



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PRODUTO EDUCACIONAL

**NÚMEROS INTEIROS: recurso didático
interativo com o GeoGebra**

FERNANDA MOMM ANTUNES

JOINVILLE, SC
2025

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Programa: MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Nível: MESTRADO PROFISSIONAL

Área de Concentração: Matemática na Educação Básica.

Linha de Pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias

Título: Números inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra

Autor: Fernanda Momm Antunes

Orientador: Profa. Dra. Graciela Moro

Data: 29/08/2025

Produto Educacional: Manual sobre um livro digital dinâmico no GeoGebra para o Professor

Nível de ensino: Ensino Fundamental Anos Finais.

Área de Conhecimento: Matemática

Tema: Números inteiros

Resumo:

Este Produto Educacional é um manual voltado para professores, com foco no ensino de números inteiros por meio de um livro digital dinâmico desenvolvido na plataforma GeoGebra. O material inicia contextualizando o docente sobre o que é um livro digital dinâmico e sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2012). Em seguida, descreve como utilizar a plataforma GeoGebra para criar tarefas e aplicá-las com os alunos. Por fim, apresenta orientações sobre o uso de cada seção do livro digital dinâmico *Números Inteiros: Recurso Didático Interativo com o GeoGebra*. Tanto o manual quanto o livro dinâmico podem ser utilizados parcial ou integralmente, cabendo ao professor decidir o que melhor se adequa à sua prática pedagógica.

Palavras-chave: Livro Digital Dinâmico, Teoria semicognitiva, Registros de representações, Ensino de Matemática, Matemática.

Biblioteca Universitária UDESC: <https://repositorio.udesc.br/home>

Publicação Associada: Construindo sentido para os números inteiros com o GeoGebra: uma proposta de ensino apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica

URL: <http://www.udesc.br/cct/profmat>

Arquivo	*Descrição	Formato
8,07 MB	Texto completo	Adobe PDF

Este item está licenciado sob uma [Licença Creative Commons](#)

Atribuição - Não Comercial - Compartilha Igual CC BY-NC-SA

NÚMEROS INTEIROS:

recurso didático interativo
com o GeoGebra

MANUAL DO PROFESSOR

+

-

×

÷

$$(-5) + 8 = 3$$

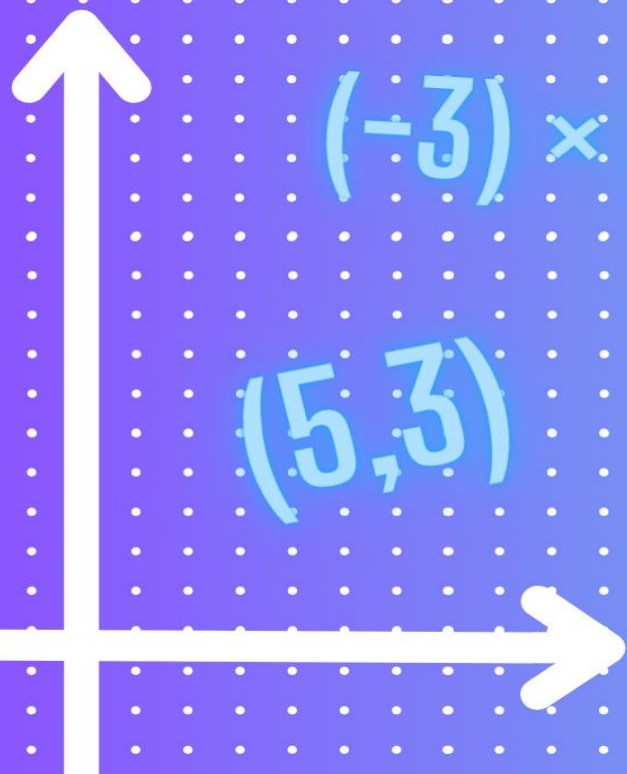
$$(-12) \div 3 = -4$$

$$(-3) \times 6 = -18$$

$$(5, 3)$$

$$(-7) + (-2) = -9$$

$$(-9) - (-3) = -6$$



LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tratamentos	11
Figura 2 – Conversões	12
Figura 3 – Busca do GeoGebra no Google	14
Figura 4 – Opção Entrar no Sistema	15
Figura 5 – Criar uma Conta	15
Figura 6 – Opções Disponíveis na Plataforma	16
Figura 7 – Entrar na Tarefa	17
Figura 8 – Perfil	17
Figura 9 – Criar Uma Nova Atividade	18
Figura 10 – Tarefa de Observação	19
Figura 11 – Configurações Avançadas	20
Figura 12 – Apagar	20
Figura 13 – Configurações da Construção	21
Figura 14 – Criar um Livro	22
Figura 15 – Editar um livro	22
Figura 16 – Opções das Reticências Verticais	23
Figura 17 – Acessando a Atividade GeoGebra	24
Figura 18 – Criando Pastas	24
Figura 19 – Sala de aula da Atividade GeoGebra	25
Figura 20 – Descrição Geral do Livro Números Inteiros	26
Figura 21 – Trecho da Lista de Conteúdos	27
Figura 22 – Seção O Ponto e a Reta	28
Figura 23 – Ícones de Reta e Ponto	30
Figura 24 – Verificação de quantas retas passar por um ponto	30
Figura 25 – Verificação de quantas retas passam por dois pontos	31
Figura 26 – Verificação de quantos pontos é possível marcar sobre a reta	32
Figura 27 – Questões sobre o plano	33
Figura 28 – Questões sobre a reta, a semirreta e o segmento de reta	35
Figura 29 – Ícones da Reta, da Semirreta e do Segmento de Reta	36
Figura 30 – Como nomear um ponto	37
Figura 31 – Introdução da ideia de sentido	38
Figura 32 – Malha quadriculada	39
Figura 33 – Vetor	39
Figura 34 – Soluções das tarefas da seção Segmento Orientado	40
Figura 35 – Segmento orientado de zero unidade de comprimento	41
Figura 36 – Introdução da seção Os Sinais e os Sentidos	43
Figura 37 – Aplicativo e conclusão da seção Os Sinais e Os Sentidos	44
Figura 38 – Segmentos orientados iguais	45
Figura 39 – Exemplos de representação geométrica das operações de adição	46
Figura 40 – 1ª a 3ª tarefa sobre adição	47
Figura 41 – 4ª e 5ª tarefa sobre adição	48
Figura 42 – Aplicativo que permite explorar a adição	49
Figura 43 – Exemplo que explora a subtração $+3 - (+4)$	50

Figura 44 – 1ª a 3ª tarefa sobre subtração	51
Figura 45 – 4ª e 5ª tarefa sobre subtração	52
Figura 46 – Aplicativo que permite explorar a subtração	53
Figura 47 – Explorando os sinais de adição e subtração	54
Figura 48 – Jogos de adições e subtração	55
Figura 49 – Representação da operação da operação $(+ 2) \cdot (- 3)$	56
Figura 50 – 1ª e 2ª tarefa sobre multiplicação	57
Figura 51 – 3ª a 5ª tarefa sobre multiplicação	58
Figura 52 – Aplicativos de Multiplicação	59
Figura 53 – Exemplo de uma representação geométrica da divisão	60
Figura 54 – 1ª a 3ª tarefa sobre divisão	61
Figura 55 – 4ª e 5ª tarefa sobre divisão	62
Figura 56 – Explorando os sinais de multiplicação e divisão	63
Figura 57 – Jogos de Multiplicação e divisão	64
Figura 58 – Questões sobre os eixos no plano cartesiano.....	65
Figura 59 – Questões sobre as coordenadas de pontos	66
Figura 60 – Desafio dos Pontos	67
Figura 61 – Problema de localização	67
Figura 62 – Problema de deslocamento e criação de um problema	68
Figura 63 – Jogo Batalha Naval	69
Figura 64 – Problema A	70
Figura 65 – Criar um problema.....	72
Figura 66 – Questões de Calcule a operação	73
Figura 67 – Questões de identificação do par ordenado	74
Figura 68 – Reta Numérica	75

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	7
2.	LIVROS DIGITAIS DINÂMICOS	9
3.	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	10
4.	O GEOGEBRA.....	14
4.1	COMO ACESSAR O GEOGEBRA.....	14
4.2	FERRAMENTAS E RECURSOS DO GEOGEBRA.....	16
4.3	APLICAÇÃO EM SALA DE AULA	23
5.	O LIVRO NÚMEROS INTEIROS: RECURSO DIDÁTICO INTERATIVO COM O GEOGEBRA.....	26
5.1	REVISÃO DE CONCEITOS	27
5.1.1	O Ponto e a Reta.....	28
5.1.2	Relação entre Reta e Ponto	30
5.1.3	Plano.....	33
5.1.4	Reta, Semirreta e Segmento de Reta	35
5.1.5	Segmento Orientado	38
5.1.6	Os Sinais e os Sentidos	42
5.2	OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS	45
5.2.1	Adição	46
5.2.2	Subtração	50
5.2.3	Relação dos sinais da adição e subtração.....	54
5.2.4	Exploração: jogos de adição e subtração	55
5.2.5	Multiplicação.....	56
5.2.6	Divisão.....	60
5.2.7	Relação dos sinais da multiplicação e divisão	63
5.2.8	Exploração: jogos de multiplicação e divisão	64
5.3	PROBLEMAS COM NÚMEROS INTEIROS.....	65
5.3.1	Plano Cartesiano	65
5.3.2	Problemas e suas expressões numéricas	70
5.3.3	Resolvendo questões do CAEd	73
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS.....	77

1. INTRODUÇÃO

Este Produto Educacional (PE) foi desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), ofertado pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), no Centro de Ciências Tecnológicas (CCT), campus Joinville.

Diante dos baixos desempenhos dos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental, especialmente na prova CAEd (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora) aplicada na rede municipal de Joinville, buscou-se identificar as principais defasagens. Constatou-se que, a partir do sétimo ano, muitos estudantes apresentam dificuldades por não dominarem o conjunto dos números inteiros, tornando essencial a consolidação desse conteúdo para o avanço das demais habilidades matemáticas.

A pesquisa teve como objetivo desenvolver um recurso digital que auxilie os professores de Matemática no ensino de números inteiros. Para isso, optou-se pela utilização do **GeoGebra**, em razão da sua ampla variedade de recursos e possibilidades didáticas.

Entre esses recursos, destaca-se a criação de livros dinâmicos, que permitem integrar dinamicamente as diferentes representações dos objetos matemáticos, ou seja, representações que estão interligadas e se complementam (Nóbriga; Siple, 2020). Essa proposta foi elaborada à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2012), que defende que compreender um objeto matemático não se resume a manipular símbolos ou fazer cálculos, mas sim a identificá-lo e operá-lo em diferentes registros de representação e, principalmente, a realizar a conversão entre esses registros.

Com o objetivo de dar significado às operações com números inteiros a partir da geometria, explorando a visualização e a transição entre os diferentes registros de representação, foi elaborado o livro **Números inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra**, que está disponível no link <https://www.GeoGebra.org/m/gjs4agpn>. Este livro é destinado a estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, especialmente aqueles que não compreenderam plenamente os conteúdos relacionados aos números inteiros ou que, mesmo tendo tido contato com o tema em sala de aula, ainda apresentam dificuldades e necessitam de reforço. O material pode ser utilizado em aulas regulares, atividades de recuperação ou apoio pedagógico,

oferecendo uma abordagem visual e interativa que favorece a compreensão gradual e significativa dos conceitos envolvidos.

Este manual descreve como o professor pode acessar a plataforma e utilizar o recurso para enriquecer e concretizar o ensino de números inteiros. Está organizado em seis capítulos: (1) *Livros Digitais Dinâmicos*, que define e caracteriza o formato; (2) *Teoria dos Registros de Representação Semiótica*, com breve apresentação do referencial teórico; (3) *O GeoGebra*, com orientações para acesso e uso da plataforma; (4) *O Livro Números Inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra*, com a apresentação detalhada do material; (5) *Considerações Finais*, com a retomada dos principais aspectos do manual e sugestões aos professores.

2. LIVROS DIGITAIS DINÂMICOS

Nóbriga e Siple (2020) distinguem dois tipos de livros digitais: os livros digitais não dinâmicos e os livros digitais dinâmicos (LDD). Um livro digital não dinâmico é composto por páginas que apresentam conteúdos de forma predominantemente expositiva, com textos explicativos e imagens estáticas, eventualmente acompanhadas de construções que não oferecem interatividade ao usuário. Nesses materiais, o aluno assume uma postura mais passiva, limitando-se à leitura e à observação dos conteúdos, com pouca ou nenhuma possibilidade de experimentação.

Em contraste com os materiais tradicionais, os livros digitais dinâmicos (LDD) exploram todo o potencial da interatividade oferecida pela plataforma GeoGebra, incorporando recursos como controles deslizantes, botões, caixas de entrada e outros elementos manipuláveis. Essa abordagem permite ao estudante interagir diretamente com os objetos matemáticos, alterando parâmetros e visualizando os efeitos em tempo real, o que favorece uma aprendizagem ativa, exploratória e significativa.

Nóbriga e Siple (2020) explicam que o conceito dinâmico está relacionado à possibilidade de manipulação. Para os autores, os usuários têm a sensação de agir diretamente e livremente sobre as representações, ao mesmo tempo em que visualizam os efeitos de suas ações. Dessa forma, constroem o conhecimento por meio da formulação de conjecturas e da identificação de contraexemplos.

A utilização de livros dinâmicos interativos também está alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza o uso de tecnologias digitais para explorar fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, estimulando o raciocínio lógico, o pensamento computacional e a criatividade dos alunos.

Embora no início do desenvolvimento do livro *Números inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra* a autora deste produto educacional ainda não conhecesse o conceito de livro dinâmico, a proposta passou por reformulações para adotar as características desse tipo de livro. Dessa forma, buscou-se proporcionar um aprendizado divertido e, conseqüentemente, efetivo para os alunos.

3. REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Raymond Duval é um filósofo, formado em psicologia e professor prestigiado da Universidade Du Littoral Côte d'Opale em Dunquerque, França. Ele desenvolveu a Teoria de Registros e Representação Semiótica em seus estudos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática. Estes estudos pertinentes à psicologia cognitiva estão tendo uma grande contribuição para as pesquisas em Educação Matemática (Dalvi, 2021).

Na Matemática, a semiótica analisa os signos e suas representações buscando entender como o aluno reconhece as diferentes formas de manifestações e consolida o seu entendimento através dos símbolos matemáticos, assim compreendendo o processo cognitivo (Facundo, 2023). A representação descreve como usamos símbolos, figuras, notações e traços para descrever objetos matemáticos. Ou seja, o número 8 não é só o símbolo 8, mas o conceito que ele simboliza, sendo a representação de uma distância ou quantidade, por exemplo.

Os objetos matemáticos não são perceptíveis diretamente pelos nossos sentidos ou pela experiência momentânea, são conceitos abstratos que exigem uma forma de representação para serem compreendidos e manipulados. É necessário dar representantes para desenvolver esses conceitos. O sistema de representação semiótico escolhido afeta as possibilidades de tratamentos, por exemplo, considerando um cálculo numérico deve-se considerar os procedimentos, o custo e o sistema de escrita (Duval, 2012).

Duval (2012) difere as representações mentais das representações semióticas sobre um objeto matemático. Para o autor, as representações mentais são os conceitos que um indivíduo forma sobre um objeto ou situação, com base nas experiências e reflexões pessoais. Já as representações semióticas são produções compostas por signos específicos de sistemas de representação que possuem limitações próprias de significado e funcionamento. Elas não servem apenas para comunicar o que pensamos, as representações semióticas são necessárias para o processo de pensamento (Duval, 2012).

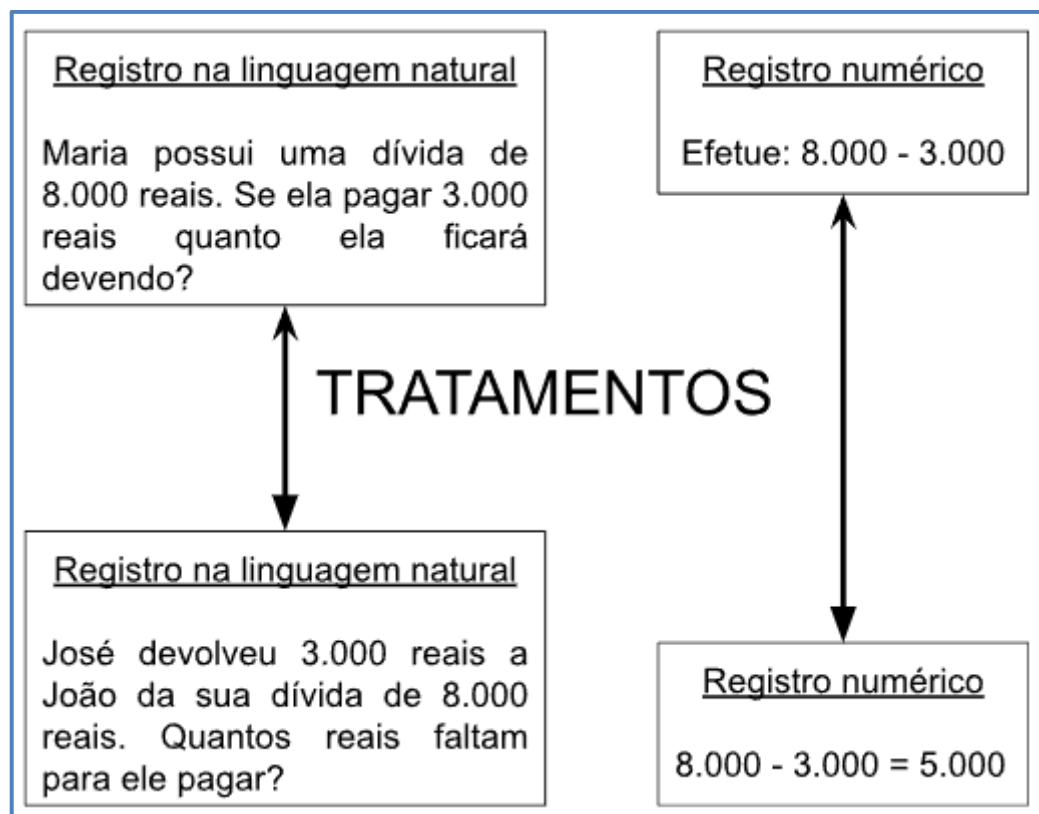
Em sua teoria Duval (2012) menciona as palavras '*semiose*' e '*noesis*'. A semiose é o processo de criação, interpretação ou uso de signos para dar sentido a algo. Usar uma representação (uma palavra, um símbolo, uma imagem, um gesto)

para comunicar é praticar a semiose. A noesis é o ato de compreender ou aprender o conceito de um objeto, ideia ou fenômeno. É o processo cognitivo que ocorre internamente quando pensamos sobre algo, abstraindo-o de suas representações. Portanto, não há como conceber ideias ou conceitos (noesis) sem representá-los por meio de registros semióticos (semiose). Ou seja, para o pensamento se formar, é fundamental algum tipo de mediação ou representação que dê forma aos conceitos.

O registro semiótico possui três atividades cognitivas ligadas à semiose. A primeira é a formação de uma *representação identificável*. Esse processo consiste em criar a representação escolhendo os elementos que vão compor o que vai ser apresentado. Por exemplo, na língua natural temos o conjunto dos números inteiros, já simbolicamente temos $\mathbb{Z}$. Cada tipo de registro tem suas próprias regras e unidades de formação.

A segunda é o '*tratamento*', que para Duval (2012) é a transformação dessa representação no mesmo registro onde ela foi formada. A Figura 1 ilustra um exemplo no contexto de números inteiros sobre o tratamento utilizando a linguagem natural e o registro algébrico.

Figura 1 – Tratamentos

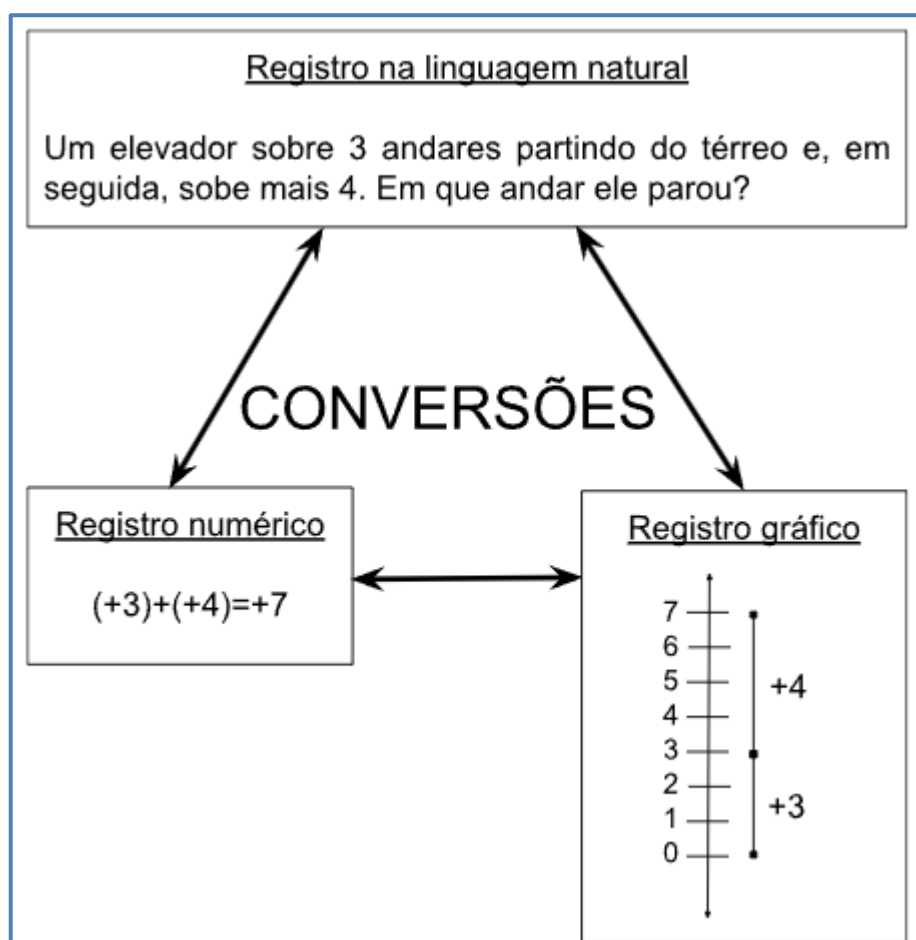


Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Os problemas *Maria possui uma dívida de 8.000 reais. Se ela pagar 3.000 reais, quanto ela ficará devendo?* e *José devolveu 3.000 reais a João da sua dívida de 8.000 reais. Quantos reais faltam para ele pagar?* envolvem tratamento porque estamos lidando com operações matemáticas dentro do contexto das dívidas, sem mudar o registro de representação. Ambas as situações apresentam um problema que requer a realização de cálculos matemáticos diretos, especificamente subtrações. Já as expressões *Efetue:* $8.000 - 3.000$ e $8.000 - 3.000 = 5.000$ representam tratamento porque estão focadas na execução de uma operação matemática específica dentro do mesmo registro algébrico.

A terceira atividade cognitiva ligada a semiose é a ‘*conversão*’, que para Duval (2012) é a transformação desta representação em uma representação em outro registro. A Figura 2 ilustra um exemplo de conversão entre diferentes registros no contexto de números inteiros.

Figura 2 – Conversões



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

O registro na linguagem natural está representado pelo enunciado, que descreve o problema usando palavras comuns, sem o uso de símbolos matemáticos. A operação de adição está implícita na ação descrita: *sobe 3 andares* e depois *sobe mais 4*. Esse problema pode ser resolvido por meio de outros registros, como o algébrico e o gráfico, representados acima, já que não está explícito no enunciado qual caminho se deve seguir. Além disso, pode ser proposto a criação do problema a partir do registro algébrico e gráfico. Também se pode representar o registro algébrico a partir do registro gráfico e vice-versa. Essas conversões permitem compreender o problema por diferentes perspectivas, facilitando o entendimento e a resolução do exercício por meio de múltiplos registros.

