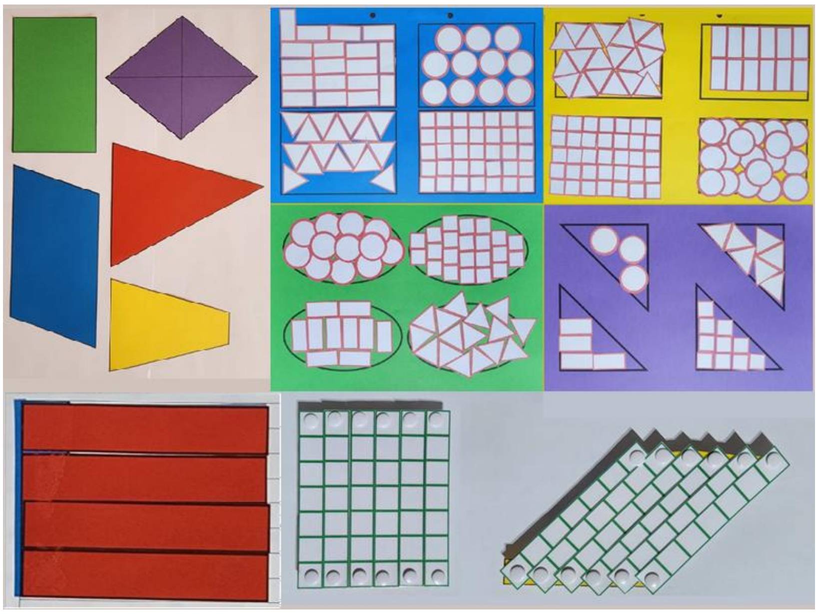
PRODUTO EDUCACIONAL

Sequência Didática: Problematizando o ensino de áreas – criando sentidos e conexões entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria.

Orientadora: Profª Drª Priscila Cardoso Petito

Coorientador: Prof. Dr. Fábio Menezes da Silva

Discente: Fábio Vinicius Gouvêa Moura



Rio de Janeiro

2025

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente Produto Educacional atua como uma proposta didática de atividades e é referente à dissertação de mestrado intitulada *"Desenvolvendo uma Mentalidade Matemática por meio de uma Abordagem Problematizada no ensino de Áreas Geométricas"*. Tal produto é resultado da pesquisa associada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ).

Nosso Produto Educacional consiste em uma sequência didática voltada para aulas de Matemática, inspirada nos princípios da Matemática Problematizada, da Investigação Matemática e do Laboratório de Ensino de Matemática. Essa proposta adota uma abordagem dialógica, que busca (re)construir os conceitos matemáticos de forma colaborativa no ambiente escolar. Para isso, são exploradas situações-problema relacionadas à Geometria, utilizando materiais manipuláveis como recurso didático, com o objetivo de favorecer a visualização, a compreensão e a abstração dos conceitos matemáticos pelos estudantes.

As atividades que compõem essa sequência didática foram aplicadas em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental. No entanto, a proposta apresenta flexibilidade e pode ser adaptada a diferentes etapas da Educação Básica, desde que o(a) professor(a) exercite sua criatividade e considere as especificidades de sua turma. A sequência foi elaborada de forma progressiva, iniciando pelo conceito de reta, passando pela compreensão de área, explorando a noção de medida e culminando no cálculo de áreas de diferentes polígonos. Dessa forma, é possível utilizar as atividades de maneira integrada ou isolada, conforme a pertinência do conteúdo à etapa escolar em que se pretende aplicá-las.

Essas atividades foram desenvolvidas com o intuito de envolver os alunos em um ambiente de ensino acolhedor, participativo e respeitoso. Procurou-se criar um espaço em que os erros fossem compreendidos como parte fundamental do processo de aprendizagem, sendo acolhidos e explorados coletivamente, e onde as sugestões dos estudantes fossem sempre bem-vindas e debatidas em grupo. O objetivo não se restringia à apropriação de conceitos e definições matemáticas; desejava-se, sobretudo, que os alunos fossem capazes de perceber a matemática como algo significativo, compreendê-la em sua lógica e estrutura, e, a partir disso, fortalecer sua autoconfiança diante da disciplina. O foco esteve na construção de uma relação mais positiva com a matemática, promovendo o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento e o engajamento ativo dos estudantes no processo de aprendizagem.

Atividade 1: O que é reta, semirreta e segmento de reta?

Esta primeira atividade configura-se muito mais como uma conversa com os alunos do que como uma tarefa convencional, mas isso de modo algum diminui sua relevância no processo de ensino e aprendizagem. Conforme já destacado, esta sequência didática pauta-se em uma abordagem dialógica, inspirada pelos fundamentos da Matemática Problematizada. Essa escolha metodológica se justifica, pois, segundo Giraldo (2019), a Matemática Problematizada propõe uma visão plural e dinâmica da matemática, reconhecendo a existência de saberes situados em diferentes contextos históricos, sociais e culturais, nos quais a produção e a mobilização do conhecimento matemático se fazem presentes de maneira significativa.

Essa perspectiva valoriza a construção de significados e de vínculos afetivos no processo educativo, destacando-se por priorizar a reflexão crítica e o engajamento ativo dos estudantes, em detrimento da simples transmissão de conteúdos, regras e procedimentos. Assim, ao iniciar a sequência com uma atividade dialógica, busca-se criar um espaço de escuta e troca, no qual os alunos possam expressar suas percepções, experiências e conhecimentos prévios, contribuindo para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais contextualizada, colaborativa e transformadora.

Dito isso, passemos à proposta de desenvolvimento da primeira atividade. Como o próprio título sugere, trataremos dos conceitos de reta, semirreta e segmento de reta. Cabe destacar que a semirreta e o segmento de reta são construções derivadas a partir do conceito de reta, sendo esta, por sua vez, um elemento primitivo da geometria. Por se tratar de um elemento primitivo, a reta não possui uma definição formal baseada em propriedades mais fundamentais – ela é aceita como um conceito intuitivo, cuja compreensão é construída a partir da observação, da experiência e da convenção matemática.

Dessa forma, é fundamental que o professor tenha domínio sobre esse conteúdo, tanto em sua dimensão conceitual quanto em suas possíveis abordagens didáticas. Isso permitirá que ele conduza a discussão com segurança, acolhendo e explorando as ideias dos alunos, mesmo que estas surjam de forma espontânea, incompleta ou ainda em construção. O objetivo, aqui, não é apresentar definições prontas, mas promover um espaço de diálogo e investigação, em que os estudantes possam construir significados próprios e conectá-los ao saber matemático historicamente sistematizado.

Sugerimos que o primeiro tema a ser abordado com os alunos seja o conceito de reta. Inicie a atividade com uma conversa aberta, fazendo a seguinte pergunta:

- O que é uma reta?

Estimule os estudantes a trazerem exemplos concretos e próximos de sua realidade – inclusive objetos presentes na própria sala de aula podem ser utilizados para ilustrar suas ideias. A partir das respostas, avance com perguntas que ampliem a reflexão, como:

- Se algo não for uma reta, será o quê?

Nesse momento, é provável que surjam respostas variadas. Em nossa experiência, por exemplo, alguns alunos responderam que o oposto de uma reta seria um círculo ou uma bola. Esse tipo de resposta oferece uma excelente oportunidade para explorar noções iniciais sobre curvas e formas não lineares, enriquecendo a compreensão geométrica dos estudantes.

Outra questão relevante a ser proposta é:

- A reta possui largura?

Esse questionamento convida os alunos a refletirem sobre a aparência da reta. Desenhe uma no quadro ou utilize uma linha de barbante, régua ou fita para representá-la visualmente. Em seguida, provoque a turma com perguntas como: "Conseguimos medir a largura de uma reta?", ou "Se ela não tem largura, o que isso nos diz sobre ela?". Esse exercício ajuda a consolidar a ideia de que a reta, apesar de representada visualmente com alguma espessura, é um ente abstrato que não possui largura nem espessura reais.

Outro caminho de exploração consiste em relacionar a reta com os números, especialmente por meio da reta numérica, recurso comum no Ensino Fundamental. Podemos destacar semelhanças entre os dois elementos, como o fato de ambos serem infinitos. Os alunos, especialmente a partir do sexto ano, geralmente já compreendem a infinitude dos números naturais, o que pode servir de ponte para a ideia de que a reta também se estende infinitamente – e, neste caso, em ambas as direções.

No contexto da pesquisa vinculada a este produto educacional, as atividades foram aplicadas com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, os quais já tinham familiaridade com os números negativos e, portanto, com a representação bidirecional da reta numérica. No entanto, caso essa abordagem seja desenvolvida com turmas do sexto ano, sugerimos conduzir a conversa utilizando os números naturais como ponto de partida, destacando que esses são infinitos apenas em uma direção, enquanto a reta é infinita para os dois lados.

Após a construção coletiva do conceito de reta – entendida como um elemento que não possui curvas, é sempre reto, apresenta apenas uma dimensão (o comprimento) e se estende infinitamente em ambas as direções, sem um ponto inicial ou final definido –, o(a) professor(a) pode conduzir a discussão para os conceitos de semirreta e segmento de reta.

É importante que essa transição ocorra mantendo a abordagem problematizadora que tem guiado toda a atividade, incentivando os alunos a refletirem criticamente e a justificarem suas ideias por meio de perguntas que despertem o raciocínio. Uma estratégia eficaz é iniciar essa nova etapa do diálogo questionando diretamente os estudantes sobre os próprios termos: *semirreta* e *segmento de reta*. Pergunte-lhes: "O que vocês entendem por esses nomes?" ou "O que será que significa 'semi' na palavra semirreta?"

Como os alunos já discutiram coletivamente as principais características da reta – sua infinitude, sua ausência de início e fim definidos e sua unicidade dimensional –, esse conhecimento prévio pode ser mobilizado para que eles formulem hipóteses sobre o que seriam, então, a semirreta e o segmento de reta.

A partir desse ponto, a criatividade dos alunos e do(a) professor(a) será fundamental para conduzir e finalizar a atividade. A proposta metodológica está centrada no diálogo: conversar, colher ideias, explorá-las, refletir coletivamente, chegar a conclusões provisórias e retomar a conversa, seja sobre o mesmo tema ou avançando para conceitos subsequentes. Esse ciclo reflexivo, próprio de uma abordagem problematizadora, favorece a construção ativa do conhecimento, respeitando o tempo e o percurso intelectual de cada grupo.

Consideramos que essa primeira etapa da sequência didática pode ser concluída no momento em que os conceitos de reta, semirreta e segmento de reta forem construídos de forma compartilhada, com sentido e significado para os estudantes. O objetivo não é apenas que os alunos memorizem definições, mas que compreendam profundamente os conceitos e consigam articulá-los a partir das discussões, dos exemplos e das inferências surgidas ao longo da atividade.

Atividade 2: Adição, Subtração e Comparação com segmentos de reta – (Apêndice A)

Para esta segunda exploração, sugerimos que o(a) professor(a) elabore um material manipulável que possibilite aos alunos interagir diretamente com os conceitos matemáticos abordados. Em nossa experiência, confeccionamos barras retangulares utilizando papel cartão em cinco tamanhos e cores distinta. Cada uma dessas barras representa um segmento de reta e serve como recurso didático para a realização de diversas operações matemáticas. Os alunos foram organizados em grupos de quatro integrantes, e cada grupo recebeu dois "segmentos de reta" distintos entre si.

A proposta é que os alunos utilizem esses segmentos para realizar operações de adição e subtração, bem como para comparar comprimentos, identificando quais são maiores ou menores. Mais do que apenas chegar às respostas corretas, espera-se que os estudantes sejam incentivados a justificar suas conclusões, verbalizando o raciocínio utilizado em cada situação.

Essa atividade busca fortalecer o pensamento lógico e a argumentação matemática, ao mesmo tempo em que promove a articulação entre diferentes campos do saber matemático. Ao serem instigados a realizar operações de adição e subtração – com as quais já estão familiarizados no campo da aritmética – em um contexto geométrico, os alunos são convidados a transpor conhecimentos entre domínios distintos da matemática. Pelo nosso entendimento do trabalho de Boaler (2018), esse movimento favorece uma compreensão mais ampla e integrada da disciplina, evidenciando que os conceitos não estão isolados, mas inter-relacionados, e que seu significado pode ser expandido quando aplicados em diferentes contextos. Ao manusear os segmentos de reta, portanto, os estudantes desenvolvem não apenas habilidades geométricas, mas também ampliam sua capacidade de mobilizar saberes prévios de forma significativa.

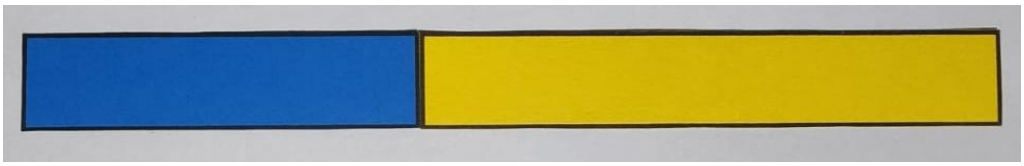
Material 1 - barras de papel cartão

Fonte: Acervo do autor, 2024.

Uma vez que se trabalha com atividades abertas, sugestão de Boaler (2018) para desenvolver uma Mentalidade Matemática de Crescimento, nas quais as respostas dos alunos podem ser as mais variadas possíveis, é fundamental que o(a) professor(a) se planeje previamente, refletindo sobre os possíveis caminhos que os estudantes podem seguir em suas respostas e como explorá-los de maneira proveitosa. Antecipar diferentes interpretações permite ao docente conduzir o diálogo de forma mais eficaz, promovendo questionamentos que aprofundem o raciocínio dos alunos e favorecendo uma construção coletiva e significativa do conhecimento.

Abaixo apresentamos as construções que recebemos como respostas dos alunos ao desenvolverem a atividade, bem como uma justificativa dada pelos estudantes.

- Adição



“A imagem representa a soma porque, ao juntar as extremidades das duas retas, criamos uma nova reta com o comprimento aumentado”.

- Subtração

“Para subtrair, temos que tirar a medida do azul do amarelo e ver o que sobra do amarelo, que é o resultado”.

- Comparação

“O amarelo é maior porque conseguimos encaixar o azul dentro dele, mas não o contrário”.

Ainda no contexto da atividade, propusemos uma problematização com o objetivo de levar os educandos a analisar, definir e justificar se determinada situação configurava ou não uma soma. A seguir, apresentamos a construção elaborada, acompanhada da justificativa apresentada pelos alunos.

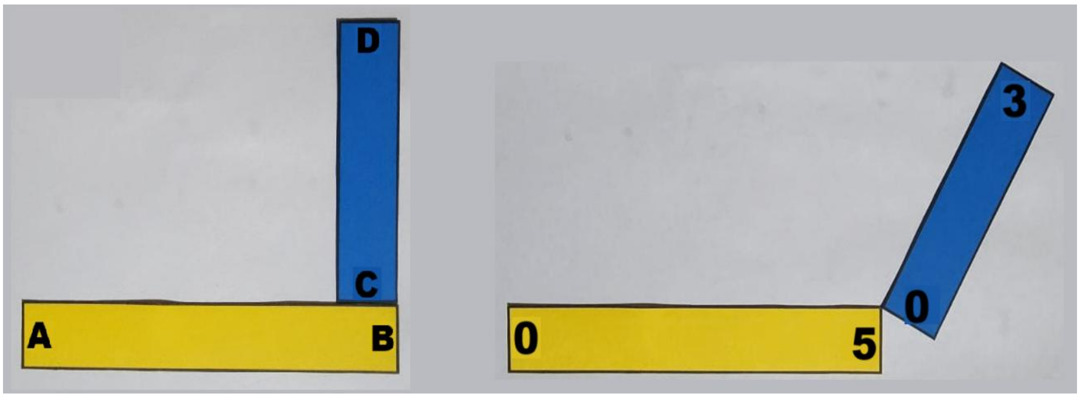
“Desse jeito, estamos juntando a largura, que é sempre zero, pois a reta não tem largura. E se for medir o comprimento, continua dando só o do amarelo, que é maior”.

Após analisar as produções dos alunos, observamos que todos realizaram a operação de adição mantendo a representação do resultado como um único segmento de reta contínuo. Essa constatação nos levou a elaborar uma nova problematização, que não foi aplicada, mas pode ser utilizada por você, colega professor(a), com o intuito de ampliar as possibilidades de interpretação e aprofundar as discussões em sala de aula.

A sugestão consiste em dispor os segmentos de reta de modo que não resultem, visualmente, em um único segmento contínuo – por exemplo, organizando-os de forma a determinar um ângulo reto ou outra figura que impeça essa continuidade. Essa mudança na disposição estimula os alunos a refletirem sobre o conceito de adição na geometria, promovendo questionamentos sobre o que caracteriza, de fato, uma soma nesse contexto.

Outra observação importante refere-se à nomeação das extremidades dos segmentos de reta. Percebemos que atribuir letras ou números a essas extremidades pode facilitar significativamente a visualização e a argumentação dos estudantes. Essa nomeação pode ser adaptada conforme a intenção do docente, podendo assumir um caráter mais geométrico, com letras maiúsculas (como A, B, C...), ou mais aritmético, com números, conforme o foco desejado para a atividade.

A seguir, apresenta-se a imagem da problematização proposta, acompanhada da sugestão de identificação das extremidades dos segmentos de reta.



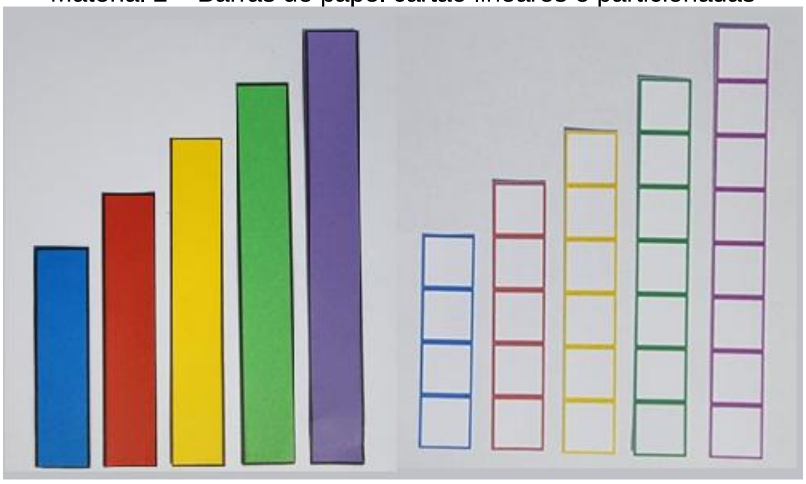
Percebe-se que as produções dos estudantes, assim como suas justificativas, deixam explícito o quanto a Atividade 1 foi importante e como eles assimilaram os conceitos desenvolvidos naquele momento.

Atividade 3: Multiplicação com segmentos de reta – (Apêndice B)

Nesta exploração, utilizaremos os segmentos de reta confeccionados com papel cartão para realizar, de forma geométrica, a operação da multiplicação. Além disso, solicita-se que os estudantes justifiquem suas produções. Sugerimos que o(a) professor(a) também produza segmentos de reta particionados. Acreditamos que os quadradinhos facilitarão aos estudantes a associação entre a multiplicação na forma com que já estão habituados (no campo da aritmética) e a nova abordagem (no campo da geometria).

Lorenzato (1995) demonstrava discordância em relação ao modo como a geometria escolar, com frequência, é apresentada como uma disciplina isolada, sem que se valorizem as conexões e semelhanças entre ela, a aritmética e a álgebra. Assim, com esta sequência didática, buscamos propor tarefas que possibilitem a exploração desses diferentes campos de maneira articulada. Acreditamos que essa integração contribui significativamente para o desenvolvimento de uma mentalidade matemática nos estudantes.

