Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

IFPI - *Campus* Floriano

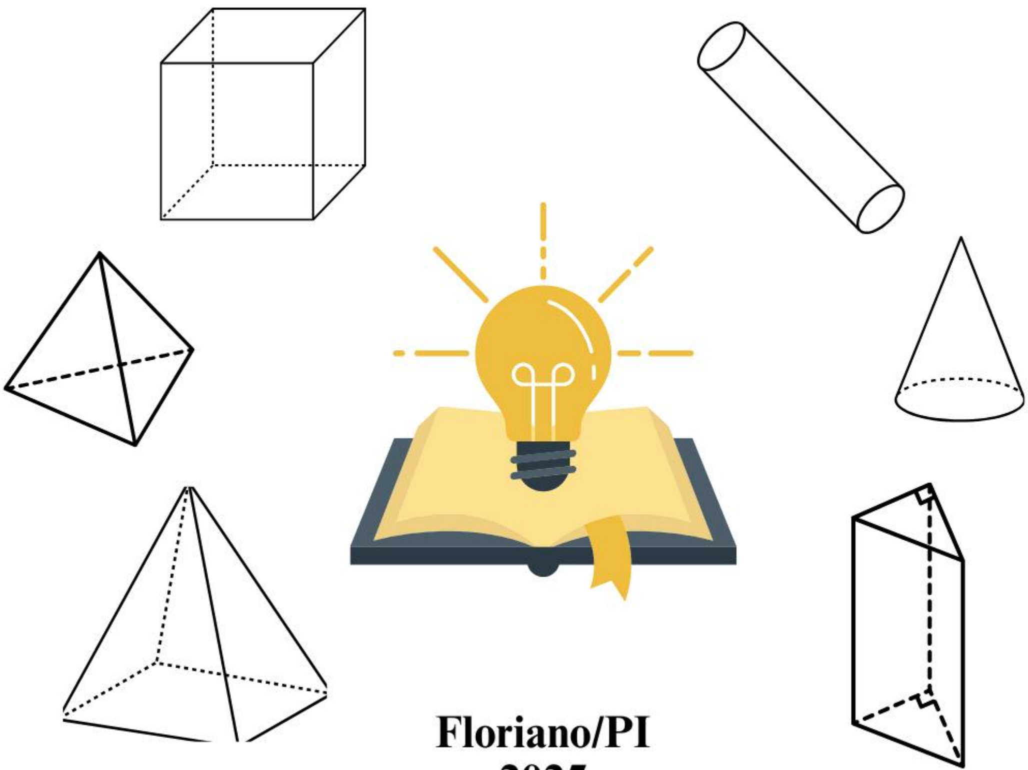
Produto Educacional

A Geometria Espacial através da História da Matemática: uma sequência didática de atividades para a (re)construção de sólidos no Ensino Médio

Matheus Costa da Silva

Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto (Orientador)

Prof. Dr. Rui Marques Carvalho (Coorientador)



Floriano/PI

2025


Caro colega, você sabia que a geometria foi descoberta através das necessidades práticas das antigas civilizações?
Sério? Então podemos concluir que cada forma geométrica tem uma história?
Sim! Os egípcios construíram as pirâmides para algumas atividades e os gregos tiveram importantes descobertas...
Uau! Que massa, agora a matemática faz muito mais sentido... Obrigado pela orientação!

Aos colegas professores que lecionam matemática na Educação Básica,

É com grande satisfação que apresento o Produto Educacional desenvolvido no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do IFPI/*campus* Floriano, concebido como uma sequência didática de atividades voltadas ao ensino da Geometria Espacial no 2º ano do Ensino Médio.

Esse material integra, de forma colaborativa e articulada, a História da Matemática em atividades práticas ligadas a reconstrução de sólidos geométricos a partir de desenhos bidimensionais, utilizando materiais como régua, compasso e outros recursos considerados indispensáveis no ensino de geometria.

O trabalho parte da premissa de analisar as contribuições da inserção da História da Matemática no ensino de formas geométricas tridimensionais. Essas contribuições podem desmistificar que o conhecimento geométrico não se limita ao domínio de estruturas lógicas fechadas e propriedades, mas também na contextualização e valorização da sua trajetória histórica.

Por isso, pensamos em apresentar cada uma das atividades com uma contextualização histórica, instigando curiosidades acerca de personagens e sólidos utilizados em diferentes períodos e culturas pelas antigas civilizações. Em seguida, apresentamos como conduzimos os estudantes ao momento prático da elaboração dos desenhos geométricos e montagem das formas tridimensionais.

Após a construção dos desenhos, buscamos promover o desenvolvimento do raciocínio espacial e a capacidade de estabelecer relações entre as figuras planas e espaciais, ao tempo que estimulamos os estudantes a desenvolverem uma postura interativa e investigativa. Portanto, entendemos que esse é um material que alinha a historicidade à prática construtiva, sendo sua implementação em sala de aula uma possibilidade de abordagem da Geometria Espacial no intuito de potencializar o interesse pela Matemática.

SUMÁRIO

1 HISTÓRIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino da Matemática tem sido objeto de discussões em pesquisa acadêmicas nos 30 anos últimos anos. E uma das temáticas mais discutidas trata da preocupação crescente em relação à dificuldade enfrentada por muitos estudantes na aprendizagem da Matemática, um componente curricular, tido como o mais complexo pela grande maioria dos estudantes. De acordo com Lorenzato (2009), as instituições que formam e aperfeiçoam formadoras de professores devem priorizar o uso de estratégias didáticas com materiais manipuláveis para o ensino de conceitos matemáticos.

De acordo com o autor, entende-se que todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem devem buscar meios práticos e acessíveis para sanar ou diminuir as dificuldades para a compreensão de conceitos matemáticos. Assim, não permite uma saída conveniente para o processo de criação, pensamento e abstração. Nesse sentido, de acordo com Michalovicz (2009) podemos considerar que o ensino de matemática é dificultado por ser a Matemática considerada uma disciplina formal e abordada de forma abstrata e desvinculada de caráter prático no ensino tradicional.

Conforme o autor, é possível levantar algumas dificuldades no ensino, entre elas a descontextualização e a não tangibilidade são fatores inviabiliza ou não torna esse ensino tão motivador. Segundo Mendes (2009) a trajetória que explica o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática diante das faces cotidiana, escolar e científica é constituída pelo espaço em que a sociedade se constrói. De acordo com Silva Neto (2021) a adoção de novas estratégias de ensino, novos recursos e métodos para aprendizagem tem se tornado um desafio constante aos professores em meio à complexidade do ato de ensinar. E é dessa forma que diversas frentes de pesquisas têm mobilizado temáticas que realçam possibilidades de inserir a História da Matemática em meio ao ensino de Matemática.

Com o advento de discussões sobre a História da Matemática, sobre a História do ensino dessa disciplina e sobre o uso da História para se ensinar conteúdos matemáticos é que tornou mais significativo para a prática docente e mais reconhecido as potencialidades sobre usos de informações históricas no ensino de Matemática.

> A inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca por soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (Chaquiam, 2015, p.13).

Segundo Boyer (2003) o surgimento da Matemática vem em resposta a necessidades práticas do cotidiano. Conforme o autor, infere-se que desse fato a ciência matemática desde antigas civilizações vem ganhou forma e tem se transformado em função de novas demandas encontradas ao longo do tempo, principalmente quando relacionado ao desenvolvimento tecnológico.

Na perspectiva do ensino, a História da Matemática pode ser considerada um campo cheio de possibilidades para oferecer a contextualização cronológica dos fatos sobre o seu desenvolvimento. Gasperi e Pacheco (2007) destacam que é essencial compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que tiveram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram.

Reconhecendo que há diversas dificuldades no processo de ensino da matemática, D'Ambrósio (2008), diz que uma delas, senão a maior, seja o fato da maioria dos professores não estarem familiarizados com o ambiente sociocultural dos seus alunos, o que torna difícil entender o que os alunos carregam de conhecimentos prévios. Muitas vezes os estudantes se sentem mais motivados quando os professores de matemática colocam em primeiro lugar o processo construtivo de significados, privando-se da capacidade investigativa que os mesmos podem desenvolver através das construções.

É plausível considerar que a História da Matemática se ofereça como uma possibilidade de contextualização histórica para uma visão mais completa dos conteúdos mediados, podendo contribuir para que o estudante se aproxime dos tópicos ensinados ao perceber que eles foram descobertos devido às necessidades práticas dos seres humanos ao longo dos anos. Desta forma, podemos ressaltar que:

> as ideias Matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenvolvendo instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias Matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'ambrósio, 1999, p. 97).

A História da Matemática se configura de acordo com nossos estudos como um potencial a ser incorporado às práticas metodológicas por meio de estratégias e recursos, tais como materiais tangíveis estimulando a curiosidade dos estudantes para a compreensão de uma matemática cada vez mais sólida.

Sobre o uso didático da História da Matemática, segundo Miguel e Miorim (2008), pode ter sido a primeira manifestação explícita em propostas oficiais sobre o uso do História da Matemática no currículo educacional dos estudantes na educação básica.

No ensino de Matemática

> é impossível discutir práticas educativas que se fundamentem na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições sem recorrer à História, que compreende o registro desses fundamentos. Em suas palavras: desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na Educação Matemática (D'ambrósio, 1999. p. 97).

Neste sentido, o conhecimento matemático pode ser mediado aos estudantes como algo que está em constante modificação em todos os sentidos e, para tanto, tais mudanças podem ser utilizadas como recurso imprescindível para assimilação do mesmo numa perspectiva histórica.

Mendes (2009) assegura que se faz relevante para o ensino de Matemática mediado pelo uso da História da Matemática, que a História mobilize questões que são passíveis de serem transportadas para o ensino de Matemática. Por exemplo, na civilização do antigo Egito ocorria segundo Eves (2004) a prática de utilizar esticadores de cordas era comum e rotineira, sendo amplamente empregada para medir distâncias e calcular as áreas de terrenos destinados ao cultivo.

De acordo com o autor, podemos perceber que um professor em sua sala de aula, pode implementar ações como essas em sua prática educativa, desafiando os alunos a medirem distâncias com uso de linhas ou outro material moderno, mas com a mesma finalidade desejada, simulando essas práticas imaginando viver em um período sem o sistema de numeração que conhecemos hoje, habilitando-os e munindo os sujeitos envolvidos nos costumes, informações acerca da sociedade e cultura egípcia daquela época.

Para isso Mendes (2022) coloca que

> falar de História nos leva a narração de fatos e acontecimentos ocorridos na evolução das sociedades ou, ainda, no grupo de conhecimentos adquiridos através da tradição, e/ou mediante documentos ligados ao passado da humanidade. Não se pode perder a certeza de que o hoje é resultado das evoluções mentais, sociais, físicas e climáticas de ontem. O ontem é o ocorrido, às vezes, documentado, ou mesmo transmitido oralmente, que se transforma em história (Mendes, 2022, p.27).

