada da obra arquitetônica abaixo têm em comum? Todos possuem arcos parabólicos que estão vinculados a funções quadráticas. Nas ciências exatas, sobretudo na Física, o uso de elementos da função quadrática é muito frequente quando os movimentos dos lançamentos oblíquos e o movimento de queda livre são estudados. A curva característica da função quadrática é representada pela parábola que possui um eixo de simetria que favorece a beleza e leveza estrutural.

Fonte: Site ArchyDaily

Essa curva pode ser encontrada nas mais diversas obras arquitetônicas, como por exemplo, na Igreja São Francisco de Assis (imagem), também conhecida como Igreja da Pampulha, em Belo Horizonte no estado de Minas Gerais. Essa obra é considerada um marco na história da arquitetura brasileira, concebida pelo arquiteto Oscar Niemeyer, com projeto estrutural do engenheiro Joaquim Cardozo. Seus arcos parabólicos presentes na fachada criam uma caracterização inconfundível de simetria e beleza. Veja outras obras que também são formadas pelos arcos.

Arco do Triunfo, na França.

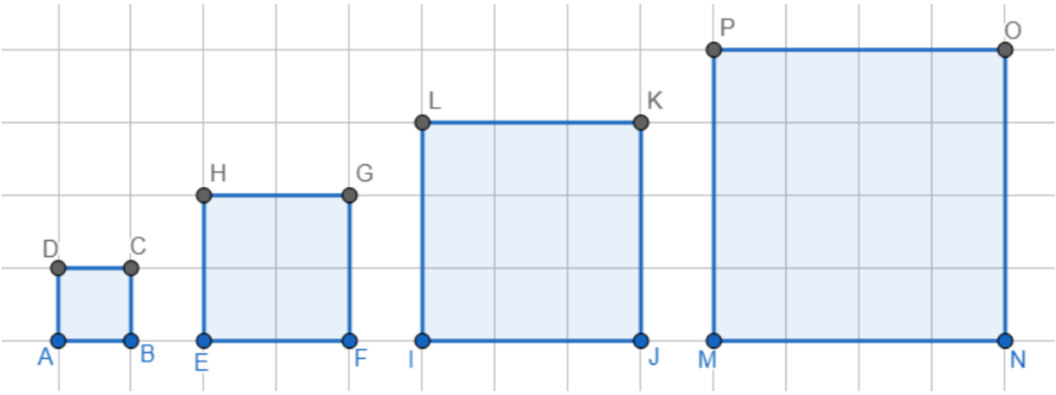
Fonte: Alexandre Prevot

Palácio do Planalto, em Brasília

Fonte: Site Flickr

1.2 Investigando Dados em Tabelas

Um estudante construiu vários quadrados em uma malha quadriculada e, a partir dessas construções, ele organizou uma tabela que relaciona a medida do lado com a área de cada quadrado.



Lado (unidades de comprimento)	Área (unidades de área)
1	1
2	4
3	9
4	16

A partir da observação dos dados da tabela é possível determinar, sem construir o quadrado, a área de um quadrado, dado o lado? A resposta é sim.

Podemos perceber em cada linha da tabela que a medida da área é exatamente o quadrado da medida do lado. Dessa forma, podemos generalizar escrevendo que para um quadrado de medida x a área A(x) será igual a x^2. Como mostra a tabela a seguir:

Lado (unidades de comprimento)	Área (unidades de área)
x	$A(x) = x^2$

Temos então uma **relação** entre medida do lado e área do quadrado. Vamos testar a relação com os quadrados que foram construídos:

Lado (unidades de comprimento)	**Área (unidades de área)**
1	$A(1) = 1^2 = 1 \cdot 1 = 1$
2	$A(2) = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
3	$A(3) = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
4	$A(4) = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Essa relação que organizamos, é uma função quadrática!

1.3 Definição

A função $f: R \rightarrow R$ dada por **f(x) = ax² + bx + c**, com **a**, **b** e **c**, coeficientes reais, com $a \neq 0$, denomina-se função polinomial do 2º grau ou função quadrática. Os coeficientes **a**, **b** e **c** são números que pertencem ao conjunto dos números reais e o coeficiente **a** precisa ser diferente de zero, caso contrário, teremos uma função polinomial do 1º grau ou uma função constante.

Exemplo de funções Quadráticas

- $f(x) = x^2 - 3x + 4$ coeficientes: a = 1, b = - 3 e c = 4
- $f(x) = 8x^2 - 1$ coeficientes: a = 8, b = 0 e c = - 1
- $f(x) = -x^2 + 5x$ coeficientes: a = -1, b = 5 e c = 0
- $f(x) = -6x^2$ coeficientes: a = -6, b = 0 e c = 0

1.4 Raízes ou zeros da função quadrática

Existem pontos que interceptam o eixo x do plano cartesiano. Esses pontos representam a(s) raiz/raízes da função quadrática, também chamadas de zeros da função. Sua coordenada é dada pelo ponto (x, 0) e marcado sobre o eixo x.

As raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, são as raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$

Para determiná-las, pode-se usar a fórmula resolutiva da equação do 2º grau, bastante conhecida como a **"Fórmula de Bháskara":**

$$\Delta = b^2 - 4.a.c \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

O discriminante (delta), Δ indica a quantidade de raízes que a função possui.

- $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais distintas (diferentes);
- $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais;
- $\Delta < 0$, a função não possui raiz real.

Exemplos do cálculo das Raízes ou zeros da função quadrática

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Para determinarmos as raízes, temos que f(x) = 0.

$$0 = x^2 - 3x + 2$$
$$\Delta = (-3)^2 - 4\,.\,1.\,2$$
$$\Delta = 9 - 8$$
$$\Delta = 1$$

Com o $\Delta > 0$, teremos duas raízes reais diferentes.

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2.1}$$
$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{4}{2} = 2$$
$$x'' = \frac{2}{2} = 1$$

S = { 1, 2}

b) $f(x) = x^2 - 4x$

Para determinarmos as raízes, temos que f(x) = 0.

$$0 = x^2 - 4x$$

O coeficiente c = 0, utilizamos a fórmula de Bhaskara ou podemos utilizar a fatoração.

1° CASO: USANDO A FÓRMULA DE BHASKARA

Substituindo os coeficientes na fórmula, temos:

$$\Delta = (-4)^2 - 4.1.0$$
$$\Delta = 16$$

Teremos duas raízes reais distintas.

$$x = \frac{(-(-4) \pm 4)}{2}$$
$$x' = \frac{4 + 4}{2} = 4$$
$$x'' = \frac{4 - 4}{2} = 0$$

2° CASO: FATORAÇÃO (FATOR COMUM)

Para resolvermos $0 = x^2 - 4x$, utilizaremos uma técnica de fatoração. Nessa técnica, identificamos o(s) fator(es) comum(ns) nos monômios e colocamos ele(s) em evidência. Neste caso, o fator comum (em evidência) é o x. Veja que reescrevemos o 1º membro como uma multiplicação entre o fator comum e os demais fatores, mantendo a igualdade verdadeira.

$$x^2 - 4x = 0$$
$$x.\,(x - 4) = 0$$

Se o produto de dois números é igual a zero, temos que pelo menos um dos fatores é zero. Ou seja, x = 0 ou (x - 4) =0. Sendo assim, x = 0 ou x = 4.

S = { 0, 4}

c) $f(x) = 8x^2$

Neste caso, os coeficientes b = c = 0.
Sendo f(x) = 0, temos que $0 = 8x^2$, então x = 0.

S = { 0 }

d) $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$

Para determinarmos as raízes, temos que f(x) = 0.

$$\Delta = 3^2 - 4 \,.\, 2 \,.\, 4$$

$$\Delta = 9 - 32$$
$$\Delta = -23$$

Com $\Delta < 0$, não existe raiz real.

S = { }

e) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Para determinarmos as raízes, temos que f(x) = 0.

$$0 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 1$$

$$\Delta = 4 - 4$$
$$\Delta = 0$$

o discriminante é igual a zero, então as raízes reais são iguais.

$$x = \frac{-(-2) \pm 0}{2}$$
$$x = \frac{2}{2}$$
$$x' = x'' = 1$$

S = {1}

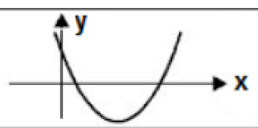
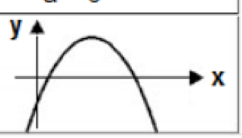
1.5 Gráfico da Função Polinomial do 2º grau

O gráfico da função polinomial do 2º grau, **f(x) = ax² + bx + c,** é uma **parábola** que pode ter sua concavidade voltada para baixo ou para cima, dependendo do valor do coeficiente **a.**

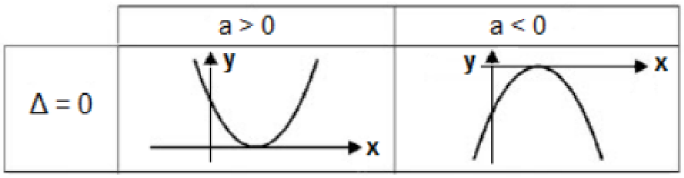
Sinal de a	**a > 0**	**a < 0**
Gráfico		

Essa parábola poderá ficar disposta basicamente de seis maneiras diferentes (divididas em três situações) a depender da concavidade e da quantidade de vezes que a mesma corta o eixo x.

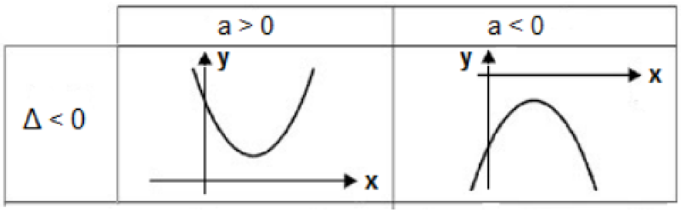
- Quando $\Delta > 0$, o gráfico toca o eixo x em dois pontos:

	a > 0	a < 0
$\Delta > 0$		

- Quando $\Delta = 0$, o gráfico toca o eixo x em apenas um ponto.



- Quando $\Delta < 0$, o gráfico não toca o eixo x



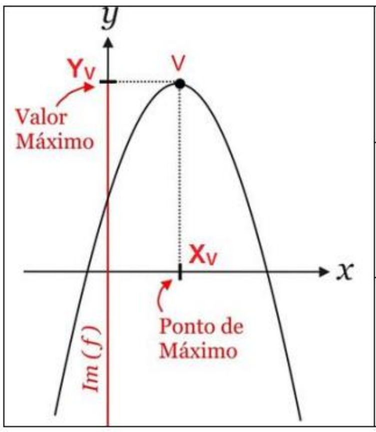
1.6 Vértice da Parábola

Toda parábola $y = ax^2 + bx + c$ possui um ponto, chamado de vértice que é o ponto em que a função assume seu valor máximo (caso a parábola possua a concavidade voltada para baixo) ou seu valor mínimo (caso a concavidade seja voltada para cima). As coordenadas do vértice V da parábola são:

$$\boxed{x_v = \frac{-b}{2a}} \quad \text{e} \quad \boxed{y_v = \frac{-\Delta}{4a}}.$$

Distinguimos dois casos,

1° Caso:



Ponto de máximo

$$X_V = \frac{-b}{2a}$$

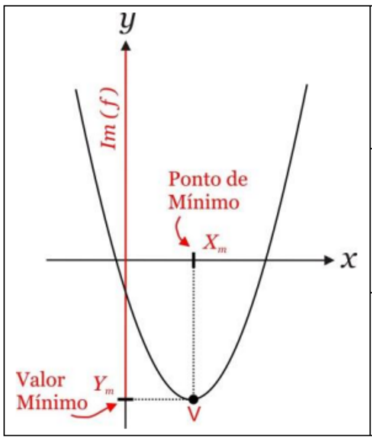
Valor máximo

$$Y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Imagem da função

$$\text{Im}(f) = \left]-\infty, Y_V\right]$$

2° Caso:



Ponto de mínimo

$$X_V = \frac{-b}{2a}$$

Valor mínimo

$$Y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Imagem da função

$$\text{Im}(f) = \left[Y_V, +\infty\right[$$

1.7 Construindo o gráfico da função polinomial do 2º grau

Para um gráfico mais preciso, precisamos do maior número de pontos possível. Dessa forma vale a pena destacar os pontos mais importantes da parábola, são eles:

- Interseção com o eixo x (Raízes da função, encontradas aplicando f(x)=0)
- Interseção com o eixo y (Encontrada aplicando x = 0)
- Vértice da Parábola (x_v, y_v)

Exemplo 01: Construa o gráfico da função $f(x) = x^2 + 6x + 5$

1º Passo: Interseção com o eixo x

$0 = x^2 + 6x + 5$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $\qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta = (6)^2 - 4.1.5$ $\qquad x = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2.1}$

$\Delta = 36 - 20 = 16$ $\qquad x = \frac{-6 \pm 4}{2}$ $\qquad x' = -1$ e $x'' = -5$

Temos os pares ordenados (-1, 0) e (-5, 0)

2º Passo: Interseção com o eixo y

$f(x) = x^2 + 6x + 5$

$f(x) = 0^2 + 6.0 + 5$

$f(x) = y = 5$

Temos o par ordenado (0,5)

3º Passo: Vértice da parábola

$X_v = \frac{-b}{2a}$ $\qquad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

$X_v = \frac{-6}{2.1} = \frac{-6}{2} = -3$ $\qquad y_v = \frac{-16}{4.1} = \frac{-16}{4} = -4$

Temos o par ordenado (-3, -4)

Agora, representando no plano cartesiano os pares ordenados encontrados, temos:

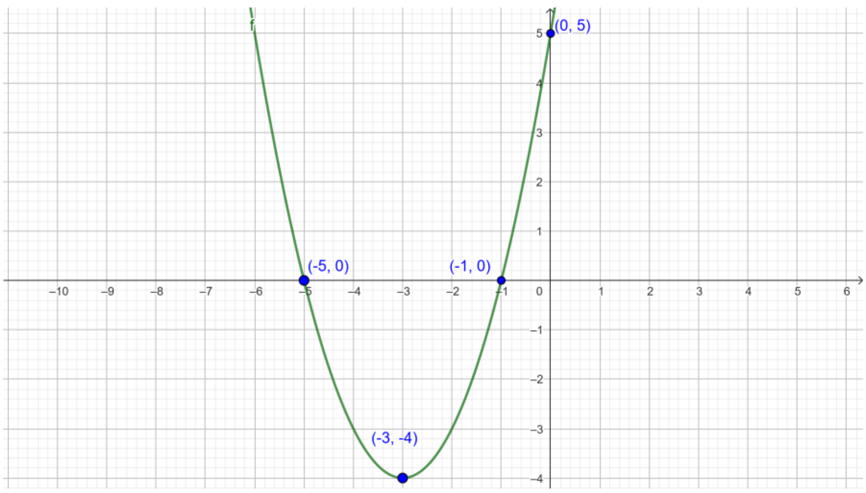


Figura produzida pela autora no geogebra

Exemplo 02: Construa o gráfico da função $y = -x^2 + 2x + 3$

1º Passo: Interseção com o eixo x

y = - x^2+ 2x + 3

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (2)^2 - 4.-1.3$

$\Delta = 4 + 12 = 16$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2.(-1)}$

$x = \frac{-2 \pm 4}{-2}$ x' =-1 e x'' =3

Temos os pares ordenados (-1, 0) e (3, 0)

2º Passo: Interseção com o eixo y

y = - x^2+ 2x + 3

$f(x) = - 0^2 + 2.0 + 3$

f(x) = y = 3

Temos o par ordenado (0,3)

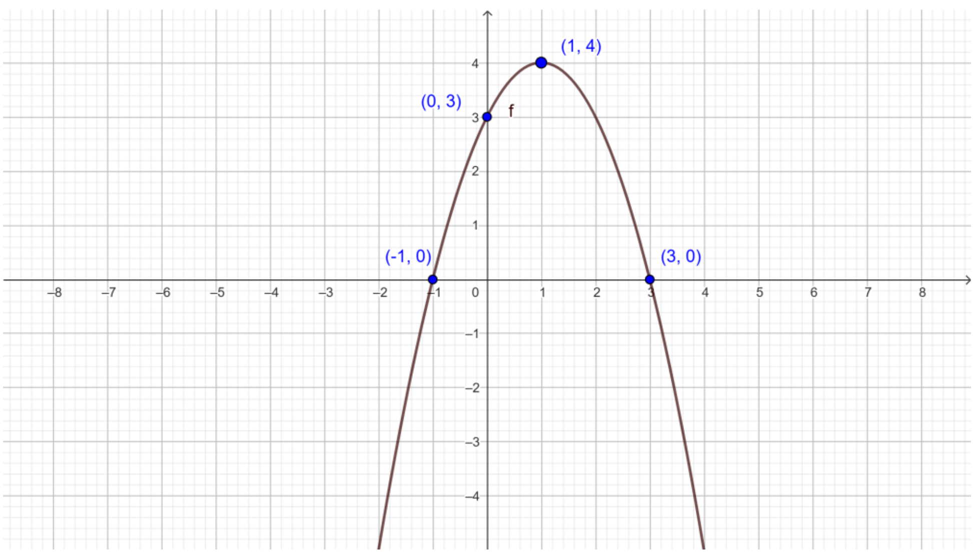
3º Passo: Vértice da parábola

$X_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

$X_v = \frac{-2}{2.(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$ $y_v = \frac{-16}{4.-1} = \frac{-16}{-4} = 4$

Temos o par ordenado (1, 4)

Agora, representando no plano cartesiano os pares ordenados encontrados, temos:



Fonte: Produzida pela autora no geogebra

1.8 OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

Orientações:

1. Divida a turma em 05 grupos e distribua o material abaixo (funções e tabelas, malha quadriculada);
2. Oriente que cada grupo preencha as tabelas entregues e esboce os gráficos das funções recebidas (todos no mesmo plano cartesiano). Para cada função deverá ser utilizado um lápis de cor diferente;
3. Por fim, solicite que os alunos registrem suas conclusões acerca das funções recebidas.

Tempo de Duração: Duas aulas de 50 minutos

Materiais Necessários: Tabelas com funções, malha quadriculada, lápis de cor.

Grupo 01

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = 2x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = 3x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = \frac{1}{2}x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = \frac{1}{3}x^2$

Rascunho

Conclusões

Registre abaixo suas conclusões referentes às transformações ocorridas no gráfico da função quadrática a partir das modificações sofridas pela sua expressão algébrica.

Grupo 02

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = -x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = -2x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = -3x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

Rascunho

Conclusões

Registre abaixo suas conclusões referentes às transformações ocorridas no gráfico da função quadrática a partir das modificações sofridas pela sua expressão algébrica.

Grupo 03

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 1$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 3$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 - 1$

Rascunho

____
____
____
____
____
____
____
____

Conclusões

Registre abaixo suas conclusões referentes às transformações ocorridas no gráfico da função quadrática a partir das modificações sofridas pela sua expressão algébrica.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Grupo 04

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + x$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 2x$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 3x$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 - x$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 - 2x$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 - 3x$

Rascunho

Conclusões

Registre abaixo suas conclusões referentes às transformações ocorridas no gráfico da função quadrática a partir das modificações sofridas pela sua expressão algébrica.

