



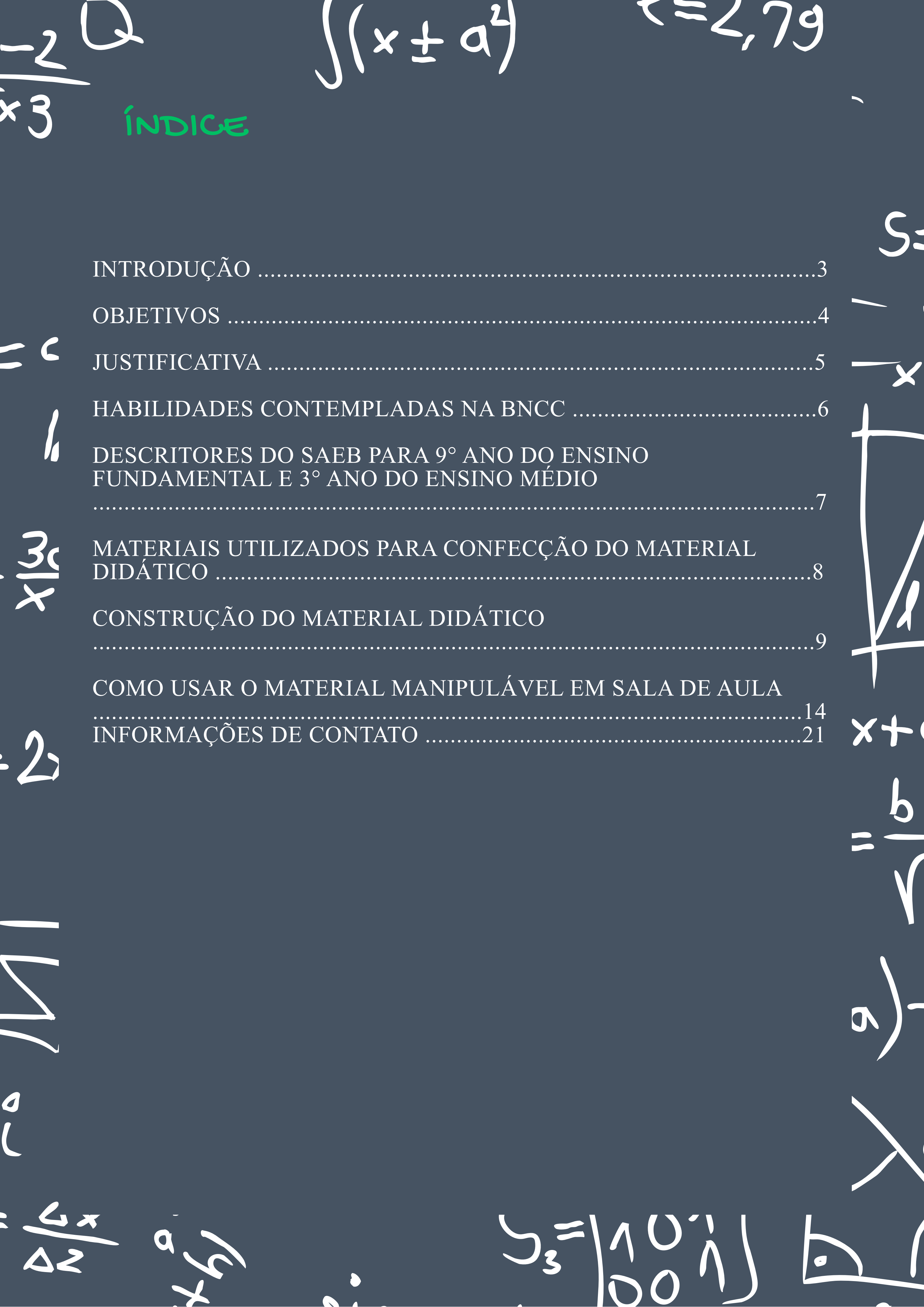
UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO DAS CIÊNCIAS EXATAS E DAS TECNOLOGIAS - CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT

PRODUTOS NOTÁVEIS E ÁREAS DE RETÂNGULOS COM SINAL

EXPLORANDO PRODUTOS NOTÁVEIS ATRAVÉS DE ÁREAS
DE RETÂNGULOS COM SINAL: UMA ABORDAGEM
PEDAGÓGICA INOVADORA

MANUAL DO PROFESSOR

ORGANIZADOR: WEBERSON SOUSA DOS ANJOS



INTRODUÇÃO	3
OBJETIVOS	4
JUSTIFICATIVA	5
HABILIDADES CONTEMPLADAS NA BNCC	6
DESCRITORES DO SAEB PARA 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3º ANO DO ENSINO MÉDIO	7
MATERIAIS UTILIZADOS PARA CONFEÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO	8
CONSTRUÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO	9
COMO USAR O MATERIAL MANIPULÁVEL EM SALA DE AULA	14
INFORMAÇÕES DE CONTATO	21

INTRODUÇÃO

Ao longo da história sobre o ensino da Matemática, muitos estudiosos pesquisadores se debruçaram sobre livros, artigos, relatos, pesquisas, etc, para entender como o sujeito aprende matemática. Esse processo investigativo resultou no desenvolvimento de diversas teorias e metodologias de ensino, que vão desde abordagens tradicionais, focadas na memorização e repetição, até metodologias mais modernas e interativas, que valorizam a compreensão conceitual e a aplicação prática. (Fiorentini e Miorim, 1990).

Muitas destas investigações e debates fundamentam-se no fato de que o aproveitamento dos estudantes da Educação Básica em matemática em avaliações nacionais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e a Prova Brasil, está aquém das metas estabelecidas.

Pensando nisso, analisamos um novo recurso pedagógico associado às áreas de retângulos com “sinal” a qual fornece uma nova alternativa para explicar o conceito de fatoração envolvendo produtos notáveis por meio da manipulação de materiais, possibilitando aos estudantes relacionarem conceitos algébricos abstratos a figuras geométricas, o que abre espaço para explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, as quais poderão ser validadas dentre outras maneiras pela construção geométrica.

OBJETIVOS

- Favorecer a associação entre expressões algébricas e figuras geométricas planas, promovendo o raciocínio visual e simbólico.
- Explorar a área de retângulos com medidas algébricas positivas e negativas como forma de representar adições e subtrações de áreas.
- Proporcionar aos estudantes a compreensão dos produtos notáveis como $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ e $(a-b)(a+b)$, por meio da composição e decomposição de áreas coloridas.
- Estimular a aprendizagem ativa, em que o aluno manipula materiais concretos para descobrir relações algébricas.
- Desenvolver a capacidade de generalização, permitindo que os estudantes passem da representação geométrica para a forma simbólica das expressões algébricas.
- Tornar o aprendizado mais significativo e intuitivo, reduzindo a memorização mecânica das fórmulas.
- Integrar o pensamento geométrico e algébrico, contribuindo para uma visão unificada da matemática.

JUSTIFICATIVA

De forma geral, este estudo se justifica pelo desenvolvimento de ações que permitem aos estudantes descobrirem princípios matemáticos por si mesmos, promovendo um aprendizado ativo e autônomo. Isso verdadeiramente ocorre já que a metodologia utilizada incentiva a investigação e a curiosidade despertando nos estudantes o desenvolvimento do pensamento crítico.

Imagine seus alunos compreendendo álgebra com as mãos!

Com o Material de Áreas de Retângulos Sinalizadas, aprender produtos notáveis deixa de ser uma memorização abstrata e se transforma em uma descoberta visual e concreta.

As cartolinas de cores diferentes representam áreas positivas e negativas, permitindo que o estudante veja e manipule expressões como $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$ de forma intuitiva.

O resultado? Engajamento imediato, participação ativa e aprendizagem significativa.

O professor ganha uma ferramenta simples, acessível e poderosa, alinhada à BNCC (2018) e capaz de integrar geometria e álgebra em um mesmo raciocínio.

Em poucos minutos, o estudante percebe o porquê das fórmulas, desenvolve pensamento lógico e autonomia intelectual.

Transforme sua aula em um laboratório de ideias matemáticas -concreto, colorido e eficaz.

Com esse material, o ensino de produtos notáveis nunca mais será o mesmo.

HABILIDADES CONTEMPLADAS NA BNCC

Etapa de Ensino	Código da Habilidade	Descrição da Habilidade (BNCC)
8º ano	EF08MA06	Associar uma expressão algébrica a uma representação geométrica, como o cálculo da área de figuras planas.
8º ano	EF08MA07	Resolver e elaborar problemas que envolvam produtos notáveis, fatoração e expressões algébricas.
8º ano	EF08MA13	Estabelecer relações entre expressões algébricas e medidas geométricas (área e perímetro) de figuras planas, utilizando representações algébricas e geométricas.
9º ano	EF09MA04	Resolver problemas que envolvam a determinação de medidas, utilizando relações algébricas e propriedades geométricas.
9º ano	EF09MA08	Compreender a equivalência entre expressões algébricas a partir de propriedades e operações com polinômios.
Ensino Médio	EM13MAT102	Reconhecer e utilizar as propriedades das operações (adição, subtração, multiplicação e potenciação), incluindo os produtos notáveis, para desenvolver cálculos e manipulações algébricas no tratamento de problemas matemáticos.
Ensino Médio	EM13MAT103	Compreender, utilizar e generalizar padrões em contextos matemáticos ou de outras áreas do conhecimento, empregando álgebra simbólica e geometria para resolver e formular problemas.
Ensino Médio	EM13MAT301	Explorar representações geométricas e algébricas de relações e propriedades matemáticas para resolver problemas e formular generalizações.
Ensino Médio	EM13MAT402	Utilizar conhecimentos geométricos e algébricos em situações práticas e de investigação, interpretando, representando e analisando informações de diferentes fontes.

$$\frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$\int (x \pm a^2)$$

$$r = 2,79$$

$$x^3$$

DESCRITORES DO SAEB PARA 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

9º ANO EF - D30 - Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

9º ANO EF - D35 - Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

3º ANO EM - D26 - Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.

$$\frac{30}{x}$$

$$2x$$

$$\sqrt{1}$$

$$0$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$xh$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