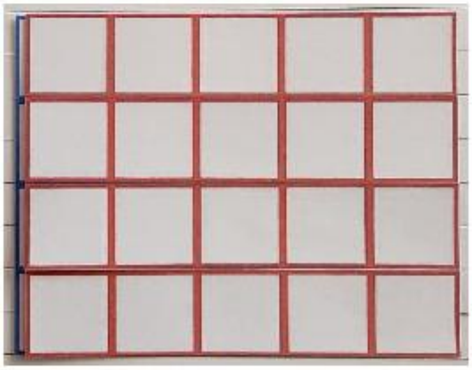
Material 2 – Barras de papel cartão lineares e particionadas



Fonte: Acervo do autor, 2024

Antes de efetivamente entregar o material aos estudantes e permitir que realizassem a multiplicação em sua forma geométrica, promovemos um diálogo sobre o conceito de multiplicação. Essa conversa foi conduzida por meio de uma Abordagem Problematizadora, assim como na Atividade 1, com o objetivo de ampliar a compreensão dos educandos acerca desse conceito.

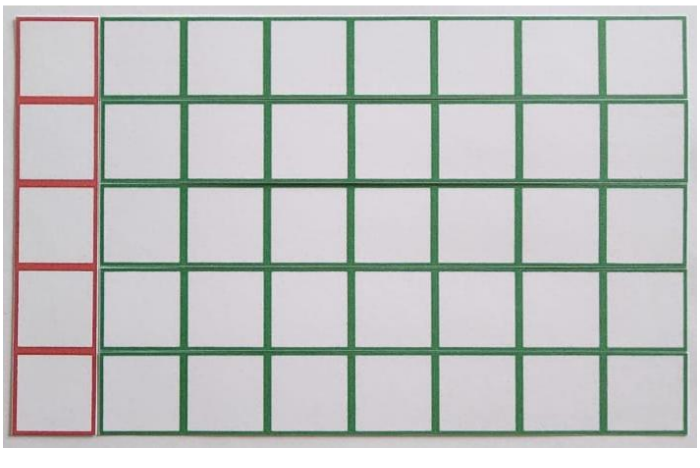
Abaixo, apresentamos a produção de um grupo de estudantes durante a exploração desta atividade, acompanhada da justificativa por eles apresentada.



“Na multiplicação com duas retas, uma delas percorre a outra até cobri-la completamente”.

Além da reinterpretação da definição de multiplicação, nesta atividade problematizamos as figuras que emergem como resultado das operações. Os estudantes responderam com confiança que a soma de segmentos resulta em um novo segmento e que a multiplicação origina um retângulo. A partir dessa percepção, conseguiram atribuir sentido à área do retângulo, compreendendo que ela é resultado da multiplicação entre dois segmentos de reta.

Ainda no contexto da abordagem proposta por esta sequência didática e da intervenção realizada na pesquisa a ela vinculada, foram planejadas algumas problematizações. A seguir, apresentamos a imagem mostrada aos alunos, acompanhada de uma das respostas recebidas, a fim de ilustrar os possíveis retornos que o(a) professor(a) pode obter ao aplicar a atividade.



Os discentes foram questionados sobre se a imagem representava o produto de uma multiplicação, sendo também solicitado que explicassem suas respostas. Abaixo, apresentamos uma das contribuições a esse respeito.

> *"O verde é 7 e o vermelho é 5. Então, a multiplicação tem que dar 35, e na imagem temos um total de 40 quadradinhos. Se contarmos assim, dá errado. Isso porque não devemos contar o vermelho, ele só mostra quantas vezes o verde tem que aparecer. Quando fazemos com números, não fica assim:*
>
> $$5 \cdot 7 = 5 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$$
>
> *Então, sim, representa o produto, mas temos que contar só os quadradinhos verdes. São eles que têm que aparecer 5 vezes".*

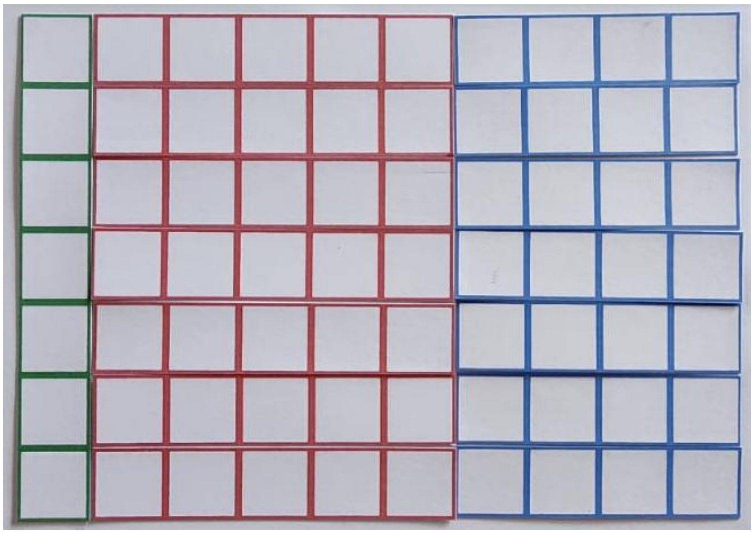
Outra problematização que planejamos e aplicamos abordou a unicidade do produto. Para isso, utilizamos o retângulo – resultado da multiplicação – e inclinamos levemente sua altura, transformando-o em um paralelogramo. Construímos, nesse caso, um retângulo articulado, que permitia a variação dos ângulos, facilitando a visualização e a análise do problema proposto.

Os questionamentos propostos aos estudantes nesta exploração foram os seguintes: a multiplicação de dois segmentos de reta resultará sempre em um retângulo? E se inclinarmos um dos segmentos, sem alterar suas medidas, ainda estaríamos realizando uma multiplicação? Seria possível obter produtos diferentes ao multiplicar os mesmos elementos? Abaixo, apresentamos uma das respostas obtidas.

"Se inclinarmos um dos segmentos, a área do retângulo diminui. Por isso, acredito que a multiplicação ocorra apenas quando a área é a máxima possível, pois não faz sentido que a operação tenha diferentes resultados. Se observarmos atentamente, ao inclinar um dos segmentos, ele começa a se sobrepor ao outro. Ao mesmo tempo, na base, começa a aparecer a parte do segmento que está por baixo. Eu interpreto isso como uma multiplicação incompleta, pois uma parte da base e uma parte dos segmentos ficam ocultas. Por isso, a área resultante é menor.”

Essas foram duas problematizações planejadas previamente para a aplicação da atividade, mas o(a) colega professor(a) pode elaborar várias outras. Por exemplo, seria possível abordar, com poucas adaptações no material, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Também é viável explorar o produto notável da soma. A criatividade dos(as) professores(as) – e também dos(as) estudantes – pode originar diversas problematizações a serem analisadas com o uso do material.

A seguir, apresentamos um exemplo da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, no qual o segmento verde multiplica o segmento resultante da soma dos segmentos vermelho e azul.



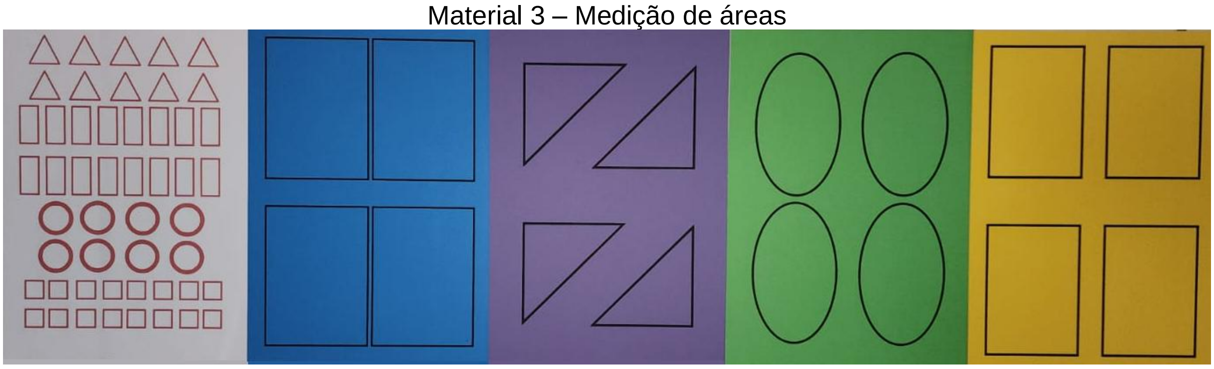
Nossa sequência didática teve início com a ideia de reta e a exploração de suas características. Em seguida, avançamos para a soma de segmentos de reta. Posteriormente, chegamos à multiplicação desses segmentos e, nesse ponto, percebemos que, diferentemente da adição, o resultado dessa operação dá origem a um novo tipo de figura: uma figura bidimensional. Seguindo essa sequência lógica, a próxima atividade propõe explorar as propriedades dessa nova figura.

Atividade 4: Medida – (Apêndice C)

Nesta quarta atividade, buscamos explorar o conceito de medida. Como em momentos anteriores, promoveu-se uma discussão coletiva sobre esse conceito, com o professor conduzindo a conversa por meio de perguntas que instigaram os alunos a verbalizar suas percepções, contribuindo tanto para a compreensão dos colegas quanto para uma reflexão em grupo sobre o que significa medir e como esse processo pode ser realizado.

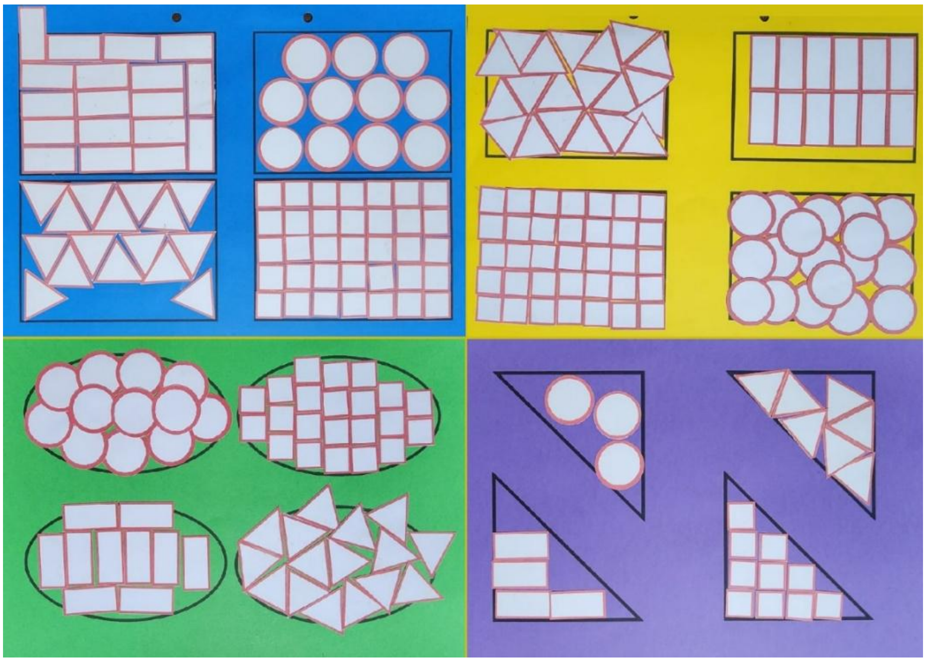
Foi preparado um material com áreas maiores, em diferentes formatos, para serem medidas, e formas geométricas menores, também variadas, para servirem como unidades de medida durante o processo de medição.

Material 3 – Medição de áreas



Fonte: Acervo do autor, 2024

Este material foi entregue aos estudantes, e foi solicitado que medissem cada área maior quatro vezes, utilizando, a cada vez, um tipo diferente de figura menor. Após essa exploração, os alunos foram questionados sobre suas percepções em relação à medição das áreas. A seguir, destacamos uma construção elaborada pelos estudantes, acompanhada de uma resposta que ilustra suas percepções sobre a atividade proposta e exemplifica o tipo de retorno que o(a) professor(a) pode obter ao replicá-la.



> *“Medir é quando usamos um objeto para cobrir outro. Para medir um comprimento, colocamos outro sobre ele, cobrindo-o por inteiro. Para medir uma área, colocamos outra área sobre ela, cobrindo-a completamente. A melhor forma de medir uma área é com o quadrado, pois ele se ajusta bem, sem deixar espaços sobrando. A pior forma foi o triângulo, que é difícil de encaixar e deixa muitos buracos. O círculo também foi ruim, pois deixa muito espaço sobrando”.*

Na reprodução desta atividade, o(a) colega professor(a) pode utilizar a imaginação e propor diferentes formas. Durante a conversa que precedeu a prática, os estudantes levantaram a hipótese de que uma forma circular seria mais adequada para medir áreas também circulares. Por meio de uma abordagem problematizadora, acolhemos a percepção de um estudante e a transformamos em atividade, valorizando sua contribuição para a aula e oferecendo aos alunos a oportunidade de testar suas próprias teorias e, a partir da exploração, formular conclusões.

Segundo Menezes e Quintaneiro (2023), problematizar não se configura como um método, mas sim como a possibilidade de considerar questionamentos como: 'Mas por que isso funciona?', 'O que está na origem desse procedimento?', 'Por que não é de outro jeito?', 'O que ele significa?', 'Que sentidos de mundo produz ou é produzido por esse procedimento?'. Tais indagações, certamente, podem impactar significativamente o ensino desse conteúdo.

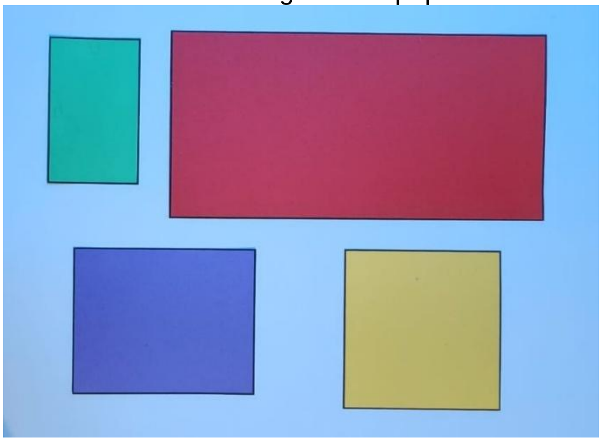
Foi justamente com essa perspectiva que planejamos e aplicamos as atividades propostas. Em alguns momentos, partimos das conversas e dos questionamentos trazidos pelos próprios alunos, os quais devolvíamos para serem explorados em grupo; em outros, elaboramos propositalmente problematizações a serem levadas à sala, como no caso da atividade que acabamos de realizar. Será que algum aluno se questionou sobre o motivo de utilizarmos quadrados para medir áreas? Será que, ao menos, algum deles buscou uma justificativa para o uso dessa figura? Foi exatamente esse tipo de reflexão que buscamos provocar.

Atividade 5: Comparando áreas retangulares – (Apêndice D)

Para a quinta atividade, foram preparados quatro retângulos, em papel cartão, com áreas distintas. O desafio proposto aos alunos consistia em organizá-los em ordem crescente de área e apresentar uma justificativa matemática para essa ordenação.

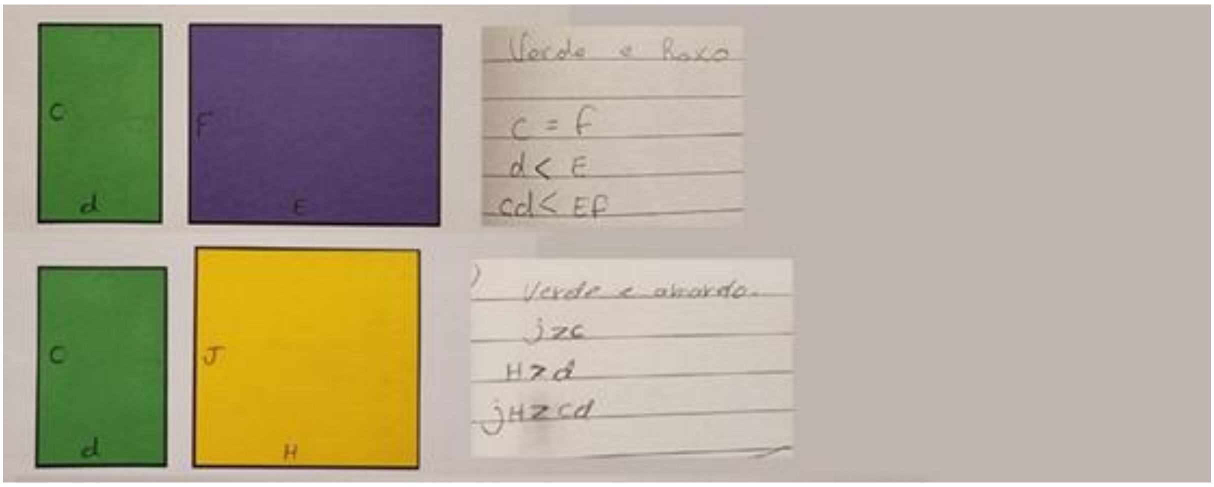
Durante a conversa que antecedeu a realização da tarefa – como de costume nesta sequência didática –, os estudantes foram relembrados de que a área de um retângulo é obtida pela multiplicação de dois segmentos de reta. Também foram incentivados a revisitar suas próprias anotações e a retomar a definição que haviam construído sobre os conceitos de 'maior' e 'menor' na atividade com segmentos de reta, uma vez que esses conceitos seriam novamente mobilizados nesta proposta.

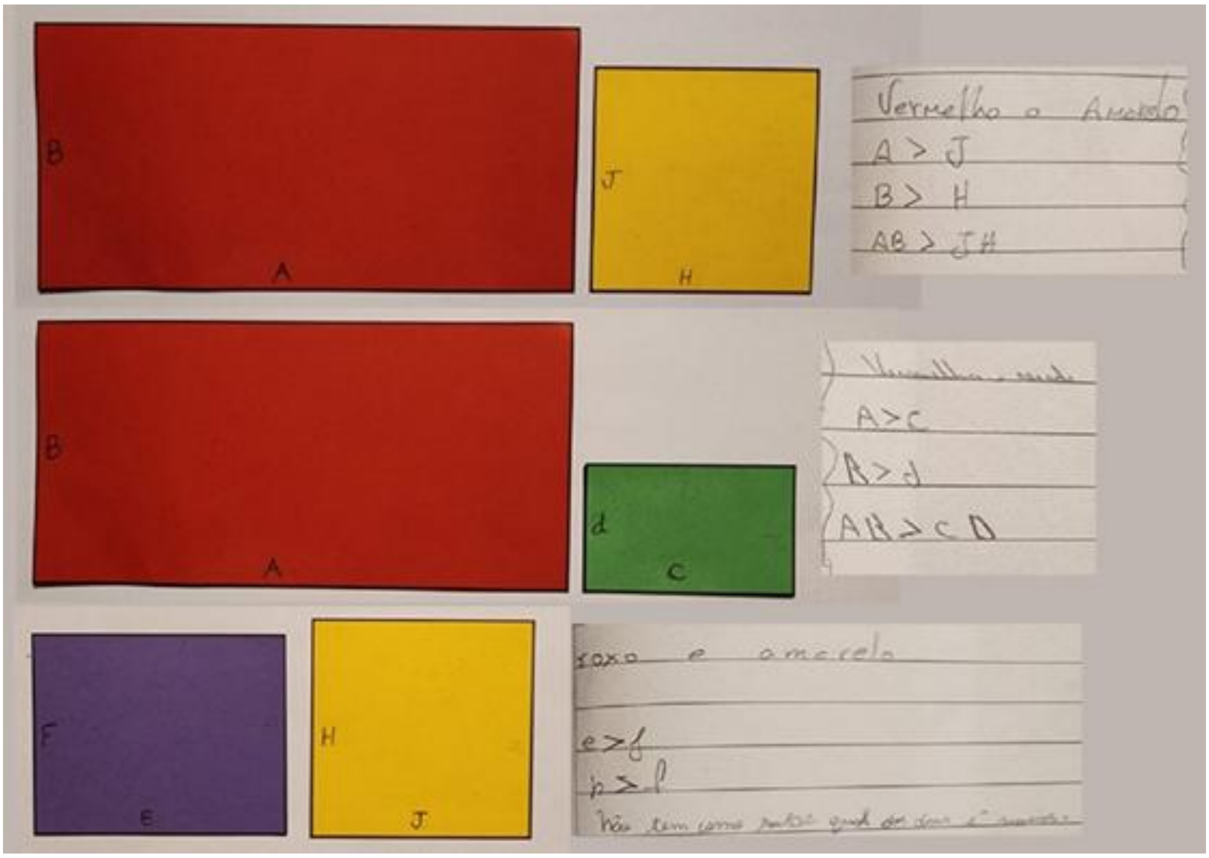
Material 4 – Retângulos em papel cartão



Fonte: Acervo do autor, 2024

Como de costume, apresentamos a seguir o trabalho desenvolvido por um grupo de alunos. Nosso objetivo é exemplificar ao(à) professor(a) o tipo de retorno que pode surgir durante a aplicação da atividade, além de oferecer um ponto de partida para que sua imaginação antecipe possíveis respostas ou dificuldades que os estudantes possam apresentar.