O autor destaca que o conceito de história fica bem definido e caracterizado pelo conjunto de relatos e fatos ocorridos na antiguidade, que foram determinantes para a evolução da história da humanidade. A respeito da construção e conceitualização de figuras geométricas tridimensionais numa perspectiva histórica,

> um exemplo de uso possível da História da Matemática em sala de aula é o Teorema de Tales, que auxilia na compreensão de conceitos matemáticos, a partir de necessidades do cotidiano. Tales, nascido por volta de 624 a.C., usa grande parte do tempo viajando, como era comum aos sábios daquela época. Em uma de suas viagens ao Egito, passa a ser prestigiado pelo faraó Amásis por ter medido a altura de uma pirâmide sem precisar escalá-la. Para isso, Tales finca uma estaca verticalmente no chão. Conclui que, no momento em que o comprimento da sombra da estaca é igual ao comprimento da estaca, a altura da pirâmide é igual ao comprimento da sombra da pirâmide mais metade da medida da base. (Schmidt et al. 2016, p. 46).

De acordo com o autor, notamos que a partir da História da Matemática Tales realizava incursões e, das mesmas, é possível constatar a partir da passagem acima que ele conseguiu alguns feitos relacionado ao conhecimento geométrico em monumentos históricos, através de estratégias propiciadoras que ele mesmo concebeu e, com estas, pôde realizar algumas descobertas com suas experiências importantes.

Considerando esse contexto na atualidade destacamos que é

> importante estabelecer uma reflexão acerca das implicações de uma constituição epistemológica daquilo que se ensina e de como se dá esse ensino, tendo em vista o contexto da instituição educacional, do perfil do quadro discente e da sociedade que esses discentes estão inseridos, assim como da sociedade que se espera com a formação futura. (Costa; Silva Neto, 2023, p. 5)

De acordo com os autores acima, percebemos que o estabelecimento de uma reflexão acerca dos efeitos da constituição da origem daquilo que se orienta a ser trabalhado e a forma como esse procedimento ocorre é crucial. Dito isto, destaca-se que a matemática começou a se desenvolver no mundo grego antigo como uma autodisciplina e os filósofos gregos pensavam que a matemática era a base da realidade, bem como a ideia de que as leis da matemática davam sentido ao que era visto no mundo real.

> [...] a História tem a potencialidade de explicitar que ao longo dos séculos os modos de pensar, praticar e representar saberes relativos à matemática foram sofrendo transformações com base nos modos de pensar estabelecidos pelas sociedades e pelas culturas, que constituíram assim, os modelos de escolas e métodos de ensino para cada contexto sociocultural, desde que materializassem pensamentos e práticas educacionais que refletissem modelos sociais vigentes em cada período histórico (Mendes, 2019, p. 213).

Nas últimas décadas no Brasil, inúmeras pesquisas de caráter científico foram produzidas, isso ocorre devido um aumento considerável de oferta de programas de mestrado e de doutorado em várias universidades nacionais. Além disso, importantes eventos envolvendo o ensino e a importância da matemática foram realizados ao longo dos anos e isso contribui para a disseminação de práticas e novos olhares. Diante disso,

> estreitar as relações com a História da Matemática pode ajudar a dar sentido as aulas, levar o aluno a entender quais são os motivos que levaram os pesquisadores a descobrirem tal conceito, a fim de tornar a matemática mais prazerosa dando sentido as atividades propostas, não as deixando soltas e desconexas. (Rossetto, 2013, p. 11)

Corroborando com o disposto anteriormente, D'Ambrósio (1996) aborda que não é necessário que o professor de matemática seja um especialista em História da Matemática para utilizá-la em sua prática pedagógica, ele destaca que o professor pode compartilhar com seus alunos algumas informações ou curiosidades históricas acerca de alguma temática. De acordo com o autor, percebe-se, portanto que, de alguma forma, o professor já utiliza e incorpora a História da Matemática em suas práticas de maneira indireta e sem sistematicidade ao comentar detalhes pontuais acerca a origem da temática que trabalha, e isso não precisa ser uma regra em todas as aulas para se caracterizar que utiliza ou não.

A respeito do ensino e aprendizagem da disciplina de matemática, Miguel e Miorim (2011) classificam as narrativas que potencializam o uso da História da Matemática em epistemológicos e éticos. Conforme a visão dos autores, destacamos que os argumentos que reforçam e fortalecem a utilização da história em sala de aula, mas principalmente sua importância em várias abordagens temáticas que contemple discussões sobre essa inserção.

Ao falarmos em conceituação da História da Matemática, D'ambrósio (1999), diz que por vezes é cometido um grande erro ao desvincular o contexto histórico das inúmeras descobertas da Matemática das outras atividades humanas. Como podemos observar, muitas das ideias que são colocadas em prática na sociedade advêm do pensamento matemático descoberto e sistematizado por personagens históricos e, por consequência, definem estratégias de ação para lidar com diversos ambientes ao longo da história humana.

Com tudo, a Matemática se beneficia desse processo, pois estreitando a relação entre o professor e aluno é possível pensar que se torna mais fácil entender sua importância e depois compreender seus significados no contexto de seus muitos episódios e práticas na sociedade. É crucial notar neste contexto que o objetivo da História da Matemática não é apenas contextualizar, mas também facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos contemporâneos, incorporando ao mesmo tempo valores humanos ao processo.

2 PRODUTO EDUCACIONAL: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Nessa pesquisa será levado em consideração a investigação qualitativa conforme a descrição dos momentos a serem desenvolvidos em sala de aula. Vale salientar que essa descrição foi elaborada de forma dedutiva a através dos instrumentos escolhidos e da temática para a realização da coleta e análise na construção dos significados. Inicialmente destacaremos o planejamento prévio de execução da proposta dividido em alguns momentos conforme consta no quadro 1.

Quadro 1 – Momentos da aplicação da pesquisa.

nº	Momentos	Quantidade Aulas
1	Acolhimento, apresentação da proposta aos alunos, termo de compromisso e autorização dos responsáveis.	1 h/a
2	Questionário prévio acerca da História da Matemática e a geometria.	1 h/a
3	Exposição da História da Geometria e curiosidades acerca das descobertas das formas geométricas tridimensionais (povos, personalidades e momentos) – projetor de mídia, documentário e material de apoio.	4 h/a
4	Construção das figuras bidimensionais que darão forma aos sólidos em bases de apoio de papel firme – atividades em grupo direcionadas aos sujeitos envolvidos na pesquisa.	8 h/a
5	Culminância das construções dos estudantes elencando componentes das figuras tridimensionais e a experiência vivenciada através da proposta.	2 h/a
6	Questionário pós aplicação das atividades aplicadas.	1 h/a

Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

No quadro acima, é feito uma exposição geral da forma que a pesquisa foi estruturada. Percebe-se que a mesma foi organizada em momentos, sendo estes por sua vez divididos em quantidade de aulas variadas conforme a descrição da atividade relacionada. Nesse sentido, as fases de aplicação dessa pesquisa ocorreram em três etapas conforme detalhado nos quadros a seguir, sendo eles intitulados: Quadro 2 – Apresentação inicial, questionário prévio e contextualização da História da Geometria; Quadro 5 – Prática das construções e, por último, Quadro 12 – Culminância dos resultados da aplicação.

Vale destacar que as atividades não serão somente envolvendo os sólidos de Platão, abordaremos também prismas e corpos redondos. Será feito a delimitação da quantidade dos sólidos e na fase de construção das formas geométricas com materiais de desenho os estudantes serão divididos em grupos. No quadro 2 apresentamos os três primeiros momentos acompanhado de um breve detalhamento.

Quadro 2 – Apresentação inicial e contextualização da História da Geometria.

1º Momento (1 aula)	
Acolhimento, apresentação da proposta aos alunos e termo de consentimento.	
Descrição do momento	Este momento é particularmente importante para o ambiente escolar, porque cria confiança e respeito mútuo. Como resultado, o envolvimento e a aprendizagem dos educandos podem ser significativamente melhorados.
2º Momento (1 aula)	
Questionário prévio acerca do contato com a História da Matemática e a geometria.	
Descrição do momento	Nesse momento, apresentaremos um questionário inicial para diagnosticar se os estudantes envolvidos na pesquisa já tiveram algum contato com a História da Matemática como estratégia de contextualização do ensino de algum tópico relacionado a matemática.
3º Momento (4 aulas)	

Exposição da História da Geometria e curiosidades acerca das descobertas das formas geométricas tridimensionais (povos, personalidades e momentos) – projetor de mídia, documentário e um material de apoio.	
Descrição do momento	Introduzir à importância histórica da Geometria Espacial. Em seguida, apresentar uma visão geral da história da geometria, mencionando civilizações antigas como, Egito, Grécia e Babilônia com a utilização de recursos de mídias.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

No quadro acima, percebe-se que no início da aplicação pode ser levado em consideração o acolhimento de forma facultativa e sendo indispensável a apresentação da proposta de pesquisa, uma vez que expõe-se a importância dos meios obrigatórios para a participação da mesma.

Em seguida, estruturou-se o questionário prévio “Pré aplicação da pesquisa” com os seguintes itens: (1) Você gosta de histórias? (2) Algum(a) professor(a) de matemática já utilizou episódios da História da Matemática em suas aulas como estratégia de contextualização e motivação dos tópicos relacionados ao componente em anos anteriores? (3) Você se recorda de episódios históricos da matemática em livros didáticos utilizados nos anos anteriores? Comente o que lembrar. (4) Já teve contato com assuntos de Geometria em algum momento nas etapas anteriores?

2.1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: PERSONAGENS E CIVILIZAÇÕES QUE MARCARAM A GEOMETRIA ESPACIAL

Ainda sobre o presente quadro, recomenda-se realizar uma apresentação cronológica e contextualizada da História da Matemática acerca das formas geométricas utilizadas através de texto e vídeos, destacando fatos e momentos marcantes enfatizando os povos e aspectos civilizatórios que foram surgindo ao longo dos anos. Para isso, convida-se os estudantes a assistirem um documentário que reporta ao período histórico das descobertas em todas as atividades. Esse vídeo utilizado está disponível no *YouTube*, tendo como *URL*: *https://www.youtube.com/watch?v=Ztz6VX0kIPc&t=467s*.

Em seguida, solicita-se que os estudantes se dividam em equipes e para cada uma é disponibilizado o material de apoio textual acerca de cada uma das formas geométricas utilizadas na pesquisa. Após isso, apresentam-se as atividades práticas, os sólidos que farão parte da mesma, a contextualização histórica em material de apoio específico e os objetivos de cada uma dessas atividades conforme o quadro a seguir.

Quadro 3 – As formas tridimensionais e os grupos de atividades contextualizadas.

