

Universidade Federal de Uberlândia

Instituto de Matemática e Estatística

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

**APOSTILA E VÍDEOS: DESVENDANDO O CUBO
MÁGICO PELO MÉTODO DAS CAMADAS.**

Lucas Silva Viana



Uberlândia-MG

2025

Lucas Silva Viana

APOSTILA E VÍDEOS: DESVENDANDO O CUBO MÁGICO PELO MÉTODO DAS CAMADAS.

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção de título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**.

Área de concentração: Matemática

Linha de pesquisa: Divulgação e Popularização de Matemática da Educação Básica

Orientadora: Ligia Laís Fêmina



**Uberlândia-MG
2025**

VIANA, L.S. *Apostila e Vídeos: Desvendando o Cubo Mágico pelo Método das Camadas*. 2025. 23p. Produto Educacional, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

Resumo

Este produto educacional, intitulado “Apostila e Vídeos: Desvendando o Cubo Mágico pelo Método das Camadas”, tem como objetivo principal apresentar, de forma didática e estruturada, o método das camadas para a resolução do cubo mágico. Este material foi desenvolvido e aplicado com sucesso em uma oficina de Cubo Mágico, que ocorreu em duas turmas do 9º ano em uma escola municipal em Uberlândia-MG. A apostila oferece uma explicação clara e acessível de cada etapa do processo, permitindo ao leitor compreender a lógica do método e sua aplicação em contextos educativos, lúdicos ou analíticos. Além disso, nove vídeos tutoriais complementam o material, facilitando o aprendizado da resolução do cubo mágico.

Palavras-chave: Cubo Mágico, Método das Camadas, Habilidades da BNCC.

Sumário

Introdução	1
1 Método de Camadas para Resolução do Cubo Mágico	4
1.1 Movimentos Básico do Cubo Mágico	4
1.2 Reconhecendo as Peças do Cubo Mágico	8
1.3 Movimentos Utilizados	8
1.4 Método de camadas	10
1.4.1 Primeiro passo: FORMAR UMA FLOR BRANCA DE CENTRO AMARELO.	10
1.4.2 Segundo passo: FORMAR UMA FLOR BRANCA COM CENTRO BRANCO.	10
1.4.3 Terceiro passo: POSICIONAR AS QUINAS BRANCAS.	11
1.4.4 Quarto passo: RESOLVER A CAMADA DO MEIO.	13
1.4.5 Quinto passo: FORMAR UMA CRUZ AMARELA.	14
1.4.6 Sexto passo: FINALIZAR A FACE AMARELA.	15
1.4.7 Sétimo passo: ARRUMAR as Quinas (Cantos).	16
1.4.8 Oitavo passo: ARRUMAR OS MEIOS.	17
1.5 Vídeos sobre o Método de Camadas	18
Referências Bibliográficas	18

Introdução

O produto educacional, descrito neste material, foi desenvolvido com base nos estudos e pesquisas da dissertação “CUBO MÁGICO E SALA DE AULA: UMA PARCERIA DE SUCESSO” ([1]), de autoria de Lucas Silva Viana, sob a orientação da Profa. Dra. Ligia Laís Femina, no âmbito do Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Uberlândia - UFU.

A utilização do cubo mágico em aulas de Matemática no Ensino Básico se mostra um recurso eficiente para estimular o raciocínio lógico e a criatividade. Ao permitir a visualização prática de teorias lógico-abstratas, o jogo torna as aulas mais atrativas e dinâmicas. Entre os conteúdos matemáticos que podem ser explorados estão funções, volume, simetrias e análise combinatória.

Diante da riqueza e complexidade desse quebra-cabeça tridimensional, este trabalho investiga o uso do cubo mágico como uma atividade didático-pedagógica. O estudo foca em evidenciar os aspectos positivos no aprendizado dos alunos e no desenvolvimento de habilidades em consonância com a BNCC.

A dissertação descreve a aplicação de uma avaliação diagnóstica em duas turmas do 9º ano de uma escola municipal de Uberlândia-MG. A avaliação foi elaborada com base nas habilidades da BNCC relacionadas ao ensino de sólidos geométricos, com ênfase no cubo. Tais habilidades são:

(EF09MA20) - Resolver problemas envolvendo contagem por meio do princípio fundamental da contagem;

(EF07MA22) - Explorar e aplicar simetrias e transformações geométricas em sólidos, incluindo cubos e outros prismas;

(EF07MA23) - Generalizar fórmulas e padrões para resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e suas propriedades;

(EF06MA25) - Resolver problemas que envolvam a organização, o armazenamento e o

empilhamento de objetos com formas de cubo ou paralelepípedo;

(EF06MA26) - Interpretar e construir representações tridimensionais e bidimensionais de sólidos geométricos, compreendendo suas diferentes vistas.