Ao abordar os diferentes registros de representação semiótica, é importante considerar como cada um deles influencia a forma de compreender e operar com os conceitos. Por exemplo, quando estamos falando da adição de números decimais e de números fracionários, ainda que o resultado seja o mesmo, estamos tratando de expressões com significação operatória diferentes. Nesse contexto, Duval (2012, p. 8) destaca que “a conversão não deve ser confundida com duas atividades que estão, no entanto, próximas: a codificação e a interpretação”. Para o autor, a codificação refere-se à transcrição em um sistema semiótico diferente e a interpretação altera o contexto sem mudar o registro de representação.

Segundo Duval (2012) a compreensão integral de um conteúdo é obtida com ao menos dois registros de representação, permitindo uma conversão cognitiva rápida e espontânea entre eles. Assim, quando os registros não são congruentes a utilização de mais de um registro ajuda a superar as dificuldades.

Uma aprendizagem efetiva em Matemática reúne diferentes registros de representação de maneira que os alunos não focam na repetição ou memorização de regras, mas aprendam a converter e relacionar diversas representações. Na representação algébrica, a aplicação da regra de sinais nas operações com números inteiros agiliza os cálculos e por meio da representação na reta numérica é possível visualizar o deslocamento associado a cada número, conforme o seu sinal. Ao combinar esses registros, o aluno consegue entender o significado das operações tanto lógica simbólica (regra de sinais) quanto pela representação visual, assim desenvolvendo a habilidade de conversão entre registros.

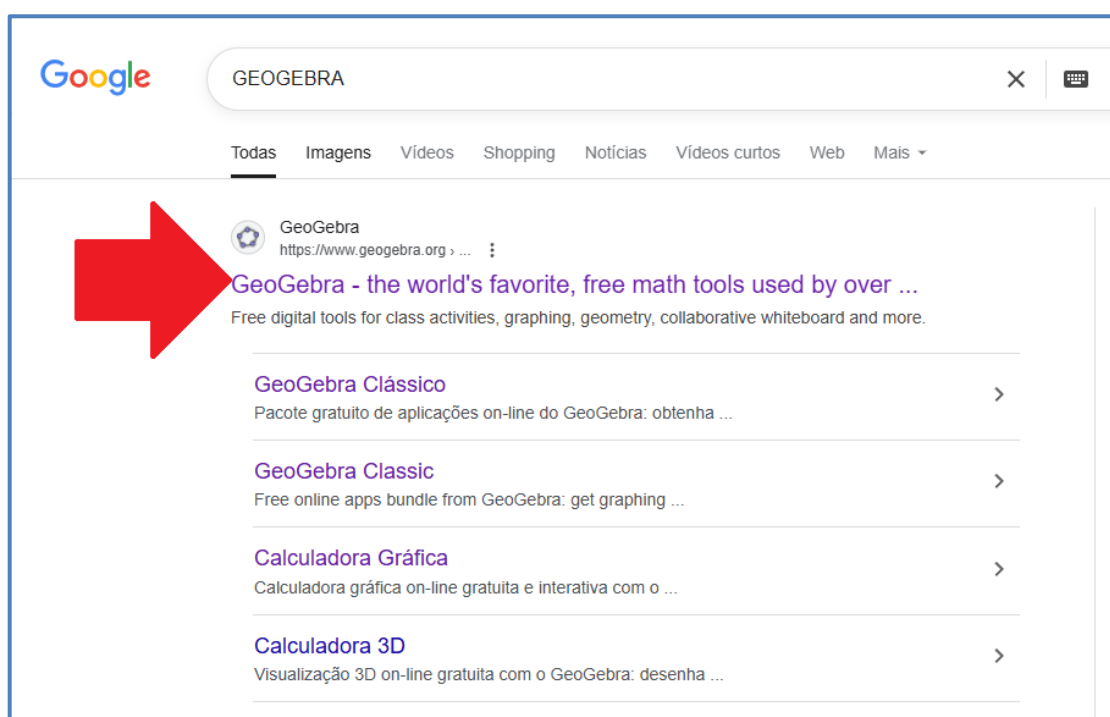
4. O GEOGEBRA

Este capítulo tem como objetivo orientar o professor quanto ao uso do GeoGebra, oferecendo um guia prático e introdutório às principais funcionalidades da plataforma. Inicialmente, são apresentados os passos para acessar o ambiente, seguidos da explicação sobre como utilizar suas ferramentas para desenvolver novas tarefas e como aplicá-las em sala de aula.

4.1 COMO ACESSAR O GEOGEBRA

O acesso à plataforma do GeoGebra pode ser realizado diretamente pelo link: https://www.GeoGebra.org/?lang=pt_BR. Outra opção é buscar por *GeoGebra* no Google e clicar no primeiro resultado exibido, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Busca do GeoGebra no Google



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Após acessar a plataforma, clicar na opção '**Entrar no sistema**', conforme indicado na Figura 4.

Figura 4 – Opção Entrar no Sistema



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

No primeiro acesso, clicar em **‘Criar uma Conta’** (Figura 5). O usuário pode optar por vincular sua conta a outra plataforma, como o Google, ou criar uma conta a partir de um endereço de e-mail no próprio GeoGebra. Nos acessos seguintes, basta fazer *login* com sua conta nesta mesma página.

Figura 5 – Criar uma Conta

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para facilitar o acesso, recomenda-se a criação de uma conta vinculada perfil do usuário no Google. Assim, não será necessário memorizar senhas, sendo possível acessar a plataforma diretamente da conta Google.

4.2 FERRAMENTAS E RECURSOS DO GEOGEBRA

Ao acessar a plataforma (Figura 6), encontram-se diversas funcionalidades, como materiais, calculadora, recursos da comunidade e o perfil do usuário. A partir deste, é possível criar conteúdo, acessar a ‘Atividade GeoGebra’, organizar salas de aula virtuais e permitir o ingresso dos alunos.

Figura 6 – Opções Disponíveis na Plataforma



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para realizar uma busca, clica-se no menu de **‘Materiais’** ou **‘Recursos da Comunidade’**, ou ainda digita-se um termo específico diretamente na barra de pesquisa. O menu de Materiais é organizado em seis temas principais: Geometria, Funções, Cálculo, Trigonometria, Álgebra e Aritmética. Assim como o menu das calculadoras, que também tem seis opções disponíveis: Calculadora Padrão, Gráfica, Geométrica, 3D, Científica e Notas.

O botão destacado em azul, **‘Iniciar Calculadora’**, abre rapidamente uma calculadora com opções de gráficos. Já o botão **‘Recursos da Comunidade’**, ao lado, apresenta diversos materiais produzidos pela comunidade do GeoGebra. Para participar de uma tarefa proposta é possível acessar ela clicando em **‘Entrar na Tarefa’**. Em seguida, aparecerá uma aba solicitando o código da tarefa (Figura 7). Após digitá-lo e clicar no botão **‘Entrar’**, surgirão duas opções: entrar no sistema usando uma conta pessoal ou continuar sem fazer *login*. Para os alunos, é possível

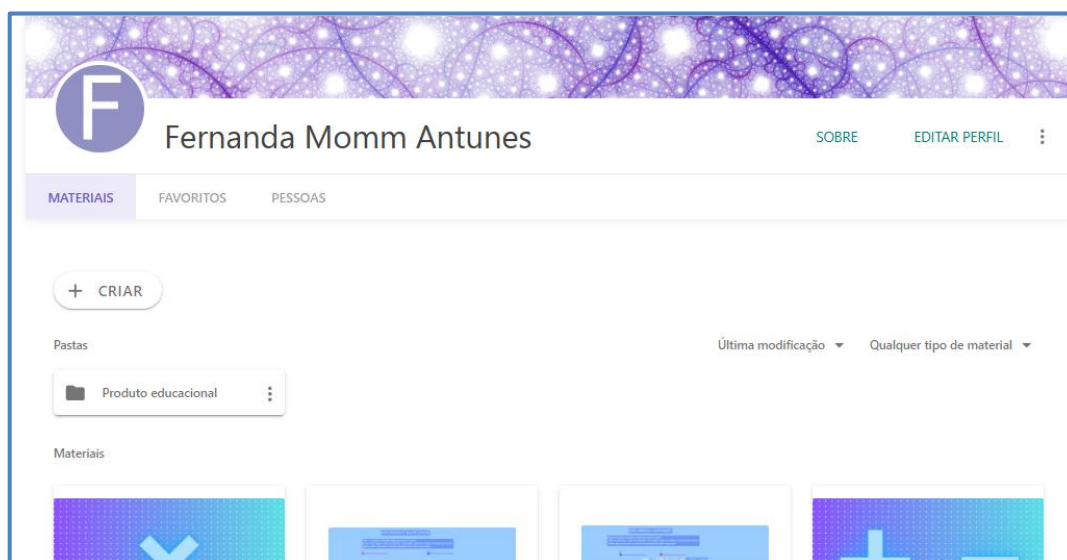
escolher a segunda opção e digitar o nome para acessar, sem necessidade de cadastro.

Figura 7 – Entrar na Tarefa

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para criar ou acessar seus próprios materiais, clique no perfil representado pela **letra inicial do seu nome de usuário**, localizado ao lado da opção 'Entrar em Tarefa'. A Figura 8 ilustra um exemplo de perfil.

Figura 8 – Perfil



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Ao clicar em '**Sobre**', são exibidas informações pessoais que podem ser modificadas por meio do botão '**Editar Perfil**'. Já o menu de '**reticência vertical**' (:) oferece opções como alterar a foto de perfil, mudar a imagem de fundo e sair da conta do GeoGebra. O botão '**Materiais**' apresenta os conteúdos salvos em sua conta, entre

eles: atividades, livros e salas de tarefas. O botão **‘Favoritos’** exibe materiais de outros autores que foram salvos para visualizações posteriores. Por fim, o botão **‘Pessoas’** mostra seus seguidores e as pessoas que você segue.

O menu **‘Criar’** permite organizar os arquivos em pastas, criar uma nova atividade ou livro, além de possibilitar o envio de arquivos do computador para o GeoGebra. Ao clicar em **‘Criar uma nova atividade’** temos as opções da Figura 9.

Figura 9 – Criar Uma Nova Atividade

Título

Incluir Elemento

Texto	Vídeo
GeoGebra	Imagem
Notas	Arquivo PDF
Questão	Web

[Gravar & Fechar](#) [Cancelar](#)

Visibilidade: Compartilhado com o Link

Para definir a visibilidade para "Público": por favor, feche esta tela, pressione : e escolha "Publicar".
 Por favor, note que os recursos não podem ter maior visibilidade do que o original. Também 'privado' não anexado a uma postagem pública.

Palavras-chaves:

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

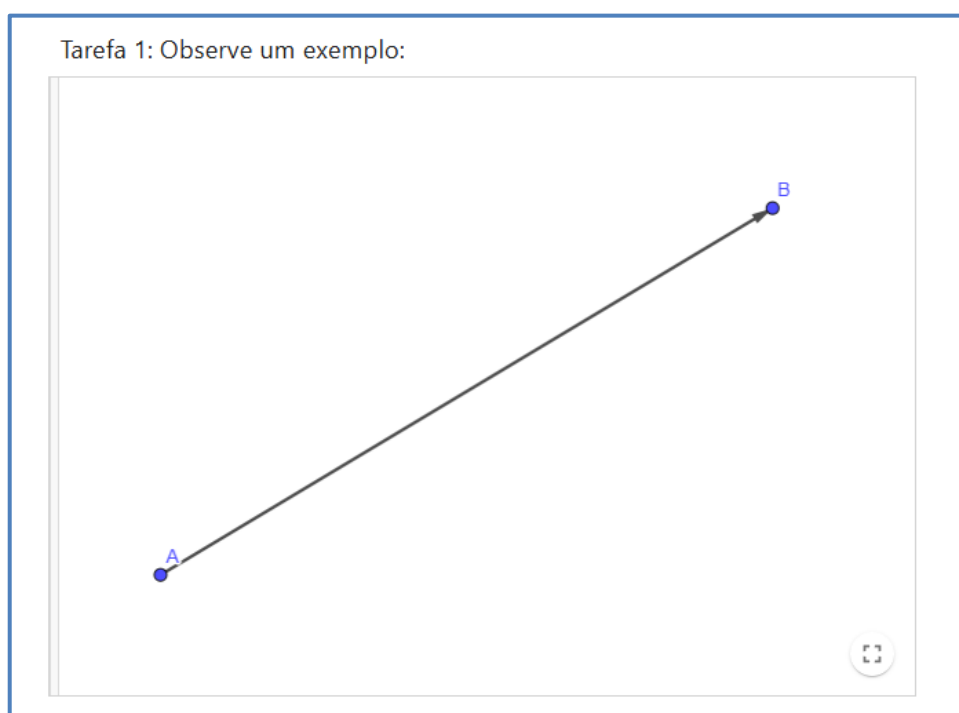
A opção **‘Texto’** é útil para iniciar uma atividade, pois permite incluir a descrição do conteúdo. Para torná-la atrativa, é possível adicionar vídeos, imagens, arquivos e links. Além disso, há a opção **‘GeoGebra’**, que integra os recursos das calculadoras da plataforma, permitindo a criação de gráficos e aplicativos, como jogos. A opção **‘Nota’** possibilita uma escrita livre, com a inclusão de desenhos e anotações manuais. Já a opção **‘Questão’** permite criar perguntas discursivas ou de múltipla escolha. Há ainda a opção de **‘Visibilidade’**, que permite tornar o material acessível ou não a outros usuários da plataforma. Também é possível incluir **‘Palavras-chave’**, facilitando a busca dos usuários pelos seus materiais.

Durante a criação das atividades, não há necessidade de separar as questões por itens, como 1, 2, 3 ou a, b, c, pois, ao ser atribuído a atividade ou o livro, será gerado os itens automaticamente pelo GeoGebra. Se os itens forem inseridos

manualmente, há o risco de a sequência ser alterada, o que pode causar confusão durante a realização das atividades.

Outro ponto importante é que o GeoGebra cria uma tarefa para cada tipo de calculadora utilizada, mesmo que seja apenas um exemplo. Por isso, é necessário informar os alunos de que uma atividade de observação também é considerada uma tarefa, mesmo que não exija resposta ou preenchimento de algo, como na Figura 10.

Figura 10 – Tarefa de Observação



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

As atividades do GeoGebra podem ter suas características alteradas ao se clicar em '**Configurações Avançadas**', no final de cada atividade (Figura 11). É possível ajustar a largura, altura e escala, com o objetivo de melhorar a visualização. Para que o aluno não tenha acesso às funções da calculadora e apenas visualize a atividade, é possível desmarcar todas as opções, principalmente aquela que permite o uso da tecla Shift, utilizada para arrastar e ampliar objetos. No entanto, caso a preferência seja por manter alguma funcionalidade ativa para que os alunos possam explorar, é importante deixar habilitada a opção '**Exibir ícone para reiniciar a construção**', pois, se o aluno modificar algo e quiser retornar à configuração inicial, bastará clicar nesse ícone para reiniciar.

Figura 11 – Configurações Avançadas

▼ Configurações Avançadas...

Largura Altura Modificar escala

☐ Preservar proporção

☐ Habilite o clique com o botão direito do mouse e a edição do teclado ☐ Exibir barra de menus

☐ Permitir que os rótulos possam ser movidos ☐ Exibir barra de ferramentas

☒ Exibir ícone para reiniciar a construção ☐ Exibir campo de entrada

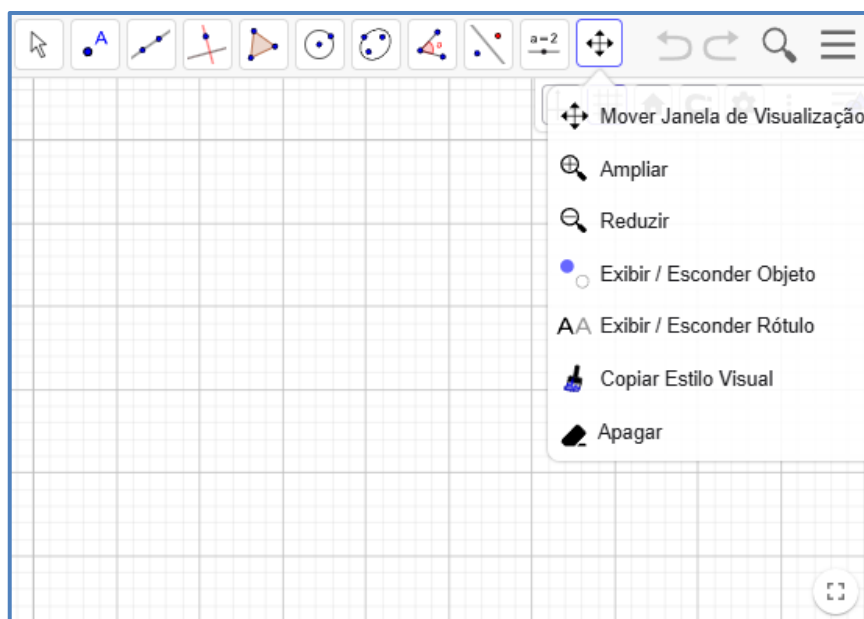
☐ Permitir o uso da tecla SHIFT para arrastar e ampliar ☐ Exibir Barra de Estilo

GeoGebra App

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Caso a preferência seja pela manipulação da calculadora, é interessante exibir os menus, a barra de ferramentas e o campo de entrada. É importante deixar claro ao aluno quais ferramentas serão utilizadas, uma vez que há diversas opções disponíveis, o que pode gerar confusão. Também é fundamental reforçar que ele tem liberdade para explorar os recursos e que, caso realize algum comando indesejado, pode utilizar as setas ao lado da lupa para desfazer ou refazer ações. Além disso, no menu **‘Mover Janela de Visualização’** (Figura 12), é possível selecionar a última opção para apagar informações inseridas.

Figura 12 – Apagar



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Durante a criação de uma atividade, também há a opção '**Configurações da Construção**' (Figura 13), localizada na parte inferior da página, em uma barra cinza, que permite alterar diversas informações. Ao clicar nessa opção, as configurações se expandem, possibilitando, por exemplo, alterar a imagem que será exibida como ícone da atividade, bem como inserir uma descrição específica.

Figura 13 – Configurações da Construção

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Além disso, é possível definir o público-alvo e o idioma de cada atividade individualmente, permitindo que esses elementos variem de uma atividade para outra, embora que, na prática, seja mais comum atribuir o mesmo público-alvo a todas. Assim, é possível personalizar cada atividade, atribuindo características específicas conforme os objetivos didáticos.

Ao clicar em '**Criar um livro**' (Figura 14), é possível reunir várias atividades em um único material. Para iniciar, é necessário preencher algumas informações, como título, idioma, descrição, faixa etária do público-alvo, palavras-chave e visibilidade. Após isso, basta salvar e começar a produção do livro.

Figura 14 – Criar um Livro

Criar Título da Página

Pode ser criado aqui um Livro de recursos GeoGebra, que poderá ser adicionado no próximo passo.

Título

Idioma

Portuguese / Português ▼

Descrição (opcional)

B **I** $f(x) =$ [www](#)   

Grupo alvo (idade)

Idade dos estudantes para os quais se destina este material

Idade: 3 – 19+

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Na criação do livro (Figura 15), há o ícone **‘Acrescentar Capítulo’**, que permite organizar as atividades em capítulos. Cada capítulo pode receber uma descrição, ao se clicar no ícone em formato de lápis, ou ser excluído, ao clicar no ícone em formato de lixeira. Dentro de cada capítulo, é possível incluir uma atividade clicando em **‘Incluir atividade’**. Para visualizar como o livro está ficando, basta clicar no botão **‘Visualizar Livro’**.

Figura 15 – Editar um livro

← **Editar Livro: Números inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra**

Conteúdo Título da Página Visualizar Livro

Capítulos

- 1. Descrição**  
2. Revisão de Conceitos
3. Operações com Números Inteiros
4. Problemas com Números Inteiros

Acrescentar Capítulo

Descrição

1  **Introdução**
21 de fevereiro de 2025 - 11:52
Fernanda Momm Antunes
Este material não está visível ao público

Incluir Atividade

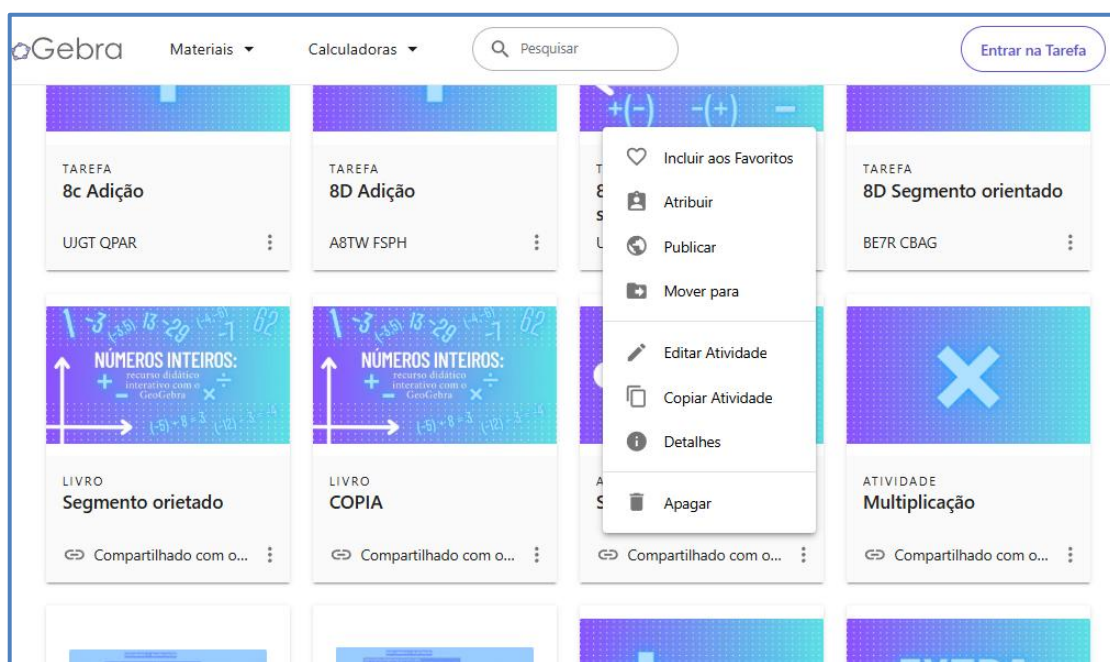
Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Ao clicar na opção **‘Título da Página’**, o usuário é redirecionado para a aba inicial da criação do livro, onde é possível alterar as informações gerais do livro.

4.3 APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

Para aplicar uma atividade, basta clicar nas reticências verticais de uma tarefa (Figura 16) e selecionar a opção **‘Atribuir’**. No caso da aplicação de várias tarefas simultaneamente, elas devem estar organizadas em um mesmo livro. Em um livro, é possível atribuir todas as tarefas de uma só vez ou editar seu conteúdo, excluindo aquelas que não serão utilizadas, de modo que permaneça apenas o conjunto de atividades desejado.

Figura 16 – Opções das Reticências Verticais



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Caso haja algum erro em uma tarefa, é possível acessá-la dentro do livro ou individualmente para realizar correções; as alterações serão atualizadas automaticamente para os alunos. No entanto, se for necessário modificar a tarefa sem alterar as aulas já atribuídas, recomenda-se duplicar o arquivo e renumera-lo antes de realizar as alterações.

Ao atribuir uma tarefa, aparecerá a opção **‘Atividade GeoGebra’** ou **‘Google Classroom’**. Escolha a que for da sua preferência. Para os alunos que não possuem conta, é possível utilizar a opção **‘Atividade GeoGebra’** (Figura 17). Nessa opção, é

interessante acrescentar o nome da turma, pois isso ajuda na organização das salas de aula. Outra opção importante é desmarcar a caixa **‘Os alunos podem ver a resposta correta’**, para que eles aguardem pela discussão em grupo antes de saber a resposta correta e não fiquem repassando as respostas aos colegas.