Grupo 05

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y = f(x) = x^2 + 2x + 1$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y=f(x) = x^2 + 4x + 4$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y=x^2 - 2x + 1$

Rascunho

OFICINA COM MALHA QUADRICULADA – FUNÇÃO QUADRÁTICA

x	$y=x^2 - 4x + 4$

Rascunho

Conclusões

Registre abaixo suas conclusões referentes às transformações ocorridas no gráfico da função quadrática a partir das modificações sofridas pela sua expressão algébrica.

Atividades - Função Polinomial do 2º grau

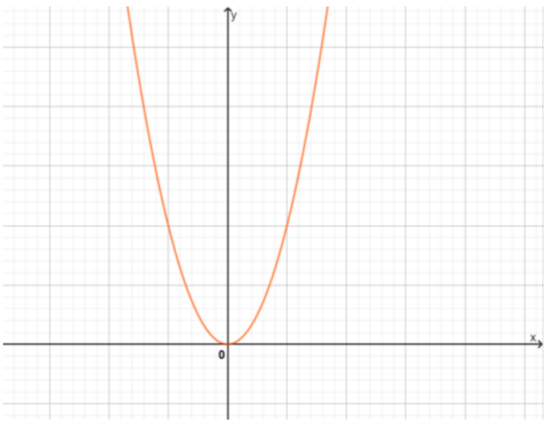
Atividade 01: Considere a função definida pela lei $y = x^2 - 2x + 1$.

a) Determine o(s) zero(s) dessa função.

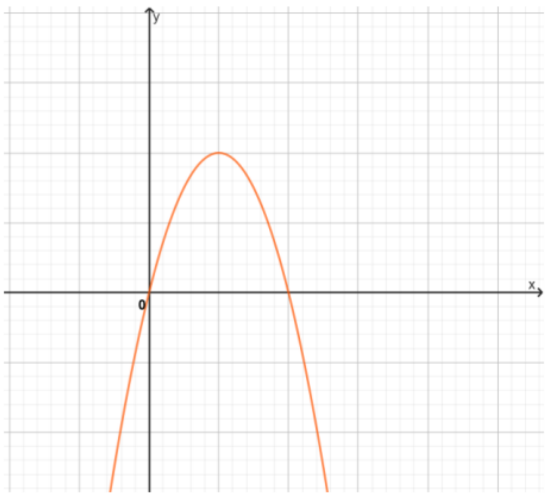
b) Construa o gráfico da função.

Atividade 02: O gráfico que melhor representa a função definida por $y = -x^2$ é:

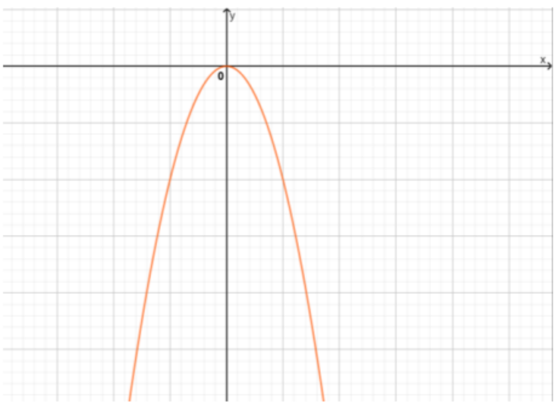
a)



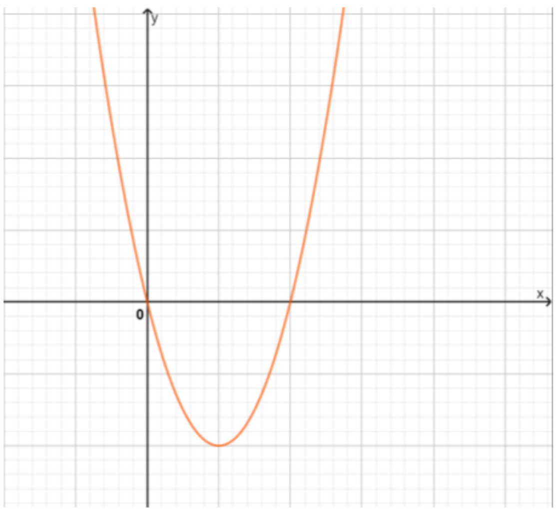
b)



c)



d)



Atividade 03: Usando o discriminante, determine quantas raízes reais cada função tem.

a) $y = 3x^2 - 5x + 3$

b) $f(x) = 2x^2 + 10x - 250$

c) $y = 5x^2 - x - 1$

Atividade 04: Dadas as funções quadráticas, calcule o seu vértice depois responda se cada vértice é um ponto de máximo ou mínimo:

a) $y = x^2 - 3x + 2$ b) $y = x^2 + 4x - 1$ c) $y = -x^2 + 1$

d) $y = -x^2 + 6x - 5$ e) $y = x^2 + x - 1$ f) $y = x^2 + 8x - 9$

Atividade 05: (Bianchini adapatado) A temperatura, em grau Celsius, no interior de uma câmara frigorífica é dada por uma função cuja lei é $\boldsymbol{y = t^2 - 7t + c}$, em que t indica o tempo e y indica a temperatura.

a) Sabendo que para $t = 0$ a temperatura é de 10 °C, calcule o valor de c.

b) Qual é a lei da função?

f (1) é zero?

O produto das raízes é positivo?

O produto das raízes é negativo?

f(0) é positivo?

$f(0)=0$?

A parábola tem concavidade voltada para cima?

O vértice está no eixo das abscissas?

C < 0?

$\Delta = 0$

A soma das raízes é negativa?

O x é igual a 1?

O vértice está no 3º quadrante ?

O vértice está no eixo das ordenadas ?

A função é toda positiva?

A função tem duas raízes reais e iguais?

A parábola corta o eixo y em ordenada positiva?

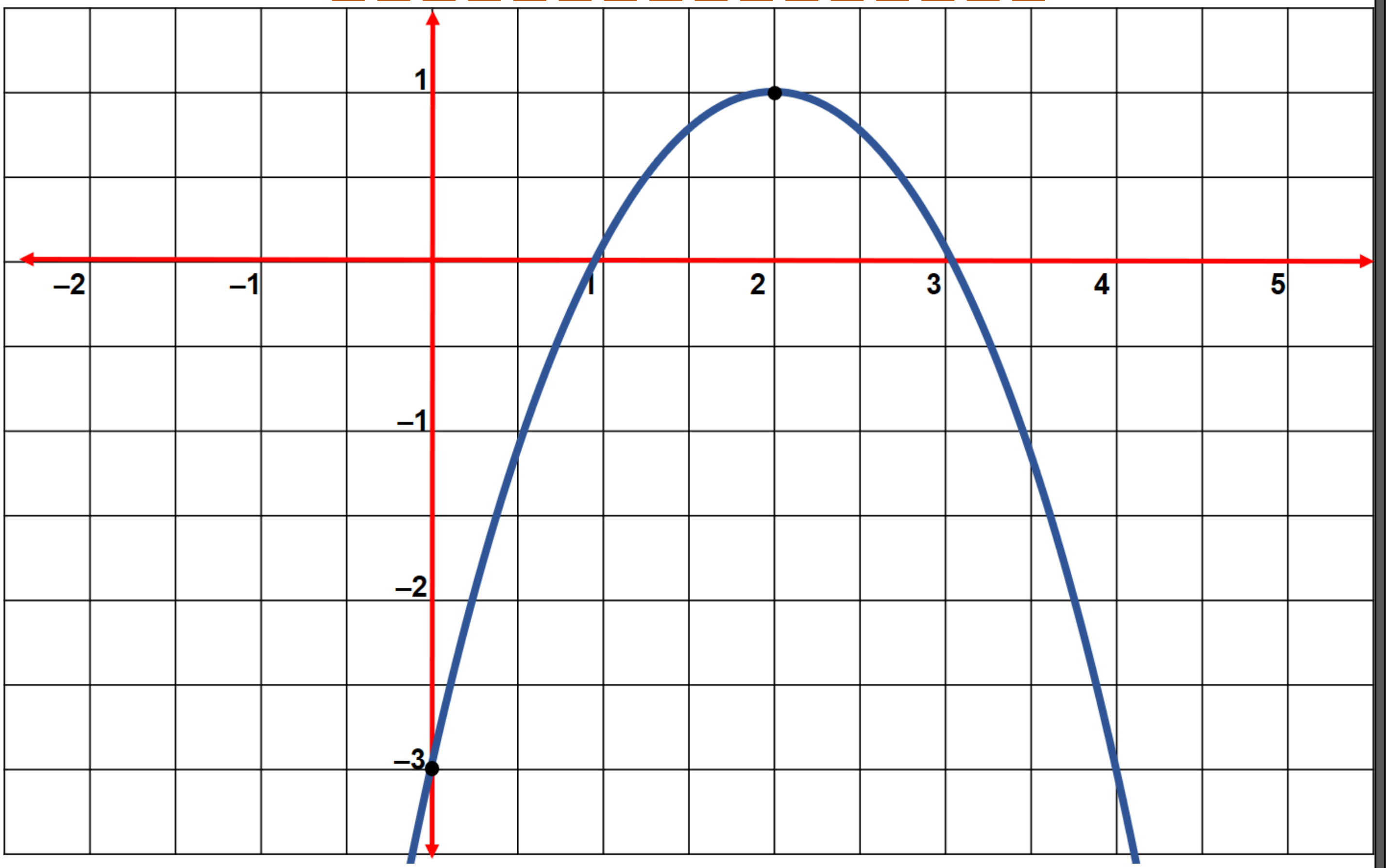
A função é positiva entre as raízes?

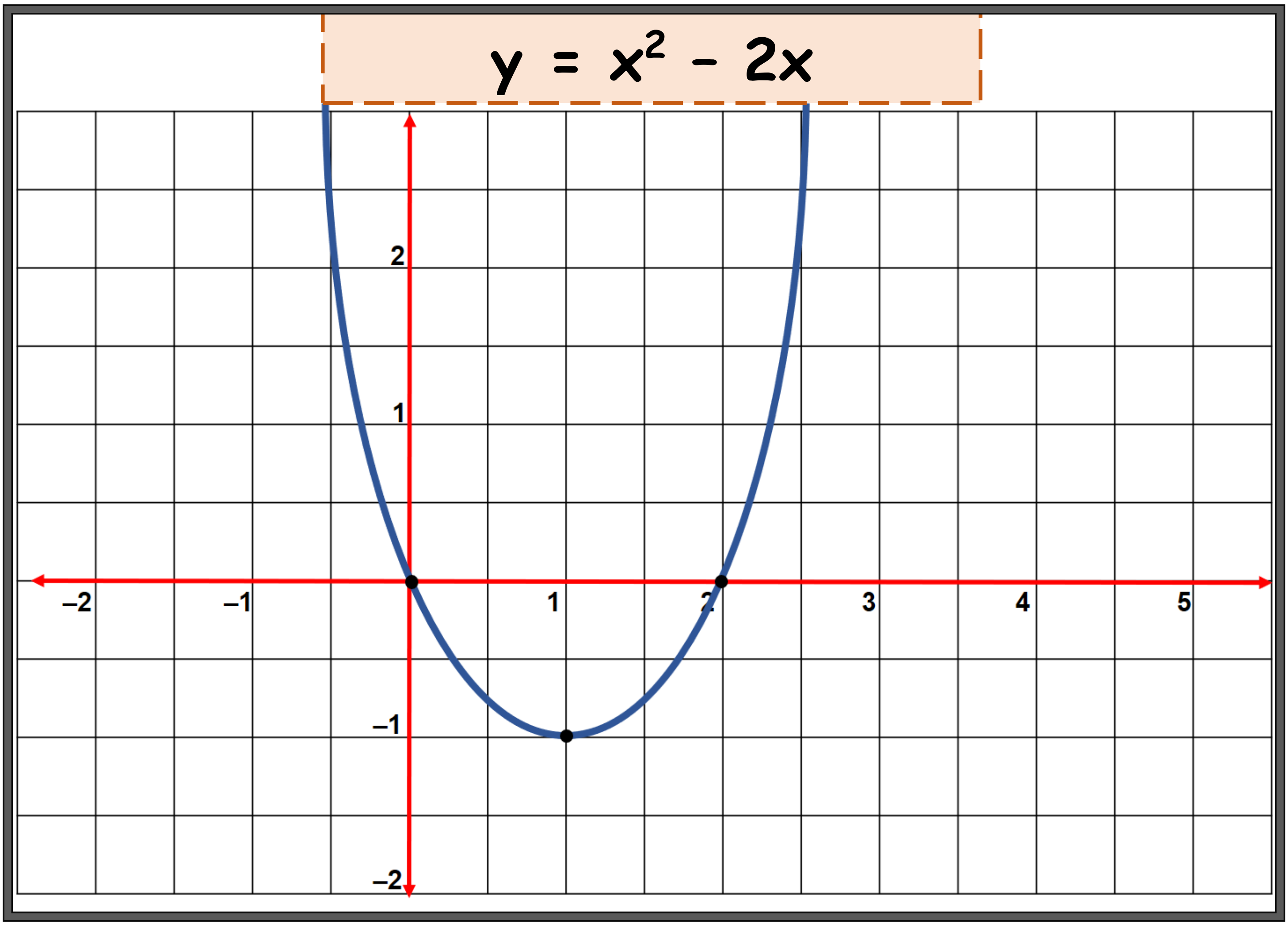
A soma das raízes é positiva?

A função admite ponto de máximo?

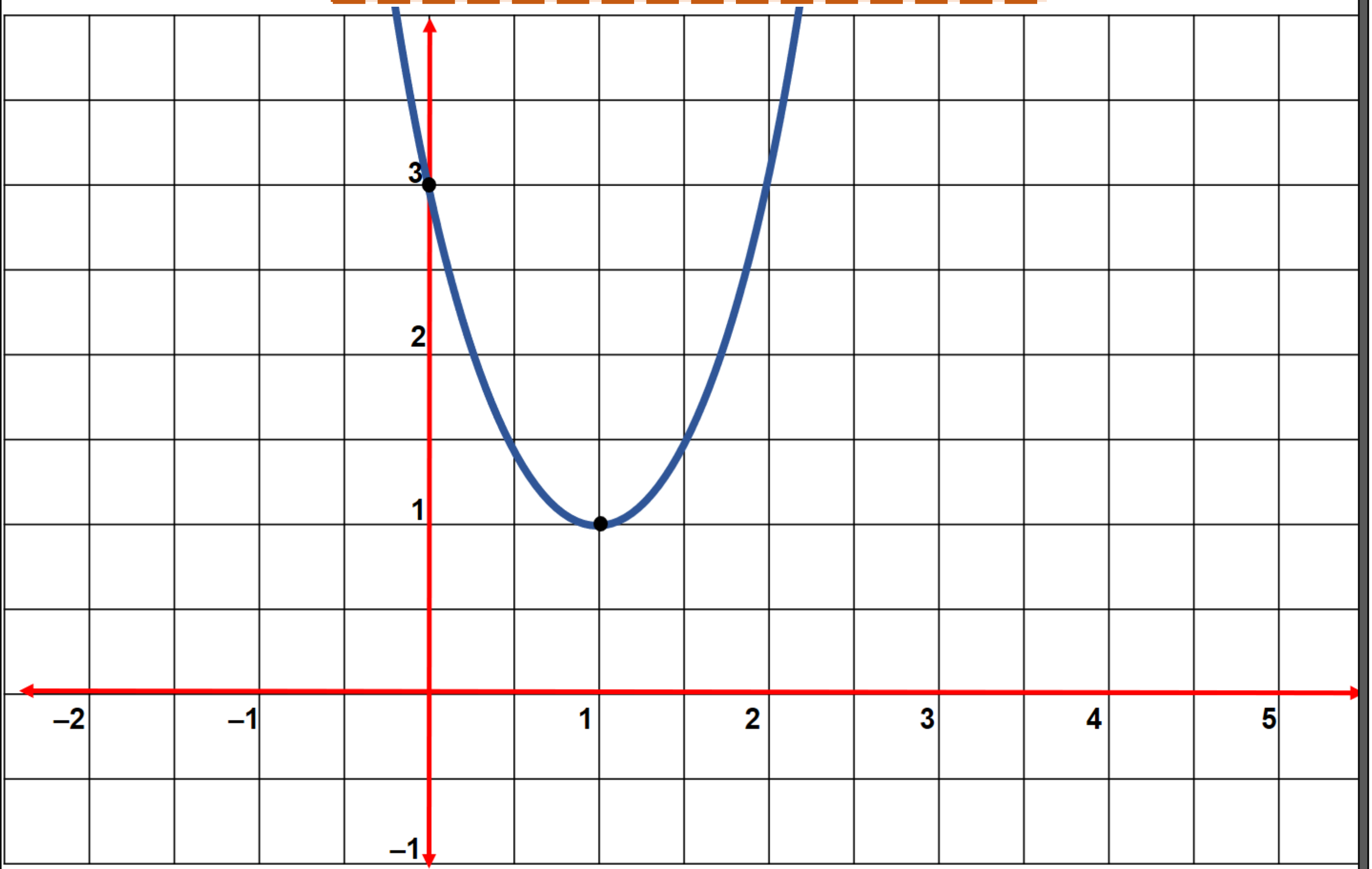
A função admite raízes reais?