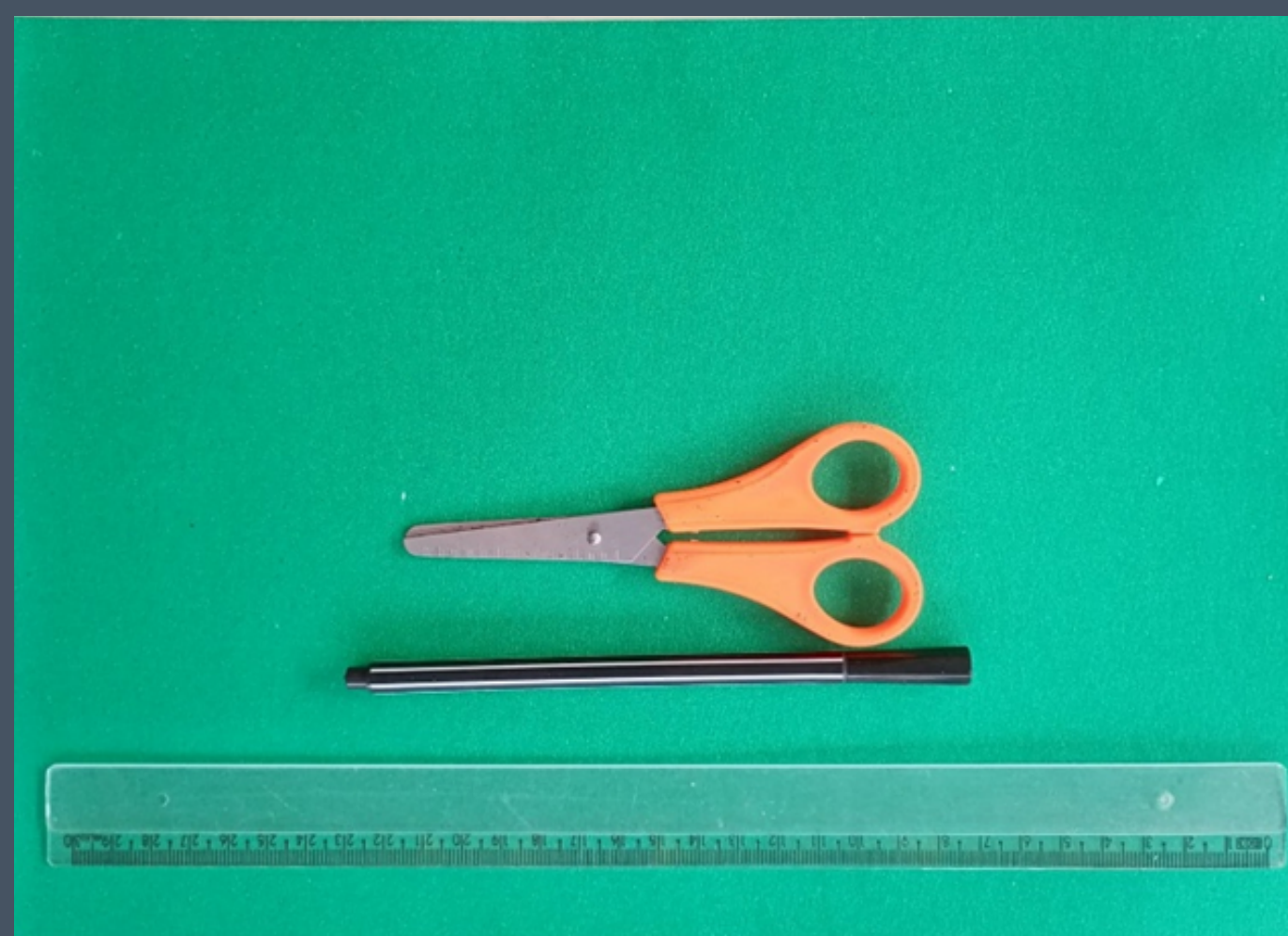
$$\frac{-2Q}{x^3}$$

$$\int (x \pm a^2)$$

$$x=2,79$$

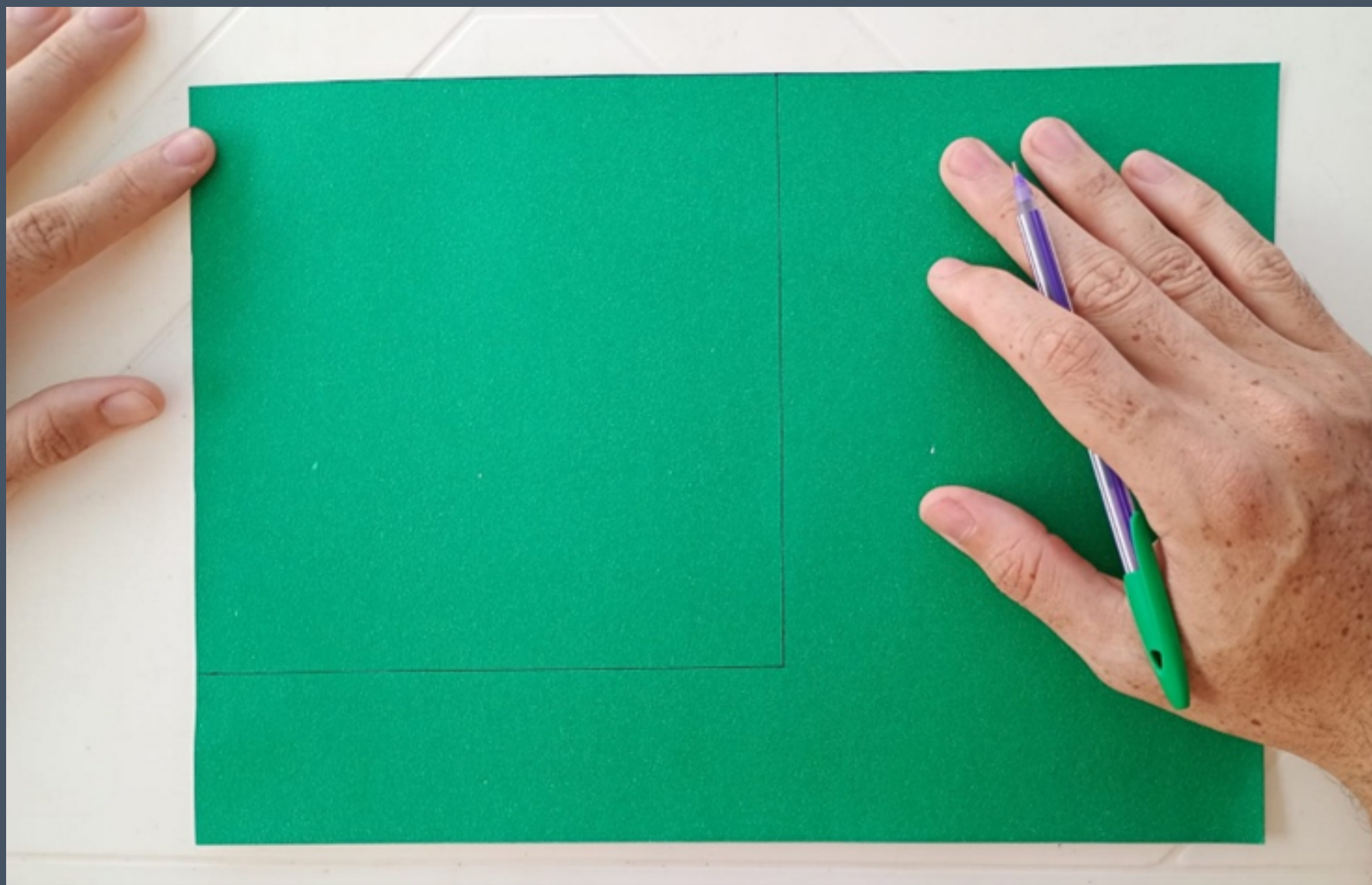
MATERIAIS UTILIZADOS PARA CONFECÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

- 1 cartolina dupla face
- 1 marcador de tinta preta
- 1 régua de 30cm ou superior
- 1 tesoura

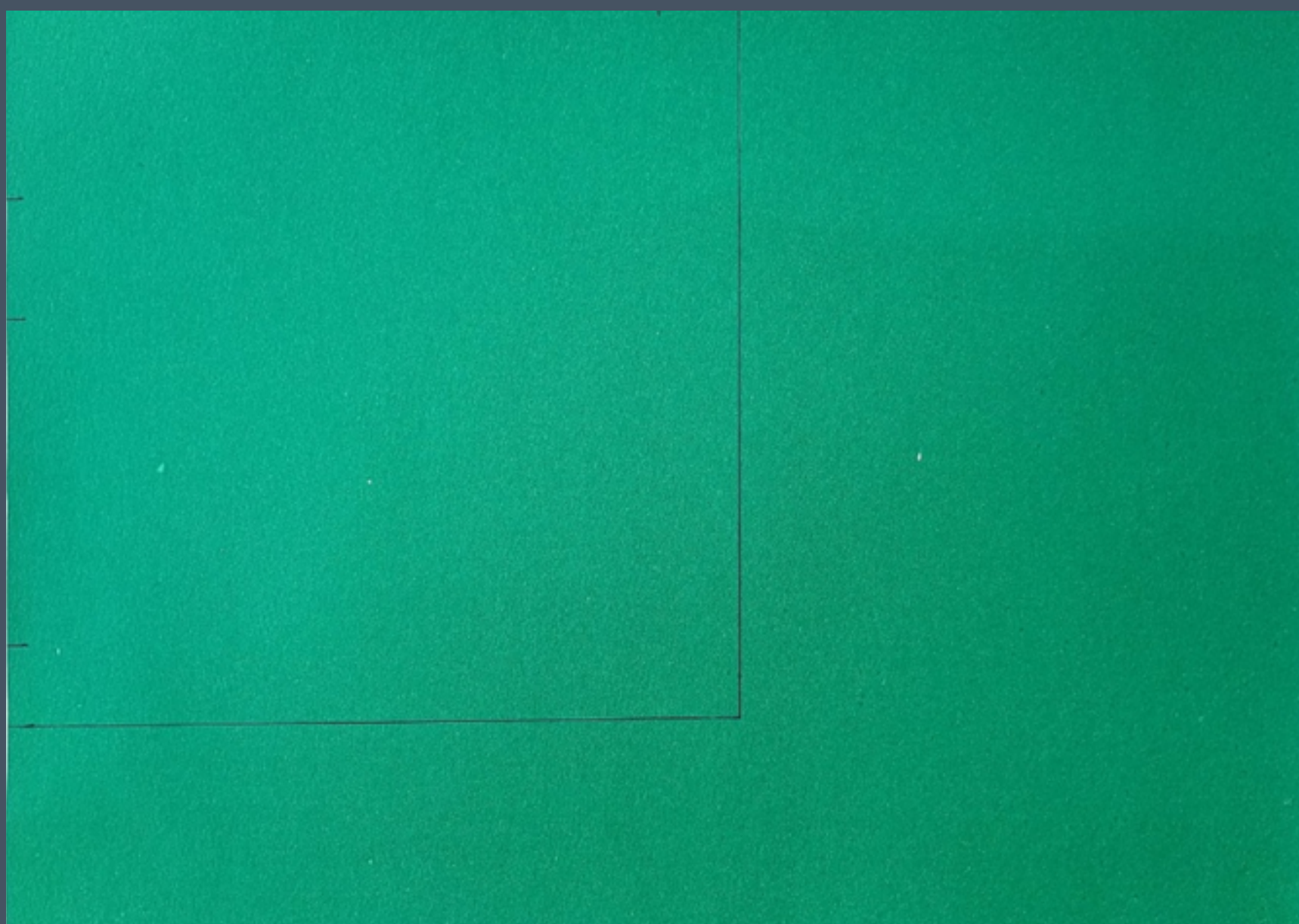


CONSTRUÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Escolha um dos lados da cartolina e utilize a régua e a caneta para marcar na cartolina um quadrado de lado medindo 18cm.



Em seguida partindo do vértice superior esquerdo, iremos marcar 4 segmentos medindo respectivamente 5cm, 3cm, 8cm e 2cm tanto na horizontal como também na vertical.