Figura 17 – Acessando a Atividade GeoGebra

GeoGebra Tarefa

Criar nova tarefa

Crie uma tarefa e veja o trabalho dos seus alunos em tempo real

Título da lição
Os sinais e os sentidos - 8ª ano A

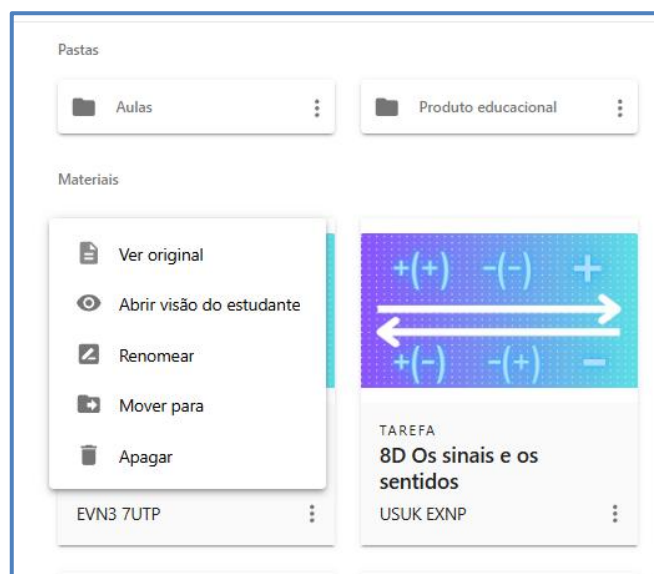
☐ Os alunos podem ver a resposta correta

Cancelar Criar

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para facilitar a organização, crie pastas. Para mover as salas criadas, basta clicar nas reticências verticais e selecionar a opção **‘Mover para’** (Figura 18). Em seguida, escolha a pasta desejada. Essa organização é interessante para separar as salas de aula das atividades, tornando o acesso mais rápido e prático.

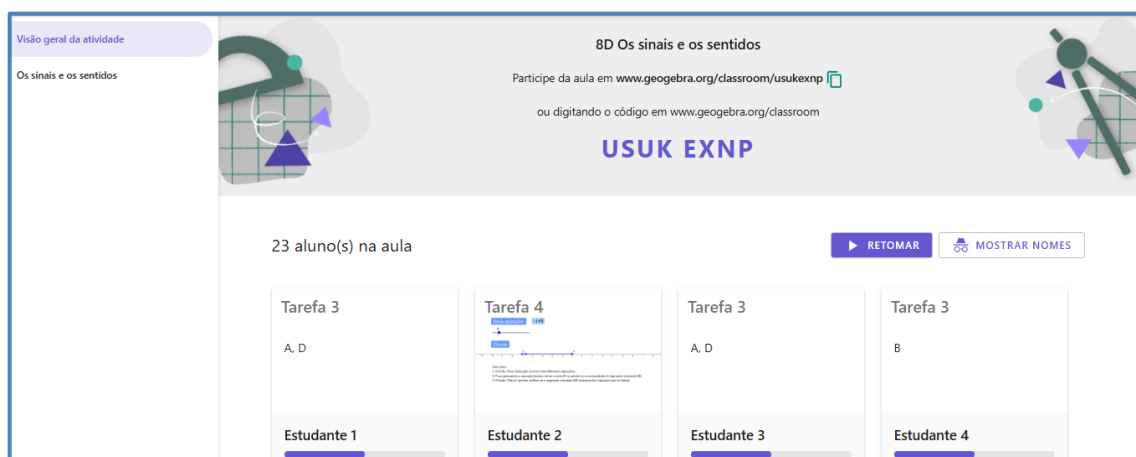
Figura 18 – Criando Pastas



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Na **Atividade GeoGebra**, é possível acompanhar o desenvolvimento de cada aluno simultaneamente (Figura 19). Também é possível **‘Pausar a atividade’**, para que os alunos interrompam o que estão fazendo e iniciem uma discussão sobre as respostas. Para evitar constrangimentos, há a opção **‘Ocultar nomes’**, que esconde a identidade dos estudantes. Dessa forma, o professor pode acessar cada atividade e promover debates com base nas respostas, sem expor ou prejudicar nenhum aluno.

Figura 19 – Sala de aula da Atividade GeoGebra



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para acessar a sala de aula, os alunos podem utilizar o link que aparece na sequência da frase **‘Participe da aula em’**. Caso não haja um canal de comunicação para envio desse link, os alunos podem seguir os mesmos passos descritos na seção **Como acessar o GeoGebra** deste produto educacional. Assim, ao acessarem a página do GeoGebra, deverão clicar em **‘Entrar na sala’**, digitar o código em destaque (em **caixa alta e letra azul**, conforme mostrado na imagem acima) e, em seguida, selecionar a opção **‘Sem conta’**, preenchendo a caixa com o nome.

5. O LIVRO NÚMEROS INTEIROS: RECURSO DIDÁTICO INTERATIVO COM O GEOGEBRA

Ao acessar o **Livro Números Inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra** (<https://www.GeoGebra.org/m/gjs4agpn>), é possível visualizar uma descrição geral (Figura 20) que apresenta seu objetivo, a autoria, o público-alvo e a estrutura do conteúdo. Nessa apresentação, destaca-se que o material foi desenvolvido com o propósito de dar significado às operações com números inteiros a partir de uma abordagem geométrica, utilizando representações visuais e a transição entre diferentes registros semióticos.

Figura 20 – Descrição Geral do Livro Números Inteiros

Números inteiros: recurso didático interativo com o GeoGebra

Autor: [Fernanda Momm Antunes](#)

Com o objetivo construir dar significado as operações com números inteiros a partir da geometria, que explora a visualização e a transição entre os diferentes registros de representação, este livro foi elaborado por Fernanda Momm Antunes, durante o curso de Mestrado Profissional em Matemática (ProfMat) da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), sob orientação da Professora Doutora Graciela Moro.

Este livro é destinado a estudantes do Ensino Fundamental Anos Finais, especialmente aqueles que não compreenderam plenamente os conteúdos relacionados aos números inteiros ou que, mesmo tendo tido contato com o tema em sala de aula, ainda apresentam dificuldades e necessitam de reforço. O material pode ser utilizado tanto em aulas regulares quanto em atividades de recuperação ou apoio pedagógico, oferecendo uma abordagem visual e interativa que favorece a compreensão gradual e significativa dos conceitos envolvidos.

O material apresentado está alinhado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especialmente às competências e habilidades previstas para o Ensino Fundamental no campo dos Números. A BNCC propõe que os estudantes desenvolvam a compreensão dos números inteiros, suas representações e as operações fundamentais, utilizando diferentes registros e estratégias de resolução. Nesse contexto, este livro contribui para o desenvolvimento dessas habilidades ao explorar as operações com números inteiros por meio de representações geométricas construídas no GeoGebra.

Duval (2012) destaca a importância da transição entre diferentes registros (como o visual, o simbólico e o verbal) para que o aluno possa estabelecer conexões profundas, compreendendo o funcionamento dos sinais e desenvolvendo estratégias de cálculo mais consistentes. Essa movimentação entre registros permite que os estudantes consolidem o aprendizado de forma mais sólida e flexível.

Para desenvolver uma aprendizagem significativa, apresentamos a seguinte estrutura:

- **Revisão de conceitos:** aborda os tópicos essenciais para a realização das atividades propostas. Nessa seção, é possível identificar os conhecimentos prévios dos alunos relacionados às noções de ponto, reta, plano, semirreta, segmento de reta e segmento orientado. Além disso, busca-se construir a compreensão dos sinais com base na ideia de direção ou sentido.
- **Operações com Números Inteiros:** utiliza-se a geometria para o ensino das quatro operações com números inteiros por meio de segmentos orientados. Outra estratégia adotada para favorecer a aprendizagem é a exploração de jogos. Também é realizada uma análise das relações entre os sinais nas operações.
- **Problemas com Números Inteiros:** visa consolidar os conteúdos por meio de exercícios com coordenadas, resolução de problemas com expressões numéricas e questões semelhantes às cobradas nas avaliações do CAEd¹.

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Ao descer a página, é possível visualizar a lista de conteúdos do livro (Figura 21), onde são apresentados os títulos dos capítulos e seções. Ambos serão descritos ao longo deste capítulo, com o objetivo de auxiliar o professor na utilização e aplicação do material em sala de aula.

Figura 21 – Trecho da Lista de Conteúdos



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

O material pode ser utilizado de diferentes formas, seja em sua totalidade ou por meio da seleção de partes específicas. É interessante ressaltar que, caso uma determinada atividade seja proposta de forma individual e haja pouca interação, recomenda-se marcar a opção **Os alunos podem ver a resposta correta** ao criar uma sala de aula na Atividade GeoGebra. Por outro lado, se a proposta envolver exploração e discussão coletiva, é preferível **não marcar essa opção**, permitindo que os alunos debatam suas respostas. A partir desse diálogo, o professor pode conduzir a turma à construção da resposta correta. Vale destacar que as respostas indicadas em cada tarefa servem apenas como referência e podem ser aprimoradas conforme o contexto e os objetivos pedagógicos do professor.

5.1 REVISÃO DE CONCEITOS

O intuito deste capítulo é revisar conceitos básicos necessários para o desenvolvimento das atividades propostas na seção *Operações com Números Inteiros*. Além disso, sua aplicação e a discussão entre professor e aluno contribuem para diagnosticar o nível de conhecimento prévio dos estudantes sobre o tema, ao mesmo tempo em que reforça os conteúdos abordados.

5.1.1 O Ponto e a Reta

Esta seção propõe os questionamentos **O que é um ponto?** e **O que é uma reta?**, solicitando tanto a definição quanto a forma de representação desses conceitos (Figura 22).

Figura 22 – Seção O Ponto e a Reta

O Ponto e a Reta

Autor: [Fernanda Momm Antunes](#)

Responda às questões abaixo com suas próprias palavras:

O que é um ponto?

Resposta correta: O ponto é uma elemento sem dimensão não possui comprimento, área, volume ou qualquer outra medida. Ele representa apenas uma posição exata no espaço, podendo estar situado tanto em um plano quanto em um ambiente tridimensional.

[TENTAR NOVAMENTE](#)

O que é uma reta?

Resposta correta: Uma reta é um conjunto infinito de pontos alinhados em uma mesma direção, que se estende indefinidamente nos dois sentidos. Ela é unidimensional, ou seja, possui apenas comprimento, sem largura ou espessura.

[TENTAR NOVAMENTE](#)

Vamos fazer no GeoGebra.

Explore as ferramentas abaixo e **construa um ponto e uma reta.**

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A proposta inicial é que o aluno reflita e formule, com base em seus conhecimentos prévios, o que entende por cada um deles. Caso surjam dificuldades para descrever, o professor pode intervir com questionamentos que instiguem o raciocínio e construção do significado.

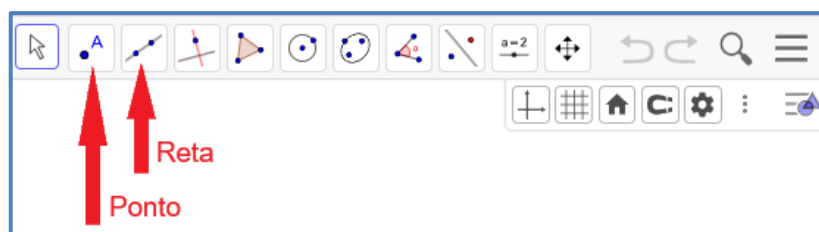
O ponto pode assumir diferentes significados, dependendo do contexto em que é utilizado. No cotidiano, por exemplo, pode representar o ponto final de uma frase, o ponto de ônibus ou ainda a pontuação em uma competição esportiva. Quando se trata de localização e dimensão, podemos pensar em escalas: a casa do aluno é um ponto dentro do bairro; o bairro, por sua vez, é um ponto em relação à cidade; a cidade é um ponto no mapa do Brasil; o planeta Terra é um ponto na Via Láctea; e a própria galáxia é apenas um ponto no espaço. Esses exemplos mostram como a noção de ponto pode variar conforme a perspectiva adotada, sendo fundamental para compreender representações espaciais e geométricas.

Já na Matemática, especificamente na Geometria, o ponto é um elemento sem dimensão, ou seja, não possui comprimento, área, volume ou qualquer outra medida. Ele representa apenas uma posição exata no espaço, podendo estar situado tanto em um plano bidimensional quanto em um ambiente tridimensional. Geralmente, o ponto é representado por uma letra maiúscula (como A, B ou C), conforme ilustrado na barra de ferramentas da última tarefa de representação geométrica (Figura 22). O ponto servirá como referência para as construções geométricas nas próximas seções, sendo fundamental na formação de elementos, como retas, segmentos e planos.

Ao responderem à segunda pergunta, os alunos podem dizer que uma reta é *uma linha que está sempre reta, um risco ou algo que não faz curva*. Essas respostas refletem suas experiências e percepções. Caso, nesse primeiro momento, o aluno consiga concluir que uma reta, geometricamente, é um conjunto de infinitos pontos alinhados na mesma direção, é possível considerar que ele já possui uma boa noção do conceito e não apresenta defasagens significativas. Pode-se ainda complementar essa resposta destacando que a reta é unidimensional, ou seja, possui apenas comprimento, sem largura ou espessura.

Para os alunos que já conhecem a calculadora do GeoGebra, a construção de um ponto e uma reta ocorrerá rapidamente, sem dificuldades. Caso não dominem a ferramenta, será necessário um tempo de exploração para que encontrem os recursos necessários ou, ainda, a intervenção do professor para orientá-los na realização da atividade. Para fazer a atividade, basta selecionar o ícone de ponto e reta que estão indicados na Figura 23, para a reta é necessário clicar duas vezes.

Figura 23 – Ícones de Reta e Ponto



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

É possível que os alunos respondam de diversas formas as questões, sendo necessária uma discussão para compreender essas diferentes perspectivas. Dessa maneira, os alunos poderão fazer a transição entre o uso cotidiano da linguagem e o significado matemático que deve ser adotado para a realização das tarefas.

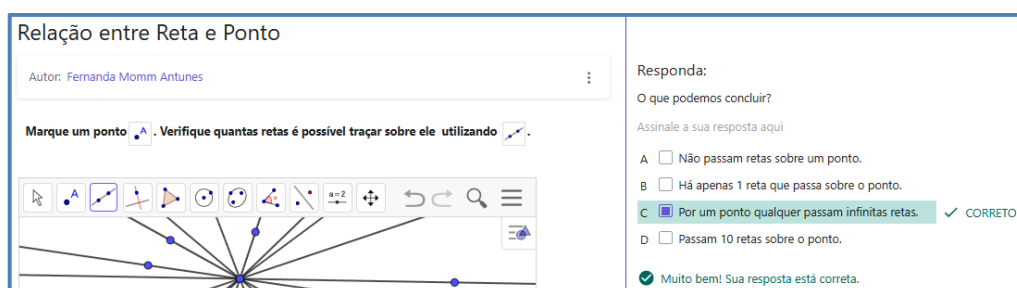
Nesta seção, observa-se um **tratamento entre registros de representação** quando os alunos leem a pergunta e realizam uma descrição escrita, utilizando o registro discursivo. Em seguida, ocorre uma **conversão de registros**, quando o estudante representa graficamente as tarefas anteriores, por meio de um desenho no GeoGebra.

O professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões ao solicitar uma explicação oral. Alguns questionamentos podem ajudar na validação: *Se alguém tivesse apenas o desenho, conseguiria fazer a sua descrição? Como?* e *Se trocarmos o desenho para uma frase, a ideia continua a mesma?*

5.1.2 Relação entre Reta e Ponto

Esta seção analisa a relação entre a reta e o ponto por meio da representação geométrica e dos respectivos questionamentos. Para iniciar, solicita-se ao aluno que verifique quantas retas é possível traçar passando por um ponto (Figura 24).

Figura 24 – Verificação de quantas retas passar por um ponto



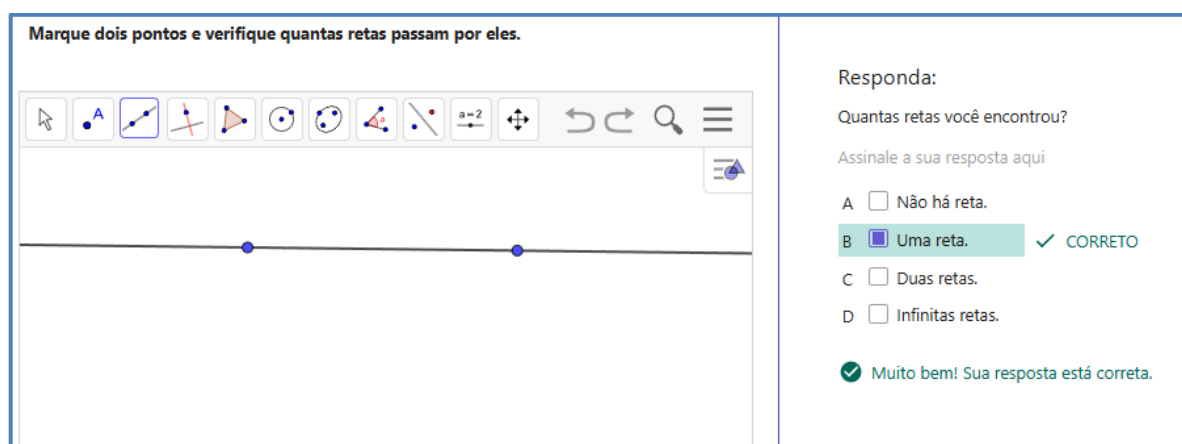
Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para executar essa tarefa, pode-se marcar o ponto e utilizar a ferramenta *Reta* para tentar traçar diferentes retas. Nesse momento, o aluno perceberá que é possível desenhar várias retas passando por um mesmo ponto. Assim, espera-se que ele conclua, na questão seguinte, que por um ponto qualquer passam infinitas retas.

Caso o aluno não chegue a esse conclusão, o professor pode intervir com questionamentos que incentivem a investigação. Por exemplo: *Você tentou traçar retas em outras direções?* ou *E se mudarmos apenas a inclinação da reta, ainda passando pelo mesmo ponto?* O professor também pode solicitar que os alunos comparem a quantidade de retas traçadas com as de seus colegas, promovendo uma discussão que os leve a construir a conclusão em conjunto.

A segunda investigação consiste em verificar quantas retas passam por dois pontos (Figura 25). A princípio, marca-se dois pontos e traça-se uma reta sobre eles. O aluno pode tentar continuar traçando retas sobre a mesma linha, o que pode gerar os questionamentos *Essas retas são coincidentes?* ou *São várias retas?* Nesse momento, espera-se que o aluno conclua que não há várias retas, mas sim uma única reta que passa pelos dois pontos. Cabe ao professor intervir, caso necessário, para esclarecer que, quando traçamos duas retas coincidentes, estamos, na verdade, desenhando a mesma reta, várias vezes.

Figura 25 – Verificação de quantas retas passam por dois pontos

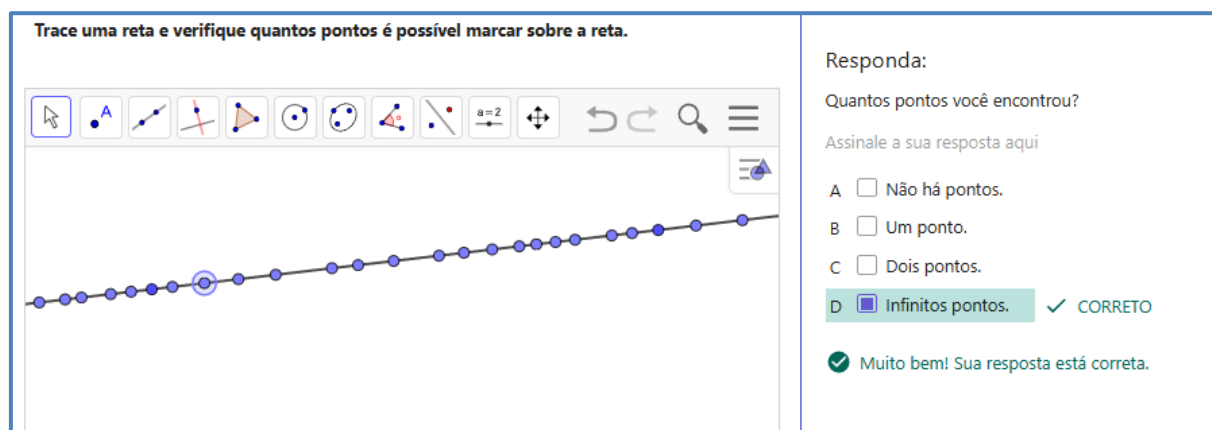


Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A terceira investigação consiste em verificar quantos pontos é possível marcar sobre uma reta (Figura 26). Acredita-se que essa situação seja rapidamente compreendida pelos alunos, pois, ao marcarem os pontos, logo percebem que sempre é possível marcar mais um. Caso surja o questionamento de que não estão conseguindo marcar um ponto entre outros já existentes, isso pode ocorrer porque os

pontos estão muito próximos, e a calculadora pode não permitir. Para resolver isso, será necessário ampliar a escala utilizando os atalhos Ctrl + ou Ctrl -, o botão giratório (zoom), ou, caso o dispositivo tenha tela sensível ao toque, usar o gesto de afastar os dedos para ampliar a visualização.

Figura 26 – Verificação de quantos pontos é possível marcar sobre a reta



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para auxiliar os alunos que apresentam dificuldades em compreender quantos pontos podem ser marcados sobre uma reta, o professor pode propor questionamentos que estimulem a reflexão, como: *Você conseguiu marcar um ponto sobre a reta?*, *Consegue marcar outro ponto?* ou ainda *Será que existe um limite de pontos que podemos marcar?*

Nesta seção, ocorre uma **conversão de registros** quando o aluno realiza a leitura do enunciado da tarefa e, em seguida, efetua a representação geométrica solicitada. Além disso, ocorre conversão quando o estudante interpreta a situação que representou graficamente e seleciona uma alternativa que expressa, em linguagem natural, o conceito compreendido, assinalando o símbolo de *cheque* correspondente.

Para verificar se os alunos compreenderam efetivamente as conversões realizadas, o professor pode recorrer a perguntas que estimulem a explicitação do raciocínio, como: *Onde, no desenho, aparece o que estava descrito no texto?*, *Por que você escolheu essa alternativa?* *Como ela se relaciona com a figura que construiu?* e *O que ajudou a assinalar a resposta correta: a leitura do enunciado ou a análise da figura?*

5.1.3 Plano

Temos o questionamento sobre o que é um plano nesta seção, sua representação e a relação com as retas. Observe a Figura 27, nela há a primeira tarefa que consiste em responder à pergunta: *O que é um plano?*. Os alunos podem dizer que é *uma superfície lisa, uma folha de papel infinita* ou *um lugar onde ficam pontos e retas*. Para aprofundar a compreensão, o professor pode estimular a reflexão por meio de perguntas como: *O plano tem fim ou é infinito?*, *Quais dimensões que o plano possui?* e *Como podemos representar um plano geometricamente?*. Dessa forma, é possível conduzir os alunos à ideia de que o plano é uma superfície bidimensional, sem espessura, que se estende infinitamente.

Figura 27 – Questões sobre o plano

Responda:

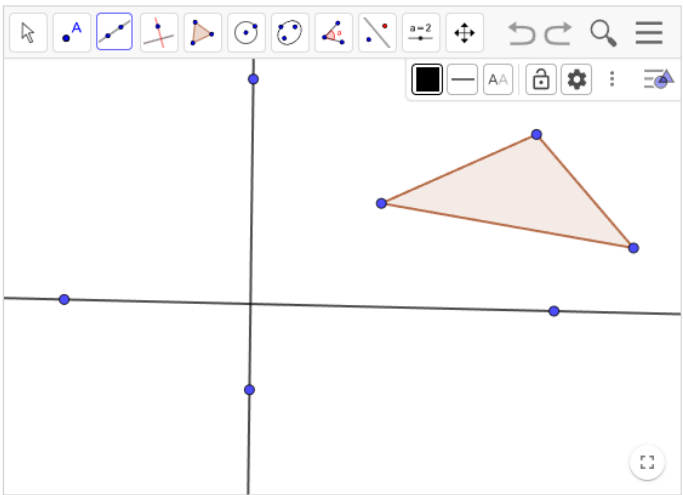
O que é um plano?

π É uma superfície.

Resposta correta: Um plano é uma superfície plana, infinita e bidimensional ou seja, possui apenas largura e comprimento, mas não tem espessura.

TENTAR NOVAMENTE

Como podemos representá-lo?



Utilizando a reta  verifique quantas retas é possível passar em um plano.

Agora responda:

Quantas retas passam por um plano?

π Por um plano é possível passar várias retas.

Resposta correta: Infinitas retas podem passar por um mesmo plano.

TENTAR NOVAMENTE

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para a representação geométrica de um plano, o aluno pode desenhar duas retas perpendiculares, relacionando-as com a ideia dos eixos x e y . Outra maneira é desenhar uma figura geométrica que tenha no mínimo três pontos não colineares, utilizando a ferramenta de polígono. Para auxiliar, o professor pode *questionar O que você pode desenhar para representar uma superfície plana?* ou *Quais elementos geométricos ajudam a mostrar que estamos em um plano?*. Em seguida, pode direcionar a atenção dos estudantes para os pontos e retas, perguntando: *É possível representar um plano com apenas uma reta?* ou *O que acontece se marcarmos apenas dois pontos? E se marcarmos três?*. Essas perguntas levam os alunos a perceberem que, para representar um plano, é necessário usar pelo menos três pontos não colineares.

Após finalizar essa tarefa, é proposto que o aluno retome a atividade anterior e verifique quantas retas é possível traçar sobre um plano, antes de responder ao questionamento: *Quantas retas passam por um plano?*. Alguns alunos, apenas ao visualizar o plano, já percebem que é possível desenhar várias retas sobre ele. No entanto, caso o aluno não consiga identificar essa possibilidade, o professor pode intervir com perguntas como: *Quantas retas você conseguiu traçar sobre o plano?* ou *Você acredita que é possível continuar traçando mais retas?*. Esses questionamentos incentivam a reflexão e auxiliam o aluno a compreender que, em um plano, é possível traçar infinitas retas, o que o ajuda a responder à última tarefa.

Nesta seção, observa-se um **tratamento** quando os alunos leem a pergunta e elaboram uma descrição escrita, utilizando o registro discursivo. Em seguida, ocorre uma **conversão** de registros, quando o estudante representa graficamente a tarefa anterior, utilizando as ferramentas do GeoGebra para desenhar um plano. Posteriormente, há uma nova conversão, quando o aluno traça várias retas na representação geométrica e responde discursivamente à questão: “Quantas retas passam por um plano?”. Assim, há alternância entre diferentes registros ao relacionar linguagem natural, construção geométrica e argumentação.

O professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões realizadas propondo questionamentos que os levem a refletir sobre suas próprias produções, como: *O que, na sua construção do plano, corresponde ao que você escreveu na descrição inicial?*, *O que você representou geometricamente?* e *Você acha que é possível resolver apenas lendo o enunciado, sem desenhar? Como?*.

5.1.4 Reta, Semirreta e Segmento de Reta

Para diagnosticar o conhecimento dos alunos e revisar os conceitos de reta, semirreta e segmento de reta, esta seção propõe questões e reforça o aprendizado através da representação gráfica das respostas, conforme apresentado na Figura 28.

Figura 28 – Questões sobre a reta, a semirreta e o segmento de reta

Responda as questões a seguir:

O que é uma reta?

Assinale a sua resposta aqui

A ☒ A reta é imaginada sem espessura, não tem início nem fim, sendo infinita nos dois sentidos. ✓ CORRETO

B ☐ A reta é uma linha com início definido, mas que se estende infinitamente em apenas um sentido.

C ☐ A reta é uma linha limitada, com início e fim definidos.

D ☐ A reta é formada apenas por três pontos.

✓ Muito bem! Sua resposta está correta.

O que é uma semirreta?

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ A semirreta é uma linha que não tem início nem fim, sendo infinita nos dois sentidos.

B ☒ A semirreta é uma parte de uma linha reta que possui um ponto inicial, chamado origem, mas que se estende infinitamente em uma direção. ✓ CORRETO

C ☐ A semirreta é uma linha limitada, com início e fim definidos.

D ☐ A semirreta é uma parte da reta que se estende infinitamente, mas sem um ponto de origem.

✓ Muito bem! Sua resposta está correta.

O que é um segmento de reta?

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ O segmento de reta é não tem começo nem fim, ou seja, é infinito nos dois sentidos.

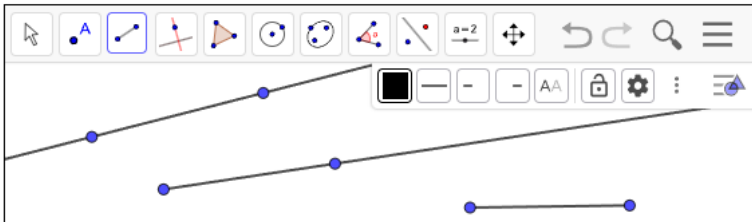
B ☐ O segmento é uma linha com início definido e não tem fim em apenas um sentido.

C ☒ O segmento de reta é uma parte de uma linha reta que é delimitada por dois pontos finais distintos, chamados de extremos. ✓ CORRETO

D ☐ O segmento de reta é uma parte da reta que é infinita nos dois sentidos, com um ponto de origem no zero.

✓ Muito bem! Sua resposta está correta.

Represente uma reta, uma semirreta e um segmento de reta.



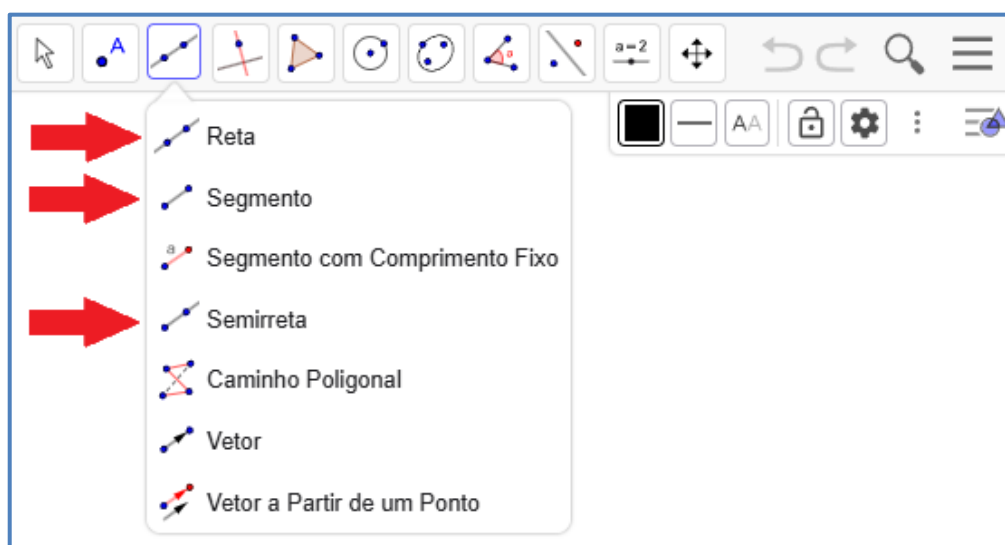
Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Sugere-se deixar os alunos responderem às perguntas sem muitas interferências e, em seguida, discuta as respostas com eles. A primeira pergunta pode parecer repetitiva, mas ela é feita para verificar se os alunos absorveram a ideia e para compará-la com as demais questões. Acredita-se que essa questão não gere muitos questionamentos. Caso ainda haja dúvidas, o professor, pode auxiliar perguntando: *A reta tem início e fim? Como ela se comporta em suas extremidades?* ou *Você consegue imaginar uma linha que se estende infinitamente para os dois lados? Como ela seria?*

Para a semirreta, pode questionar: *Qual a diferença entre uma reta e uma semirreta?* ou *A semirreta tem um ponto de origem? Ela se estende para qual direção?*. Já para o segmento de reta, o professor pode perguntar: *O que delimita um segmento de reta?* e *Ele tem início e fim definidos ou é infinito como a reta?*. Essas questões orientam o aluno a refletir sobre as propriedades essenciais de cada figura geométrica e a relacioná-las com as alternativas da questão, classificando-as como corretas ou incorretas.

Para verificar a compreensão dos conceitos abordados, a última tarefa solicita aos alunos a representação geométrica de uma reta, uma semirreta e um segmento de reta. O professor pode auxiliar nesse processo orientando os alunos no uso das ferramentas do GeoGebra, indicando, por exemplo, a ferramenta Reta, Semirreta e Segmento de Reta conforme se observa na Figura 29.

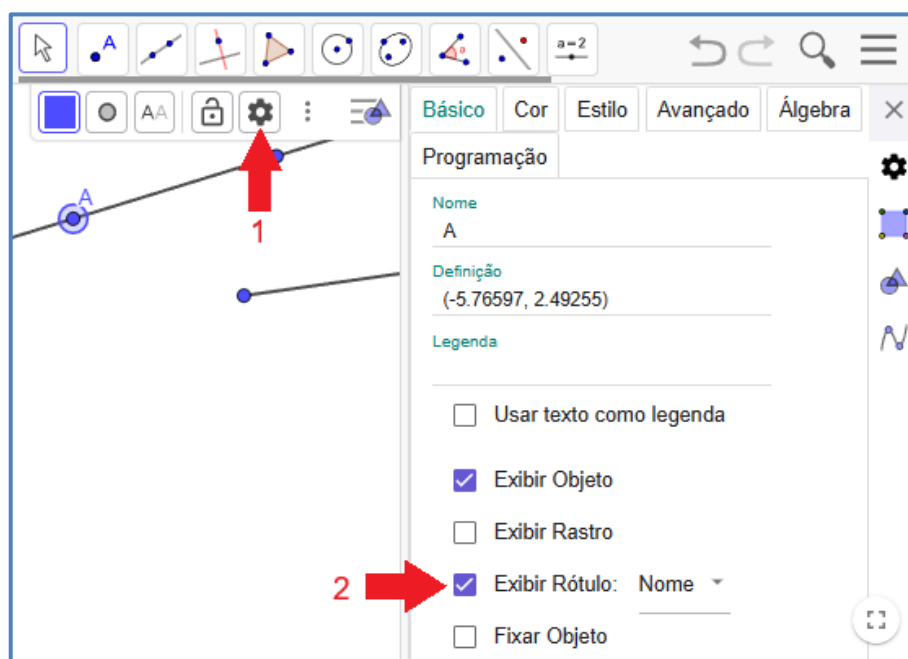
Figura 29 – Ícones da Reta, da Semirreta e do Segmento de Reta



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Além disso, o professor pode questionar os alunos sobre as diferenças visuais entre essas representações e incentivá-los a nomear os pontos, reforçando a identificação dos elementos principais de cada figura. Para nomear um ponto no GeoGebra, basta clicar sobre ele, acessar as ‘**Configurações**’ e selecionar a opção ‘**Exibir rótulo**’, conforme indicado na Figura 30.

Figura 30 – Como nomear um ponto



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Nesta seção, observa-se um **tratamento** entre registros de representação quando os alunos leem a pergunta e selecionam uma alternativa, mantendo-se no registro discursivo. Em seguida, ocorre uma **conversão** de registros quando o estudante passa a representar graficamente as respostas das demais tarefas, traduzindo o conteúdo discursivo para o registro geométrico.

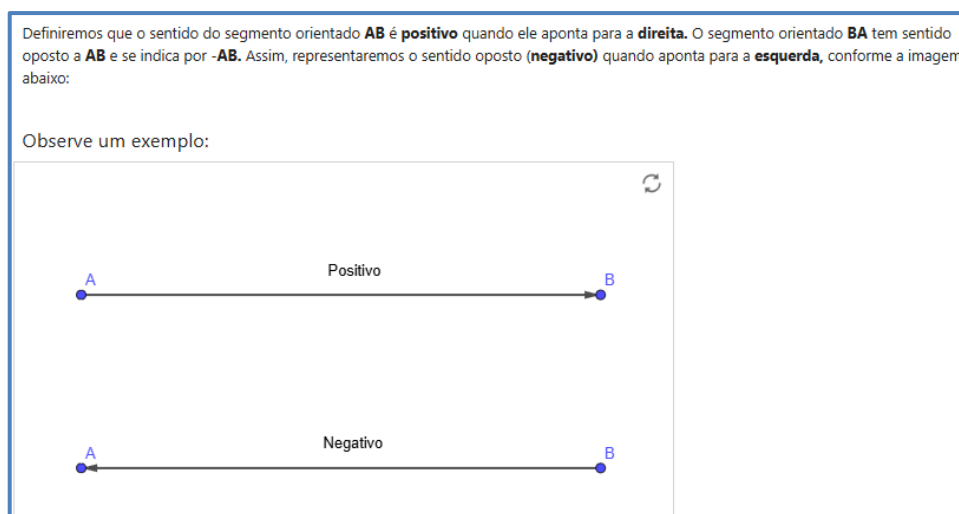
O professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões realizadas, propondo questionamentos que estimulem a reflexão e a explicitação do raciocínio, tais como: *Qual parte da sua construção geométrica corresponde à alternativa que você escolheu?*, *Se eu mostrar a sua representação geométrica para outro colega, ele conseguiria entender qual era a alternativa correta? Por quê?* e *Explique a representação geométrica com suas palavras, sem usar o desenho.*

5.1.5 Segmento Orientado

Para introduzir o conceito de segmento orientado no Ensino Fundamental, é necessário que o aluno compreenda previamente o que é um ponto e o que é um segmento de reta. A partir dessa base, esta seção apresenta a ideia de que, ao atribuir um sentido a um segmento, ele passa a ser denominado segmento orientado.

Tem-se, então, a introdução da ideia de sentido na Figura 31, relacionando direção e sinais. Nesse momento da explicação, o professor pode retomar o conceito de reta numérica e associá-lo à noção de sentido: para a direita, positivo; para a esquerda, negativo. Mencionar a reta numérica contribui para que o aluno relacione o novo conteúdo a algo já conhecido. Dessa forma, o termo *segmento orientado*, que inicialmente pode parecer novo ou complexo, passa a ser compreendido como uma extensão de um conhecimento já familiar.

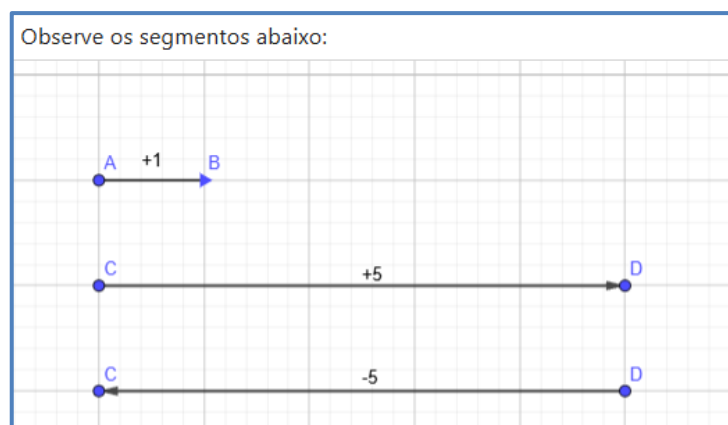
Figura 31 – Introdução da ideia de sentido



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

No GeoGebra, há uma malha quadriculada (Figura 32) que serve de base para relacionar as unidades de comprimento. A distância entre uma linha vertical em destaque e a próxima é considerada uma unidade. Assim, para representar o número 5, basta contar cinco vezes essa mesma distância. Se quisermos representar +5, atribuiremos a flecha apontando para a direita; já para representar -5, a flecha deve apontar para a esquerda.

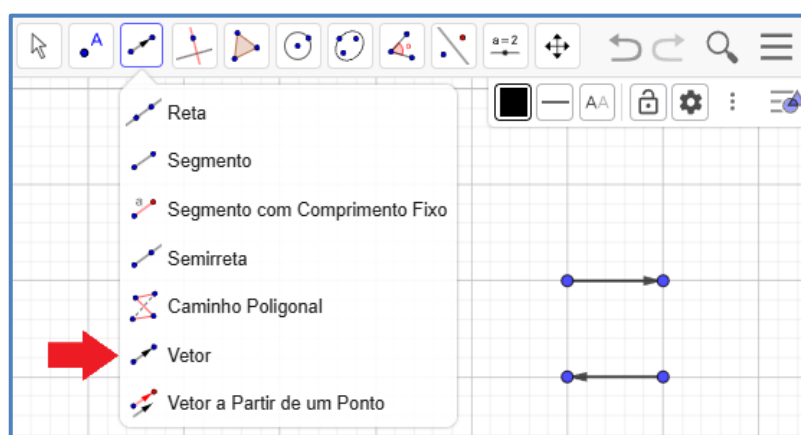
Figura 32 – Malha quadriculada



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para que os alunos realizem as atividades e o professor faça as explicações, recomenda-se a utilização da ferramenta vetor (Figura 33).

Figura 33 – Vetor



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Neste momento, é interessante comentar com os alunos que eles estudarão vetores no Ensino Médio e que, para alguns, esse estudo será aprofundado no Ensino Superior. Para os alunos do Ensino Fundamental, segmento orientado e vetor podem parecer a mesma coisa, pois são utilizados em um único plano, e ambos possuem três características principais: ponto de origem, sentido e comprimento (ou módulo).

Caso algum aluno questione a diferença entre vetor e segmento orientado, o professor pode explicar que, ao atribuir uma direção a um segmento, com uma seta indicando seu sentido, ele deixa de ser apenas uma linha entre dois pontos e passa a representar um deslocamento. Essa é justamente a ideia de vetor: um elemento que possui módulo (comprimento), direção e sentido. Por exemplo, se marcarmos os pontos A e B em uma malha quadriculada e desenharmos uma seta de A até B,

estaremos criando um vetor $\overrightarrow{AB}$, que representa um deslocamento do ponto A até o ponto B. O segmento orientado, portanto, é uma forma geométrica de representar um vetor. No entanto, nem todo segmento orientado é considerado vetor em contextos matemáticos mais avançados, pois o vetor também pode ser representado fora da malha ou sem um ponto de origem fixo, dependendo da aplicação (como em Física ou Álgebra Linear). Para o Ensino Fundamental, entretanto, é suficiente compreender que o vetor é um segmento com direção e sentido que representa a movimentação de um ponto a outro.

Após essas explicações, os alunos têm condições de seguir realizando algumas tarefas. As soluções estão apresentadas na Figura 34.

Figura 34 – Soluções das tarefas da seção Segmento Orientado

Represente um segmento orientado de 3 unidades de comprimento com sentido para a direita.

Qual o valor numérico que podemos associar a esse segmento?

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Represente um segmento orientado de 4 unidades de comprimento com sentido para a direita.

Qual o valor numérico que podemos associar a esse segmento?

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Represente um segmento orientado de 3 unidades de comprimento com sentido para a esquerda.

Qual o valor numérico que podemos associar a esse segmento?

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Represente um segmento orientado de 4 unidades de comprimento com sentido para a esquerda.

Qual o valor numérico que podemos associar a esse segmento?

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

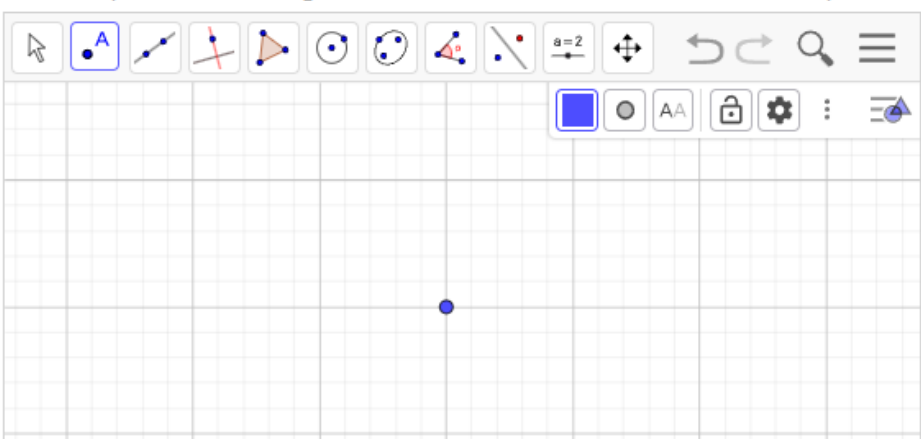
Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para os alunos que apresentarem dificuldades em representar algum segmento orientado, o professor pode intervir retomando a malha quadriculada como referência para a medida do comprimento, perguntando, por exemplo, quantas unidades existem entre duas linhas verticais e quantas dessas são necessárias para representar 4 unidades. Além disso, é importante reforçar a noção de sentido. Caso o aluno trace o segmento orientado na direção oposta, o professor pode questionar: *O que representa o lado esquerdo da reta numérica? E o lado direito?*, ou ainda: *Com qual mão você escreve? Ela está à sua direita ou à sua esquerda?*. Quando o aluno associa os lados do próprio corpo, como ombros ou braços, às direções direita e esquerda, ele consegue estabelecer uma relação mais concreta com os sentidos dos segmentos orientados.

No geral, as tarefas da Figura 34 não gerarão muitos questionamentos, além de algumas dificuldades relacionadas ao sentido dos segmentos. No entanto, a última tarefa da seção (Figura 35) tende a provocar mais dúvidas e questionamentos por parte dos alunos.

Figura 35 – Segmento orientado de zero unidade de comprimento

Tente representar um segmento orientado de zero unidades de comprimento.



Esse segmento de zero unidade é chamado de segmento nulo.

Você conseguiu utilizar um segmento para representá-lo? Se não, como podemos representá-lo?

As π Não, deixei em branco.

Resposta correta: Não, mas podemos representá-lo usando um ponto.

TENTAR NOVAMENTE

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Alguns alunos poderão afirmar que o zero não representa nada, optando por deixar a resposta em branco. Outros poderão dizer que ele pode ser representado por um ponto. Enquanto alguns ainda poderão traçar o segmento orientado e, em seguida, apagar a linha, deixando apenas dois pontos visíveis, como forma de indicar que o zero seria representado por dois pontos coincidentes.

Nesse momento, o professor pode promover uma discussão para que a turma conclua qual seria a representação mais adequada. Como estamos lidando com a ideia de deslocamento, o número zero representa a ausência de movimento. Ou seja, se não houve deslocamento, não é possível chegar a um segundo ponto, assim não podemos fazer a representação por dois pontos. Por outro lado, deixar a resposta em branco também não corresponde a uma representação. Assim, podemos associar o segmento de zero unidade a um ponto de partida no qual o corredor, por exemplo, permaneceu parado e não iniciou a corrida. Portanto, a melhor forma de representar geometricamente esse caso é com um único ponto.

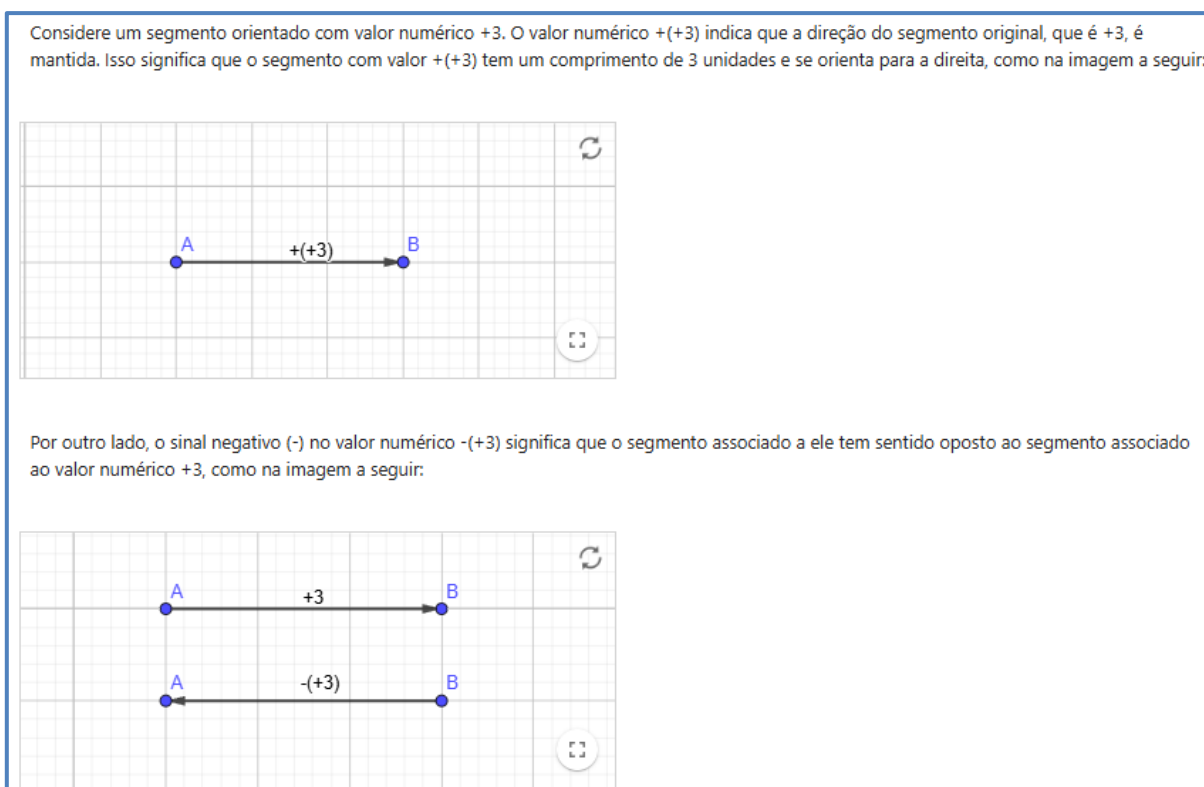
Nesta seção, observa-se uma **conversão de registros** quando o estudante passa do registro discursivo, ao ler e interpretar a pergunta, para o registro geométrico, ao realizar a representação no plano. Em seguida, ocorre uma **nova conversão**, do registro geométrico para o numérico, quando o aluno interpreta a figura construída e identifica o valor associado ao deslocamento representado.

Ao final desta seção, o professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões ao questionar: *Quais informações da pergunta você usou para construir essa figura no plano?*, *Como você encontrou esse número a partir da construção no plano?* e *Explique o caminho que você fez para ir do enunciado até chegar ao número final*.

5.1.6 Os Sinais e os Sentidos

O propósito desta seção é associar o sinal negativo à troca de sentido do segmento orientado, conforme a discussão no início da seção (Figura 36).

Figura 36 – Introdução da seção Os Sinais e os Sentidos



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Para introduzir essa seção o professor pode solicitar que os alunos façam uma leitura da parte introdutória e em seguida questionar qual foi o seu entendimento. Eles podem apresentar seus argumentos oralmente e/ou fazer representações geométricas no caderno ou na lousa com outros valores numéricos, por exemplo.

Caso os alunos apresentem dificuldades, o professor pode intervir utilizando a reta numérica como recurso visual e perguntar aos alunos: *Se $+3$ representa um deslocamento para a direita, o que aconteceria se trocássemos o sinal? Para onde iríamos?* Essa intervenção reforça a compreensão de que o sinal negativo está associado ao deslocamento reverso. Para reforçar essa ideia, o aplicativo dinâmico apresentado na sequência da tarefa (Figura 37) gera diversas operações que devem ser representadas na reta numérica. Isso permite que o aluno fixe a noção de troca de sentido e, conseqüentemente, compreenda melhor a relação entre sinal e sentido.

Figura 37 – Aplicativo e conclusão da seção Os Sinais e Os Sentidos

Vamos praticar?

Utilize o aplicativo do GeoGebra a seguir para representar as operações solicitadas em cada caso.

Nova operação: $+(-3)$



Checar

Instruções:

1. O botão 'Nova Operação' permite listar diferentes operações;
2. Para representar a operação listada, mover o ponto B no seletor ou na extremidade do segmento orientado AB;
3. O botão 'Checar' permite verificar se o segmento orientado AB corresponde a operação que foi listada.

CONCLUSÃO

Após as considerações acima assinale a(s) alternativa(s) que representa(m) a operação corretamente.

Assinale a sua resposta aqui

A ☒ $+(+3)=+3$ ✓ CORRETO

B ☐ $+(+3)=-3$

C ☐ $-(+3)=+3$

D ☒ $-(+3)=-3$ ✓ CORRETO

✓ Muito bem! Sua resposta está correta.

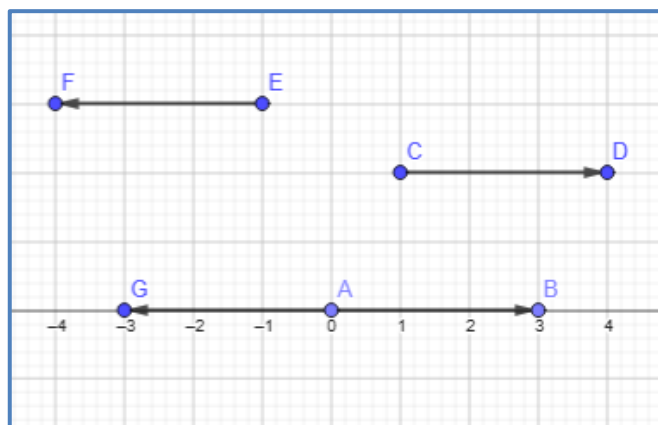
Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A tarefa 'Conclusão', retoma o mesmo tema explorado no aplicativo, agora utilizando a representação numérica. Acredita-se que, neste momento, os alunos já não apresentem mais dúvidas. No entanto, caso ainda surjam questionamentos, o professor pode utilizar o aplicativo para representar graficamente os itens abordados na conclusão e, assim, promover um debate com a turma sobre a veracidade de cada um deles.

Importa destacar que, na introdução da seção, os segmentos orientados não estão associados à reta numérica, diferentemente do que ocorre no aplicativo. Caso essa diferença cause dúvidas nos alunos, o professor pode recorrer a representações como a da Figura 38, esclarecendo que os segmentos orientados AB e CD são iguais por apresentarem o mesmo comprimento (3 unidades), a mesma direção (horizontal) e o mesmo sentido (para a direita), estando, portanto, associados ao valor numérico

+3. O mesmo acontece com os segmentos orientados EF e AG , que estão associados ao valor numérico -3 , pois tem sentido oposto a AB e CD .

Figura 38 – Segmentos orientados iguais



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Nesta seção, observa-se uma **conversão de registros**, desta vez do registro geométrico para o registro numérico, quando, a partir da exploração visual no aplicativo, o aluno identifica e assinala os itens numéricos verdadeiros. Esse movimento entre registros evidencia a capacidade de o estudante relacionar a representação gráfica construída às propriedades numéricas que ela expressa, articulando visualização e simbolização.

O professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões envolvidas nas tarefas, por meio de questionamentos que estimulem a explicitação do raciocínio, tais como: *Como você realizou a representação geométrica?*, *A representação geométrica no aplicativo te ajudou a decidir qual valor ou item marcar?* e *Como podemos fazer as representações geométricas das alternativas corretas da conclusão?*

5.2 OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

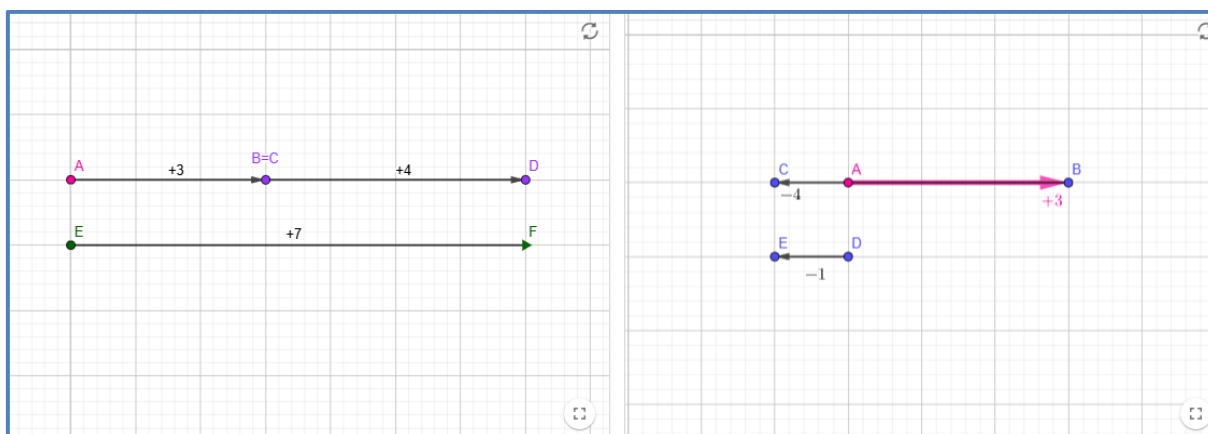
Este capítulo tem como objetivo dar significado às operações com números inteiros a partir da geometria, utilizando os conceitos desenvolvidos no capítulo anterior. Nele, são abordadas a construção das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), analisadas as relações entre elas e propostos jogos para a consolidação dos conteúdos.

5.2.1 Adição

Inicialmente, há a explicação de como realizar a operação de adição. É importante deixar claro que, após a representação do segmento orientado associado à primeira parcela de uma adição, a representação do segmento associado à segunda parcela deve ter origem coincidindo com a extremidade do segmento orientado que representa a primeira. No princípio, alguns alunos podem representar as parcelas uma abaixo da outra, como se fossem dois segmentos distintos. No entanto, nesse contexto, estamos tratando da junção dos segmentos. Por isso, é necessário destacar que um segmento é a continuação do outro.

Na Figura 39, apresentam-se representações gráficas das operações $(+3) + (+4)$ e $(+3) + (-4)$. Para a adição de parcelas com sinais iguais, basta posicionar um segmento seguido do outro, respeitando o sentido referente ao sinal das parcelas.

Figura 39 – Exemplos de representação geométrica das operações de adição



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

No caso de parcelas com sinais opostos, a sugestão é sobrepor os segmentos: a parte que estiver sobreposta representa valores que se anulam, pois, os segmentos estão em sentidos contrários. A parte que não estiver sobreposta corresponde ao valor resultante da operação.

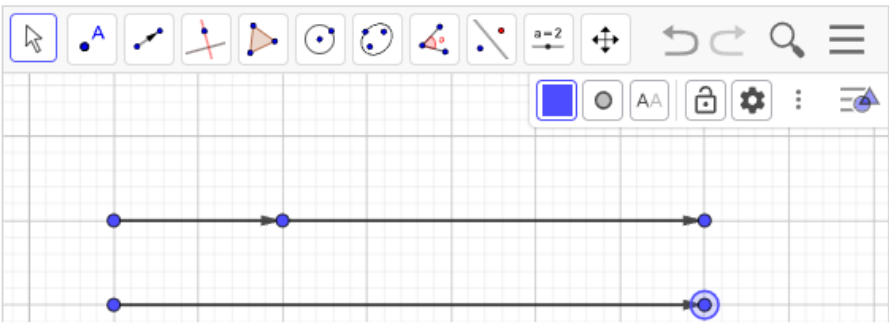
Após a introdução sobre como realizar a operação de adição, solicita-se aos alunos que representem geometricamente cinco operações com números inteiros, sendo também necessário indicar a solução de cada uma delas na forma numérica. Observe as soluções dessas tarefas nas Figuras 40 e 41.

Figura 40 – 1ª a 3ª tarefa sobre adição

$(+2) + (+5) =$

π $+7$

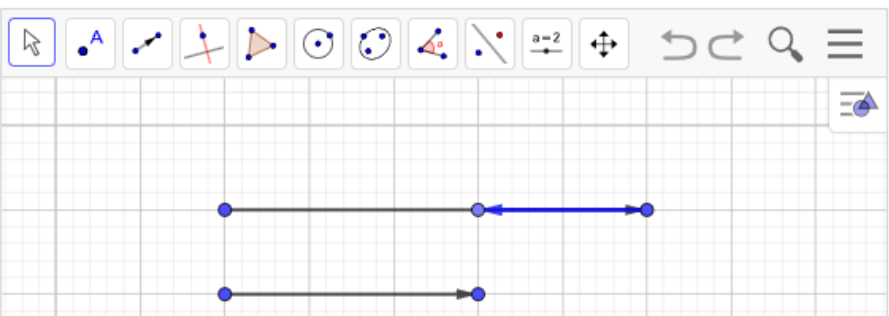
VERIFIQUE SUA RESPOSTA



$(+5) + (-2) =$

π $+3$

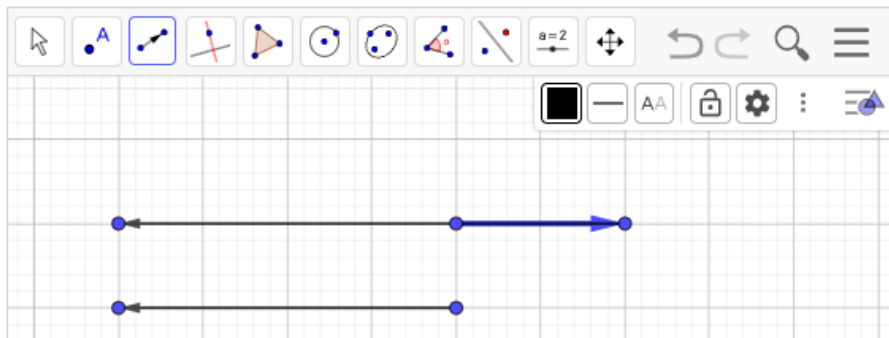
VERIFIQUE SUA RESPOSTA



$(+2) + (-5) =$

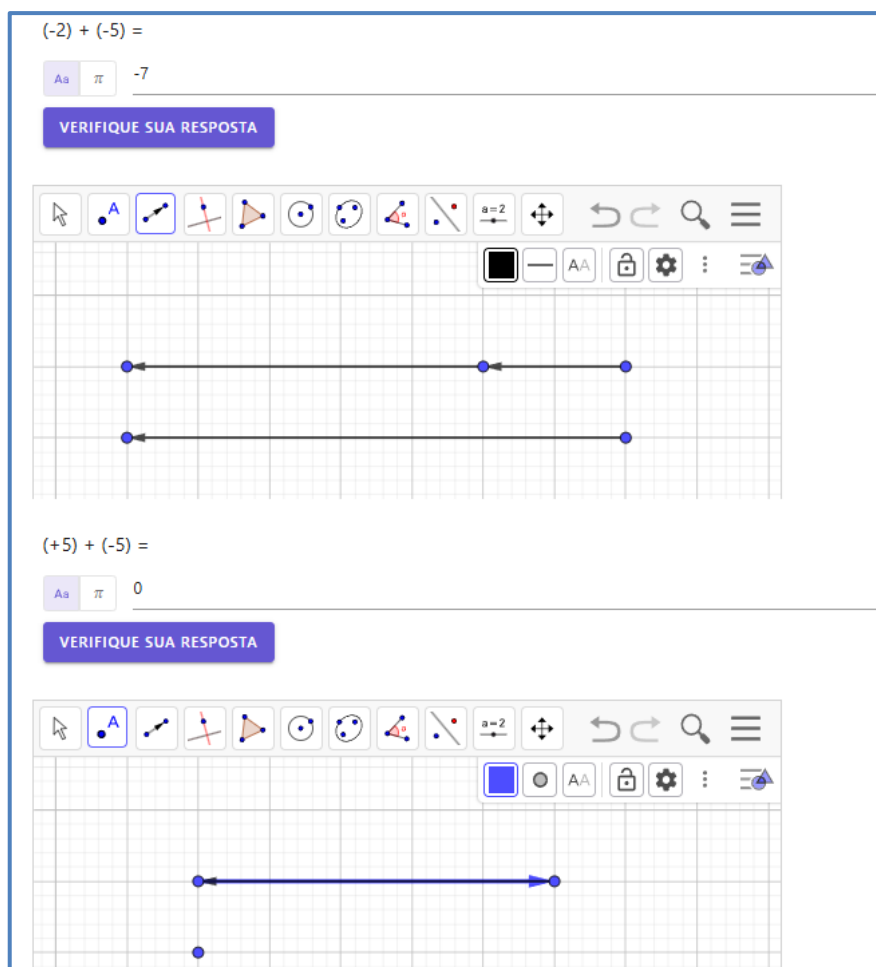
π -3

VERIFIQUE SUA RESPOSTA



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Figura 41 – 4ª e 5ª tarefa sobre adição



Fonte: Elaborado pela autora (2025).

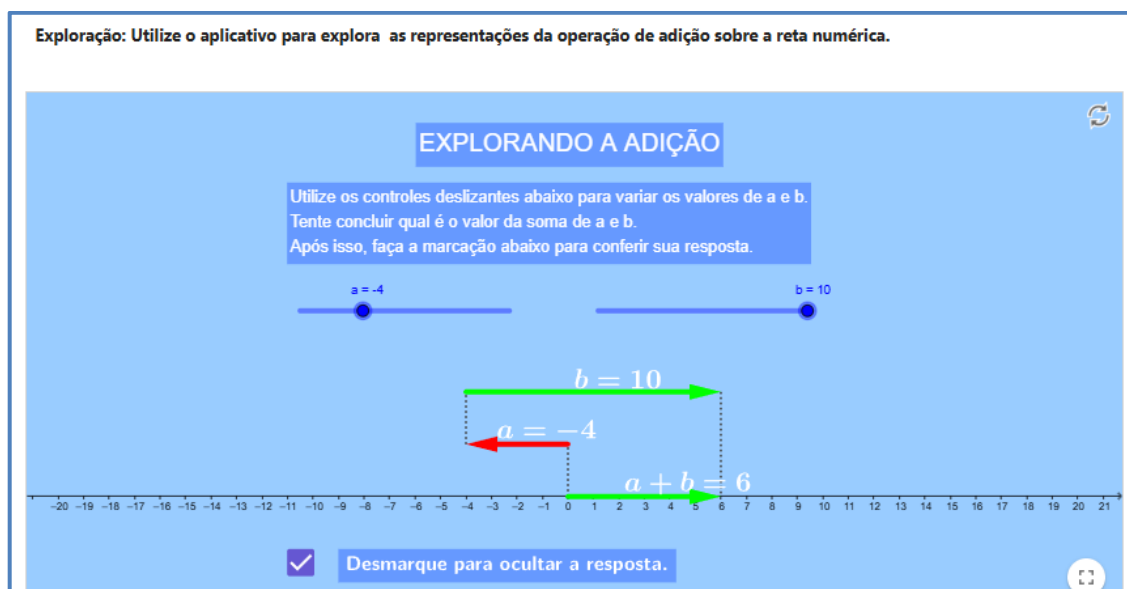
Caso o aluno apresente dúvidas sobre como realizar as operações utilizando o GeoGebra, o professor pode intervir com questionamentos, tais como: *O que significa adicionar dois números positivos?, Para qual direção você deve ser o deslocamento na reta numérica?* ou *E quando adicionamos dois números negativos, o que isso representa em termos de deslocamento?*.

Quando os sinais são opostos, o professor pode questionar: *Se você andou 5 unidades para a direita, e agora anda 2 para a esquerda, o que acontece com esse trajeto? Eles se anulam em alguma parte? e Qual parte do trajeto ainda não foi anulada? Qual o sentido do deslocamento que sobra?*.

Caso o aluno faça a representação geométrica e a numérica e perceba que elas não estão corretas, o professor pode orientar o aluno para que ele o erro fazendo as seguintes perguntas: *Você marcou corretamente o ponto inicial?, O segundo vetor está começando no final do primeiro?, Os segmentos têm o mesmo comprimento que os valores numéricos indicam? e Você usou o sentido correto para cada parcela?*.

Para finalizar a seção, há um aplicativo que explora a adição de números inteiros sobre a reta numérica, conforme a Figura 42.

Figura 42 – Aplicativo que permite explorar a adição



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A proposta do aplicativo é incentivar o uso do cálculo mental. O aluno escolhe aleatoriamente valores para a e b , realiza a adição mentalmente e, em seguida, marca o botão de verificação (cheque), visualizando a resposta ao lado da expressão $a + b$.

Nesta seção, observa-se uma **conversão de registros** quando o estudante passa do registro numérico para o registro geométrico. Em seguida, ocorre uma **nova conversão**, do registro geométrico para o registro numérico, quando, a partir da representação visual, o aluno identifica e escreve o resultado da operação.

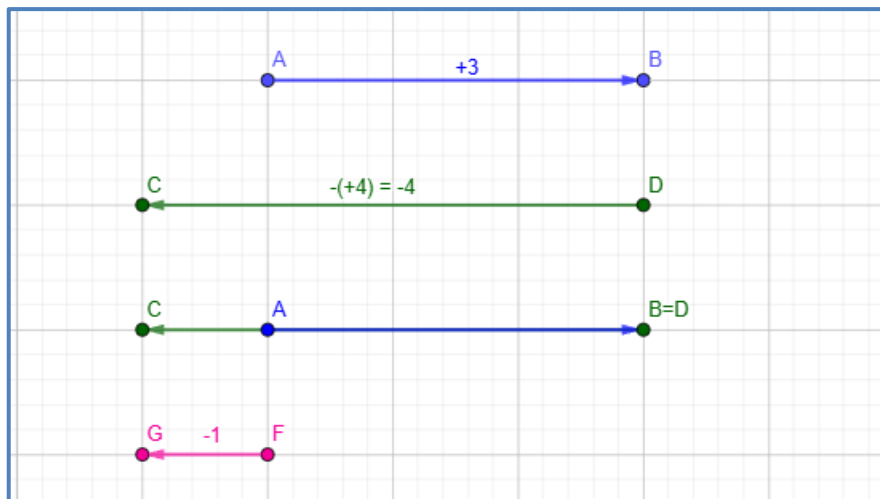
Caso o aluno já esteja familiarizado com as operações com números inteiros, pode ocorrer um **tratamento**: a partir da leitura da expressão numérica ele realiza o cálculo mentalmente e representa o resultado numericamente. Em seguida, pode ocorrer a **conversão** para o registro geométrico, ao desenhar a representação no plano.

Ao final desta seção, o professor pode verificar se os alunos compreenderam as conversões realizadas, fazendo alguns questionamentos, tais como: *Como você transformou a expressão numérica em uma representação no plano?*, *O que na figura indica o resultado da operação?* e *Você consegue explicar o raciocínio mental que usou para encontrar o resultado sem desenhar?*.

5.2.2 Subtração

A proposta desta seção é similar à da seção anterior, por isso os alunos tendem a realizá-la com agilidade. Da mesma forma, o professor pode retomar os questionamentos utilizados anteriormente para apoiar os estudantes que apresentarem dúvidas. O diferencial desta seção em relação à anterior está na agregação do conteúdo trabalhado na seção *Os Sinais e os Sentidos*. Nesse momento, é importante reforçar aos alunos que, ao aparecer um sinal negativo antes do parêntese, isso indica que o sentido do segmento deve ser invertido. Ou seja, o aluno deverá desenhar o segmento orientado no sentido oposto. Assim, por exemplo, para representar geometricamente a operação $+3 - (+4)$, é necessário representar os segmentos correspondente a $+3$ e a $-(+4)$ e adicioná-los conforme o exemplo da Figura 43 que está na explicação da seção. Essa abordagem permite concluir que $+3 - (+4) = +3 + (-4)$.

Figura 43 – Exemplo que explora a subtração $+3 - (+4)$



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Na realização das tarefas que são propostas nesta seção, espera-se que os alunos que já compreenderam a proposta apresentada na seção *Os Sinais e os Sentidos* façam a representação do primeiro segmento e, em seguida, a do segundo segmento com o sentido oposto de forma automática, conforme apresentado nas Figuras 44 e 45.

Figura 44 – 1ª a 3ª tarefa sobre subtração

$(+2) - (+5) =$

Aa π -3

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

A number line on a grid showing the subtraction of 5 from 2. A blue dot is at 2, and a black dot is at 5. A blue arrow points left from 2 to 5, representing the subtraction. A black arrow points left from 5 to 0, representing the subtraction of 5. The final position is at -3.

$(+2) - (-5) =$

Aa π +7

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

A number line on a grid showing the subtraction of -5 from 2. A blue dot is at 2, and a black dot is at -5. A blue arrow points right from 2 to -5, representing the subtraction. A black arrow points right from -5 to 7, representing the subtraction of -5. The final position is at 7.

$(-2) - (-5) =$

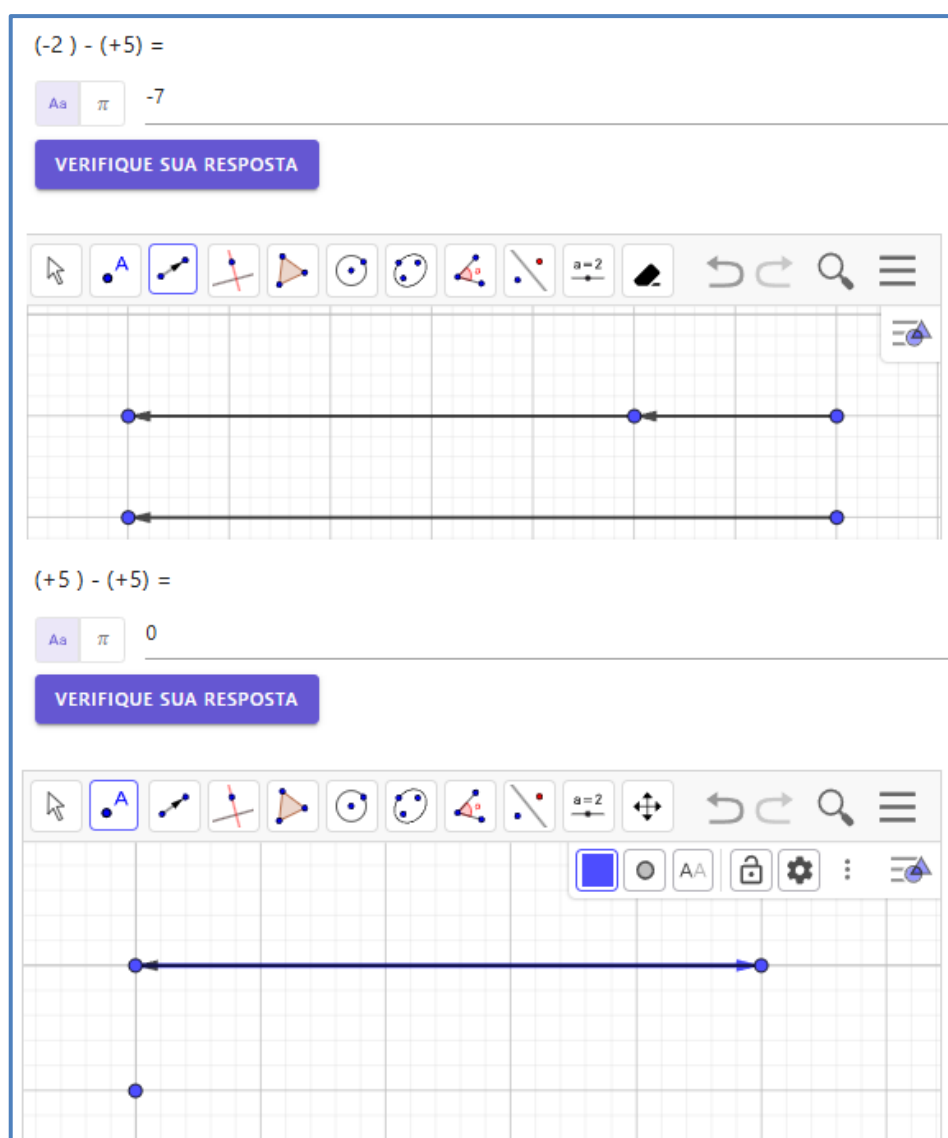
Aa π +3

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

A number line on a grid showing the subtraction of -5 from -2. A blue dot is at -2, and a black dot is at -5. A blue arrow points right from -2 to -5, representing the subtraction. A black arrow points right from -5 to 3, representing the subtraction of -5. The final position is at 3.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Figura 45 – 4ª e 5ª tarefa sobre subtração



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Para os alunos que ainda apresentam dúvidas sobre a operação de subtração, o professor pode propor reflexões como: *Se estamos subtraindo, o que muda em relação à adição?*, *O que representa o sinal de menos nesta operação?* *Se +5 é um deslocamento para a direita, como seria -5?* *E se fosse -(+5)?*.

Ademais, na discussão das tarefas da referida seção (Figuras 43 e 44) o professor pode conduzir os alunos a concluírem a equivalência das sentenças:

$$(+2) - (+5) = +2 + (-5)$$

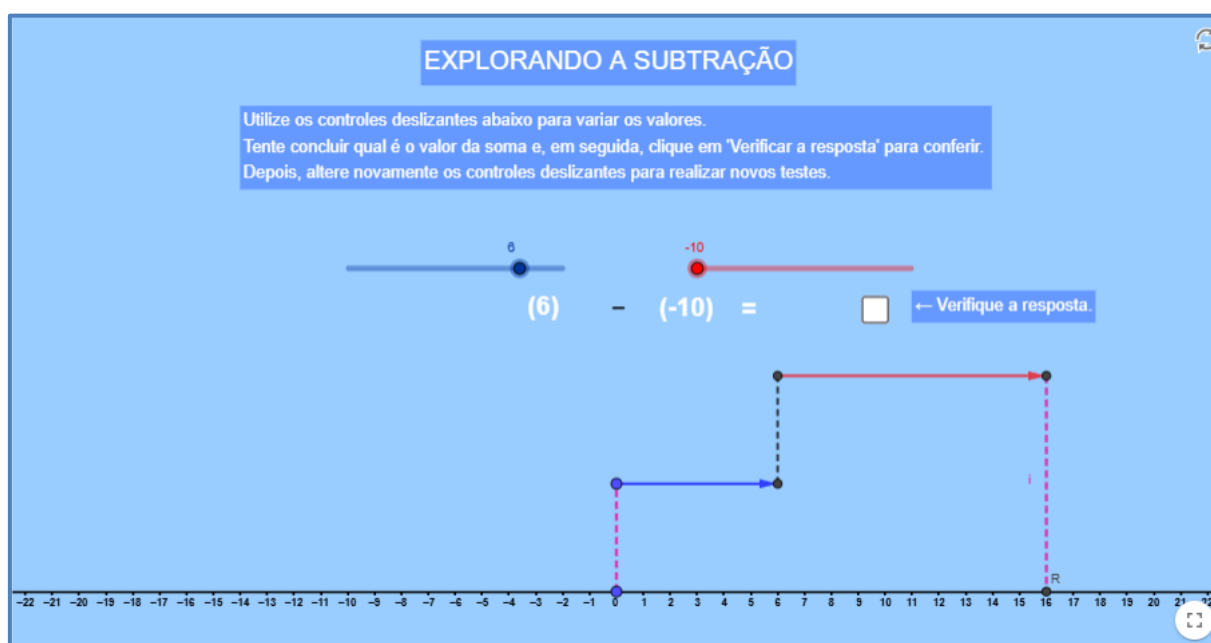
$$(-2) - (-5) = -2 + (+5)$$

$$(-2) - (+5) = (-2) + (-5)$$

$$(+5) - (+5) = +5 + (-5)$$

Para finalizar a seção, apresenta-se um aplicativo (Figura 46) que explora a subtração na reta numérica, de forma similar ao utilizado na seção da adição. Assim, é provável que, neste momento, os alunos já estejam familiarizados quanto ao seu funcionamento. O professor pode aproveitar para tornar a atividade mais dinâmica e competitiva, propondo desafios como: *Quem consegue resolver corretamente o maior número de operações no menor tempo?*

Figura 46 – Aplicativo que permite explorar a subtração



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Nesta seção, observa-se uma **conversão de registros** quando o estudante passa do numérico para o registro geométrico. Em seguida, ocorre uma **nova conversão**, do registro geométrico para o registro numérico, quando, a partir da representação visual, o aluno identifica e escreve o resultado da operação. Assim como na seção de adição, pode ocorrer o **tratamento de registros**, caso o aluno já esteja habituado a realizar operações com números inteiros e então a **conversão** do registro numérico para o geométrico.

Algumas perguntas, similares a seção da adição, podem ajudar a verificar se os alunos compreenderam as conversões: *Como vocês representaram a expressão numérica no plano?*, *O que na figura indica o resultado da operação?* e *Vocês conseguiram resolver mentalmente a operação sem desenhar? Como?*

5.2.3 Relação dos sinais da adição e subtração

Esta seção tem como objetivo identificar semelhanças entre as operações de adição e subtração. A proposta é explorar diversas operações no aplicativo (Figura 47) e, a partir delas, tirar conclusões sobre a relação entre as operações e os sinais envolvidos. Vale reforçar que, para esse entendimento, é fundamental que o aluno já tenha compreendido que o sinal negativo fora dos parênteses implica na inversão do sinal dentro dos parênteses.

Figura 47 – Explorando os sinais de adição e subtração

The screenshot shows a digital application interface titled "EXPLORANDO OS SINAIS". On the left, there are two sliders for variables 'a' and 'b', both set to -100. Below the sliders, there are two math problems: $-100 + (-100) =$ and $-100 - (-100) =$. Each problem has a red 'X' icon next to it, indicating an incorrect answer. On the right, there are two text boxes for reflection. The first box asks: "O que podemos observar no sinal da resposta, quando o sinal dos números escolhidos é o **mesmo**?" and provides a hint: "Se os sinais são iguais, somamos e mantemos o sinal." The second box asks: "O que podemos observar no sinal da resposta, quando o sinal dos números escolhidos é **diferente**?" and provides a hint: "Se os sinais são diferentes, subtraímos os valores e usamos o sinal do número com maior valor absoluto." Both text boxes have a "VERIFIQUE SUA RESPOSTA" button.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Durante a exploração, o professor pode propor questionamentos que ajudem na memorização e na identificação de padrões. Como, por exemplo: *Qual a diferença entre adicionar um número negativo e subtrair um número positivo?*, *Subtrair um número negativo é o mesmo que adicionar um número positivo?*, *Como podemos prever o sinal do resultado apenas observando os sinais dos números envolvidos?*, ou ainda, *Existe alguma situação em que a subtração e a adição resultam no mesmo valor?*.

Embora, à primeira vista, possa parecer que esta seção envolve um tratamento de registros, na verdade ocorre **uma conversão**. O aspecto fundamental que caracteriza a conversão é o momento em que, a partir das operações manipuladas e resolvidas mentalmente, o aluno responde a perguntas em linguagem natural, descrevendo o padrão observado quanto ao sinal da resposta, ou seja, ele passa do registro numérico para o registro discursivo.

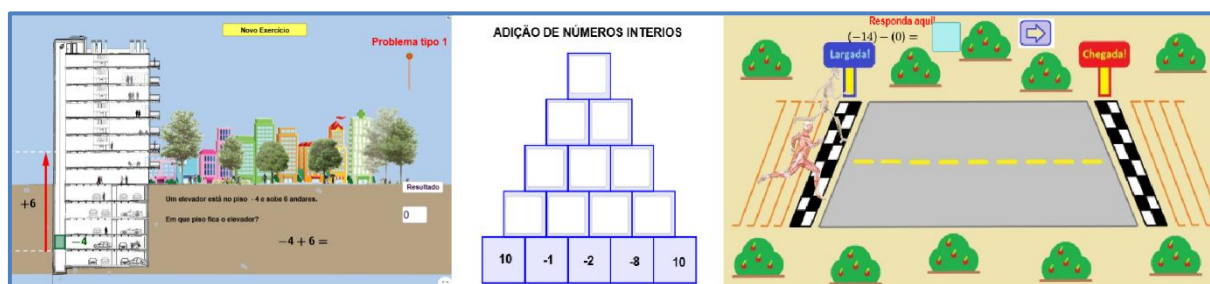
O professor pode fazer questionamentos para verificar se os alunos compreenderam a conversão, como por exemplo: *Explique com suas palavras o que*

o sinal da resposta indica sobre a operação realizada. Como você percebeu o padrão nos resultados que obteve? e Dê exemplos de operações para cada caso de representação de sinal.

5.2.4 Exploração: jogos de adição e subtração

Essa seção tem como objetivo retomar os conteúdos e fixá-los de um modo divertido. Nela, são apresentadas três propostas de jogos (Figura 48), embora o professor possa incluir outras opções que considerar pertinentes ou mesmo excluir aquelas que não julgar adequadas ao momento. O uso dessa seção é opcional, mas vale destacar que ela contribui para envolver os alunos e tornar as atividades no GeoGebra atrativas, principalmente pelo fato de os jogos fazerem parte do cotidiano da maioria dos estudantes.

Figura 48 – Jogos de adições e subtração



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

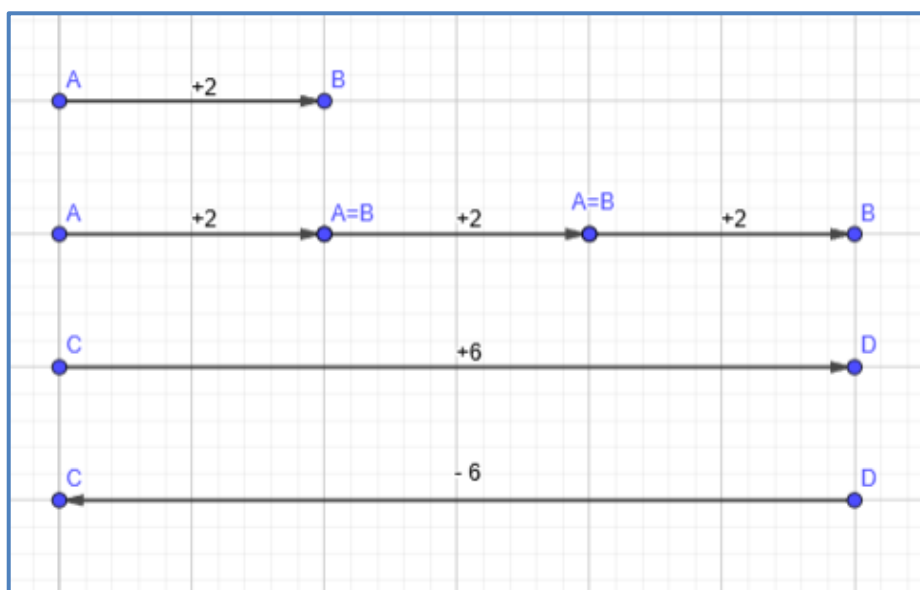
Nos jogos apresentados, observa-se a presença tanto de **tratamentos** quanto de **conversões** entre registros de representação. Os tratamentos ocorrem, por exemplo, em jogos como a última proposta da *Corrida da Subtração*, em que o aluno apenas realiza o cálculo e responde diretamente no mesmo registro simbólico. Já as **conversões** são observadas no primeiro jogo, no qual o estudante observa o problema e a operação, responde numericamente o valor e, em seguida, acompanha o deslocamento do elevador para conferir a resposta visualmente.

Por fim, a inclusão de jogos na atividade contribui para ampliar as representações e os usos do tema, permitindo que os alunos explorem os conceitos de diferentes formas.

5.2.5 Multiplicação

A abordagem que utilizamos para a operação de multiplicação é um pouco diferente das anteriores, assim podem surgir alguns questionamentos sobre como realizá-la. Na Figura 49, é possível observar a resolução da operação $(+2) \cdot (-3)$, um exemplo dessa proposta. Ela consiste em representar o segmento orientado associado ao primeiro fator na quantidade de vezes indicada numericamente pelo segundo fator. Se o sinal do segundo fator for positivo, mantém-se o sentido do segmento resultante; caso seja negativo, inverte-se o sentido. A resposta final será obtida ao somar o deslocamento total, ou seja, considerando a posição do primeiro ponto até o último marcado.

Figura 49 – Representação da operação da operação $(+2) \cdot (-3)$



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Há cinco tarefas a serem realizadas (Figuras 50 e 51). Neste momento, os alunos já estão familiarizados com o modelo de tarefa, em que precisam representar geometricamente a expressão e, em seguida, apresentar a resposta por meio da representação numérica. Assim, os questionamentos que devem surgir serão relacionados à abordagem utilizada na multiplicação. Neste caso, o professor pode fazer alguns questionamentos como: *O que o primeiro valor numérico representa geometricamente?*, *Quantas vezes o primeiro valor será repetido?*, *O segundo valor numérico altera o sentido do segmento?*, *Se o segundo fator for negativo, como isso*

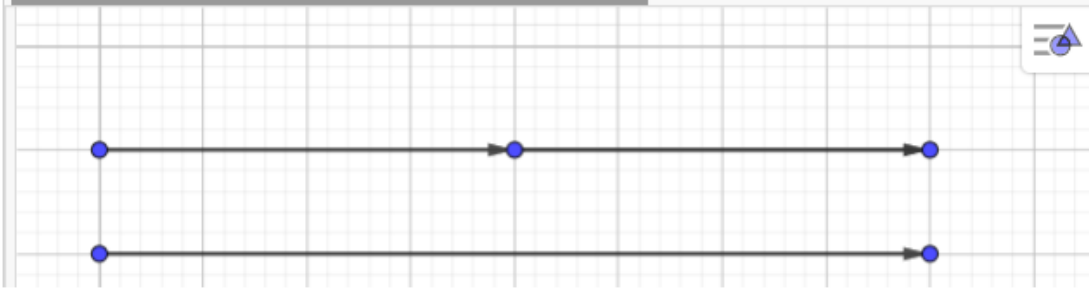
se reflete na construção geométrica?, ou ainda, Qual a diferença entre representar $(+2) \cdot (-4)$ e $(-2) \cdot (+4)$?

Figura 50 – 1ª e 2ª tarefa sobre multiplicação

$(+4) \cdot (+2) =$

Aa π +8

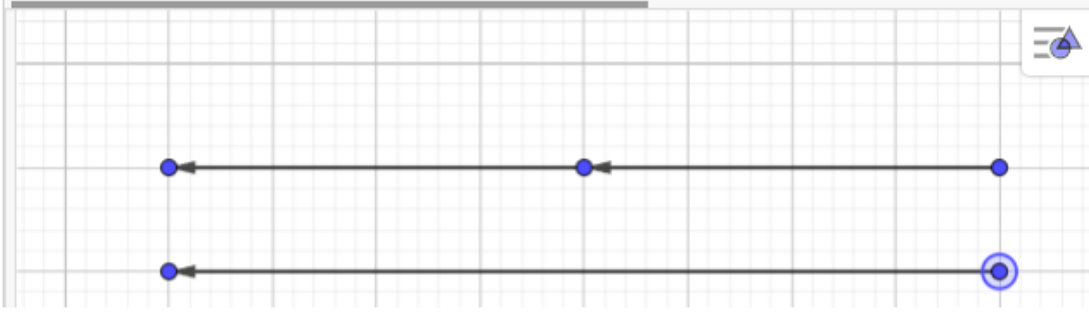
VERIFIQUE SUA RESPOSTA



$(-4) \cdot (+2) =$

Aa π -8

VERIFIQUE SUA RESPOSTA



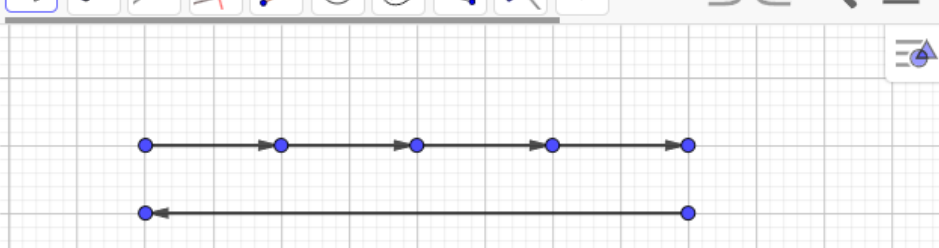
Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Figura 51 – 3ª a 5ª tarefa sobre multiplicação

$(+ 2) \cdot (- 4) =$

Aa π -8

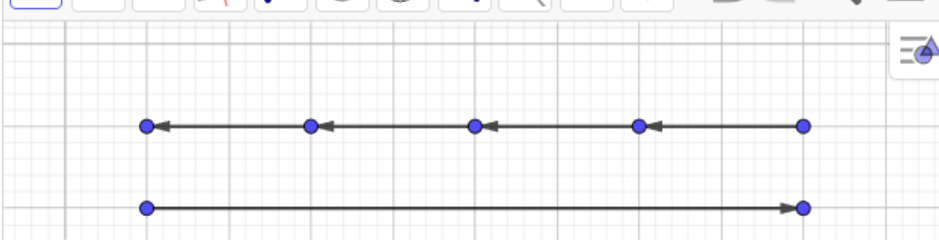
VERIFIQUE SUA RESPOSTA



$(- 2) \cdot (- 4) =$

Aa π +8

VERIFIQUE SUA RESPOSTA



Você consegue observar algum padrão em relação aos sinais na multiplicação de dois números inteiros? Explique.

Aa π Sim, sinais iguais a resposta é positivo e diferentes é negativo.

Resposta correta: Sim! Na multiplicação de dois números inteiros, o padrão dos sinais funciona assim:

- **Quando os sinais são iguais** (positivo $\times$ positivo ou negativo $\times$ negativo), o resultado é **sempre positivo**.
Exemplo: $(+3) \times (+4) = +12$ e $(-3) \times (-4) = +12$
- **Quando os sinais são diferentes** (positivo $\times$ negativo ou negativo $\times$ positivo), o resultado é **sempre negativo**.
Exemplo: $(+3) \times (-4) = -12$ e $(-3) \times (+4) = -12$

Em resumo:
Sinais iguais $\rightarrow$ resultado positivo;
Sinais diferentes $\rightarrow$ resultado negativo.