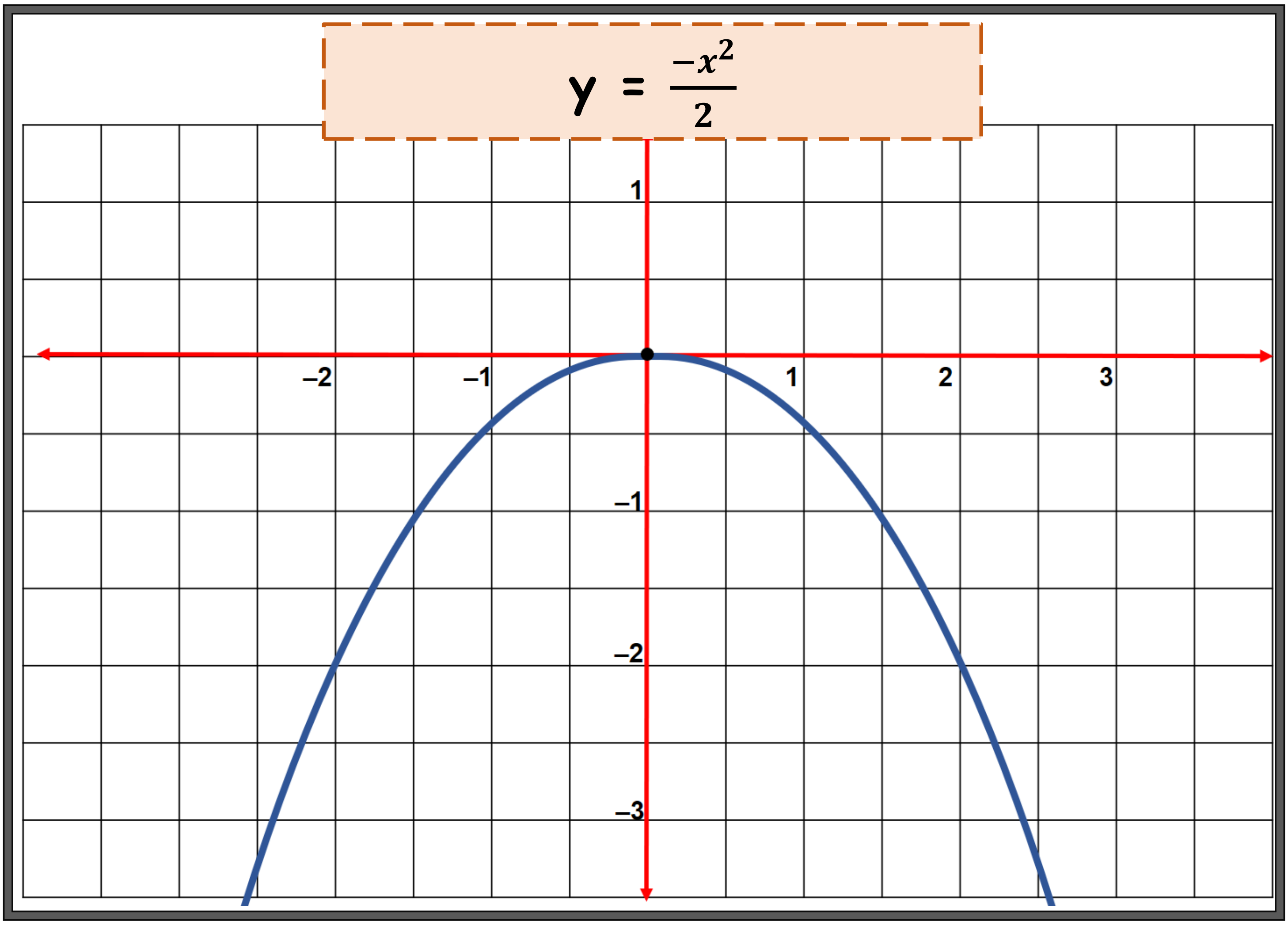
$$y = -x^2 + 4x - 3$$




$y = x^2 - 2x$
2
1
–1
–2
–2
–1
1
2
3
4
5

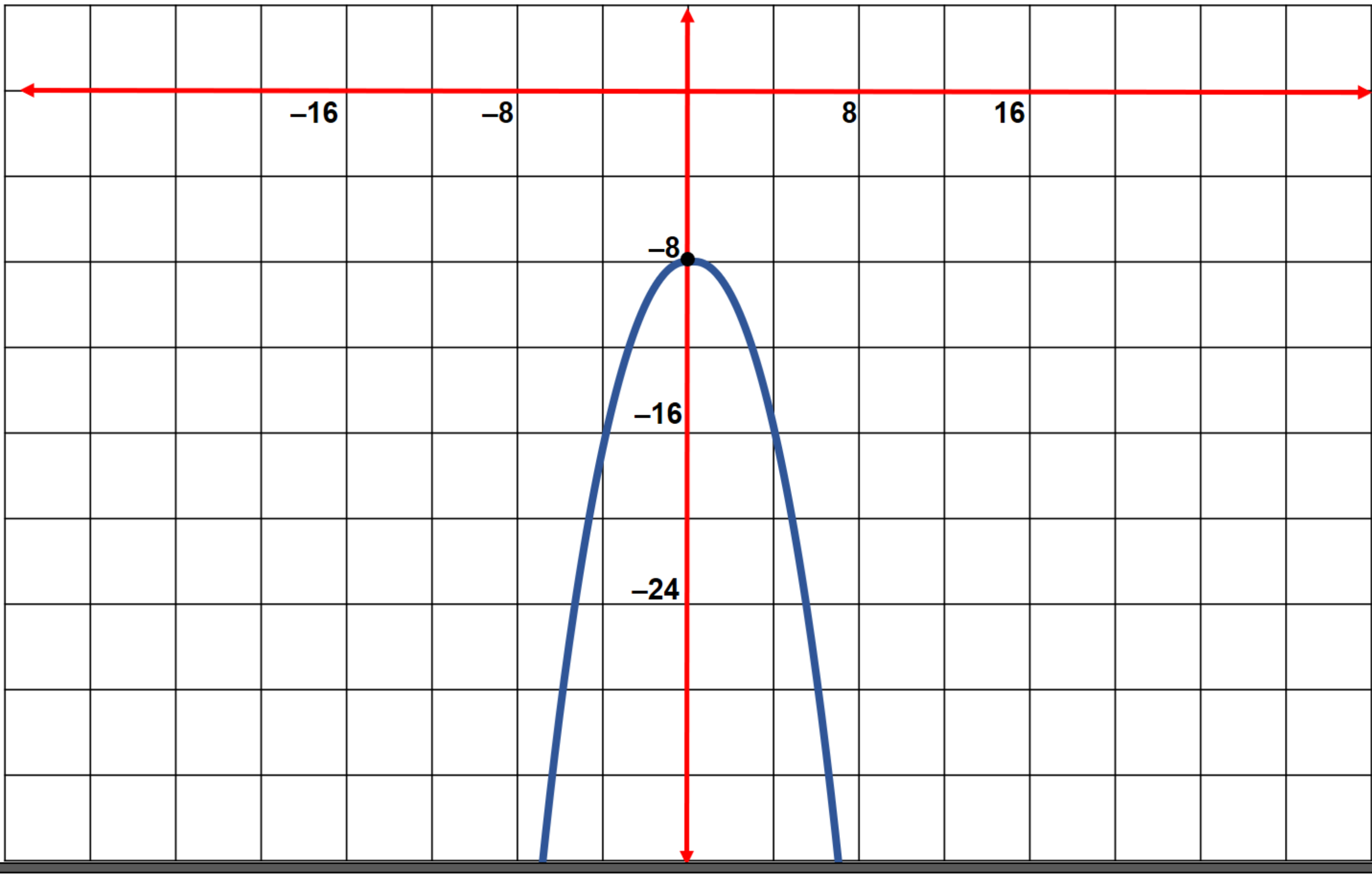
$$y = 2x^2 - 4x + 3$$



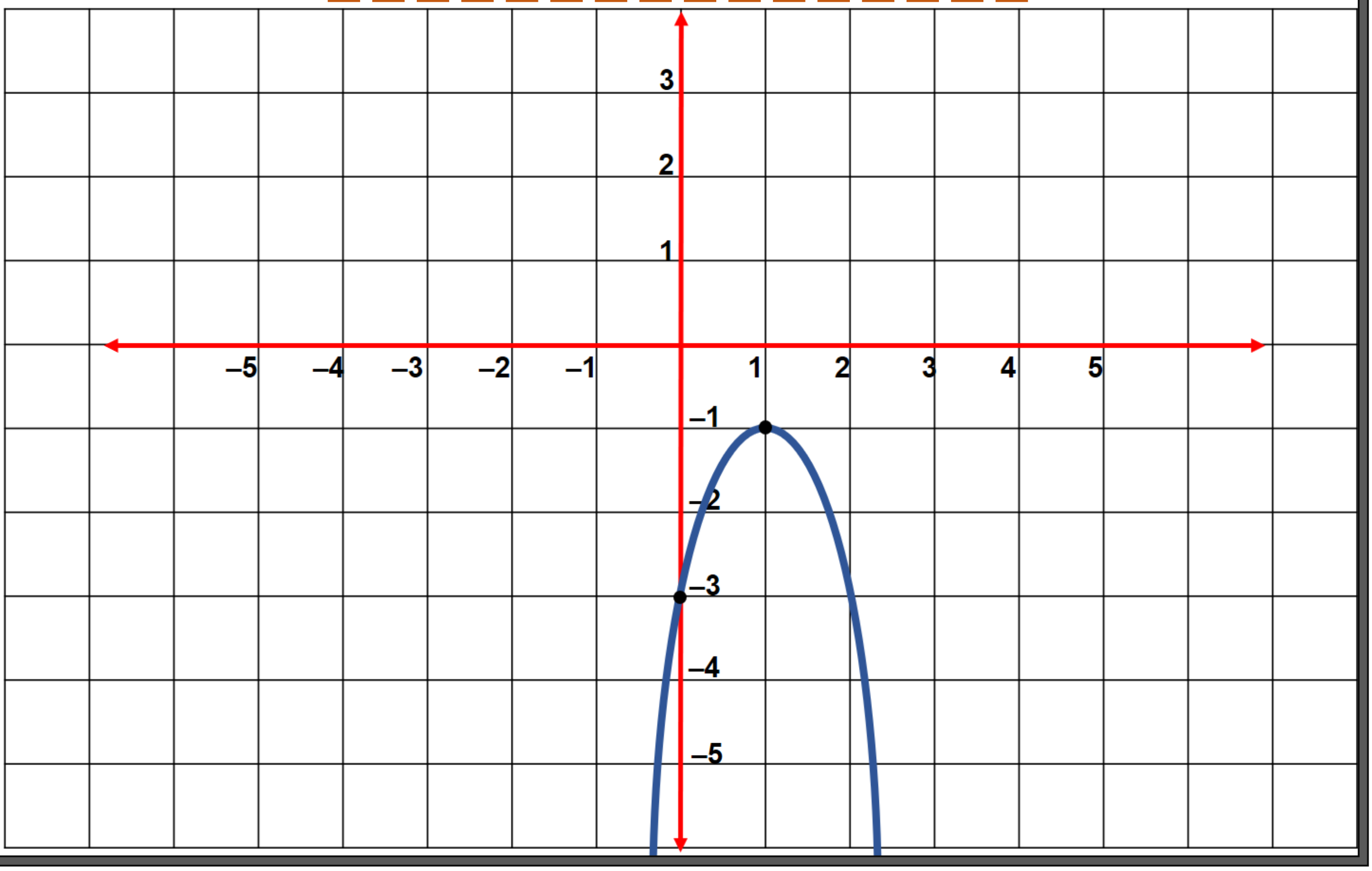


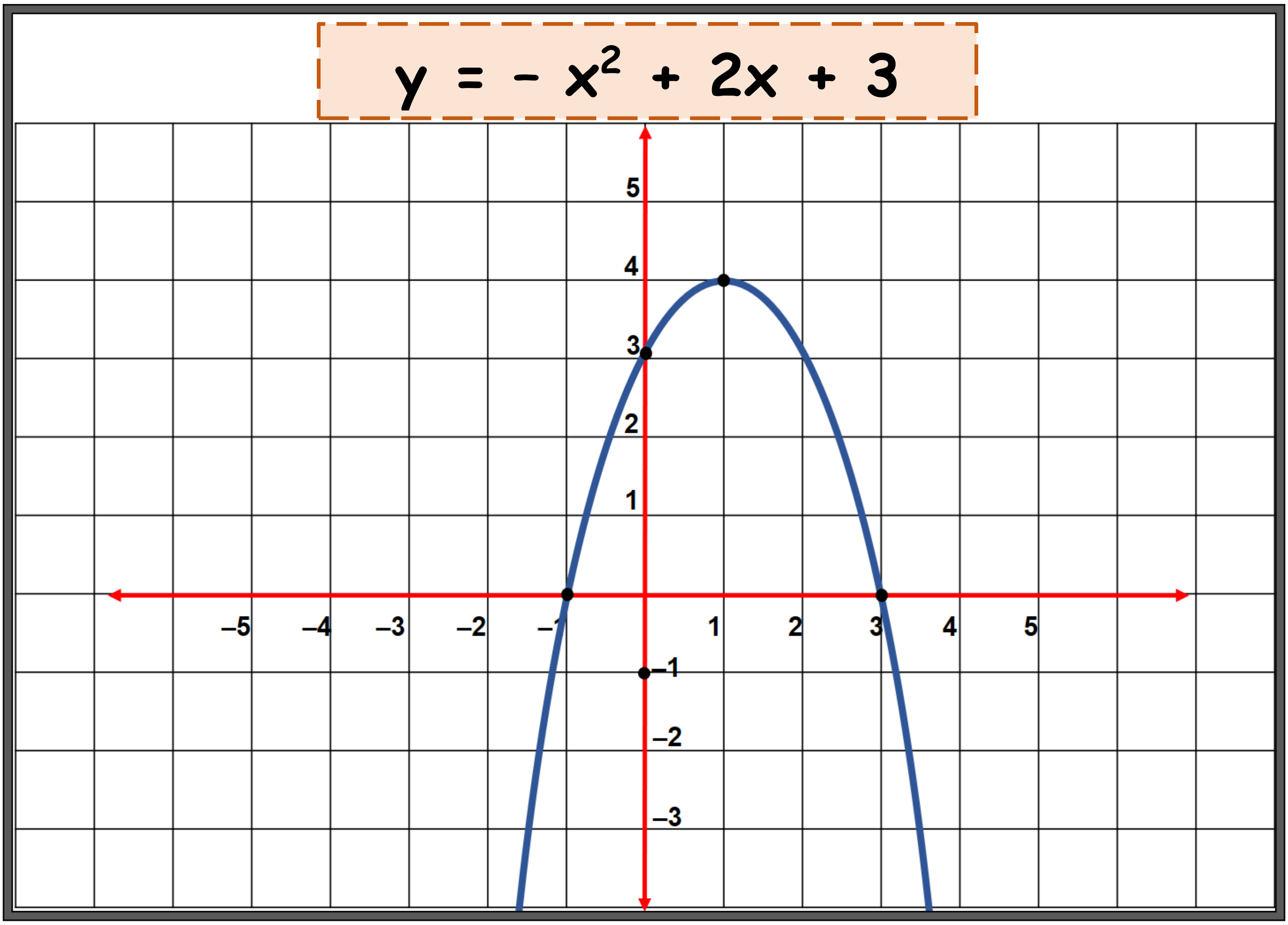
y = $\frac{-x^2}{2}$
1
–2
–1
1
2
3
–1
–2
–3

$$y = -x^2 - 8$$



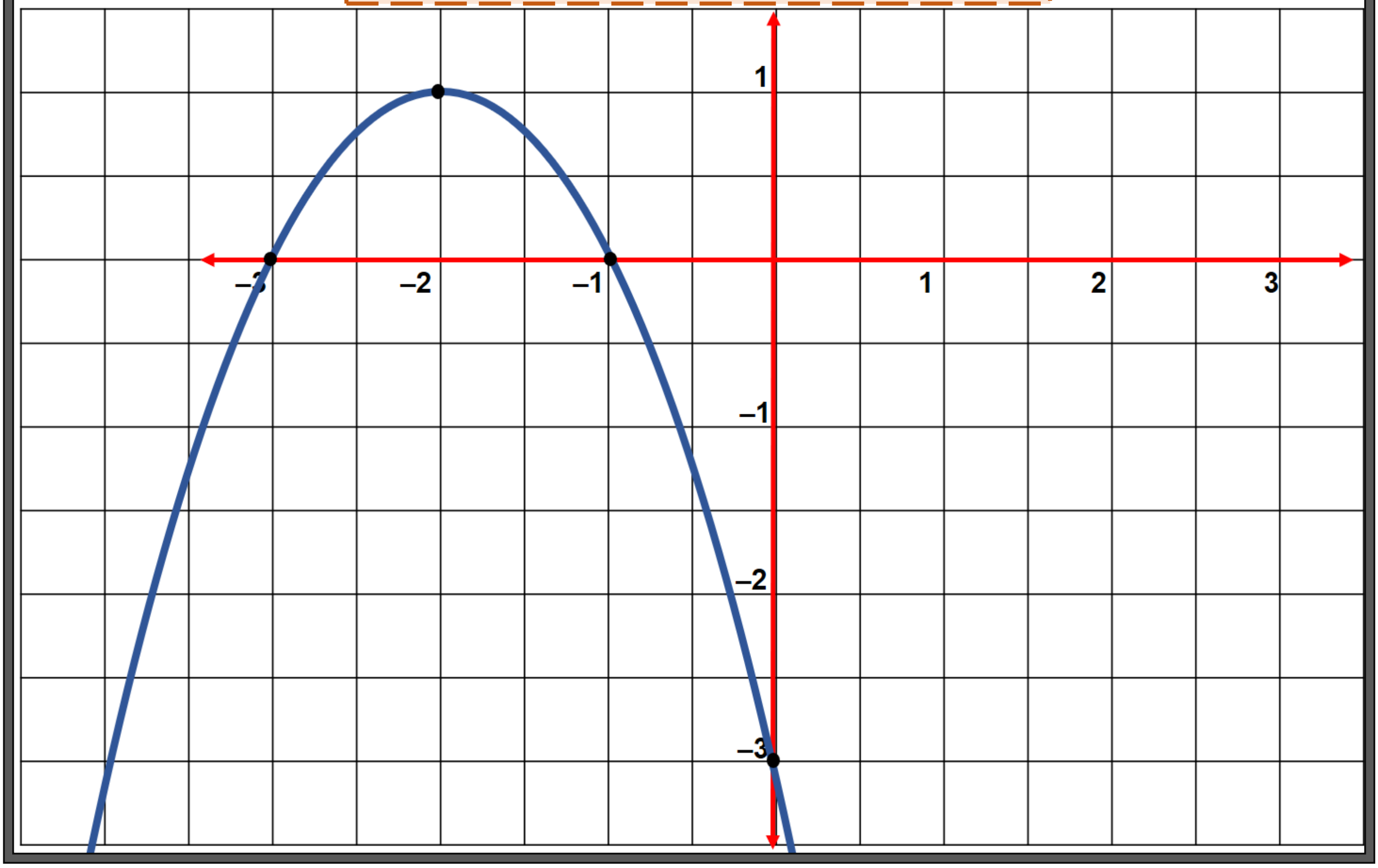
$$y = -2x^2 + 4x - 3$$



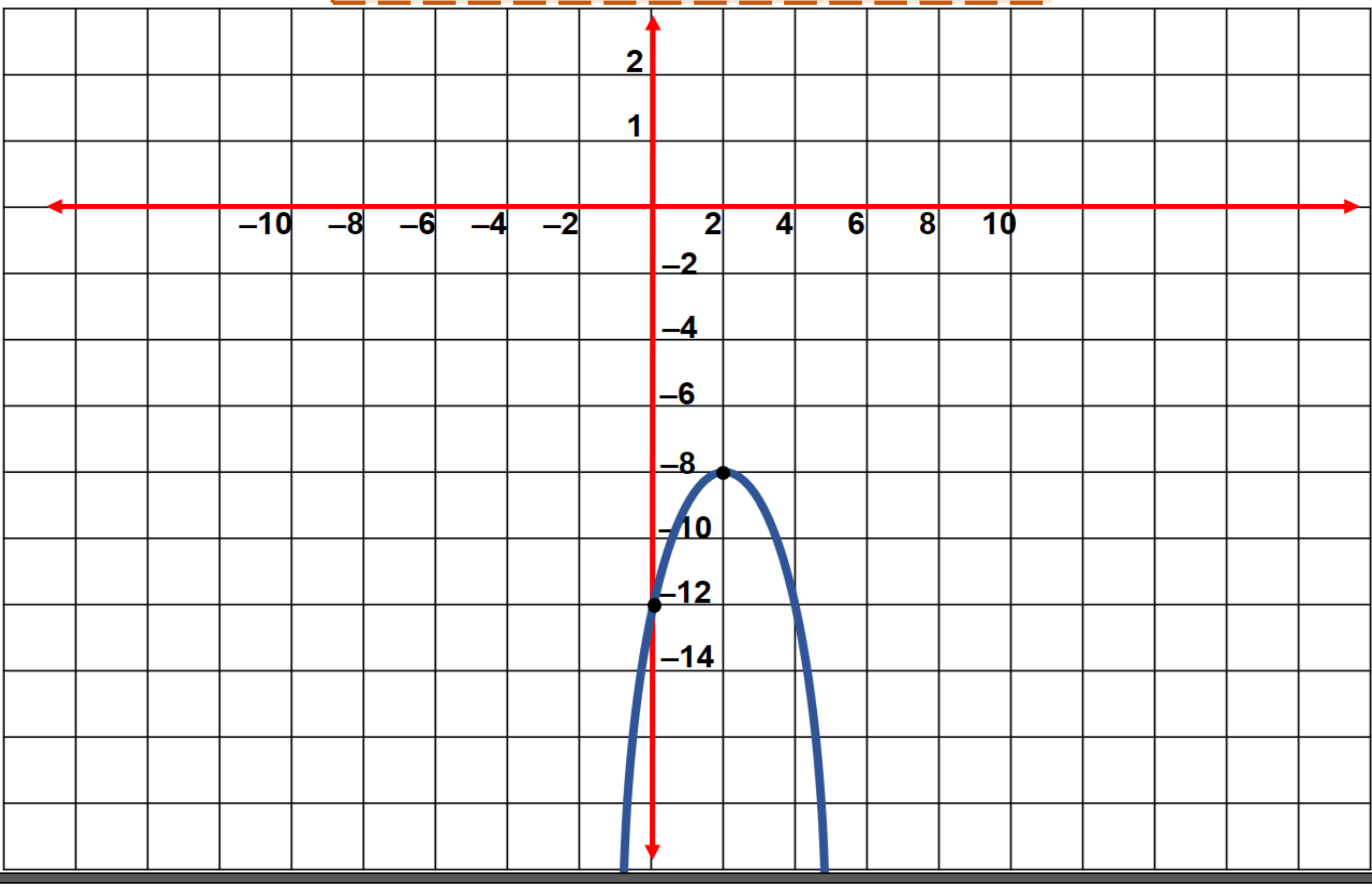


$y = -x^2 + 2x + 3$
5
4
3
2
1
–1
–2
–3
–5
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
5