Nesta atividade, além do objetivo evidente de comparar os retângulos, também propusemos uma problematização. Os retângulos roxo e amarelo apresentavam áreas muito próximas, e as medidas de seus lados, por si só, não permitiam estabelecer uma ordenação com base apenas na comparação direta. Essa escolha foi intencional, pois buscávamos incentivar os educandos a pensar em alternativas para resolver a situação.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2020), a investigação matemática promove exatamente esse tipo de envolvimento. Ela estimula a formulação de conjecturas, a identificação de padrões, a criação de hipóteses e a busca por justificativas. Inspirados nessa perspectiva, planejamos a atividade de forma a provocar esse tipo de engajamento. Como resultado, diversos grupos de alunos encontraram uma solução criativa: realizaram uma transformação geométrica em um dos retângulos, o que permitiu a comparação com o outro.

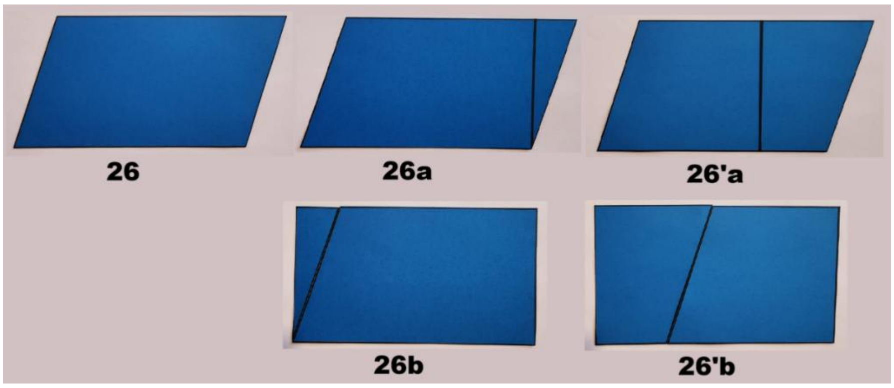
Atividade 6: Aplicando a fórmula de cálculo de área no polígono – (Apêndice E)

Para esta última atividade, preparamos, em papel cartão, cinco polígonos diferentes para que os estudantes pudessem explorar a aplicação da fórmula de cálculo da área diretamente sobre as figuras. Nesta proposta, os alunos são convidados a empregar e visualizar conhecimentos a partir de diferentes perspectivas. Por exemplo, eles aplicam operações matemáticas em figuras geométricas e observam transformações espaciais, o que lhes permite construir sentido sobre o que realmente ocorre ao utilizar essas ferramentas.

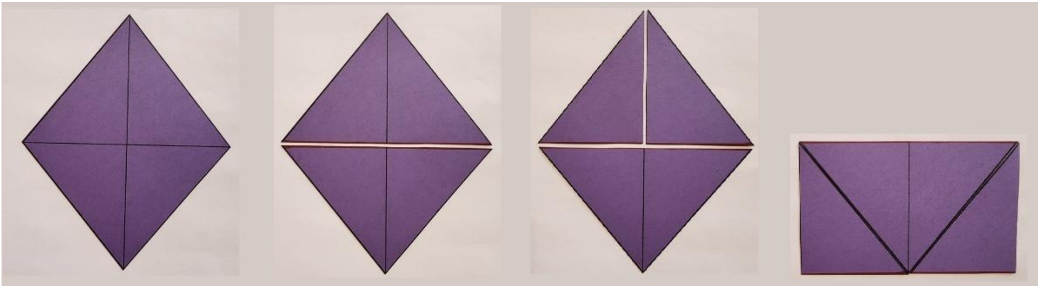
Para o desenvolvimento da atividade, cada grupo de alunos recebeu várias unidades de cada um dos cinco polígonos confeccionados. A proposta consistia em aplicar a fórmula do cálculo da área diretamente sobre as figuras, podendo, para isso, traçar retas, realizar cortes e remontar os polígonos conforme julgassem necessário. Além dessas ações, os estudantes deveriam interpretar a fórmula algébrica e estabelecer conexões que possibilitassem sua transposição para a aplicação geométrica.

A seguir, apresentamos algumas produções realizadas pelos estudantes no decorrer desta atividade.

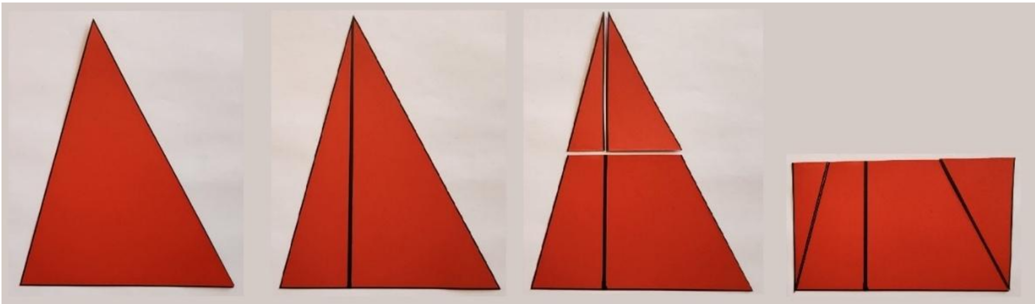
No caso do retângulo, não houve necessidade de adaptações. Os estudantes retomaram a ideia de que o retângulo é o resultado geométrico da multiplicação, concluindo, portanto, que sua área é calculada pelo produto entre base e altura.



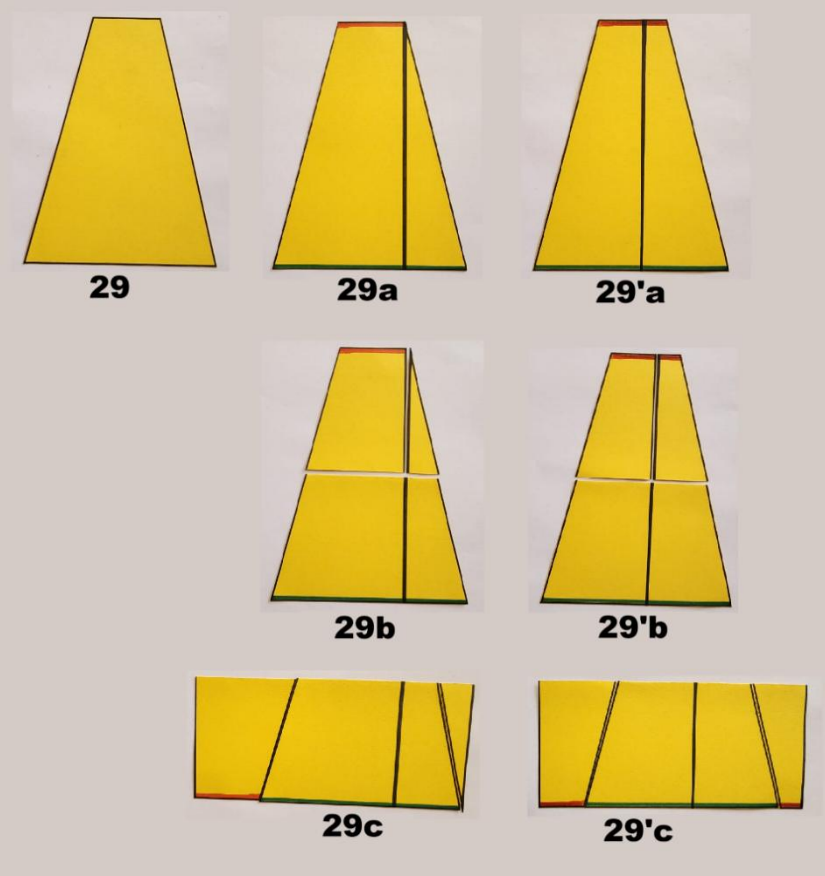
Ao trabalhar com o paralelogramo, alguns grupos traçaram a altura a partir de um dos vértices e realizaram o corte; outros perceberam que era possível traçar a altura em qualquer ponto, desde que ligasse uma base à outra.



Ao trabalhar com o losango, não houve muita variação entre os grupos: cortaram ao longo de uma das diagonais e, em seguida, dividiram o triângulo superior ao meio, ajustando-o para formar um retângulo.



O triângulo apresentou um pouco mais de desafio. Após traçarem a altura, alguns grupos de alunos tiveram dificuldade em perceber que era necessário cortá-la ao meio, de forma paralela à base. No entanto, após algumas tentativas, conseguiram avançar na atividade.



O trapézio foi interpretado pelos alunos como uma combinação entre triângulo e paralelogramo. Isso porque, assim como no paralelogramo, eles perceberam que era possível traçar a altura de diferentes maneiras, desde que conectasse uma base à outra. E, de forma semelhante ao triângulo, identificaram a necessidade de dividir a parte superior da figura para encaixá-la nas laterais da base resultante.

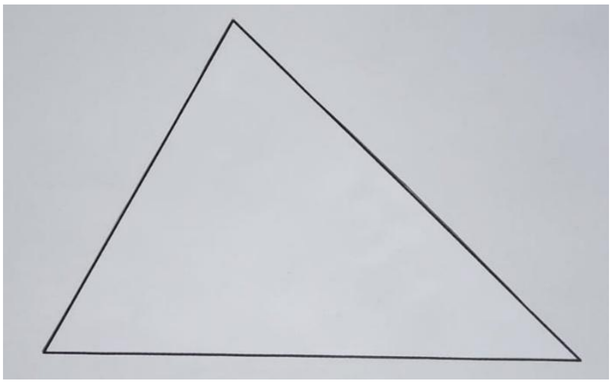
Ao final desta atividade, como de costume, promovemos uma conversa com os alunos sobre suas observações e curiosidades. Durante esse momento, tivemos uma contribuição bastante interessante: um dos estudantes argumentou que, nos casos em que a fórmula da área envolvia uma divisão, ele gostaria de refazer a atividade dividindo as bases, e não as alturas. Segundo sua justificativa, como havia uma fração na fórmula, seria possível dividir tanto o primeiro quanto o segundo fator da multiplicação. No entanto, ao tentar aplicar essa ideia geometricamente, ele não obteve sucesso. Constatou que só conseguiu visualizar a construção correta dividindo a altura, e não a base.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2020), ao nos dedicarmos à resolução de um problema, nosso foco inicial geralmente é encontrar a solução desejada. No entanto, para além da resolução em si, o processo frequentemente nos conduz a descobertas adicionais, que podem se revelar tão ou mais significativas do que a própria resposta. Em outras situações, mesmo quando a solução não é alcançada, o esforço envolvido pode ser extremamente enriquecedor, em virtude das novas ideias e percepções que surgem ao longo do caminho.

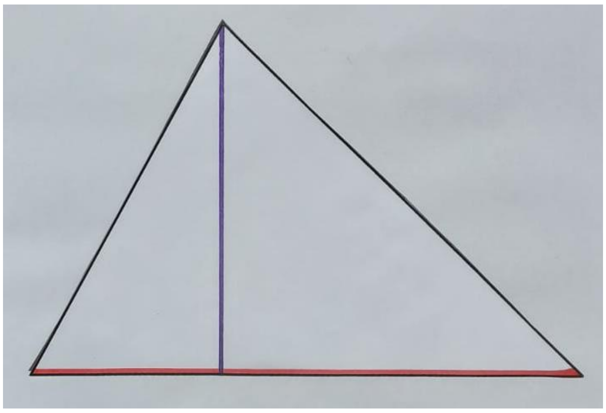
A postura do estudante mencionado está alinhada a essa perspectiva. Ainda que já soubesse a resposta, ele demonstrou interesse em explorá-la sob um novo ponto de vista. Tal atitude ilustra o que destacam Giraldo e Roque (2021), ao afirmarem que os problemas matemáticos não desaparecem após serem resolvidos. Pelo contrário, eles permanecem como elementos constitutivos do próprio conhecimento, atuando como alicerces para novas investigações e criações.

Sendo assim, a seguir, apresentamos como ficaria a transformação do triângulo e do trapézio ao se aplicar a divisão nas bases, e não nas alturas. Consideramos que, ainda que essa curiosidade não surja espontaneamente, ela pode se constituir em uma nova tarefa a ser desenvolvida com os estudantes.

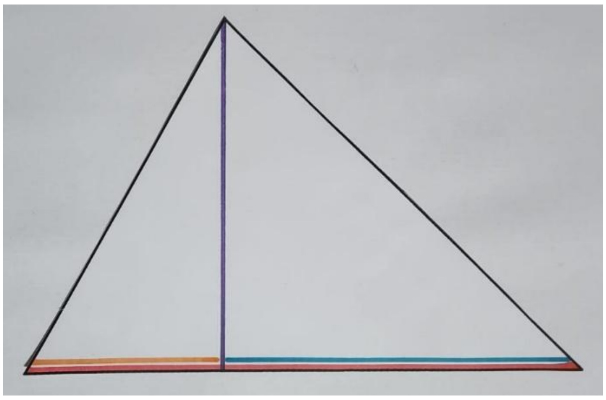
Iniciaremos pela análise do triângulo. Para isso, tomemos o triângulo apresentado a seguir:



Primeiramente, definiremos qual será o lado considerado como base (em vermelho) e, em seguida, traçaremos a altura (em roxo) correspondente a essa base.



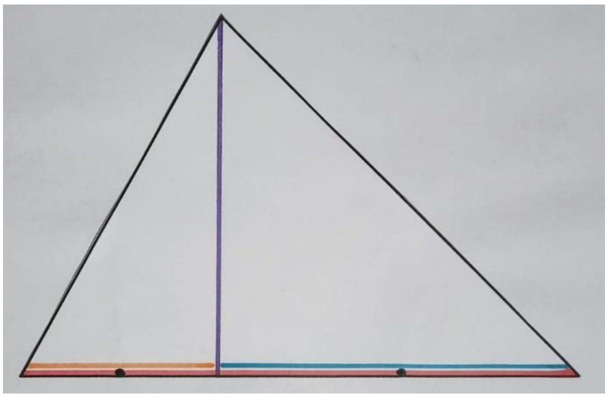
Observe que podemos considerar este triângulo escaleno como composto por dois triângulos retângulos que compartilham o lado de cor roxa. Assim, representaremos a base de um dos triângulos com a cor laranja e a base do outro triângulo com a cor azul.



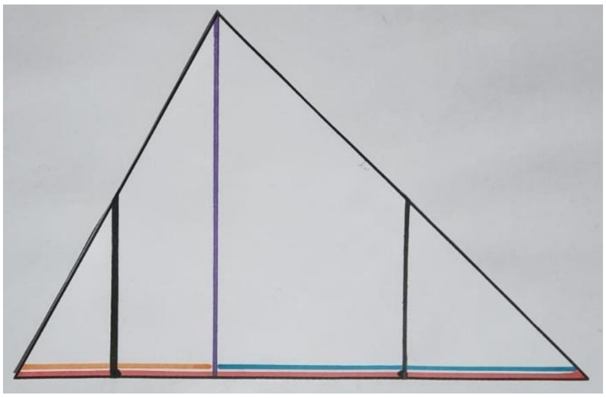
Observe que a base vermelha é igual à soma da base laranja com a base azul. Assim, dividir a base vermelha ao meio equivale a dividir igualmente a base laranja e a base azul.

$$\frac{V}{2} = \left(\frac{L}{2} + \frac{A}{2}\right)$$

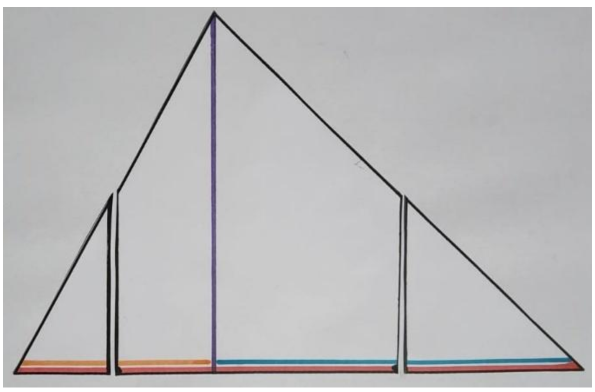
Portanto, procederemos dividindo cada uma das bases ao meio e marcaremos os pontos de divisão com um pontinho preto.



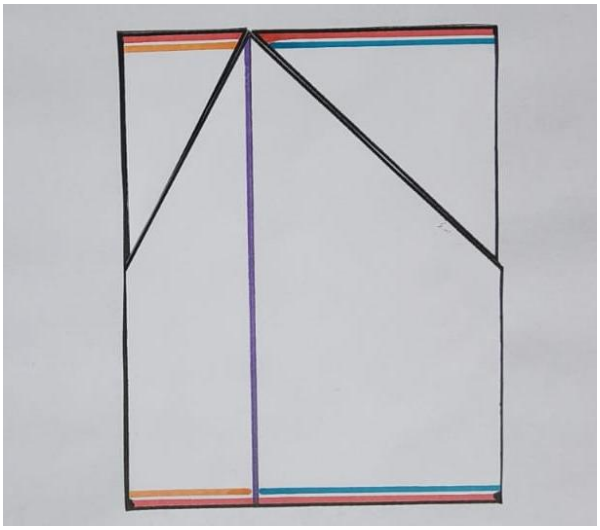
Agora, a partir dos pontos pretos, traçaremos retas perpendiculares à base.



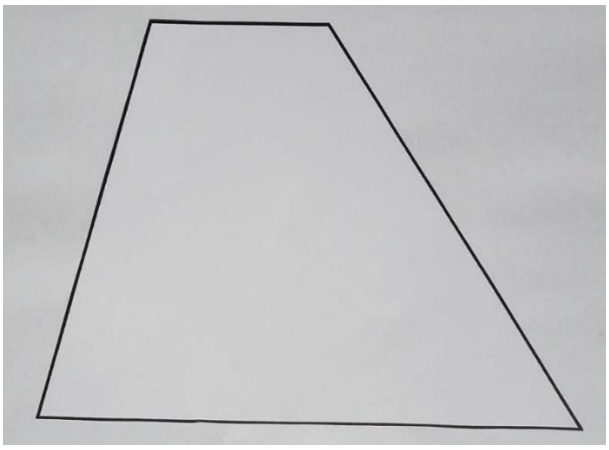
No próximo passo, cortamos os triângulos nas retas pretas perpendiculares às bases. Perceba que, ao fazer isso, estamos mantendo a altura original, enquanto a base está sendo dividida ao meio.