Em novembro de 2024, após a avaliação diagnóstica, foi ministrada uma oficina de Cubo Mágico a duas turmas do 9º ano, com carga horária de aproximadamente 10 aulas de 50 minutos cada. O objetivo central foi explorar conceitos matemáticos, ensinando a resolução do cubo pelo método de camadas — um processo estruturado de oito etapas sequenciais. Para mensurar a evolução dos alunos, aplicou-se uma avaliação final com as mesmas habilidades do teste diagnóstico, permitindo analisar o impacto da oficina na aprendizagem.

A oficina foi estruturada a partir da exibição do documentário Magos do Cubo (disponível na Netflix), que serviu como ponto de partida para engajar os participantes. O principal objetivo metodológico foi o ensino da resolução do cubo mágico pelo método de camadas, o que, além da técnica em si, estimulou o desenvolvimento do raciocínio lógico, da paciência e da colaboração. Para apoiar o processo, os alunos utilizaram uma apostila didática, descrita no capítulo 1 desse trabalho, que detalhava cada etapa do método. A explicação das sequências de movimentos foi feita com o auxílio de um projetor, recurso que facilitou a visualização coletiva e otimizou a compreensão do conteúdo.

A metodologia da oficina foi organizada em etapas progressivas, visando ao domínio completo da resolução do cubo mágico pelo método de camadas. O processo se iniciou com a apresentação dos elementos e movimentos básicos na primeira aula, seguido pela introdução das duas primeiras etapas nas aulas seguintes (2 e 3), reforçando a base de movimentos necessários. A transição para a terceira etapa, nas aulas 3 e 4, marcou um momento-chave para o desenvolvimento do raciocínio e da perseverança, devido à sua complexidade. O sucesso nessa fase permitiu que os alunos progredissem com mais segurança. O avanço continuou na aula seguinte (5), abordando a quarta e quinta etapas, até a consolidação do conhecimento na sexta aula.

Nas aulas finais (7 e 8), a introdução de uma nova sequência de movimentos possibilitou a conclusão das últimas etapas. Um aspecto notável foi a autonomia e a colaboração que emergiram, com os alunos mais avançados se tornando multiplicadores do conhecimento, apoiando os colegas com dificuldades. Este processo culminou nas aulas 9 e 10, focadas na revisão e consolidação. A dinâmica colaborativa alcançou seu auge, com os estudantes que já dominavam o método atuando ativamente na mentoria dos colegas. Essa estratégia não apenas garantiu o avanço individual de cada participante, mas também fortaleceu significativamente a cooperação do grupo, evidenciando o valor do trabalho em equipe.

Em 9 de dezembro de 2024, após a conclusão da oficina, foi aplicada uma avaliação final com o objetivo de verificar o avanço no aprendizado dos alunos. Este instrumento, que replicou o formato da avaliação diagnóstica em termos de habilidades e número de questões, permitiu comparar os resultados obtidos antes e depois da intervenção. A análise comparativa revelou uma melhora em algumas das habilidades avaliadas, conforme evidenciado pelos dados coletados. Os detalhes e a análise completa desses resultados estão descritos na dissertação.

No Capítulo 1 deste trabalho, são apresentados os materiais didáticos desenvolvidos: uma apostila sobre a resolução do cubo mágico pelo método de camadas e tutoriais em vídeo, gravados para facilitar a compreensão da solução desse quebra-cabeça tridimensional.

Método de Camadas para Resolução do Cubo Mágico

Esse capítulo intitulado “Método de Camadas para Resolução do Cubo Mágico” tem como objetivo apresentar, de forma didática e estruturada, o método utilizado para solucionar o quebra-cabeça tridimensional conhecido como cubo mágico. Trata-se de uma abordagem amplamente difundida, que consiste em resolver o cubo por meio da organização progressiva de suas camadas, dividida em oito etapas sequenciais. A apostila tem caráter complementar ao conteúdo principal da dissertação relacionada a esse produto educacional, oferecendo uma explicação clara e acessível sobre cada etapa do processo, possibilitando ao leitor compreender a lógica do método e sua aplicabilidade, seja no contexto educativo, lúdico ou analítico.

1.1 Movimentos Básico do Cubo Mágico

Iremos detalhar os movimentos básicos do cubo mágico, escrevendo seu nome (sigla) e detalhando o mesmo.

UP (*U*) : face de cima giro 90° sentido horário, conforme a Figura 1.1.