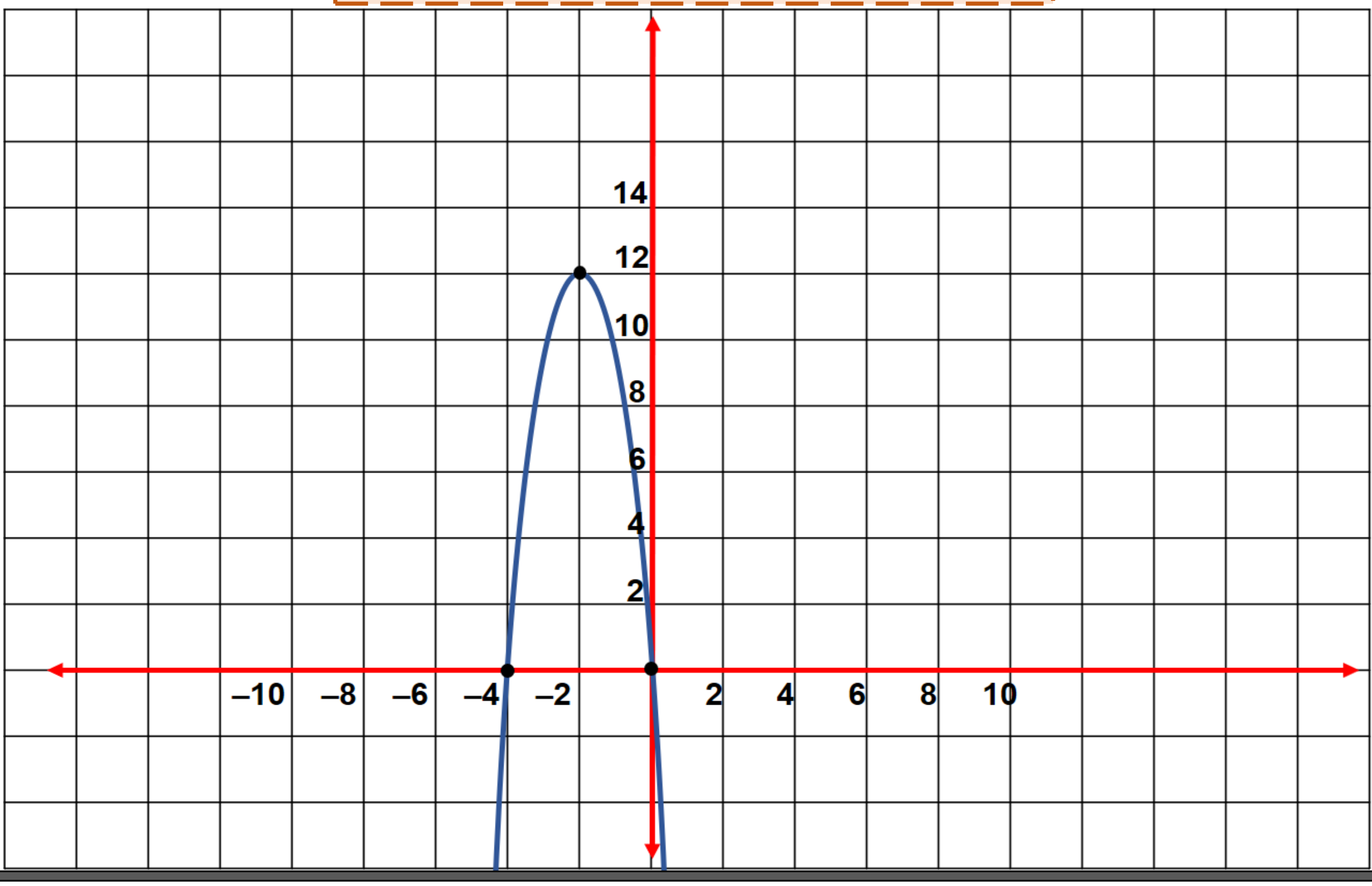
$$y = -x^2 - 4x - 3$$

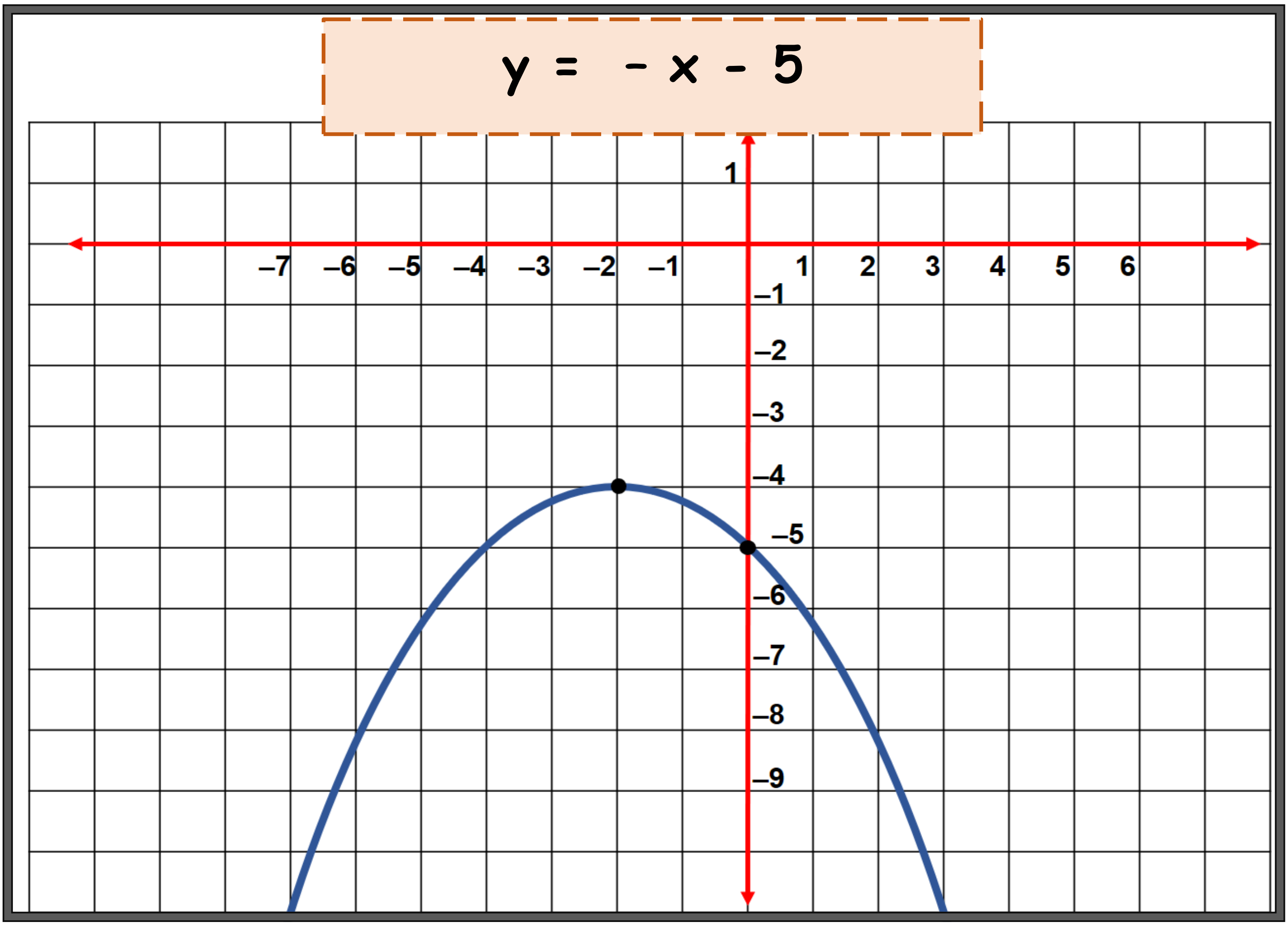


$$y = -x^2 + 4x - 12$$

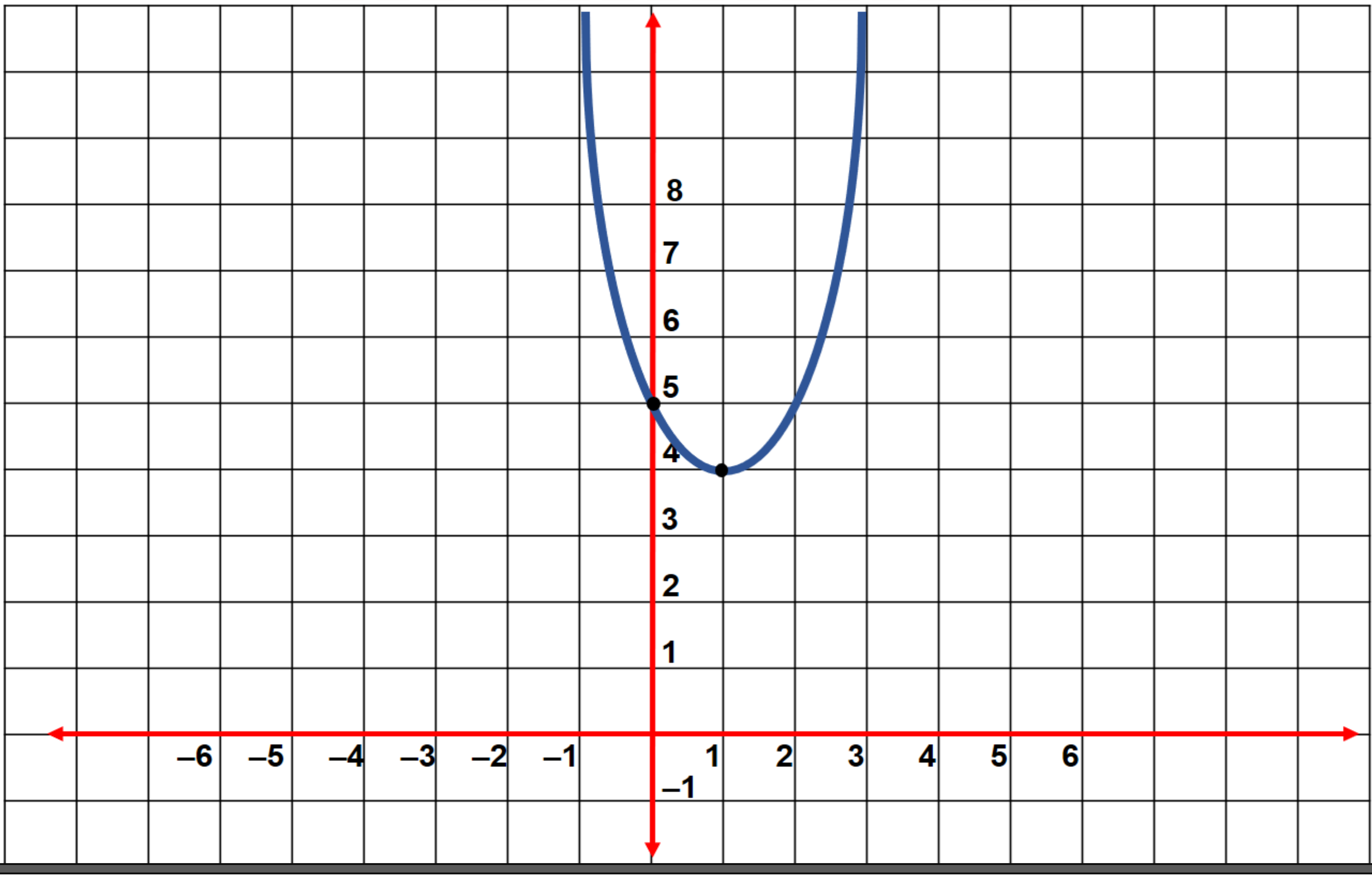


$$y = -3x^2 - 12x$$

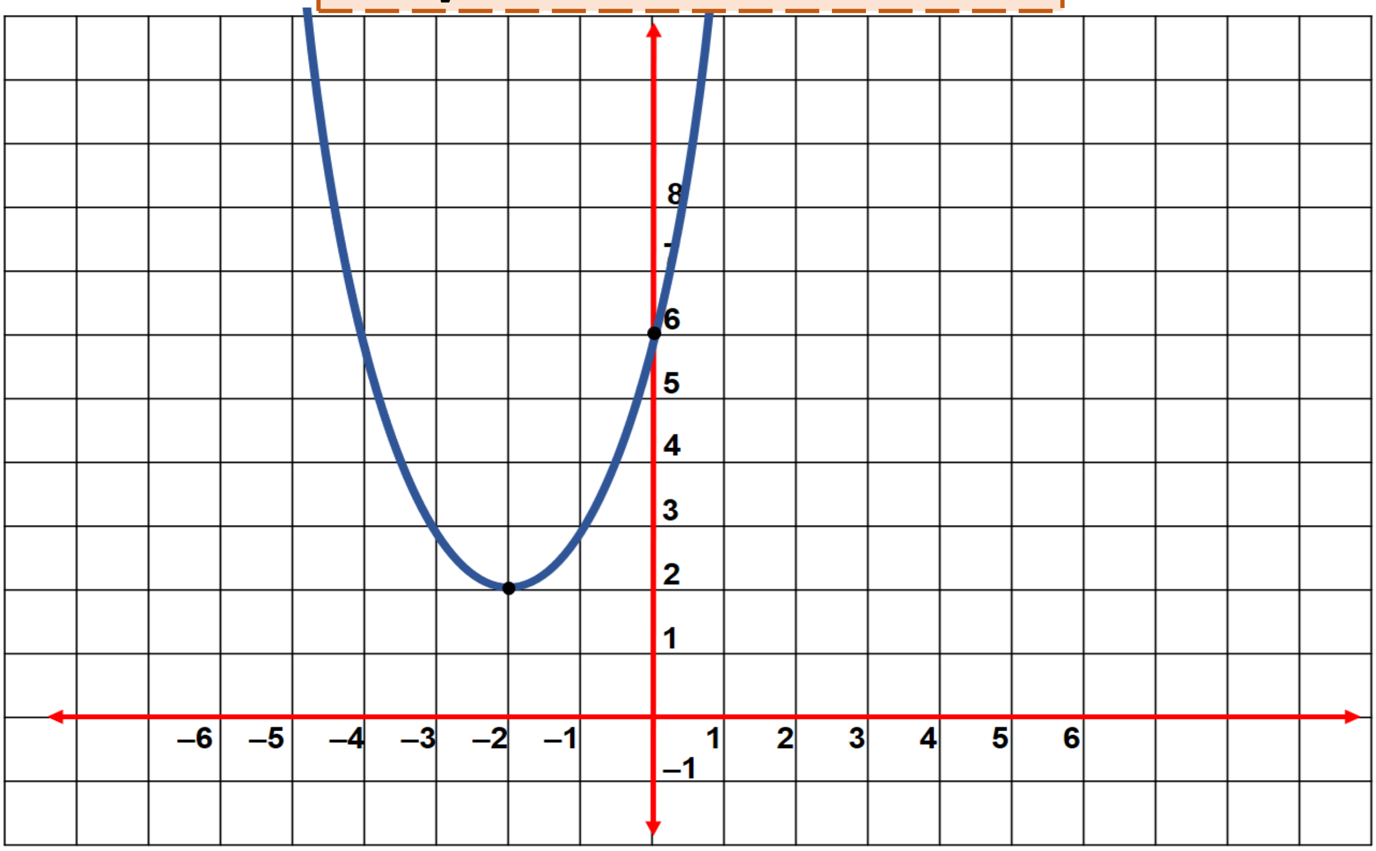


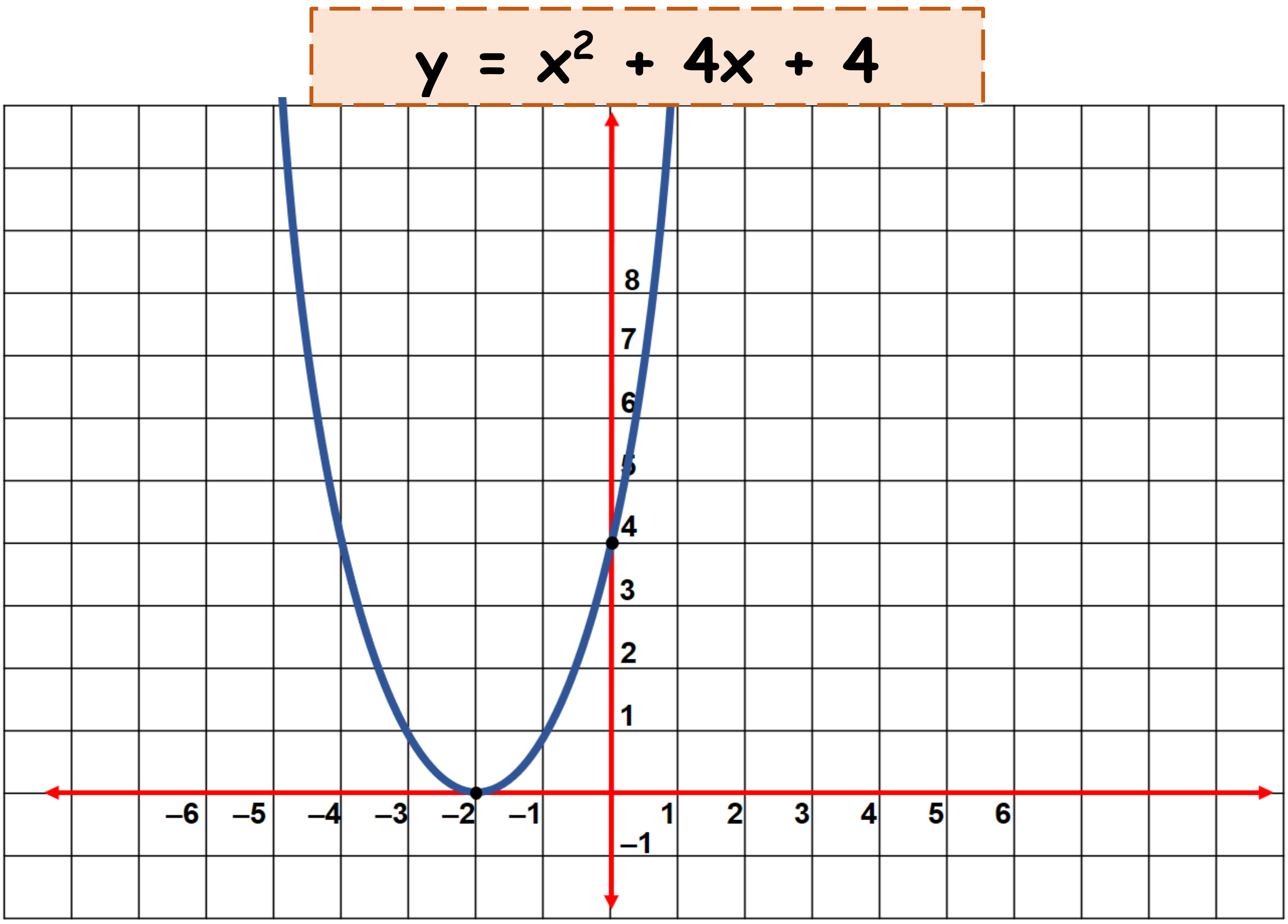

y = - x - 5
1
–7 –6 –5 –4 –3 –2 –1
1 2 3 4 5 6
–1
–2
–3
–4
–5
–6
–7
–8
–9

$$y = x^2 - 2x + 5$$

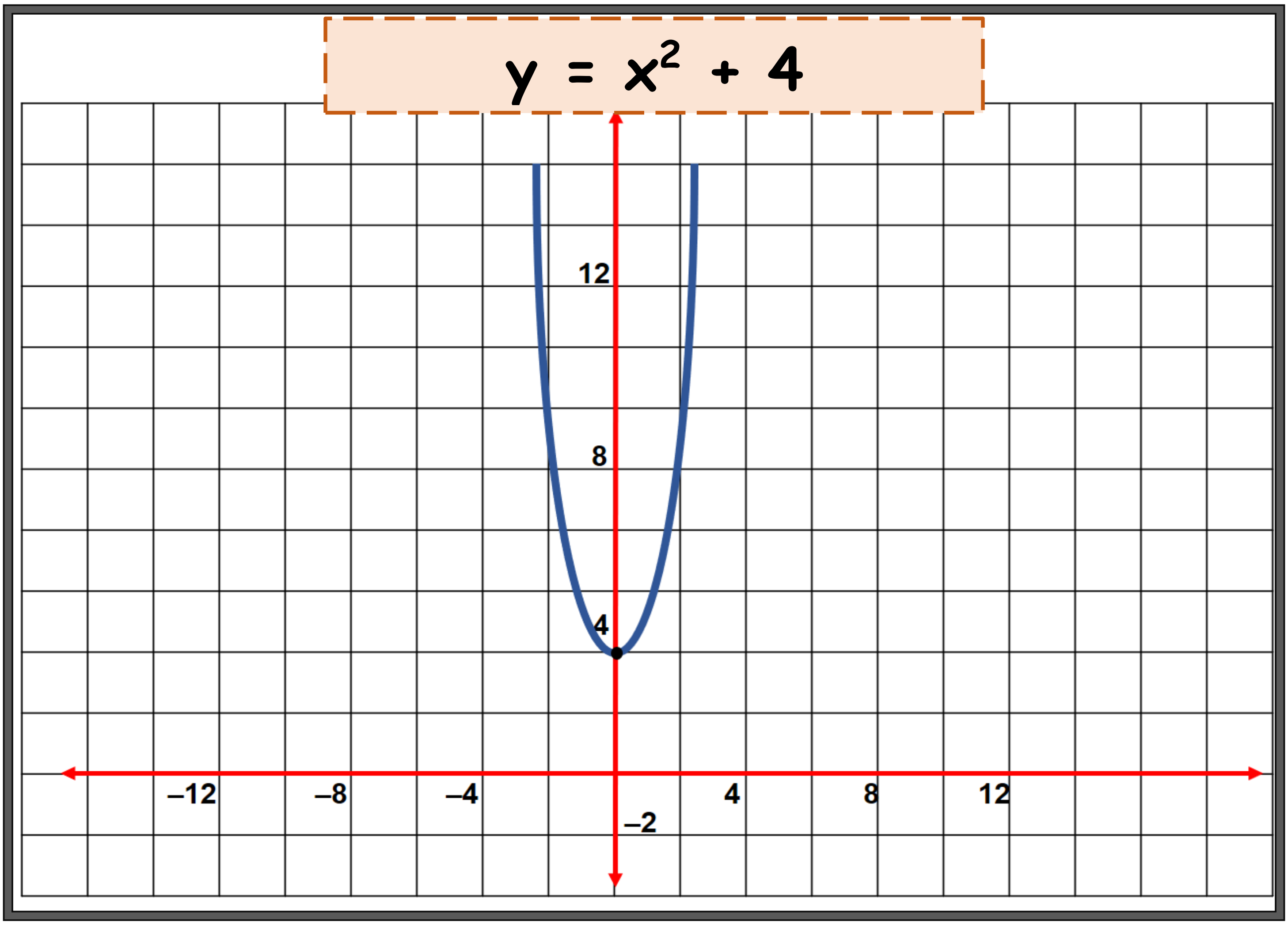


$$y = x^2 + 4x + 6$$



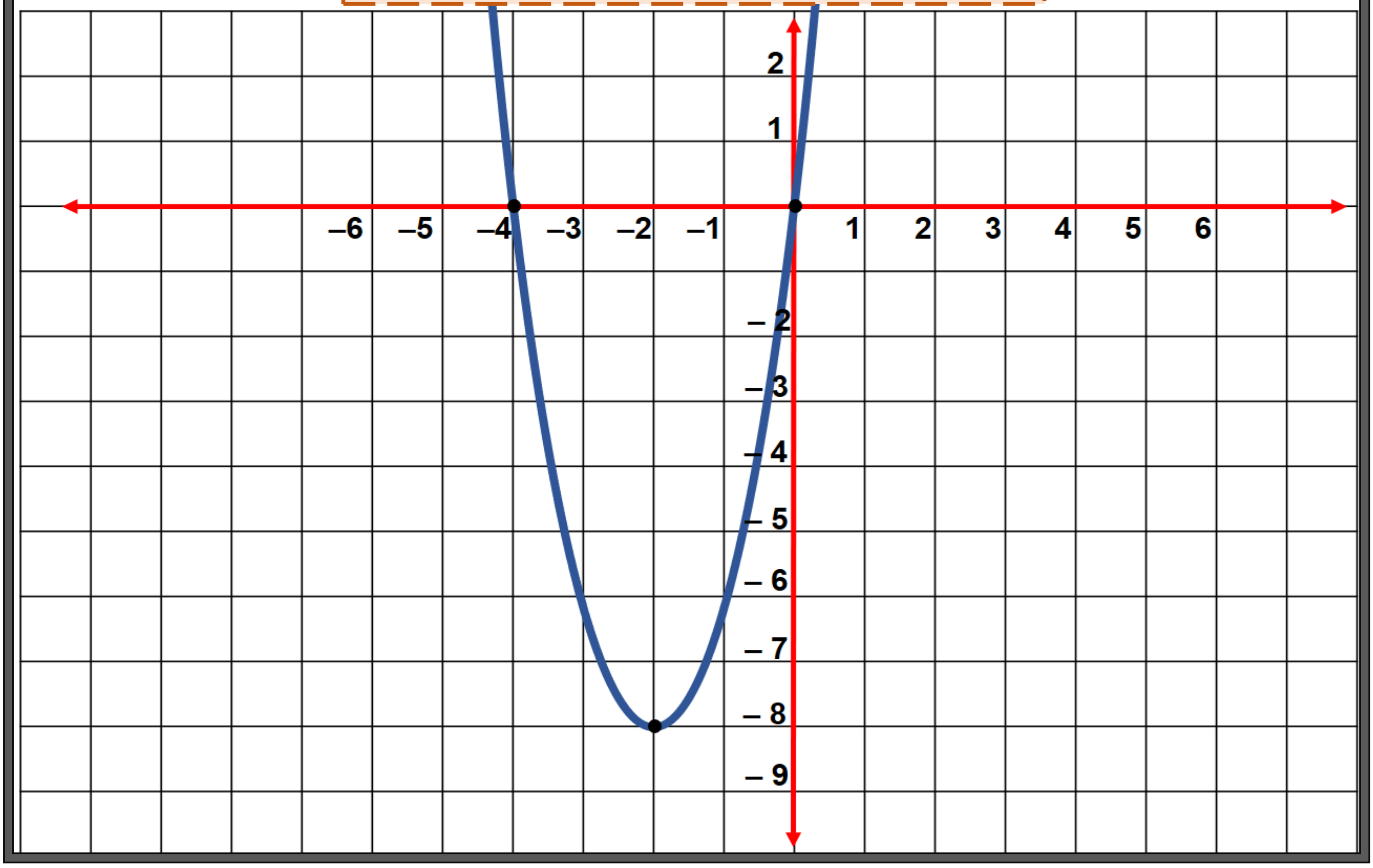


$y = x^2 + 4x + 4$
8
7
6
5
4
3
2
1
–6
–5
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
5
6
–1