Grupo	Título da Atividade	Sólido	Abordagem Histórica	Objetivos
1	Sólidos que explicam o mundo: uma viagem ao cubo de Platão	Cubo	Contextualizou-se que os sólidos platônicos foram estudados por Platão e, nesses estudos pôde curiosamente relacionar a alguns elementos naturais. O cubo em questão foi associado à terra, uma vez que, segundo ele, representava estabilidade. Já em relação ao tetraedro, associou ao fogo, uma vez que tinha uma forma aguda. Posteriormente, séculos depois surge Euclides de Alexandria que, por sua vez sistematizou o conhecimento inicialmente investigado por Platão em sua célebre obra "Os Elementos", essa fundamental para a geometria atual.	Compreender a relevância matemática do cubo como um dos sólidos platônicos, relacionando sua simetria e estrutura geométrica ao pensamento de Platão e Euclides, e aplicar esse conhecimento na construção e análise de sua planificação e propriedades espaciais.
2	Entre ideias e formas: o tetraedro na perspectiva de Platão	Tetraedro		Analisar o simbolismo filosófico do tetraedro como representação do fogo e sua importância entre os sólidos regulares, articulando essa perspectiva com a construção geométrica do sólido e a investigação de suas propriedades espaciais e simétricas.
3	Construindo através do passado: uma viagem pelas pirâmides	Pirâmide de Base ABCD	Contempla-se as pirâmides egípcias, principalmente as particularidades da representação da pirâmide de Quéops. Esses monumentos representam um marco da sabedoria arquitetônica e matemática das antigas civilizações, em especial, a egípcia. Ressaltamos ainda que essas construções exigiram conhecimento de medidas e proporções, saberes geométricos presentes há 4000 anos.	Investigar os conhecimentos matemáticos empregados pelos egípcios na construção das pirâmides, compreendendo e aplicando conceitos de geometria espacial por meio da planificação, montagem e análise da pirâmide de base quadrada.
4	Entre mistérios e curiosidades, os prismas	Prisma de Base ABC	Na antiga civilização egípcia, percebe-se a existência de blocos prismáticos usados em construções. Já na Grécia antiga era possível observar representações parecidas em monumentos como o Partenon. Em seguida, surge Issak Newton, que séculos depois da sistematização da geometria, utilizou as formas prismáticas em experimentos sobre a refração da luz, mostrando sua relevância científica além da geometria.	Reconhecer a presença histórica e científica dos prismas em diferentes contextos culturais e científicos, como a arquitetura clássica e a óptica, aplicando conceitos de geometria espacial por meio da planificação, montagem e análise do prisma em questão.
5	Explorando a construção e as curiosidades dos cilindros segundo Arquimedes	Cilindro	Acerca desses dois sólidos a antiga civilização egípcia já realizavam estudos e utilizavam formas geométricas na arquitetura de celeiros e silos por facilitarem o armazenamento e a retirada de grãos. Mais tarde, Arquimedes estudou seu formato circular e volumétrico,	Compreender as contribuições de Arquimedes no estudo dos corpos redondos e aplicar os conceitos de planificação, área e volume do cilindro em atividades práticas que explorem a geometria da forma cilíndrica em contextos históricos e

			contribuindo para outras descobertas posteriores. Outras civilizações antigas tiveram importantes contribuições acerca dos elementos indispensáveis para estudos de figuras circulares, a exemplo, os chineses na aproximação para o número “pi” (π).	tecnológicos.
6	O cone perdido dos faraós: da miniatura à construção de uma estrutura maior	Cone		Relacionar a aplicação arquitetônica do cone no Egito Antigo com os avanços teóricos de Arquimedes, explorando a construção e a análise geométrica dessa forma por meio de sua planificação, estrutura tridimensional e cálculo de área e volume.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Através das informações contidas no quadro anterior, apresentamos os textos complementares ao documentário acerca dos personagens e civilizações antigas contemplando o que acreditavam e os seus feitos que contribuíram para o desenvolvimento da geometria ao longo dos anos.

2.1.1 O Cubo e o Tetraedro de Platão

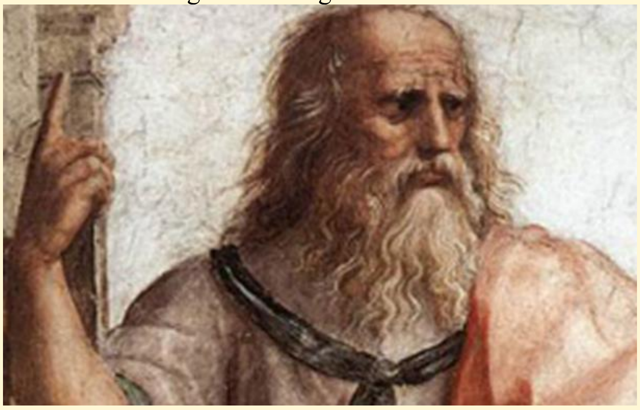
Texto de apoio: equipes I e II (Cubo e Tetraedro)

Esses dois sólidos geométricos são instrumentos das atividades “Sólidos que explicam o mundo: uma viagem ao cubo de Platão” e “Entre ideias e formas: o tetraedro na perspectiva de Platão”. O cubo e o tetraedro podem ser algumas das representações geométricas mais presente na sociedade, isso ocorre por serem formados por formas bidimensionais muito conhecidas.

> Platão nasceu em Atenas e há controvérsias de que seu nome seja realmente Platão, pois outros autores falam que o seu verdadeiro nome tenha sido Aristócles, em homenagem ao seu avô. Porém, por sua aparência física (testa e ombros largos) recebeu a alcunha de Platão. Nascido em uma família de nobreza antiga, sua educação era puramente ateniense, voltada para a educação e sempre estava envolvido no meio dos políticos e pensadores da época. A vida de Platão o tornou em um dos importantes filósofos e matemáticos gregos de todas as épocas. Destacou-se, primeiramente, no ramo da filosofia por interessar-se pelas ideias de Sócrates, o que o fez um grande seguidor e discípulo do mesmo. Suas teorias filosóficas, que foram importantes para a filosofia do Ocidente, chamadas de platonismo, concentram-se na distinção de dois mundos: o visível, sensível ou mundo dos reflexos, e o invisível, inteligível ou mundo das ideias. (Santos; Araújo, 2016. p. 8)

Além dos feitos acima, Platão se dedicou na matemática, em especial na geometria. Na antiguidade, estabeleceu associações entre representações geométricas e o universo. Ele viveu aproximadamente entre os anos 427 a.C. a 347 a.C., considerado um dos grandes pensadores da época, discípulo de Sócrates e mestre de Aristóteles, outros importantes personagens históricos.

Figura 1 - Imagem de Platão.



Fonte: Santos e Araújo, 2016.

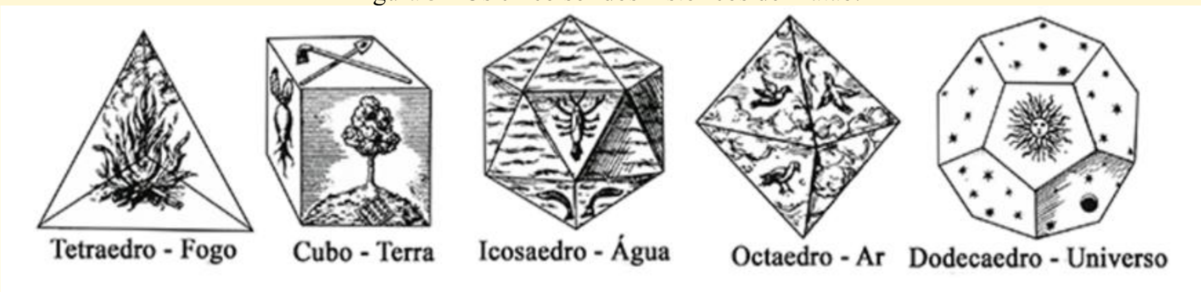
Na figura acima, observa-se uma pintura representativa de Platão. A história vai apresentar Platão como o grande precursor e fundador de uma das mais importantes escolas da antiga civilização grega, sendo a Academia de Atenas, considerada uma das primeiras instituições de ensino daquele período histórico. A seguir apresentamos através da Figura 2 uma pintura simbolizando uma reunião entre matemáticos e filósofos da época na instituição supracitada.

Figura 2 - Academia de Platão reunindo estudiosos da época.

Fonte: Info escola, 2025.

Além de ter importantes descobertas na matemática, em especial, na geometria, em que teve diversas ideias relacionadas as formas geométricas espaciais. Segundo Rooney (2012) essas representações geométricas descobertas por Platão tinham algumas particularidades especiais, todas as faces, lados e vértices congruentes (iguais). Platão a partir de suas reflexões acreditava que o universo era formado por cinco elementos naturais e de fundamental importância para a existência de diversos outros ao seu redor conforme é apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Os cinco sólidos históricos de Platão.



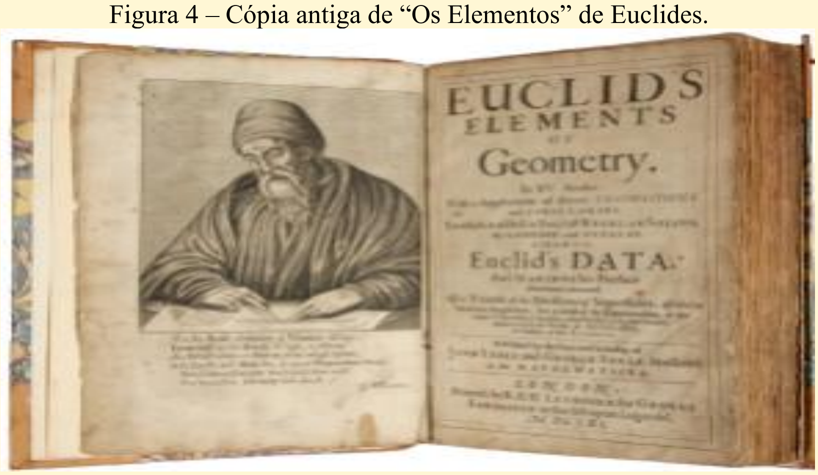
Fonte: Santos e Araújo, 2016.

Inspirado por essa concepção, ele estabeleceu uma relação entre esses elementos através desses determinados sólidos geométricos que, por suas características de simetria e equilíbrio, julgava serem "perfeitos". É possível observar na história que essa ideia de relacionar alguns sólidos geométricos a elementos da natureza, como o fogo, terra, água, ar e os cosmos foi tão importante para aquela época que deu início a vários outros estudos e diversas outras descobertas geométricas.

Essa associação dos sólidos com a natureza foi observada em uma de suas mais importantes obras, chamada "*Timeu*" e lhe permitiu concluir que nos seus estudos há cinco sólidos denominados perfeitos e estes foram melhores apreciados por Euclides de Alexandria que segundo Santos e Araújo (2016) mostrou através de seus estudos que existem apenas cinco sólidos regulares: o cubo, o tetraedro o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

De acordo com os autores, nota-se que Euclides consolidou e sistematizou a ideia de Platão que só existiam cinco sólidos geométricos regulares em sua célebre obra "Os Elementos", tido por muitos como um dos livros mais completos e determinantes para a criação de todas as estruturas e explicação geométrica de elementos naturais ao nosso redor. Na Figura 4, é apresentado uma cópia antiga representativa da obra de Euclides de Alexandria.

Figura 4 – Cópia antiga de "Os Elementos" de Euclides.



Fonte: https://oconhecimentodeeuclides-e-os-elementos/, 2025.

Nesse livro, Santos (2023) destaca que a obra “Os Elementos” de Euclides sintetizou toda a geometria conhecida, sistematizada pelo método lógico-dedutivo, daria ao livro-texto maior importância ao longo da história da ciência.

De acordo com o autor, percebe-se que Euclides tinha forte apreço pelo conhecimento geométrico daquela época, para tanto que o mesmo sistematizou em uma obra o que marcaria várias gerações.

> Composta por 465 proposições distribuídas em 13 livros, “Os Elementos”, versa nos livros XI, XII e XII sobre a geometria espacial. Porém, em particular, é no livro XII composto por dezoito proposições; que ele trata sobre o cálculo de volumes de sólidos geométricos pela aplicação do método da exaustão. (Santos, 2023, p. 15).

Percebe-se que Euclides relatou boa parte de seus geométricos nos três últimos capítulos, XI, XII, XIII de que tratam especificamente da Geometria Espacial, uma vez que traz diversas definições e teoremas sobre a concepção de reta e plano no espaço, além de fazer um tópico acerca dos paralelepípedos, que por sua vez se encontram no capítulo XI.