RIGHT (*R*): Face da direita giro de 90° sentido horário, como pode ser visto na Figura 1.2.

LEFT (*L*) : Face da esquerda giro de 90° sentido horário, visualizado na Figura 1.3.

BACK (*B*): Face de trás giro de 90° sentido horário, conforme Figura 1.4.

FRONT (*F*): Face da frente giro de 90° sentido horário (Figura 1.5).

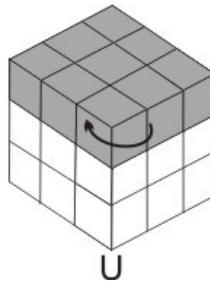


Figura 1.1: Movimento U. Fonte: próprio autor

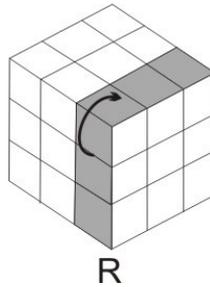


Figura 1.2: Movimento R. Fonte: próprio autor

DOWN (D): Face de baixo giro de 90° sentido horário (Figura 1.6).

Todos os movimentos acima quando adicionado um apóstrofo junto a sua sigla como por exemplo U' , R' , L' significa que vamos executar o movimento U no sentido anti-horário o movimento de direita no sentido anti-horário e o movimento de esquerda anti-horário, respectivamente. Veja as Figuras 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11 e 1.12.

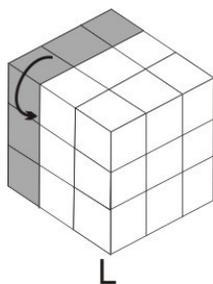


Figura 1.3: Movimento L. Fonte: próprio autor.

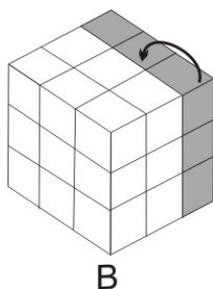


Figura 1.4: Movimento B. Fonte: próprio autor.

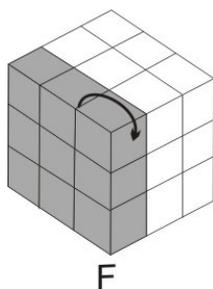


Figura 1.5: Movimento F. Fonte: próprio autor.

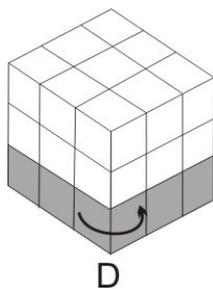


Figura 1.6: Movimento D. Fonte: próprio autor.

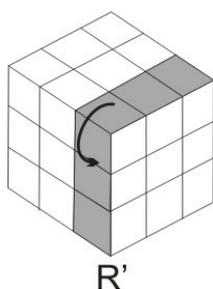


Figura 1.7: Movimento R' . Fonte: próprio autor.

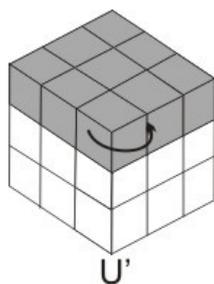


Figura 1.8: Movimento U' . Fonte: próprio autor.

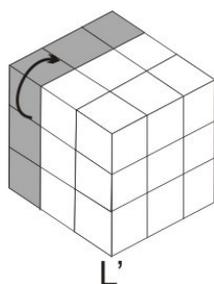


Figura 1.9: Movimento L' . Fonte: próprio autor.

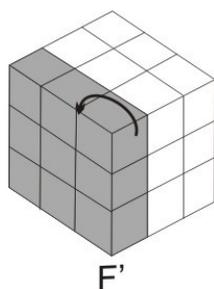


Figura 1.10: Movimento F' . Fonte: próprio autor.

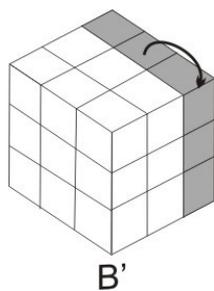


Figura 1.11: Movimento B' . Fonte: próprio autor.

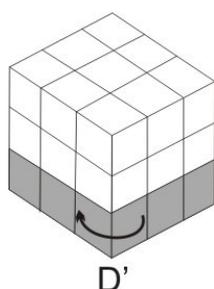


Figura 1.12: Movimento D' . Fonte: próprio autor.

1.2 Reconhecendo as Peças do Cubo Mágico

São 6 peças de centro, 12 peças de meio e 8 peças de quina, como evidenciado nas Figuras 1.13, 1.14 e 1.15.