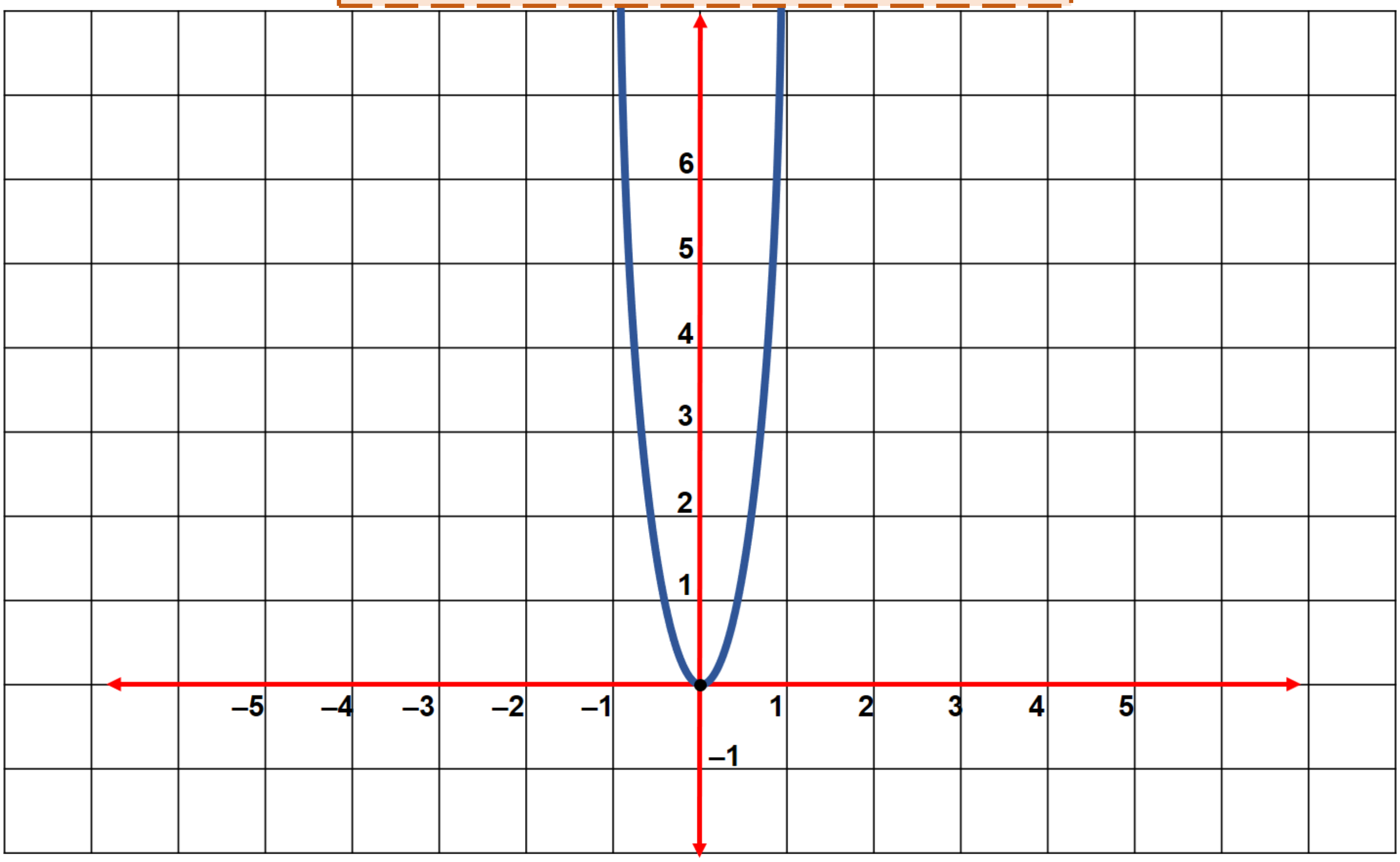


$y = x^2 + 4$
12
8
4
–12
–8
–4
4
8
12
–2

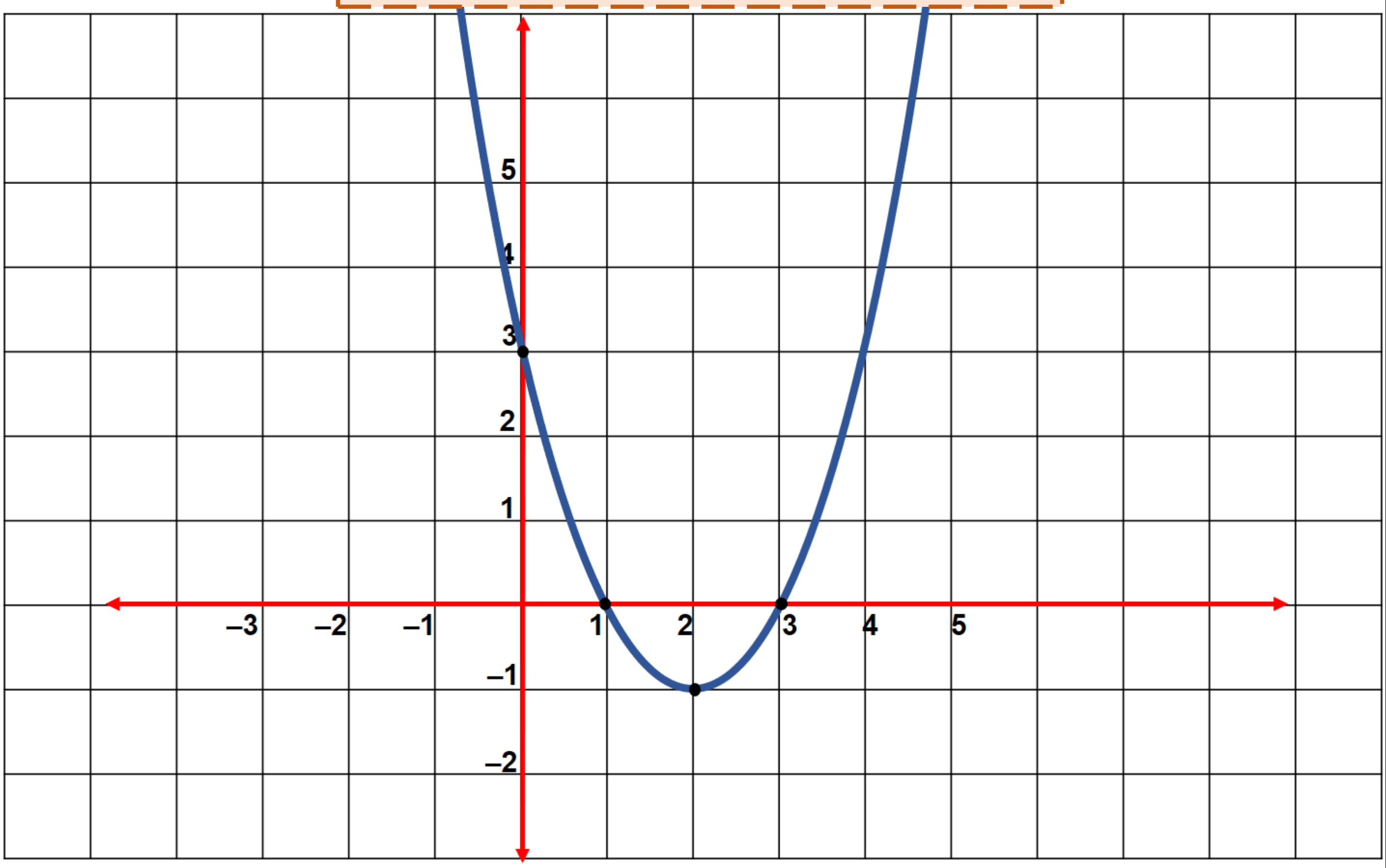
$y = x^2 + 8x$

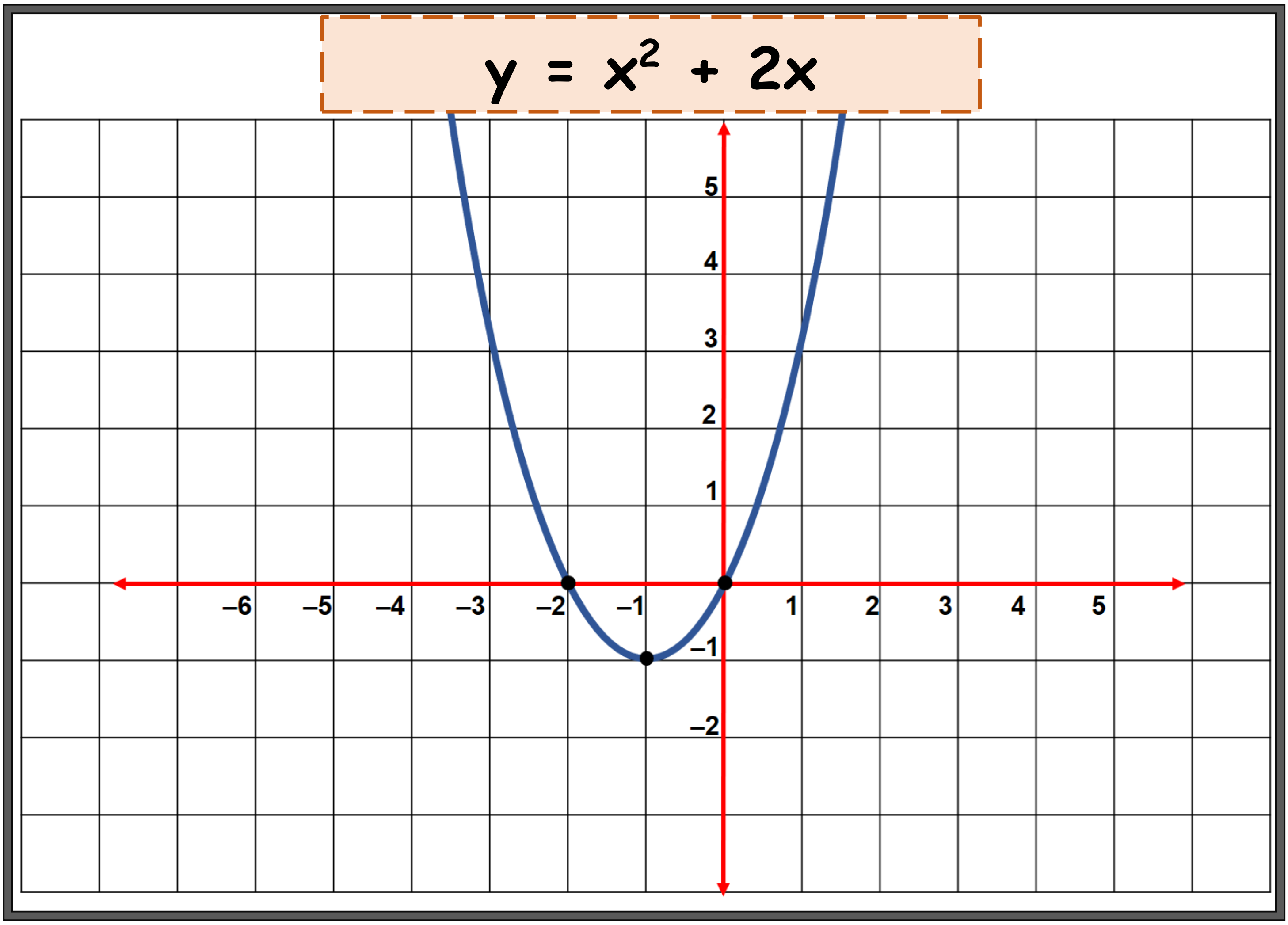


$$y = 9x^2$$

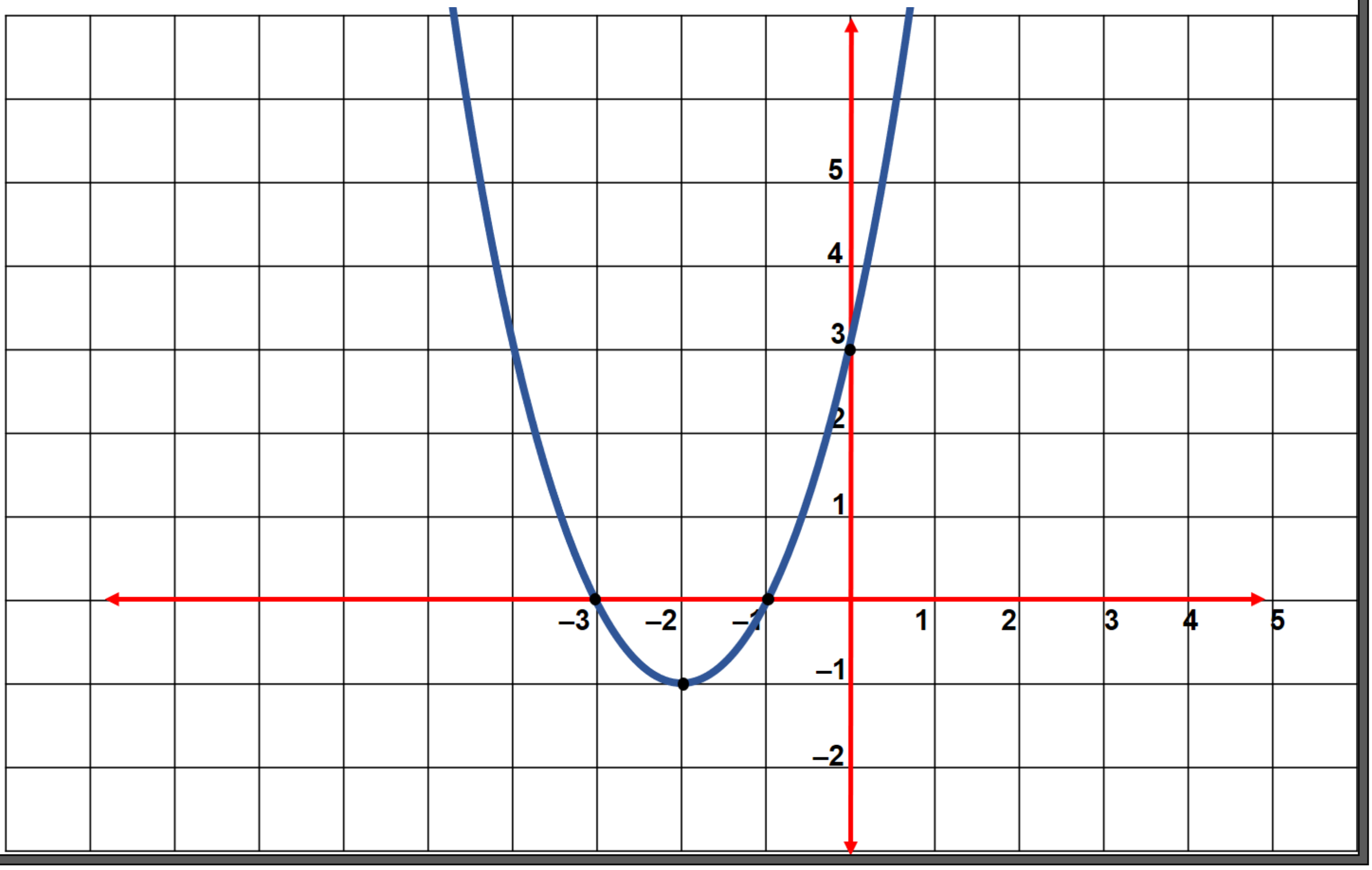


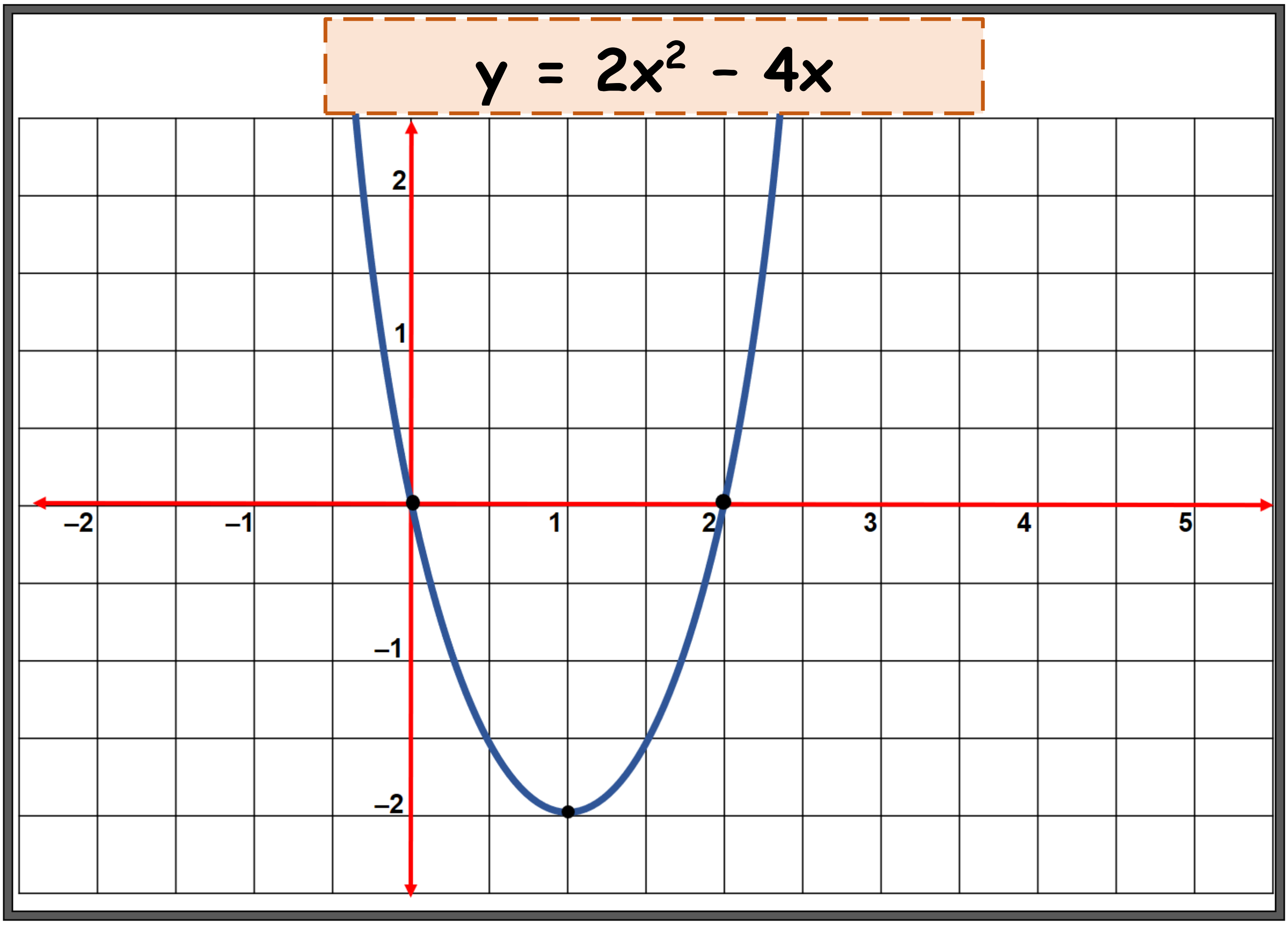
$$y = x^2 - 4x + 3$$




$y = x^2 + 2x$
5
4
3
2
1
–1
–2
–6
–5
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
5

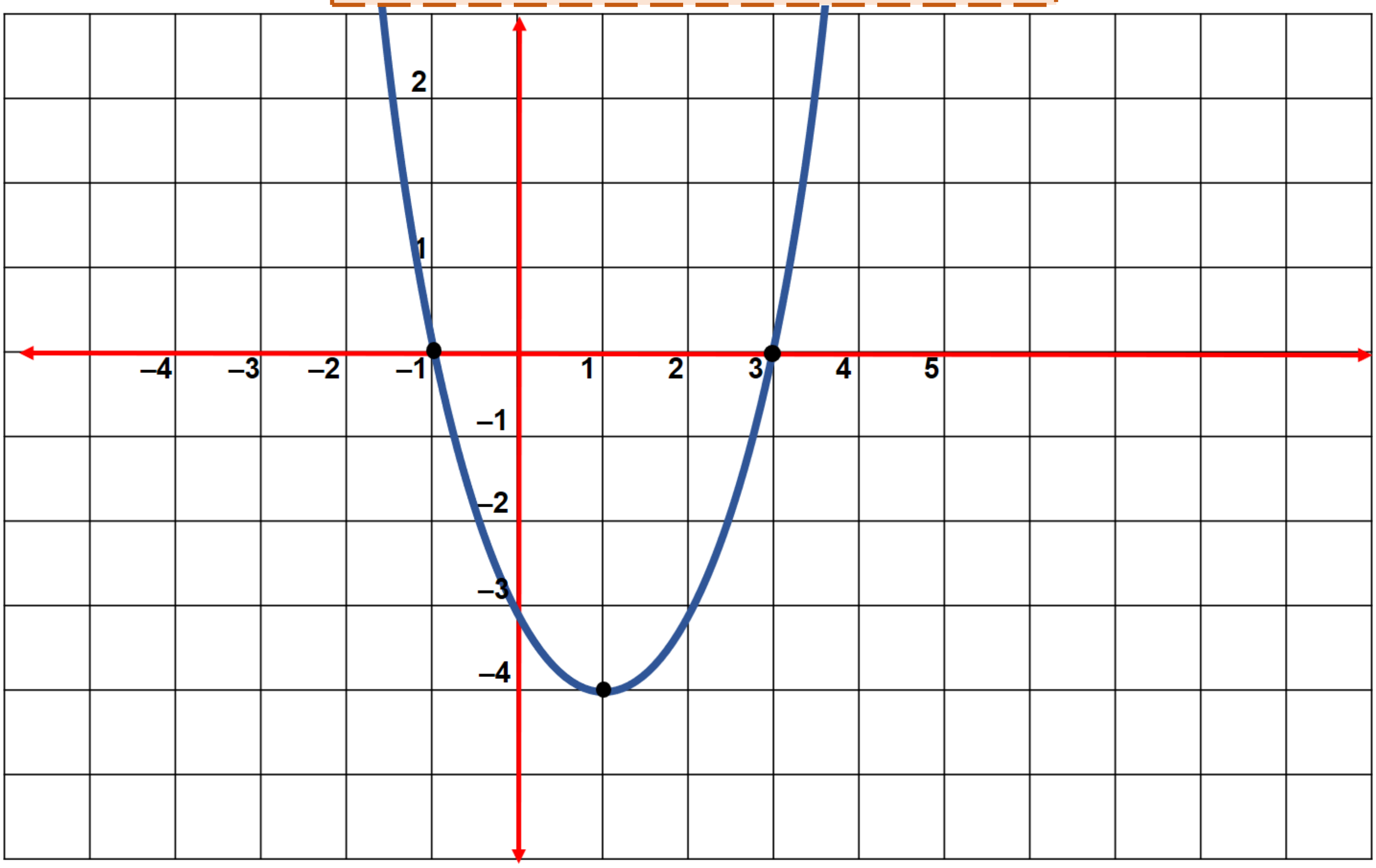
$$y = x^2 + 4x + 3$$