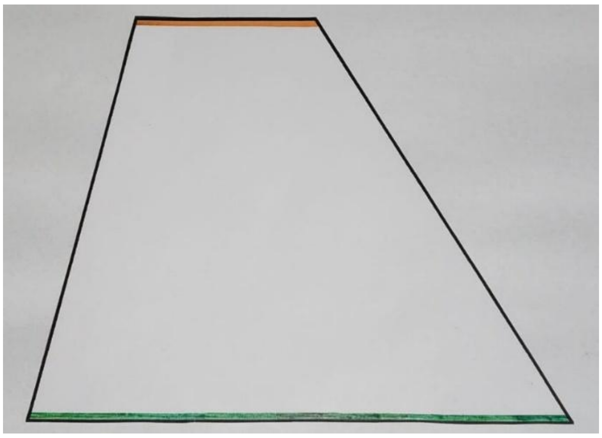
Por fim, basta reposicionar as peças, e teremos o retângulo, mantendo a medida da altura e efetuando a divisão na base. Assim, conseguimos visualizar a área do triângulo a partir dessa nova abordagem de divisão.



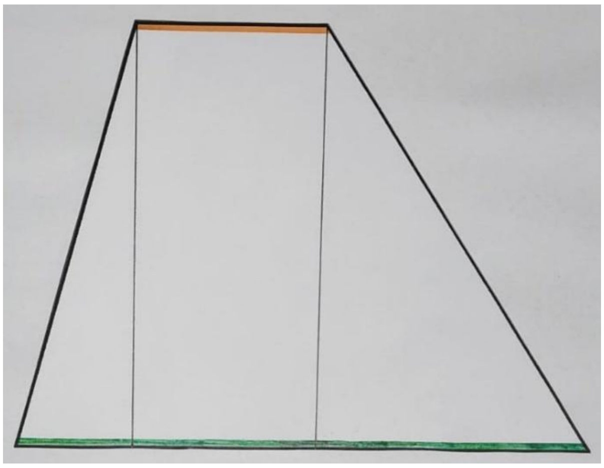
Vamos agora aplicar o mesmo processo ao trapézio. O desenvolvimento será bem semelhante ao do triângulo. Inclusive, se traçarmos uma diagonal no trapézio, obteremos dois triângulos. A partir daí, podemos repetir o processo anterior. Deixamos essa abordagem como sugestão para o(a) professor(a) que queira seguir esse caminho. Agora, vamos à resolução. Observe o trapézio escaleno abaixo:



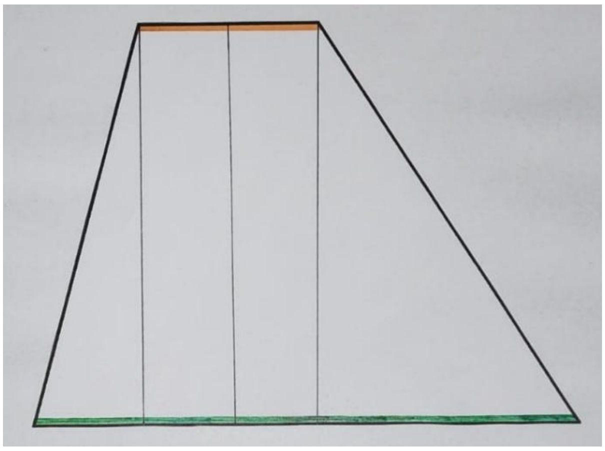
Primeiramente, vamos sinalizar as bases do trapézio: a base maior será representada pela cor verde e a base menor pela cor laranja.



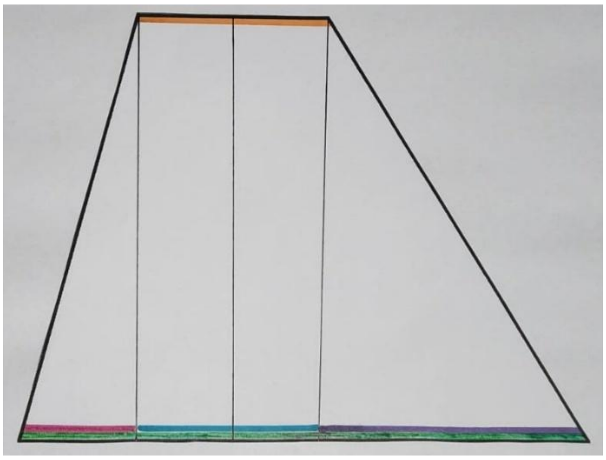
Perceba que, assim como no caso do triângulo, o trapézio também pode ser dividido em diferentes polígonos. Partindo dos vértices da base menor, traçaremos retas transversais até a base maior, formando assim duas regiões triangulares nas extremidades e uma região retangular central.



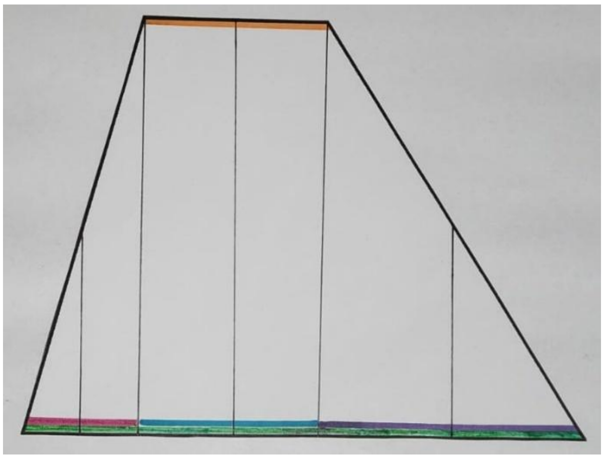
Agora podemos dividir ao meio a base menor (laranja) e, a partir do ponto médio, traçar uma reta perpendicular a essa base. Essa reta dividirá a região retangular central do trapézio em duas partes iguais.



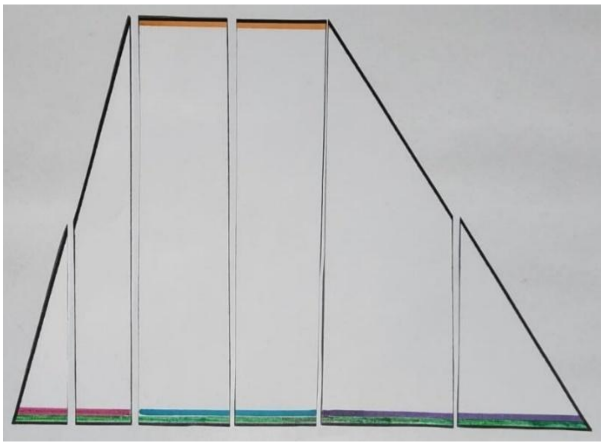
Vamos agora nos ocupar da base maior, representada pela cor verde. Podemos dividi-la em três partes: uma porção à esquerda (que chamaremos de base rosa), uma porção central (base azul) e uma porção à direita (base roxa).



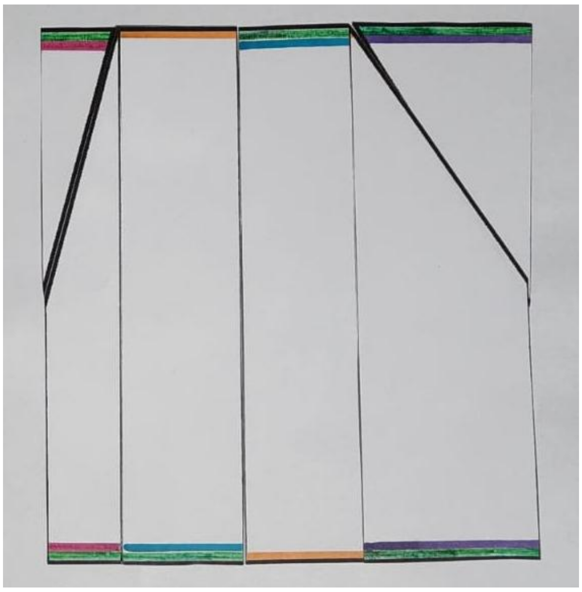
Veja que a área central, correspondente ao retângulo, já teve sua base dividida ao meio quando realizamos a divisão da base laranja. Agora, para completar o processo, precisamos dividir ao meio as bases rosa e roxa, que pertencem aos triângulos laterais. Em seguida, traçaremos retas perpendiculares a essas bases a partir dos pontos médios.



Agora vamos realizar os cortes ao longo das retas perpendiculares traçadas previamente nas bases do trapézio.



Por fim, basta reorganizar os pedaços recortados do trapézio, ajustando-os conforme as divisões feitas, e obteremos um retângulo. Essa reorganização mantém a medida da altura e permite visualizar, de forma concreta, como a fórmula da área do trapézio pode ser interpretada a partir da divisão das bases.



Considerações

Aqui encerramos nossa sequência didática. Iniciamos com o elemento primitivo – a reta –, avançamos para as operações com segmentos de reta, passamos pela multiplicação desses segmentos e pelo surgimento da noção de área. Em seguida, abordamos a medição dessa nova entidade geométrica e, por fim, exploramos a comparação e manipulação de áreas de diferentes polígonos.

Esperamos que tenha apreciado este percurso e que as atividades aqui apresentadas possam inspirar a criação de novas investigações, manipulações e problematizações. Aliás, ao finalizar este trabalho, surgiu mais uma ideia que também gostaríamos de compartilhar:

Se trabalharmos com a circunferência, seria possível realizar uma manipulação semelhante? A circunferência determinaria sempre um retângulo, ou haveria casos em que o resultado seria um quadrado? E a razão entre a base e a altura desse retângulo obtido a partir da circunferência – ela é constante ou varia?

Quando nos engajamos em problematizações que possibilitam a exploração pelos alunos, novas ideias emergem continuamente – vira quase uma mania. E a aprendizagem que brota desse tipo de investigação é profundamente significativa: os estudantes investigam, manipulam e observam a matemática em ação, reinterpretam e aprimoram conceitos, e vivenciam, de fato, o fazer matemático.

A seguir, nos apêndices, você encontrará o modelo de todos os materiais utilizados nas atividades aqui descritas, com o objetivo de facilitar sua replicação em sala de aula. Esses materiais foram organizados de forma prática, visando apoiar o trabalho docente e promover experiências valiosas de aprendizagem para os estudantes.

Referências

BOALER, J. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio de matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre, RS: Penso, 2018.

GIRALDO, V. Que matemática para a formação de professores? Por uma matemática problematizada. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 13., 2019, Cuiabá. *Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática* (XIII ENEM). Cuiabá, MT: SBEM, 2019, p. 1-12.

GIRALDO, V.; ROQUE, T. Por uma matemática problematizada: as ordens de (re)invenção. *Perspectivas da Educação Matemática*, UFMS, MS, v. 14, n. 35, p. 1-21, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/13409/9355. Acesso em: 13 abr. 2025.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *Educação matemática em revista*, Blumenau, SC, n. 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311/721. Acesso em: 13 abr. 2025.

MENEZES, F.; QUINTANEIRO, W. Problematizando saberes de conteúdo matemático do ensino numa perspectiva política. *Ensino da Matemática em Debate,* [*s.l.*], v. 10, n. 2, p.58-86, 2023. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/61201/43347. Acesso em: 13 abr. 2025.

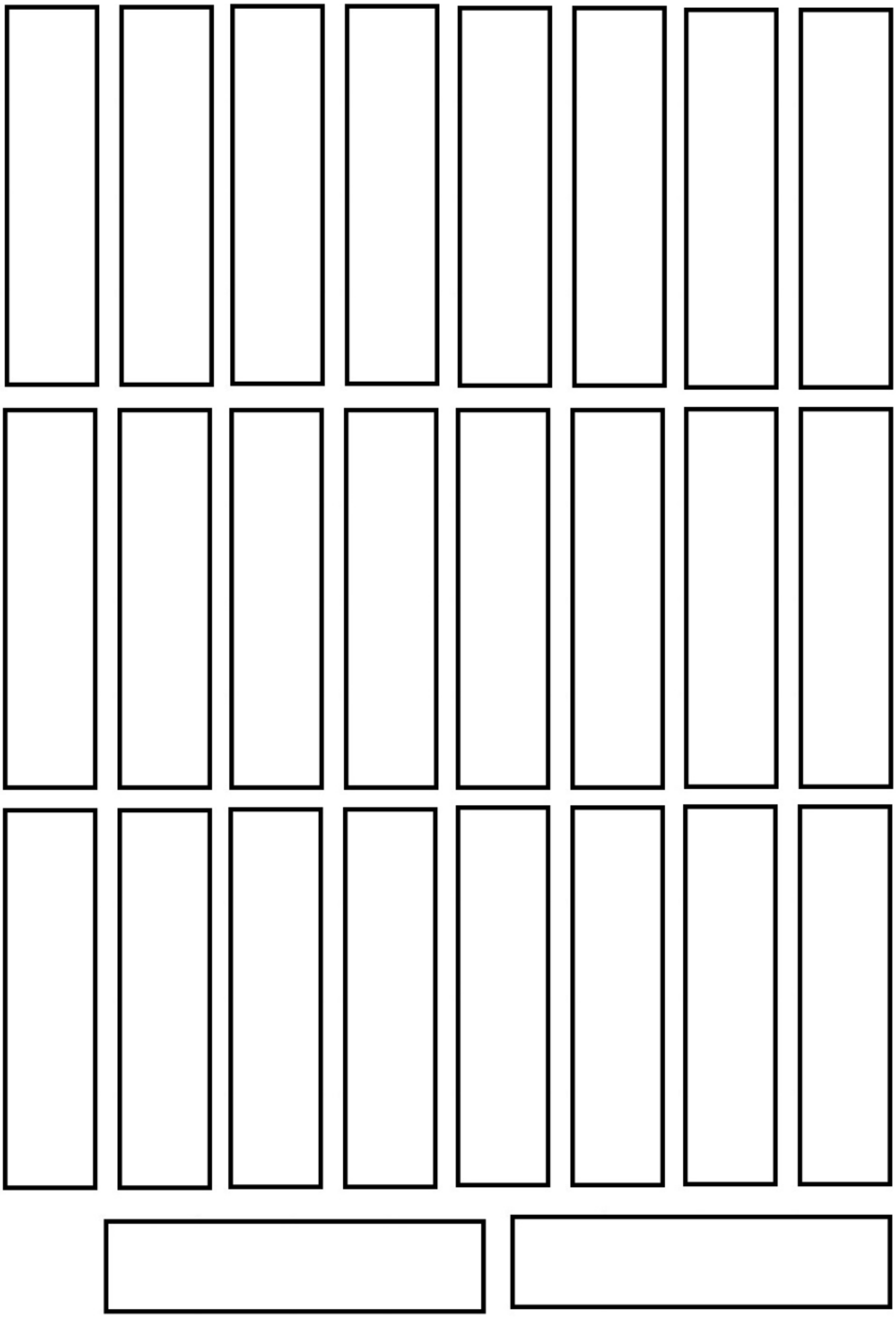
PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigação matemática na sala de aula.* 4. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2020.

APÊNDICE A – Explorando a adição, a subtração e a ordenação no campo da geometria com segmentos de reta.

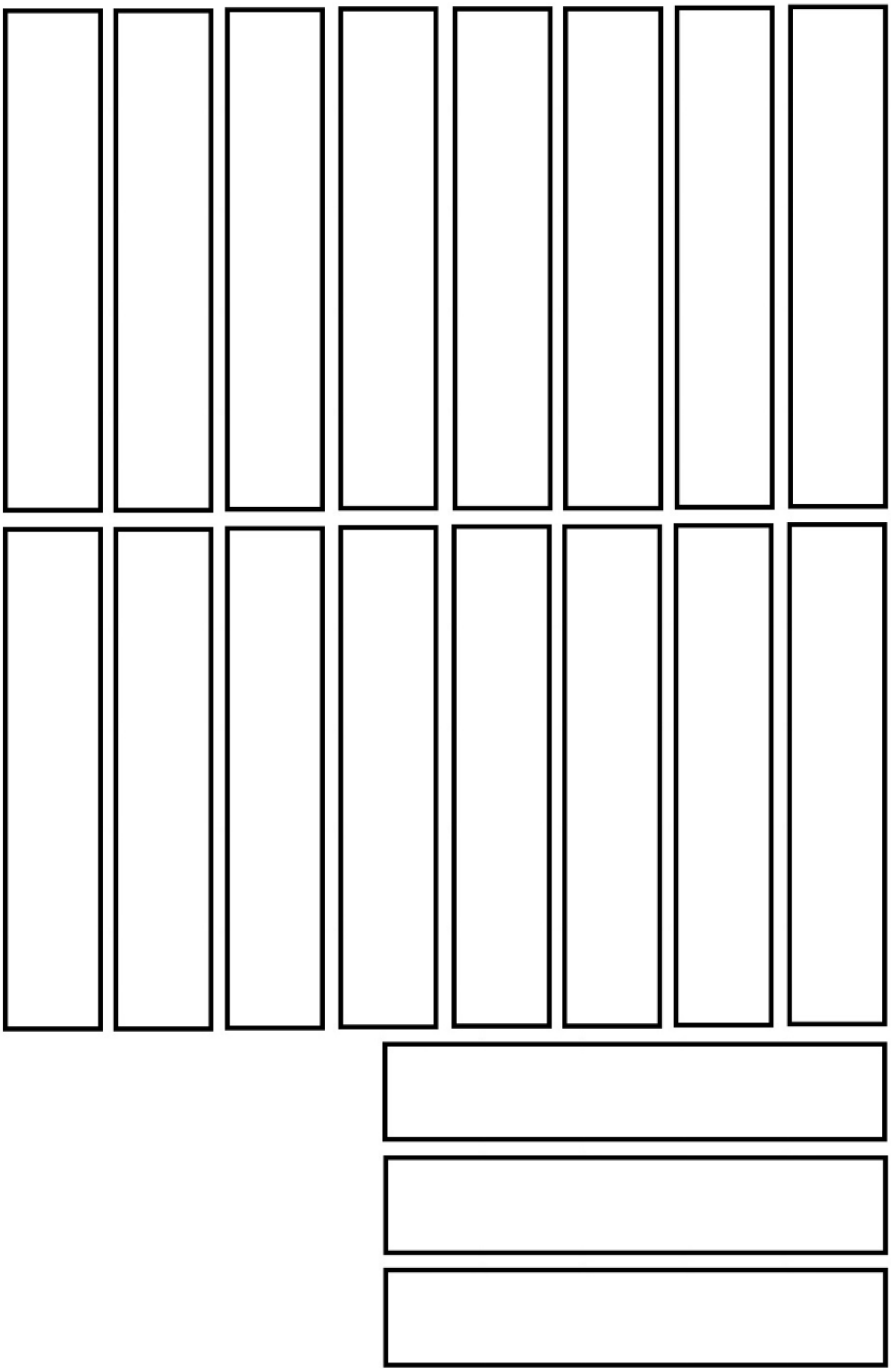
Cada grupo de alunos recebe dois segmentos de reta de cores diferentes e é proposto que realizem operações de adição e subtração com esses objetos, além de identificarem qual deles é o maior e justificarem suas conclusões.

Os segmentos de reta foram confeccionados em papel cartão colorido e cortados com o auxílio de uma guilhotina, garantindo uniformidade nas medidas e acabamento preciso.