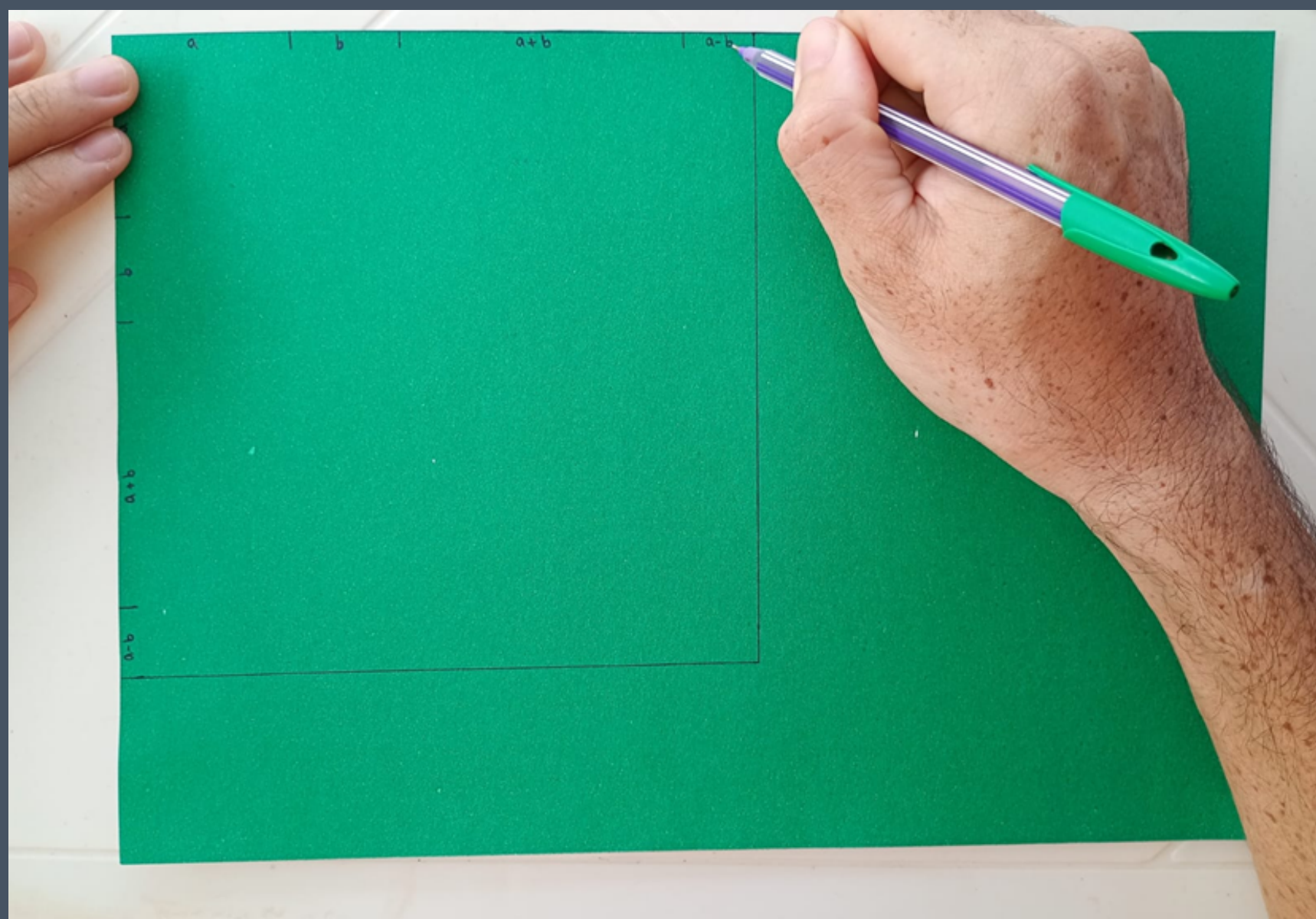


$$\int (x \pm a^2)$$

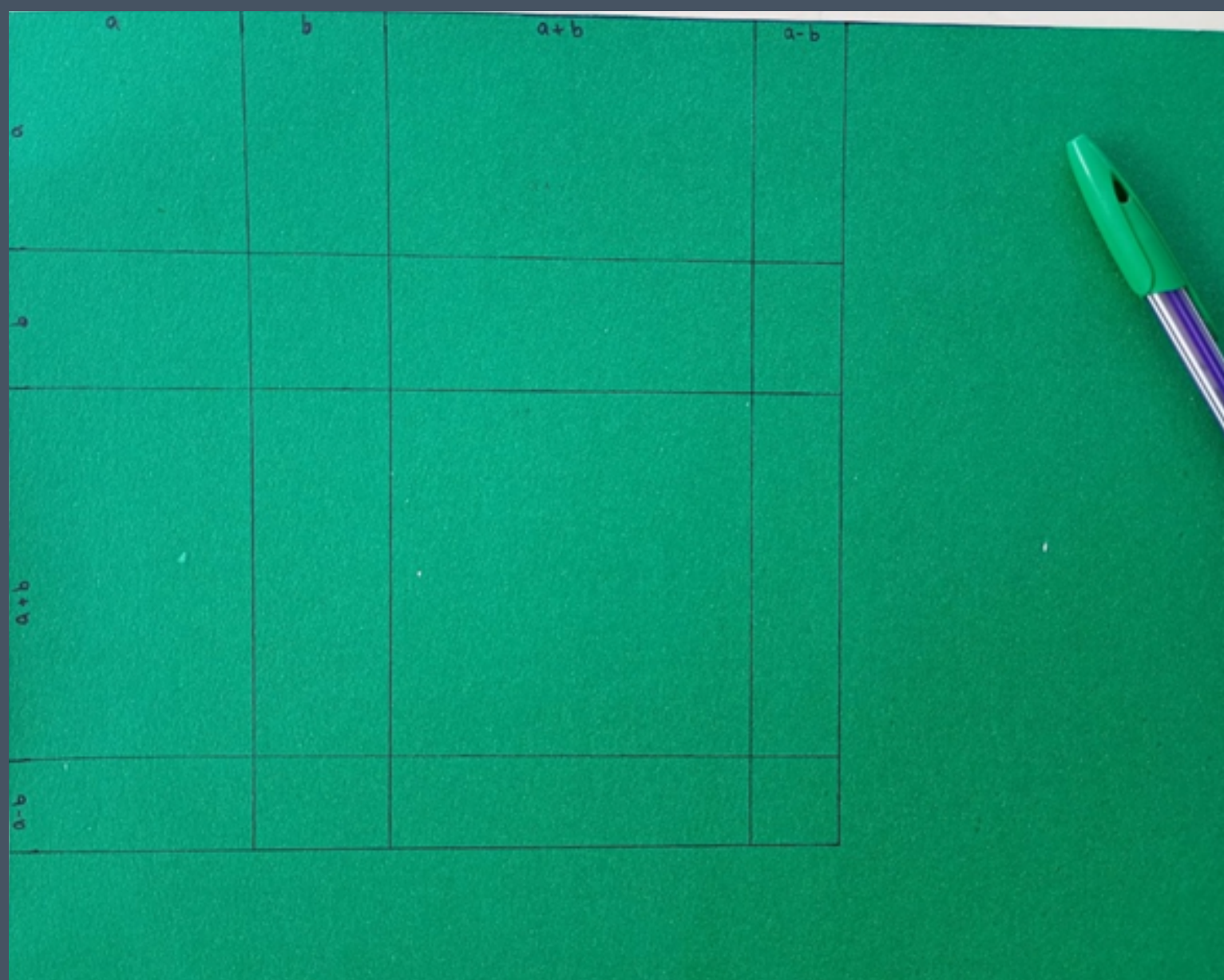
$$x = 2,79$$

CONSTRUÇÃO

Sobre cada um desses segmentos indicaremos respectivamente $a, b, a+b, a-b$, atribuindo assim $a=5\text{cm}, b=3\text{cm}, a+b=8\text{cm}$ e $a-b=2\text{cm}$.



A partir de cada um dos pontos demarcados ao final dos segmentos traçaremos retas paralelas partindo dos pontos até o lado oposto do quadrado. As retas serão feitas na horizontal e vertical ficando perpendiculares entre si como ilustra a imagem abaixo:

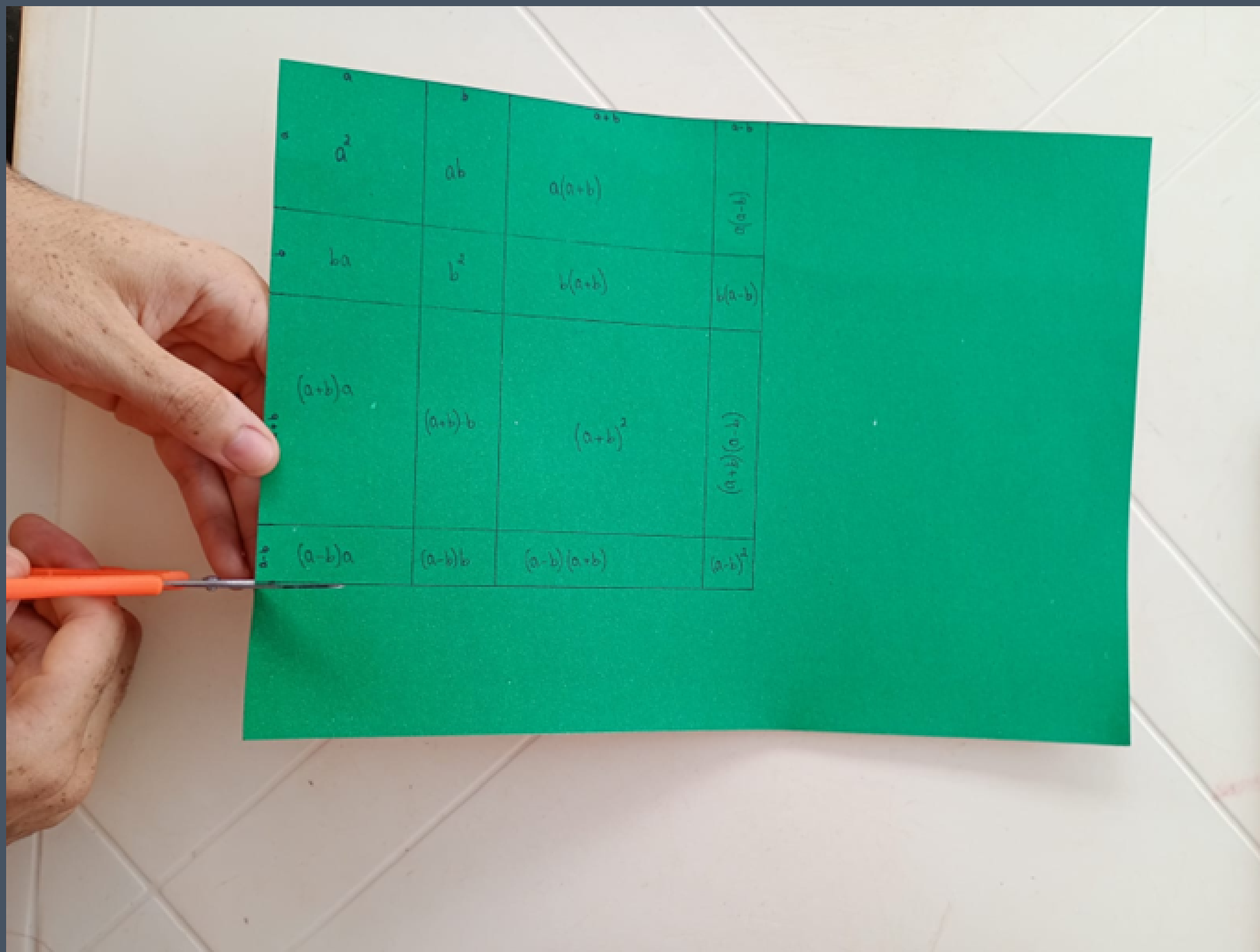
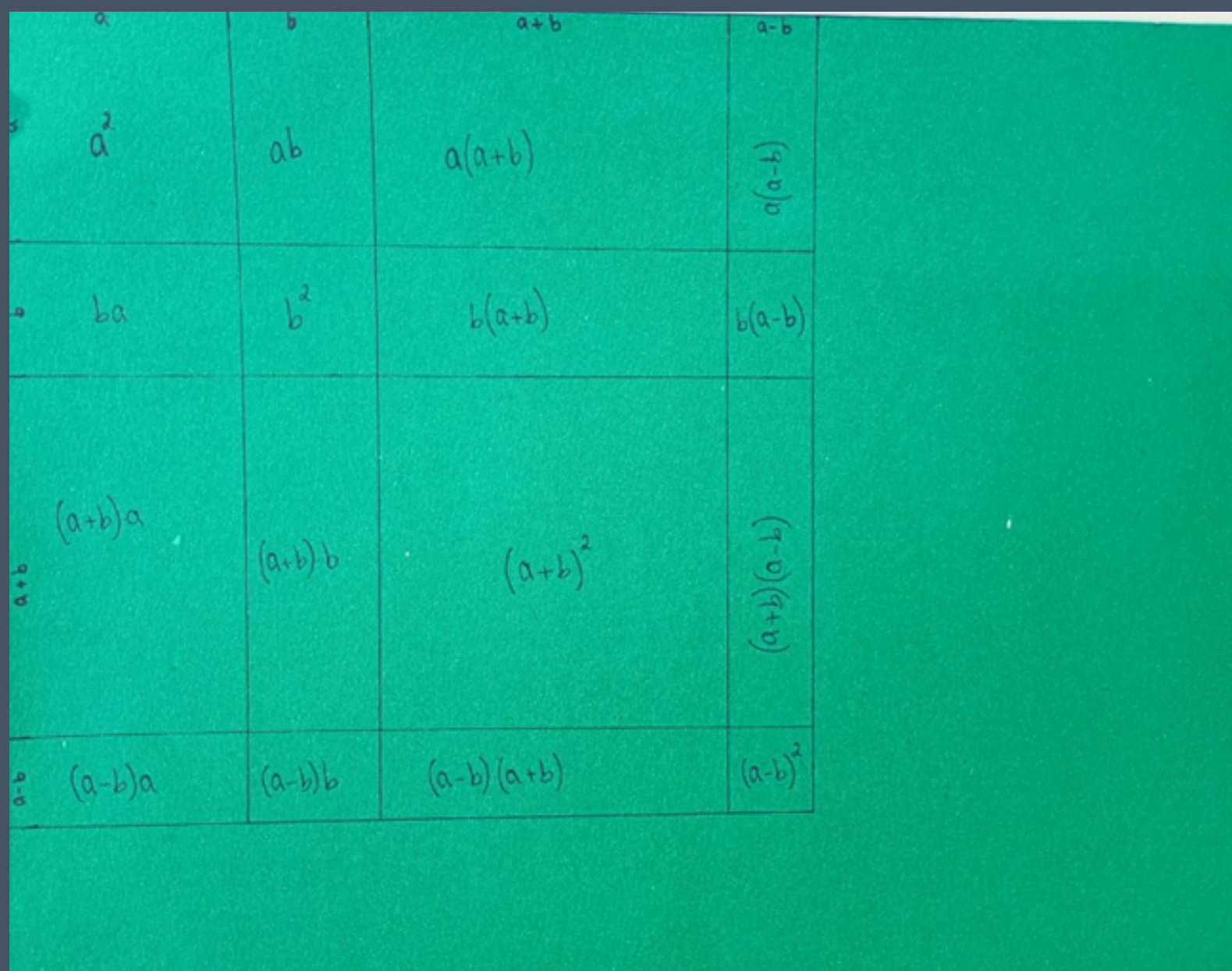


$$\int (x \pm a^2)$$

$$r = 2,79$$

CONSTRUÇÃO

Agora, demarque em função de a e b as áreas dos retângulos e quadrados encontrados utilizando a caneta preta. Ao final dessa etapa utilize a tesoura e desmembre o quadrado da cartolina como indica a figura abaixo.



CONSTRUÇÃO

	a	b	a+b	a-b
a	a^2	ab	$a(a+b)$	$a(a-b)$
b	ab	b^2	$b(a+b)$	$b(a-b)$
a+b	$a(a+b)$	$b(a+b)$	$(a+b)^2$	$(a+b)(a-b)$
a-b	$a(a-b)$	$b(a-b)$	$(a+b)(a-b)$	$(a-b)^2$

Por fim, fazendo cortes sobre cada uma das retas desenhadas desmembre o quadrado de lado 18cm em:

- 1 quadrado de área $(a+b)^2$
- 1 quadrado de área a^2
- 1 quadrado de área b^2
- 1 quadrado de área $(a-b)^2$
- 2 retângulos de área $a(a+b)$
- 2 retângulos de área $b(a+b)$
- 2 retângulos de área $a(a-b)$
- 2 retângulos de área $b(a-b)$
- 2 retângulos de área ab
- 2 retângulos de área $(a-b)(a+b)$

Após o corte, anote o valor dessa área no lado oposto de cada quadrado e retângulo e assim o material estará finalizado.

$$\frac{-2Q}{x^3}$$

$$\int (x \pm a^2)$$

$$r=2,79$$

RESULTADO FINAL



$$S=$$

$$x$$

$$\frac{30}{x}$$

$$x+c$$

$$= \frac{b}{r}$$

$$x^2$$

$$x$$

$$=c$$
$$h$$

$$x \frac{30}{x}$$

$$2x$$

$$x^2$$

$$x$$

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$x+h$$

$$x$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b$$

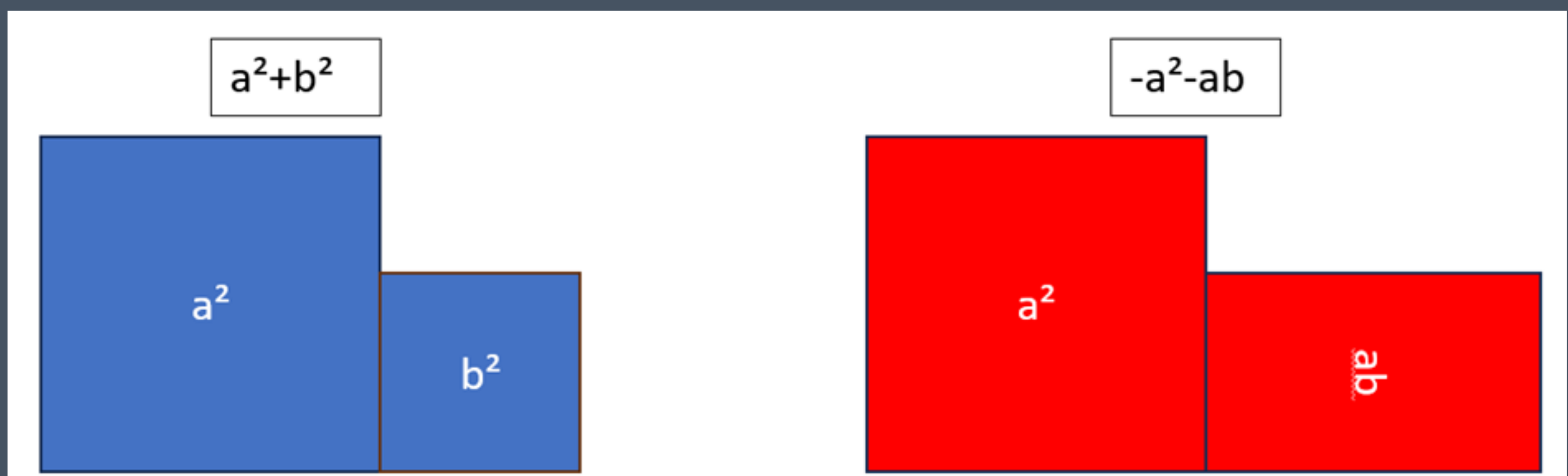
COMO USAR O MATERIAL MANIPULÁVEL EM SALA DE AULA

EXEMPLOS PRÁTICOS

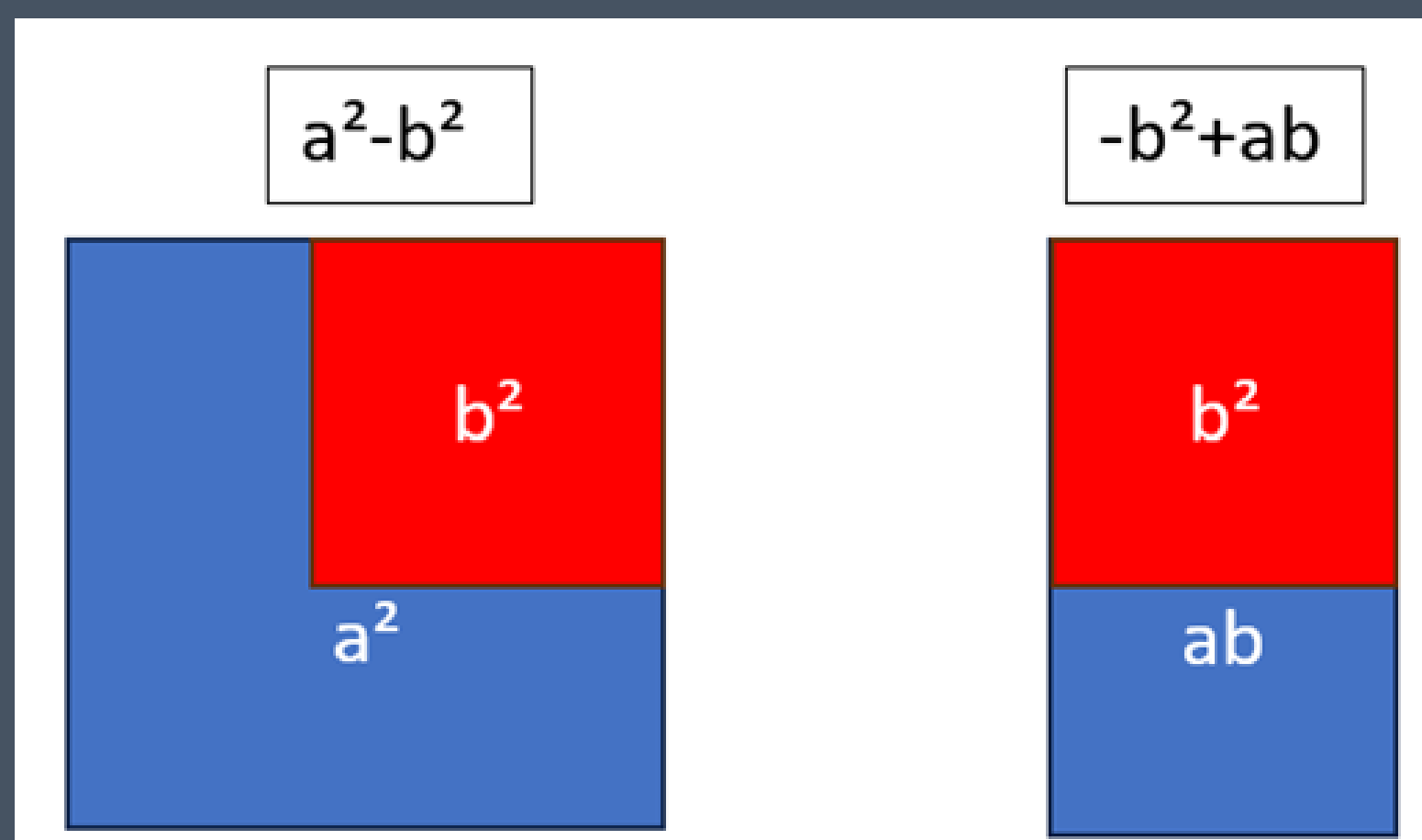
As imagens apresentadas a seguir representam o material confeccionado no software power point para melhor visualização de cores e das escalas entre o tamanho dos retângulos. Nesse sentido, usamos a cor vermelha para representar a cor cinza do material feito na cartolina e azul para representar a cor verde da cartolina.

Para os cálculos utilizando o material didático manipulável em sala de aula faz se necessário adotar 2 critérios:

i. Para somar duas áreas de mesmo sinal colocamos os retângulos de mesma cor adjacente a outro.



ii. Para somar áreas com sinais opostos, sobrepomos a menor área sobre a maior.

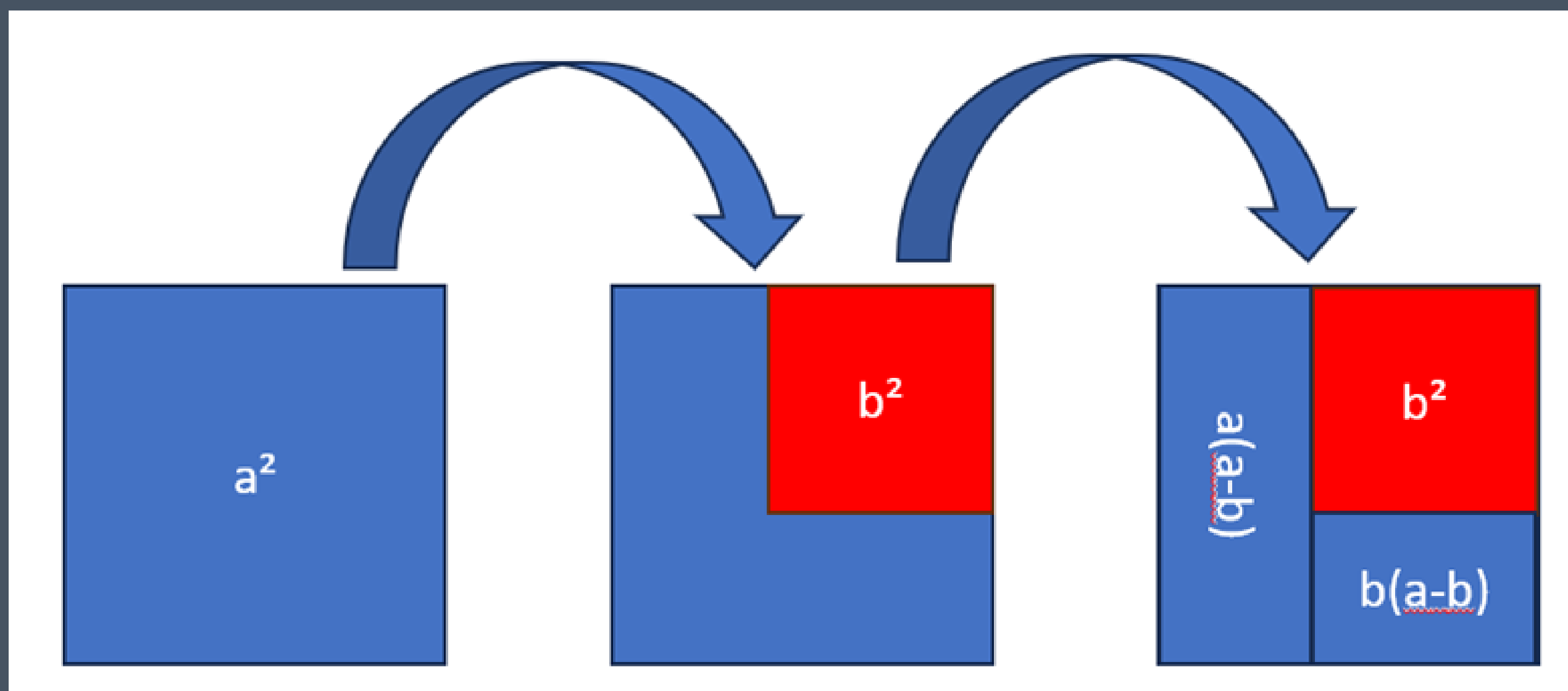


Faremos agora alguns exemplos de como usar o material.
Com todos os retângulos sobre a mesa proponha algumas questões como:

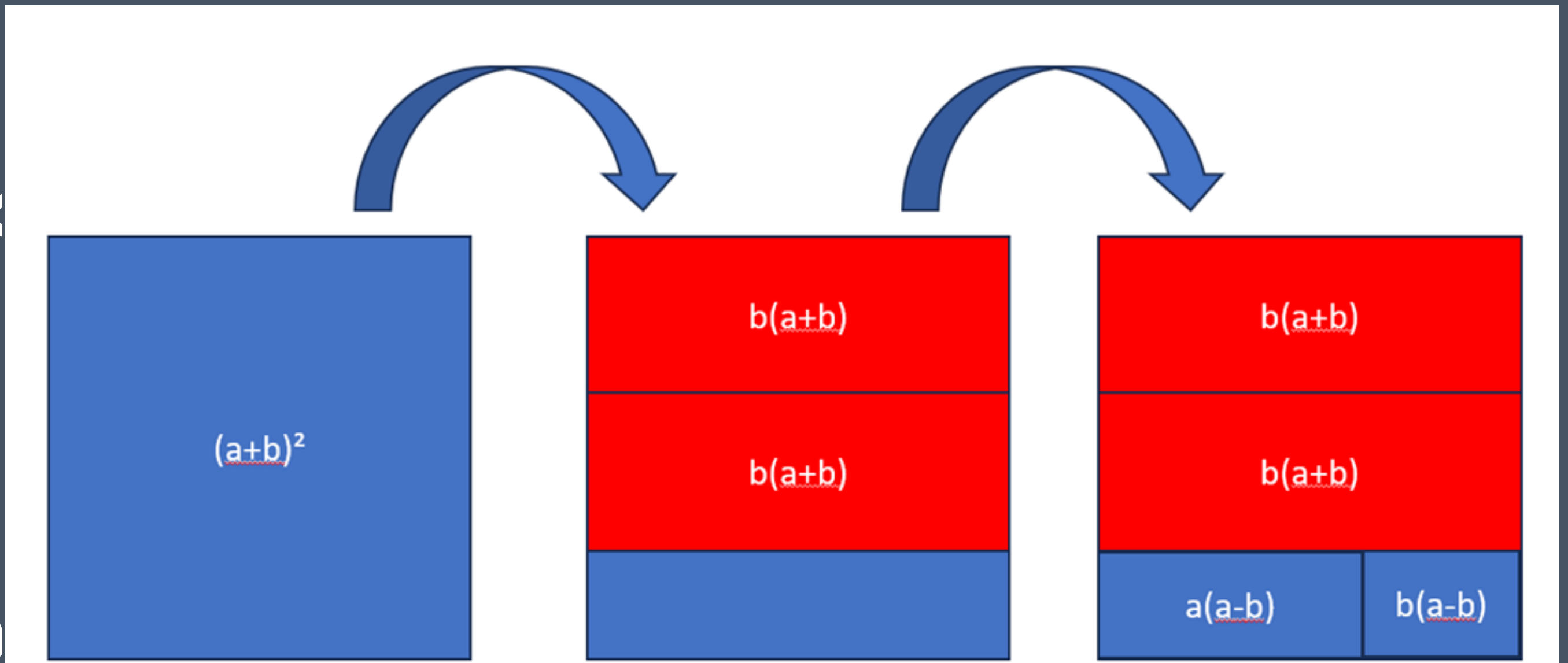
Utilizando o material confeccionado busque ao menos duas possíveis fatorações para cada expressão abaixo:

- a) $a^2 - b^2$
- b) $(a+b)^2$
- c) $(a-b)^2$
- d) $-(a-b)^2$
- e) $b^2 - a^2$

Uma possível solução para a letra (a) seria pegar inicialmente o quadrado de área a^2 e retirar b^2 . Como iremos subtrair b^2 , iremos sobrepô-lo ao quadrado de área a^2 de cor vermelha (área com sinal negativo) e o espaço que sobrou pode ser substituído por dois retângulos conhecidos como indica a figura abaixo na cor azul (área com sinal positivo), logo $a^2 - b^2 = a(a-b) + b(a-b)$.

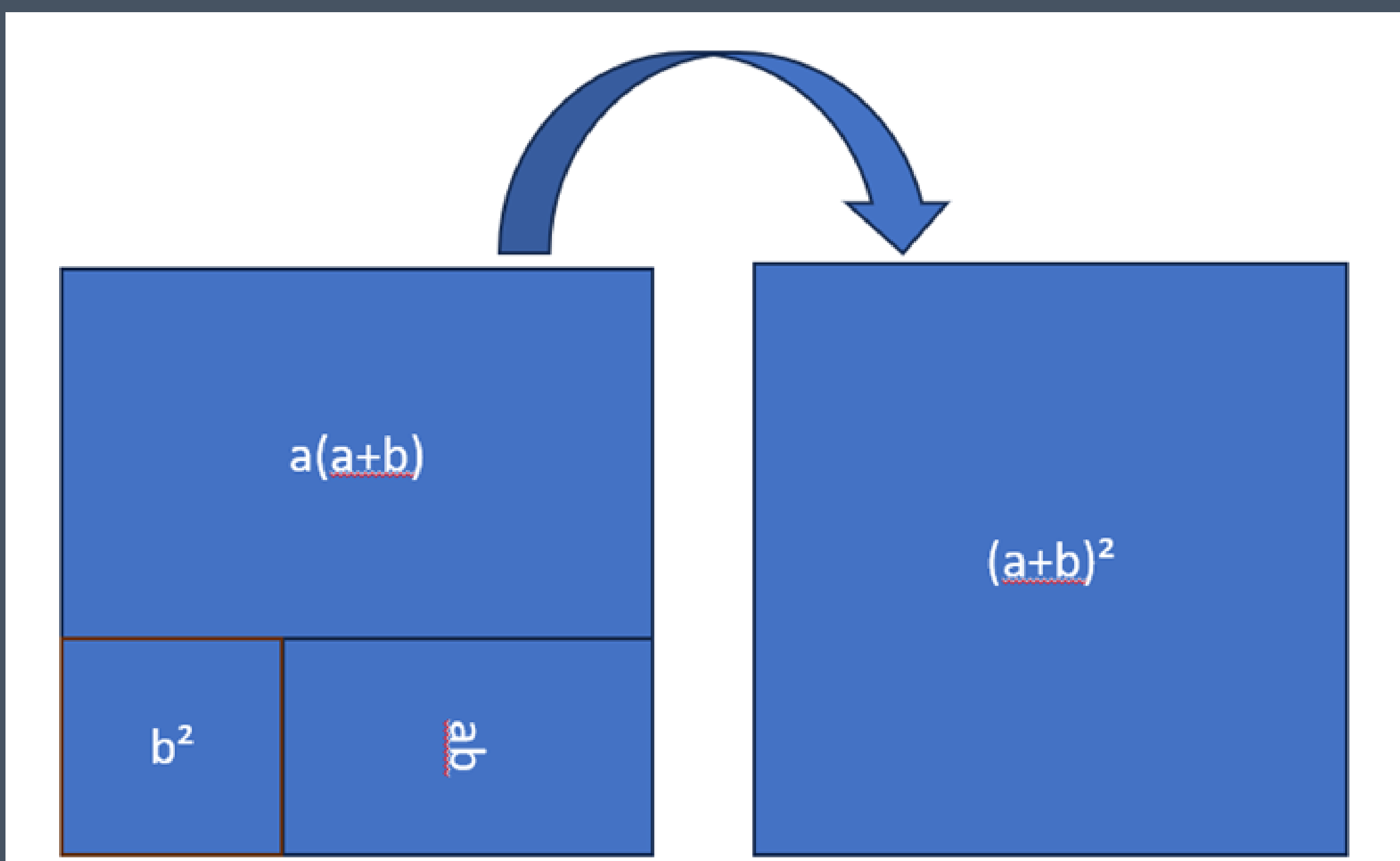


Outra maneira de obter este resultado $a(a-b)+b(a-b)$ seria realizar a operação $(a+b)^2-2b(a+b)$, a qual advém da seguinte operação geométrica:



Neste, tomamos um quadrado de área $(a+b)^2$ com sinal positivo (cor azul) e em seguida somamos dois retângulos de área $b(a+b)$ com sinal negativo (vermelho) sobrando em azul um retângulo de área $a(a-b)+b(a-b)$.

Para a letra (b) podemos ter: $a(a+b)+ab+b^2$ e colocando todos de forma adjacente encontramos $(a+b)^2$.



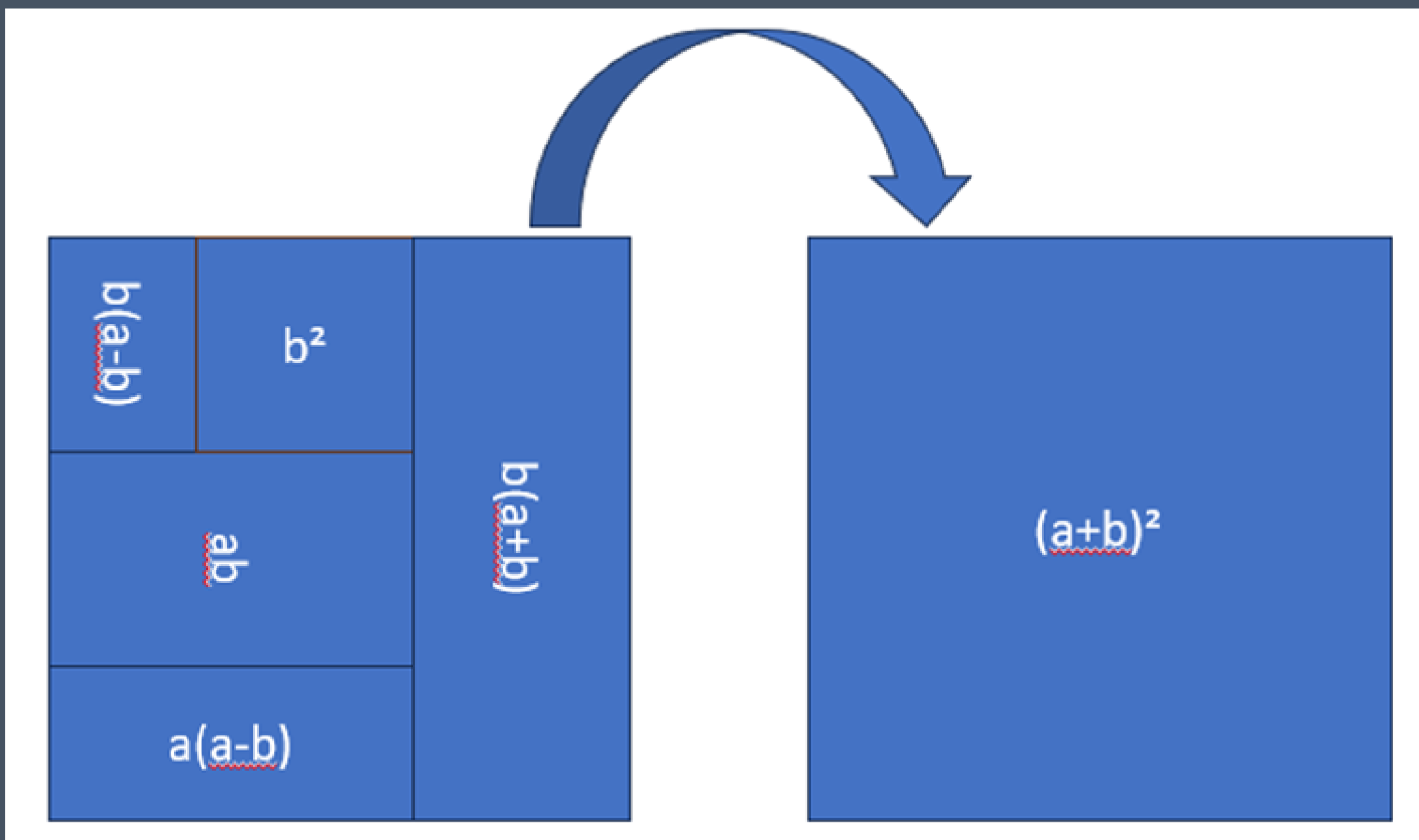
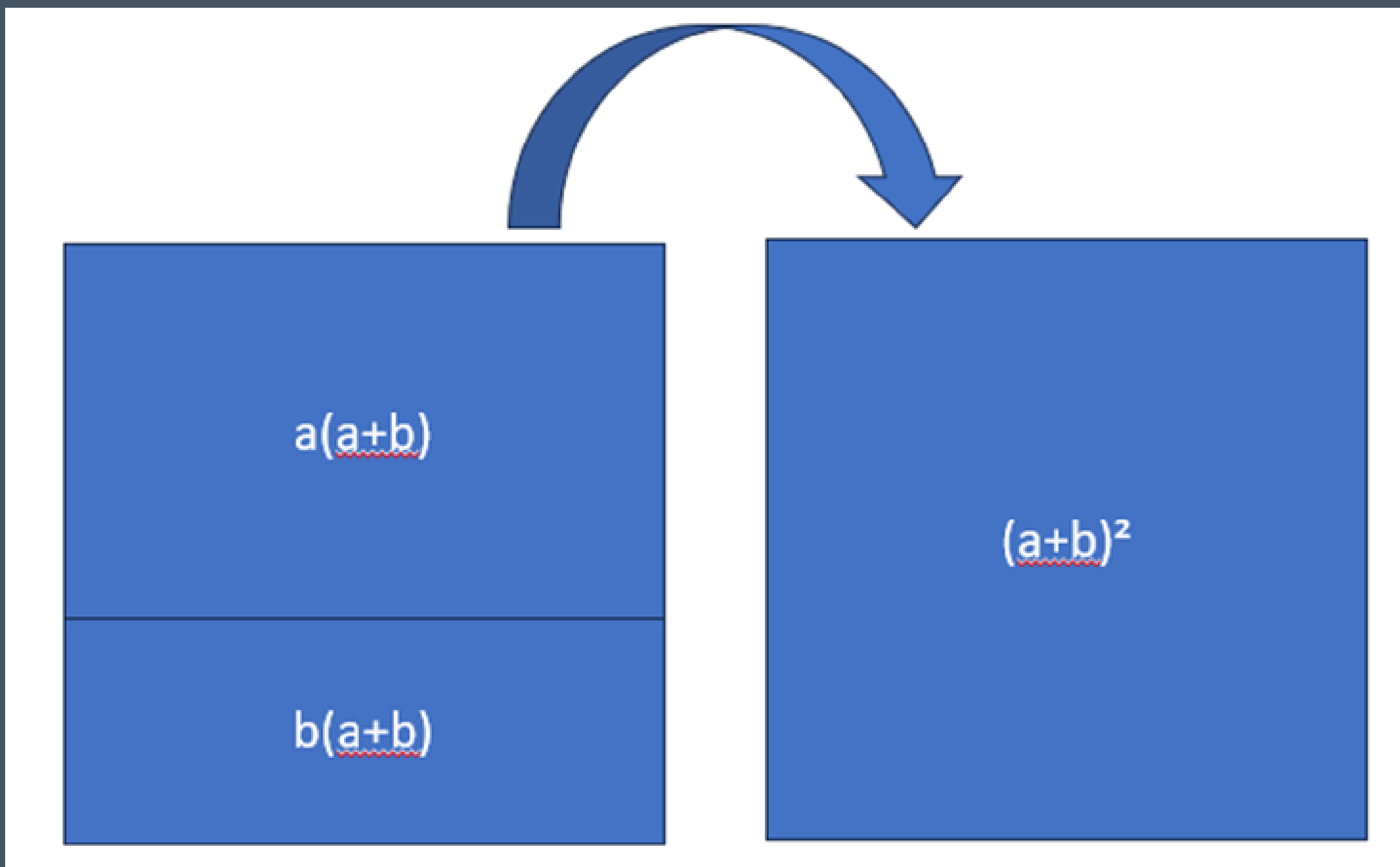
$$-2Q$$