Repare que no cubo mágico são 6 cores e que as cores branca e amarela são opostas assim como vermelho e laranja e por fim azul e verde.

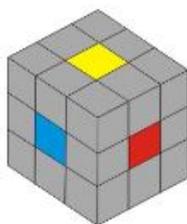


Figura 1.13: Peças de Centro. Fonte: próprio autor.

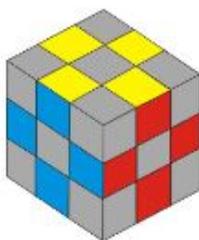


Figura 1.14: Peças de Meio. Fonte: próprio autor.

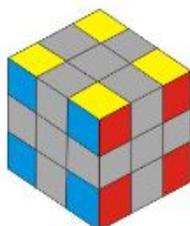


Figura 1.15: Peças de Quina. Fonte: próprio autor.

1.3 Movimentos Utilizados

Nas figuras 1.16, 1.17, 1.18 e 1.19, apresentamos os movimentos necessários para o método.

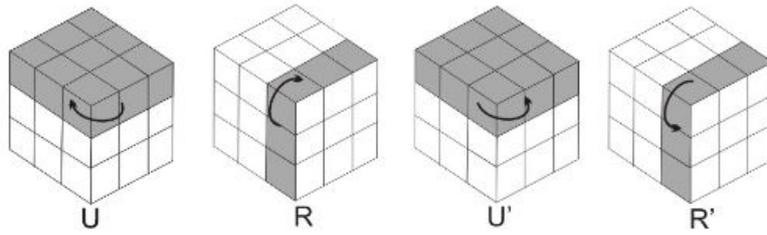


Figura 1.16: Movimento URU'R'. Fonte: próprio autor.

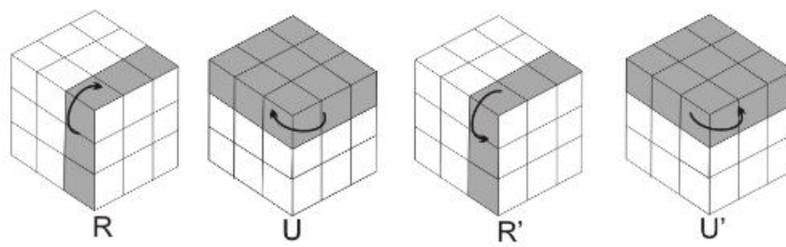


Figura 1.17: Movimento RUR'U'. Fonte: próprio autor.

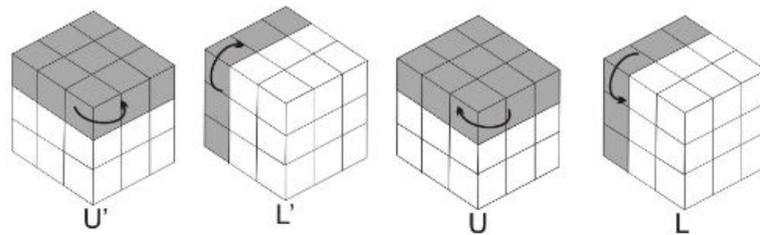


Figura 1.18: Movimento U'L'UL. Fonte: próprio autor.

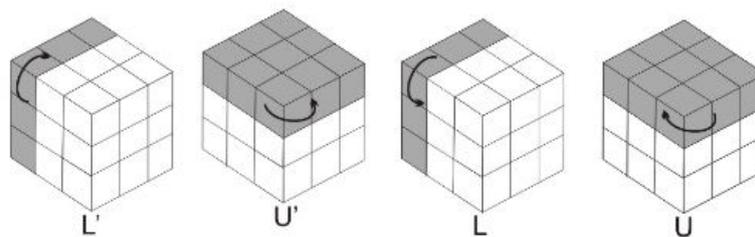


Figura 1.19: Movimento L'U'LU. Fonte: próprio autor.

1.4 Método de camadas

1.4.1 Primeiro passo:

FORMAR UMA FLOR BRANCA DE CENTRO AMARELO.

Esta etapa requer uma intuição do aluno para concluí-la. Mas como dica temos que observar onde as peças de meio da cor branca estão localizadas para poder levá-la para o objetivo da Figura 1.20.

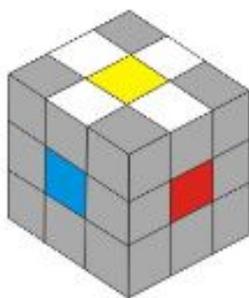


Figura 1.20: Flor Branca. Fonte: próprio autor.

1.4.2 Segundo passo:

FORMAR UMA FLOR BRANCA COM CENTRO BRANCO.