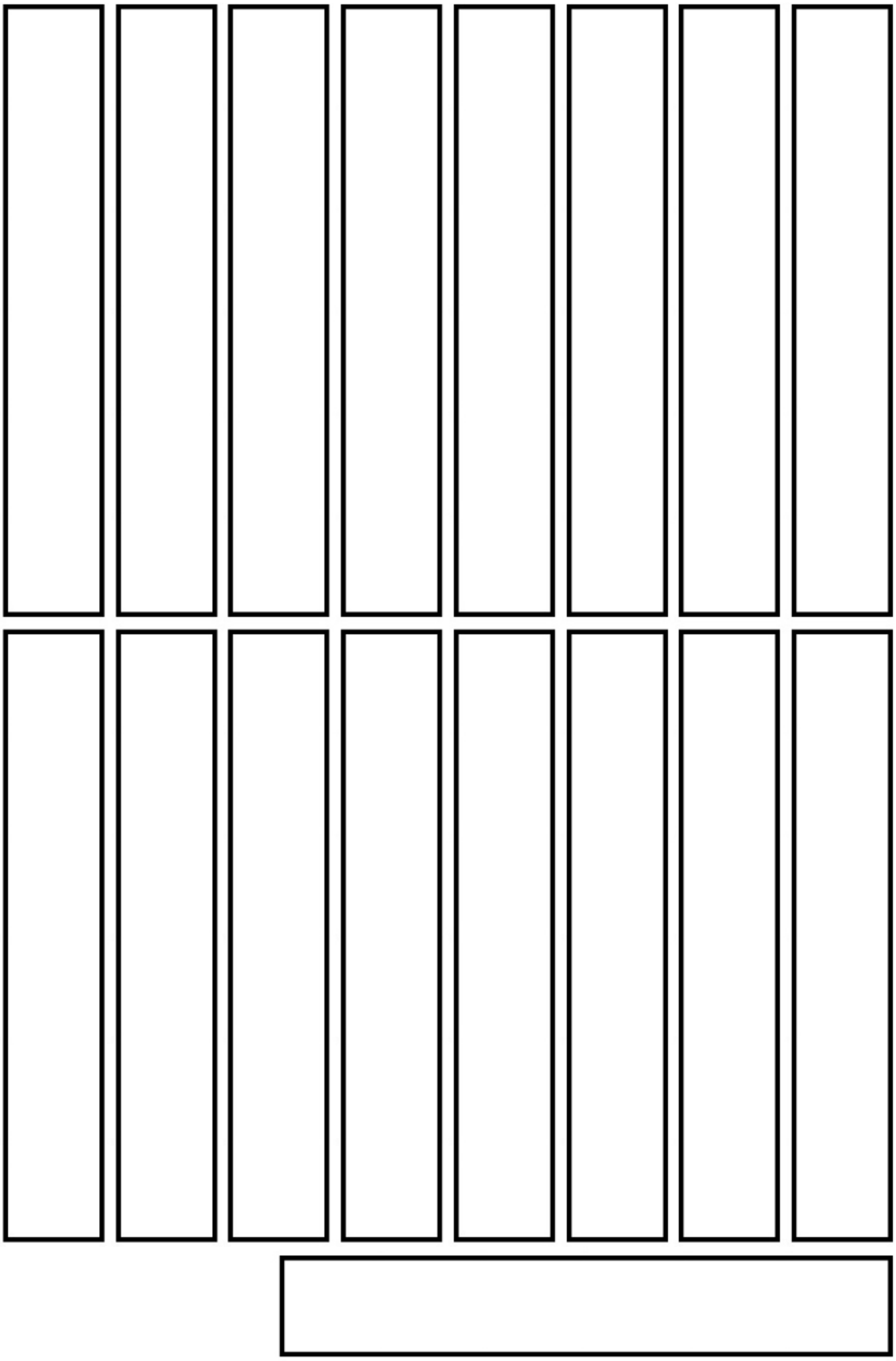
Segmento de reta azul:



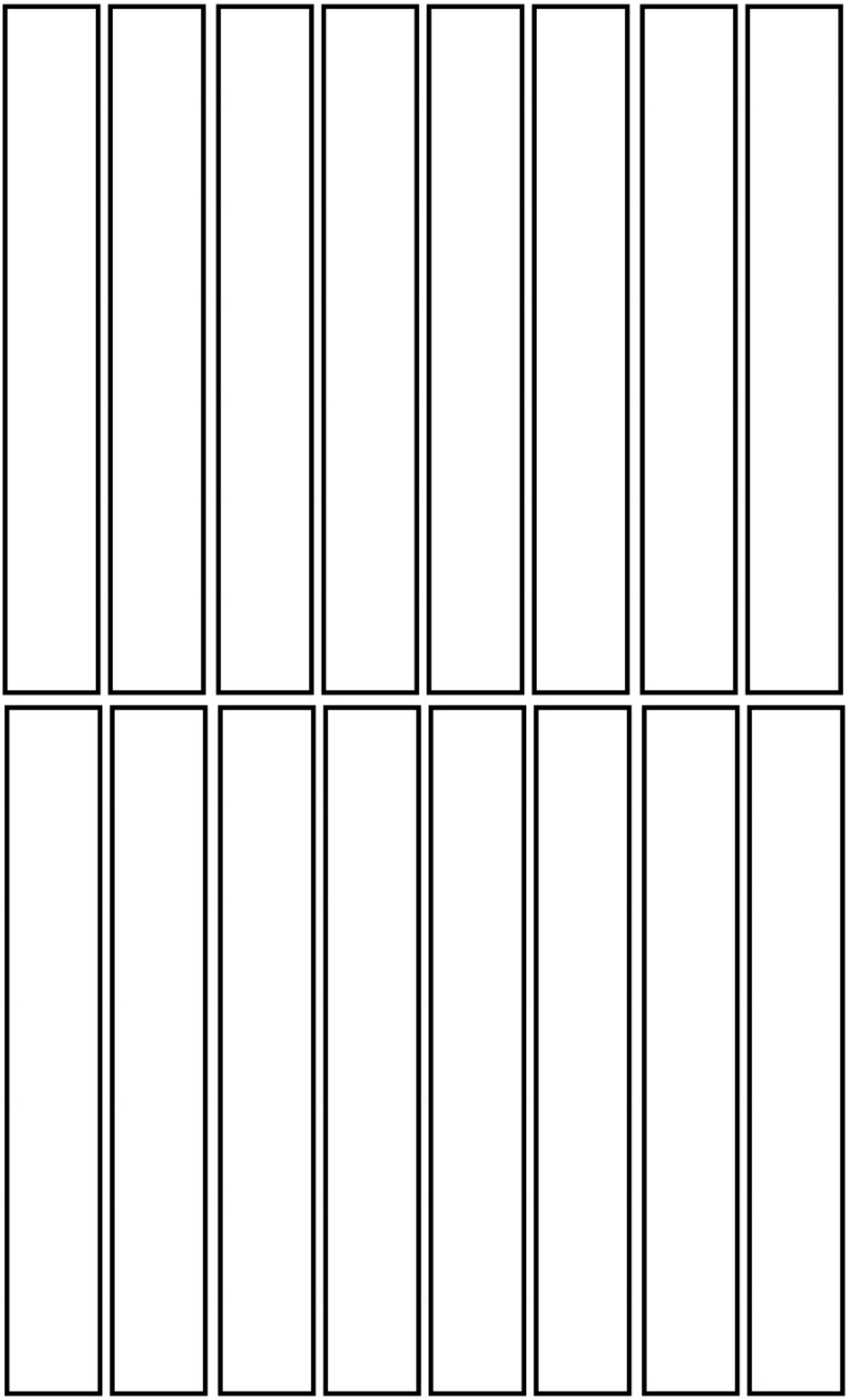
Segmento de reta vermelho:



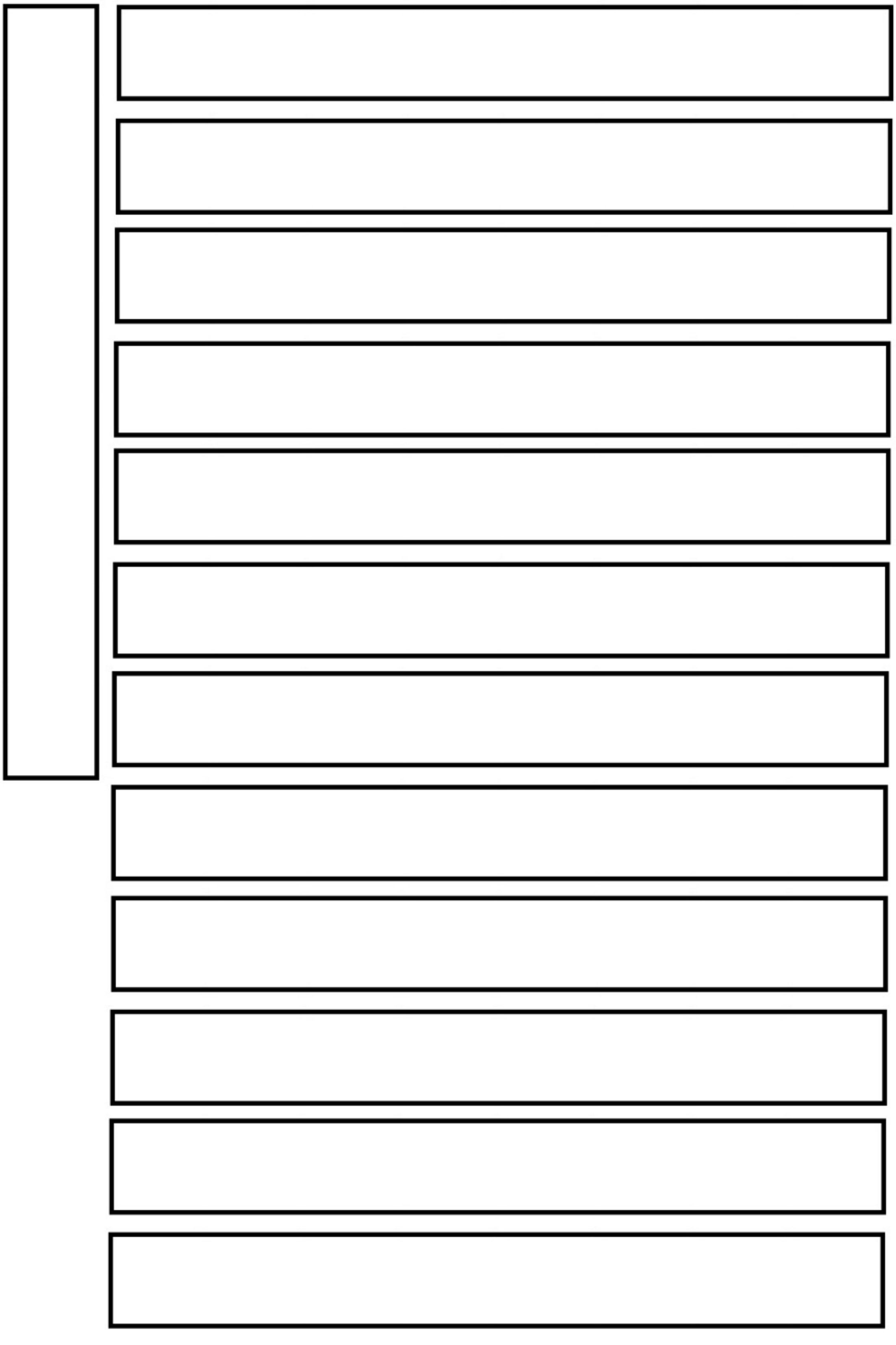
Segmento de reta amarelo:



Segmento de reta verde:



Segmento de reta roxo:

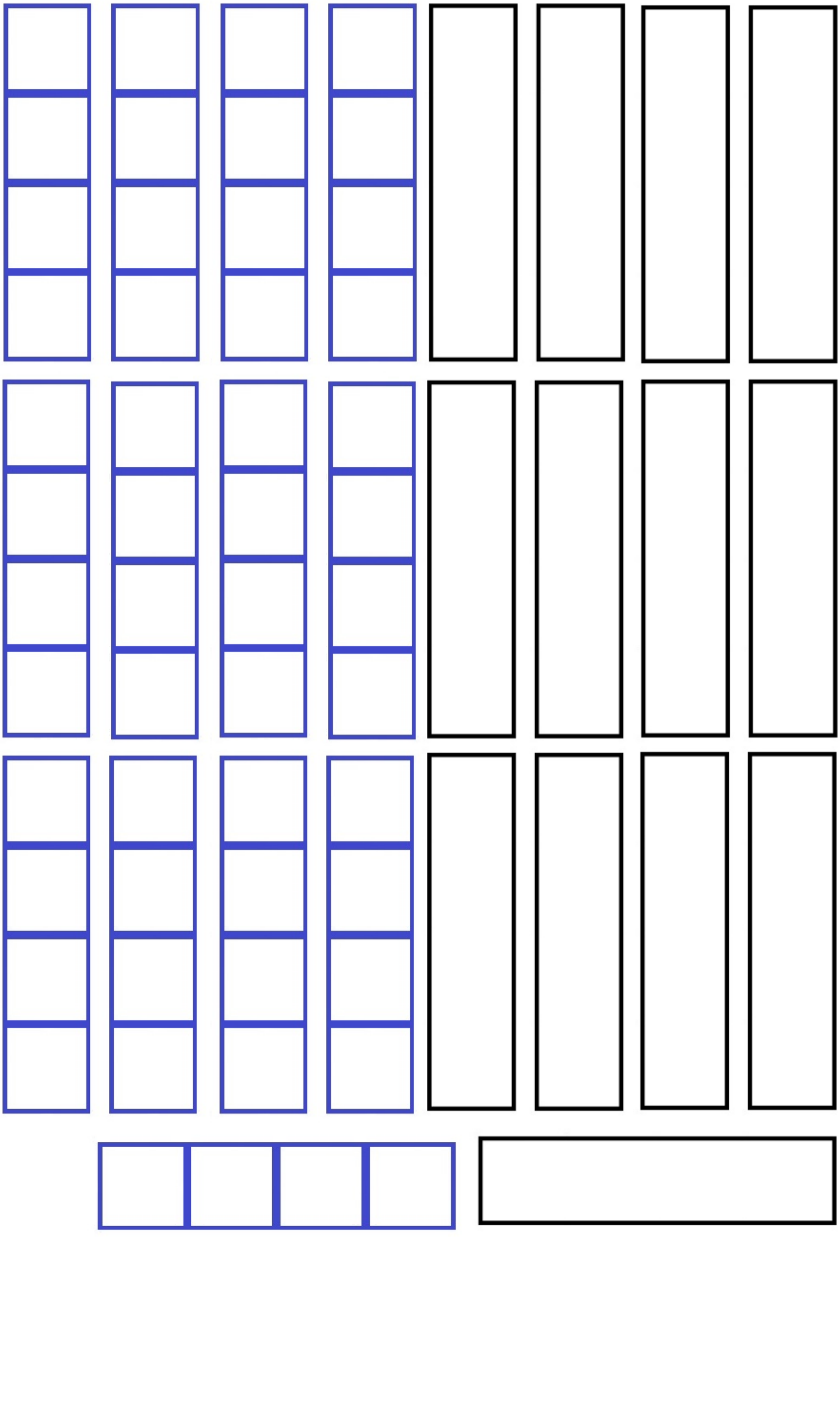


APÊNDICE B – Explorando a multiplicação no campo da geometria com segmentos de reta.

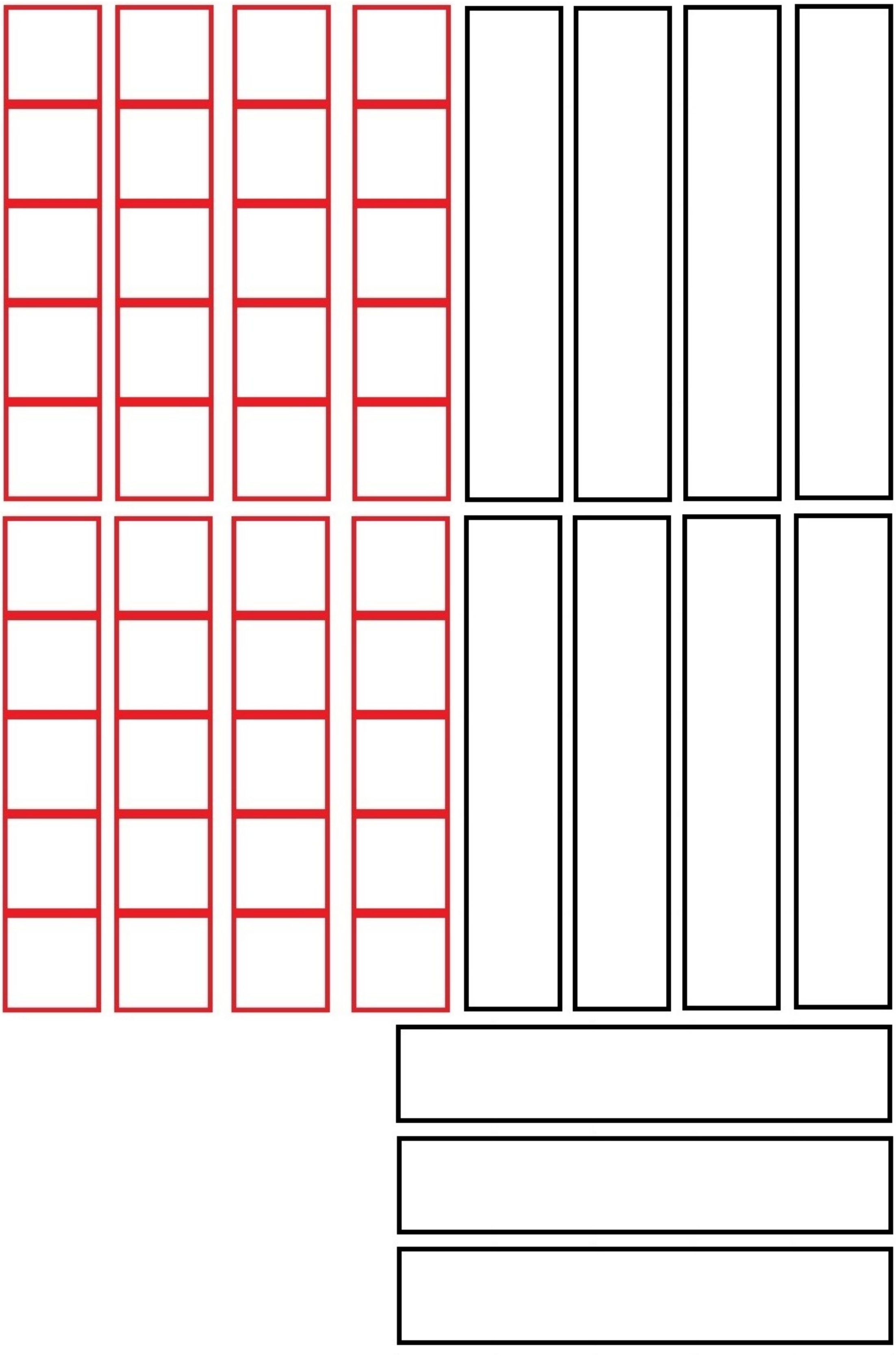
Cada grupo de alunos recebeu dois segmentos de reta de cores distintas, sendo proposta, a partir desses objetos, a realização da operação de multiplicação.

Os segmentos de reta lineares foram confeccionados em papel cartão colorido, enquanto os segmentos particionados utilizaram papel cartão branco. Todos os segmentos foram cortados com o auxílio de uma guilhotina, a fim de garantir precisão no acabamento.