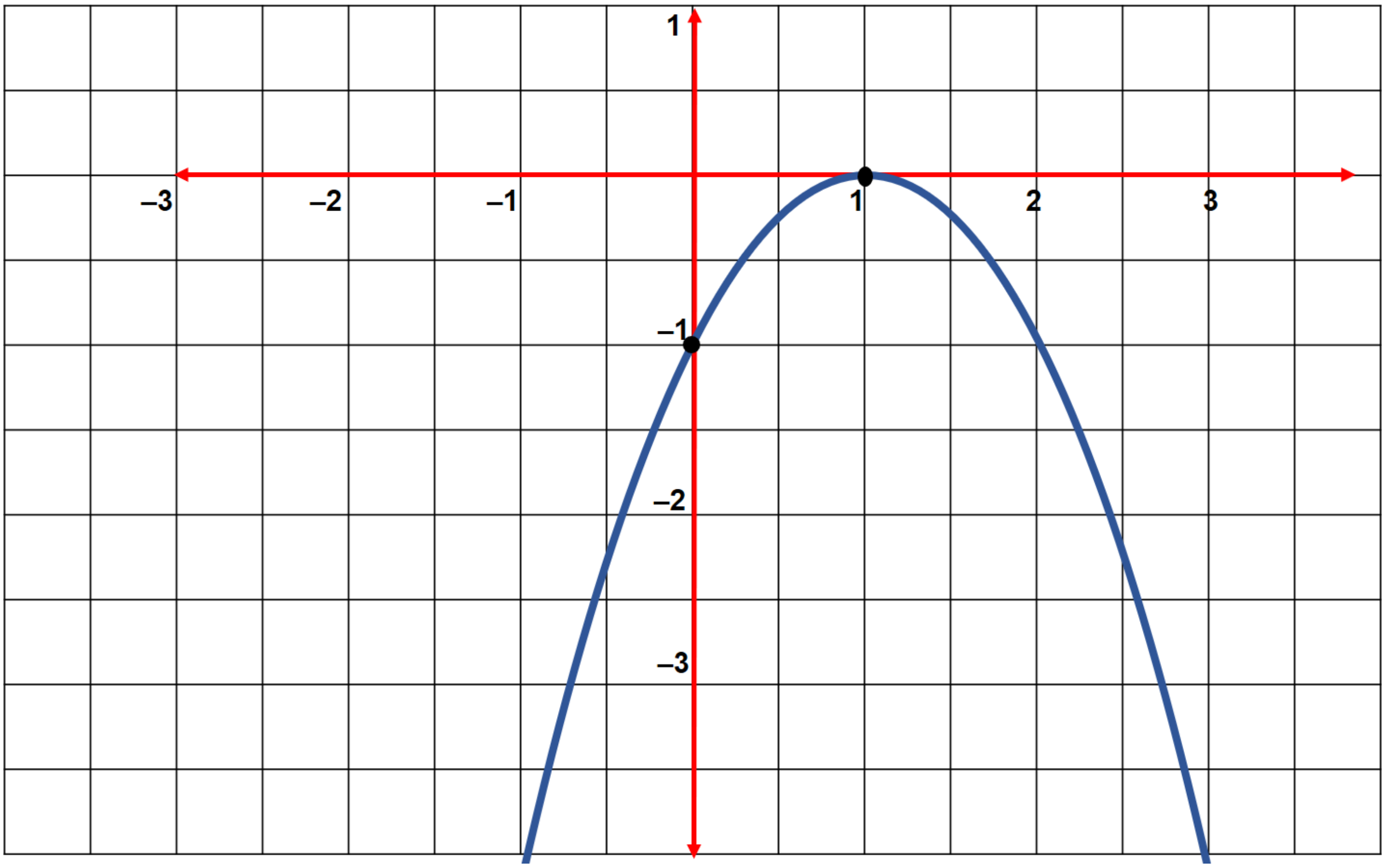


y = 2x² – 4x
2
1
–1
–2
–2
–1
1
2
3
4
5

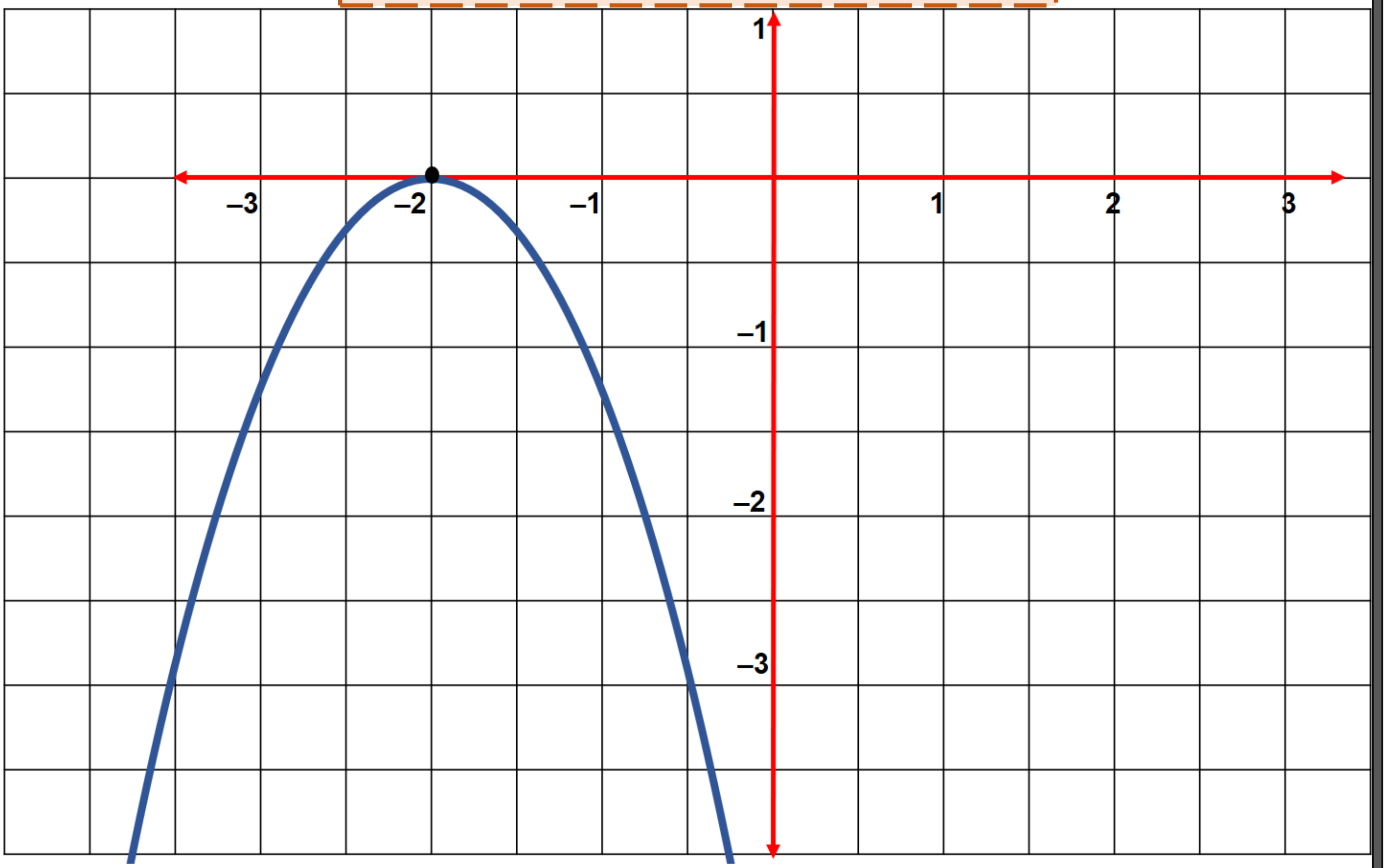
$y = x^2 - 2x - 3$



$$y = -x^2 + 2x - 1$$



$$y = -2x^2 - 8x - 8$$



APÊNDICE C – Apêndice C

Atívidade 01:

Utilizando o simulador “PhET”, insira os coeficientes a = 1, b = −6 e c = 5, gerando a função $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e responda as seguintes questões:

Questão 1: Qual a concavidade da parábola formada?