Nos dois últimos capítulos, XII e XIII, aborda uma importante estratégia para o cálculo de volumes, o método de exaustão, além de desenvolver construções geométricas investigativas acerca dos sólidos regulares através de uma esfera.

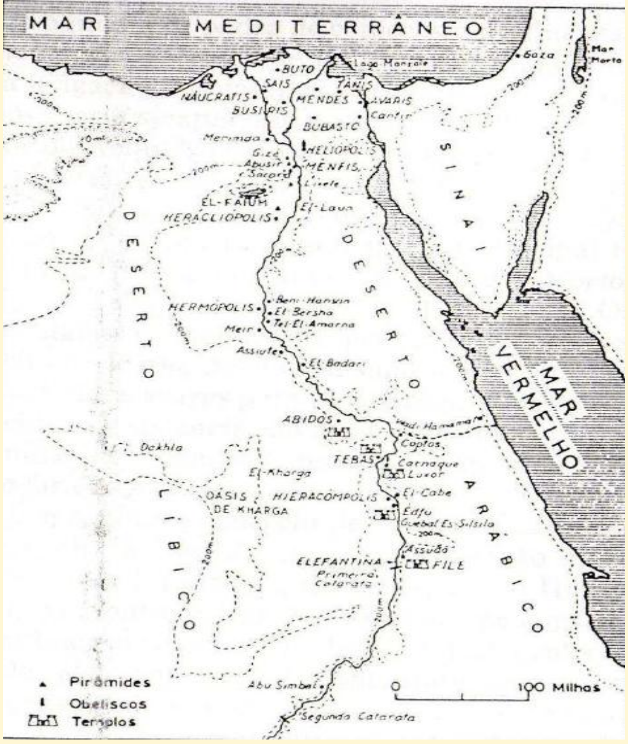
2.1.2 A Pirâmide de Base ABCD na perspectiva dos egípcios

Texto de apoio: equipe III (Pirâmide de Base ABCD)

Desde do antigo Egito, o mundo se impressiona com os mistérios acerca dos feitos construtivos das pirâmides. Como foi pensado e com qual finalidade foram criadas são apenas alguns dos questionamentos que muitos se fazem.

Segundo Brito, Santana e Tenani (2025) as três principais pirâmides de Gizé foram construídas pelos próprios egípcios na civilização antiga egípcia, a fim de consolidar a cultura, religião e hierarquia da época. Com base nisso, percebe-se que a história vai dizer que esses monumentos foram construídos com a finalidade de comportar os corpos de antigas autoridades da época, porém quanto a execução das construções pouco se sabe.

Figura 5 – Localização do antigo Egito com demarcações de pirâmides.



Fonte: Aldred, 1972.

No mapa, dividindo a ilustração ao meio, temos o Rio Nilo, um dos mais importantes rios do mundo e cheio de detalhes históricos fascinantes. Observamos também a existência de pontos simbolizando a presença de outros elementos históricos da civilização egípcia, as pirâmides.

Um dos importantes personagens históricos que dedicou parte dos seus estudos a geometria foi Pitágoras, uma vez que fez importantes descobertas relacionadas as pirâmides. Para Gomes (2010), Pitágoras de Samos (570 a.C. – 490 a.C.), teria nascido em Samos, uma das ilhas do litoral grego, que ficava localizada nas proximidades de uma cidade chamada Mileto.

> Fundou a Escola Pitagórica e casou-se com Teano, a filha de Milo, que foi sua discípula na Escola. No domínio da Matemática, os estudos mais importantes atribuídos a Pitágoras são: A descoberta dos números irracionais e o Teorema de Pitágoras. Acredita-se que ele tenha criado as palavras “filosofia” (amor à sabedoria) e “matemática” (o que é aprendido) para descrever as suas atividades intelectuais. (Santos; Araújo, 2016. p. 4)

De acordo com os autores, Pitágoras deixou contribuições significativas para o desenvolvimento e consolidação do conhecimento matemático, em especial, na geometria. Observamos que uma dessas descobertas foi o tão famoso Teorema de Pitágoras através de um triângulo com um dos ângulos reto (90º), e diz que “o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos (outros dois lados) da figura ($c^2 = a^2 + b^2$)”. Essa expressão matemática é uma das mais importantes que ele deduziu através de estudos realizados acerca das pirâmides, onde possivelmente estabeleceu associações entre as faces laterais, base e a altura.

O que não se sabe através da história, sendo ainda um verdadeiro mistério, é como essas estruturas monumentais, as pirâmides do Egito, foram arquitetadas há milhares de anos sem os recursos que dispomos atualmente e se encontram com sua estrutura intacta conforme Figura 6 a seguir.

Figura 6 - Imagem das pirâmides de Gizé.

Fonte: https://www.pyramid-of-giza.com, 2025.

Apesar dessas estruturas serem instrumentos de pesquisas há muitos anos, as mesmas continuam cercadas de diversas curiosidades e isso a cada dia tem despertado interesse de turistas e estudiosos espalhados por todo o mundo, tanto do ponto de vista turístico quando científico. A quem diga que mais do que túmulos de antigos faraós, essas obras monumentais e seus mistérios marcaram o começo da relação entre a humanidade e o conhecimento geométrico.

Segundo Brito, Santana e Tenani (2025) a figura acima representa as três pirâmides que compõem o Complexo de Gizé são Quéops, Quéfren e Miquerinos e correspondem aos nomes do pai, filho e neto faraós. As pirâmides menores em volta são das rainhas, funcionários do governo e sacerdotes.

Atualmente sabemos que para erguer monumentos com medidas tão precisas e com materiais de longa durabilidade, os povos egípcios antigos detinham de conhecimento matemático avançado há milhares de anos, o que nos leva a considerar que essa civilização deve ser reconhecida como uma das mais importante do ponto de vista geométrico.

Diante disso, considerando os tópicos relacionados ao ensino da Geometria Espacial, um dos sólidos mais conhecidos historicamente é a pirâmide, associada as construções no antigo Egito, sendo esses monumentos localizados nas proximidades da capital Cairo, no complexo de Gizé.

A primeira, construída a base de pedras no período do reinado do faraó Quéops (2551 a.C. a 2528 a.C.), segundo Barbosa (2023) é considerada a maior dentre as demais e a única das sete maravilhas do mundo ainda com sua estrutura base relativamente intacta conforme é apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Imagem da pirâmide de Quéops.

Fonte: https://uol.com.br/piramide-de-queops, 2025.

Entende-se através dessas construções históricas que as medidas, ângulos, alinhamentos com os astros e até mesmo cálculos com proporções eram executados com uma exatidão que chega a ser impressionante, ainda que sem os meios instrumentais provenientes dos avanços tecnológicos de hoje. Apesar dos mistérios que cercam esses monumentos

> ainda sobre os métodos de construção das pirâmides do Egito, outra hipótese sugere que os antigos egípcios empregavam um sistema de irrigação para nivelar o terreno necessário à edificação. Tal sistema consistia em um canal desviado do Rio Nilo, cujas águas, durante as cheias sazonais, não apenas facilitavam o transporte das imensas pedras utilizadas na construção, mas também contribuíam para a regularização do terreno. (Brito; Santana; Tenani, 2025, p. 5)

Vale ressaltar que os conhecimentos geométricos daquela época foram sendo aperfeiçoados e sistematizados ao longo dos séculos por outros povos e civilizações, em especial, os gregos, que com seu viés astuto e místico deram à geometria um papel fundamental na filosofia e na ciência, por exemplo, na modernização urbanística. Na figura abaixo é apresentado uma grande galeria interna utilizada pelos povos antigos.

Figura 8 – Galeria interna da pirâmide de Quéops.

Fonte: https://uol.com.br/piramide-de-queops, 2025.

Na parte interna desses monumentos existem túneis providos de escadas com traços e acabamentos bem definidos e que impressiona muitos. Conforme supracitado, até hoje ninguém descobriu como foram capazes de realizar tais feitos. É com base nesse contexto que trataremos a Pirâmide de Base ABCD como o foco desta atividade, servindo como ponto de partida para compreender as construções antigas e como a geometria pode expressar o mundo real.

2.1.3 Os prismas

Texto de apoio: equipe IV (Prisma de Base ABC)

Os prismas, como diversos outros elementos geométricos, têm uma trajetória de descobertas marcadas pela evolução da humanidade ao longo dos anos, mais especificamente, a milhares de anos. Segundo Brito, Santana e Tenani (2025) os blocos das pirâmides foram meticulosamente transportados e encaixados uns nos outros para formar as imponentes estruturas que perduram até os dias de hoje.

Entretanto, apesar de não existirem evidências concretas sobre o exato momento de sua descoberta, muitos estudiosos e historiadores da área acreditam que essas formas geométricas começaram a ser utilizadas nas antigas civilizações egípcia e grega, conforme apresentamos nas ilustrações a seguir.

Figura 9 – Prismas (pedras) formando uma parede a frente da grande Esfinge.

Fonte: https://pt.wikiarquitectura.com, 2025.

Na Figura 9, observamos uma parede formada por blocos de pedras no formato de prismas. As civilizações daquela época, conhecidas por seu profundo entusiasmo em buscar meios práticos para resolverem situações do cotidiano terminaram deixando importantes contribuições para o desenvolvimento da matemática, consequentemente, da ciência.

É possível pensar que dentre os interesses desses povos, talvez o mais importante tenha sido, em especial, buscar padrões para os elementos presente na natureza, o que contribuiria para a concepção da arquitetura e crenças. Diante disso, acreditamos que esses povos já demonstravam conhecimento e aplicação de formas prismáticas em objetos e, principalmente, em diversas estruturas arquitetônicas, conforme percebemos na figura abaixo.

Figura 10 – Pedras de calcário utilizadas na construção da Pirâmide Quéops.

Fonte: https://pt.wikiarquitectura.com, 2025.

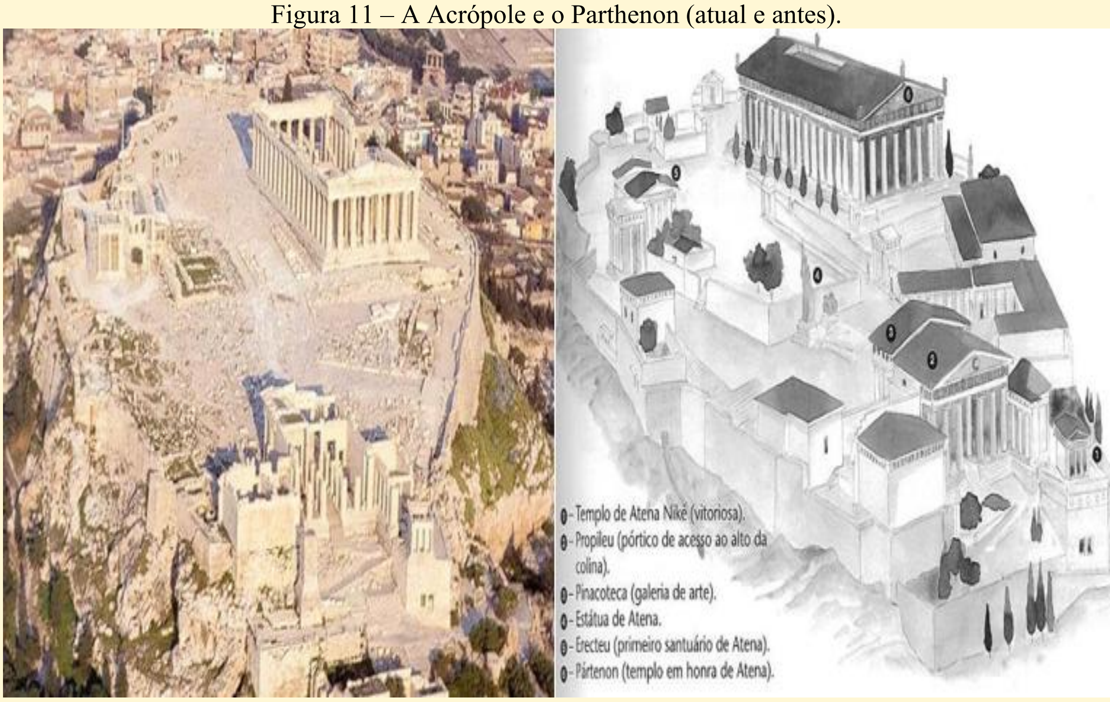
Com base na representação acima, consideramos ser evidente que a antiga civilização egípcia utilizava elementos prismáticos em construções e monumentos, ainda que naquela época não fossem denominados formalmente como prismas. Para Bernardes (2023) dada a antiguidade de construção como essa, mais de 4.000 anos, as análises históricas e os estudos arqueológicos nem sempre são capazes de identificar os métodos precisos utilizados para unir os blocos de pedra.