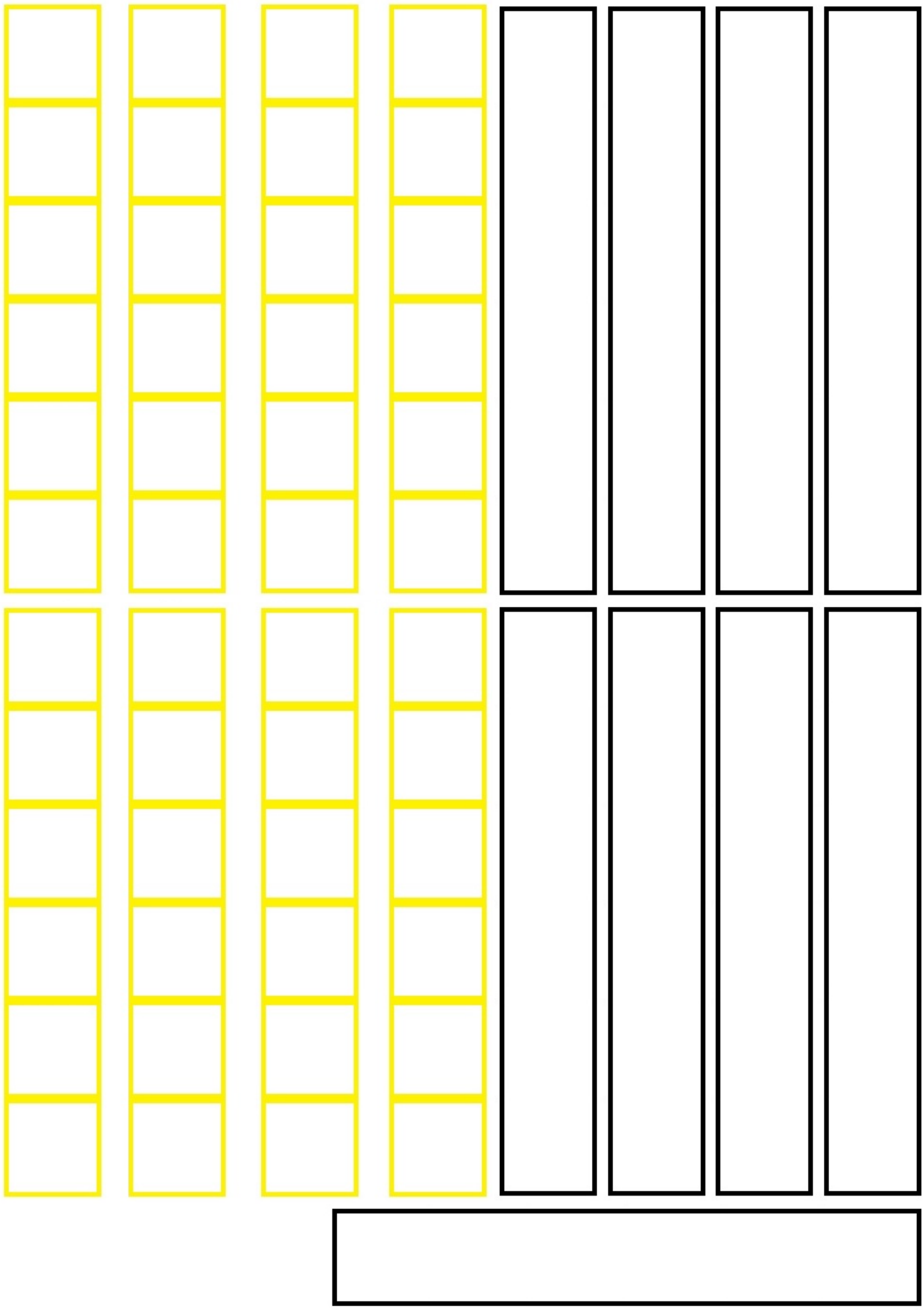
Segmento de reta linear e particionado azul:



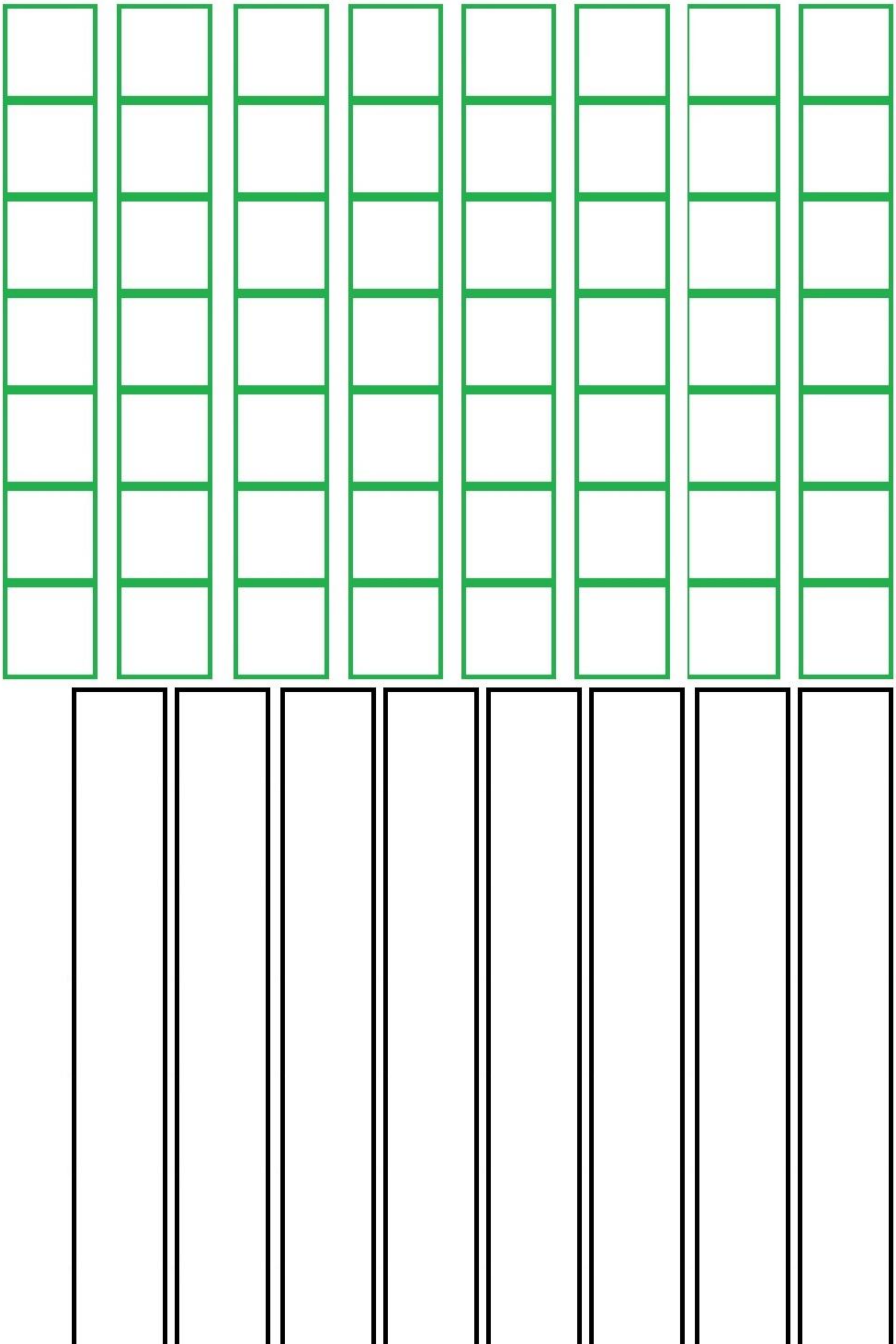
Segmento de reta linear e particionado vermelho:



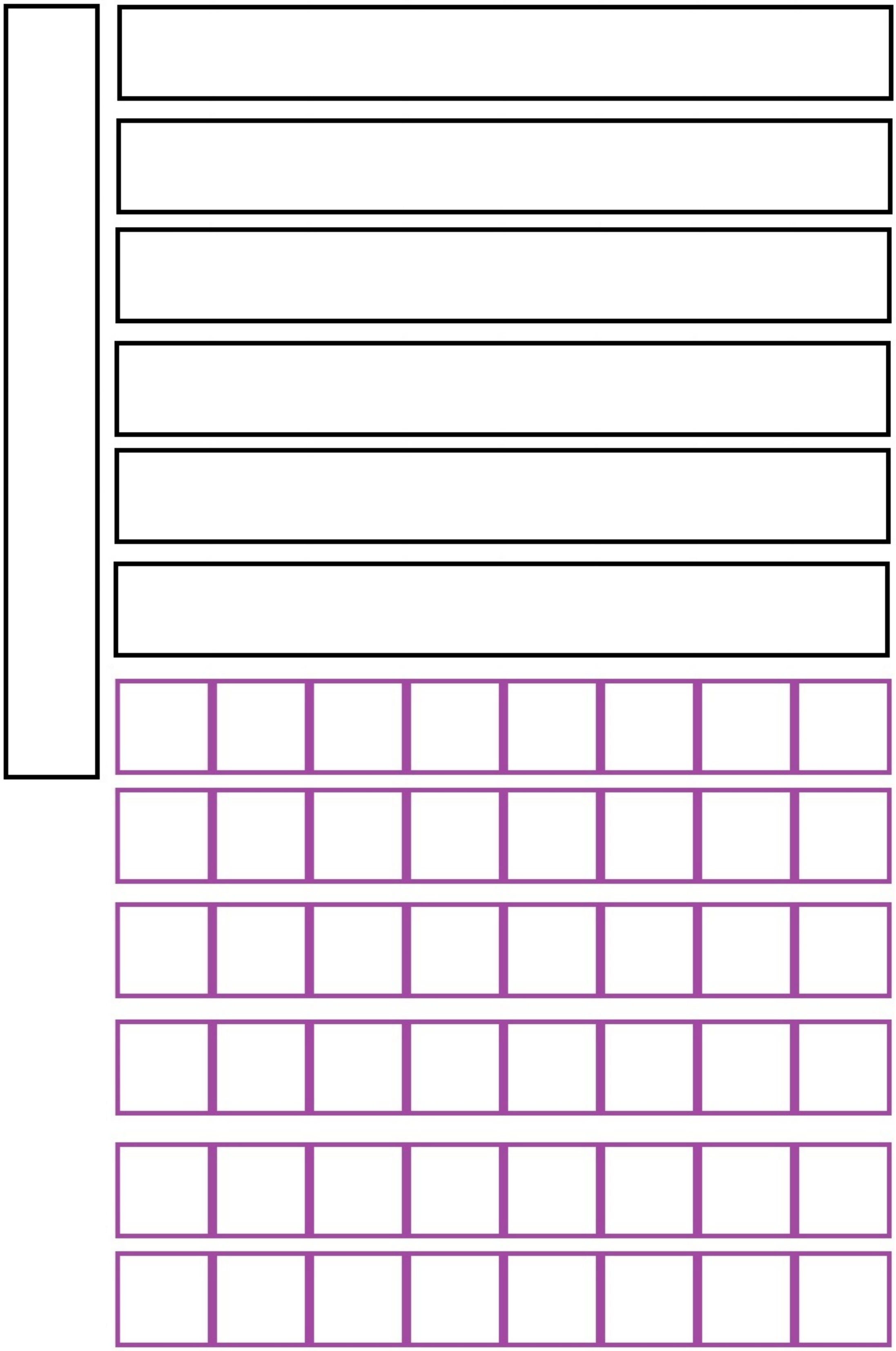
Segmento de reta linear e particionado amarelo:



Segmento de reta linear e particionado verde:



Segmento de reta linear e particionado roxo:

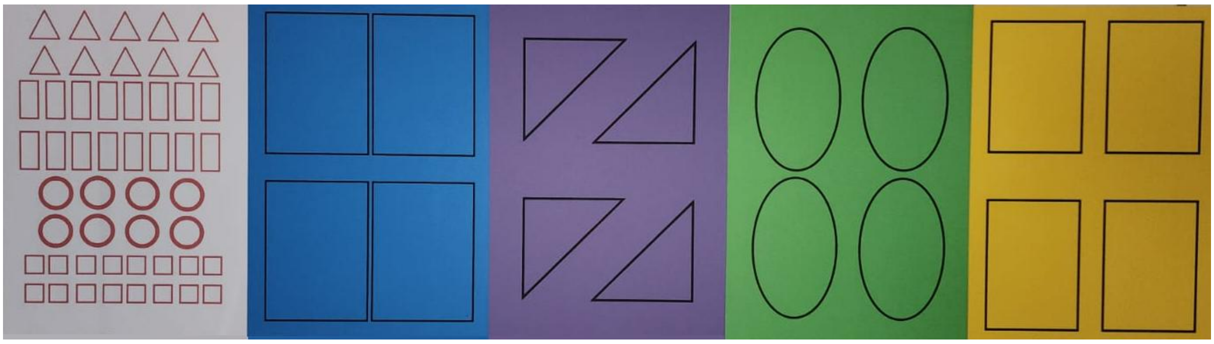


O retângulo articulado foi montado a partir de segmentos de reta (lineares e particionados). As peças foram encapadas com papel Contact, com o objetivo de aumentar a durabilidade do material. Além disso, utilizamos percevejos coloridos e pequenos pedaços de borracha como parte do processo de montagem.

A construção ocorreu da seguinte maneira: inicialmente, selecionamos um segmento para servir como base; em seguida, posicionamos peças de outro segmento perpendicularmente sobre essa base, formando ângulos de 90 graus, e fixamos as conexões com percevejos. Posteriormente, utilizamos um segmento semelhante ao da base para fechar a parte superior da estrutura. Por fim, os pedaços de borracha foram utilizados para cobrir as pontas dos percevejos, com a intenção de evitar acidentes.

APÊNDICE C – Explorando a ideia de medir áreas com diferentes formatos.

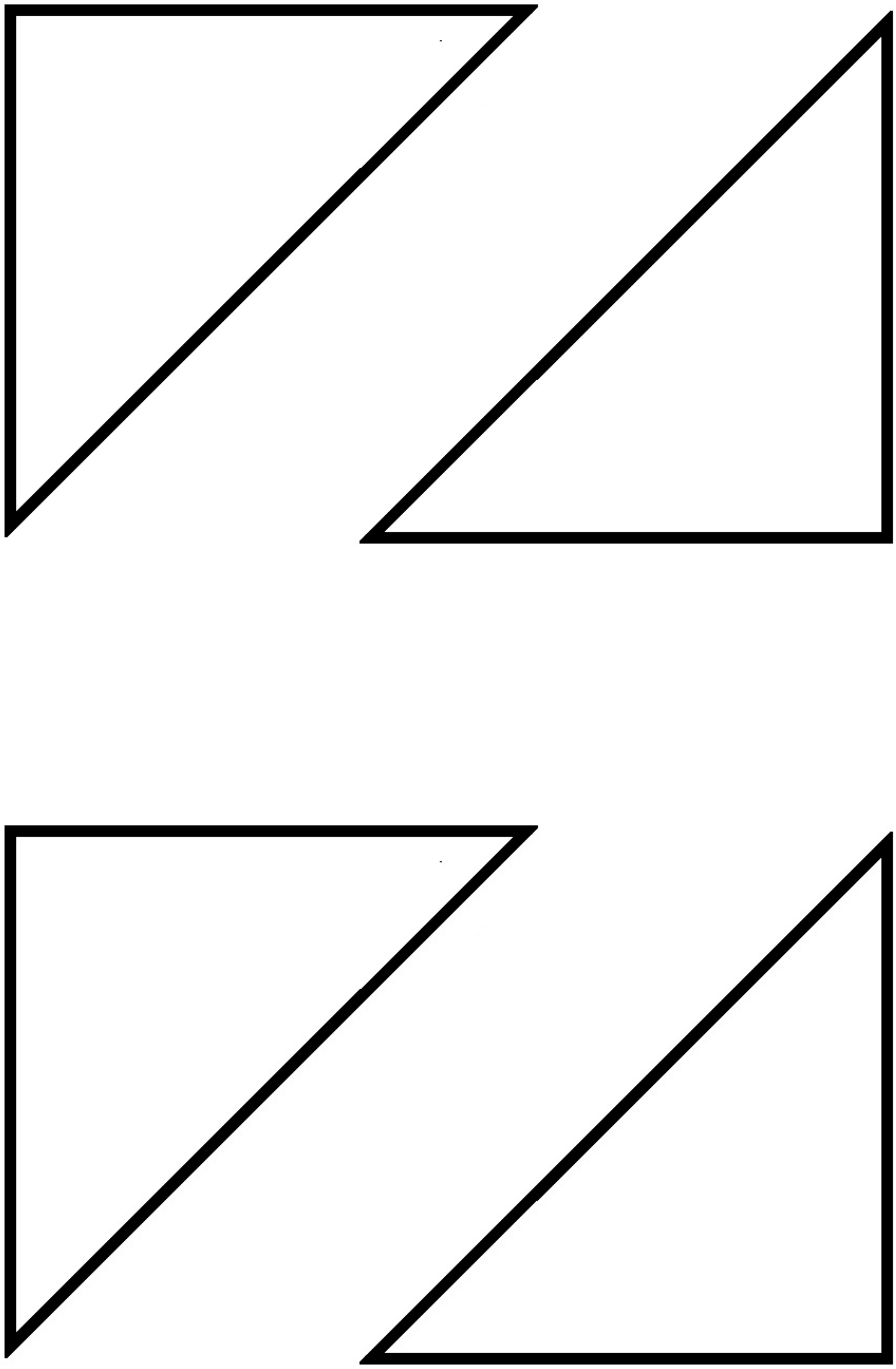
Cada grupo de alunos recebeu diferentes formatos de áreas maiores, que deveriam ser mensuradas, bem como distintos formatos de áreas menores, que deveriam ser utilizados como unidades de medida.



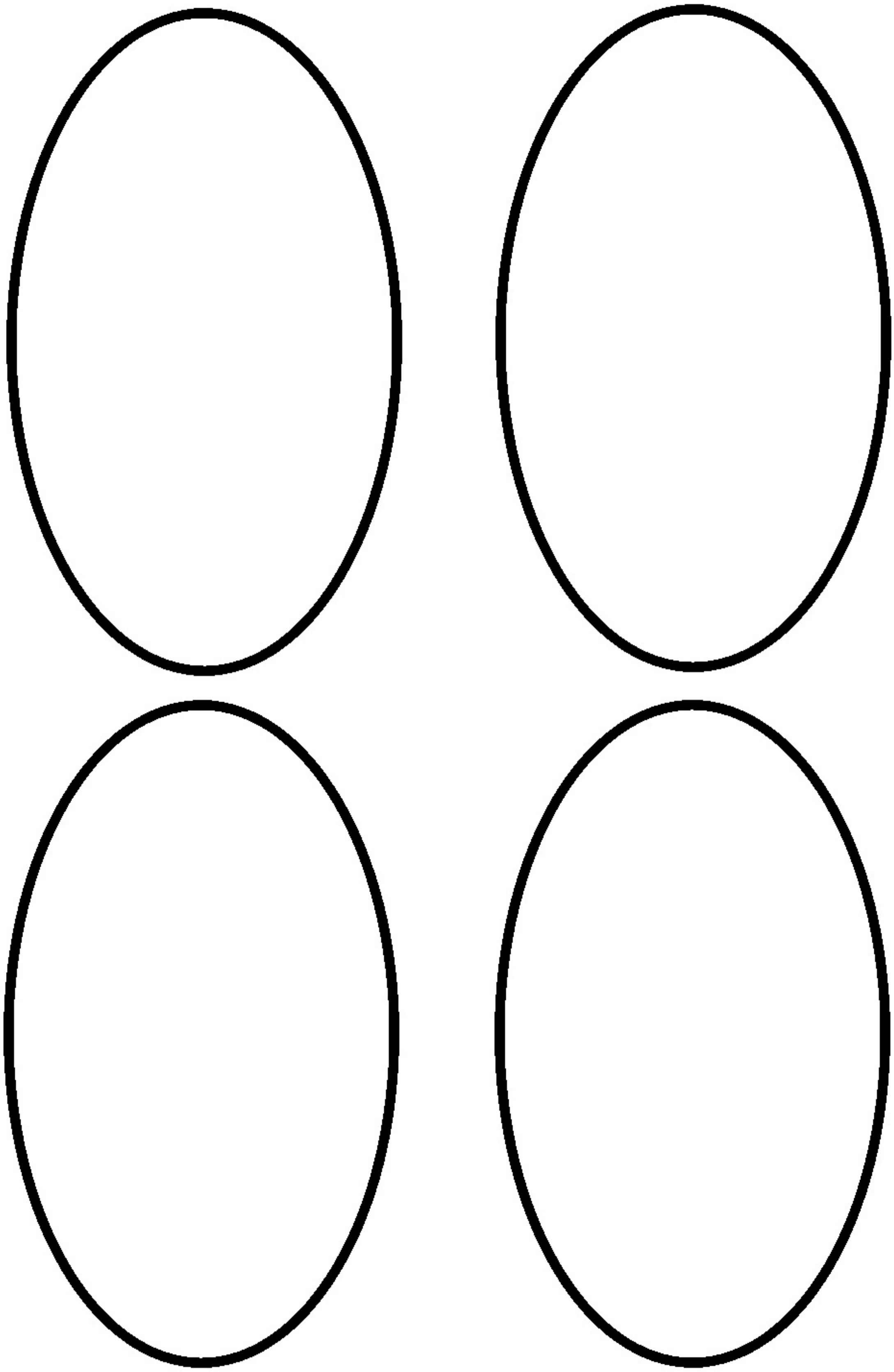
As figuras correspondentes às áreas maiores foram confeccionadas em papel cartão colorido, enquanto as menores foram produzidas em papel cartão branco.

