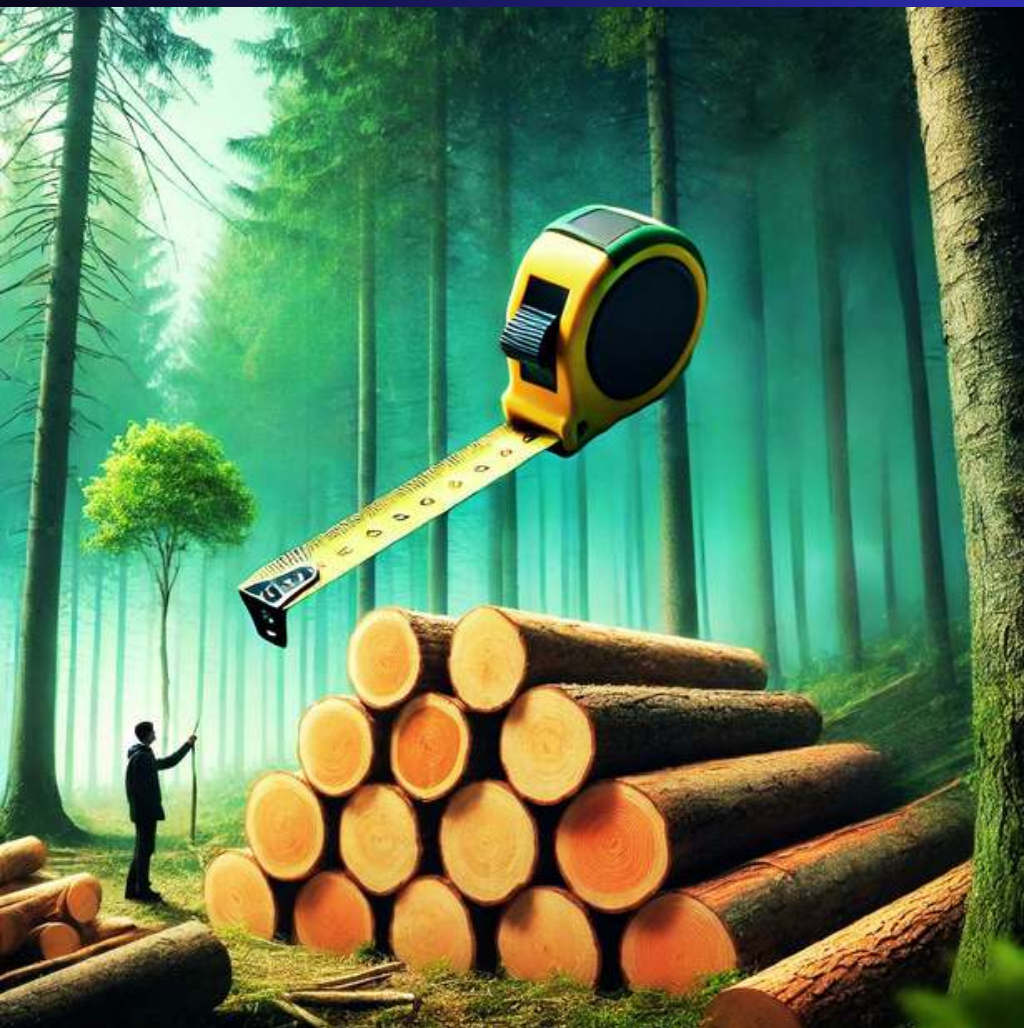


MATEMÁTICA APLICADA

EXPLORANDO O CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA EDUCAÇÃO



ANTONIO CARLOS CARDOSO

MATEMÁTICA APLICADA

EXPLORANDO O CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA EDUCAÇÃO

Este e-book foi elaborado como parte do projeto de dissertação de mestrado no programa PROFMAT, com foco em Matemática Aplicada, visando à integração de métodos de cubagem de madeira com o ensino matemático prático.

Orientador: Emivan Ferreira da Silva

Coorientadora: Adriana Souza Resende

ANTONIO CARLOS CARDOSO

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Cardoso, Antonio Carlos

Matemática aplicada : explorando o cálculo da
cubagem de madeira na educação [livro eletrônico] /
Antonio Carlos Cardoso. -- SINOP, MT : Ed. do Autor,
2025.

PDF

ISBN 978-65-01-84459-6

1. Educação 2. Matemática - Estudo e ensino
I. Título.

25-322430.0

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino 510.7

Livia Dias Vaz - Bibliotecária - CRB-8/9638

ISBN: 978-65-01-84459-6

GBL



9 786501 844596

ANTONIO CARLOS CARDOSO



Antonio Carlos Cardoso, é professor de Educação Básica e graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT). Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL), é Mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT/UNEMAT). Antonio é o idealizador do e-book "MATEMÁTICA APLICADA: EXPLORANDO O CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA EDUCAÇÃO", que visa explorar conceitos matemáticos aplicados à cubagem de madeira no manejo florestal sustentável. Busca inspirar seus alunos a compreender e aplicar a Matemática de maneira prática, contextualizada e significativa.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	07
Capítulo 1 — MADEIRA E SOCIEDADE: HISTÓRIA, DESAFIOS E SUSTENTABILIDADE	08
Capítulo 2 — A JORNADA DA MADEIRA: DA SOBREVIVÊNCIA PRIMITIVA À EXPLORAÇÃO NO BRASIL	09
Capítulo 3 — DA TROCA COM INDÍGENAS AO MANEJO FLORESTAL	11
Capítulo 4 — QUANTIFICAÇÃO DA BIOMASSA FLORESTAL: MÉTODOS DIRETO E INDIRETO	12
Capítulo 5 — SUSTENTABILIDADE ATRAVÉS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	13
Capítulo 6 — DO MANEJO FLORESTAL ÀS DIRETRIZES DE CUBAGEM DO CONANA	14
Capítulo 7 — DETERMINAÇÃO DO VOLUME RÍGOROSO DE ÁRVORES E TORAS INDIVIDUAIS	15
o 7.1 — Método xilômetro	16
o 7.2 — Método de Smalian	17
o 7.3 — Método de Huber	18
o 7.4 — Método de Newton	19
o 7.5 — Método de Hohenadl	20
Capítulo 8 — DETERMINAÇÃO DO VOLUME COMERCIAL DE TORAS	22
o 8.1 — Método de cubagem com desconto em face	23
o 8.2 — Método da alfândega de Paris	25

SUMÁRIO

o 8.3 — Método de Frankon -----	26
o 8.4 — Método do 7854 -----	28
o 8.5 — Método de cubagem corrigida -----	30
Capítulo 9 — DETERMINAÇÃO VOLUME DE TORAS: MÉTODOS GEOMÉTRICOS CLÁSSICOS -----	31
o 9.1 — Método do volume de cilindro reto -----	32
o 9.2 — Método do volume de cone reto -----	33
o 9.3 — Método do volume de tronco de cone reto -----	34
o 9.4 — Método do volume do parabolóide de revolução -----	35
o 9.5 — Método do volume do neilóide de revolução -----	36
Capítulo 10 — ORGANIZAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DOS VOLUMES DE TORAS -----	37
Capítulo 11 — EXEMPLO -----	38
Capítulo 12 — ATIVIDADES -----	44
Capítulo 13 — Sugestões de atividades complementares -----	62
Capítulo 14 — CONSIDERAÇÕES FINAIS -----	63
REFERÊNCIAS -----	64

INTRODUÇÃO

Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.



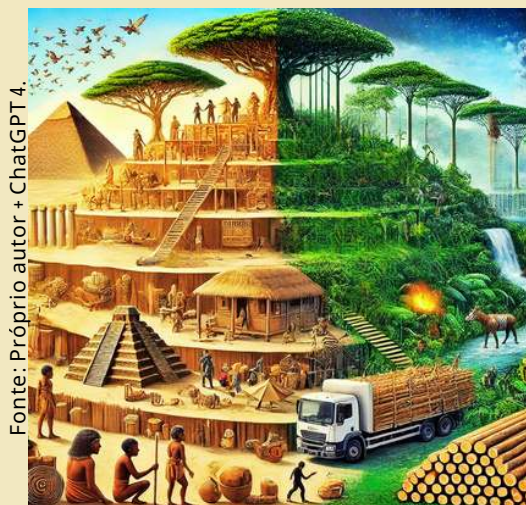
Você já se perguntou como a Matemática pode ser aplicada fora da sala de aula? Conhece algum método de cubagem de madeira? Muitas vezes, a Matemática é ensinada de forma abstrata, o que pode fazê-la parecer distante da vida prática. Neste e-book, vamos explorar diferentes modelos matemáticos aplicados na cubagem de madeira para responder a uma questão essencial: será que, ao utilizar esses modelos, você poderá ver a Matemática como uma ferramenta prática e útil, capaz de resolver problemas reais, principalmente quando envolve sustentabilidade?

Vamos descobrir como a Matemática pode estar presente em questões importantes, como a preservação do meio ambiente. O cálculo de cubagem de madeira, desempenha um papel fundamental no manejo sustentável das florestas.

Aqui, você não vai apenas aplicar as fórmulas geométricas que aprendeu na escola, mas também vai conhecer métodos de cubagem usados por engenheiros florestais e profissionais que trabalham em manejo florestal. Vamos comparar diferentes abordagens, considerando tanto os conhecimentos tradicionais quanto os acadêmicos, e colocá-las em prática para entender como cada uma funciona no mundo real.

Capítulo 1

MADEIRA E SOCIEDADE: HISTÓRIA, DESAFIOS E SUSTENTABILIDADE



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Ao longo da história, a madeira sempre esteve presente como um elo essencial entre o ser humano e a natureza. Desde os tempos mais remotos, esse material versátil foi fundamental para

que as civilizações construíssem seus lares, ferramentas e utensílios do dia a dia. Conforme apontam Lourenço e Branco (2013), os povos antigos, como os egípcios e os mesopotâmicos, rapidamente perceberam o valor da madeira, utilizando-a de maneira inteligente para suprir suas necessidades básicas e para desenvolver tecnologias que moldaram suas culturas. De fato, a madeira não só definiu a arquitetura de muitos povos, mas também deixou sua marca nas tradições culturais e no avanço tecnológico.