Já na Grécia antiga, civilização fortemente conhecida por concentrar instituições e personagens de grande importância para a evolução do conhecimento geométrico, por exemplo, filósofos e matemáticos. Dentre vários, destacamos Euclides e Platão, estes considerados essenciais para o desenvolvimento e consolidação da geometria, uma vez que associaram suas descobertas a elementos da natureza.

Platão, em particular, através de seus estudos concluiu os famosos sólidos perfeitos e associou a elementos considerados indispensáveis a sobrevivência. Para Wermann e Machado (2016) historiadores indicam que a Academia, fundada por Platão em 387 a.C, em Atenas, e subsistiu por mais de 9 séculos, até 529, fechada por um Editum do imperador Justiniano, foi a base para o desenvolvimento dos seus estudos e vários outros estudiosos da época.

Acerca de Euclides, vale ressaltar que ele foi peça importante nos estudos e consolidação dessas cinco formas geométricas tridimensionais especiais, uma vez que em sua célebre obra "Os Elementos" dedicou parte da mesma aos sólidos em questão e, possivelmente, tal feito norteou outras descobertas de formas geométricas na antiguidade. Na ilustração abaixo apresentamos uma das mais importantes construções da antiga civilização grega.

Figura 11 – A Acrópole e o Parthenon (atual e antes).



Fonte: http://menezes29.blogspot.acropole-de-atenas, 2025.

Na Figura acima observamos dois momentos, o segundo apresenta uma das obras arquitetônicas mais fascinante da antiguidade, o Pathernon, considerado um monumento formado por colunas vistosas e seu teto em formato de prisma.

A de se ressaltar que essa construção possuía um alto grau de preciosíssimo numérico e de importantes relações matemáticas. Já no primeiro, observamos como estão os monumentos na atualidade, perdendo parte de sua forma, mas com sua essência ainda viva.

Apesar de não sabermos a real origem, essa contextualização envolvendo esse tipo de sólido com base nessas construções, nos leva a considerar que os estudos dessas formas tridimensionais abriram caminhos para a percepção e classificação de outras figuras espaciais, entre elas os prismas. Anos depois da consolidação dessa forma geométrica tridimensional, o físico Issak Newton, personagem histórico que utilizou o prisma de base triangular espelhado nos seus estudos acerca da refração da luz conforme observamos na ilustração abaixo.

Figura 12 – Issak Newton e a refração da luz através de um prisma espelhado.

Fonte: https://app.estuda.com/, 2025.

Através da Figura 12 acima, observamos que por volta dos anos 1660 e 1670 realizou importantes experimentos ópticos utilizando prismas espelhados, onde tratou de investigar o comportamento da luz, contribuindo para o entendimento da dispersão da luz e da refração.

Esse tipo de abordagem evidência que os prismas não apenas se manifestaram como importantes formas geométricas tridimensionais, mas também como instrumento de aplicações e descobertas em outros campos do conhecimento, como na engenharia, arquitetura, tecnologia.

2.1.4 Corpos redondos: cilindro e o cone

Texto de apoio: equipes V e VI (Cilindro e Cone)

Como figuras geométricas tridimensionais, os cones e os cilindros, classificados como corpos redondos, têm uma contextualização histórica de milênios e é possível dizer que as primeiras civilizações da antiguidade já utilizavam formas geométricas parecidas em elementos decorativos, como por exemplo, na civilização egípcia, em vasos, barris, ferramentas e até monumentos arquitetônicos.

Embora ainda não exista evidências arqueológicas precisas sobre a descoberta dessas formas representativas no campo da geometria, entende-se que esses sólidos começaram a serem utilizados de forma totalmente aleatória há milhares de anos pelos povos antigos das civilizações gregas, egípcia e romana.

Acerca da civilização grega, historiadores vão dizer que essas formas tridimensionais eram representadas e vistas espontaneamente através do dia a dia dessa cultura, isso era perceptível, principalmente, nas construções monumentais e, obviamente, nos elementos ou objetos. Considera-se que os gregos, conhecidos por seus estudos sistemáticos sob os moldes filosóficos e matemáticos, foram os precursores a desenvolverem importantes estudos acerca das figuras cilíndricas e cônicas com um viés lógico e, portanto, mais formal.

Segundo Lima (2012), Arquimedes foi um dos principais personagens históricos que deu uma grande contribuição para o desenvolvimento da Geometria Espacial daquela época. Para o autor, um dos mais importantes personagens que se dedicou a estudos sobre essas formas geométricas. Arquimedes viveu por volta de 287 a.C. e 212 a.C. e ainda hoje é considerado um dos maiores matemáticos gregos da história.

Figura 13 – Imagem de Arquimedes de Siracusa.

Fonte: Freitas, 2020.

Ele foi responsável por desenvolver estudos que o fez descobrir uma aproximação com quatro casas decimais para π (pi), um dos números mais importantes da matemática. As evidências descobertas sobre a utilização desse número indicam que pelo menos a ideia do π já era utilizada há mais de 4.000 anos, sendo a relação constante entre o contorno circular (circunferência) e o seu diâmetro percebido por muitas civilizações antigas (Oliveira, 2009).

Apesar de não existir uma sistematização, Dellajustina e Martins (2014) diz que Arquimedes utilizou a noção de polígono interno e externo a um contorno circular (circunferência), para chegar a essas aproximações ao aumentar o número de lados. Apesar de tal feito, ele não foi o único, anos antes e depois dele, existiram outros matemáticos em várias civilizações, entre elas os babilônios, egípcios e chineses, que conseguiram chegar a aproximações com um grau de precisão ainda mais preciso e, portanto, significativo.

No quadro 4, apresentamos algumas civilizações e personagens que deixam seu legado, a data estimada e o valor aproximado para π encontrado por eles.

Quadro 4 – Civilizações e personagens que encontraram aproximações para π.

Origem	**Data**	**Valor (aprox.)**
Babilônios	2000 a. C.	$3+\frac{1}{8}$
Egípcios	1650 a. C.	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$
Arquimedes	250 a. C.	$\frac{22}{7}$
Ptolomeu	150 d. C.	$\frac{377}{120}$
Chineses	ca. 220 d. C.	$3{,}14159$
	480 d. C.	$\frac{355}{113}$

Fonte: Dellajustina e Martins, 2014; Machado, 2013; Tadeu *et al.*, 2018.

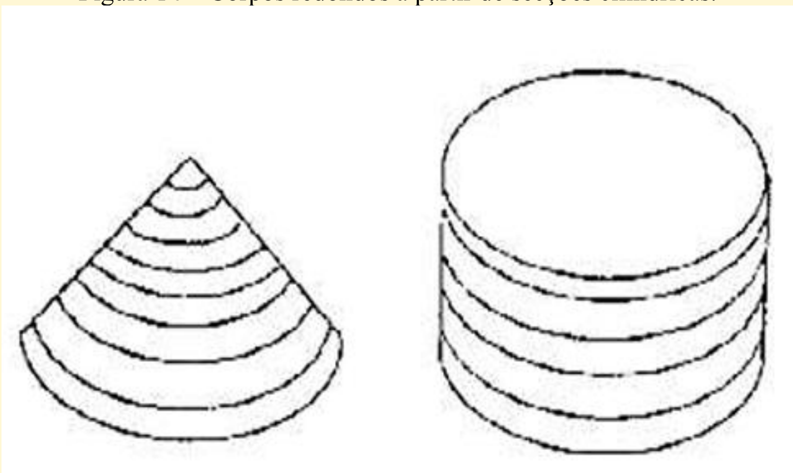
Acerca dos dados acima, percebemos que a melhor aproximação foi obtida pelos chineses 480 d.C., contendo várias casas decimais. Se atendo especialmente a Arquimedes, além de ter dedicado parte dos seus estudos a encontrar uma aproximação para π, desenvolveu estratégias que lhe permitiu realizar o cálculo do volume de formas cilíndricas e cônicas.

Para Barros e Sá (2022) os povos egípcios antigos armazenavam alimentos em estruturas denominadas celeiros no formato cilíndrico com teto em forma cônica. Como a base de um cilindro circular reto é uma forma circular, então conhecer um método do qual permitisse determinar a área do círculo era tão necessário para a realização das atividades prática. Essas atividades cotidianas representavam uma das ocasiões em que utilizavam, mesmo que implicitamente, o número π (Gaspar; Mauro, 2004).

Ressalta-se ainda que os cálculos só foram possíveis devido sua curiosidade que lhe permitiu concluir que uma das maneiras de obter o volume dessas formas geométricas seria realizando cortes (secções) cada vez menores, o que o fez chegar a importantes relações matemáticas que se aproximou surpreendentemente das expressões fechadas que utilizamos até hoje.

Esse método de cortes só foi estudado com mais ênfase séculos depois, especialmente, durante o surgimento do cálculo integral, que permitiu o cálculo do volume e áreas de diversas representações geométricas. Abaixo apresentamos uma ilustração representativa dos corpos redondos utilizados nesta pesquisa.

Figura 14 – Corpos redondos a partir de secções cilíndricas.



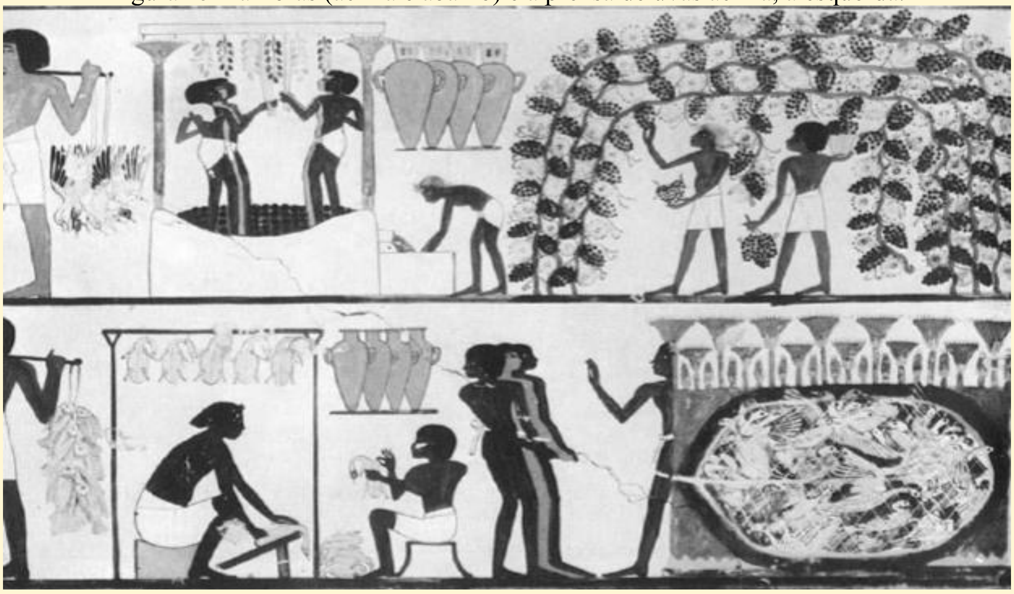
Fonte: https://gazeta.spm.pt/getArtigo, 2025.