$$\int (x \pm a^2)$$

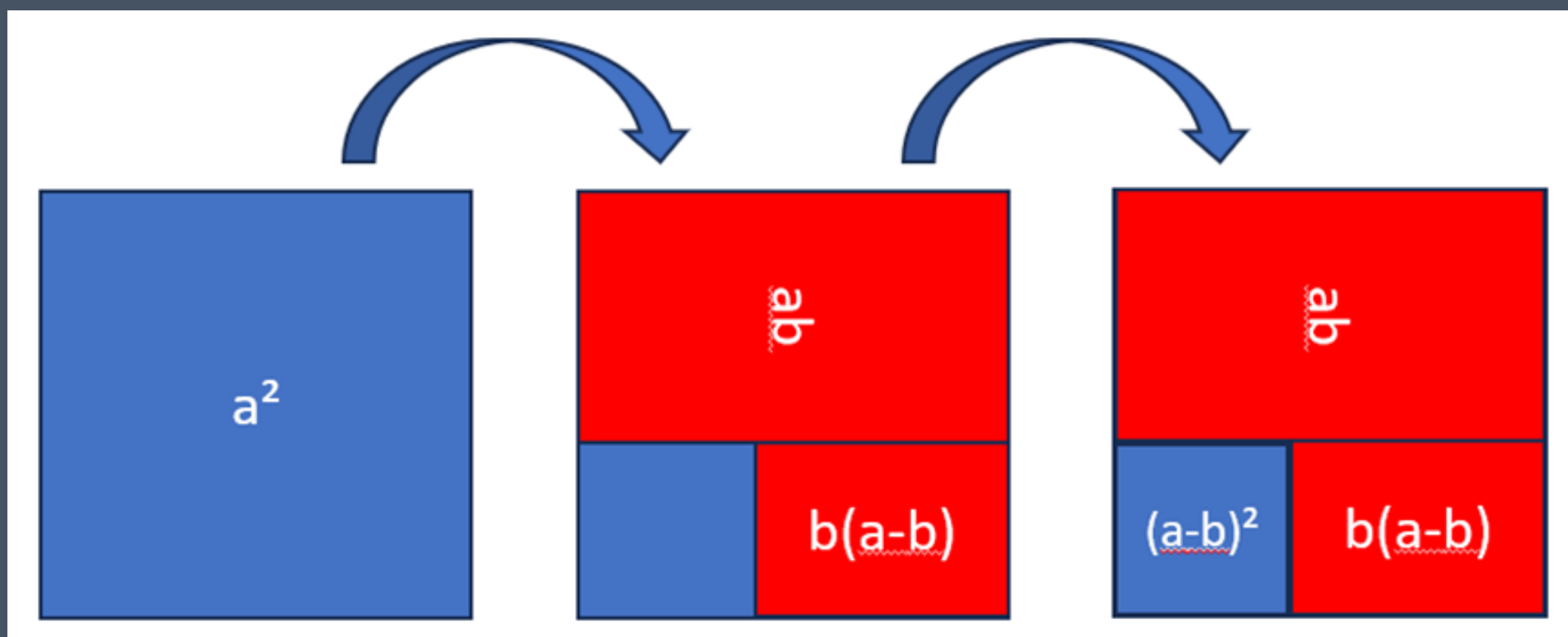
$$r=2,79$$

x3

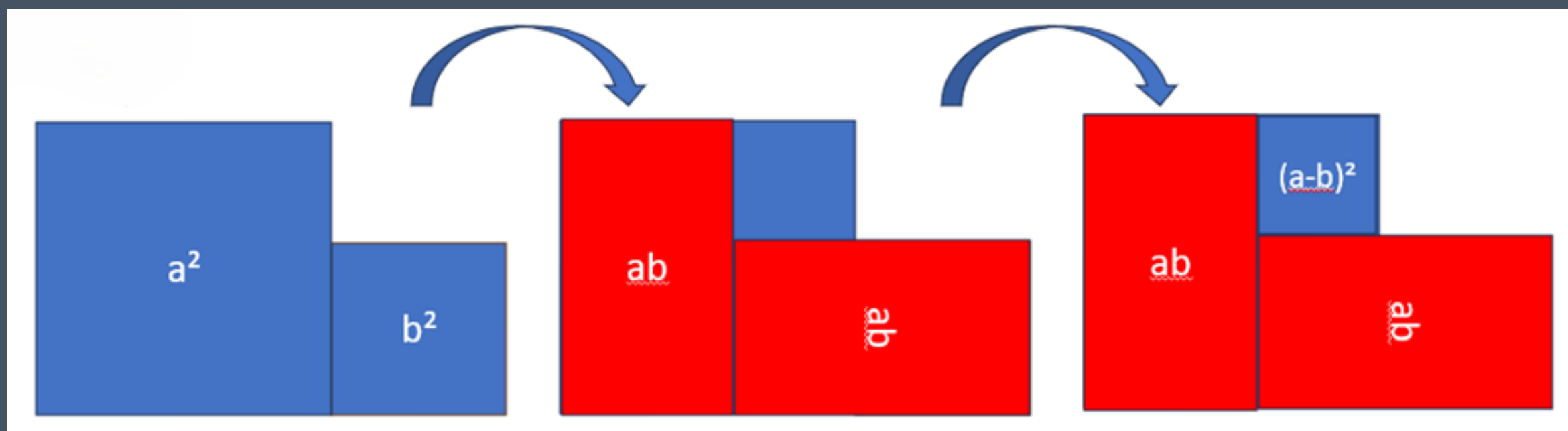
Por outro lado, temos também $(a+b)^2=a(a+b)+b(a+b)$ e $(a+b)^2= b(a-b)+b^2+ab+a(a-b)+b(a+b)$ resultados algébricos das representações geométricas abaixo respectivamente construídas.



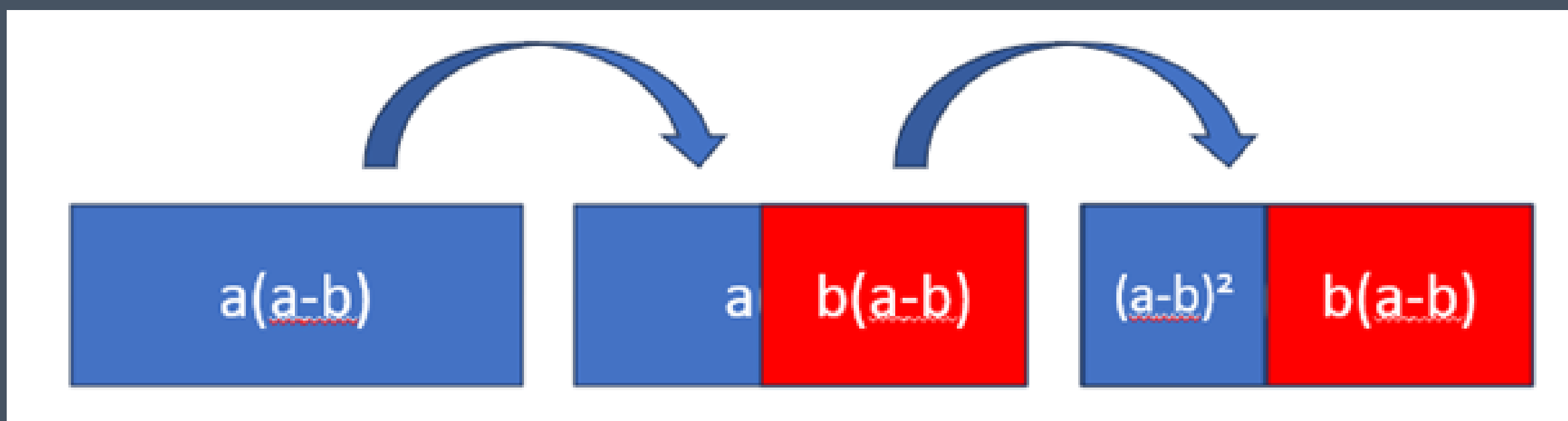
Já na letra (c) temos as possíveis soluções
 $a^2 - [(a-b)b] - ab$ (I)