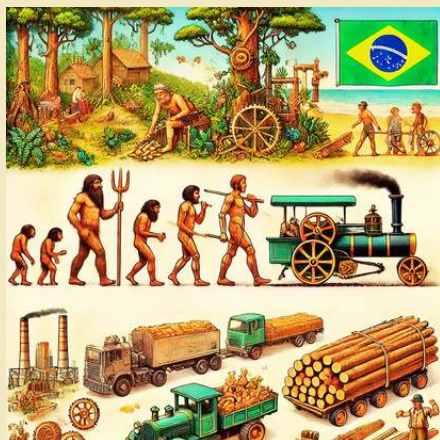
Desde tempos remotos, as técnicas e métodos de trabalhar com madeira evoluíram, inicialmente partindo de processos manuais e primitivos. Segundo Lourenço e Branco(2013):

- [...] a técnica e a arte de trabalhar a madeira têm evoluído desde um processo manual e primitivo até à vasta indústria moderna. A madeira esteve sempre ao alcance do homem desde os tempos remotos, desempenhando papéis essenciais em sua defesa,

MADEIRA E SOCIEDADE: HISTÓRIA, DESAFIOS E SUSTENTABILIDADE

Capítulo 1

Conforme as civilizações cresceram, o uso da madeira também. Durante a Revolução Industrial, a madeira foi usada como fonte de energia para as máquinas a vapor e na construção de barcos. Isso acelerou a exploração das florestas.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

No Brasil, o pau-brasil foi um dos primeiros recursos explorados durante a colonização. Ao longo dos anos, a biodiversidade das florestas brasileiras fez com que o país se tornasse um grande produtor de madeira. No entanto, com a extração em grande escala, vieram também os desafios ambientais, causada pelo desmatamento.

Hoje, a indústria madeireira busca equilibrar a exploração, tornando-a sustentável, adotando práticas de reflorestamento e certificações como o FSC e o CERFLOR para garantir o uso responsável dos recursos florestais. O objetivo é garantir que o uso da madeira continue a ajudar as pessoas, mas de forma que proteja o meio ambiente para o futuro.

Capítulo 2

A JORNADA DA MADEIRA: DA SOBREVIVÊNCIA PRIMITIVA À EXPLORAÇÃO NO BRASIL

Desde o início da história humana, o uso da madeira sempre foi essencial. No começo, os povos usavam madeira para fazer suas primeiras ferramentas, abrigos e armas de caça, como arcos e flechas. Além disso, a madeira servia como combustível para aquecer e cozinhar.



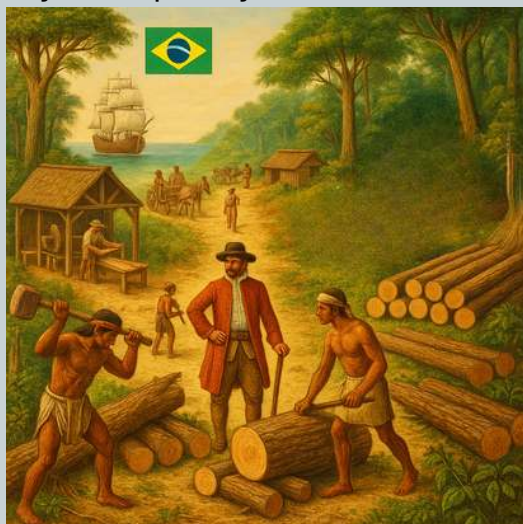
Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

"A técnica e a arte de trabalhar a madeira têm evoluído desde um processo manual e primitivo até à vasta indústria moderna. A madeira esteve sempre ao alcance do homem desde os tempos remotos, desempenhando papéis essenciais em sua defesa, aquecimento, preparação de alimentos, iluminação e nas primeiras habitações e embarcações." — Lourenço e Branco (2013, p. 202).

Capítulo 3

DA TROCA COM INDÍGENAS AO MANEJO FLORESTAL

A exploração da madeira no Brasil começou com a chegada dos portugueses, que trocaram itens como machados e espelhos com os indígenas em troca de pau-brasil, uma árvore muito valiosa. Essa madeira foi usada para construção e exportação.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Com o tempo, a demanda por madeira cresceu, principalmente no século XIX, com a expansão das ferrovias e outras construções. Mas hoje, a maior parte do desmatamento acontece por causa da agropecuária, não pela extração de madeira.

Para evitar a exploração descontrolada, em 2009 foi criado o Plano de Manejo Florestal Sustentável (PMFS), que regula a extração de madeira de forma que ela seja sustentável e não prejudique as florestas.

A ideia é simples: usar os recursos da floresta, mas sem destruí-la, garantindo que ela continue a existir para as futuras gerações!

Capítulo 4

QUANTIFICAÇÃO DA BIOMASSA FLORESTAL: MÉTODOS DIRETO E INDIRETO

A biomassa florestal é uma importante fonte de energia renovável, mas como medir essa riqueza natural? Existem dois principais métodos: direto e indireto.

- Método Direto: Embora muito preciso, esse método é difícil de aplicar em grandes áreas por ser muito detalhado.
- Método Indireto: Utiliza cálculos e modelos matemáticos baseados em informações como o volume da madeira e o diâmetro das árvores. É ideal para medir grandes áreas de forma prática.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Ambos os métodos são importantes, mas o indireto se destaca pela praticidade em grandes áreas florestais. Esses métodos desempenham um papel essencial na quantificação precisa da biomassa florestal, fornecendo informações cruciais para o manejo sustentável das florestas, garantindo o equilíbrio entre exploração e preservação.

Capítulo 5

SUSTENTABILIDADE ATRAVÉS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Matemática é uma poderosa ferramenta para entender e transformar o mundo. Por exemplo, ao aplicar conceitos matemáticos a problemas ambientais, como o cálculo do volume de madeira em florestas, conseguimos estimar recursos disponíveis, planejar o uso sustentável e evitar desperdícios. Métodos matemáticos também permitem modelar impactos ambientais, projetar estratégias de preservação e monitorar indicadores ecológicos, contribuindo diretamente para um futuro mais sustentável.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Esta abordagem educacional, recomendada pelo Documento de Referência Curricular de Mato Grosso (DRC-MT) (2021), incentiva os alunos a refletirem criticamente sobre consumo consciente, reaproveitamento e preservação do meio ambiente. Assim, a Matemática se torna uma aliada na criação de cidadãos mais conscientes, prontos para enfrentar os desafios globais da sustentabilidade.

Capítulo 6

DO MANEJO FLORESTAL ÀS DIRETRIZES DE CUBAGEM DO CONAMA

Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.



O Plano de Manejo Florestal Sustentável (PMFS) garante a exploração legal e responsável da madeira, seguindo regras estabelecidas pelo Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA).

Para cada bioma, são estabelecidos critérios rigorosos para o corte e a cubagem das árvores com base na necessidade de equilibrar o uso sustentável dos recursos naturais e a preservação da biodiversidade local. Esses critérios são definidos para evitar a exploração excessiva, garantir a regeneração natural das florestas e preservar serviços ecossistêmicos, como o sequestro de carbono e a proteção de habitats. Assim, o manejo florestal sustentável busca atender às demandas econômicas sem comprometer a saúde dos ecossistemas.

A precisão no registro das medidas e no cálculo do volume das árvores é essencial para uma gestão eficiente e sustentável.

A seguir, veremos alguns métodos que são usados para calcular o volume da madeira, adaptando-se às características da madeira.



Capítulo 7

DETERMINAÇÃO DO VOLUME RIGOROSO DE ÁRVORES E TORAS INDIVIDUAIS

A cubagem, ou cálculo do volume de uma árvore, pode ser feita de duas formas principais: métodos diretos e indiretos.

- Métodos Indiretos: Utilizam tecnologias como o xilômetro, empuxo, criterion, laser scanner e relascopia para estimar o volume de madeira de uma árvore ou tora.
- Analíticos: Consistem em dividir o tronco em partes menores para calcular o volume de cada seção. Essa abordagem analítica pode ser realizada de duas maneiras principais:
 - Analítico Absoluto: Inclui os métodos de Smalian, Huber e Newton, que utilizam fórmulas matemáticas específicas para medir o volume com base nas dimensões de cada seção.
 - Analítico Relativo: Representado pelo método de Hohenadl, que adota proporções relativas para estimar o volume.

As medições diretas consideram o diâmetro do tronco em alturas padronizadas, conhecidas como Diâmetro a Altura do Peito (DAP) com 1,30 m do solo e somam os volumes das partes para obter o total. Quanto mais detalhadas as medições, maior será a precisão.

Esses métodos oferecem opções complementares, sendo escolhidos conforme as condições de trabalho, recursos disponíveis e a precisão necessária.

Capítulo 7.1

Método xilômetro

O Método xilômetro é baseado no princípio de Arquimedes, ele mede o volume de toras pelo deslocamento de água, oferecendo resultados extremamente precisos, especialmente em ambientes laboratoriais. Apesar da simplicidade do processo, que envolve submergir a tora e medir o volume de água deslocado, o uso do xilômetro é limitado devido à necessidade de instalações especiais e altos custos.

Ainda assim, o método xilômetro é amplamente reconhecido como uma das abordagens mais precisas para determinar o volume de madeira, sendo especialmente valorizado em medições volumétricas de alta exatidão em pesquisas acadêmicas e aplicações técnicas avançadas.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Este modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = V_d,$$

onde:

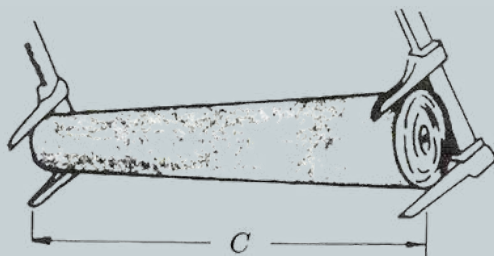
V = Volume da tora (m^3);

V_d = Volume de água deslocado pela tora submersa.