A ilustração representada acima é formada por alguns troncos de cone e várias partes cilíndricas. Apesar de não haver evidências arqueológicas datadas naquela época, importante mencionar que o que se sabe até hoje é que há relatos históricos que as antigas civilizações grega e romana também utilizavam essas formas cilíndricas e cônicas como referência para realizarem cálculos envolvendo objetos ou situações práticas do dia a dia nesses formatos.

> Na Antiguidade, para proteger seus produtos, foram idealizadas as ânforas, os vasilhames de cerâmica que se tornaram tão emblemáticos quanto os produtos que elas transportavam: foram os primeiros pacotes físicos especializados. Apesar da recente popularidade dos estudos longue durée sobre o Mediterrâneo, a despeito dos inúmeros estudos sobre a arqueologia de ânforas mediterrânicas e do papel deste mar como canal disseminador do comércio e da cultura, poucos contemplaram a ânfora como uma embalagem racional, eficiente e longeva. (Duprat, 2018, p. 161)

Segundo o autor, notava-se principalmente ânforas e só depois as estruturas de madeiras que se aproximavam do formato cilíndrico, como era o caso dos barris, muito utilizado na antiguidade para armazenar vinho. Na Figura 15 percebe-se alguns desses importantes recipientes.

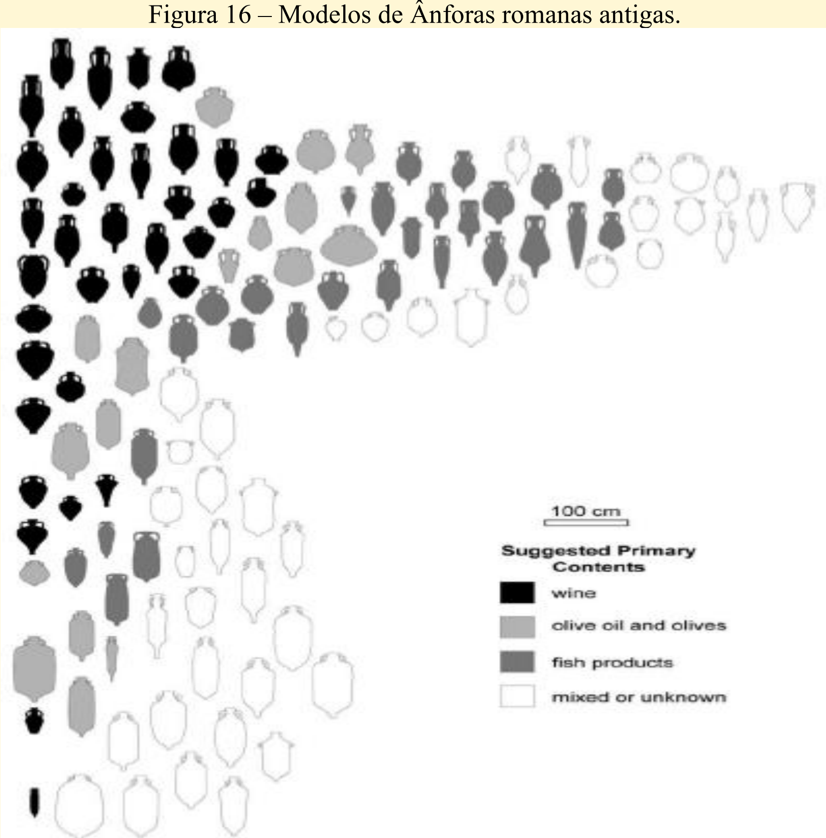
Figura 15 – ânforas (acima e abaixo) e a prensa de uvas acima, à esquerda.



Fonte: Grace, 1979.

Na figura acima, notamos as ânforas, objetos extremamente parecidos com as jarras de hoje. Esses desenhos representam construções de argila e com desenhos visíveis em sua superfície rochosa. Os romanos, por exemplo, utilizavam esses objetos tridimensionais para o transporte de vinho, azeite e azeitonas, derivados de peixes e outras misturas. A seguir apresentamos alguns modelos de ânforas antigas.

Figura 16 – Modelos de Ânforas romanas antigas.



Fonte: Bevan, 2013.

Com base na ilustração acima, notamos que as ânforas continham singularidades e foram consideradas objetos de grande importância para o armazenamento de vários produtos. Diante disso, ao longo de milênios, essas representações geométricas, os cilindros e cones, evoluíram de formas e se tornaram cada vez mais presente nas relações provenientes do comércio para elementos de estudo profundo da matemática e da ciência.

2.1.5 Das discussões acerca do documentário e material de apoio

Após os estudantes lerem o material e assistirem o documentário acima, foi proposto um debate acerca de duas questões, sendo elas: (1) Com base nos materiais apresentados, na sua opinião, qual foi a civilização antiga mais impactante para o desenvolvimento da geometria? (2) Do ponto de vista geométrico, cite o que lhe chamou mais atenção acerca do documentário ou material de apoio?

As duas indagações retrataram a história da descoberta dos sólidos geométricos ligada à evolução do desenvolvimento do conhecimento matemático e, consequentemente, da humanidade quando referindo as civilizações antigas passadas. Com base nos dois itens apresentados anteriormente, o professor poderá extrair as impressões dos estudantes e organizá-las de forma sistemática considerando a realidade individual de cada estudantes.

2.2 ATIVIDADE PRÁTICA: RECONSTRUÇÃO DOS SÓLIDOS PROPOSTOS NAS ATIVIDADES

No próximo momento, como apresentamos seis formas tridimensionais diferentes, sugere-se a divisão dos estudantes em seis equipes diferentes. Abaixo estruturamos as atividades práticas envolvendo as construções das figuras geométricas, conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Prática das construções dos sólidos.

5º Momento (8 aulas)	
Construção das figuras bidimensionais que darão forma aos sólidos em bases de apoio de papel fotográfico fosco – atividades em grupo direcionadas aos sujeitos da pesquisa.	
Descrição do momento	Disponibilizou-se os materiais de desenhos geométricos para a construção de planificações de alguns sólidos geométricos. Ressaltou-se que o manuseio das ferramentas deveria acontecer de forma colaborativa, uma vez que as atividades foram propostas a equipes.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

No quadro acima, realizou-se um breve detalhamento acerca da abordagem construtiva dos sólidos geométricos a partir das suas formas bidimensionais produzidas através dos materiais de desenho geométrico e outros conforme observa-se na Figura 13 abaixo.

Figura 17 – Materiais utilizados na aplicação da pesquisa.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Com base nesses materiais e na contextualização histórica, preocupou-se em deixar explicito a importância dos estudantes imaginarem-se representando trabalhadores naquelas épocas das descobertas e que precisassem realizar construções em miniaturas de papel através dos materiais de desenho adotados conforme apresentados acima, sendo eles, o compasso, régua, transferidor (se necessário), papel fotográfico fosco A4 branco e colorido, grafite, borracha, tesoura, perfurador de papel, linha e cola de artesão simbolizando recursos próprios das antigas civilizações.

Assim, os estudantes foram convidados a participarem das práticas de construções de algumas formas geométricas planas que dariam vida aos sólidos geométricos, não considerando apenas os platônicos, uma vez que existem diversos outras representações tridimensionais baseadas em importantes descobertas. Nessas construções os estudantes desenvolverão aspectos perceptivos e criatividade no desenvolvimento das atividades propostas.

As duas primeiras atividades trazem uma narrativa histórica com elementos visuais acerca do Cubo e do Tetraedro de Platão. A primeira, denominada “Sólidos que explicam o mundo: uma viagem ao cubo de Platão” e a segunda “Entre ideias e formas: o tetraedro na perspectiva de Platão”, respectivamente representadas nos quadros 6 e 7 a seguir.

Quadro 6 – Prática de construção do Cubo.

	Sugestões de desenho	
	Passos	**Construção 1 – Desenho da primeira figura (base)**
CUBO	1	Desenhe um segmento de reta AB com a régua, esse será a medida do lado da figura.
	2	Com o compasso na medida inferior a metade de AB, posicione a ponta seca em A e faça um arco que interseccione AB e no prolongamento à esquerda de A.
	3	Com a mesma abertura, coloque a ponta em B e de maneira análoga realizar o processo anterior.

	4	Em seguida, marcar os pontos nos arcos desenhados.
	5	Com o auxílio do compasso numa medida um pouco maior a utilizada nos passos 2 e 3, posicionar a ponta seca nos pontos (Passo 4) e traçar arcos acima e abaixo de AB de forma que se interseccionem dois a dois.
	6	Usando a régua, traçar perpendiculares a AB passando pelas interseções do passo 5.
	7	Com o compasso na abertura AB, posicionar a ponta seca em A trace o arco intersecionando a perpendicular gerando o ponto D.
	8	De maneira análoga, fazer o mesmo processo a partir do ponto B gerando o ponto C.
	9	Utilizando a régua, una os pontos C e D para formar a figura ABCD.
		Construção 2 - Desenhar as figuras alinhadas a primeira
	10	Com o auxílio da régua, trace o prolongamento dos segmentos AD e BC.
	11	Com o compasso ainda com a mesma abertura AB, e a partir dos vértices trace os arcos com a mesma medida na continuidade dos lados AD e BC.
	12	Marque os pontos E, F, G e H.
	13	Com o auxílio da régua, trace o prolongamento dos segmentos AB e CD, gerando as outras duas figuras laterais.
		Construção 3 - Transformar a planificação em sólido
	14	Recortar o molde planificado mantendo as bordas riscadas.
	15	Utilizando a régua, realizar as dobraduras da figura planificada nos contornos.
	16	Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e tomar as decisões de utilização da linha.
	Questões acerca do sólido desenhado	
	1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Quantas faces, arestas e vértices ele possui? 2) E se tivesse que preencher esse cubo com algum material (considere a espessura do material desprezível), qual seria a capacidade desse cubo?	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Quadro 7 – Prática de construção do Tetraedro.