Depois de concluir a etapa 1, é importante observar qual cor acompanha a peça branca e verificar se essa cor está na mesma face do centro correspondente. Veja as Figuras 1.21 e 1.22.



Figura 1.21: Flor Branca Alinhamento. Fonte: próprio autor.

1. Quando está alinhado conforme a Figura 1.21, a “pétala” branca e vermelha está alinhada com o centro vermelho. Assim, realizamos o movimento F^2 (FRONT por 2x).
2. Caso esteja, com a “pétala” branca e azul alinhada com o centro verde conforme Figura



Figura 1.22: Flor Branca com centro branco finalizada. Fonte: próprio autor.

1.21, precisamos inicialmente alinhar a cor azul com o centro azul. Para isso, fazemos o movimento U até alinhar, e depois procedemos conforme no passo 1.

Ao final desta etapa, o cubo ficará conforme a configuração da Figura 1.22.

1.4.3 Terceiro passo: POSICIONAR AS QUINAS BRANCAS.

Mantenha a face branca voltada para baixo e vamos dividir em três possibilidades:

I) QUINA NA FACE LATERAL DO CENTRO AMARELO:



Figura 1.23: Quina Lateral direita. Fonte: próprio autor.

Conforme a Figura 1.23 é importante alinhar a cor que acompanha a peça branca, nesse exemplo a cor verde com o centro da mesma cor, e assim executar o movimento $URU'R'$. Observe que a peça branca foi para a sua posição correta.

É importante alinhar a cor que acompanha a peça branca, nesse exemplo a cor azul, com o centro da mesma cor e depois executar o movimento $U'L'UL$. Observe que a cor que



Figura 1.24: Quina Lateral esquerda. Fonte: próprio autor.

acompanha a peça branca já se encontra alinhada na Figura 1.24.

II) QUINA NA FACE FRONTAL EM BAIXO:

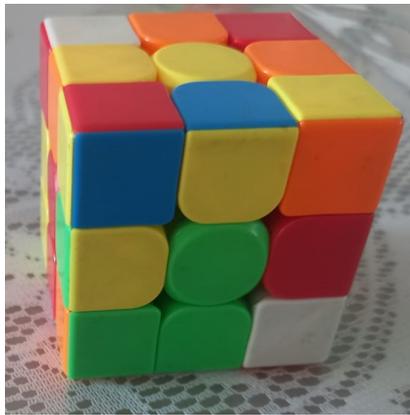


Figura 1.25: Quina Branca na face frontal embaixo. Fonte: próprio autor.

Faça o movimento $URU'R'$ uma vez para que a peça branca possa ir para a face lateral do amarelo, conforme Figura 1.25. Repita o caso (I) para que a peça branca possa ir para a face de baixo na sua posição correta.

III) QUINA NA FACE DE CIMA JUNTO COM CENTRO AMARELO (Figura 1.26):

Repita o movimento $URU'R'$ por duas vezes para a peça branca ir para face lateral do amarelo e em seguida faça conforme visto em (I).

Ao final desta etapa o cubo terá a configuração ilustrada na Figura 1.27.



Figura 1.26: Quina branca em cima do centro amarelo. Fonte: próprio autor.

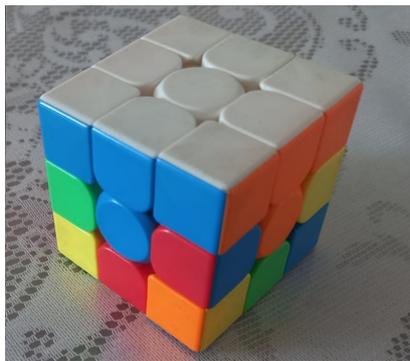


Figura 1.27: Primeira camada finalizada. Fonte: próprio autor.

1.4.4 Quarto passo: **RESOLVER A CAMADA DO MEIO.**

Procure uma peça de meio que não possui a cor amarela e a cor da face da frente você deve acertar com a cor do centro correspondente, veja a Figura 1.28.



Figura 1.28: Configurações da segunda camada. Fonte: próprio autor.