Questão 2: Qual ou quais coeficientes devem ser alterados para que a concavidade seja alterada?

Questão 3: Para qual ou quais alterações de coeficientes o gráfico dessa função se torna uma reta?

Questão 4: O que indica o coeficiente c no gráfico? Como identificar?

Questão 5: Quais as raízes ou zeros da função $f(x) = x^2 - 6x+5$? Calcule manualmente.

Questão 6: Habilite a função “raízes” no gráfico. Como posso identificar as raízes no gráfico?

Questão 7: Como vimos no item anterior, a função $f(x) = x^2-6x+5$ possui duas raízes reais distintas. Podemos concluir que para todas as funções quadráticas haverá duas raízes reais distintas? Explique.

Sugestão. Teste as seguintes funções quadráticas: $f(x) = x^2 +2x+1$ e $f(x) = x^2 +2x+5$. Faça uma relação entre a análise gráfica e o estudo do Delta apresentado nos conceitos básicos

Questão 8: O que é possível identificar no gráfico da função $f(x) = x^2 - 6x + 5$ com relação ao coeficiente b?

Atívidade 02:

Cada aluno deve escolher um valor fixo para os coeficientes a, b e c, com $a \neq 0$ e responder as seguintes questões:

PARTE I: Analisando concavidade.

Questão 01: Qual a concavidade da função escolhida?

Questão 02: Se trocarmos o coeficiente a pelo seu oposto, a concavidade sofre alteração?

Questão 03: Se definirmos o valor do coeficiente a = 0, qual a concavidade? Explique.

Questão 04: Teste com outros valores para confirmar suas conclusões dos itens a, b e c anteriores.

PARTE II: Analisando coeficiente b.

Questão 01: Sendo b > 0, quando a função intercepta o eixo y, a parábola é crescente ou decrescente?

Questão 02: Sendo b < 0, quando a função intercepta o eixo y, a parábola é crescente ou decrescente?

Questão 03: Se definirmos o valor do coeficiente b = 0, o que podemos observar? Explique.

Questão 04: Teste com outros valores para confirmar suas conclusões dos itens a, b e c acima.

PARTE III: Analisando o coeficiente c.

Questão 01: Qual a coordenada do ponto em que a parábola intercepta o eixo y?

Questão 02: Se alterarmos o valor do coeficiente c, o que acontece com a coordenada do ponto em que a parábola intercepta o eixo y?

Questão 03: Teste com outros valores para confirmar suas conclusões dos itens a e b acima.

APÊNDICE D – Apêndice D

Oficinas com o GeoGebra

Atividade 01

Utilizando o *software*, construa o gráfico de cada uma das funções e complete o que se pede na tabela.

Função	Valor do coeficiente de x^2 (a)	Valor do coeficiente de x (b)	Valor do termo independente (c)	Concavidade	Valor da abscissa do ponto de interseção com o eixo x	Valor da ordenada do ponto de interseção com o eixo y
$y = 2x^2$						
$y = -x^2 + 3x$						
$y = x^2 - 4x + 3$						
$y = -x^2 + 6x - 8$						
$y = 3x^2 - 6$						
$y = 8 - 2x^2$						
$y = -6 + x + x^2$						

Responda as questões 1 a 3 analisando a tabela.

1. Qual a relação entre o coeficiente **a** e a concavidade? Explique.
2. Qual a relação entre o coeficiente **b** e a interseção do gráfico com o eixo y? Explique.
3. Qual a relação entre o termo independente **c** e o valor da ordenada do ponto de interseção da curva com o eixo do y? Explique.
4. Utilizando o software, represente no mesmo plano cartesiano as funções:

- $y = 2x^2$
- $y = x^2$
- $y = \frac{1}{4}x^2$
- $y = \frac{1}{2}x^2$

Comente sobre a conclusão geométrica que você pode fazer sobre a variação do coeficiente **a.**

5. Construa no mesmo plano cartesiano as funções:

- $y = x^2$
- $y = (x - 2)^2$
- $y = (x + 2)^2$

Conclua o que acontece com:

a) O gráfico de $y = (x - 2)^2$ em relação ao gráfico de $y = x^2$.

b) O gráfico de $y = (x + 2)^2$ em relação ao gráfico de $y = x^2$.

c) As coordenadas dos vértices das três parábolas.

Atividade 02

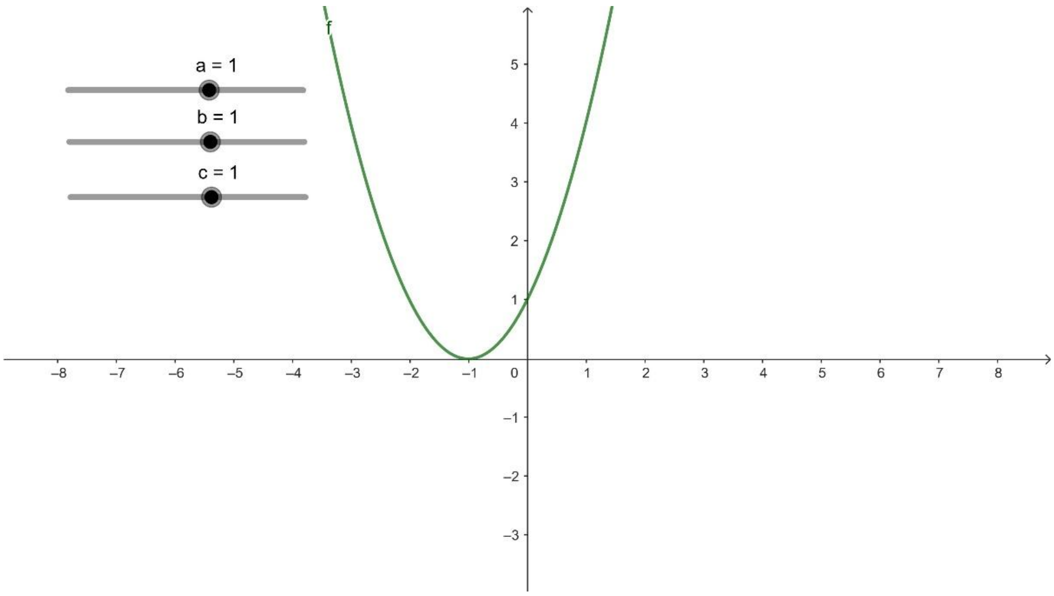
De acordo com o gráfico fornecido, movimente os seletores a, b e c e responda:

a) O que acontece com o gráfico ao movimentarmos o coeficiente a?

b) O que acontece com o gráfico ao movimentarmos o coeficiente b?

c) O que acontece com o gráfico ao movimentarmos o coeficiente c?

Exemplo de gráfico que pode ser fornecido aos estudantes:



APÊNDICE E – Apêndice E

Questão 01 - Alice esqueceu a torneira aberta e quando a água chegou ainda ficou derramando por 6 minutos com a vazão constante de 25 litros de água por minuto. Que volume de água terá despejado essa torneira nesses 6 minutos? Há uma função representa essa situação? Se sim, qual?

Questão 02 - Um fabricante de camisetas vende seus produtos a um preço fixo de R$ 20 por camiseta mais uma taxa de entrega de R$ 5 por pedido. O custo total para produzir x camisetas é de R$ 10 por camiseta mais uma taxa fixa de R$ 50. Quantas camisetas o fabricante precisa vender para começar a ter lucro?

Questão 03 - Uma loja que aluga ferramentas costuma cobrar o aluguel de suas mercadorias de acordo com a tabela abaixo.

SHOP FERRAMENTAS			
Dias (D)	Taxa fixa (R$)	Diária (R$)	Total (R$) - P
1	12	6,50	18,50
2	12	13,00	25,00
3	12	19,50	31,50
4	12	26,00	38,00
5	12	32,50	44,50

Após 20 dias, qual será o preço total a pagar?

Questão 04 - O preço de venda de um livro é de R$ 25,00 a unidade. Sabendo que o custo de cada livro corresponde a um valor fixo de R$ 4,00 mais R$ 6,00 por unidade, construa uma função capaz de determinar o lucro líquido (valor descontado das despesas) na venda de x livros, e o lucro obtido na venda de 500 livros.

Questão 05 - Um operador de máquinas recebe mensalmente um salário fixo de R$ 3.000,00, mais R$ 50,00 por hora extra trabalhada. Qual foi o salário deste operador no mês em que fez 12 horas extras?

Questão 06 - (Saeb - Adaptada) O custo de produção de uma pequena empresa é composto por um valor fixo de R$ 1.500,00 mais R$ 10,00 por peça fabricada. Qual é número x de peças fabricadas quando o custo é de R$ 3.200,00?

Questão 07 - (BPW) Sabe-se que a quantia paga pelo consumidor de energia elétrica é dada por: $y = ax + b$, onde:

•y: montante em reais;
•x: número de quilowatts-hora consumidos;
•a: preço do quilowatts-hora
•b: parcela fixa.

Considerando-se o caso em que $a = \frac{2}{3}$, $b = 2$ e que a conta apresentada foi de R$ 142,00, qual foi a quantidade de quilowatts-hora consumidos?

Questão 08 - (Saeb - Adaptada). Um padeiro fabrica 250 pães por hora. Escreva a lei de formação da função que representa a quantidade de pães fabricados p em função do tempo t em horas.

Questão 09 - (BPW) Sabe-se que o preço P a pagar por uma viagem tem um custo fixo de R$ 30,00 mais R$ 0,40 por quilômetro rodado. Se as amigas andarem 250 km, deverão pagar:

A) R$ 550,00.
B) R$ 250,00.
C) R$ 130,00.
D) R$ 1030,00.
E) R$ 40,00.

Questão 10 - (BPW) Uma empresa de telefonia fixa anuncia ligações interestaduais a R$ 0,02 por minuto. Por uma ligação que dura 1h10min, se paga:

A) R$ 550,00.
B) R$ 5,35.
C) R$ 55,00.
D) R$ 1,40.
E) R$ 2,20.

Questão 11 - (BPW) Em certa cidade, a tarifa de táxi é calculada obedecendo à bandeirada de R$ 5,00 mais R$ 1,20 por quilômetros rodados. Um usuário pagou R$ 19,40. Então, o táxi percorreu:

A) 12 km.
B) 10 km.
C) 15 km.
D) 20 km.
E) 8 km.

Questão 12 (PAIVA, MANOEL - Adaptada) Em informática, um spam é uma mensagem eletrônica, geralmente com fins publicitários. O número N de spams enviado automaticamente por um programa é dado em função do tempo t, em minuto, aproximadamente pela função:

$$\frac{1250t}{5 + 3t}$$

Em quantos minutos, aproximadamente, são enviados 250 spams por esse programa?

Questão 13 - (SEDUC-MAIS IDEB 2017- Adaptada) Em determinada cidade, a pessoa que deseja andar de táxi deve pagar R$6,50 como taxa fixa (bandeirada) mais R$ 3,35 por quilômetro rodado. Qual será o valor pago por uma pessoa que percorrer nesse táxi, uma distância de 7 quilômetros ?

Questão 14 - (SEDUC-MAIS IDEB 2017 - Adaptada) Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O lucro total, por mês, para fabricar uma quantidade de produtos é dado por uma expressão matemática em que deve-se multiplicar a quantidade de produtos por três e retirar 12. Quantos produtos a empresa deve vender em um mês para obter um lucro de R$900,00?

Questão 15 - (BPW) Uma confeiteira tem um gasto mensal fixo de R$600,00 mais R$10,00 por bolo fabricado. No mês de janeiro, essa confeiteira teve um gasto total de R$930. Quantos bolos essa confeiteira fez no mês de janeiro?

A) 10.
B) 33.
C) 43.
D) 60.
E) 93.Z

Questão 16 Uma loja de departamentos compra cartuchos para uma determinada impressora jato de tinta a R$28,00 a unidade e prevê que, se cada cartucho for vendido a x reais, serão vendidos 200 – 2x cartuchos por mês. Qual fórmula que fornece o lucro mensal em função do preço de venda x de cada cartucho?

a) $L(x) = -2x^2 + 256 - 5600$

b) $L(x) = 2x^2 + 28 - 5600$

c) $L(x) = -x^2 + 25 - 56$

d) $L(x) = -2x^2 + 26 - 4800$

Questão 17 - Uma livraria pode obter da editora o livro "Fauna do Pantanal", edição de bolso, por R$ 30,00 cada exemplar, e estima que, se vender o livro por x reais o exemplar, aproximadamente 10.(36 – x) exemplares serão vendidos por semana. Qual a Lei de formação da função polinomial do 2º grau, modela o lucro dessa livraria?

a) $L(x) = -x^2 + 66x - 9800$
b) $L(x) = -10x^2 + 660x - 10800$
c) $L(x) = 10x^2 - 660x + 1080$
d) $L(x) = -10x^2 + 66x - 4800$

Questão 18 - Estima-se que a distância D, em metros, percorrida por um automóvel desde o momento em que seus freios são acionados até a parada definitiva é dada pela função $D = \frac{v^2}{80} + \frac{v}{5}$, para velocidades V em km/h. De acordo com essa função, um automóvel que freia a 60 km/h vai parar após ter percorrido uma distância de:

a) 45 m
b) 57 m
c) 32 m
d) 50 m

Questão 19 – *Iezzi(2010)*: Um campeonato de futebol vai ser disputado por 10 clubes pelo sistema em que todos jogam contra todos em dois turnos. Vamos verificar quantos jogos serão realizados. Contamos o número de jogos que cada clube participará no seu campo: 9 jogos. Como são 10 clubes, o total de jogos será 10 · 9 = 90. Sabendo que o campeonato brasileiro é disputado por 20 clubes, calculamos a quantidade de jogos com o mesmo raciocínio: 20 · 19 = 380 jogos. Enfim, para cada quantidade x de clubes participantes, é possível calcularmos o número y de jogos do campeonato, ou seja, y é função de x. Generalize e escreva uma equação (regra) que permita calcular y a partir de x.

Questão 20 – *Dante (2011a):* Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra poliesportiva com dimensões oficiais 20m e 36m. Tendo recebido 200m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível. Ajude-os.

Questão 21 –*Stewart (200):* O comprimento de um lote de construção retangular é três vezes a sua largura. Encontre uma equação que modele sua área em função da largura.

Questão 22 –*Stewart (200):* Um retângulo tem um perímetro de 20cm. Encontre uma função que modele sua área em termos do comprimento x de um de seus lados.

Questão 23 – Um teatro está apresentando Dom Casmurro, de Machado de Assis. A peça é oferecida a grupos de x estudantes pelo preço individual de p = (30 – 0,1x) reais. Qual função modela a receita desse teatro?

Questão 24 – *Numa fábrica de brinquedos, a quantidade Q de brinquedos produzidos diariamente é dado pelo quadrado da quantidade de pessoas trabalhando mais dez. Para que a fábrica produza 46 brinquedos por dia, quantas pessoas devem trabalhar na fábrica?*

(A) 5

(B) 6

(C) 18

(D) 36

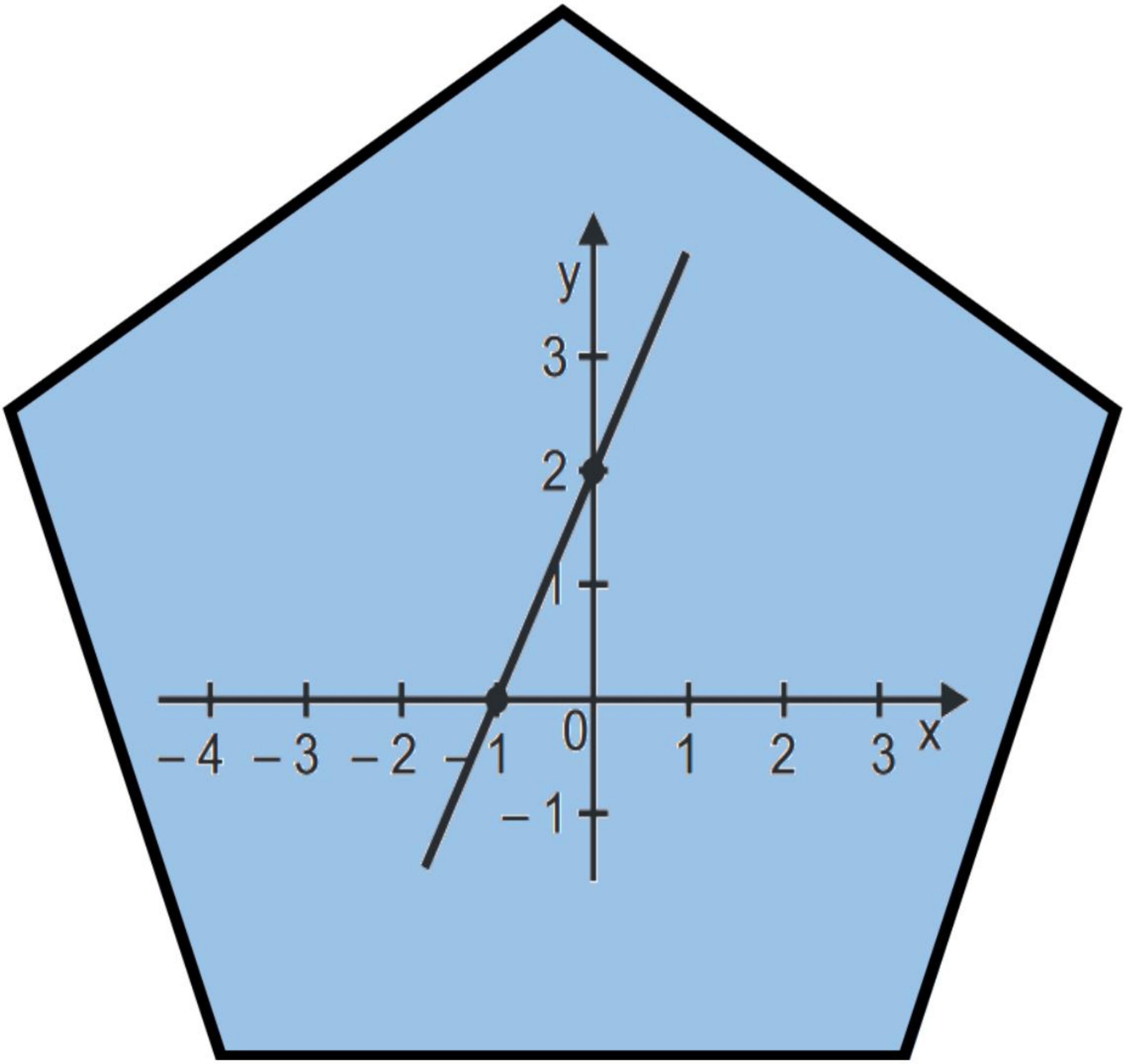
(E) 56

Questão 25 – Sabendo que um terreno retangular possui dimensões x+2 e x+6, qual expressão matemática modela sua área?