TETRAEDRO	**Sugestões de desenho**	
	Passos	**Construção 1 – Desenho da figura base**
	1	Trace um segmento AB com régua, esse será o lado da figura base.
	2	Com ponta seca do compasso em A e abertura igual a AB, faça um arco.
	3	Com a mesma abertura do segmento AB, coloque a ponta seca em B e faça outro arco que cruze o anterior.
	4	Marque o ponto C na interseção dos arcos.
	5	Una os pontos A e C; B e C para formar a figura desejada ABC (a base).
		Construção 2 - Construir uma figura lateral através de um lado da forma ABC
	6	Com o compasso de abertura AB, escolha um dos lados, por exemplo, AC.
	7	Com ponta seca em A, faça um arco a partir do lado escolhido.
	8	Com ponta seca em C, faça outro arco para que ele cruze o anterior.
	9	Marque o ponto D na interseção dos arcos.
	10	Una os pontos A e D; C e D para formar a nova figura.
	11	De maneira análoga, repetir o processo para os lados BC e AB: • Para o lado BC, forme uma outra figura BCE. • Para o lado AB, forme uma outra figura ABF.
		Construção 3 - Transformar a planificação em sólido
	12	Recortar o molde planificado mantendo as bordas riscadas.
	13	Utilizando a régua, realizar as dobraduras da figura planificada nos contornos.
	14	Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e tomar as decisões de utilização da linha.
	Questões acerca do sólido desenhado	
	1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Quantas faces, arestas e vértices ele possui? 2) E se tivesse que preencher esse cubo com algum material (considere a espessura do material desprezível), qual seria a capacidade desse Tetraedro?	

Nas atividades acima, convidam-se os grupos de estudantes a construírem os desenhos bidimensionais necessários para gerar as formas tridimensionais e, para isso, disponibiliza-se uma sequência de passos imaginando serem inspirados pelas descobertas antigas voltadas para a geometria.

Outras duas atividades práticas elaboradas remetem as formas espaciais, pirâmide e prisma. Nessas atividades, após feito uma breve exposição histórica de construções monumentais com a presença de elementos visuais que ganharam forma através das civilizações antigas, sugere-se a construção das figuras bidimensionais necessárias para gerar o sólido conforme o quadro 8 abaixo.

Quadro 8 – Prática de construção do Pirâmide de Base ABCD.

<table>
<tr><td rowspan="22">PIRÂMIDE DE BASE “ABCD”</td><td colspan="2">Sugestões de desenho</td></tr>
<tr><td>Passos</td><td>Construção 1 – Desenho da base</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Desenhe um segmento de reta AB com a régua, esse será a medida do lado da figura.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Com o compasso na medida inferior a metade de AB, posicione a ponta seca em A e faça um arco que interseccione AB e no prolongamento à esquerda de A.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Com a mesma abertura, coloque a ponta em B e de maneira análoga realizar o processo anterior.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Em seguida, marcar os pontos nos arcos desenhados.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Com o auxílio do compasso numa medida um pouco maior a utilizada nos passos 2 e 3, posicionar a ponta seca nos pontos (Passo 4) e traçar arcos acima e abaixo de AB de forma que se interseccionem dois a dois.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Usando a régua, traçar perpendiculares a AB passando pelas interseções do passo 5.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Com o compasso na abertura AB, posicionar a ponta seca em A trace o arco intersecionando a perpendicular gerando o ponto D.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>De maneira análoga, fazer o mesmo processo a partir do ponto B gerando o ponto C.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Utilizando a régua, una os pontos C e D para formar a figura ABCD.</td></tr>
<tr><td></td><td>Construção 2 - Desenhar as figuras a partir dos lados de ABCD</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Escolha um lado da figura base (ex: AD). Com o compasso na abertura AD, trace dois arcos a partir das suas extremidades.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Com o compasso na medida do lado, repita o processo de maneira análoga aos outros três lados de ABCD.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Marque os pontos de interseção desses arcos E, F, G e H.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Una os pontos E, F, G e H, respectivamente aos segmentos AB, BC, CD e AD.</td></tr>
<tr><td></td><td>Construção 3 - Transformar a planificação em sólido</td></tr>
<tr><td>14</td><td>Recortar o molde planificado mantendo as bordas riscadas.</td></tr>
<tr><td>15</td><td>Utilizando a régua, realizar as dobraduras da figura planificada nos contornos.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e tomar as decisões de utilização da linha.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Questões acerca do sólido desenhado</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Quantas faces, arestas e vértices ele possui?
2) E se tivesse que preencher esse cubo com algum material (considere a espessura do material desprezível), qual seria a capacidade dessa Pirâmide de Base Quadrada?</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Na terceira atividade, denominada “Construindo através do passado: uma viagem pelas pirâmides”, convidamos os estudantes a explorarem as civilizações antigas, a relação entre monumentos e formas geométricas baseada na pirâmide, onde a sua base foi ABCD simbolizando as vistas no Egito.

Na quarta atividade, intitulada “Entre mistérios e curiosidades, os prismas”, os estudantes foram convidados a refletirem sobre a importância das formas prismáticas presentes em estruturas históricas, como templos gregos, colunas romanas e até mesmo as pirâmides do Egito conforme quadro 9 a seguir.

Quadro 9 – Prática de construção do Prisma de Base ABC.

<table>
<tr><td rowspan="26">PRISMA DE BASE “ABC”</td><td colspan="2">Sugestões de desenho</td></tr>
<tr><td>Passos</td><td>Construção 1 – Desenho da primeira figura</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Escolha um tamanho com base na régua e trace um segmento AB com essa medida.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Com a ponta seca do compasso em A e abertura AB, trace um arco acima do segmento.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Fixando a ponta seca em B e abertura AB, trace outro arco cruzando o anterior.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Marque o ponto C na interseção entre os arcos anteriores.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Una os pontos A e C; B e C; A e B para formar a figura desejada ABC.</td></tr>
<tr><td></td><td>Construção 2 - Desenhar as figuras laterais (adjacentes a primeira)</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Usando a régua, trace o prolongamento dos lados AB, BC e AC.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Com o compasso numa abertura inferior a medida dos lados da figura ABC, trace arcos interno e no prolongamento de AB.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Com o compasso, posicionar a ponta seca nos arcos do passo 7 e com uma abertura um pouco maior que a anterior, traçar novos arcos que permitirão desenhar os segmentos perpendiculares (lados das faces laterais).</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Escolha uma medida, com a régua trace a mesma (Medida da altura do prisma) e ligue os pontos dados na parte de cima conforme passo anterior.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Repita esse processo nos dois outros lados da figura inicial, criando outras figuras congruentes ao redor, todas com lados de medidas iguais.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Construção 3 - Desenhar uma figura inferior (base)</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Dado o segmento de reta da parte de baixo do retângulo, com o auxílio do compasso na abertura do mesmo, trace dois arcos que se interseccionem a partir dos extremos.</td></tr>
<tr><td></td><td>Construção 4 - Transformar a planificação em sólido</td></tr>
<tr><td>11</td><td>Recortar o molde planificado mantendo as bordas riscadas.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Utilizando a régua, realizar as dobraduras da figura planificada nos contornos.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e tomar as decisões de utilização da linha.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Questões acerca do sólido desenhado</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Quantas faces, arestas e vértices ele possui?
2) E se tivesse que preencher esse cubo com algum material (considere a espessura do material desprezível), qual seria a capacidade dessa Prisma de Base Triangular?</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborada pelo autor, 2025.

Nas últimas duas atividades, foram abordados os corpos redondos, sendo eles, cilindro e cone. A quinta, denominada “Explorando a construção e as curiosidades dos cilindros segundo Arquimedes”, convidamos aos membros da equipe a conhecerem o legado do matemático grego na investigação do volume do cilindro, propondo experiências práticas que simulam as descobertas a ele atribuídas conforme quadro 10 abaixo.

Quadro 10 – Prática de construção do Cilindro.

	Sugestões de desenho	
CILINDRO	**Passos**	**Construção 1 – Desenho da primeira figura**
	1	Escolha um ponto C na parte inferior e centralizada do papel, este será o centro da base.
	2	Com o compasso, abra na medida desejada para o raio do cilindro.
	3	Trace um círculo com centro C na parte inferior do papel utilizado.
	4	Faça o mesmo processo na parte superior do papel, desenhando o círculo de centro D (tampa) de forma que as figuras estejam alinhadas e centralizadas.
		Construção 2 - Desenhar a lateral da figura tridimensional
	5	Essa parte definirá que o comprimento do arco é aproximadamente igual ao comprimento do contorno circular que é dado por $2\pi r$. Determinar o comprimento aproximado do arco tomando $\pi = 3{,}14$ e a medida do raio escolhida para desenhar os círculos de centro C e D. **Exemplo:** Se o diâmetro = 5 cm, então $r = 2{,}5$ cm e, portanto, o comprimento aproximado será $2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 = 15{,}7$ cm.
	6	Com a régua, desenhe um segmento de reta horizontal passando pelo ponto mais alto do círculo inferior (tangência) com o comprimento calculado.
		De maneira análoga, traçar um segmento de reta horizontal no ponto mais baixo do círculo da parte superior do papel.
	7	Em cada extremidade, use a régua para traçar segmentos verticais (perpendiculares) determinando então a altura do cilindro (medida a critério da equipe).
	8	Feche as extremidades unindo as pontas superiores com as inferiores.
		Construção 3 - Transformar a planificação em sólido
	9	Recortar o modelo construído mantendo o contorno das bordas desenhadas.
	10	Utilizando a régua, realizar as dobraduras necessárias nos contornos.
	11	Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e após realizar as mesmas, inserir a linha e executar.
	Questões acerca do sólido desenhado	
	1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Esta figura possui faces, arestas e vértices? 2) E se tivesse que preencher esse recipiente com algum produto daquela época, qual seria a capacidade dele? **Obs.**: *Considere a espessura do material desprezível.*	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

E, por fim, a sexta atividade no quadro 11, intitulada "O cone perdido dos faraós: da miniatura à construção de uma estrutura maior", sendo inevitável não convidar os estudantes da equipe a mergulhar novamente no contexto egípcio, relacionando os cones com elementos e construções arquitetônicas.

Quadro 11 – Prática de construção do Cone.

	Sugestões de desenhos	
CONE	**Passos**	**Construção 1 – Desenho da primeira figura (base)**
	1	Marque um ponto C na parte inferior central do papel fotográfico fosco A4 (centro da base).
	2	Com o auxílio do compasso e régua, defina um valor para raio r (sugestão: 4 cm).
	3	Com a ponta fixa no ponto C, trace o círculo com a medida do raio r escolhida.
		Construção 2 - Desenhar a figuras lateral
	4	Essa parte definirá uma região denominada setor circular, uma vez que o comprimento do arco é aproximadamente igual ao comprimento do contorno circular que é dado por $2\pi r$. Determinar o comprimento aproximado do arco tomando $\pi = 3{,}14$ e a medida do raio escolhida para desenhar o círculo.
	5	Trace uma semirreta vertical passando pelo centro C intersecionando o círculo no ponto A e acima marcar um ponto V (vértice do setor circular).