Observe na peça de cima qual é a sua cor, para localizar o centro correspondente a sua cor para executar um dos movimentos abaixo:

- 1- Centro correspondente estiver na esquerda: (U' L' U L) em seguida uma quina branca

sai de sua posição e faça (U R U' R')

2- Centro correspondente estiver na direita : (U R U' R') em seguida uma quina branca sai de sua posição e faça (U' L' U L)

Observação 1.1 *Pode ocorrer de a peça de meio estar com as cores alternadas em sua posição onde ela deve ficar, quando isso ocorrer faça o movimento (U R U' R') ou (U' L' U L) que a peça irá para camada de cima e junto com ela uma peça branca sai de sua posição, assim repetimos um dos movimentos acima para voltar a peça branca para o seu lugar e desta forma o procedimento é análogo ao 1 ou 2, visualizado na Figura 1.29.*

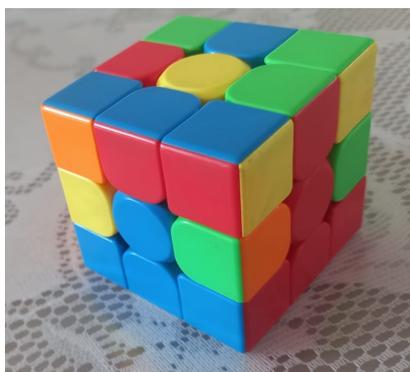


Figura 1.29: Peças de meio com cores alternadas. Fonte: próprio autor.

1.4.5 Quinto passo:

FORMAR UMA CRUZ AMARELA.

Para essa etapa devemos realizar a seguinte movimentação: **F U R U' R' F'** (Figura 1.30).

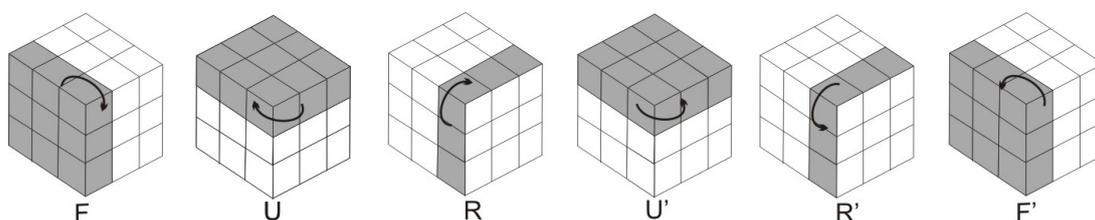


Figura 1.30: Movimento FURU'R'F'. Fonte: próprio autor.

Observe que para esta etapa precisará realizar essa movimentação por até 3 vezes, isso dependerá da configuração ao iniciar esta etapa, como pode ser visualizado na Figura 1.31.

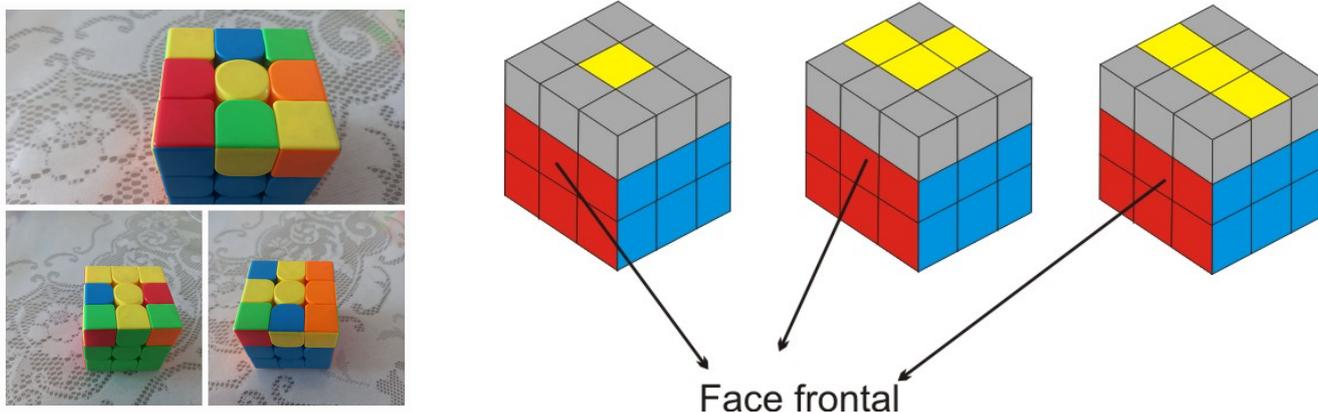


Figura 1.31: Configurações para início da movimentação. Fonte: próprio autor.

Ao final da etapa cinco, o cubo ficará com a configuração da Figura 1.32.