Questão 26 – Uma empresa fabrica e vende um produto. O custo de produção é dado pela função $C(x) = 2x^2 + 5x + 300$, onde x é o número de unidades produzidas. A receita proveniente da venda do produto é dada pela função $R(x) = 20x$. Qual a função que modela o lucro dessa empresa?

Questão 27 – Um arquiteto está projetando um jardim retangular, onde a largura do jardim deve ser 3 metros a menos que o comprimento. Qual função modela a área desse jardim, considerando que seu comprimento é x.

APÊNDICE F – Apêndice F


y
3
2
1
0
−1
x
−4
−3
−2
−1
1
2
3

Coeficiente
angular = 2

Coeficiente
linear = 2

Coordenadas do ponto de Intercepto em Y:

$(0, b) =$ **(0 , 2)**

Coordenadas do ponto de Intercepto em X:

$(x, 0) =$ **(-1 , 0)**

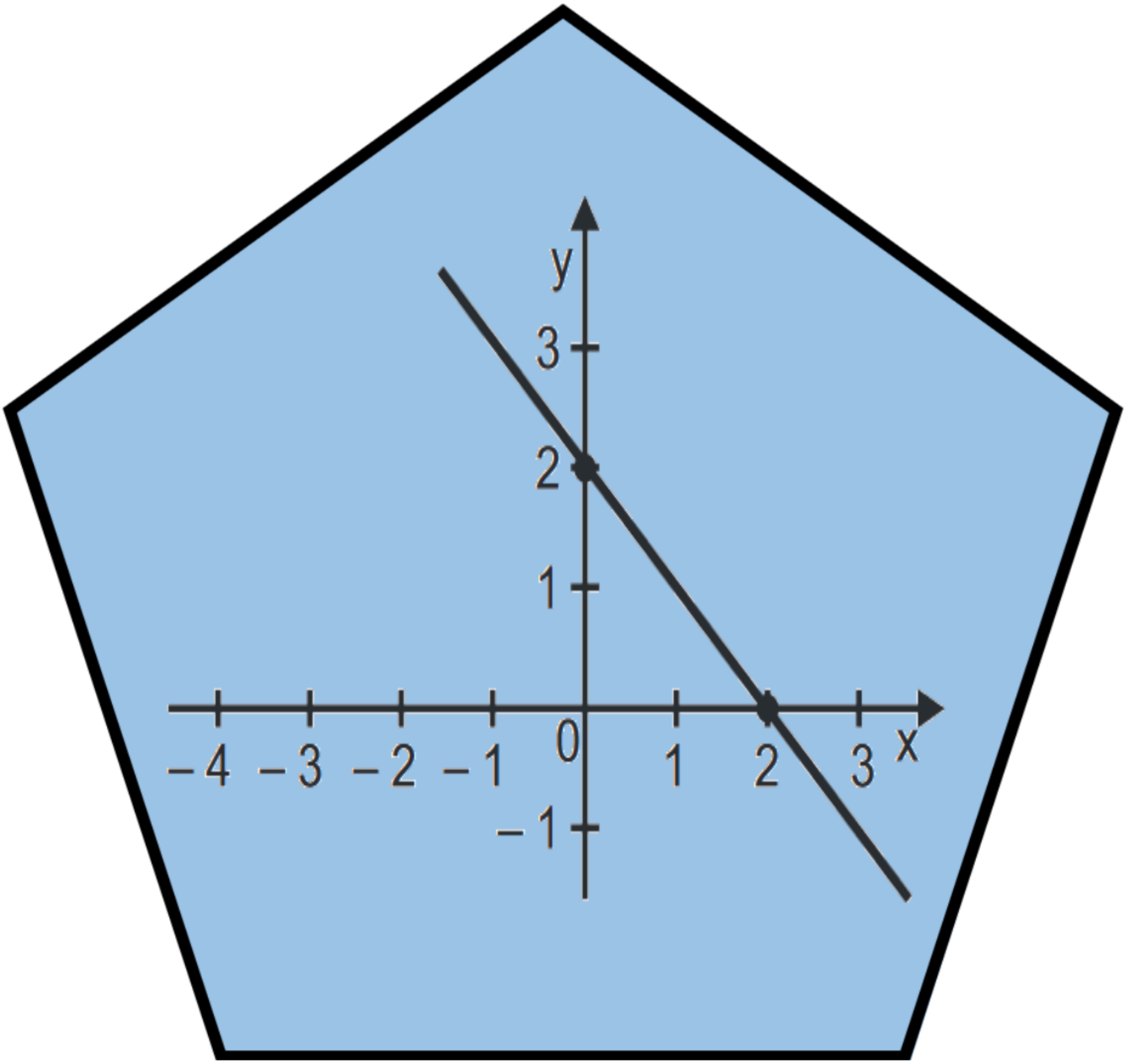
$a = 2$

$b = 2$

Função
Crescente

LEI DE FORMAÇÃO:

$$f(x) = 2x + 2$$


y
3
2
1
0
−1
x
−4 −3 −2 −1
1 2 3

LEI DE FORMAÇÃO:

$$f(x) = -x + 2$$

$a = -1$

$b = 2$

Coeficiente angular = -1

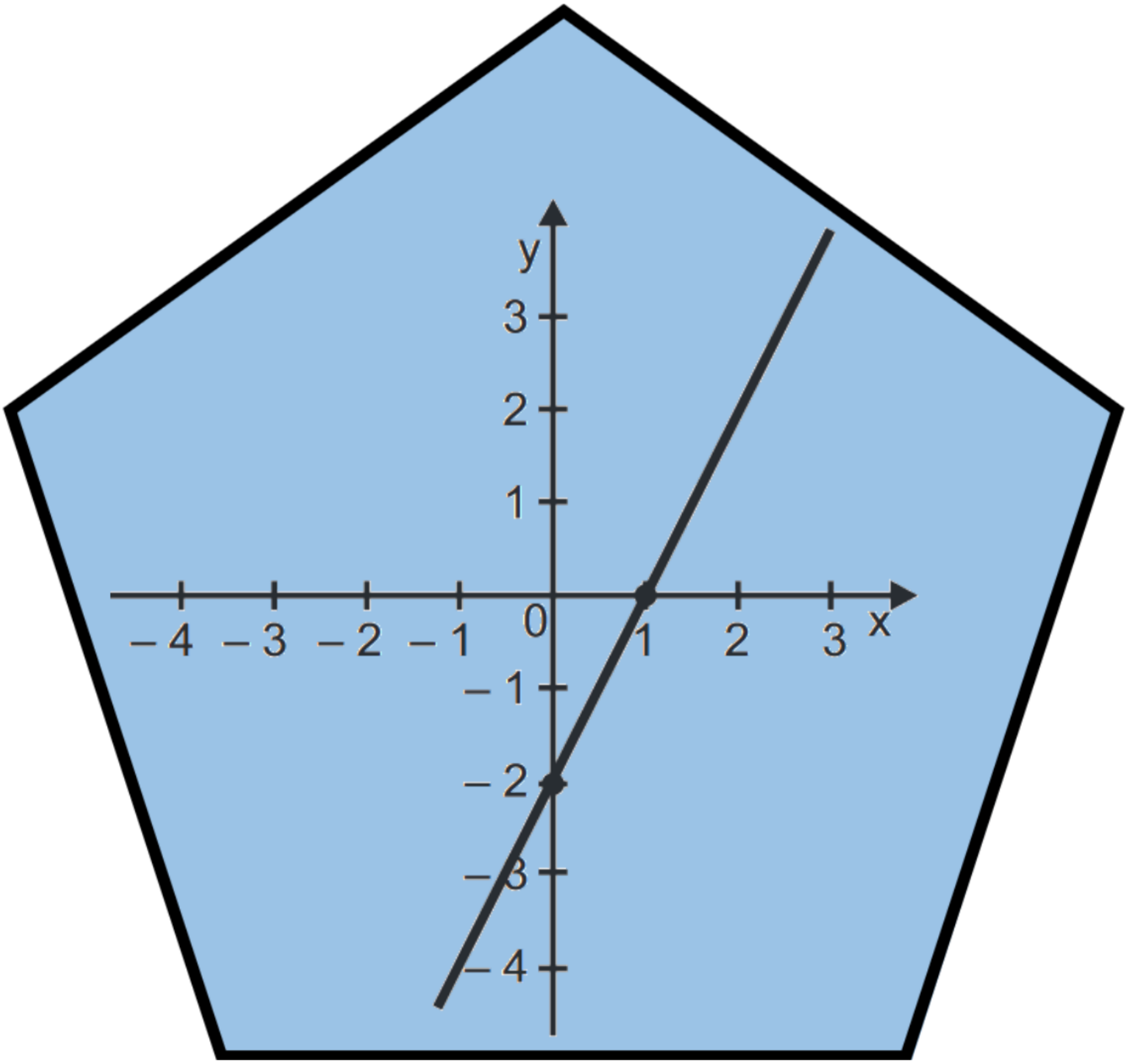
Coeficiente linear = 2

Função

Decrescente

LEI DE FORMAÇÃO:

$$f(x) = 2x - 2$$



y
3
2
1
0
x
– 4
– 3
– 2
– 1
1
2
3
– 1
– 2
– 3
– 4

Coeficiente angular = 2

Coeficiente linear = -2

Coordenadas do ponto
de Intercepto em Y:

(0, b) = **(0 , -2)**

Coordenadas do ponto
de Intercepto em X:

(x, 0) = **(1 , 0)**

Coordenadas do ponto de Intercepto em Y:

$(0, b) =$ **(0 , 2)**

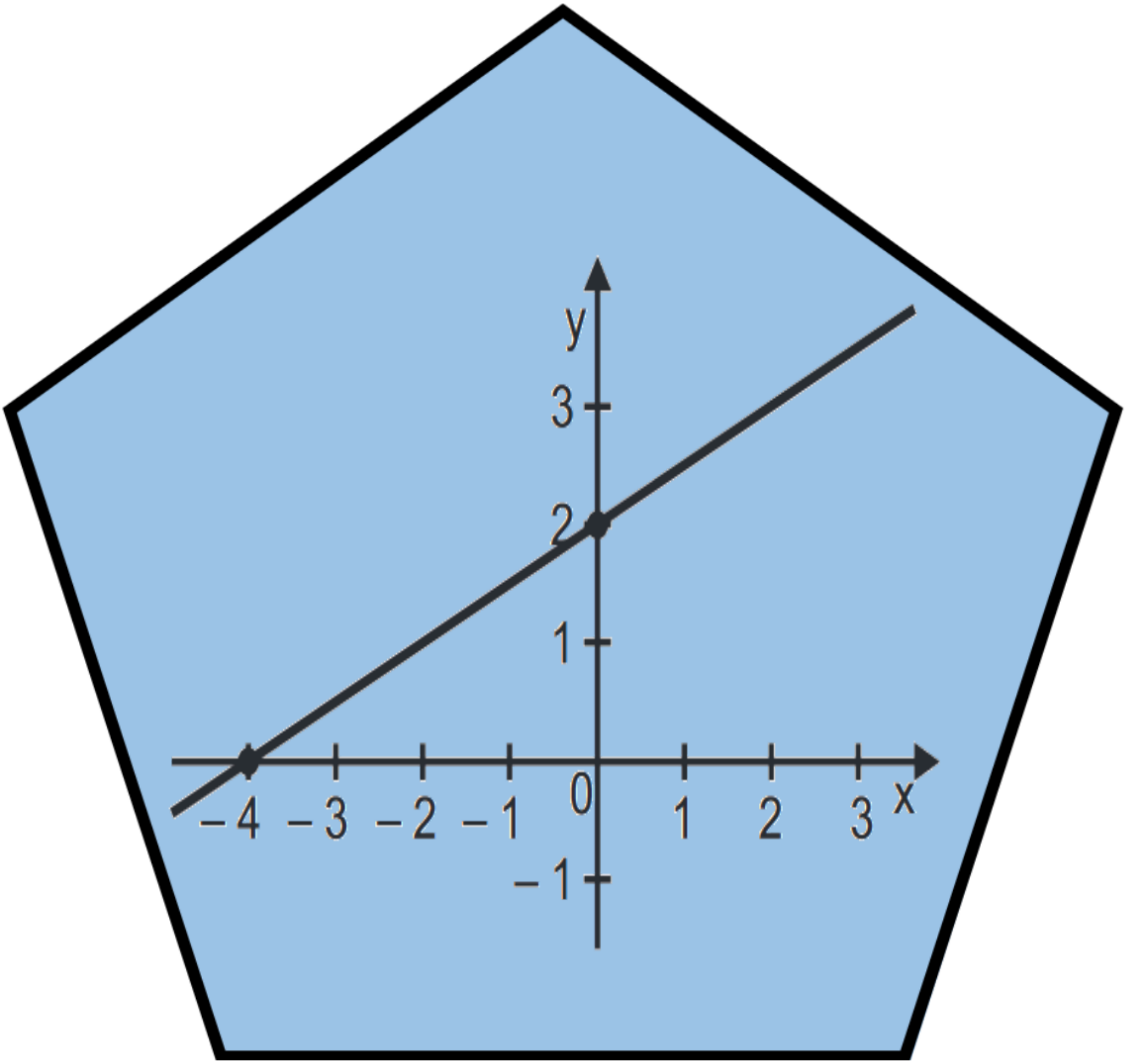
Coordenadas do ponto de Intercepto em X:

$(x, 0) =$ **(2 , 0)**

$a = 2$

$b = -2$

Função
Crescente



y
3
2
1
0
−1
x
−4
−3
−2
−1
1
2
3

Coeficiente angular = 1/2

Coeficiente linear = 2

Coordenadas do ponto de Intercepto em Y:

(0, b) = **(0 , 2)**

Coordenadas do ponto de Intercepto em X:

(x, 0) = **(-4 , 0)**

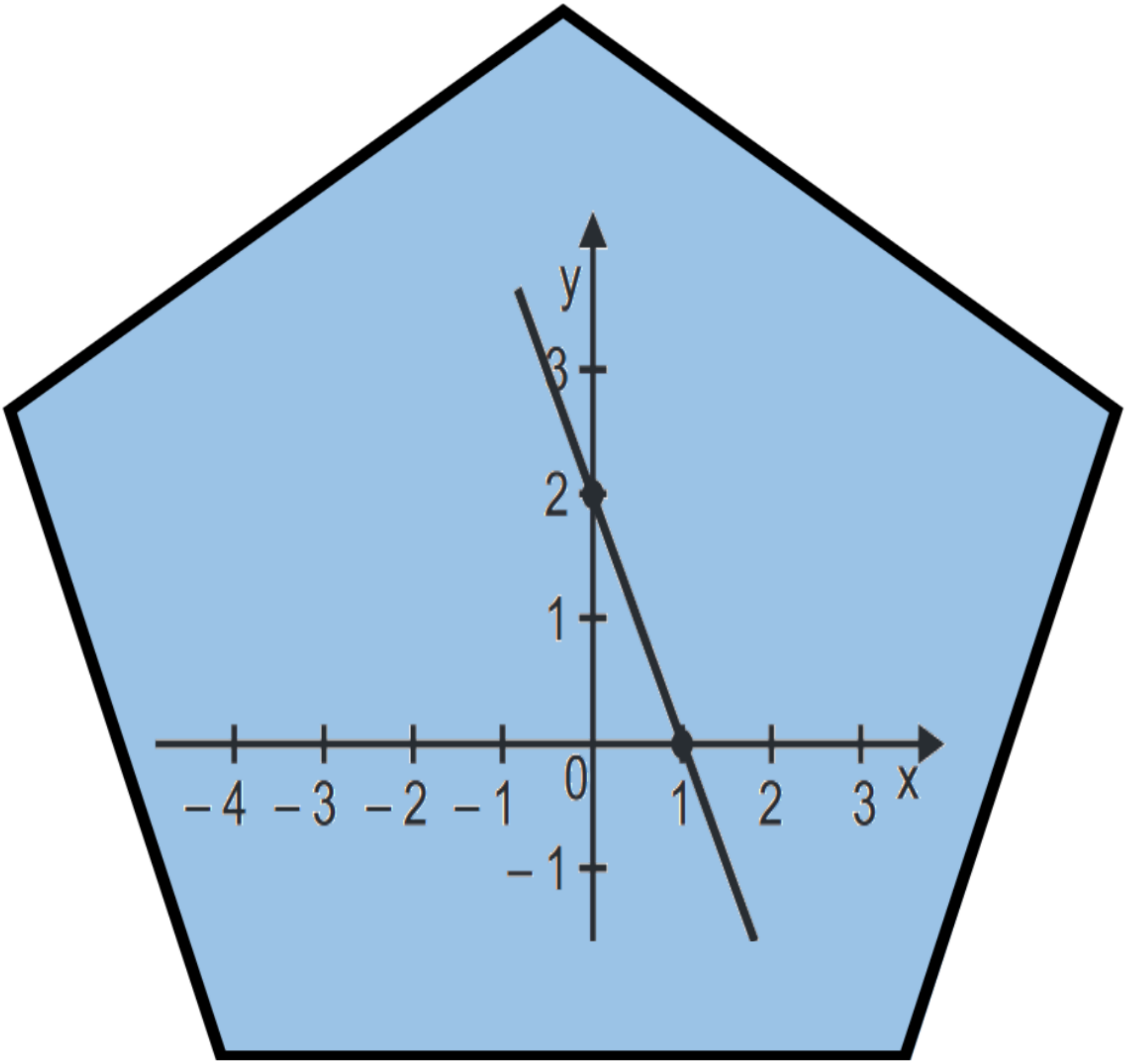
$a = 1/2$

$b = 2$

Função
Crescente

LEI DE FORMAÇÃO:

$$f(x)= 1/2x +2$$


y
3
2
1
0
−1
x
−4
−3
−2
−1
1
2
3

Coeficiente angular = -2

Coeficiente linear = 2

Coordenadas do ponto de Intercepto em Y:

$(0, b) = (\mathbf{0}\ ,\ \mathbf{2})$

Coordenadas do ponto de Intercepto em X:

$(x, 0) = (\mathbf{1}\ ,\ \mathbf{0})$

$a = -2$

$b = 2$

Função
Decrescente