	6	Com o compasso, abra na medida entre os pontos V e A e meça. Obs.: Recomenda-se que escolha uma medida maior que o raio da base, essa medida é denominada geratriz (reserve-a).
	7	Com o auxílio do compasso na abertura AV, traçar um arco à esquerda e à direita do segmento de reta AV.
	8	Utilizando a régua e linha, destacar o tamanho equivalente ao comprimento aproximado do círculo. Em seguida, realize uma marcação na metade do pedaço da linha.
	9	Posicionar a linha em cima do contorno do arco e marque os pontos extremos D e E.
	10	Ligar os pontos D e E ao ponto V (vértice), formando o setor circular.
		Construção 3 - Transformar a planificação em sólido
	11	Recortar o modelo construído mantendo o contorno das bordas desenhadas.
	12	Utilizando a régua, realizar as dobraduras necessárias nos contornos.
	13	Imaginando o sólido ganhando forma, investigar em quais locais específicos realizar as perfurações e após realizar as mesmas, inserir a linha e executar.
	Questões acerca do sólido desenhado	
	1) Diante disso, qual seria a área superficial necessária para essa construção? Esta figura possui faces, arestas e vértices? 2) E se tivesse que preencher esse recipiente com algum produto daquela época, qual seria a capacidade dele? **Obs.**: *Considere a espessura do material desprezível.*	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Ressalta-se que em todas as atividades os estudantes produziram desenhos reduzidos, porém com a percepção das representações se tornarem estruturas ampliadas, simbolizando os saberes geométricos históricos. Após finalizarem os desenhos, realizaram o recorte nas bordas externas e, com o auxílio da régua realizarem as dobraduras nos contornos internos para facilitar a visualização espacial.

Foi sugerido que os estudantes realizassem a produção de mais de uma planificação, uma vez que deveriam realizar perfurações em locais estratégicos no modelo e não existir uma lógica para isso. Feito isso, solicitamos que os estudantes colassem uma das partes em papel fotográfico fosco A4 colorido e, em seguida, inserir a linha por esses furos, com a intensão de puxar o sólido se formar.

Concluído todas essas sugestões, expôs-se duas questões por atividade acerca das formas desenhadas, sendo elas relacionadas ao cálculo da área superficial e capacidade volumétrica das formas tridimensionais. No quadro 12 é organizado o momento de compartilhar os feitos de cada equipe.

Quadro 12 – Culminância dos resultados da aplicação.

6º Momento (2 aulas)	
Culminância das produções dos estudantes elencando componentes das figuras tridimensionais e a experiência vivenciada através da proposta.	
Descrição do momento	Este momento é considerado importante para o ambiente escolar, uma vez que visa fomentar o conhecimento de forma colaborativa. Esse tipo de exposição cria confiança e respeito, além de possibilitar significados mútuos entre os sujeitos participantes da pesquisa. Os estudantes realizaram suas apresentações das construções planificadas que daria forma as figuras espaciais. Das apresentações, espera-se que os estudantes mencionem as principais dificuldades e exponham como procederam para a consolidação da proposta abordando de que forma a História da Matemática conforme o documentário e material de apoio disponibilizados, podem agregar para a aprendizagem da matemática de forma que possa

	desenvolver habilidades especificas, e a partir daí perceberem que possível tornar a matemática acessível e interessante para uma ampla variedade de públicos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Por último, de acordo com o quadro acima, é sugerido o momento de culminância das construções junto aos colegas, onde os estudantes apresentaram suas produções detalhando as principais etapas de confecção dos sólidos geométricos direcionados. Diante disso, foi produzido esse material didático com as estratégias detalhadas em momentos, tangível a outros professores.

Através desses momentos apresentados nos quadros acima, espera-se que essa sequência didática de atividades envolvendo a História da Matemática e a Geometria Espacial possa contribuir para a promoção de uma aprendizagem colaborativa e significativa centrada nos estudantes. Ressalta-se ainda que através dessas atividades os sujeitos envolvidos não apenas aprendam os conceitos de forma prática baseado nas próprias construções manuseando os materiais de desenhos geométricos, mas também que possam relacionar como a Matemática evoluiu ao longo do tempo e como esse contexto pode contribuir significativamente para o ensino de matemática na atualidade.

Diante disso, entende-se que a aprendizagem quando propiciada através de estratégias específicas centradas nos alunos, pode apresentar-se como uma importante fonte geradora do conhecimento. Isso possibilita que os estudantes possam ver e utilizar a matemática como uma ferramenta esclarecedora e, além disso, como um componente aberto a metodologias diversificadas e interconectada com várias áreas do conhecimento ao integrar narrativas de matemáticas numa perspectiva histórica.

2.3 QUESTIONÁRIO – PÓS APLICAÇÃO

Considerando que é necessário estabelecer os instrumentos avaliativos em qualquer prática educacional, sugere-se a aplicação de um questionário pós aplicação. Esse questionário deve ser individual e centrado na aprendizagem dos estudantes, visando extrair as principais contribuições acerca da inserção da História da Matemática no ensino da Geometria Espacial conforme o quadro 13 abaixo.

Quadro 13 – Questionário pós aplicação das atividades propostas.

Item	Sugestões de indagações pós aplicação
1	O que mais lhe chamou atenção no estudo dessas formas geométricas e sua relação com as civilizações antigas?
2	Na sua opinião, qual a importância de recorrer a História da Matemática para a contextualização e compreensão dos conceitos atuais em sala de aula?
3	Acerca da aplicação e da contextualização, qual personagem histórico ou civilização antiga, você considera ser mais influente para o desenvolvimento da geometria ao longo dos anos? Justifique, por favor.

4	Como foi a experiência de construir os sólidos geométricos a partir dos desenhos no plano feitos por vocês? Comente um pouco, por favor.
5	O que você aprendeu com essas atividades e quais foram as maiores dificuldades que você encontrou para desenhar e montar as formas geométricas planas e espaciais?
6	Você consegue identificar a presença dessas formas geométricas construídas no seu dia a dia? Quais?
7	Como esse tipo de atividade te ajudou a visualizar melhor os elementos e conceitos de geometria espacial? Se o professor desenhasse no quadro, seria suficiente para você compreender?
8	Qual(is) sugestão(ões) você daria para tonar esse tipo de atividade ainda mais interessante e significativa?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Sugerimos através das indagações acima que, os professores que utilizarem esse material terão total condições de analisar as principais contribuições da articulação entre a História da Matemática e a construção de sólidos geométricos a partir de suas planificações, com o uso de materiais de desenho geométrico, como uma estratégia de ensino voltada à promoção de uma aprendizagem mais significativa.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Mariana de Oliveira Lopes. Pirâmide de Gizé. **História do Mundo**, 15 jun. 2023. Disponível em: https://www.historiadomundo.com.br/curiosidades/piramide-de-gize.htm. Acesso em: 15 jun. 2025.

BARROS, Rafael Lameira; SÁ, Pedro Franco de. Incrível história do número π. **Revista História da Matemática para Professores**, Natal, v. 8, n. 1, p. 1-11, 2022. Disponível em: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/602640. Acesso em: 01 jun. 2025.

BERNARDES, D. Z. Pirâmides do Egito: veja o nome e história das principais. **Manual do Enem – História Geral**, Quero Bolsa, última atualização em 1 dez. 2024. Disponível em: https://querobolsa.com.br/enem/historia-geral/as-piramides-do-egito. Acesso em: 01 jun. 2025.

BOYER, Carl B. História da matemática. **Revisão de Uta C. Merzbach**. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003.

BRITO, Laila Letícia de Souza; SANTANA, Sara Espínola; TENANI, Adriana Gusson. Patrimônios históricos: pirâmides de Gizé. **Revista Científica Unilago**, v. 1, n. 1, 2025. Disponível em: https://revistas.unilago.edu.br/index.php/revista-cientifica/article/view/1285. Acesso em: 03 jun. 2025.

CHAQUIAM, Marcelo. **História da matemática em sala de aula:** proposta para integração dos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série História da Matemática para o Ensino; v. 10).

COSTA, Leticia Baluz Maciel; SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. Mapeamento sistemático sobre história da matemática em cursos de licenciatura em matemática. **Revista REAMEC**, Cuiabá, v. 11, n. 1, p. 05, e23072, jan./dez. 2023. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/16495/12975. Acesso em: 11 ago. 2025.

D'AMBROSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. In: **Cadernos CEDES 40**. História e Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1996, p. 7-17.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. O programa Etnomatemático: Uma síntese. **Acta Scientía**, v.10, n.1, Jan/jun.2008.

DELLAJUSTINA, Fernanda J.; MARTINS, Luciano C. Poderia Arquimedes ter calculado π com areia e um bastão? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 3, Joinville-SC, 2014.

DUPRAT, Paulo Pires. As ânforas e a conteinerização de produtos no Mediterrâneo. *NEARCO:* **Revista Eletrônica de Antiguidade**, Rio de Janeiro, v. 10, n. 1, 2018. Disponível em: https://www.nearco.ifch.uerj.br. Acesso em: 01 jun. 2025.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

GASPAR, Maria Terezinha; MAURO, Suzeli. Explorando a Geometria Através da História da Matemática e da Etnomatemática. **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, 2004.

GASPERI, Wlasta Norberto Hupalo de; PACHECO, Edilson Roberto. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na Educação Básica. **PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria da Educação do Estado do Paraná**, 2007.

GOMES, Carla Regina. Pitágoras de Samos: seu mito e sua herança científico-cultural. In: Scientiarum Historia III, 2010, Rio de Janeiro. **Anais do Congresso Scientiarum Historia III**. Rio de Janeiro: Oficina de Livros, 2010. v. 1. p. 95-99. Disponível em: http://www.hcte.ufrj.br/downloads/sh/sh3/trabalhos/Carla%20Regina%20Gomes.pd. Acessado em: 10 out. 2024.

LIMA, Jandean da Silva. **Arquimedes e Eratóstenes:** os principais fatos históricos que marcaram a matemática grega. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Centro de Ciências e Tecnologia – UEC. Fortaleza, 2012.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos. In: LORENZATO, Sergio. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. p. 3-37.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**. Editora Livraria da física, 2009.

MENDES, Iran Abreu. História para a Educação Matemática: apontamentos sobre as pesquisas brasileiras. **Revista Exitus**, v. 9, n. 2, p. 26-50, 2019.

MENDES, Iran Abreu. **Usos da História no Ensino de Matemática:** reflexões teóricas e experiências. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

MICHALOVICZ, Silvana. Uma atividade pedagógica articulando história da matemática e resolução de problemas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Curitiba, 2009. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2009. p. 505-515.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História da Matemática**: propostas e desafios. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

OLIVEIRA, Julimar Carlos de. **Números Irracionais e Transcendentes**. 2009. 61 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática:** desde a criação das pirâmides até a exploração infinito. São Paulo, M. Books, 2012.

ROSSETTO, Hallynnee Héllenn Pires. **Um resgate histórico:** a importância da história da matemática. 2013. 39 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013.

SANTOS, Cristiano Rodrigues dos. **Contribuições da teoria do ensino desenvolvimental e seus desdobramentos para o ensino de geometria**. 2023. 177 f. Tese (Doutorado em Educação) — Escola de Formação de Professores e Humanidades, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2023.

SANTOS, Kamila Souza dos; ARAÚJO, Lucas dos Santos. Uma breve abordagem histórica: Platão e os Poliedros Platônicos. **Educação Matemática na Contemporaneidade:** desafios e possibilidades. São Paulo, 2016.

SCHMIDT, Giovani Monteiro; PRETTO, Valdir; LEIVAS, José Carlos Pinto. História da Matemática como recurso didático-pedagógico para conceitos geométricos. **Revista Caderno Pedagógico**, Lajeado, 2016.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. **Criatividade didática em dissertações e teses sobre história para o ensino de matemática (1990-2018)**. 2021. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

WERMANN, José Alfeu; MACHADO, Fabrício Fonseca. Uma aproximação entre a Academia de Platão, o Liceu de Aristóteles e as universidades. **Theoria – Revista Eletrônica de Filosofia**, Pouso Alegre, v. 8, n. 19, 2016. Disponível em: https://www.theoria.com.br/edicao19/01012016RT.pdf. Acesso em: 15 jun. 2025.