Áreas retangulares:

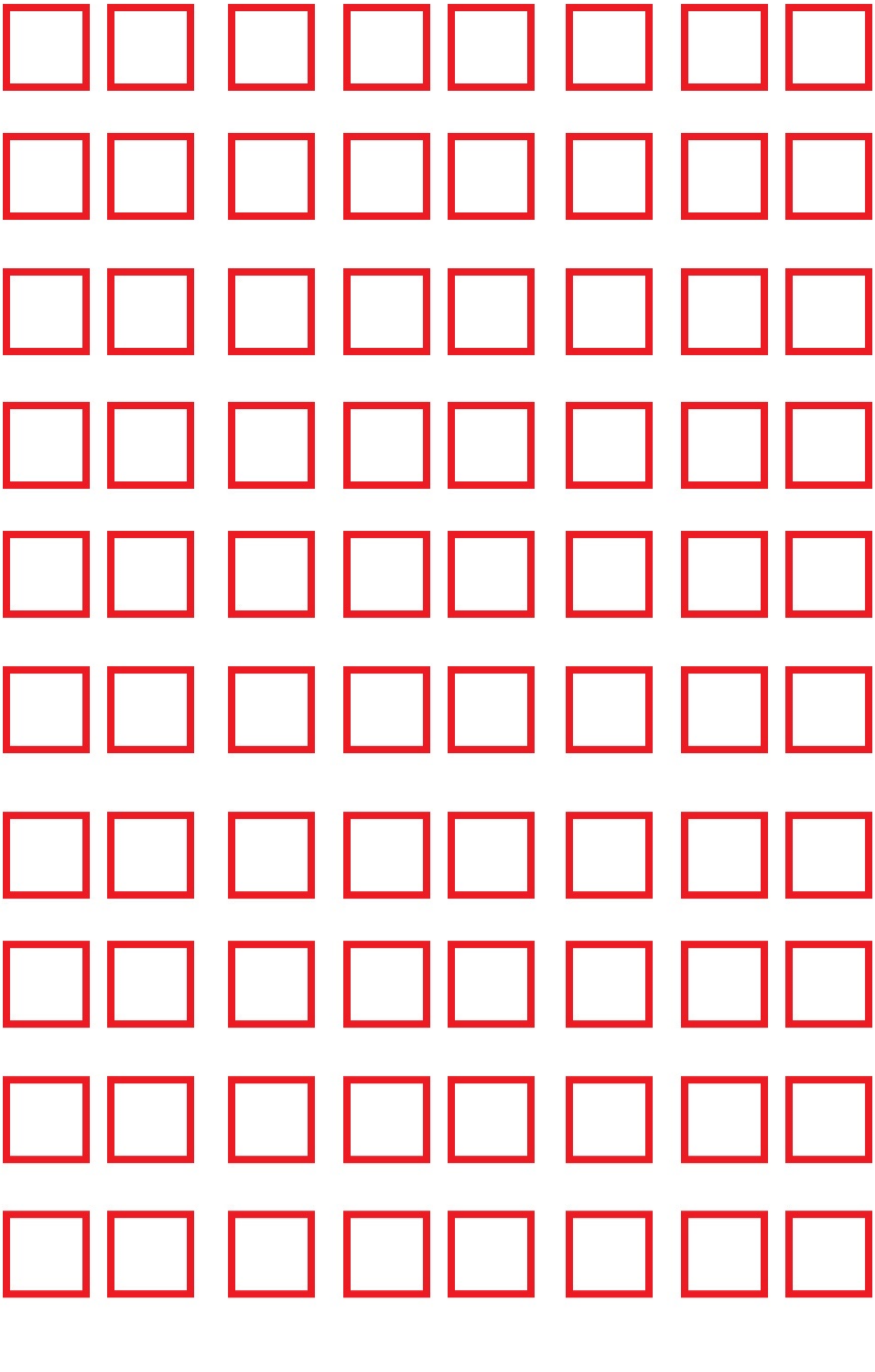
Áreas triangulares:



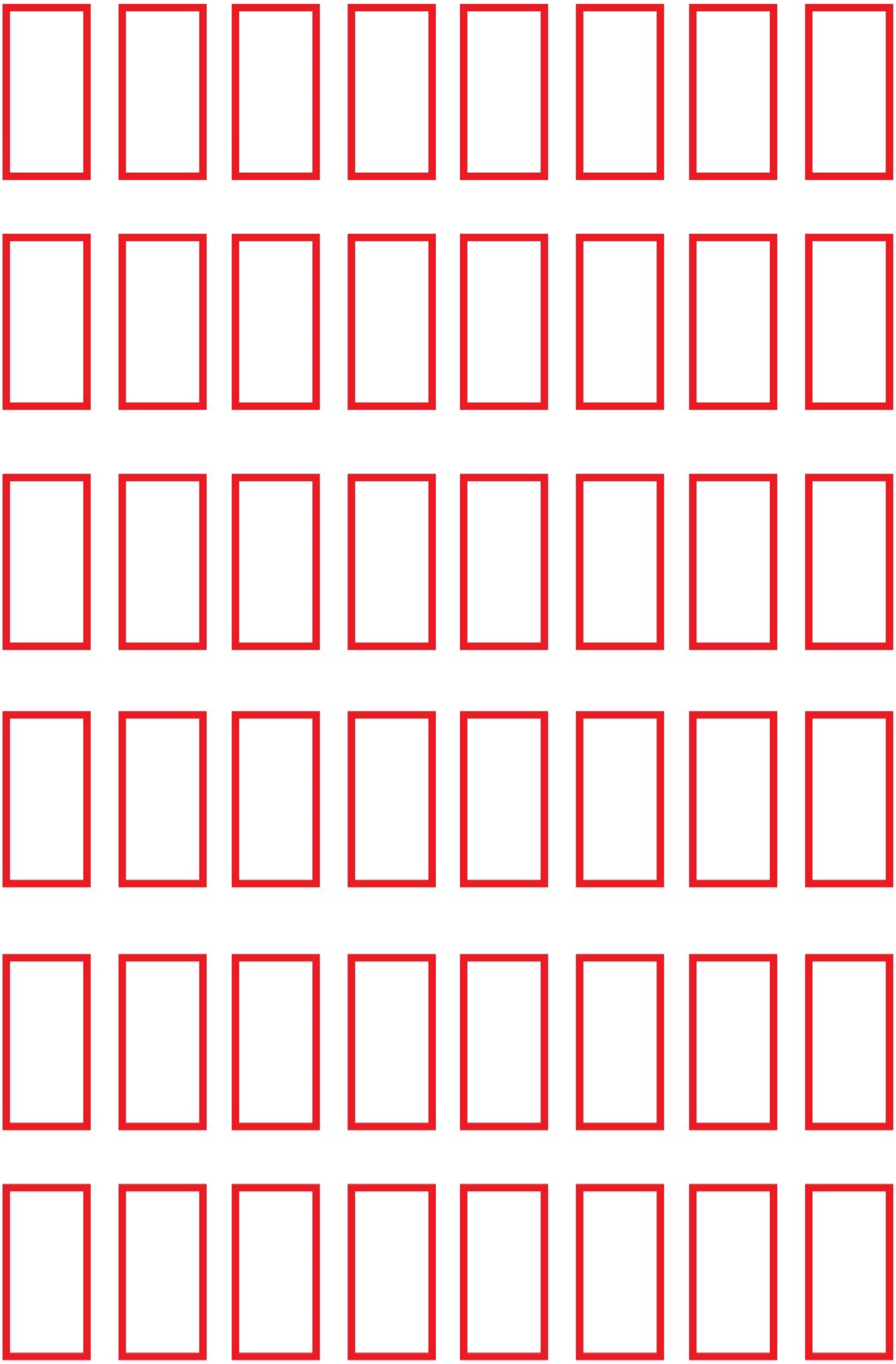
Áreas elípticas:



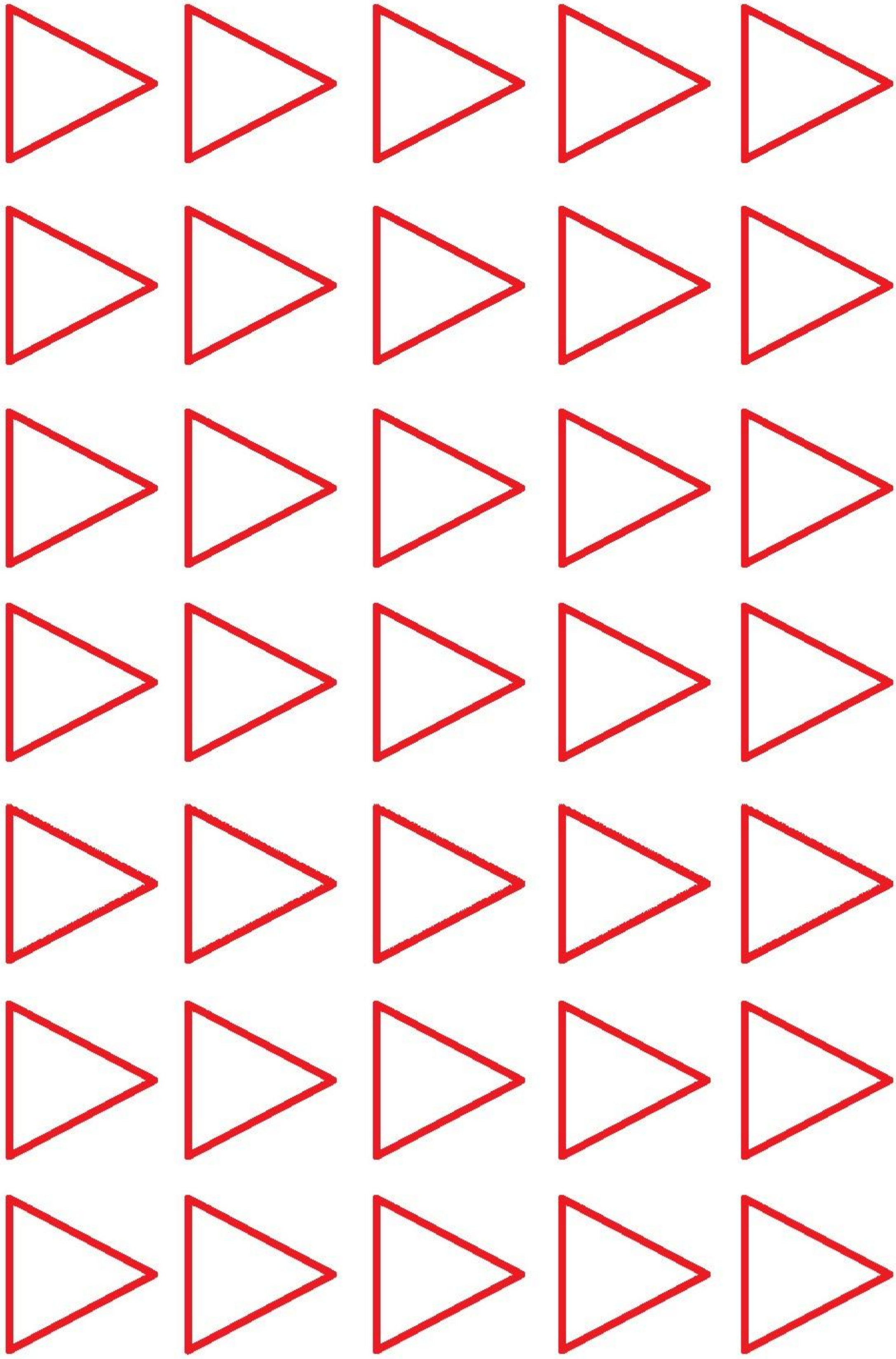
Pequenos quadrados para medição:



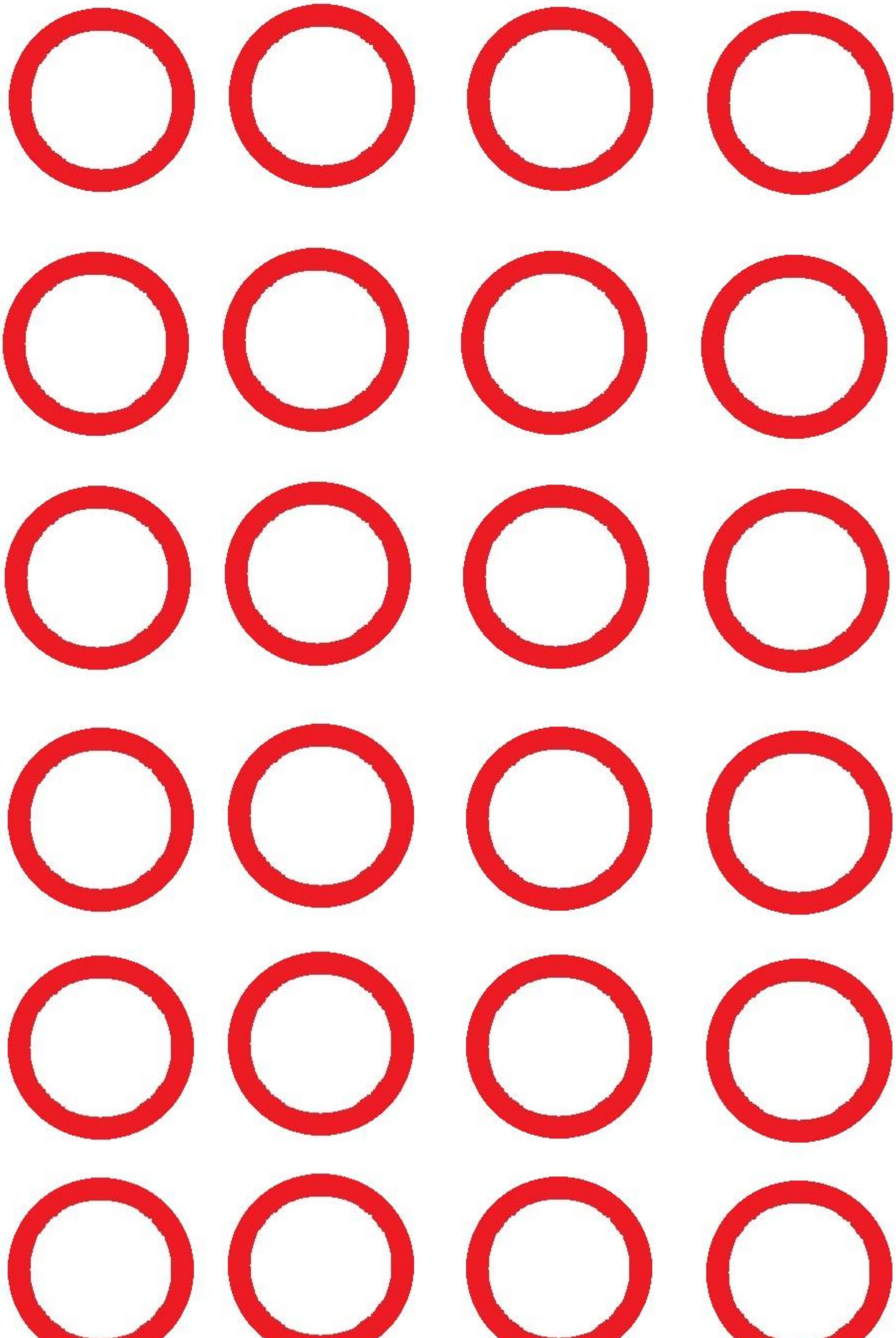
Pequenos retângulos para medição:



Pequenos triângulos para medição:

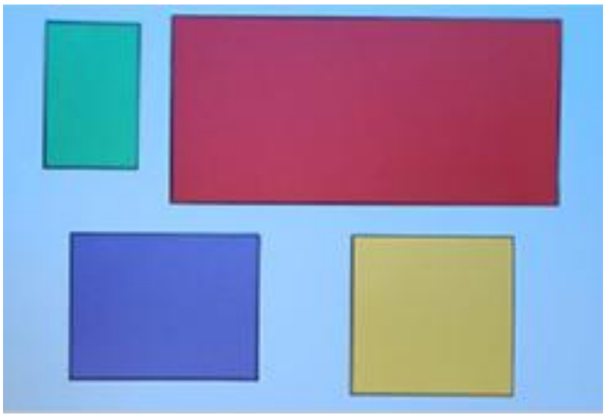


Pequenos círculos para medição:



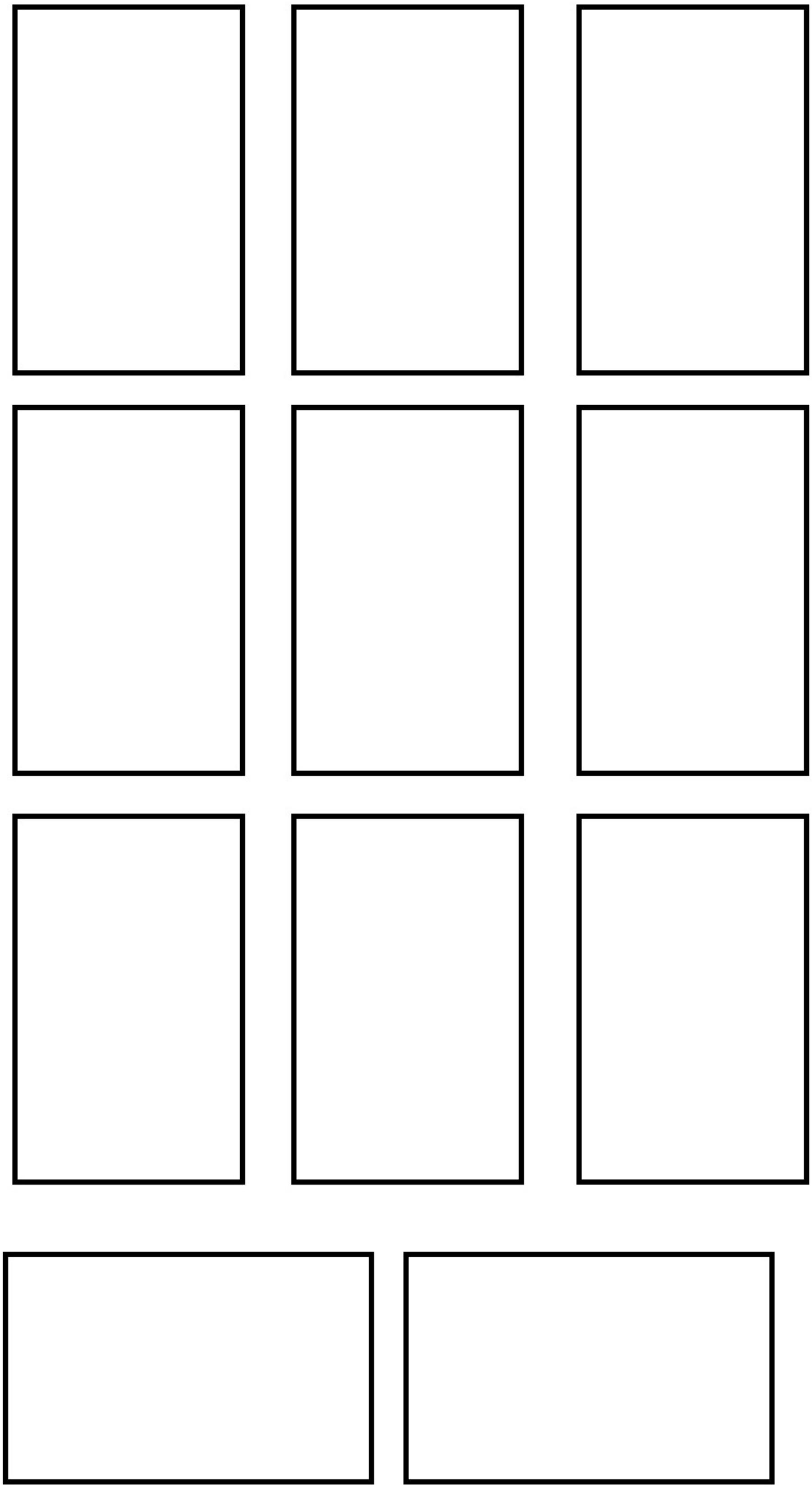
APÊNDICE D – Comparados áreas de polígonos.