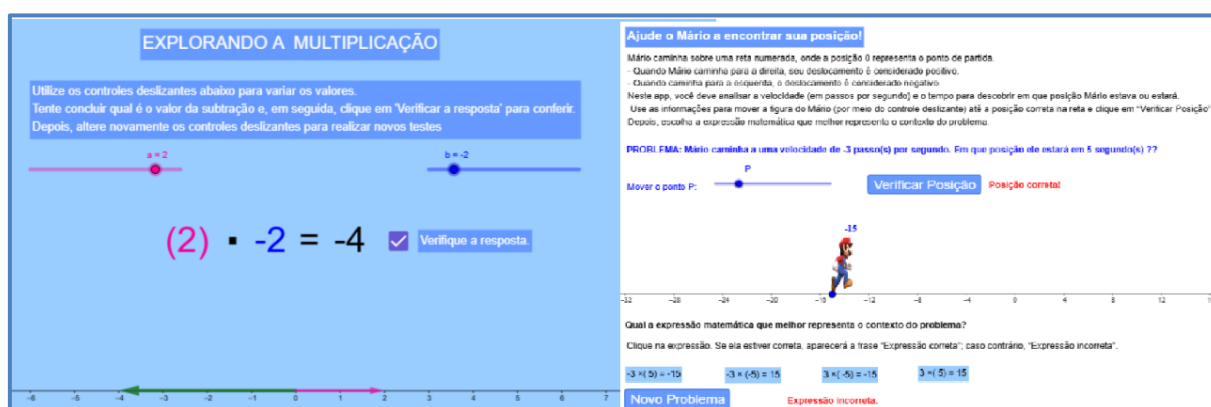
Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A última tarefa apresentada na Figura 51 propõe uma reflexão sobre as semelhanças entre as multiplicações realizadas. A intenção é que o aluno chegue à

seção *Relação dos sinais da multiplicação e divisão* já com uma análise prévia dessas semelhanças. Para estimular a reflexão o professor pode questionar: *O que você observa no resultado quando os dois fatores têm o mesmo sinal? E quando os sinais dos fatores são diferentes, o que acontece com o produto? e Você consegue prever o sinal do produto apenas olhando os sinais dos fatores, sem fazer a conta? Como?*

Para finalizar a seção, há dois aplicativos (Figura 52) destinados à exploração da multiplicação sobre a reta numérica: (1) Explorando a Multiplicação e, (2) Ajude o Mário a encontrar sua posição. O objetivo do primeiro aplicativo é que os alunos realizem operações e visualizem o que acontece na reta numérica para, então, comparar essa representação com a feita no plano nas tarefas anteriores. Já o segundo apresenta uma proposta baseada em um problema contextualizado e, a partir dele, os alunos devem construir a representação sobre a reta numérica.

Figura 52 – Aplicativos de Multiplicação



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Nesse segundo aplicativo, se os alunos afirmarem que ele não está funcionando corretamente, é importante que o professor questione se a leitura do enunciado foi feita com atenção. Por exemplo, expressões como *5 minutos atrás* devem ser interpretadas como -5 , e não apenas como 5 , o que pode interferir diretamente na resposta.

Por fim, nesta seção, há diversas **conversões**, tanto nas tarefas quanto nos aplicativos. Nas quatro primeiras tarefas, o aluno parte de uma expressão numérica e realiza sua representação geométrica, seguida da representação numérica do resultado. Ou ainda, ele pode resolver a expressão numérica, obtendo um resultado; assim, teremos um **tratamento** e, em seguida, uma conversão, quando, a partir da expressão com o resultado, ele realiza a representação geométrica. Na quinta tarefa,

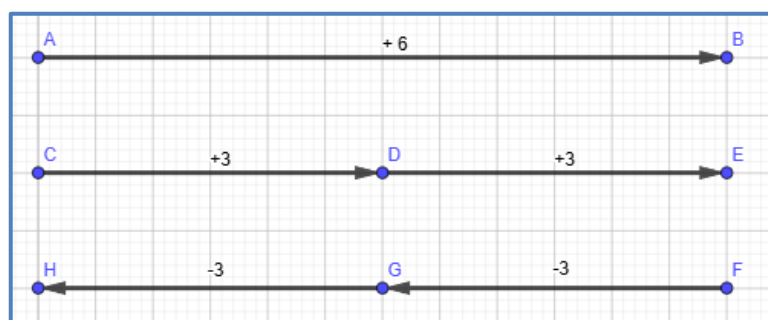
a partir das representações geométricas anteriores, ele elabora uma descrição. No primeiro aplicativo, o aluno observa a representação numérica e a geométrica sobre a reta numérica. Já no último aplicativo, ocorre uma conversão do enunciado do problema para a visualização na reta numérica e, posteriormente, para a expressão numérica.

Algumas perguntas podem ajudar a verificar se os alunos compreenderam as conversões: *Como vocês transformaram a expressão numérica em um desenho geométrico?*, *O que na figura indica o resultado da operação?*, *O cálculo mental confirma o que foi representado geometricamente? De que forma?* e *Após a exploração do aplicativo você consegue criar um problema para outro personagem?*.

5.2.6 Divisão

Inicialmente, nesta seção, é apresentada a explicação de como resolver operações de divisão. A Figura 53 ilustra a resolução da expressão numérica $(+6) : (-3)$. A proposta consiste em traçar um segmento que represente o dividendo e, abaixo dele, repetir o segmento do divisor uma quantidade de vezes equivalente ao comprimento do dividendo. Assim como na multiplicação, caso o sinal do segundo número, o divisor, seja negativo, a direção do resultado deve ser invertida.

Figura 53 – Exemplo de uma representação geométrica da divisão



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Nas figuras 54 e 55 há uma proposta de soluções para as tarefas que são propostas na seção. Durante a realização delas, o professor pode fazer perguntas como: *Qual número está sendo dividido e quantas vezes o divisor cabe nele?*, *Você precisou inverter o sentido dos segmentos? Por quê?* ou ainda, *O que muda no resultado quando o divisor é negativo?*.

Figura 54 – 1ª a 3ª tarefa sobre divisão

$(+ 8) \div (+ 2) =$

Aa π +4

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

$(+ 8) \div (- 2) =$

Aa π -4

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

$(- 8) \div (+ 4) =$

Aa π -2

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

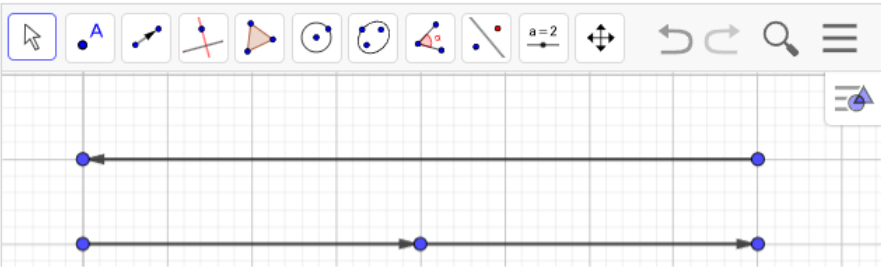
Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Figura 55 – 4ª e 5ª tarefa sobre divisão

$(-8) \div (-4) =$

Aa π +2

VERIFIQUE SUA RESPOSTA



Você consegue observar algum padrão em relação aos sinais na divisão de dois números inteiros? Explique.

Aa π Sim, sinais iguais, é positivo; com sinais diferentes, é negativo.

Resposta correta: Sim! Na divisão de dois números inteiros, o padrão dos sinais é semelhante ao da multiplicação:

- **Se os sinais são iguais** (positivo dividido por positivo ou negativo dividido por negativo), o resultado é **positivo**.
Exemplo: $(+12) \div (+3) = +4$ e $(-12) \div (-3) = +4$
- **Se os sinais são diferentes** (positivo dividido por negativo ou negativo dividido por positivo), o resultado é **negativo**.
Exemplo: $(+12) \div (-3) = -4$ e $(-12) \div (+3) = -4$

Resumo:

Sinais iguais resultam em um quociente positivo; sinais diferentes resultam em um quociente negativo.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Para auxiliar na reflexão sobre a última tarefa (Figura 55) o professor pode questionar: *O que você percebe no sinal da resposta das tarefas anteriores quando os dois números têm o mesmo sinal? E sinais diferentes?*

Relativamente à representação geométrica nas referidas tarefas, os alunos podem considerar que não é necessário representar o dividendo e preferir apenas traçar o segmento do divisor repetidamente até alcançar um comprimento equivalente ao valor do dividendo. Essa estratégia não está incorreta, pelo contrário, indica que o aluno já internalizou parte do processo e consegue realizar mentalmente as etapas da construção.

Por fim, nesta seção, ocorrem **conversões** quando o aluno parte de uma expressão numérica para a representação geométrica, seguido da representação do resultado em forma numérica. Na quinta tarefa, também há conversão, pois, a partir das representações geométricas anteriores, o aluno elabora uma descrição. Vale

destacar, ainda, que pode haver **tratamento**, e não conversão, quando o aluno responde diretamente à expressão numérica sem recorrer a outros registros.

O professor pode questionar os alunos, assim como na multiplicação, para verificar se eles realmente compreenderam as conversões: *Como vocês transformaram a expressão numérica em um desenho geométrico?, O que na figura indica o resultado da operação? e O cálculo mental confirma o que foi representado geometricamente? De que forma?*

5.2.7 Relação dos sinais da multiplicação e divisão

Assim como a seção da *Relação dos sinais de adição e subtração*, esta seção tem como objetivo identificar semelhanças entre as operações de adição e subtração. A proposta é explorar diversas operações no aplicativo (Figura 56) e, a partir delas, tirar conclusões sobre a relação entre as operações e os sinais envolvidos. Para auxiliar na análise, após a exploração, o aluno deve resolver quatro expressões de multiplicação e quatro de divisão, de forma que perceba certa repetição nos resultados. Espera-se, com isso, que ele identifique padrões e não encontre dificuldades para responder à última pergunta da seção, que busca justamente consolidar essa compreensão.

Figura 56 – Explorando os sinais de multiplicação e divisão

EXPLORANDO OS SINAIS

Mova os botões abaixo para alterar os fatores.

$a = 68$ $b = -2$

Em seguida, responda qual é o produto.
Se aparecer 'OK', a resposta está correta.
Caso apareça um 'X', tente novamente.

$68 \cdot (-2) =$ ✗

$68 : (-2) =$ ✗

A partir da sua análise, responda:

$(+) \cdot (+) =$	+	$(+) \div (+) =$	+
$(+) \cdot (-) =$	-	$(+) \div (-) =$	-
$(-) \cdot (+) =$	-	$(-) \div (+) =$	-
$(-) \cdot (-) =$	+	$(-) \div (-) =$	+

O uso de sinais para multiplicação e divisão possuem alguma semelhança? Qual?

π Sim, acontece a mesma coisa, com sinais iguais, é positivo; com sinais diferentes, é negativo.

Resposta correta: Sim! O uso dos sinais na multiplicação e na divisão possui uma semelhança importante:

- Em ambas as operações, quando os sinais dos dois números são iguais, o resultado é positivo.
- Quando os sinais são diferentes, o resultado é negativo.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Durante a exploração, o professor pode propor os questionamentos: *O que você observa no sinal do resultado quando os dois números têm sinais iguais?, E quando os sinais são diferentes, o que muda no resultado?, ou, Você notou alguma repetição nos resultados das expressões que resolveu? O que isso indica?.* Ao final, ainda é possível questionar: *Como você explicaria a regra dos sinais para alguém que ainda não compreende bem esse conceito?.*

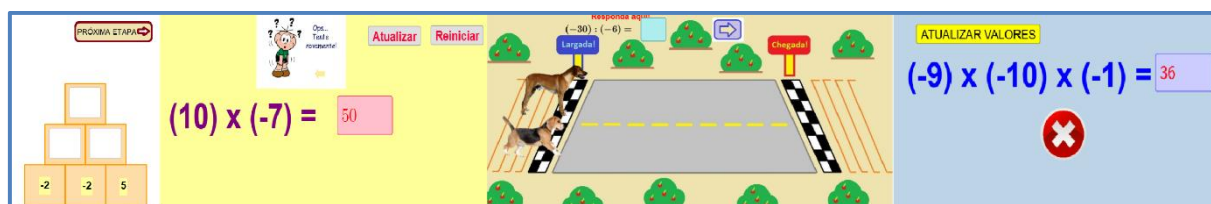
Assim, nesta seção, ocorre um **tratamento** quando, no aplicativo, o aluno resolve as sentenças e em seguida, na tarefa, retira as conclusões sobre a relação entre os sinais. Além disso, há uma **conversão** ao final da atividade, quando, com base nas análises realizadas anteriormente, o aluno elabora um registro discursivo para expressar suas conclusões. Neste caso a conversão ocorre do registro numérico para o discursivo.

Ao final desta seção, o professor pode fazer alguns questionamentos para verificar se os alunos compreenderam a conversão envolvida, tais como: *Explique com suas palavras o que o sinal da resposta indica sobre a operação realizada. Como você percebeu o padrão nos resultados que obteve? e Dê exemplos de operações para cada caso de representação de sinal.*

5.2.8 Exploração: jogos de multiplicação e divisão

Essa seção tem como objetivo retomar os conteúdos trabalhados e consolidá-los de forma dinâmica. Os jogos podem ser incorporados às tarefas como uma estratégia para ampliar as abordagens e favorecer as conversões entre diferentes registros de representação. No entanto, nesta seção são apresentadas quatro propostas de jogos (Figura 57), todas relacionadas ao **tratamento de registros**.

Figura 57 – Jogos de Multiplicação e divisão



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Isso se deve à dificuldade, até o momento, de encontrar e/ou desenvolver jogos que envolvam diferentes tipos de conversão especificamente para esse conteúdo.

Assim, há espaço para a criação de novas propostas lúdicas. Ao utilizar esses jogos em sala de aula, é válido que o professor explore outras possibilidades na própria plataforma, em busca de jogos que ampliem as formas de exploração e aprofundem a compreensão conceitual.

5.3 PROBLEMAS COM NÚMEROS INTEIROS

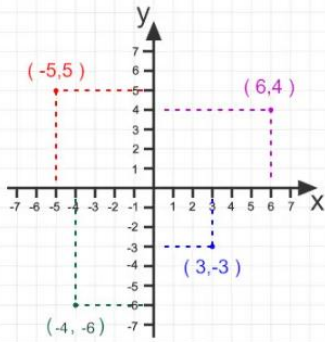
As seções deste capítulo surgiram da necessidade de incluir questões semelhantes às aplicadas nas provas regionais de Joinville, de modo a familiarizar os alunos com tais avaliações. No caso dos números inteiros, a maioria dessas questões está relacionada ao plano cartesiano ou envolve problemas contextualizados. Para lembrar, as questões não possuem itens, pois a plataforma GeoGebra os gera automaticamente quando são atribuídas a uma sala na Atividade GeoGebra.

5.3.1 Plano Cartesiano

Para revisar os conceitos do plano cartesiano, esta seção começa com duas tarefas voltadas à identificação e nomeação dos eixos (Figura 58).

Figura 58 – Questões sobre os eixos no plano cartesiano

Qual o nome do **eixo horizontal** do Plano Cartesiano?



Assinale a sua resposta aqui

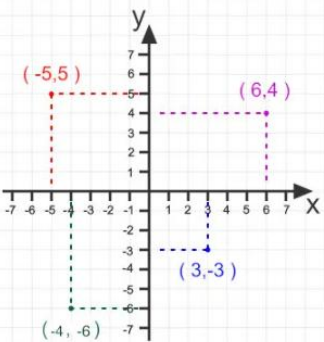
A ☒ Eixo das Abcissas ✓ CORRETO

B ☐ Eixo das Coordenadas

C ☐ Eixo das Ordenadas

D ☐ Eixo dos Cartesianos

Qual o nome do **eixo vertical** do Plano Cartesiano?



Assinale a sua resposta aqui

A ☐ Eixo das Abcissas

B ☐ Eixo das Coordenadas

C ☒ Eixo das Ordenadas ✓ CORRETO

D ☐ Eixo dos Cartesianos

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

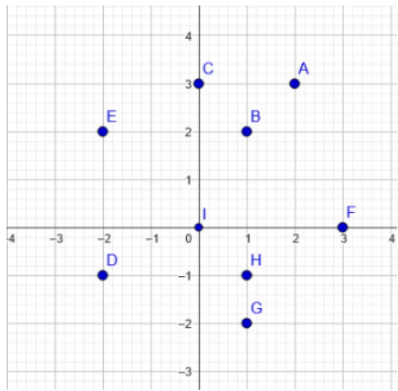
Os termos **abscissa** e **ordenada** costumam ser mencionados nos enunciados de provas, e muitos alunos costumam manifestar dificuldades em relacionar aos eixos x e y , não sabendo identificar a qual eixo se refere cada termo.

Como os alunos costumam esquecer esses termos, durante a correção da atividade o professor pode perguntar: *Como vocês decoraram os nomes? Alguém tem uma estratégia boa para lembrar?*. A estratégia que um aluno escolhe para lembrar pode ajudar a outro aluno a assimilar também.

As próximas tarefas da Figura 59 são voltadas à identificação das coordenadas de um ponto. Quando o aluno estiver confuso em relação à ordem dos valores, uma dica útil é perguntar: *Quem vem primeiro no alfabeto, a letra X ou a letra Y?*. Os alunos geralmente responderão que é a letra X, e, a partir disso, o professor pode explicar que, nas coordenadas, o valor de x também vem primeiro. Essa associação simples ajuda a fixar a ordem correta na escrita dos pares ordenados.

Figura 59 – Questões sobre as coordenadas de pontos

O ponto que determina a origem do plano cartesiano?



Assinale a sua resposta aqui

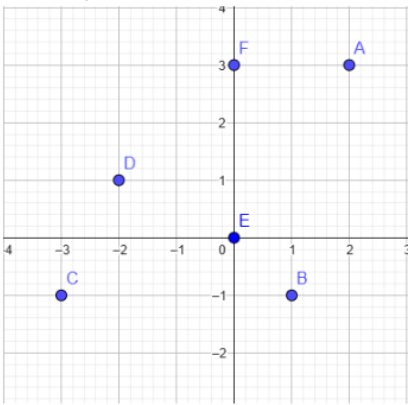
A ☐ A

B ☒ I ✓ CORRETO

C ☐ F

D ☐ D

Observe o plano cartesiano abaixo:



Quais as coordenadas do ponto A?

(2,3)

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Quais as coordenadas do ponto B?

(1,-1)

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Quais as coordenadas do ponto C?

(-3,-1)

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Quais as coordenadas do ponto D?

(-2,1)

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Quais as coordenadas do ponto E?

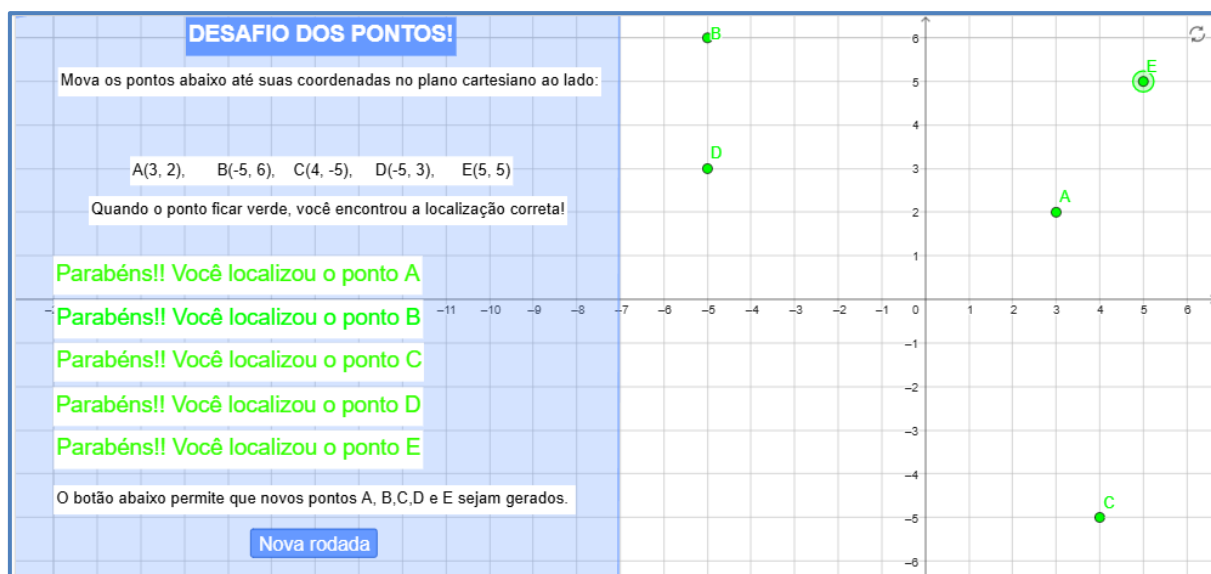
(0,0)

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

O aplicativo apresentado na sequência (Figura 60) propõe o processo inverso. São fornecidas as coordenadas de alguns pontos e o aluno deve localizá-los no plano cartesiano. Essa atividade é interessante porque pode ser repetida várias vezes, bastando clicar em '**Nova rodada**'.

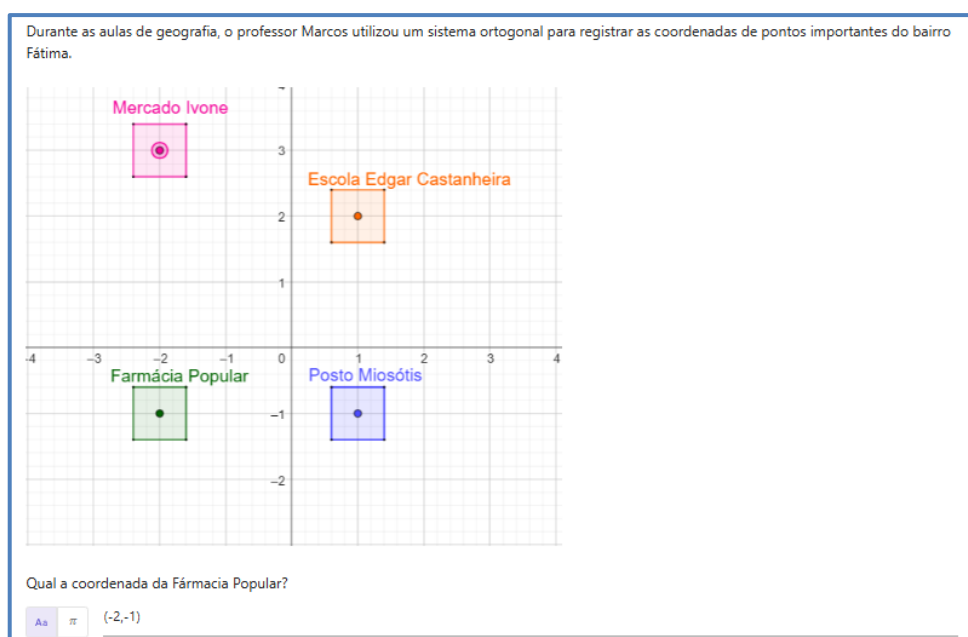
Figura 60 – Desafio dos Pontos



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Após os alunos reforçarem a noção de localização de pontos e a descrição das coordenadas no plano cartesiano, são apresentados dois pequenos problemas contextualizados. O primeiro, da Figura 61, retoma a ideia de identificação das coordenadas de um ponto. Já o segundo, da Figura 62, acrescenta um novo desafio: a partir da representação geométrica de um ponto, são fornecidas instruções para mudar sua posição, cabendo ao aluno determinar as coordenadas correspondentes a nova localização.

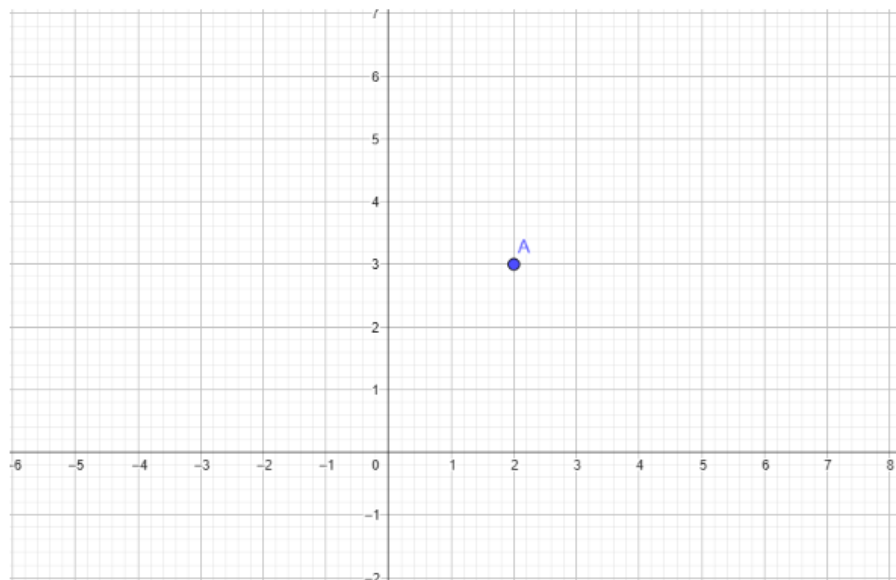
Figura 61 – Problema de localização



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Figura 62 – Problema de deslocamento e criação de um problema

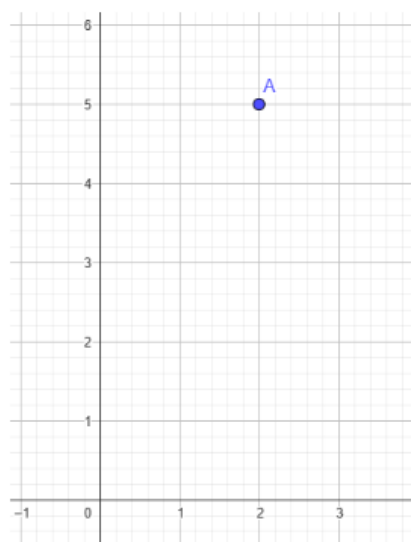
Durante uma atividade de navegação, um drone inicia sua trajetória no ponto A (2, 3) de um mapa. Ele se move 4 unidades para a direita e depois 5 unidades para baixo.