Capítulo 7.2

Método Smalian

O Método de Smalian surgiu como uma das primeiras formas de calcular o volume de toras com maior simplicidade. O método funciona de maneira simples: mede-se o diâmetro das bases das extremidades da tora, conforme ilustrado abaixo, calcula-se a média aritmética das áreas dessas bases, multiplicando pelo comprimento da tora.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

Este método foi adotado oficialmente no Brasil em 2009 pelo CONAMA.

O modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = \frac{A_b + A_t}{2} \times C$$

ou

$$V = \frac{\frac{\pi \times D_b^2}{4} + \frac{\pi \times D_t^2}{4}}{2} \times C = \frac{\pi}{8} \times (D_b^2 + D_t^2) \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

D_b = Diâmetro da base da tora (m);

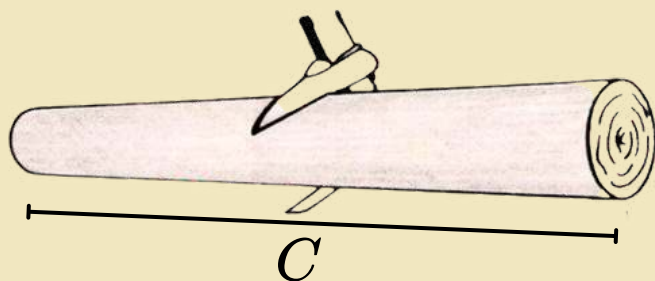
D_t = Diâmetro do topo da tora (m);

C = Comprimento da tora (m).

Capítulo 7.3

Método de Huber

O Método de Huber apresenta uma abordagem focada no ponto médio do comprimento da tora. Em vez de medir apenas as extremidades, considera-se que a medição da seção transversal no ponto médio do comprimento oferece uma boa estimativa do volume, especialmente em toras de formato irregular.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

Este método é uma alternativa intermediária entre os métodos de Smalian e Newton.

O modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = A_m \times C$$

ou

$$V = \frac{\pi \times D_m^2}{4} \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

A_m = Área da seção transversal no meio da tora (m^2);

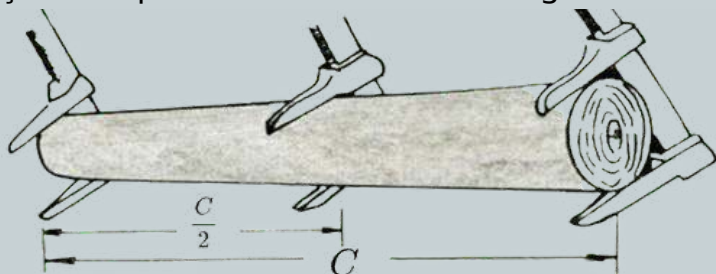
D_m = Diâmetro da seção transversal no meio da tora (m);

C = Comprimento da tora (m).

Capítulo 7.4

Método de Newton

O Método de Newton, inspirado pelas contribuições de Isaac Newton à Matemática aplicada, é uma das fórmulas mais precisas para calcular o volume de toras. Ele leva em conta as áreas das extremidades e a área da seção transversal no meio da tora, oferecendo uma solução ideal para troncos de formas irregulares.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

Este modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = (A_b + 4 \times A_m + A_t) \times \frac{C}{6}$$

ou

$$V = \frac{\pi}{24} \times (D_b^2 + 4 \times D_m^2 + D_t^2) \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

A_b = Área da base da tora (m^2);

A_t = Área do topo da tora (m^2);

A_m = Área da seção transversal no meio da tora (m^2);

D_b = Diâmetro da base da tora (m);

D_t = Diâmetro do topo da tora (m);

D_m = Diâmetro no meio da tora (m);

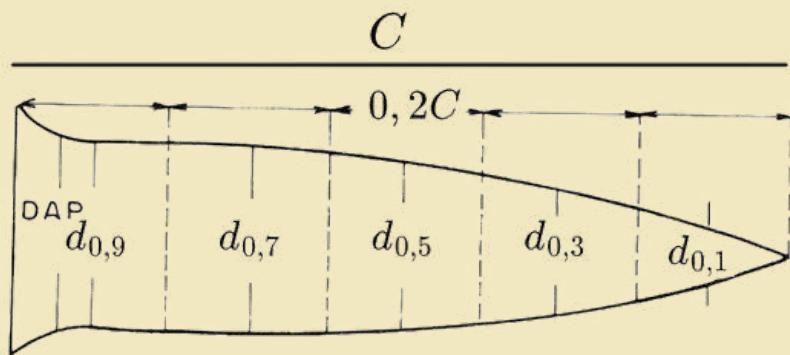
C = Comprimento da tora (m).

Capítulo 7.5

Método de Hohenadl

O Método de Hohenadl é uma história de adaptação. Desenvolvido por engenheiros florestais que enfrentavam desafios ao lidar com árvores cujos troncos não tinham uma forma regular, esse método nasceu da necessidade de lidar com troncos irregulares. A Fórmula do método de Hohenadl é uma das ferramentas utilizadas para calcular o volume de uma árvore, dividindo-a em cinco ou dez partes iguais partes de mesmo comprimento. Ela faz parte de um conjunto de métodos que ajudam a mensurar, de forma prática, o volume de madeira.

Nesse e-book, vamos adotar que a árvore será seccionada em cinco partes iguais, conforme ilustrado abaixo.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

Na formulação original, os pontos ao longo do tronco, representados por $d_{0,i}$, correspondem aos diâmetros relativos situados em 90%, 70%, 50%, 30% e 10% da altura total da árvore, medidos a partir do topo.

Este modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = V_{0,1} + V_{0,3} + V_{0,5} + V_{0,7} + V_{0,9} \Leftrightarrow$$

$$V = 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times d_{0,1}^2 + 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times d_{0,3}^2 +$$

$$+ 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times d_{0,5}^2 + 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times d_{0,7}^2 +$$

$$+ 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times d_{0,9}^2 \Leftrightarrow$$

$$V = 0,2 \times \frac{\pi}{4} \times C \times (d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + d_{0,5}^2 + d_{0,7}^2 + d_{0,9}^2),$$

Onde:

V = Volume da tora (m^3);

$d_{0,i}$ = Diâmetro relativos de Hohenadl (m);

C = Comprimento da tora (m);

i = 1, 3, 5, 7 e 9.

De acordo com Finger (2006), "o método favorece, ainda, a comparação entre diferentes formas de troncos, enquanto os métodos de Huber e Smalian não o permitem"(FINGER, 2006, p.100).

Capítulo 8

DETERMINAÇÃO DO VOLUME COMERCIAL DE TORAS

Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.



A determinação do volume das árvores é um passo essencial tanto para o manejo florestal quanto para a indústria madeireira. No contexto do manejo sustentável, essa mensuração permite avaliar o estoque disponível, monitorar o crescimento florestal, planejar a rotação de corte e projetar o retorno econômico, auxiliando na tomada de decisões estratégicas e na preservação dos recursos naturais.

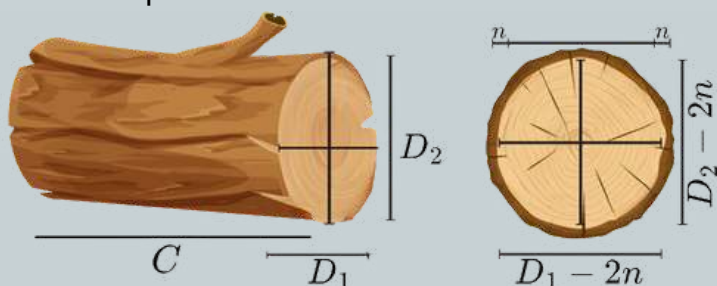
Por outro lado, no setor industrial, a prioridade não recai sobre o volume total por unidade de área, mas sim sobre o volume individual das toras ou cargas de madeira. Essa quantificação é crucial para alinhar o volume de matéria-prima disponível às demandas de produção, garantindo maior eficiência nos processos industriais e comerciais.

Assim, emergem dois objetivos distintos: mensurar o volume das árvores em pé, essencial para o planejamento florestal sustentável, e determinar o volume de toras, pilhas de madeira ou cavacos, voltados à transformação e processamento industrial. Cada um desses objetivos requer metodologias específicas que consideram as características do material, os propósitos do uso e, em alguns casos, as práticas tradicionais do comércio local.

Capítulo 8.1

Método de cubagem com desconto em face

A cubagem com desconto em face é uma metodologia que incorpora fatores de desconto para considerar as particularidades das toras de madeira, como a presença de casca, danos na madeira ou a proporção de alborno (camada externa mais jovem e macia da madeira), conhecido também na linguagem dos madeireiros como brancal. Nesse método, o volume esquadrejado é calculado com base em medições feitas na ponta fina da tora, ajustando-se os diâmetros em função de uma taxa de desconto pré-determinada.



Fonte: Próprio autor

A fórmula para determinar o volume é:

$$V = (D_1 - 2n) \times (D_2 - 2n) \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

D_1 e D_2 = Diâmetros perpendiculares tomados na ponta fina da tora (m);

n = Taxa de desconto (m);

C = Comprimento da tora (m).

As taxas de desconto (n) são padronizadas em duas opções principais:

- 2,5 cm, representando ajustes menores e mais conservadores.
- 5 cm, para situações que requerem descontos mais significativos devido à qualidade da madeira.

Com essas taxas, as fórmulas podem ser reescritas como:

- Para uma taxa de desconto de 2,5 cm:

$$V = (D_1 - 0,05) \times (D_2 - 0,05) \times C$$

- Para uma taxa de desconto de 5 cm:

$$V = (D_1 - 0,10) \times (D_2 - 0,10) \times C$$

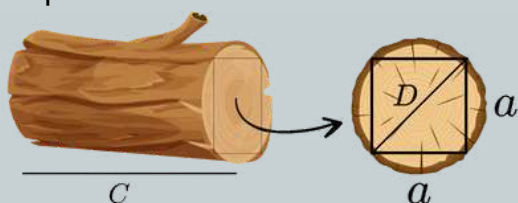
Esse método é especialmente útil para determinar o volume comercializável da madeira, excluindo partes não aproveitáveis, como casca e áreas danificadas. A aplicação de diferentes taxas de desconto permite ajustar o cálculo para atender a diferentes padrões de qualidade e requisitos industriais.

Ao incluir as variáveis de desconto, o método de cubagem com desconto em face, torna-se uma escolha comum para situações em que é necessário avaliar a madeira de maneira crítica e adaptada a sua realidade específica.

Capítulo 8.2

Método da alfândega de Paris

O método da alfândega de Paris é utilizado para determinar o volume de uma tora a partir da medida do lado de um quadrado inscrito no círculo da menor face da tora, também conhecida como ponta fina. Esse método assume que a tora possui uma seção cilíndrica e utiliza uma abordagem geométrica baseada na relação de Pitágoras para calcular o volume.



Fonte: Próprio autor

A fórmula para o cálculo do volume esquadrejado é dada por:

$$V = a^2 \times C$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo Daa, temos que

$$D^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow D^2 = 2 \times a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{2} \times D^2$$

Substituindo na fórmula do volume acima, obtemos a fórmula geral para o cálculo do volume esquadrejado.

$$V = \frac{1}{2} \times D^2 \times C$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

a = Medida do lado do quadrado (m);

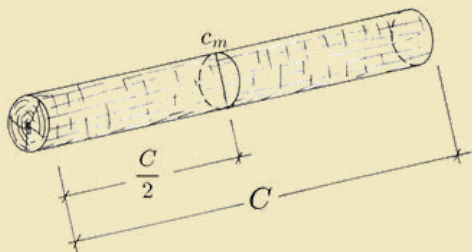
D = Diâmetro da ponta fina da tora (m);

C = Comprimento da tora (m).

Capítulo 8.3

Método de Frankon

O método de cubagem Frankon é amplamente utilizado no setor florestal para estimar o volume de madeira com base em medições simples e aplicáveis no campo. Nesse método, o diâmetro é medido na seção transversal da metade do comprimento da tora. A fórmula empregada, conhecida como "reduzida", utiliza taxas de desconto para corrigir a estimativa de volume e reflete as características geométricas reais da tora. Essas taxas podem variar de acordo com a escolha do modelo — 4°, 5° ou 6° reduzido —, proporcionando diferentes níveis de precisão no cálculo do volume.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

A fórmula utilizada para o cálculo do volume é:

$$V = \left(\frac{c_m}{4} \right)^2 \times C$$

ou

$$V = \left(\frac{\pi \times D_m}{4} \right)^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

c_m = Comprimento da circunferência da seção transversal no meio da tora (m);

D_m = Diâmetro no meio da tora (m);

C = Comprimento da tora (cm).

Método de Frankon

Capítulo 8.3

O volume, calculado pelo método de Frankon, pode ser ajustado comparando-o diretamente ao volume de um cilindro reto. Para isso, usamos um fator de correção, que é dado pela fórmula:

$$f_c = \frac{V_F}{V_c},$$

onde:

f_c = Fator de correção;

V_F = Volume da tora do método Frankon (m^3);

V_c = Volume do cilindro (m^3).

Esse cálculo nos dá uma ideia da diferença entre o volume real obtido com a fórmula de Frankon e o volume ideal, considerando o formato da tora como um cilindro reto.

O fator de correção pode ser determinado da seguinte forma:

$$f_c = \frac{V_F}{V_c} = \frac{\left(\frac{c_m}{4}\right)^2 \times C}{\frac{c_m^2}{4\pi} \times C} = \frac{\frac{c_m^2}{4^2} \times C}{\frac{c_m^2}{4\pi} \times C} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{\pi}} = \frac{\pi}{4} \approx 0,7854.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} V_F &\approx 0,7854 \times V_c, \\ V_F &\approx 0,7854 \times A_b \times C \end{aligned}$$

onde:

A_b = Área da base do cilindro (m^2);

V_c = Volume do cilindro (m^3).

Para o 5º e 6º reduzido, as fórmulas e os fatores de correção são, respectivamente:

$$V_F = \left(\frac{c_m}{5}\right)^2 \times C, \text{ portanto } f_c \approx 0,5026,$$

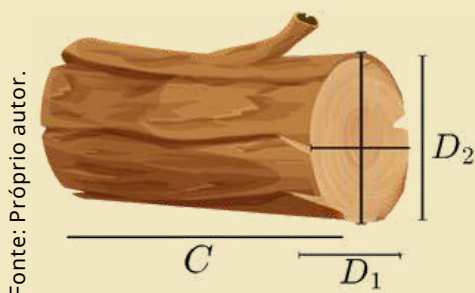
$$V_F = \left(\frac{c_m}{6}\right)^2 \times C, \text{ portanto } f_c \approx 0,3490.$$

OBS: A fórmula tradicional do volume do cilindro é $V = \pi \times r^2 \times C$ e que $V_c = \frac{c_m^2}{4\pi} \times C$ é o volume do cilindro em função do comprimento da circunferência $c = 2\pi r$.

Capítulo 8.4

Método do 7854

O Método do 7854 surgiu como uma solução prática e rápida para madeireiros calcularem o volume comercial de toras de madeira sem a necessidade de equipamentos complexos. Ao multiplicar os diâmetros (cm) em cruz da base menor de uma tora pelo comprimento (m) e depois aplicar o fator 7854 (uma aproximação de $\pi/4$) em uma calculadora simples de 8 dígitos é possível obter uma estimativa rápida do volume da tora.



Este modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = D_1 \times D_2 \times C \times 7854,$$

onde:

V = Volume da tora (de acordo com a calculadora);
 D_1 e D_2 = Diâmetro menor e maior (em cruz)
da base menor da tora (cm);
 C = Comprimento da tora (m).

Este método (semelhante ao método de Frankon) é amplamente utilizado em campo para decisões rápidas e comerciais.

No entanto, do ponto de vista matemático, há um problema: quando multiplicamos os diâmetros em centímetros pelo comprimento em metros, não estamos seguindo corretamente as regras de unidades. O resultado não pode ser dado diretamente em metros cúbicos (m^3), como seria o correto, porque as unidades precisam "conversar" entre si.

Esse método usa o número 7854 como um fator de correção, que é uma aproximação de $\pi/4$. Esse número facilita muito o cálculo com ferramentas simples, como calculadoras, mas é uma adaptação prática. Ele funciona bem para tomar decisões rápidas, mas não segue exatamente o rigor científico.

De uma forma mais correta e prática, podemos calcular o volume usando a seguinte fórmula:

$$V = D_M \times D_m \times C \times 0,7854,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

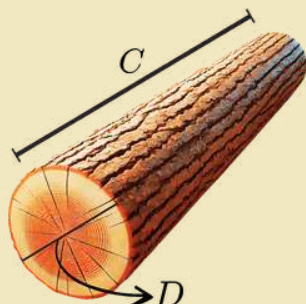
D_M e D_m = Diâmetro maior e menor (em cruz)
da base menor da tora (m);

C = Comprimento da tora (m).

Capítulo 8.5

Método de cubagem corrigida

Um dos métodos também utilizados para a cubagem de madeira é o Método de cubagem corrigida. Esse método também é empregado por profissionais, como poceiros ou fosseiros, para calcular o volume de poços ou fossas de formato cilíndrico.



Fonte: Próprio autor.

Este modelo matemático é estruturalmente da seguinte forma:

$$V = 0,75 \times D^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

D = Diâmetro da tora cilíndrica (m);

C = Comprimento da tora (m).

A aplicação do fator de correção 0,75, que é uma aproximação de $\pi/4$, torna-se exata quando π é substituído pelo valor aproximado de 3.

O fator de ajuste tem como objetivo reduzir em 25% a área de um quadrado com lado D , aproximando esse valor à área da seção transversal da tora, que possui formato cilíndrico.

Portanto, essa simplificação permite uma estimativa do volume total da tora.

Capítulo 9

DETERMINAÇÃO VOLUME DE TORAS: MÉTODOS GEOMÉTRICOS CLÁSSICOS

A determinação do volume de toras por métodos geométricos é uma abordagem fundamental na mensuração florestal, baseada em princípios matemáticos consolidados.

O mais correto, segundo Finger (2006), "é considerar o tronco de qualquer árvore composto de vários sólidos geométricos"(FINGER, 2006, p. 88).



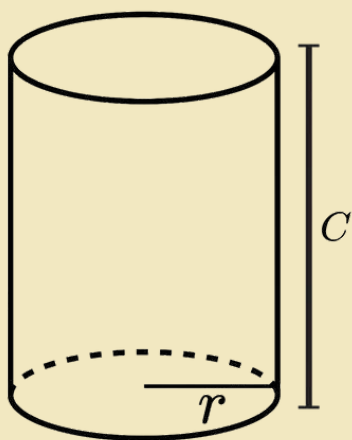
Fonte: ChatGPT 4.

Esses métodos utilizam formas geométricas ideais, como cilindros, cone, tronco de cone, parabolóide e neilóide, para modelar a madeira, permitindo cálculos rápidos e relativamente precisos. Apesar de sua simplicidade teórica, esses métodos enfrentam desafios na aplicação prática devido à variabilidade natural das formas das toras.

Capítulo 9.1

Método do volume de cilindro reto

O cálculo do volume de um cilindro é uma das fórmulas mais clássicas ensinadas nas aulas de geometria e é amplamente utilizada em situações do mundo real para calcular a capacidade de recipientes e formas cilíndricas.



Fonte: Próprio autor.

A fórmula para o volume de um cilindro é dada por:

$$V = \pi \times r^2 \times C$$

ou

$$V = \frac{\pi}{4} \times D^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

r = Raio médio da base menor (m);

D = Diâmetro da tora (m).

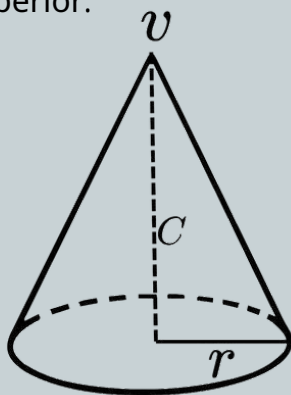
C = Comprimento ou altura da tora (m).

Essa fórmula considera que a base do cilindro é um círculo perfeito e que suas faces são paralelas e iguais.

Capítulo 9.2

Método do volume de cone reto

O cone é uma figura tridimensional cuja base é um círculo e cuja altura corresponde à distância perpendicular entre a base e o vértice. No contexto do manejo florestal, o cone pode ser usado como um modelo geométrico para representar o formato de troncos ou toras cuja base é mais larga do que a extremidade superior.



Fonte: Próprio autor.

O volume de um cone pode ser determinado utilizando a fórmula clássica da geometria:

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times C$$

ou

$$V = \frac{1}{12} \times \pi \times D^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

r = Raio da base da tora(m);

D = Diâmetro da tora (m);

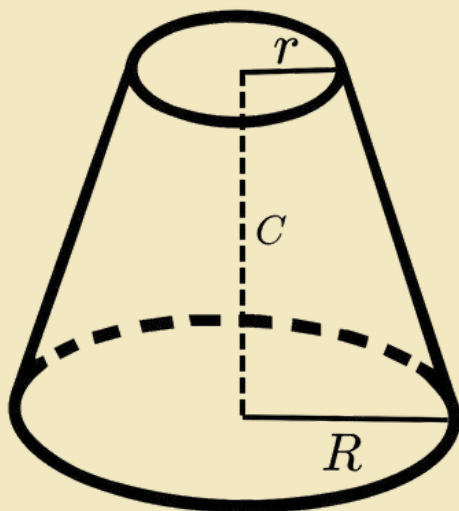
C = Comprimento ou altura da tora (m);

v = Vértice do cone.

Capítulo 9.3

Método do volume de tronco de cone reto

O tronco de cone é uma forma geométrica que surge quando um cone é cortado por um plano paralelo à sua base, formando duas bases circulares de tamanhos diferentes



Fonte: Próprio autor.

O volume do tronco de cone é calculado pela fórmula:

$$V = \frac{\pi \times C}{3} \times (R^2 + R \times r + r^2)$$

ou

$$V = \frac{\pi \times C}{12} \times (D^2 + D \times d + d^2),$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

r = Raio da base menor (m);

R = Raio da base maior (m);

d = Diâmetro da base menor da tora (m);

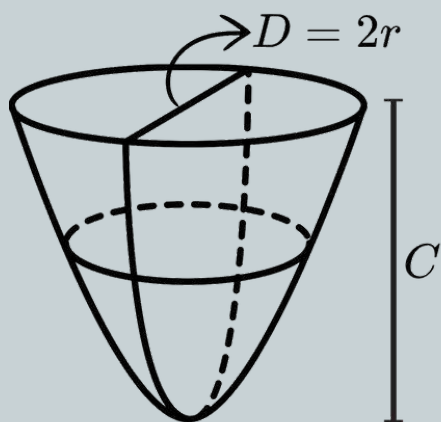
D = Diâmetro da base maior da tora (m);

C = Altura da tora ou comprimento (m).

Capítulo 9.4

Método do volume do parabolóide de revolução

O parabolóide de revolução é uma figura geométrica tridimensional gerada pela rotação de uma parábola em torno de seu eixo de simetria. Ele possui uma forma semelhante a uma taça ou antena parabólica, sendo amplamente encontrado em estruturas arquitetônicas, equipamentos de comunicação e até na natureza, em certas formas naturais.



Fonte: Próprio autor.

A fórmula do volume de um parabolóide de revolução é dada por:

$$V = \frac{1}{2} \times \pi \times r^2 \times C$$

ou

$$V = \frac{1}{8} \times \pi \times D^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

r = Raio da base circular da tora (m);

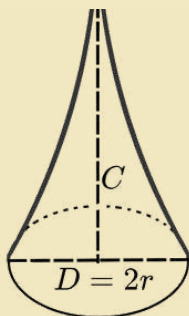
D = Diâmetro da base circular da tora (m);

C = Comprimento ou altura da tora (m).

Capítulo 9.5

Método do volume do neilóide de revolução

O neilóide de revolução é uma superfície geométrica tridimensional gerada pela rotação de uma curva específica, em torno de um de seus eixos. Este sólido apresenta uma forma que se afina gradualmente em direção a uma extremidade, sendo comparável à forma de um tronco ou coluna cônica com curvatura variável. Ele é relevante em aplicações como engenharia estrutural e análise de fluidos, além de possuir significância em estudos de geometria aplicada.



Fonte: Próprio autor.

A fórmula do volume de um neilóide de revolução é dada por:

$$V = \frac{1}{4} \times \pi \times r^2 \times C$$

ou

$$V = \frac{1}{16} \times \pi \times D^2 \times C,$$

onde:

V = Volume da tora (m^3);

r = Raio da base circular da tora (m);

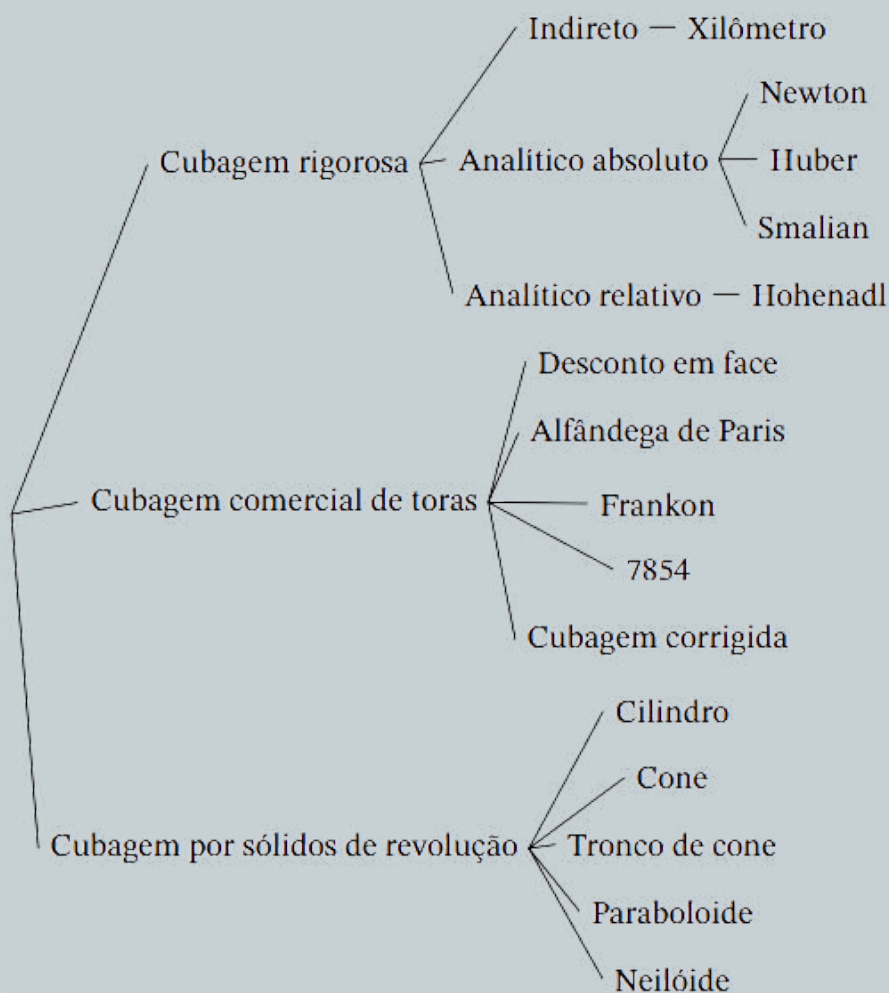
D = Diâmetro da base circular da tora (m);

C = Altura ou comprimento da tora (m).

Capítulo 10

ORGANIZAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DOS VOLUMES DE TORAS

O esquema abaixo sintetiza os principais métodos de mensuração do volume de árvores e toras individuais, classificando-os de acordo com suas metodologias específicas.



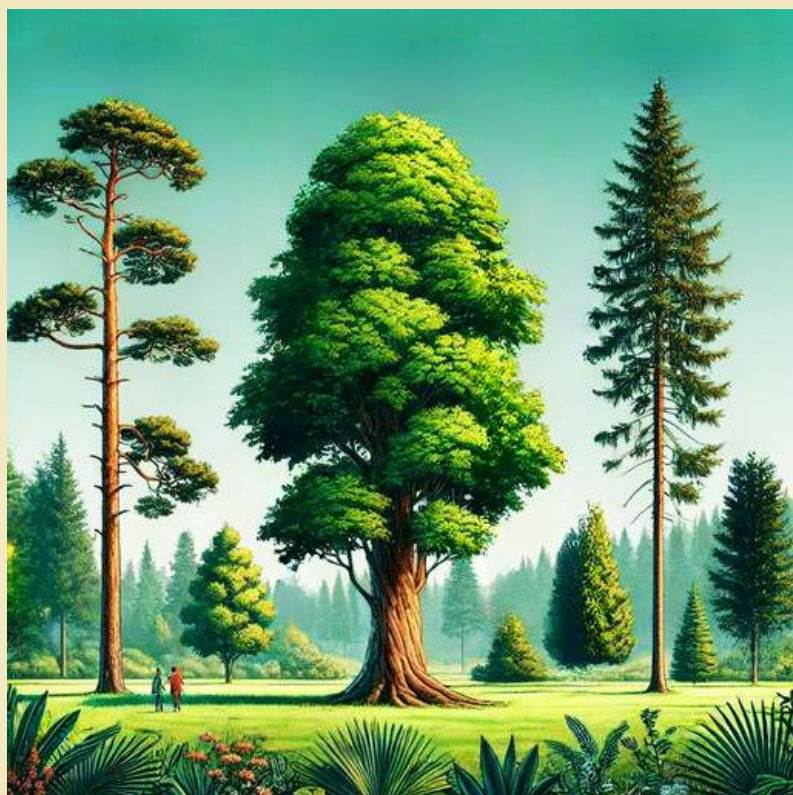
Fonte: Próprio autor.

Capítulo 11

EXEMPLO

A empresa madeireira "Florestas do Futuro" está totalmente dedicada ao manejo sustentável de florestas. Com o objetivo de promover uma extração responsável, a empresa planeja calcular o volume de madeira disponível para extração de três árvores com diferentes diâmetros, utilizando os métodos de cubagem discutidos nesse e-book.

As árvores já foram abatidas, e suas toras estão localizadas em uma floresta certificada, onde a extração será conduzida de maneira a garantir a preservação do meio ambiente e a conservação dos recursos naturais.



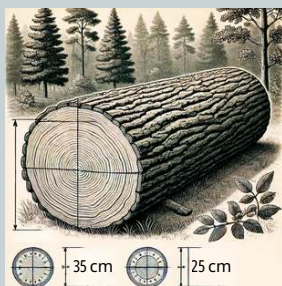
Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

EXEMPLO

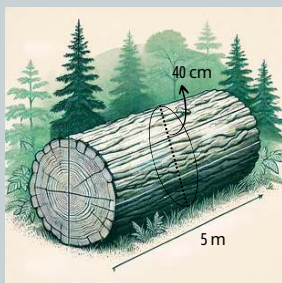
Capítulo 11

Dados das toras das Árvores:

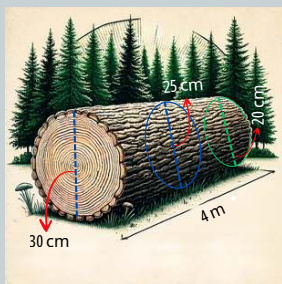
- Tora 1:
 - Diâmetro na base (D_b): 35 cm
 - Diâmetro no topo (D_t): 25 cm
 - Comprimento: 6 m
- Tora 2:
 - Diâmetro da seção transversal no meio da tora (D_m): 40 cm
 - Comprimento: 5 m
- Tora 3:
 - Diâmetro da base menor: 20 cm
 - Diâmetro da base maior: 30 cm
 - Diâmetro do meio da tora (D_m): 25 cm
 - Comprimento: 4 m



Fonte: Próprio autor +
ChatGPT 4.



Fonte: Próprio autor +
ChatGPT 4.



Fonte: Próprio autor +
ChatGPT 4.

(a) Calcule o volume de cada tora de madeira utilizando:

- Método de Smalian para a tora 1.
- Método de Huber para a tora 2.
- Método de Newton para a tora 3.

(b) Depois de calcular os volumes, a empresa madeireira informou que, durante o beneficiamento, cerca de 70% do volume total estimado de cada tora será aproveitado.

Qual será, então, o volume de madeira que a empresa realmente conseguirá extrair de cada uma delas?

EXEMPLO

Capítulo 11

RESOLUÇÃO (a):

Tora 1 (Método de Smalian):

$$V = \frac{\frac{D_b^2 \times \pi}{4} + \frac{D_t^2 \times \pi}{4}}{2} \times C \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{\frac{(0,35)^2 \times 3,14}{4} + \frac{(0,25)^2 \times 3,14}{4}}{2} \times 6 \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{0,0961625 + 0,0490625}{2} \times 6 \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{0,145225}{2} \times 6 \Leftrightarrow$$

$$V \approx 0,435675 \text{ m}^3$$



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

EXEMPLO

Capítulo 11

RESOLUÇÃO (a):

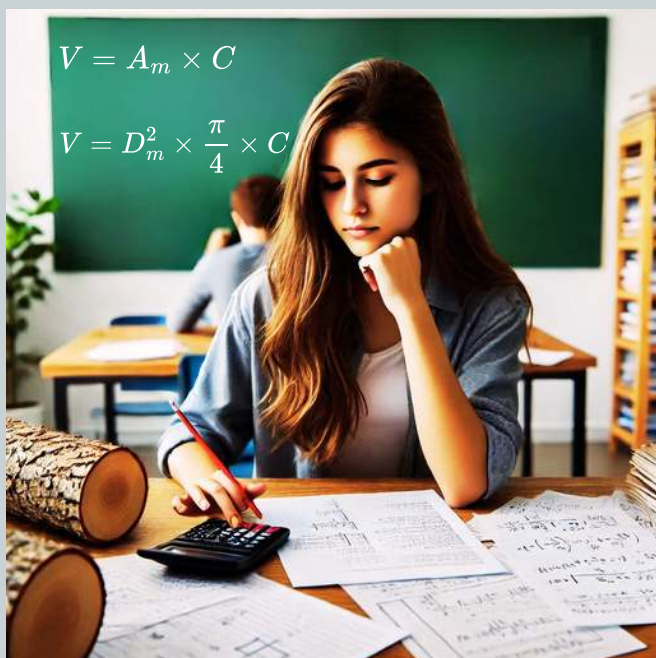
Tora 2 (Método de Huber):

$$V = \frac{\pi}{4} \times D_m^2 \times C \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{3,14}{4} \times (0,40)^2 \times 5 \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{3,14}{4} \times 0,16 \times 5 \Leftrightarrow$$

$$V \approx 0,628 \text{ m}^3$$



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

EXEMPLO

Capítulo 11

RESOLUÇÃO (a)

Tora 3 (Método de Newton):

$$V = (A_1 + 4 \times A_m + A_2) \times \frac{C}{6} \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{\pi}{24} \times (D_1^2 + 4 \times D_m^2 + D_2^2) \times C \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{\pi}{24} \times \left((0,20)^2 + 4 \times (0,25)^2 + (0,30)^2 \right) \times 4 \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{\pi}{24} \times (0,04 + 4 \times 0,0625 + 0,09) \times 4 \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{\pi}{24} \times (0,04 + 25 + 0,09) \times 4 \Leftrightarrow$$

$$V \approx \frac{3,14}{24} \times 0,38 \times 4 \Leftrightarrow$$

$$V \approx 0,199 \text{ m}^3$$



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

EXEMPLO

Capítulo 11

RESOLUÇÃO (b)

Volume de madeira a ser aproveitado:

- Tora 1:

$$0,435675 \times 0,7 = 0,3049725 \text{ m}^3$$

- Tora 2:

$$0,6280 \times 0,7 = 0,43960 \text{ m}^3$$

- Tora 3:

$$0,1990 \times 0,7 = 0,1393 \text{ m}^3$$



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Agora é a Sua Vez!

Chegou o momento de brilhar! É hora de colocar em prática tudo o que você aprendeu até aqui. Vamos resolver as atividades propostas nos capítulos do nosso e-book. Essas questões foram cuidadosamente elaboradas para ajudar você a explorar os conceitos de cubagem de madeira e a importância da preservação ambiental de maneira divertida e reflexiva.

Desafie-se a aplicar seus conhecimentos, fazer conexões e encontrar soluções criativas! Lembre-se de que a Matemática é uma ferramenta poderosa que pode impactar positivamente o nosso mundo.

Vamos lá! Pegue seu material, encontre um lugar confortável para estudar e mergulhe nas atividades. Bons estudos!



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Capítulo 12

ATIVIDADES

Questão 01

A Amazônia Legal abrange cerca de 500 milhões de hectares, dos quais, de acordo com o Serviço Florestal Brasileiro, 328 milhões de hectares ainda correspondem a florestas naturais intactas.

Dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) mostram que, entre agosto de 2023 e julho de 2024, o desmatamento na região foi de aproximadamente 6.288 km^2 (ou 628.800 hectares), representando uma redução em relação ao período anterior. Supondo que essa taxa anual de desmatamento permaneça constante:

a) Quantos hectares de floresta ainda restariam na Amazônia Legal após 50 anos de desmatamento contínuo?

b) Em quantos anos a floresta restante seria reduzida pela metade, considerando a taxa de desmatamento atual?

Capítulo 12

ATIVIDADES

Questão 02

Imagine que uma empresa madeireira precisa calcular com precisão o volume de toras de madeira para otimizar o uso de matéria-prima e evitar desperdícios.

Para garantir a sustentabilidade e o aproveitamento correto das toras, os engenheiros da empresa decidem usar o método do xilômetro, que mede o volume de madeira pelo deslocamento de água.



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Uma tora de madeira foi submersa em um tanque de água, e a quantidade de água deslocada foi medida. O tanque, que estava com 500 litros inicialmente, passou a conter 725 litros após a submersão da tora.

a) Qual é o volume da tora de madeira em metros cúbicos?

Capítulo 12

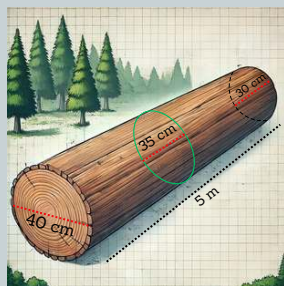
ATIVIDADES

b) Considere que a densidade da madeira é de $0,65 \text{ g/cm}^3$. Qual seria o peso aproximado da tora em quilogramas?

Questão 03

Uma empresa madeireira solicitou sua ajuda para calcular e comparar o volume de uma tora utilizando diferentes métodos rigorosos e comerciais. A tora apresenta as seguintes dimensões:

- Diâmetro da base: 40 cm
- Diâmetro do meio: 35 cm
- Diâmetro do topo: 30 cm
- Comprimento da tora: 5 metros



Fonte: Próprio autor +
ChatGPT 4.

Seu objetivo é calcular o volume dessa tora utilizando métodos rigorosos (Smalian, Huber e Newton) e comerciais (desconto em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida).

Após os cálculos, preencha a tabela abaixo e compare os resultados.

Capítulo 12

ATIVIDADES

Método de cubagem	Volume calculado (m ³)
Cubagem rigorosa	
Smalian	
Huber	
Newton	
Cubagem comercial	
Desconto em face (2,5 cm)	
Desconto em face (5 cm)	
Alfândega de Paris	
Frankon	
7854	
Cubagem corrigida	

a) Quais métodos apresentaram maior e menor volume em relação a cubagem rigorosa e comercial?

b) Se você fosse vender essa tora para uma empresa, qual método comercial de cubagem você escolheria e por quê?

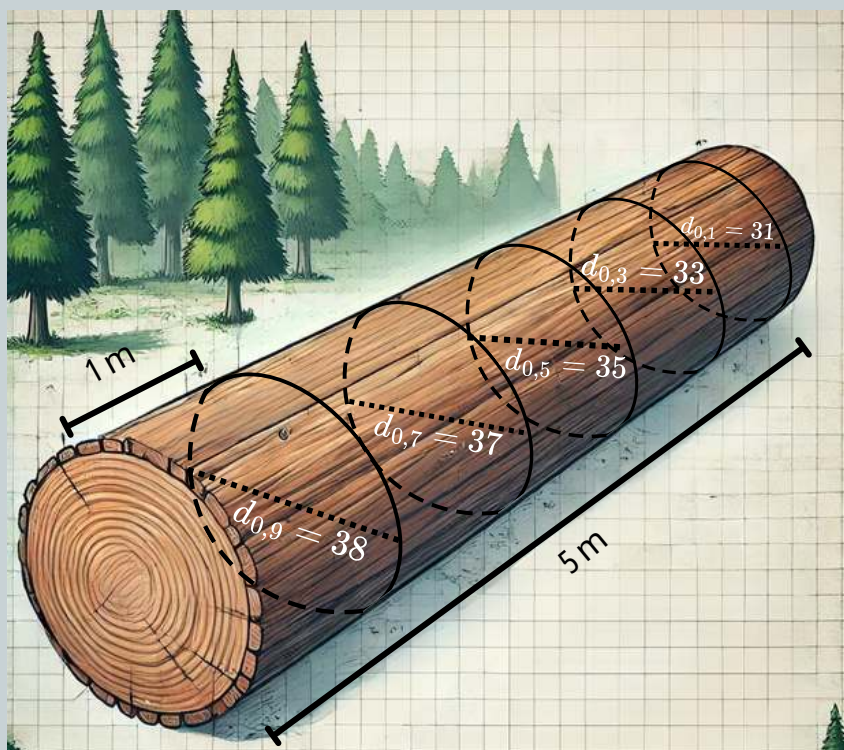
Capítulo 12

ATIVIDADES

Questão 04

A empresa madeireira pediu para você aplicar o método de Hohenadl para calcular o volume da mesma tora de madeira da **questão 03**. Suponhamos que você dividiu a tora seccionando em cinco partes iguais e verificou que os diâmetros relativos de Hohenadl em centímetros são

$$d_{0,9} = 38, d_{0,7} = 37, d_{0,5} = 35, d_{0,3} = 33 \text{ e } d_{0,1} = 31.$$



Fonte: Próprio autor + ChatGPT 4.

Use a fórmula do método de Hohenadl para calcular o volume dessa tora e em seguida responda a seguintes perguntas:



Capítulo 12



ATIVIDADES

a) Qual é o volume da tora calculado pelo método de Hohenadl? Mostre todos os seus cálculos.

b) Como o resultado de (a) se compara aos métodos rigorosos (Smalian, Newton e Huber) e comerciais (desconto em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida) em relação aos volumes obtidos na tabela da **questão 03**?

c) Na sua opinião, quais são as vantagens e desvantagens de usar o método de Hohenadl em comparação com os outros métodos feitas em (b)?

Questão 05

Durante uma forte tempestade, uma árvore foi arrancada naturalmente pelos ventos no sítio do Sr. Antônio. Observando a situação, ele decidiu aproveitar a madeira e pediu ao seu filho, estudante do curso de Engenharia Florestal, que realizasse a cubagem do volume dessa árvore. O tronco da árvore, desde o solo até o Diâmetro a Altura do Peito (DAP), apresenta uma forma que se assemelha a um tronco de neiloide.

A partir do DAP, o filho dividiu a árvore em três seções principais, cada uma apresentou formas geométricas distintas:

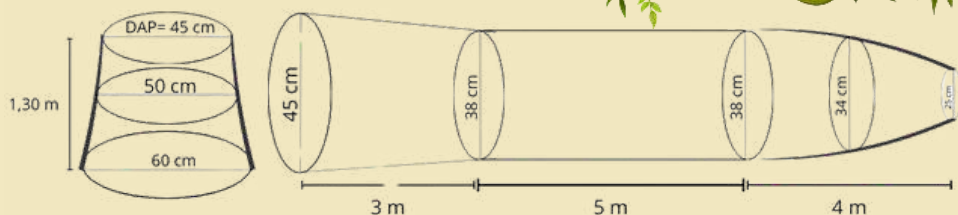
- Primeira tora: 3 metros de comprimento, com forma de tronco de cone.
- Segunda tora: forma cilíndrica, com comprimento de 5 metros.
- Terceira tora: forma de um tronco de parabolóide, com comprimento de 4 metros.

Dados anotados pelo filho:

- Diâmetro na base da árvore (ao nível do solo): 60 cm.
- Diâmetro médio na base da árvore: 50 cm
- Diâmetro no DAP (1,30 m do solo): 45 cm.
- Diâmetro da base da primeira tora: 45 cm.
- Diâmetro do topo da primeira tora: 38 cm.
- Diâmetro da segunda e terceira tora: 38 cm.
- Diâmetro médio da terceira tora: 34 cm.
- Diâmetro do topo da terceira tora: 25 cm.

Capítulo 12

ATIVIDADES



Fonte: Próprio autor.

O filho lembrou-se do que aprendeu nas aulas de dendrometria, segundo seu professor Finger (2008), de que **"a fórmula de Newton é exata para todos os troncos dos sólidos geométricos (parabolóide, neiloide e cone)"** (FINGER, 2006, p. 101).

a) Determine o volume do tronco desde o solo até o DAP (tronco de neiloide) aplicando a fórmula de Newton:

b) Calcule o volume da primeira tora (tronco de cone):

c) Calcule o volume da segunda tora (cilíndrica):?



Capítulo 12



ATIVIDADES

d) Calcule o volume da terceira tora (tronco de parabolóide) aplicando a fórmula de Newton:

e) Qual é o volume total da árvore (soma de todas as seções)

Questão 06

Dois vizinhos do Sr. Antônio demonstraram interesse em comprar as três toras da árvore descrita na **questão 05** para fazer lascas e utilizá-las em cercas. Cada um utilizou um método diferente para estimar o volume das toras antes de apresentar sua proposta de compra:

- O primeiro vizinho mediu o diâmetro da ponta fina de cada tora e aplicou o método do 7854 para calcular o volume, oferecendo um valor de R\$ 1.150,00 por m^3 .
- O segundo vizinho também mediu o diâmetro da ponta fina, mas aplicou o método da cubagem corrigida, oferecendo um valor de R\$ 1.300,00 por m^3 .



Capítulo 12



ATIVIDADES

a) Qual foi o volume total das três toras calculado pelo primeiro vizinho ao utilizar o método do 7854?

b) Qual foi o volume total das três toras calculado pelo segundo vizinho ao utilizar o método da cubagem corrigida?

c) Qual foi a porcentagem de cada diferença entre o volume comercial estimado pelos vizinhos e o volume calculado pelo filho do Sr. Antônio em relação as três toras?

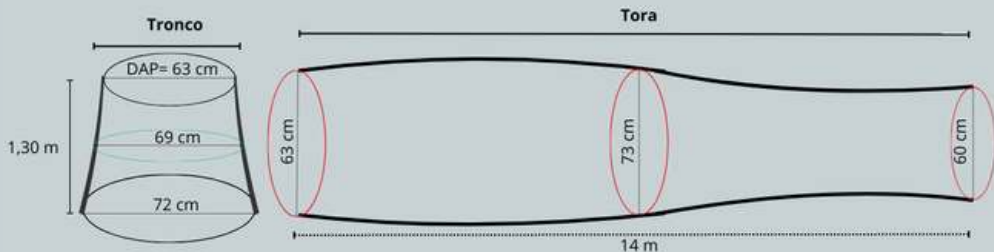
d) Se você fosse o Sr. Antônio, para qual dos vizinhos escolheria vender a madeira? Justifique sua escolha.

Capítulo 12

ATIVIDADES

Questão 07

A escola recebeu a doação de uma árvore com 15,30 metros de comprimento, conforme ilustrado na imagem abaixo.



Fonte: Próprio autor.

a) Calcule o volume de cada seção (tronco e tora) utilizando os métodos rigorosos de cubagem: Smalian, Huber e Newton. Em seguida, organize os resultados na tabela abaixo

Método	Volume calculado (m ³)		
	Tronco	Tora	Volume total da árvore
Smalian			
Huber			
Newton			

b) Qual é a diferença entre o método que apresentou o maior e menor volume total da árvore? E da tora?

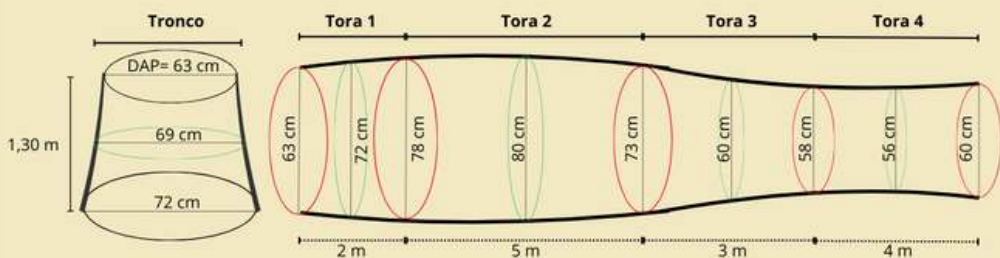
Capítulo 12

ATIVIDADES

Questão 08

Após a doação da árvore (questão 07), os alunos decidiram dividi-la em quatro toras, a partir do DAP, localizado a 1,30 metros de altura.

A imagem abaixo representa a divisão e as medidas das toras:



Fonte: Próprio autor.

Dados do Tronco e das Toras

Tronco (do solo até o DAP - 1,30 m):

- Comprimento: 1,30 metros
- Diâmetro na base: 72 cm
- Diâmetro no meio: 69 cm
- Diâmetro no topo: 63 cm

Tora 1:

- Comprimento: 2,00 metros
- Diâmetro na base: 63 cm
- Diâmetro no meio: 72 cm
- Diâmetro no topo: 78 cm

Capítulo 12

ATIVIDADES

Tora 2:

- Comprimento: 5,00 metros
- Diâmetro na base: 78 cm
- Diâmetro no meio: 80 cm
- Diâmetro no topo: 73 cm

Tora 3:

- Comprimento: 3,00 metros
- Diâmetro na base: 73 cm
- Diâmetro no meio: 60 cm
- Diâmetro no topo: 58 cm

Tora 4:

- Comprimento: 4,00 metros
- Diâmetro na base: 58 cm
- Diâmetro no meio: 56 cm
- Diâmetro no topo: 60 cm

a) Calcule o volume de cada seção (tronco e toras) utilizando os métodos rigorosos de cubagem: Smalian, Huber e Newton. Em seguida, organize os resultados na tabela abaixo

Método	Volume calculado (m ³)				
	Tronco	Tora 1	Tora 2	Tora 3	Tora 4
Smalian					
Huber					
Newton					

Capítulo 12

ATIVIDADES

b) Preencha a tabela abaixo com o volume total da árvore e das toras, de acordo com cada método.

Método	Volume do tronco (m^3)	Volume total das toras (m^3)	Volume total da árvore (m^3)
Smalian			
Huber			
Newton			

c) Qual a diferença entre o método que apresentou o maior e menor volume total da árvore? E das toras?

Questão 09

Com base nas tabelas preenchidas na questão 07 e na questão 08, compare os volumes calculados para a árvore inteira com os volumes obtidos após sua divisão em toras. Responda às perguntas abaixo:

a) Qual é a diferença entre o volume total da árvore calculado diretamente (Questão 07) e o somatório do volume total das toras e do tronco (Questão 08) para cada método de cubagem (Smalian, Huber e Newton)?

Capítulo 12

ATIVIDADES

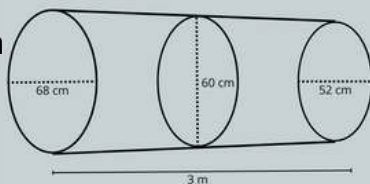
b) Algum método apresentou discrepâncias significativas entre o volume total calculado diretamente e o somatório das partes? Explique possíveis razões para essas diferenças.

c) Na prática, qual abordagem você considera mais confiável: calcular o volume total da árvore diretamente ou somar os volumes das partes? Justifique sua resposta.

Questão 10

Você é responsável por calcular o volume de uma tora com o formato de um tronco de cone reto. As dimensões da tora são:

- Diâmetro da base menor: 52 cm
- Diâmetro da base maior: 68 cm
- Diâmetro no meio: 60 cm
- Comprimento da tora: 3 m



Fonte: Próprio autor.

Sua tarefa é calcular o volume do tronco utilizando três métodos rigorosos — Smalian, Huber e Newton — e compará-los com o volume obtido pela fórmula geométrica para o tronco de cone reto.



Capítulo 12



ATIVIDADES

a) Calcule o volume da tora utilizando o método Smalian.

b) Calcule o volume da tora utilizando o método Newton.

c) Calcule o volume da tora utilizando o método Huber.

d) Calcule o volume da tora utilizando o método geométrico do tronco de cone reto.

Capítulo 12

ATIVIDADES

e) Preencha a tabela com os resultados obtidos nos cálculos realizados nas etapas anteriores.

Método	Volume da tora (m^3)
Smalian	
Huber	
Newton	
Tronco de cone	

f) Preencha a tabela com os resultados obtidos ao comparar as diferenças entre os volumes calculados pelos métodos rigorosos e o volume determinado pelo método geométrico.

Método	Volume da tora (m^3)
Smalian X Tronco de cone	
Huber X Tronco de cone	
Newton X Tronco de cone	

g) Com base nos resultados, discuta qual método rigoroso seria mais adequados no contexto florestal.



Capítulo 13

Sugestões de Atividades Complementares

As atividades a seguir, inspiradas na aplicação prática deste projeto, podem ser adaptadas conforme a realidade de cada escola, ampliando a compreensão dos conceitos e aproximando-os da vivência dos alunos:

1. **Conversa com Especialista** — Convidar engenheiro florestal, professor da área ou proprietário de serraria para apresentar, de forma prática, como funciona o Plano de Manejo Florestal Sustentável, incluindo marcação de árvores, área de manejo e técnicas de exploração sustentável.
2. **Visita Técnica à Serraria** — Levar os alunos para conhecer o processo de beneficiamento da madeira e realizar medições de toras para aplicação prática dos métodos de cubagem.
3. **Planilha Automatizada** — Após os cálculos manuais, desenvolver com os alunos uma planilha automatizada para agilizar e comparar os resultados da cubagem, principalmente nos exercícios 7 e 8.
4. **Xilômetro Didático** — Construir uma caixa em forma de prisma reto para medições por deslocamento de água e comparar os resultados com os métodos rigorosos analíticos absolutos (Smalian, Huber e Newton).

Capítulo 14

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao fim deste e-book, e espero que ele tenha mostrado o quanto a Matemática pode ser útil fora da sala de aula. Exploramos juntos como calcular o volume de madeira. Mas, mais do que isso, vimos como a Matemática pode ser uma ferramenta útil para ajudar a cuidar do nosso planeta.

A ideia aqui não foi só ensinar cálculos, mas também inspirar uma nova forma de pensar sobre o uso dos recursos naturais. Cada método de cubagem que você aprendeu é uma ferramenta que ajuda a garantir que o uso da madeira seja feito de forma consciente, pensando no futuro das nossas florestas e na sustentabilidade.

Agora, o que vem a seguir? O próximo passo é seu! Espero que você leve esses conceitos adiante, aplicando-os no dia a dia e compartilhando esse conhecimento. Que você se sinta motivado a ver a Matemática como uma aliada na construção de um mundo mais equilibrado e responsável.

Obrigado

Que esse aprendizado continue a fazer diferença na sua vida e no mundo ao seu redor!



REFERÊNCIAS

AMORIM, L. G. K. M.; PEREIRA, M. M.; JAFELICE, R. S. d. M. Modelagem no ensino médio: cubagem de madeira. FAMAT em Revista, v. 9, p. 301–308, 2007.

ANASTÁCIO, M. Q. A. Considerações sobre a Modelagem Matemática e a educação matemática. 1990. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)) — UNESP, Rio Claro, 1990.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2018. Acesso em: 30 out. 2024. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.

CONAMA. Resolução 406, de 06 de maio de 2009. Dispõe sobre procedimentos para inspeção de indústrias consumidoras ou transformadoras de produtos e subprodutos florestais madeireiros de origem nativa, bem como os respectivos padrões de nomenclatura e coeficientes de rendimento volumétricos. 2009. <<https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=111081>>. Acesso em: 25/09/2024.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática se ensina? Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 3, n. 4, p. 13–16, 1988.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: da teoria à prática. 8. ed. Campinas: Papirus, 2001.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática-Elo entre as tradições e a modernidade: Nova Edição. [S.l.]: Autêntica Editora, 2011. DRC-MT.

Documento de Referência Curricular para Mato Grosso – Etapa Ensino Médio (DRC-MT). 2021. <<https://sites.google.com/view/novo-ensino-medio-mt/vers%C3%A3o-preliminar-drc-mt-em#h.em4yzo6q6ar4>>. Acesso em: 15/09/2024.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. Estudos avançados, SciELO Brasil, v. 32, p. 189–204, 2018.

ECOS, . A exploração madeireira ilegal e a perda de biodiversidade na Amazônia. 2023. Disponível em: <https://123ecos.com.br/docs/desmatamento-amazonia/>. Acesso em: 05 nov. 2024.

FINGER, C. A. G. Biometria Florestal. Santa Maria, RS: Departamento de Ciências Florestais, 2006.

FLORIANO, E. P. Dendrometria. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2018. Material didático.

REFERÊNCIAS

GASQUE, K. C. G. D. Teoria fundamentada: nova perspectiva à pesquisa exploratória. Thesaurus, 2007.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. Revista de Administração de Empresas, FGV EAESP, v. 35, n. 3, p. 20–29, mai/jun 1995.

HEIN, N.; BIEMBENGUT, M. S. Sobre a modelagem matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, A. D. C. J. C.; ARAÚJO, J. de L. (Ed.).

Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 33–47.

IMAZON. A pecuária pode destruir até 3 milhões de hectares de floresta na Amazônia até 2025. 2023. Disponível em: <https://habitatbrasil.org.br/desmatamento-da-amazonia/>. Acesso em: 05 nov. 2024.

LOPES, L. A.; KLAUS, M. Matemática e sustentabilidade: Uma análise referente à temática abordada em sala de aula. In: VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA-2017. [S.l.: s.n.], 2017.

LOURENÇO, P. B.; BRANCO, J. M. Dos abrigos da pré-história aos edifícios de madeira do século XXI. 2013. <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26503/1/Lourenco_Branco.pdf>. Acesso em: 08/06/2024.

LUDKE, M.; ANDRE, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MALHOTRA, N. K. Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

NICOLETTI, M. F. Comparação de métodos não-destrutivos de cubagem de árvores em pé visando à determinação da biomassa. 2011. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ciências – Recursos Florestais)) — Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2011. Orientador: João Luis Ferreira Batista.

NOTÍCIAS UOL. Fronteiras agrícolas são maiores responsáveis por desmatamento, diz IBGE. 2015. <

REFERÊNCIAS

PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. Revista de saúde pública, SciELO Brasil, v. 29, p. 318–325, 1995.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição. [S.l.]: Editora Feevale, 2013.

SANQUETTA, C. R.; WATZLAWICK, L. F.; CORTE, A. P. D.; FERNANDES, L. A. V. Inventários florestais: planejamento e execução. Curitiba: Editora Multi-Graphi, 2006. 270 p.

SOARES, T. S.; CARNEIRO, A. de C. O.; GONÇALVES, E. de O.; LELLES, J. G. de. Uso da biomassa florestal na geração de energia. Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal, Faculdade de Agronomia e Engenharia Florestal de Garça/FAEF, IV, n. 08, ago.2006.

SPATHELF, P.; MATTOS, P. P. de; BOTOSSO, P. C. Certificação florestal no brasil: uma ferramenta eficaz para a conservação das florestas naturais? Floresta, v. 34, n. 3, p. 373–379, 2004.

VIDAL, J. M. et al. Preservação de madeiras no brasil: histórico, cenário atual e tendências. Ciência Florestal, v. 25, n. 1, p. 257–271, jan-mar 2015. Acesso em: 20/08/2024. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/cflo/a/WSsH9ktwmQyc3k4Prt36Q3H/>>.

RASCUNHO

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

RASCUNHO

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