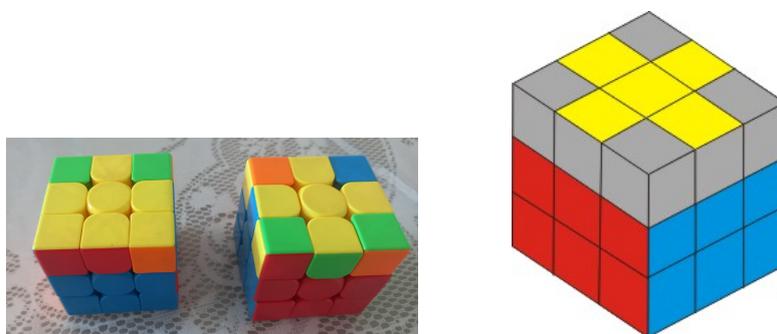


Figura 1.32: Fim da etapa cinco. Fonte: próprio autor.

1.4.6 Sexto passo:

FINALIZAR A FACE AMARELA.

Para essa etapa deixaremos a face amarela voltada para baixo e iremos fixar uma peça de **QUINA** inferior direita onde contenha amarelo em uma das duas opções que não acompanha o centro amarelo, ou seja, o amarelo esteja na posição errada. E iremos executar o movimento **U R U' R'** em até 4 vezes. Para cada peça de **QUINA** que não esteja com o amarelo na face de baixo, repetimos a etapa anterior, fazemos o movimento D para que a peça se mova para o canto direito para assim executar a movimentação. Repita esse procedimento até que todas as peças de quina que contenha uma cor amarela esteja na posição correta, como na Figura 1.33.

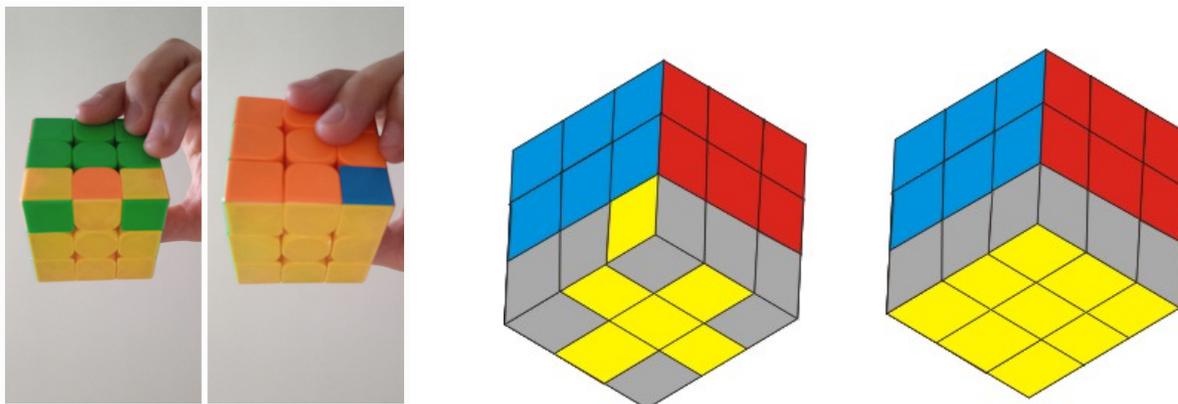


Figura 1.33: Sexta etapa. Fonte: próprio autor.

1.4.7 Sétimo passo: ARRUMAR as Quinas (Cantos).

Caso tenha o que denominamos de faróis (Figura 1.34), vire o cubo de cabeça para baixo de modo que os faróis fiquem para trás na parte inferior e repita a seguinte sequência:

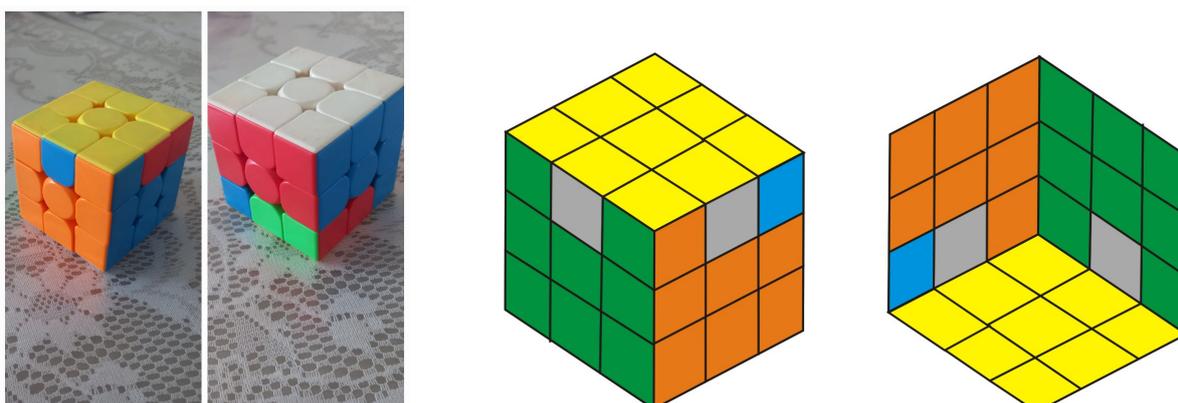


Figura 1.34: Sétima etapa. Fonte: próprio autor.