$$a^2 + b^2 - ab - ba \quad (\text{II})$$

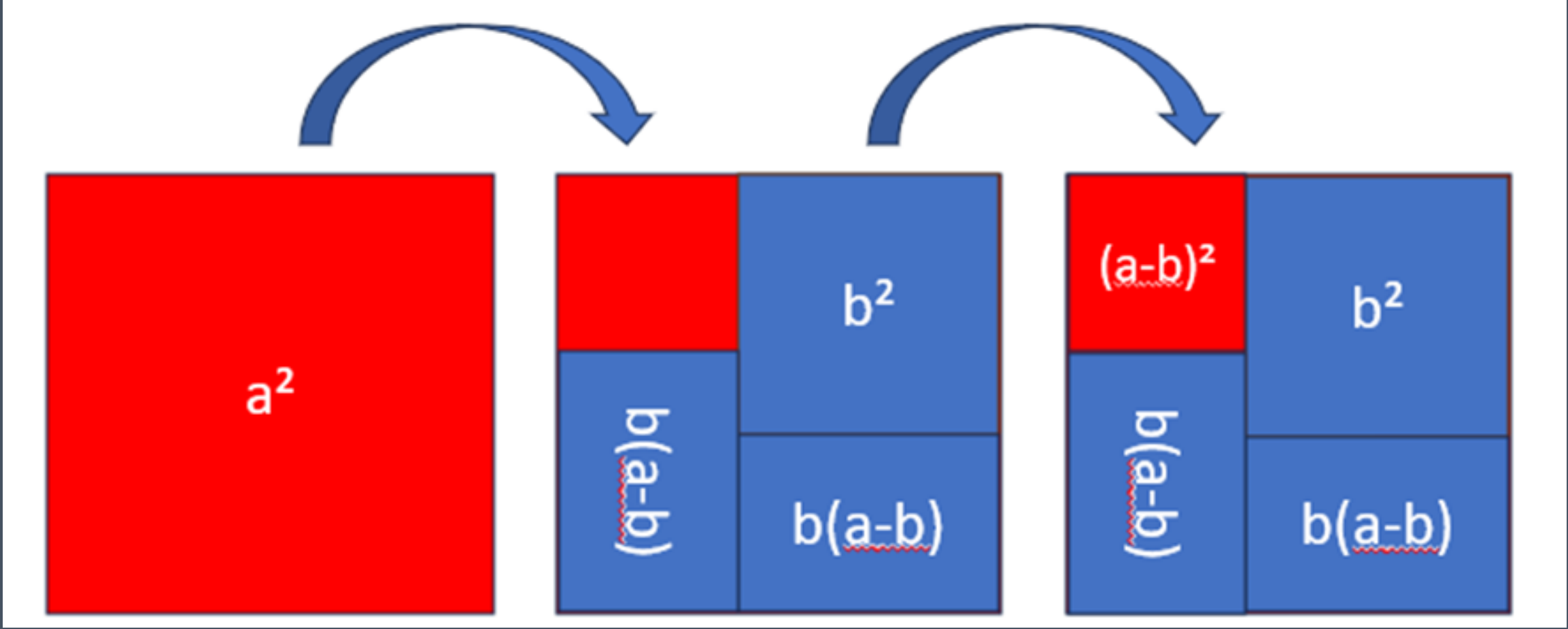


$$a(a-b) - b(a-b) \quad (\text{III})$$

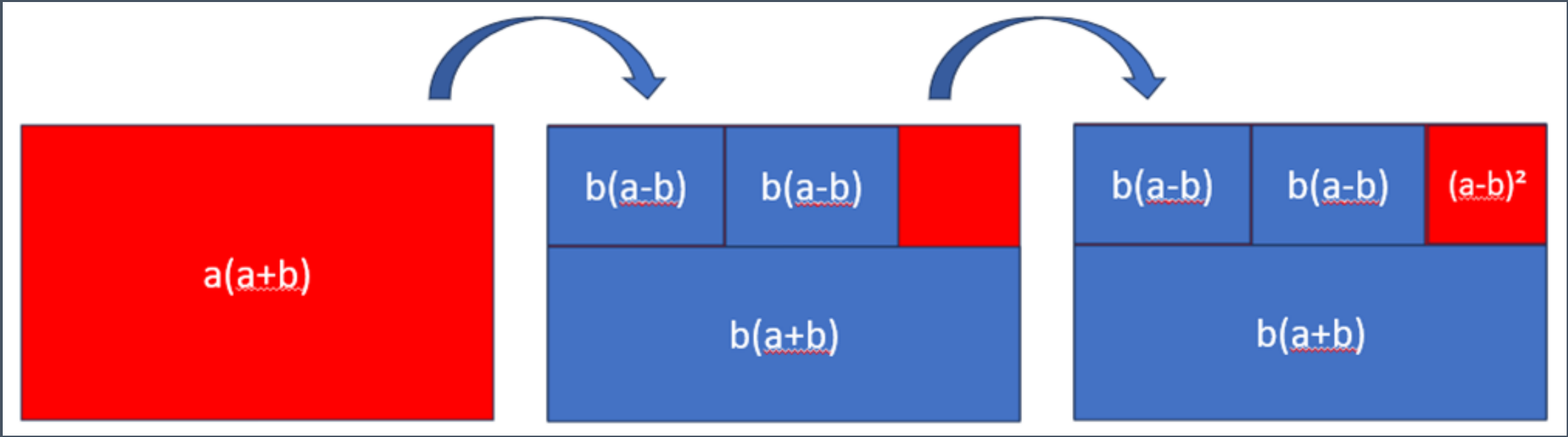


Na letra (d) podemos encontrar

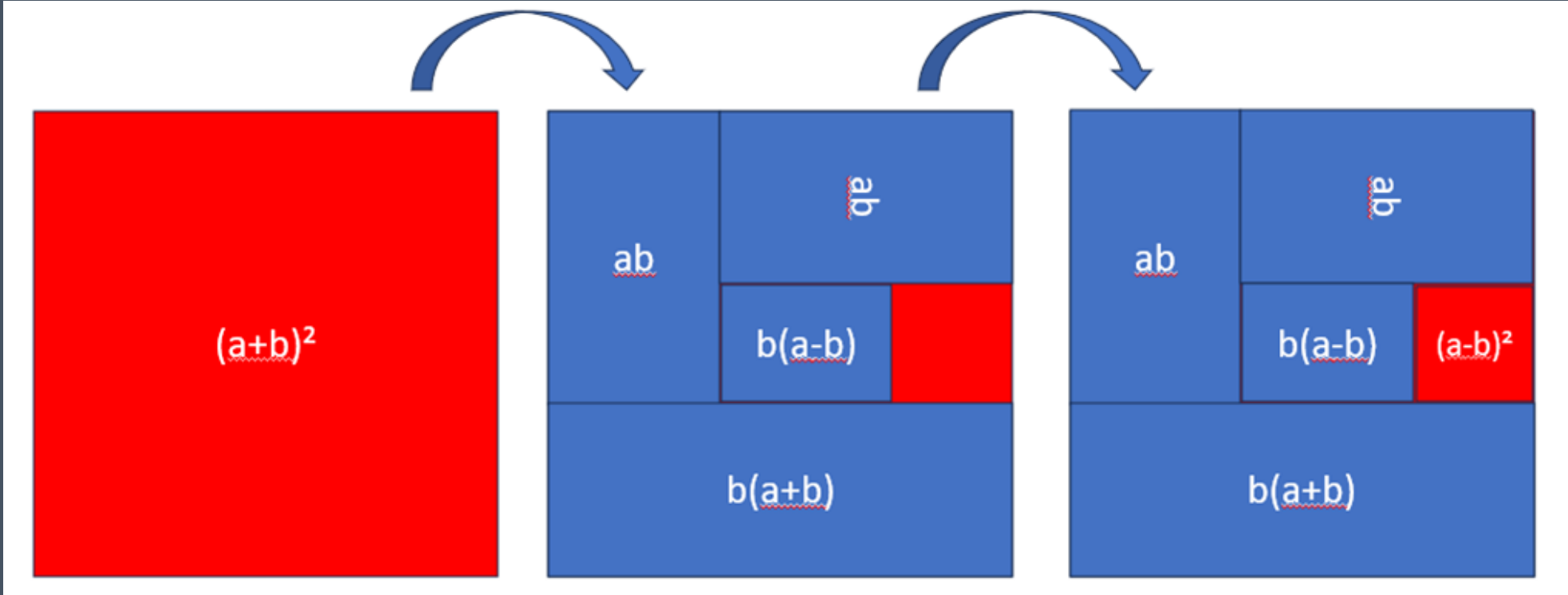
$$-a^2+b^2+b(a-b)+b(a-b) \quad (I)$$



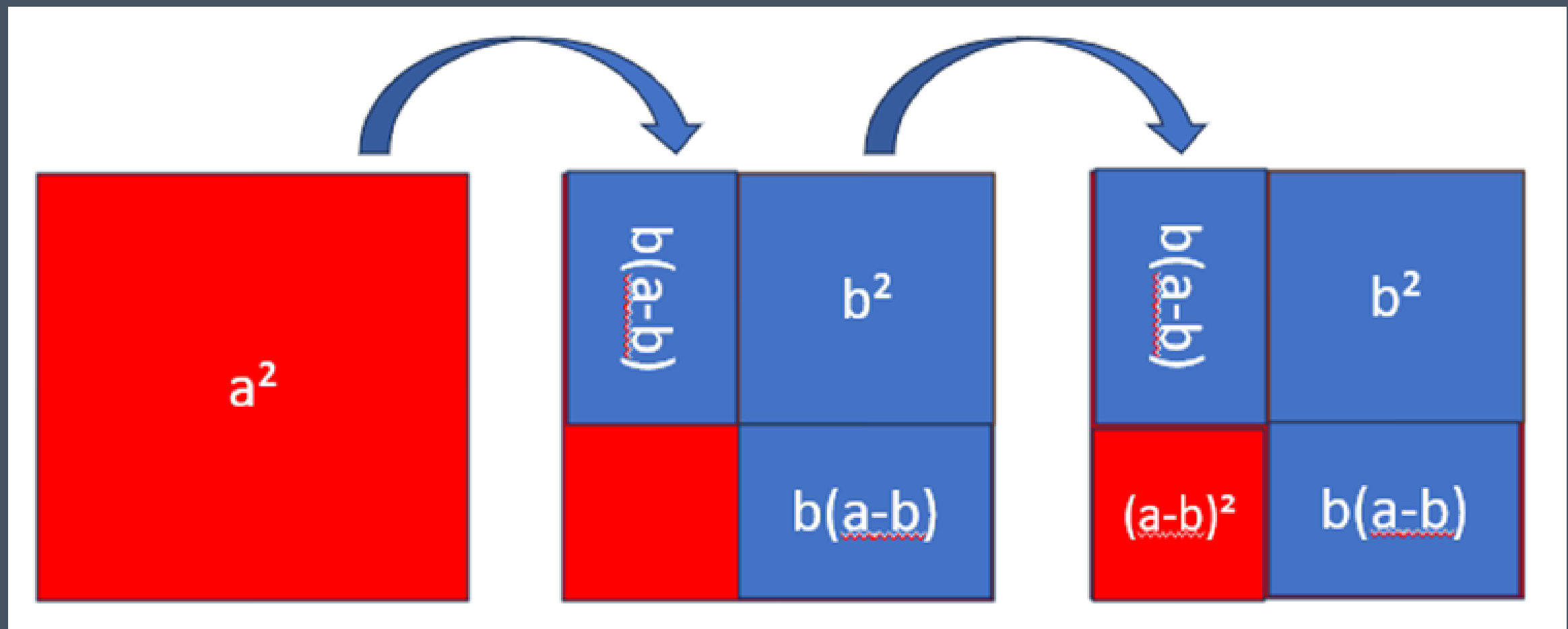
$$-a(a+b)+b(a-b)+b(a-b)+b(a+b) \quad (II)$$



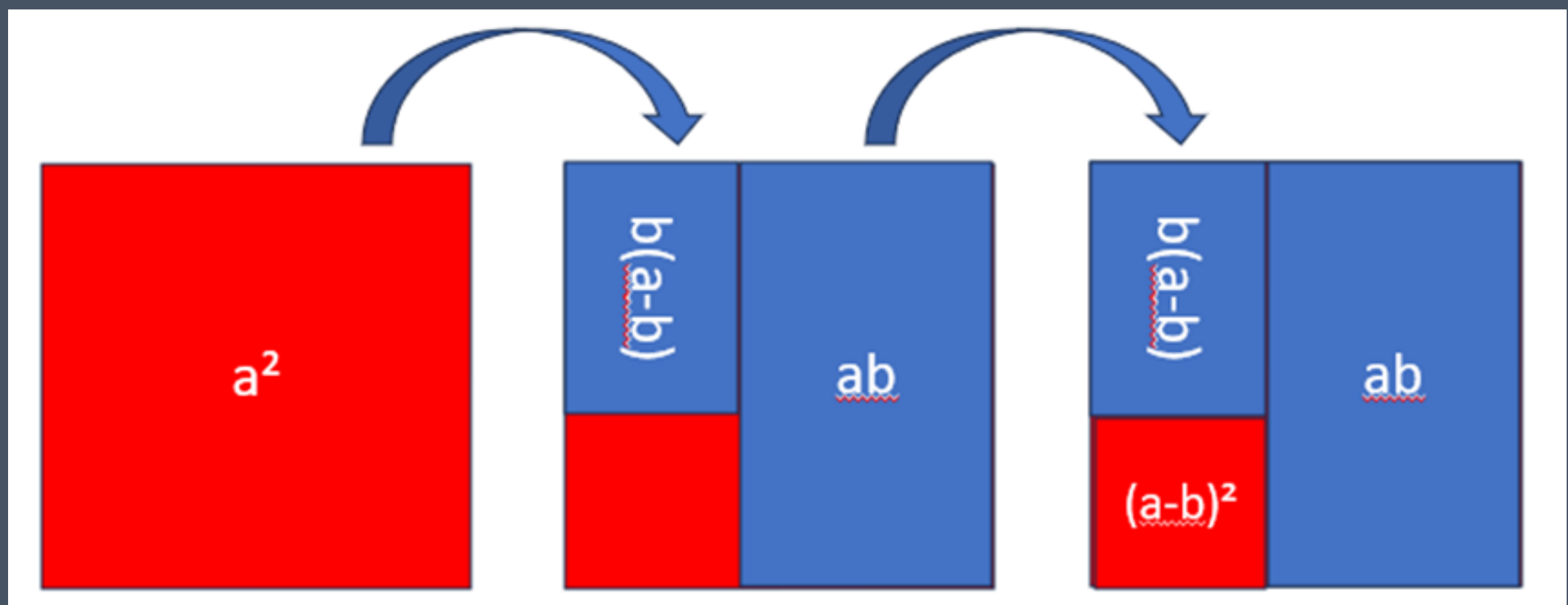
$$-(a+b)^2+2ab+b(a+b)+b(a-b) \quad (III)$$



Para a letra (e), note que $b^2 - a^2 = -(a^2 - b^2)$, ou seja, queremos encontrar como solução um quadrado de área $a^2 - b^2$ de cor vermelha. Uma possível solução seria:
 $-a^2 + b^2 + b(a-b) + b(a-b)$



Note ainda que, podemos encontrar também $-(a^2 - b^2) = -a^2 + (a-b)b + ab$ e geometricamente representada por:



Vale ressaltar que, esses são apenas alguns dos possíveis resultados, podendo o estudante encontrar outras combinações.

Desejo que este material desperte em seus alunos a mesma curiosidade e encantamento que a Matemática é capaz de inspirar.

Ao usar as cartolinas sinalizadas, permita que eles descubram, toquem e visualizem os conceitos que antes pareciam abstratos.

Cada retângulo colorido é uma oportunidade de transformar números e letras em significados reais.

Deixe que a manipulação conduza à compreensão profunda e que o erro seja visto como parte do aprendizado.

Você verá a sala se transformar em um espaço de investigação e descoberta, onde o raciocínio ganha forma e cor.

Que cada aluno saia da aula sentindo que entendeu de verdade o que é um produto notável.

E que você, professor, sinta o prazer de ver o brilho nos olhos de quem aprende com sentido.

Tenha uma excelente aula — cheia de ideias, experiências e conquistas matemáticas!

Contato

Email: weber.04max@gmail.com
weberson.a0216@ufob.edu.br