Qual será a nova localização do drone?

(6,-2)

Observe o ponto abaixo.



Crie um problema em que a resposta seja a coordenada (2,5).

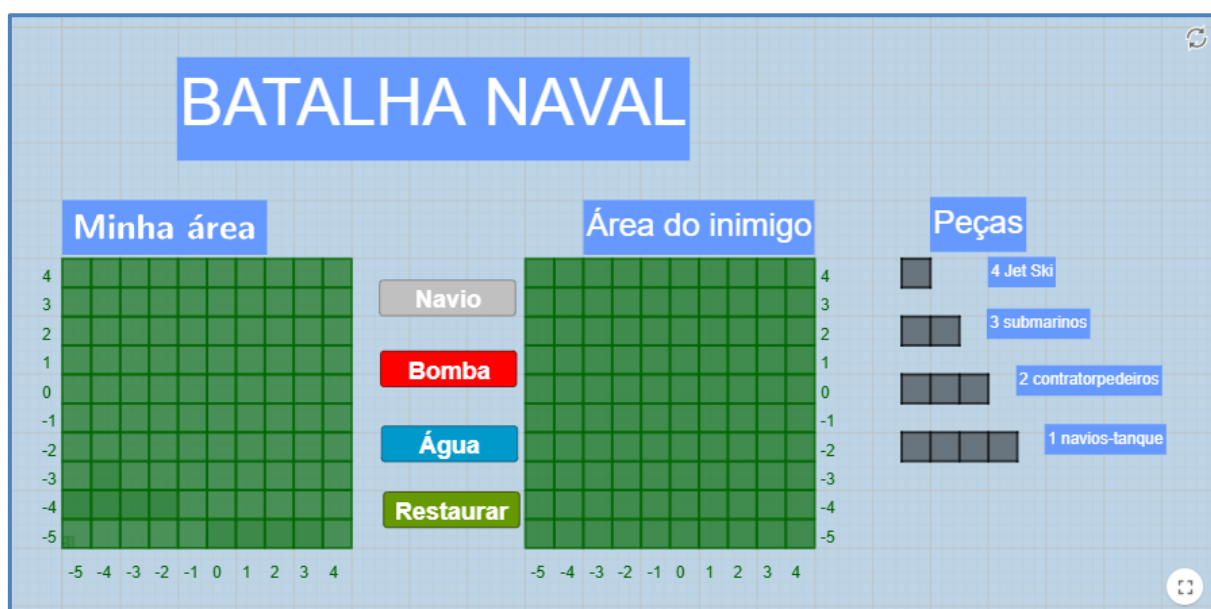
Um robô começa no ponto (2,5) em um plano cartesiano. Ele anda 3 unidades para a direita e 2 unidades para baixo. Qual a nova coordenada do robô?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A última tarefa da seção (Figura 62) propõe que o aluno crie um problema a partir de uma situação gráfica apresentada, assim estimulando a criatividade e a conversão entre diferentes registros de representação.

Para finalizar, há um jogo de Batalha Naval (Figura 63), que requer dois participantes, e explora as coordenadas de um ponto no plano cartesiano. Cada jogador marcará as informações em seu próprio dispositivo. Caso o professor prefira que os alunos utilizem o jogo apenas após concluírem a seção, é possível atribuí-lo a uma nova seção. Nesse momento, haverá interações e conversas entre os alunos, uma vez que o jogo é colaborativo.

Figura 63 – Jogo Batalha Naval



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Nas duas tarefas iniciais desta seção pode ocorrer apenas **tratamento**, já que as imagens servem apenas para ajudar o aluno a relembrar os conceitos. Ocorre **conversão** nas situações das Figuras 59 e 61, em que o aluno transforma o registro geométrico em simbólico, e na Figura 60, do registro simbólico para o geométrico. Na Figura 62 ocorre uma **conversão** do registro discursivo para o simbólico, e o inverso, no caso da última tarefa. No caso da batalha naval, a **conversão** é do registro simbólico, dito por um aluno, para o registro geométrico, representado pelo outro.

Em seguida, segue algumas sugestões de questionamentos que o professor pode fazer aos alunos no intuito de verificar a compreensão sobre as conversões envolvidas nesta seção: *Como a imagem ajuda a representar o registro simbólico?*, *Como você representa, em símbolos, o que está mostrando na figura?*, *O que você*

precisa saber para marcar um ponto?, Como você expressaria em palavras o que está representado simbolicamente? e Crie um novo problema com a resposta dessa questão.

5.3.2 Problemas e suas expressões numéricas

Como os alunos costumam apresentar dificuldades com a representação da expressão numérica, esta seção propõe problemas que exigem esse tipo de registro. Para iniciar, são apresentados dois exemplos explicativos; o primeiro pode ser visualizado na Figura 64. Em seguida, os alunos devem resolver quatro problemas, desenvolvendo a expressão numérica correspondente e realizando seu cálculo.

Figura 64 – Problema A

Problemas e suas expressões numéricas

Autor: [Fernanda Momm Antunes](#)

Observe os problema.

Problema A

Em um evento de arrecadação de fundos, uma pessoa arrecadou R\$ 50,00 de um patrocinador e perdeu R\$ 20,00 em despesas. Se ela conseguir arrecadar mais R\$ 30,00 de outro patrocinador, qual será o valor total arrecadado?

Expressão:

$$50+[(−20)+30]$$

Resolução:

$$50+[(−20)+30]$$

$$50+[+10]$$

$$60$$

Portanto, o valor arrecadado será de 60 reais.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Para orientar na correção, segue o gabarito dos quatro problemas propostos:

- **Problema 1**

Em um torneio de futebol, o time de João ganhou 3 jogos e perdeu 2. Cada vitória vale 3 pontos, e cada derrota perde 1 ponto. Quantos pontos o time de João tem?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $3 \times 3 + (-1) \times 2$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: O time de João tem 7 pontos.

- **Problema 2**

Ana vai a uma loja onde há um desconto especial: um produto custa 30 reais, mas há uma promoção que reduz o preço em 4 reais por cada unidade de um cupom que ela possui. Ana usa 2 cupons. Quanto Ana pagará pelo produto após aplicar os descontos?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $30 - (4 \times 2)$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: Ela pagará R\$ 22,00.

- **Problema 3**

Uma empresa fabrica 20 camisas por dia, a um custo de R\$ 25,00 cada camisa. Durante 7 dias, quantos reais ela gastará para fabricar as camisas?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $25 \times 20 \times 7$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: A empresa gastará de R\$ 1.750,00.

- **Problema 4**

A temperatura inicial de uma cidade era de 10°C . Durante 5 dias, a temperatura caiu 3°C por dia. Quantos graus negativos a temperatura terá após esses 5 dias?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $10 - 3 \times 5$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: Após 5 dias, a temperatura será de -5°C .

Em cada tarefa proposta, ocorre a **conversão** do enunciado do problema para uma expressão numérica. Conforme a resposta do aluno, pode haver **tratamento**, caso ele utilize apenas o registro numérico (exemplo: -5), ou **conversão**, se ele recorrer ao registro discursivo (exemplo: *Após 5 dias, a temperatura será de -5°C*).

Por fim, solicita-se aos alunos que elaborem um problema a partir de uma expressão numérica (Figura 65), com o objetivo de reforçar os conhecimentos construídos ao longo da seção.

Figura 65 – Criar um problema

AGORA É A SUA VEZ DE CRIAR UM PROBLEMA!!

Com as expressões abaixo, escolha uma e crie um problema.

$$(25+15)-10$$

$$80-(45+30)$$

$$(12 \times 4)-(6 \times 5)$$

$$[25-(8 \times 2)]+15$$

Descreva o seu problema:

π Em um passeio, 25 pessoas saíram juntas e, depois, mais 15 se juntaram ao grupo. No final, 10 pessoas voltaram antes. Quantas pessoas ainda continuam no passeio?

Resposta correta: (sugestão de resposta).

1. Expressão: $(25+15)-10$

Problema:

Em uma festa, 25 pessoas chegaram no primeiro horário e 15 pessoas chegaram depois. Durante o evento, 10 pessoas foram embora. Quantas pessoas ainda estão na festa?

2. Expressão: $80-(45+30)$

Problema:

Uma livraria tinha 80 livros em estoque. Durante uma semana, vendeu 45 livros de ficção e 30 livros de não-ficção. Quantos livros restaram no estoque?

3. Expressão: $(12 \times 4)-(6 \times 5)$

Problema:

Um fazendeiro tem 12 árvores e cada árvore produz 4 frutas. Ele colhe as frutas, mas descarta 6 sacos com 5 frutas cada por estarem estragados. Quantas frutas boas ele conseguiu aproveitar?

4. Expressão: $[25-(8 \times 2)]+15$

Problema:

Maria tinha 25 doces. Ela deu 8 pacotes com 2 doces cada para seus amigos. Depois, ganhou mais 15 doces de presente. Quantos doces Maria tem agora?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Essa tarefa busca promover a **conversão** do registro numérico para o registro na linguagem natural, estimulando a compreensão do significado dos números inteiros e das operações em contextos cotidianos.

No gabarito, são apresentadas sugestões de enunciados que os alunos podem formular. Contudo, é fundamental que o professor enfatize que há uma infinidade de respostas possíveis, uma vez que diferentes situações podem corresponder à mesma expressão numérica. Durante a socialização das produções, cabe ao professor analisar se os problemas criados pelos alunos traduzem corretamente, em termos matemáticos, a expressão proposta.

Para apoiar esse processo de verificação e reflexão, o professor pode propor alguns questionamentos, tais como: *Como você transformaria o número -5 em uma frase que descreva a situação?*, *Explique, em palavras, o que significa o resultado da operação que você obteve* e *Como você verificaria se o número que colocou representa corretamente a situação descrita?*

5.3.3 Resolvendo questões do CAEd

Essa seção traz questões do CAEd que é o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação, vinculado à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Ele é responsável por desenvolver e aplicar avaliações educacionais no município de Joinville para alunos do 2º ao 9º ano. No início do ano letivo, é realizada uma avaliação diagnóstica. Além disso, ocorrem duas avaliações formativas, ao final do primeiro e do segundo trimestres. Já ao final do ano, é aplicada uma avaliação somativa apenas para os estudantes do 2º, 5º e 9º ano.

Observando as primeiras questões desta seção (Figura 66), é possível notar que há **tratamento**, pois elas são do tipo *calcule a expressão*, e são recorrentes nos três últimos anos do Ensino Fundamental.

Figura 66 – Questões de Calcule a operação

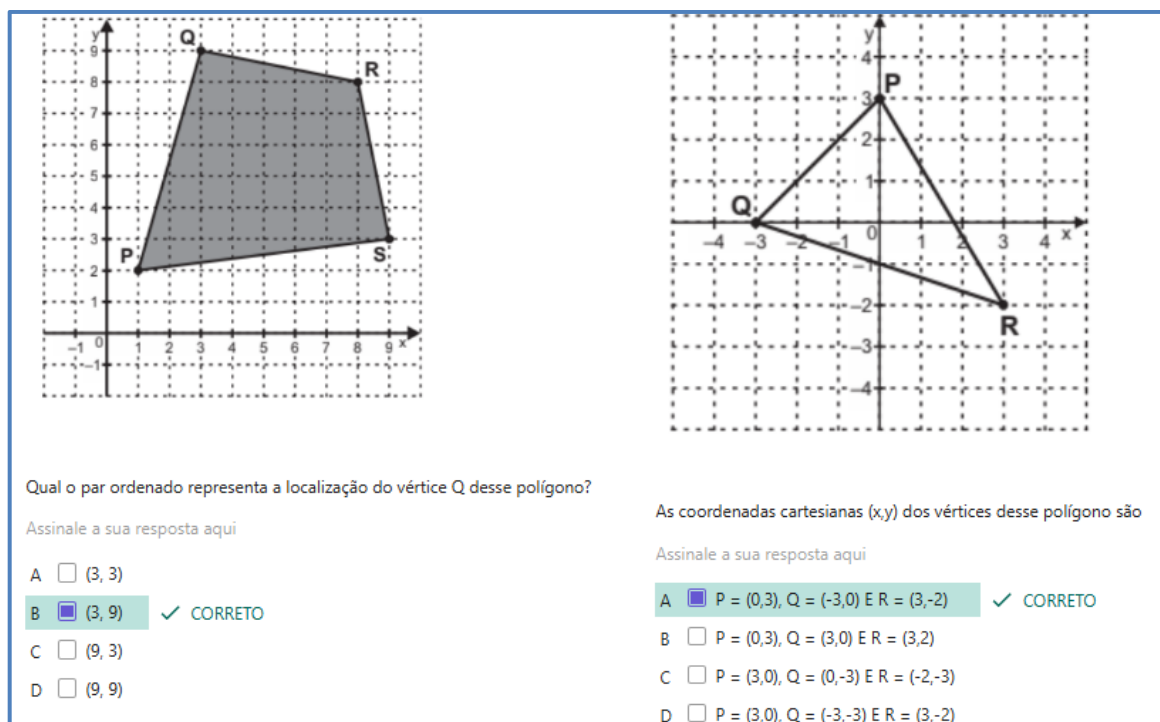
The figure displays four screenshots of questions from the CAEd system, arranged in a 2x2 grid. Each screenshot shows a math problem, the question text, and a list of multiple-choice answers with the correct one selected.

- Top Left:** Question for 7th grade, 1st evaluation (2024). The operation is $48 \div (-6)$. The question asks for the result. The correct answer is C, -8 .
- Top Right:** Question for 7th grade, 1st evaluation (2024). The operation is $(-47) - (-19)$. The question asks for the result. The correct answer is B, -28 .
- Bottom Left:** Question for 8th grade, 1st evaluation (2024). The operation is $(-13) + (-16)$. The question asks for the result. The correct answer is A, -29 .
- Bottom Right:** Question for 9th grade, 1st evaluation (2024). The operation is $-26 \times (-39)$. The question asks for the result. The correct answer is D, $1\,014$.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Uma dificuldade frequente na localização de pares ordenados no plano cartesiano é a inversão das coordenadas x e y no par ordenado. Outra é a atribuição incorreta dos sinais a cada valor numérico. Essas questões demandam a **conversão** do registro geométrico para o registro simbólico. Na Figura 67 há dois exemplos de questões desse assunto, recorrente nas avaliações do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental.

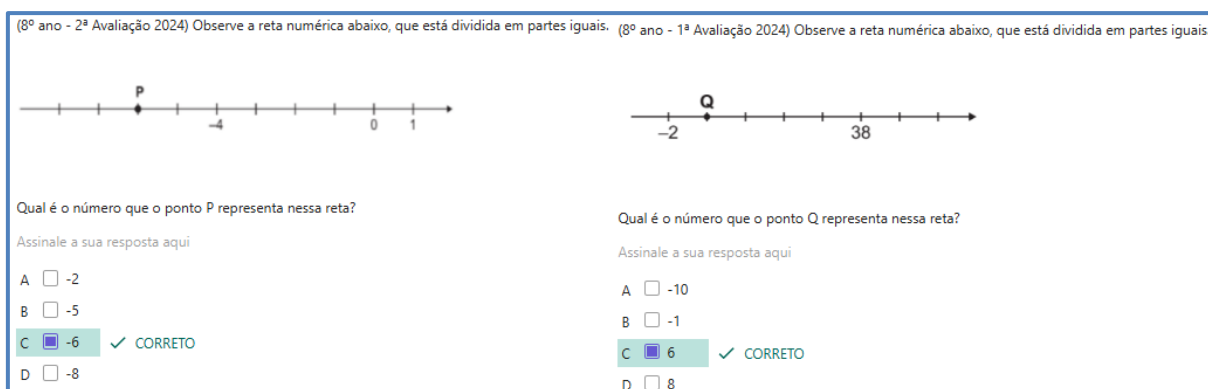
Figura 67 – Questões de identificação do par ordenado



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Questões que envolvem a reta numérica são recorrentes em diversas provas, além das provas do CAEd. Algumas são mais simples, como a primeira da Figura 68, na qual o aluno considera cada segmento como uma unidade. Outras exigem que o aluno descubra o valor de um segmento para, então, encontrar a resposta, sendo consideradas mais difíceis. Além dessas questões que trabalham com números inteiros, existem também questões similares envolvendo números decimais. Neste caso, os alunos só conseguirão resolver as questões se tiverem compreendido previamente o conceito de números inteiros. Essas questões envolvem a **conversão** do registro geométrico para o numérico.

Figura 68 – Reta Numérica



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

As últimas questões da seção foram adaptadas da prova do CAEd para solicitar ao aluno a expressão numérica associada ao problema, além da resposta final.

• Penúltimo Problema da Seção

No início de determinado dia, Rafael verificou que o saldo de sua conta bancária era -342 reais. No final desse mesmo dia, o saldo da conta bancária de Rafael era o dobro do saldo dessa conta no início do dia. Qual era o saldo, em reais, dessa conta bancária de Rafael no final desse dia?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $2 \times (-342)$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: O saldo é de R\$ -684,00.

• Último Problema da seção

O painel digital de uma câmara fria que armazena carnes em um supermercado marcava a temperatura interna de -13°C durante uma inspeção. O técnico responsável pela fiscalização recomendou aos operadores dessa câmara que a temperatura fosse diminuída em 6°C , garantindo assim uma temperatura de armazenamento adequada. Qual foi a temperatura de armazenamento recomendada pelo técnico de fiscalização?

- Qual a expressão numérica do problema?

R.: $-13 - 6$

- Resolva a expressão numérica e apresente a solução do problema.

R.: A temperatura de armazenamento recomendada foi de -19°C .

Tais problemas demandam a **conversão** do registro discursivo para a expressão numérica e, em seguida, para o registro numérico.

Como esta seção finaliza o livro digital, o professor pode propor que os alunos criem problemas e os troquem com os colegas. Após a resolução, cada estudante deve corrigir o problema do colega e explicar como ele identificou possíveis erros. Dessa forma, o professor pode observar se o aluno é capaz de realizar as conversões entre registros.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este manual reúne informações sobre o uso do livro *Números Inteiros: Recurso Didático Interativo com o GeoGebra*. Espera-se que ele possa orientar os professores tanto na utilização do material quanto no uso da plataforma GeoGebra, servindo de inspiração para a criação de novas propostas e contribuindo para o ensino de números inteiros nos anos finais do Ensino Fundamental.

A aplicação do livro tem como foco os anos finais do Ensino Fundamental, podendo ocorrer tanto no primeiro contato com o tema em sala de aula quanto como forma de revisão, sendo também recomendado para a recuperação de defasagens em aulas de reforço.

O manual não precisa ser utilizado em sua totalidade, podendo ser consultado conforme surgirem dúvidas na utilização da plataforma GeoGebra e do livro abordado neste manual. O livro também pode ser utilizado de forma completa ou parcial, em sequência ou não, cabendo ao professor decidir o que for mais adequado. Para que os alunos possam usar a plataforma GeoGebra de forma eficaz, recomenda-se uma exploração prévia dos recursos, com o professor atuando como mediador desse processo. Dessa maneira, espera-se que os alunos apresentem um melhor desempenho, realizando corretamente uma quantidade maior de tarefas.

Recomenda-se que os professores explorem a plataforma GeoGebra e os jogos já disponíveis, incentiva-se, também, que se arrisquem a desenvolver suas próprias propostas. Dessa forma, será possível ampliar as opções de ensino e aprendizagem na plataforma. Como sugestão de apoio, indica-se o canal do YouTube

O GeoGebra (disponível em: <https://www.youtube.com/@oGeoGebra>), que apresenta diversas possibilidades de usos e tutoriais.

Espera-se, também, que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2012), sirva de base para o desenvolvimento de novas propostas de ensino, assim como contribuiu para a elaboração deste material e do livro aqui apresentado. Essa teoria ampliou a visão desta autora sobre a criação de tarefas que promovem a conversão entre diferentes registros de representação, e espera-se que também contribua para ampliar as percepções de outros professores. Dessa forma, será possível ampliar a compreensão e o conhecimento dos alunos acerca dos conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS

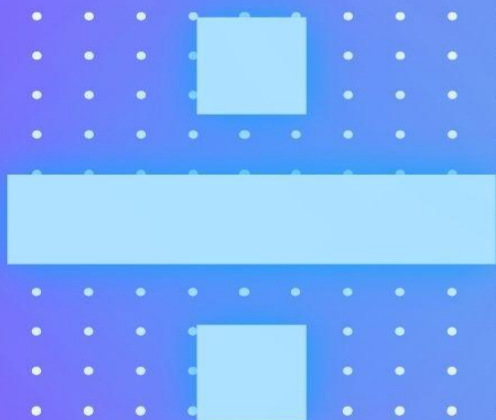
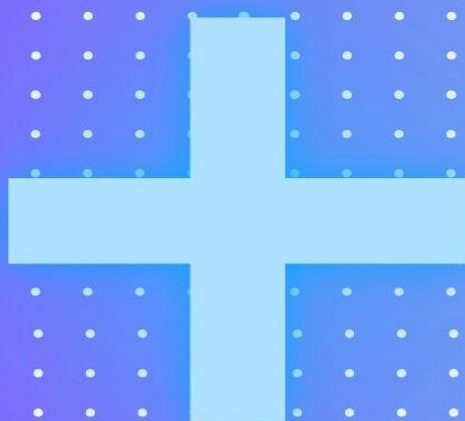
BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal.pdf. Acesso em: 10 nov. 2024.

DALVI, Helder. **Equações diofantinas na educação básica: uma análise à luz dos registros de representação semiótica**. 2021. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Centro de Ciências Exatas (CCE), Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Vitória, 2021. Disponível em: https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt_tcc.php?id1=6361&id2=171052668. Acesso em: 28 out. 2024.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat, Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 28 out. 2024.

FACUNDO, Gilberto de Oliveira. **Alguns conceitos de geometria analítica no ensino médio: uma abordagem vetorial baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2023. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em rede nacional – PROFMAT) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), São Paulo, 2023. Disponível em: https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt_tcc.php?id1=7160&id2=171056004. Acesso em: 03 nov. 2024.

NÓBRIGA, Jorge Cássio; SIPLE, Ivanete Zuchi. **Livros Dinâmicos de Matemática**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, [S. l.], v. 9, n. 2, p. 78–102, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/47318>. Acesso em: 12 jul. 2025.



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA
REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT

ATESTADO DE VERSÃO FINAL

Eu, GRACIELA MORO, professora do curso de MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, declaro que esta é a versão final aprovada pela comissão julgadora do Produto Educacional intitulado: **“NÚMEROS INTEIROS: recurso didático interativo com o GeoGebra.”** de autoria da acadêmica FERNANDA MOMM ANTUNES.

JOINVILLE, 17 de OUTUBRO de 2025.

Assinatura digital do(a) orientador(a):

GRACIELA MORO