$(U R U' R') D^2 (R U R' U') D (U R U' R') D (R U R' U')$

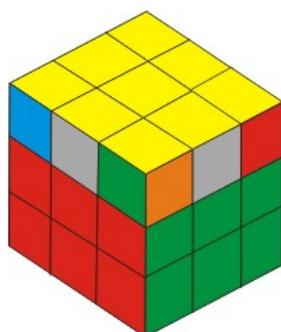


Figura 1.35: Nenhuma Quina na posição correta. Fonte: próprio autor.

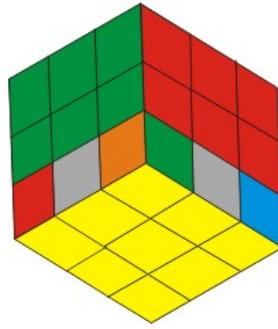


Figura 1.36: Apenas vire o cubo de cabeça para baixo. Fonte: próprio autor.

Caso não tenha nenhum farol, apenas deixe a face amarela voltada para baixo e repita o movimento acima por **duas vezes**, para melhor entendimento visualize as Figuras 1.35 e 1.36.

1.4.8 Oitavo passo: **ARRUMAR OS MEIOS.**

Está etapa observemos se já existe o que chamamos de barra, observe na Figura 1.37: Caso tenha repita os seguintes passos:

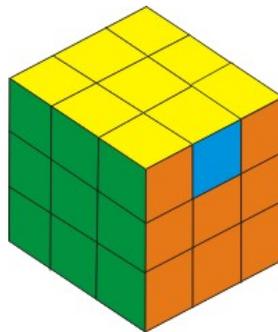


Figura 1.37: Uma barra completa. Fonte: próprio autor.

(R U R' U') (L' U' L U) (U R U' R') (U' L' U L)

Quando o cubo se apresentar conforme a Figura 1.38 devemos repetir o movimento acima uma vez, formando a barra. Depois, repetir o procedimento mais uma vez, para finalizarmos a conclusão do cubo.

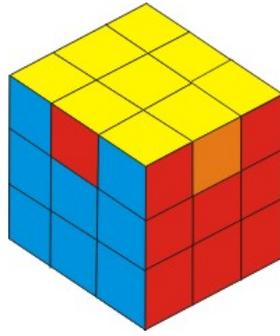


Figura 1.38: Todas as quinas finalizadas. Fonte: próprio autor.

Ao final desta etapa chegaremos a conclusão da montagem do cubo mágico (Figura 1.39).

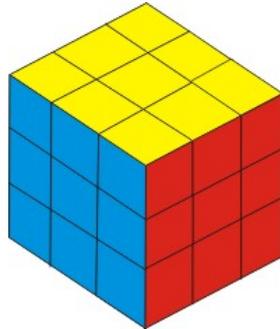


Figura 1.39: Cubo finalizado. Fonte: próprio autor.

1.5 Vídeos sobre o Método de Camadas

Para um melhor entendimento, assista aos vídeos tutoriais listados na tabela abaixo. A primeira coluna indica o número da etapa e a segunda contém o link para o vídeo correspondente.

Observação 1.2 A “Etapa 0” é um vídeo introdutório que detalha os movimentos e as notações essenciais para a resolução do cubo mágico.

0	https://youtu.be/JPVU5JsN1Y4?si=6jkXZ00ZJ6BJ1zyY
1	https://www.youtube.com/watch?v=Q6DKsSWfxJY
2	https://www.youtube.com/watch?si=LvQNpOd0ss8MiMCd&v=AloSGwYNXeM&feature=youtu.be
3	https://www.youtube.com/watch?v=i0Fwz8_XKzk
4	https://www.youtube.com/watch?si=0inVfyD3B6IDM_eQ&v=0UyoyMM0hZ8&feature=youtu.be
5	https://www.youtube.com/watch?si=chyzPwvzbC-ifLU-&v=i6NNTnnVcJg&feature=youtu.be
6	https://www.youtube.com/watch?v=KIKNwNa7X_E
7	https://www.youtube.com/watch?v=0tdou0jZG-g
8	https://www.youtube.com/watch?v=DQx6vrDi19o

Referências Bibliográficas

- [1] VIANA, Lucas Silva. **Cubo Mágico e Sala de Aula:** uma parceria de sucesso. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2025.