Inicialmente, cada grupo recebeu quatro retângulos e foi solicitado que os organizassem em ordem crescente de área, justificando o critério adotado para o ordenamento. Em um segundo momento, os estudantes receberam diferentes polígonos, nos quais deveriam aplicar as fórmulas de cálculo de área e explorar as transformações decorrentes dessas aplicações.

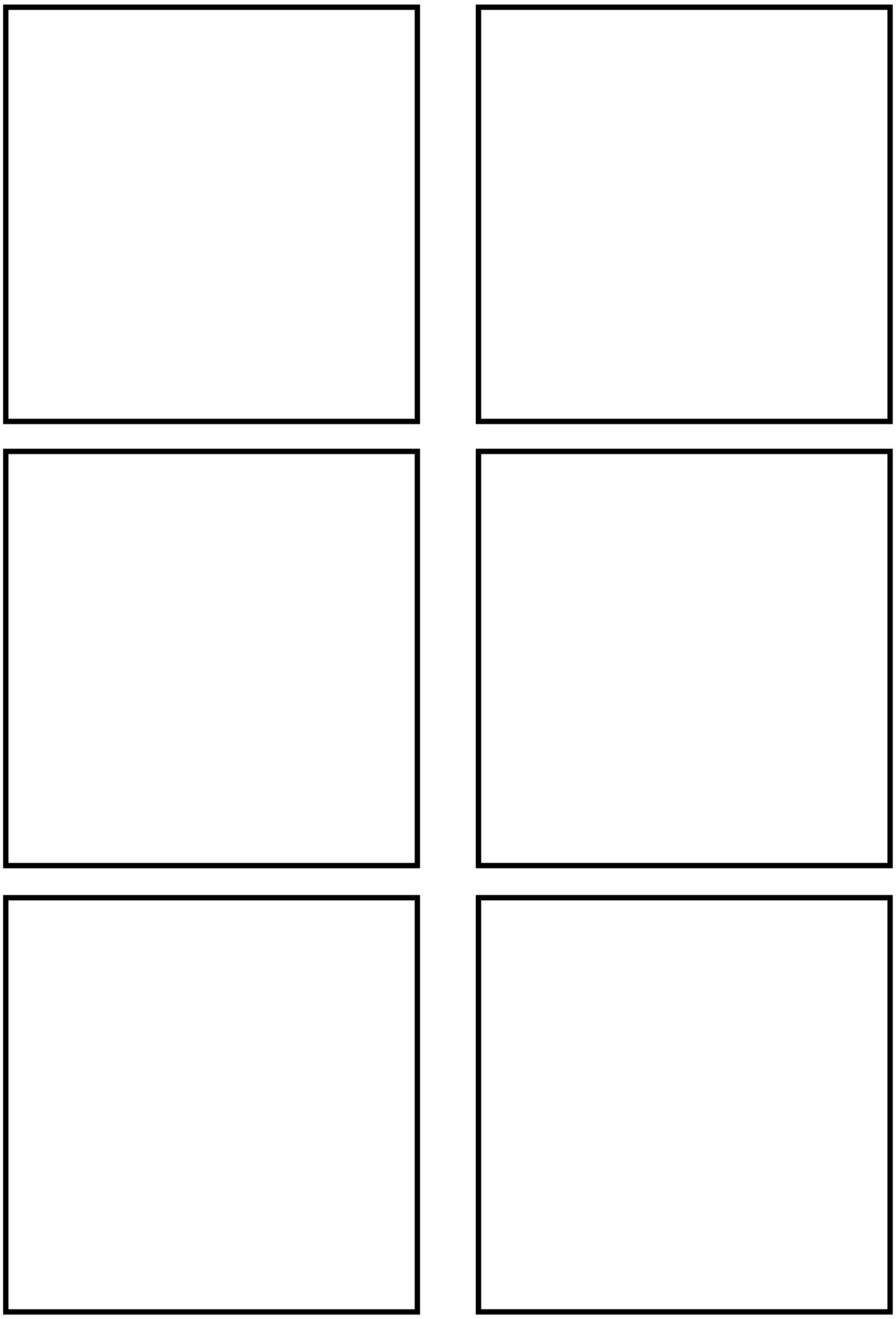


Os polígonos foram confeccionados em papel cartão colorido.

Retângulo verde:



Retângulo amarelo:

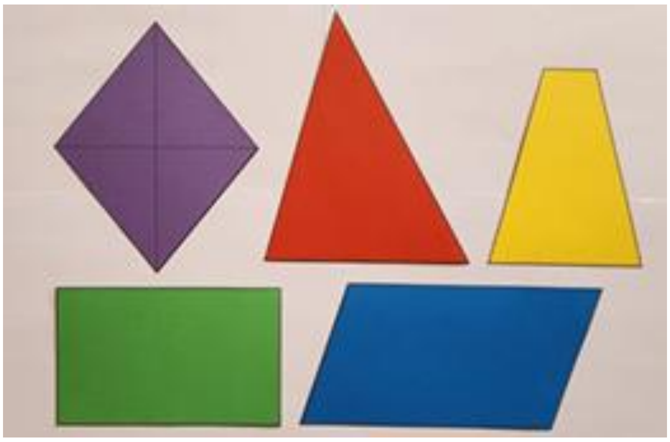


Retângulo roxo:

Retângulo vermelho:

APÊNDICE E – Transformação geométrica de polígonos.

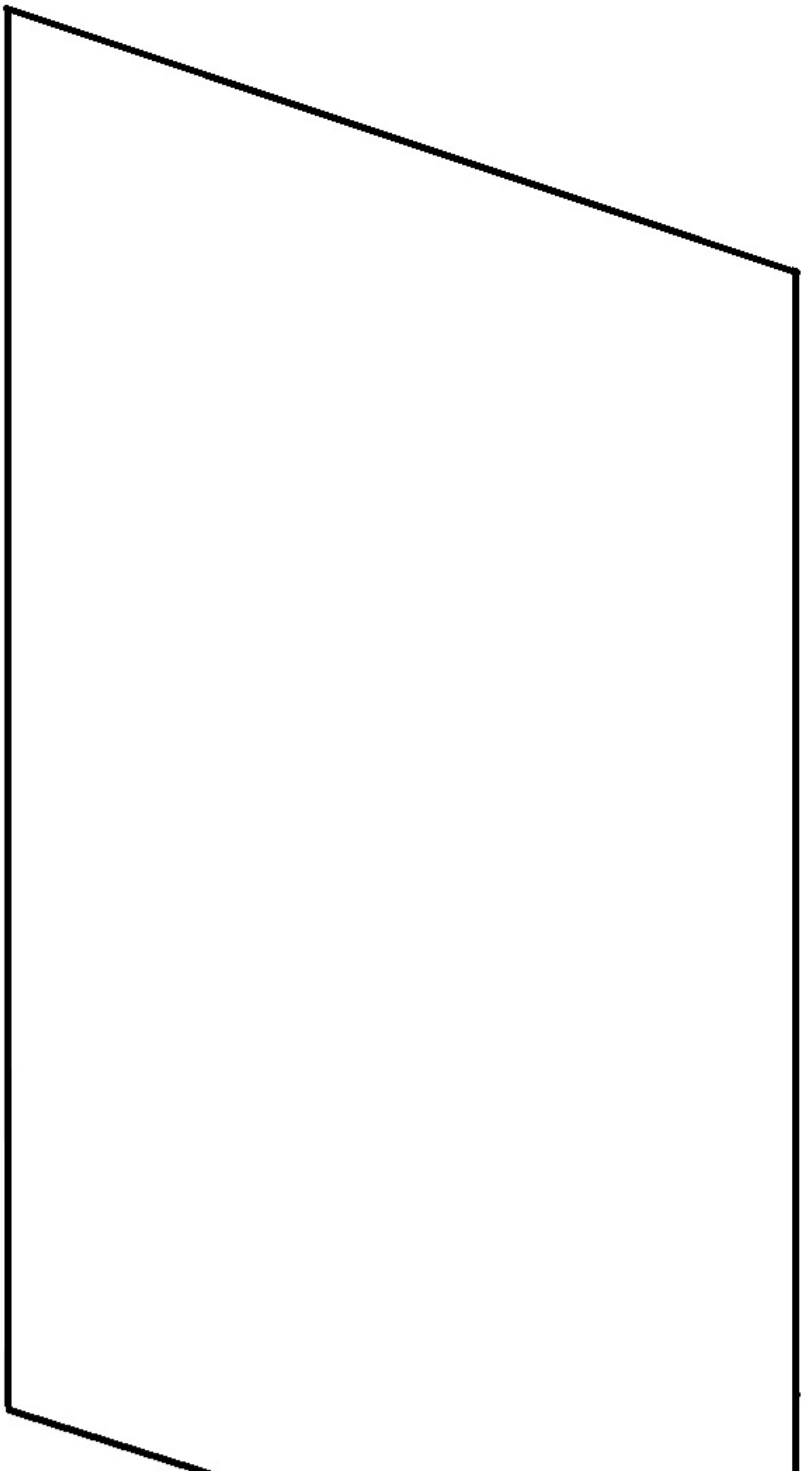
Cada grupo recebeu várias unidades de cada polígono, justamente para que pudessem explorar, observar, cortar, remontar e, se desejassem, repetir o processo sempre que julgassem necessário.



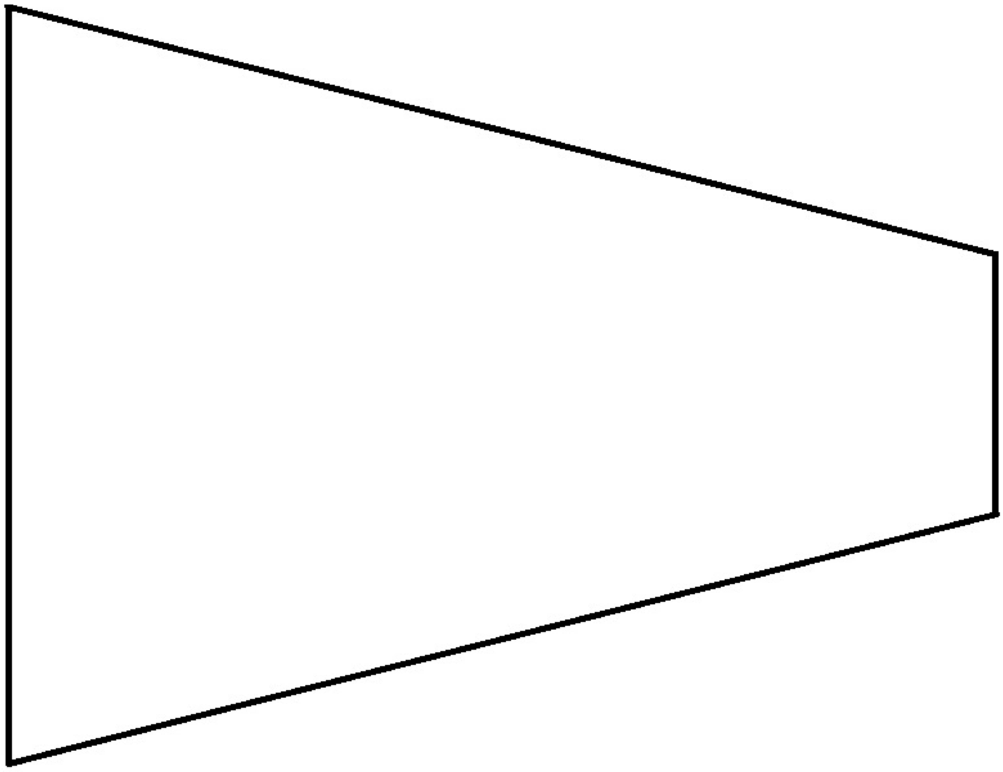
Os polígonos foram confeccionados em papel cartão colorido.

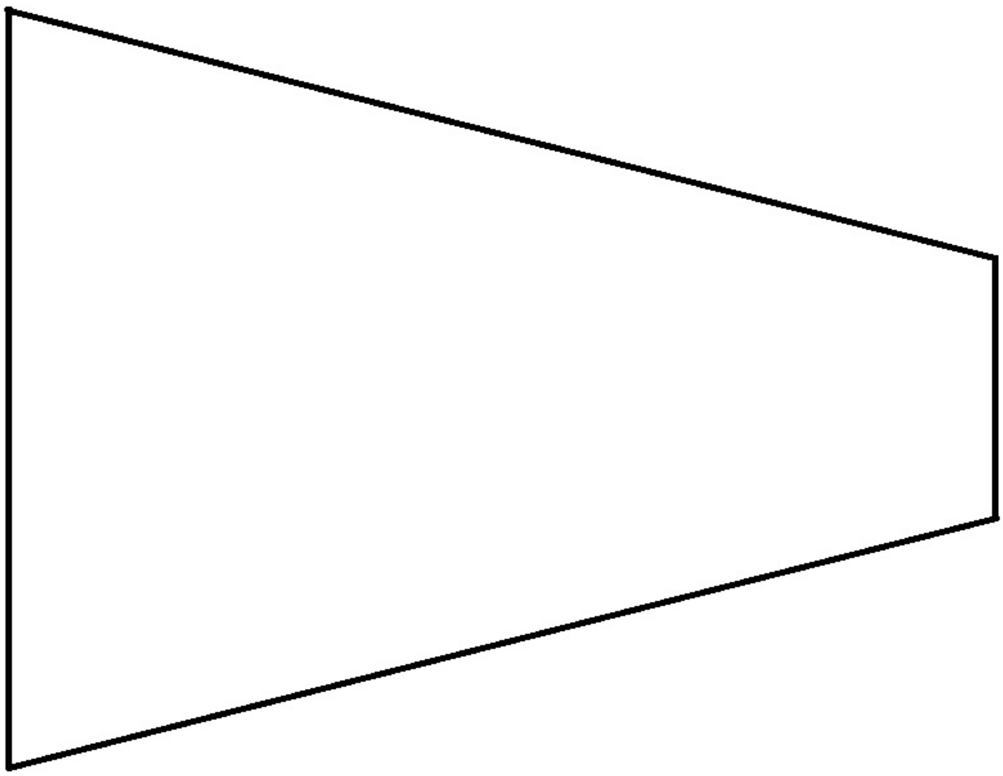
Retângulo verde:

Paralelogramo azul:

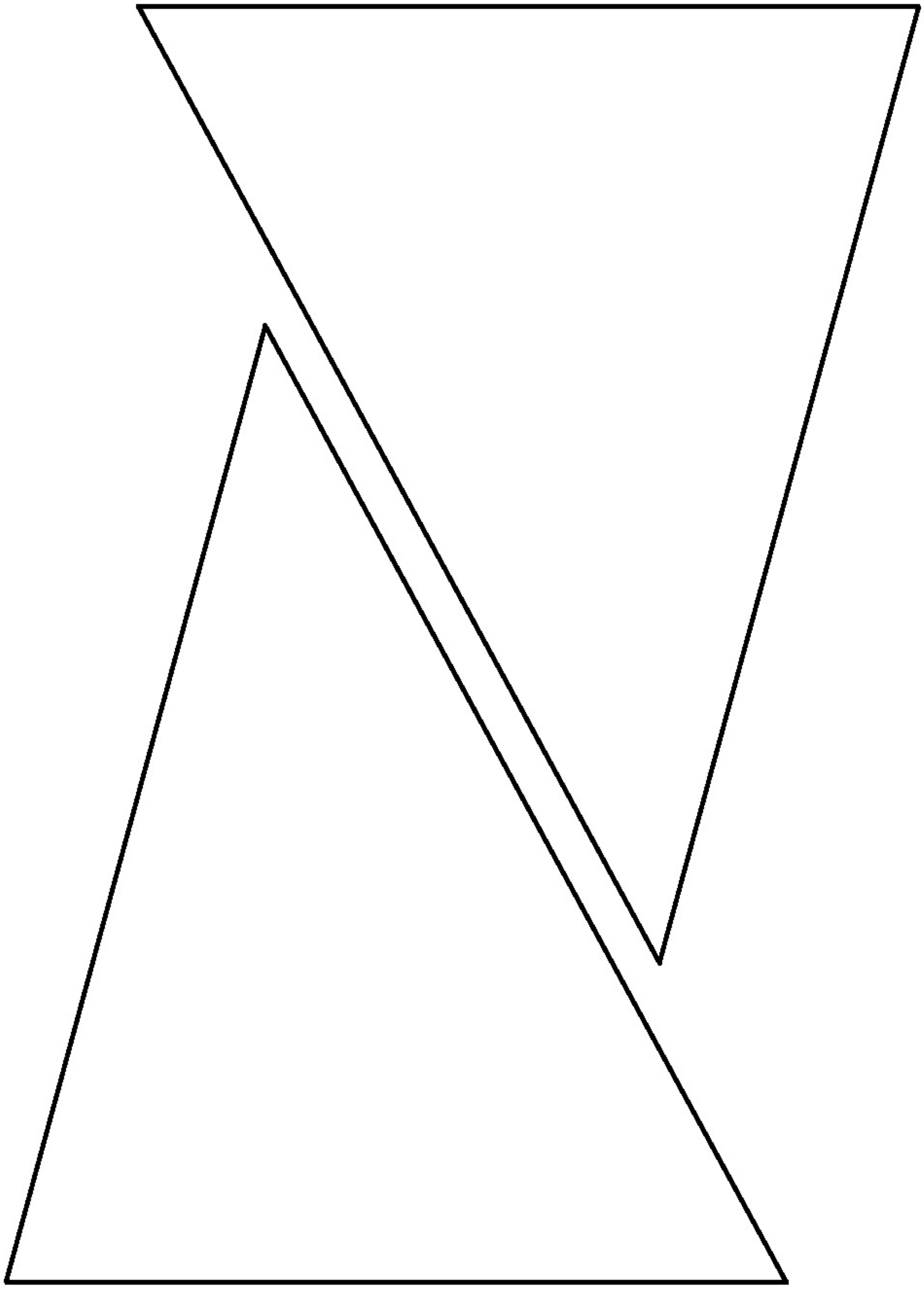


Trapézio amarelo:





Triângulo vermelho:



Losango roxo: