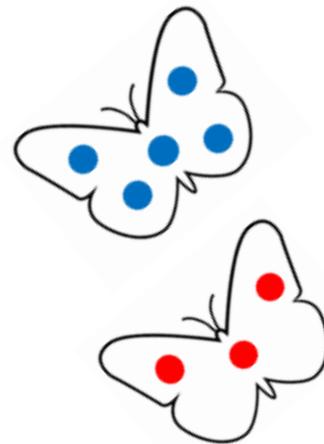
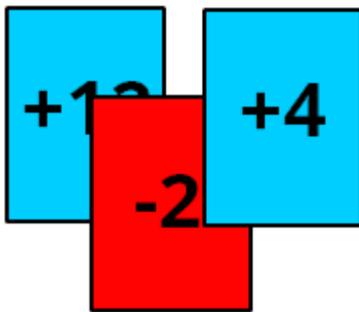


# Produto Educacional

## Operando números inteiros com recursos lúdicos e manipulativos



HIGOR SOARES DO AMPARO

WANDERLEY MOURA REZENDE



Niterói – AGOSTO/2025

## ILUSTRAÇÕES

### FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Adição $(+2) + (+5)$ .....	16
<b>Figura 2</b> – Adição $(+2) + (-5)$ .....	16
<b>Figura 3</b> – Adição $(-2) + (+5)$ .....	17
<b>Figura 4</b> – Adição $(-2) + (-5)$ .....	17
<b>Figura 5</b> – Tabuleiro e cartas jogo das borboletas.....	24
<b>Figura 6</b> – Jogo das borboletas – exemplo 1.....	28
<b>Figura 7</b> – Jogo das borboletas – exemplo 1.1.....	29
<b>Figura 8</b> – Jogo das borboletas – exemplo 2.....	30
<b>Figura 9</b> – Jogo das borboletas – exemplo 3.....	31
<b>Figura 10</b> – Multiplicação com as fichas – letra a.....	34
<b>Figura 11</b> – Multiplicação com as fichas – letra b.....	34
<b>Figura 12</b> – Multiplicação com as fichas – letra c.....	35
<b>Figura 13</b> – Multiplicação com as fichas – letra d.....	35
<b>Figura 14</b> – Exemplo 1 – Circuito Multiplicativo.....	42
<b>Figura 15</b> – Exemplo 2 – Circuito Multiplicativo.....	43
<b>Figura 16</b> – Exemplo 3 – Circuito Multiplicativo.....	44
<b>Figura 17</b> – Exemplo 4 – Circuito Multiplicativo.....	45
<b>Figura 18</b> – Divisão – Resolução – Parte 1.....	49
<b>Figura 19</b> – Divisão – Resolução – Parte 2.....	49
<b>Figura 20</b> – Divisão – Resolução – Parte 3.....	50
<b>Figura 21</b> – Divisão – Resolução – Parte 4.....	50

### QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Sugestões de representações – item a.....	9
<b>Quadro 2</b> – Sugestões de representações – item b.....	10
<b>Quadro 3</b> – Sugestões de representações – item c.....	11
<b>Quadro 4</b> – Sugestões de representações – item d.....	11
<b>Quadro 5</b> – Sugestões de representações – item e.....	12
<b>Quadro 6</b> – Representação algébrica de $(+2) - (+5)$ .....	18
<b>Quadro 7</b> – Representação algébrica de $(+5) - (-2)$ .....	20
<b>Quadro 8</b> – Representação algébrica de $(+2) - (-5)$ .....	20
<b>Quadro 9</b> – Representação algébrica de $(-2) - (+5)$ .....	21
<b>Quadro 10</b> – Representação algébrica de $(-2) - (-5)$ .....	22

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	4
1 RODA DE CONVERSA .....	6
1.1 Descrição da atividade .....	6
1.2 A atividade .....	6
1.3 Conversando com o professor .....	7
2 REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS COM FICHAS COLORIDAS .....	8
2.1 Descrição da atividade .....	8
2.2 A atividade .....	8
2.3 Conversando com o professor .....	9
3 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM AS FICHAS COLORIDAS .....	13
3.1 Descrição da atividade .....	13
3.2 A atividade .....	13
3.3 Conversando com o professor .....	15
3.3.1 Adição de números inteiros utilizando as fichas coloridas .....	16
3.3.2 Subtração de números inteiros utilizando as fichas coloridas .....	17
4 O JOGO DAS BORBOLETAS .....	24
4.1 Descrição da atividade .....	24
4.2 Conhecendo o jogo .....	25
4.3 A atividade .....	26
4.4 Conversando com o professor .....	28
5 MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS .....	32
5.1 Descrição da atividade .....	32
5.2 A atividade .....	33
5.3 Conversando com o professor .....	33
6 CIRCUITO MULTIPLICATIVO .....	36
6.1 Descrição da atividade .....	36
6.2 A atividade .....	37
6.3 Conversando com o professor .....	41
7 DIVISÃO DE NÚMEROS INTEIROS .....	47
7.1 Descrição da atividade .....	47
7.2 A atividade .....	47
7.3 Conversando com o professor .....	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	51

## Introdução

Os números fazem parte do nosso cotidiano de diversas formas. Desde cedo, estamos acostumados a lidar com os números naturais: contar objetos, marcar a idade, calcular valores e medir quantidades. No entanto, à medida que observamos situações mais complexas do dia a dia, percebemos que há momentos em que os números naturais não são suficientes.

Como representar uma temperatura abaixo de zero? Um saldo negativo no banco? Um time que perde pontos em um campeonato? Para compreender e resolver esses tipos de situações é necessário conhecer um novo conjunto numérico: os números inteiros, que incluem os números positivos, os negativos e o zero.

Este produto educacional, elaborado como uma proposta didática inspirada nos estudos apresentados na dissertação *“Menos vezes menos é mais”: dificuldades no ensino e na aprendizagem dos números inteiros relativos* (AMPARO, 2025), tem como objetivo apresentar os números inteiros de forma gradual, significativa e divertida. Por meio de materiais manipuláveis, jogos e atividades interativas, os alunos serão convidados a explorar os significados, aprender as regras de sinais e realizar operações básicas com números inteiros.

O objetivo é que os alunos compreendam os conceitos e desenvolvam estratégias de raciocínio para lidar com os desafios matemáticos de forma crítica e autônoma. O uso de jogos será um dos principais recursos para estimular o interesse, o engajamento e a aprendizagem colaborativa.

As atividades foram inicialmente planejadas para alunos do 7º ano do ensino fundamental, mas podem ser adaptadas para outras séries, conforme o julgamento do professor. Elas são eficazes tanto para revisão quanto para introdução de conteúdos, e podem beneficiar significativamente alunos em fases mais avançadas da aprendizagem.

Para utilizar este recurso de maneira eficiente, recomenda-se que o professor siga a seguinte sequência, articulando o uso dos diferentes materiais manipuláveis: cartum para introdução dos números inteiros, fichas coloridas para representar

números e operações, o jogo das borboletas para trabalhar adição e subtração, e o circuito multiplicativo para explorar a multiplicação de inteiros, além das cartas coloridas para a divisão.

A sequência está organizada nos seguintes capítulos:

1. Roda de Conversa
2. Representação dos Números Inteiros com as Fichas Coloridas
3. Adição e Subtração com as Fichas Coloridas
4. O Jogo das Borboletas
5. Multiplicação com Fichas Coloridas
6. Circuito Multiplicativo
7. Divisão de Números Inteiros

## 1. RODA DE CONVERSA

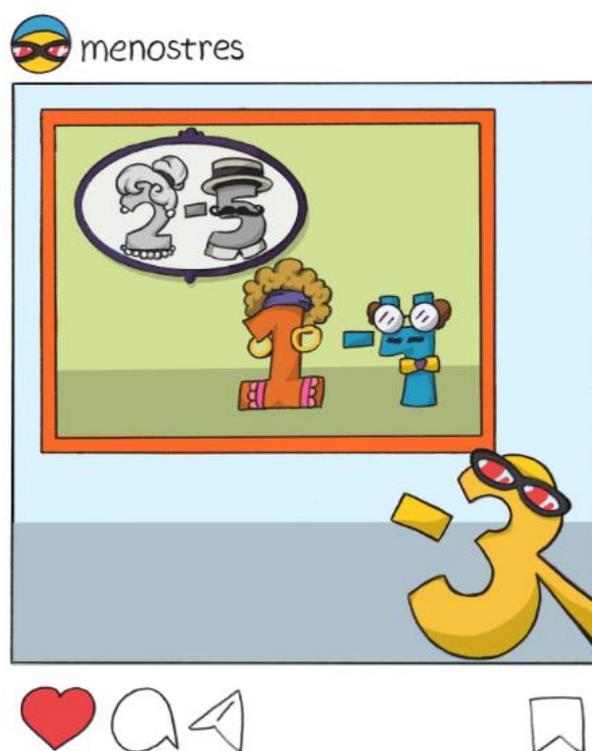
### 1.1 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em um cartum e em algumas perguntas para que se inicie uma roda de conversa, com base nos relatos dos alunos sobre o que entenderam através da observação do quadrinho.

**RECOMENDAÇÕES:** Com base na aplicação do material em sala de aula, é recomendado que seja aplicado em 1 tempo de aula (50 minutos).

### 1.2 A ATIVIDADE

**Atividade 1:** Observe o quadrinho a seguir:



Fonte: (HQEM, 2025)

Discuta com seu colega ao lado, ou com seu grupo, sobre o quadrinho e responda aos seguintes itens:

- a. Apresente outro casal que também faz parte dessa família.
- b. O que os casais dessa família têm em comum?
- c. Qual sobrenome você daria para essa família?

### 1.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Inicialmente sugerimos que explore algumas subtrações simples que resultem nos números naturais, por exemplo,  $5 - 2$  esperando que os alunos respondam o resultado correto que é 3. A seguir, indague a turma para a situação contrária de uma subtração utilizando os números naturais, de modo que inverta a ordem dos números, ou seja, quanto é  $2 - 5$ ?

Neste momento, apresente o quadrinho e abra um diálogo entre os alunos, pedindo para que expliquem o que entenderam do cartum. Importante ficar atento aos comentários para que consiga concluir que nos números inteiros sempre teremos a família de cada número, seja ele positivo ou negativo. Pergunte a eles quais outros “parentes” também poderiam compor a família do  $-3$ .

Agora, é sugerido que apresente o conjunto dos números inteiros explicando que essa subtração não é possível nos naturais e por isso é necessário a utilização de um conjunto que comporte mais números, que nesse caso é o conjunto dos números inteiros. Deixe claro que nos números inteiros teremos números positivos e os números negativos, além do zero que é um número neutro por não ser nem positivo e nem negativo.

Se necessário, como uma atividade adicional, peça aos alunos para que citem famílias de outros números. Uma família interessante para se trabalhar é a do número zero, concluindo ao final que uma mesma quantidade positiva se anula com uma mesma quantidade negativa, através da subtração de equivalências, tema que será abordado melhor com as fichas coloridas.

## 2. REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS COM FICHAS COLORIDAS

### 2.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

O material é inspirado nos estudos apresentados na dissertação *Uma proposta didática para o ensino dos números inteiros e suas operações* (MARTINS, 2019) e consiste em fichas coloridas azuis e vermelhas, entretanto é possível, à gosto do professor, colorir das cores que achar melhor.

É sugerido que os alunos formem grupos, onde cada grupo recebe um kit com 40 fichas, sendo 20 azuis e 20 vermelhas.

Cada ficha azul representa uma unidade positiva e cada vermelha uma unidade negativa. A mecânica principal das fichas coloridas é o anulamento de fichas: cada ficha azul anula uma vermelha, e vice-versa. Isto é: fichas azuis e vermelhas podem ser incluídas e retiradas aos pares. Esta mecânica é a base para o manuseio das fichas.

**RECOMENDAÇÕES:** Com base no que foi abordado e apresentado em relação às fichas coloridas, sugerimos uma primeira atividade para que os alunos possam apenas manusear o material e registrar na folha de atividades os resultados feitos com as fichas, descobrindo diferentes representações para números inteiros, o que é possível em 1 tempo de aula (50 minutos). Segue a sugestão de exercícios para trabalhar representações.

### 2.2 A ATIVIDADE

**ATIVIDADE 1:** Utilizando as fichas coloridas, represente os seguintes números inteiros, de três maneiras distintas:

- a) +5

- b) -3
- c) +10
- d) -8
- e) 0

### 2.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Os estudantes devem cumprir a tarefa para que experimentem a representação com as fichas. É importante que o professor incentive diferentes tipos de representação para o mesmo número inteiro, especialmente para o zero. Isso será chave para a operação de adição e subtração com números inteiros.

Algo que pode acontecer é o aluno representar um número apenas com a quantidade correspondente de fichas de uma cor. Por exemplo, representar o -2 utilizando somente duas fichas vermelhas. É importante destacar a necessidade de usar o conceito de anulação entre fichas vermelhas e azuis, além de incentivar a representação do mesmo número de diferentes formas, promovendo uma compreensão mais profunda do conteúdo.

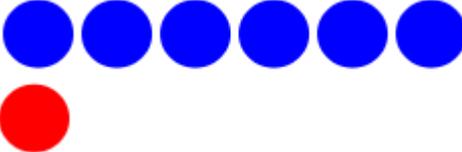
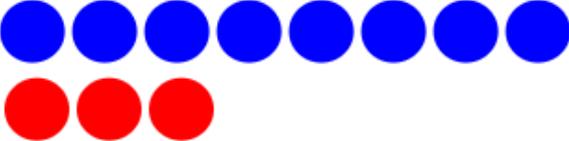
Uma possibilidade é abordar números opostos, mostrando aos alunos que as quantidades de fichas que se anulam representam números simétricos, que quando adicionados resultam em zero.

Segue algumas das possíveis representações para cada um dos itens da atividade proposta anteriormente.

- a) +5

Quadro 1 – Sugestões de representações - item a

Primeira sugestão	
-------------------	---

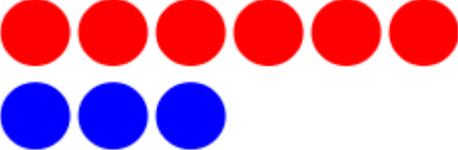
Segunda sugestão	
Terceira sugestão	

Fonte: Elaborado pelo autor

Observe que a primeira representação é sempre a imediata, aquela que os alunos logo irão sugerir, uma vez que é intuitivo pensar que o  $+5$  é representado por cinco fichas azuis. Nas outras, é importante sempre enfatizar que só é possível através do anulamento de fichas, que resulta em zero e que por esse motivo podemos ter várias representações para o número  $+5$ .

b)  $-3$

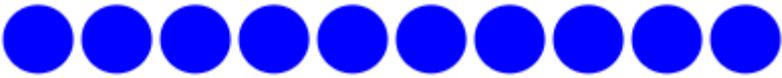
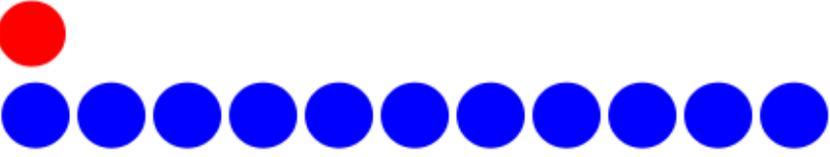
Quadro 2 – Sugestões de representações – item b

Primeira sugestão	
Segunda sugestão	
Terceira sugestão	

Fonte: Elaborado pelo autor

c) +10

Quadro 3 - Sugestões de representações – item c

Primeira sugestão	
Segunda sugestão	
Terceira sugestão	

Fonte: Elaborado pelo autor

Observe que para o +10 já se utiliza mais fichas. Para as atividades em sala, é bom trabalhar com números de módulos pequenos, para um melhor manuseio das fichas, evitando erros ao trabalhar com quantidades maiores.

d) -8

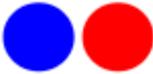
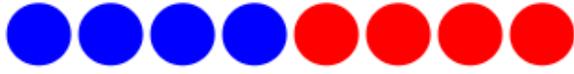
Quadro 4 - Sugestões de representações – item d

Primeira sugestão	
Segunda sugestão	
Terceira sugestão	

Fonte: Elaborado pelo autor

e) 0

Quadro 5 - Sugestões de representações – item e

Primeira sugestão	
Segunda sugestão	
Terceira sugestão	

Fonte: Elaborado pelo autor

### 3. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM AS FICHAS COLORIDAS

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

O material consiste em auxiliar os alunos na representação dos cálculos feitos com números inteiros, esclarecendo o funcionamento das regras de sinais, utilizando fichas coloridas.

O kit do material é composto por:

Fichas coloridas em azul para representar as quantidades positivas;

Fichas coloridas em vermelho para representar as quantidades negativas;

Fichas de controle para a realização dos cálculos algébricos;

Importante ressaltar que ele é composto por uma regra básica:

Qualquer quantidade de fichas azuis se anula com a mesma quantidade de fichas vermelhas (Regra do cancelamento).

É sugerido que a manipulação seja realizada em grupo, onde cada grupo recebe um kit com 40 fichas, sendo 20 azuis e 20 vermelhas.

**RECOMENDAÇÕES:** Com base na aplicação do material em sala de aula, é recomendado que seja aplicado em 2 ou 3 tempos de aula (50 minutos cada).

#### 3.2 A ATIVIDADE

**ATIVIDADE 1.** Utilizando as fichas, realize as operações indicadas:

a) $(+2) + (+5)$
------------------

$$\text{b) } (+2) + (-5)$$

$$\text{c) } (-2) + (+5)$$

$$\text{d) } (-2) + (-5)$$

Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 2:** Utilizando as fichas, realize as operações indicadas:

$$\text{a) } (+1) - (+4)$$

$$\text{b) } (+4) - (-1)$$

$$\text{c) } (+1) - (-4)$$

$$\text{d) } (-1) - (+4)$$

e)  $(-1) - (-4)$

Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 3.** Crie duas adições e duas subtrações com números inteiros para que os colegas de outro grupo resolvam.

### 3.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Para que os alunos compreendam corretamente a adição e a subtração, é fundamental o uso das fichas coloridas: as azuis representam quantidades positivas e as vermelhas, negativas, retomando a ideia já explorada na introdução aos números inteiros.

Propomos iniciar o estudo das operações com atividades que envolvam as fichas, em que a adição é interpretada como acréscimo e a subtração como retirada. Também se utiliza o cancelamento de pares de fichas opostas, conforme as regras previamente discutidas.

Para facilitar a compreensão dos exercícios propostos, resolveremos cada item proposto na próxima seção. Essa abordagem tem como objetivo esclarecer a aplicação prática do material abordado, permitindo que o professor compreenda melhor a utilização das fichas.

A abordagem será feita em dois momentos: primeiro, a adição, com foco na reunião de quantidades; depois, a subtração, com base na remoção de uma quantidade previamente definida.

### 3.3.1 ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS UTILIZANDO AS FICHAS COLORIDAS

#### RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a)  $(+2) + (+5)$

A ideia inicial é que temos duas fichas azuis e vamos acrescentar cinco fichas azuis, o que resulta em sete fichas azuis, ou seja,  $+7$ .

Figura 1 - Adição  $(+2) + (+5)$



Fonte: Elaborado pelo autor

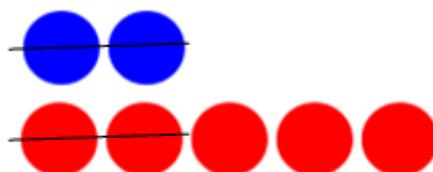
Deixe claro que nesse exemplo, não temos nenhum cancelamento a ser feito, logo basta adicionar as quantidades. Portanto  $(+2) + (+5) = +7$

b)  $(+2) + (-5)$

Inicialmente temos duas fichas azuis para representar o  $+2$  e cinco fichas vermelhas para representar o  $-5$ .

Depois disso, verificamos se ocorreu algum tipo de cancelamento. Nesse caso, podemos cancelar duas fichas azuis com duas fichas vermelhas ( $+2$  com  $-2$ ). O resultado final será a quantidade de fichas que restarem após retirar os cancelamentos, ou seja, três fichas vermelhas (figura 2), de onde concluímos que  $(+2) + (-5) = (-3)$ .

Figura 2 - Adição  $(+2) + (-5)$

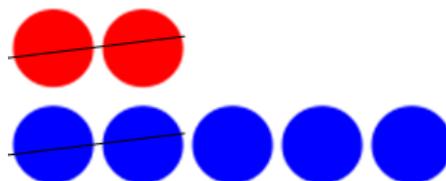


Fonte: Elaborado pelo autor

c)  $(-2) + (+5)$

Neste item c, estamos interessados em juntar duas fichas vermelhas com cinco fichas azuis. É importante estar atento às quantidades das cores que os alunos estão manipulando, para que se evitem erros por desatenção.

Após os alunos agruparem as fichas necessárias, enfatize que podem determinar o resultado anulando as duas fichas vermelhas com a mesma quantidade de fichas azuis (figura 3). As três fichas azuis que restam nos fazem concluir que  $(-2) + (+5) = (+3)$ .

Figura 3 - Adição  $(-2) + (+5)$ 

Fonte: Elaborado pelo autor

d)  $(-2) + (-5)$

Neste ponto acreditamos que os alunos já farão esse item bem rápido, que consiste em agrupar duas fichas vermelhas com cinco fichas vermelhas, que irá resultar em um total de sete fichas vermelhas (figura 4), ou seja,  $(-2) + (-5) = (-7)$ .

Figura 4 - Adição  $(-2) + (-5)$ 

Fonte: Elaborado pelo autor

Observação: não mostramos a manipulação algébrica, deixamos para fazer uma demonstração na parte de subtração, mas se achar interessante, é possível trabalhar com algebrismo já nesse momento.

### 3.3.2 SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS UTILIZANDO AS FICHAS COLORIDAS

Vejam agora a resolução dos itens envolvendo as subtrações sugeridas. Importante que apresente as subtrações ressaltando que o objetivo durante a

manipulação das fichas será sempre retirar fichas de uma quantidade dada inicialmente, o que pode causar estranheza. Contudo, caso haja questionamentos, deixe claro que durante a execução da tarefa irão entender a mecânica das subtrações utilizando as fichas coloridas.

## RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a)  $(+2) - (+5)$

Para a subtração, em alguns casos, além de usarmos a regra do cancelamento, também será usado como recurso inserirmos o número zero, que pode ser representado como qualquer quantidade equivalente de fichas azuis e vermelhas. Isso já deve ter sido bem trabalhado com os alunos a fim de que se torne facilmente entendido nesse ponto da aula.

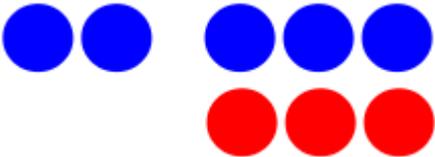
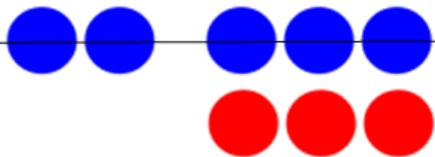
Neste item, demonstre aos alunos que o primeiro número representa a quantidade inicial de fichas que temos, que são duas fichas azuis, e queremos desta quantidade retirar cinco fichas da mesma cor. O que a princípio ao olhar dos alunos não será possível. Sendo assim, questione aos discentes o que falta na quantidade inicial para que consigam retirar as cinco fichas azuis desejadas. Caso tenham dificuldades, o professor pode estimular os alunos a concluir que é necessário colocar três fichas azuis a fim de completar as cinco que devem ser retiradas.

Entretanto, para que não se altere o resultado inicial, temos que inserir o zero, de maneira que não modifique essa quantidade. Sendo assim, além de inserir as três fichas azuis, iremos também inserir três vermelhas, uma vez que  $(+3) + (-3) = 0$ .

Observe o quadro de modo a facilitar a visualização

Quadro 6 – Representação algébrica de  $(+2) - (+5)$

Registro com as fichas	Registro com os números
	$(+2)$

	$(+2) + (+3) + (-3)$
	$(+2) + (+3) + (-3) - (+5) =$ $= [(+2) + (+3) - (+5)] + (-3) = 0 + (-3)$
	$(-3)$

Fonte: Elaborado pelo autor

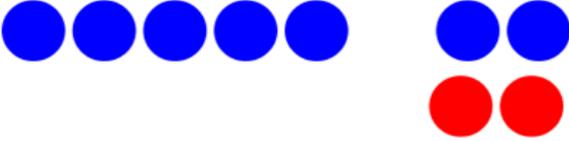
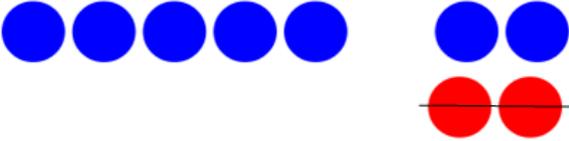
Observe que esse quadro permite que o entendimento das etapas fique mais fácil. Fazer esse esquema no quadro construindo com os alunos as representações com as fichas e com os números pode deixar a aula mais agradável por se tornar menos abstrata aos alunos cada etapa.

b)  $(+5) - (-2)$

Temos a princípio cinco fichas azuis e queremos retirar duas fichas vermelhas. Novamente, iremos adicionar o zero, de forma a obter aquilo que queremos retirar. Nesse momento, é importante estimular os alunos a criarem uma linha de raciocínio que os leve a pensar na quantidade de fichas que irá adicionar nas cinco fichas azuis que já se tem a priori.

Se tiverem entendido a dinâmica das fichas, é esperado que respondam que é necessário inserir duas fichas vermelhas que posteriormente serão retiradas, porém também é necessário inserir duas azuis, pois estamos inserindo o zero. A seguir podemos retirar as duas fichas vermelhas, restando sete fichas azuis que indicam que o resultado da subtração é  $+7$ . Observe o esquema algébrico (Quadro 7).

Quadro 7 – Representação algébrica de  $(+5) - (-2)$ 

Registro com as fichas	Registro com os números
	$(+5)$
	$(+5) + [(+2) + (-2)]$
	$(+5) + (+2) + (-2) - (-2) =$ $= (+5) + (+2) + [(-2) - (-2)] =$ $= (+5) + (+2) + 0$
	$(+7)$

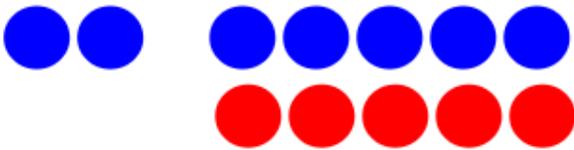
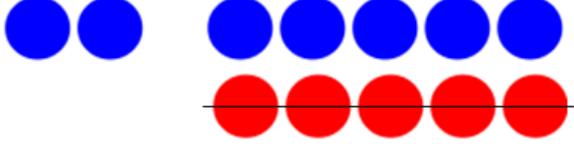
Fonte: Elaborado pelo autor

c)  $(+2) - (-5)$ 

De um total de duas fichas azuis queremos retirar cinco fichas vermelhas. Para isso, precisamos inserir as cinco fichas vermelhas, sem esquecer de inserir também cinco fichas azuis, que é o zero, pela regra do cancelamento. Após isso, retiramos as cinco fichas vermelhas, restando sete fichas azuis que nos dá como resultado da subtração o  $+7$ .

Quadro 8 – Representação algébrica de  $(+2) - (-5)$ 

Registro com as fichas	Registro com os números
	$(+2)$

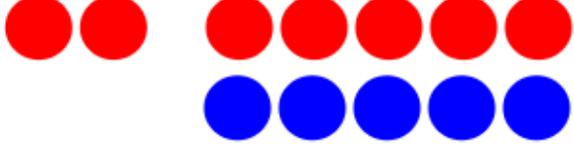
	$(+2) + [(+5) + (-5)]$
	$(+2) + (+5) + (-5) - (-5) =$ $= (+2) + (+5) + [(-5) - (-5)] =$ $= (+2) + (+5) + 0$
	$(+7)$

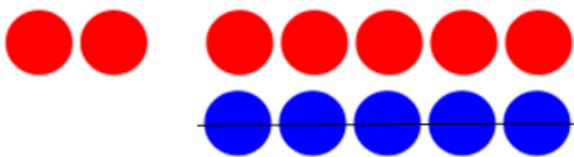
Fonte: Elaborado pelo autor

d)  $(-2) - (+5)$

Seguindo nossa manipulação com as fichas coloridas, neste item temos duas fichas vermelhas e queremos retirar cinco azuis, para tanto indague aos alunos o que se deve fazer. É natural que respondam prontamente que devem ser inseridas cinco fichas azuis, assim como cinco fichas vermelhas, para em seguida ser possível retirar as cinco azuis, restando assim sete fichas vermelhas, que representam -7 como resultado da subtração.

Quadro 9 – Representação algébrica de  $(-2) - (+5)$

Registro com as fichas	Registro com os números
	$(-2)$
	$(-2) + [(-5) + (+5)]$

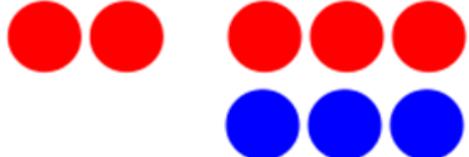
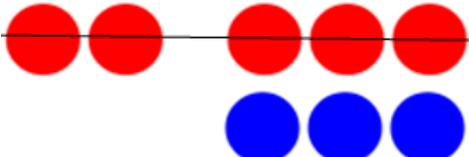
	$(-2) + (-5) + (+5) - (+5) =$ $= (-2) + (-5) + [(+5) - (+5)] =$ $= (-2) + (-5) + 0$
	$(-7)$

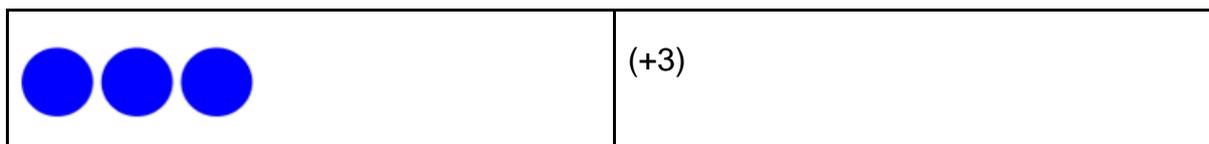
Fonte: Elaborado pelo autor

e)  $(-2) - (-5)$

No último item sugerido, temos a subtração de dois números inteiros negativos. Temos a princípio duas fichas vermelhas e queremos retirar cinco fichas dessa mesma cor. Como não temos as cinco fichas necessárias, iremos inserir fichas vermelhas até que chegue ao total desejado. Construa junto com os alunos a ideia no quadro e conclua ser necessário inserir mais três fichas vermelhas, não esquecendo nunca de também inserir a mesma quantidade de fichas da outra cor, nesse caso, três azuis. Observe o quadro abaixo.

Quadro 10 – Representação algébrica de  $(-2) - (-5)$

Registro com as fichas	Registro com os números
	$(-2)$
	$(-2) + [(-3) + (+3)]$
	$(-2) + (-3) + (+3) - (-5) =$ $= (+3) + [((-2) + (-3)) - (-5)] =$ $= (+3) + [(-5) - (-5)] = (+3) + 0$



Fonte: Elaborado pelo autor

Após retirarmos as cinco fichas vermelhas, de acordo com a subtração dada, nos restam três fichas azuis, que nos apresenta o resultado da subtração como +3.

Quanto à atividade 3, pedir aos alunos que escolham números dentro da quantidades de fichas que se tem em cada grupo.

## 4. O JOGO DAS BORBOLETAS

### 4.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

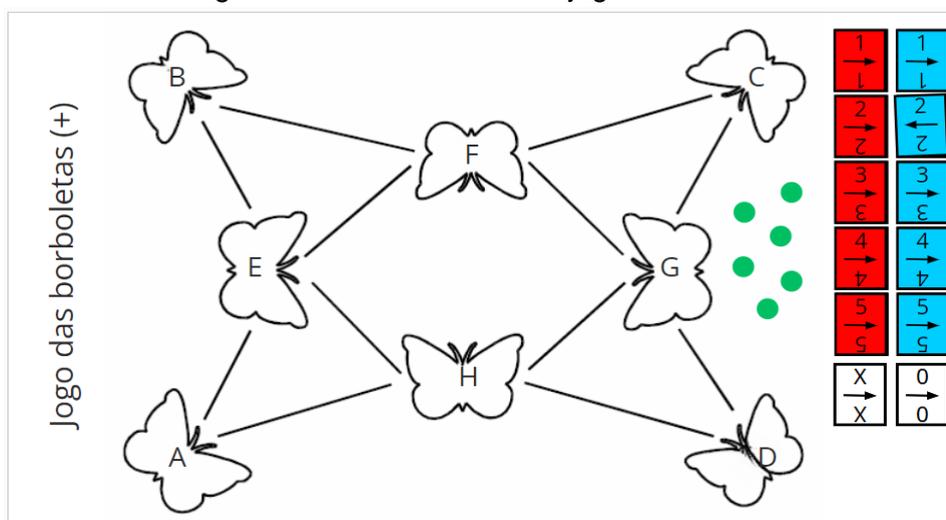
O jogo didático foi desenvolvido com o objetivo de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros no contexto da Educação Básica, proporcionando aos alunos uma abordagem mais lúdica, interativa e significativa dos conteúdos matemáticos, ele explora a adição e a subtração de números inteiros.

Esta proposta faz parte da dissertação intitulada *Quatro jogos para números inteiros: uma análise*, de autoria de Patrícia Rosana Linardi, elaborada no ano de 1998, sob orientação do professor Doutor Roberto Ribeiro Baldino, no curso de Mestrado da Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências e Ciências Exatas (Campus de Rio Claro). A dissertação tem como tema central os números inteiros, e o jogo foi concebido como parte prática da pesquisa, com base nas necessidades observadas no ensino de matemática para alunos do 7º ano do ensino fundamental.

O jogo é composto por um tabuleiro, cartas coloridas de azul, vermelho e brancas, além de fichas para preencher as borboletas.

#### Tabuleiro e cartas do Jogo das borboletas

Figura 5 - Tabuleiro e cartas jogo das borboletas



Fonte: Adaptação de (Linardi, 1998, pág. 23/25)

RECOMENDAÇÕES: Com base na aplicação do material em sala de aula, é recomendado que seja aplicado em 2 tempos de aula (50 minutos cada).

## 4.2 CONHECENDO O JOGO

### Regras e dinâmicas do jogo das borboletas

O jogo das borboletas é iniciado após um sorteio prévio para determinar o primeiro jogador. Em seguida, cada jogador sorteará três cartas do monte que contém 44 cartas. Sendo:

- 2 brancas com o zero
- 2 brancas com o curinga (x)
- 20 vermelhas, sendo 4 de cada número
- 20 azuis, sendo também 4 de cada número

O primeiro jogador escolhe uma determinada quantidade de fichas, que estarão disponíveis próximas ao tabuleiro, e as colocará sobre uma das borboletas. Em seguida, irá pôr uma de suas três cartas sobre uma das trajetórias ligada a borboleta onde depositou as fichas, preenchendo a outra borboleta que está ligada pela trajetória, através da carta. Essa quantidade de fichas da segunda borboleta irá depender da seguinte regra:

- Se a carta sobre a trajetória for azul, o número de fichas na borboleta de onde parte a flecha mais o número da carta deve ser igual ao número de fichas na borboleta para onde a flecha aponta.
- Se a carta sobre a trajetória for vermelha, o número de fichas na borboleta de onde parte a flecha menos o número da carta, deve ser igual ao número de fichas na borboleta para onde a flecha aponta.

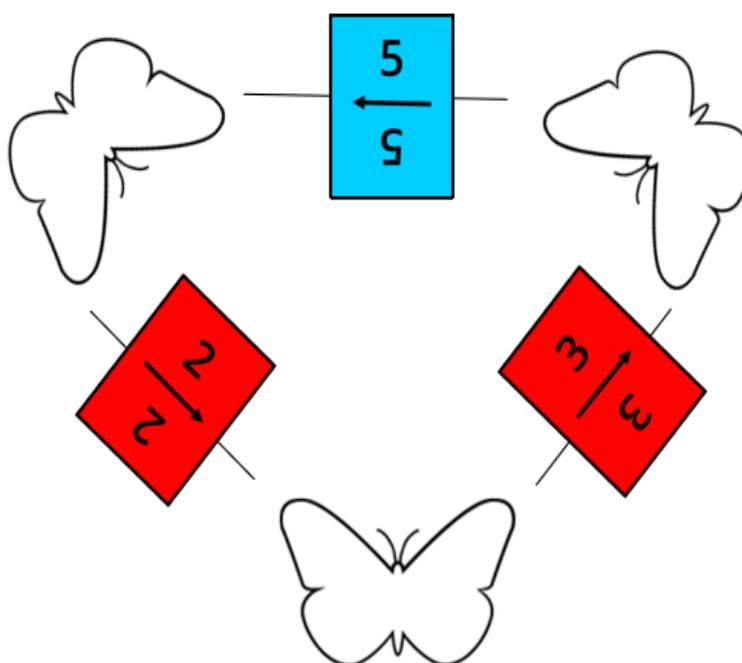
Após terminar sua jogada, o jogador sorteará outra carta do monte, ficando sempre com três cartas na mão.

O próximo jogador fará o mesmo feito pelo jogador anterior, desde que ponha uma carta sobre uma das trajetórias que ligam uma das borboletas já preenchidas a outra vazia, completando-a com a quantidade correta de fichas de modo a satisfazer a regra do jogo.

Quando um jogador coloca uma carta na última trajetória vaga, fechando o circuito, ele ganha 1 ponto se esse circuito for externo e 2 pontos caso seja o interno. A cada circuito fechado, o jogador recebe um cartão com o respectivo ponto, para ao final somar e verificar quem possui mais pontos, consagrando o vencedor.

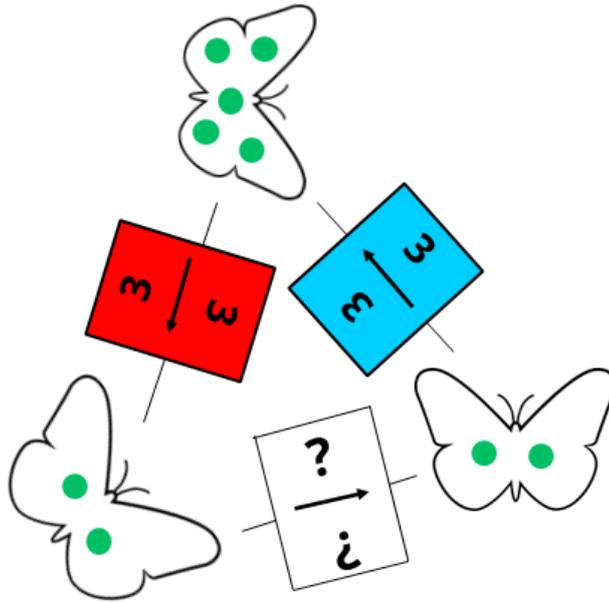
#### 4.3 A ATIVIDADE

**ATIVIDADE 1.** Complete as borboletas com algarismos, respeitando a regra de adição e subtração conforme os números e as cores das cartas para que se obtenha um circuito correto.



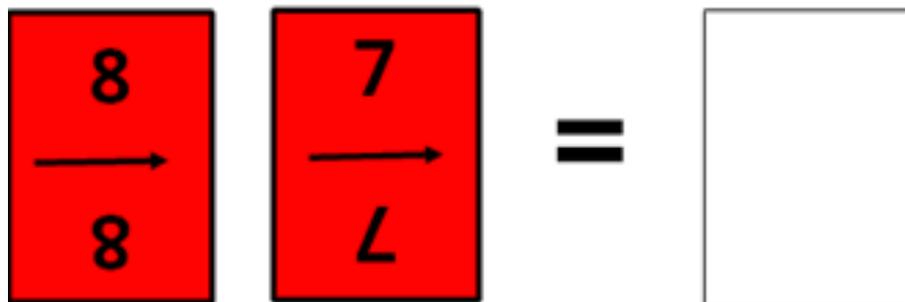
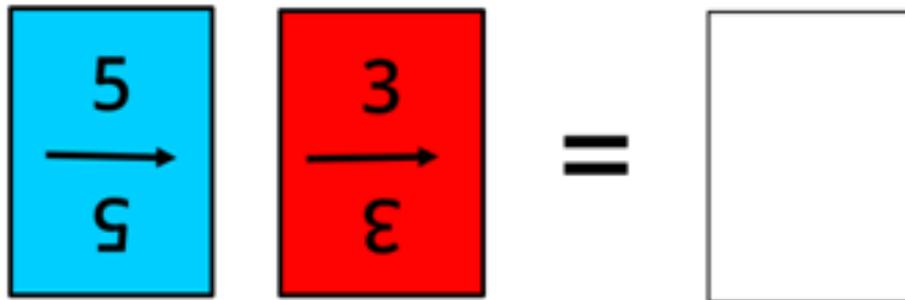
Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 2.** Qual a carta que fecha esse circuito? Não vale a carta curinga!



Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 3.** Com base no jogo das borboletas, complete as cartas em branco.



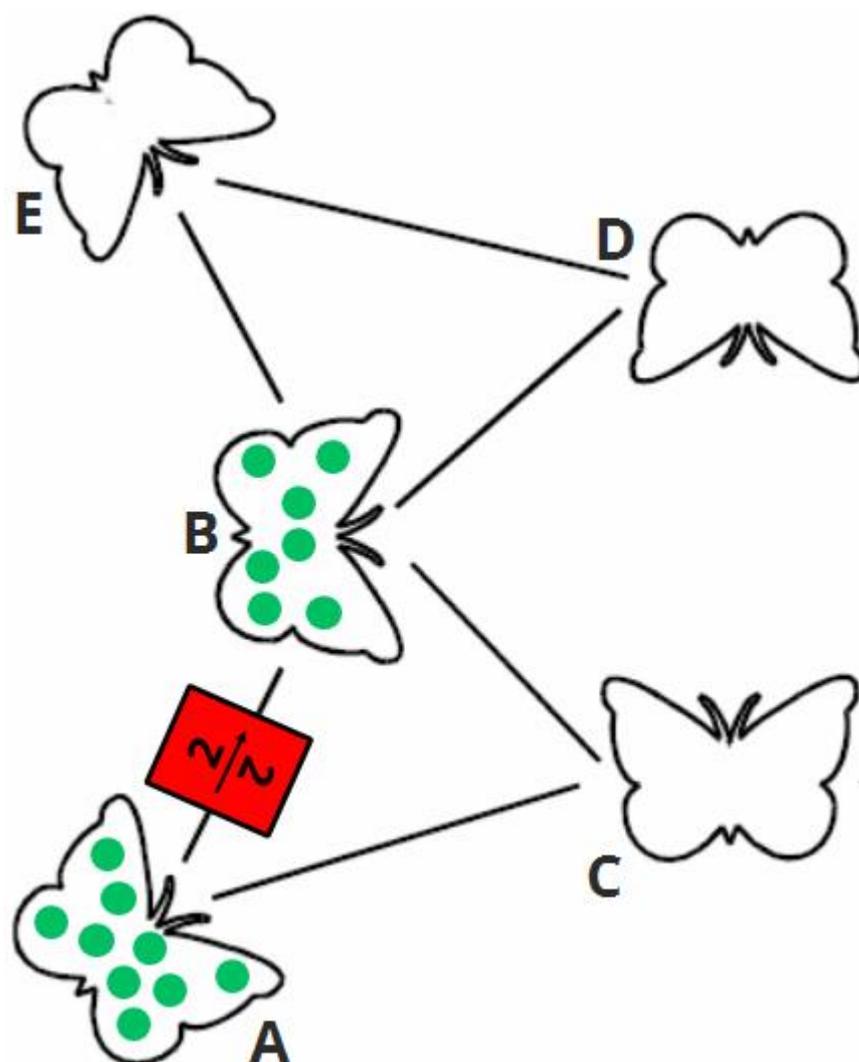
Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.4 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Acreditamos que, com exemplos práticos de possíveis jogadas do jogo das borboletas, podemos facilitar o entendimento do professor que deseja aplicar o jogo em sala de aula.

Observe um exemplo:

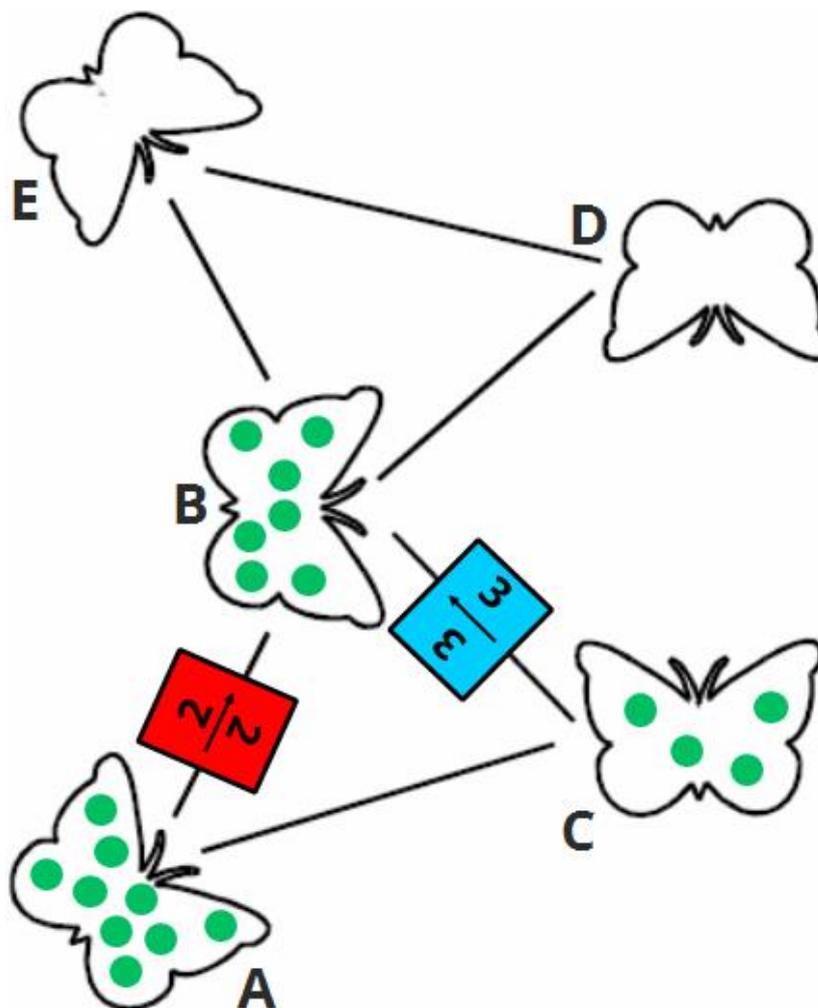
Figura 6 - Jogo das borboletas - exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor

Neste exemplo, vamos supor que o primeiro jogador colocou 9 fichas na borboleta A e colocou a carta vermelha com número 2 sobre a trajetória apontando para a borboleta B. Seguindo a regra do jogo, a quantidade de fichas na borboleta B deve ser igual a 7 (figura 6), pois é necessário subtrair da quantidade de fichas da borboleta A o número da carta vermelha sobre a trajetória. O próximo jogador teria que jogar uma de suas cartas em uma das trajetórias que está ligada a uma das borboletas já preenchidas com fichas. Suponhamos que pôs a carta 3 azul (figura 7), sendo assim ele deveria preencher a borboleta C com 4 fichas, pois a quantidade de fichas na borboleta de onde parte a flecha mais a quantidade da carta colocada sobre a trajetória deve ser igual a 7. Lembrando que os valores são adicionados, pois a carta é azul.

Figura 7 – Jogo das borboletas – exemplo 1.1

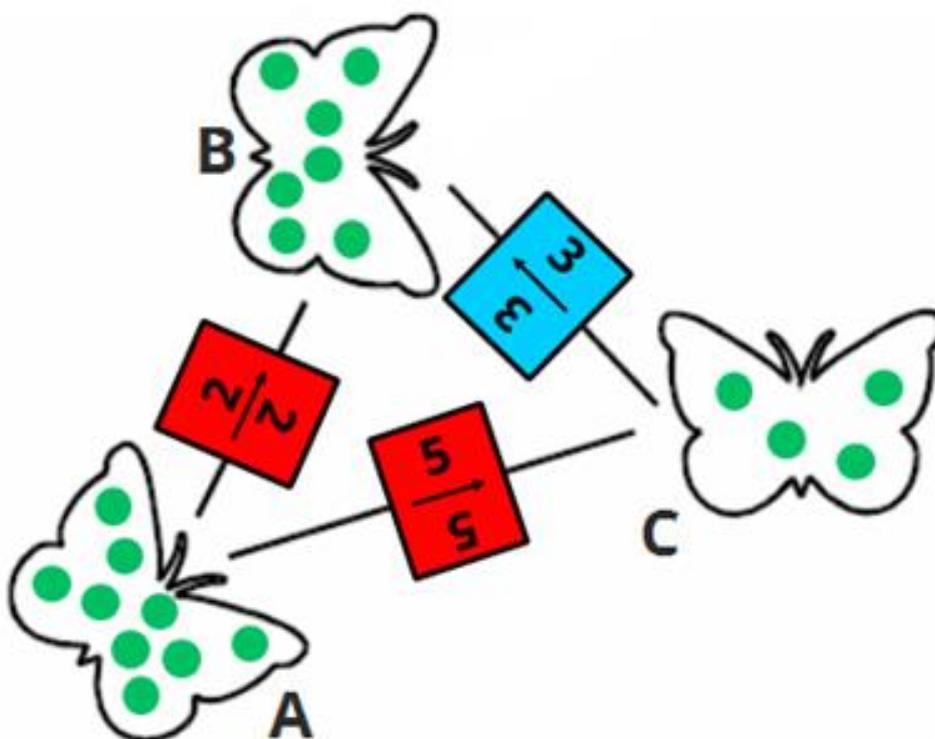


Fonte: Elaborado pelo autor

Esse pode ser um exemplo que pode ser apresentado aos alunos para que compreendam a ideia do jogo. Neste momento o professor pode os questionar sobre qual a carta que um jogador pode completar o circuito e garantir um ponto.

Temos três possibilidades, a primeira é um jogador possuir uma carta azul com número 5, outra é possuir uma vermelha com número 5 ou ainda possuir o curinga que pode ser colocada em qualquer momento do jogo e sempre tem valor absoluto, ou seja, pode assumir qualquer valor. Uma das possibilidades está ilustrada a seguir (figura 8).

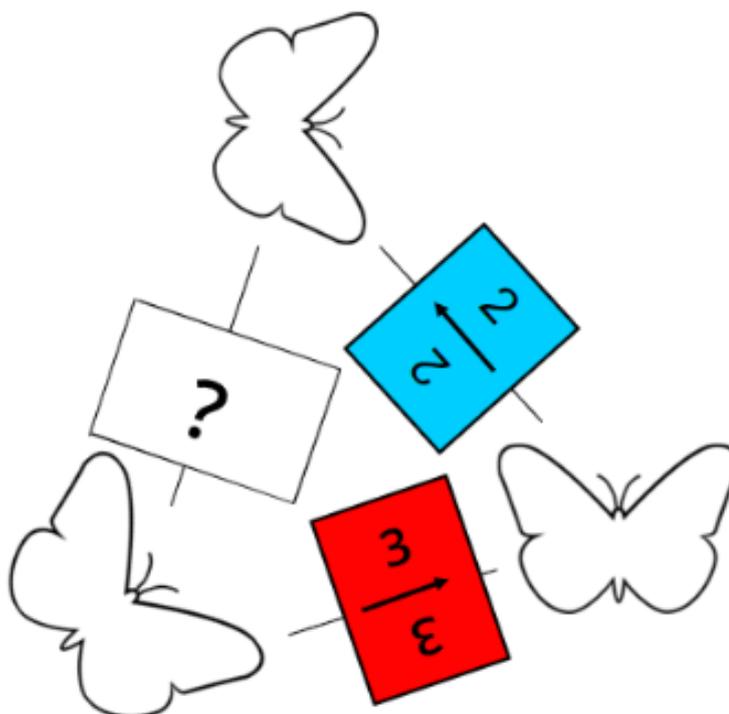
Figura 8 – Jogo das borboletas – exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor

Temos ainda a versão que chamamos de abstrata, que se joga sem as fichas, que deve ser enfatizado pelo professor. O correto é estimular os alunos a pensarem nas cartas a serem colocadas nas trajetórias. Veja um exemplo a seguir:

Figura 9 – Jogo das borboletas – exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

No modo abstrato, o objetivo é mostrar ao aluno que independente da quantidade de fichas colocadas nas borboletas, a carta a fechar o circuito sempre será aquela que irá resultar no número zero quando operamos as cartas. No exemplo acima, a carta que fecha o circuito será a 1 azul. Isso permite ao aluno entender as operações sendo feitas de forma mais clara quando comparado com o modo concreto.

## 5. MULTIPLICAÇÃO COM FICHAS COLORIDAS

### 5.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

As fichas serão novamente trabalhadas, seguindo as mesmas regras já trabalhadas anteriormente para a soma e subtração.

O material consiste em auxiliar os alunos na representação das multiplicações feitas com números inteiros, esclarecendo o funcionamento das regras de sinais, utilizando fichas coloridas.

O kit do material é composto por:

Fichas coloridas em azul para representar as quantidades positivas;

Fichas coloridas em vermelho para representar as quantidades negativas;

Fichas de controle para a realização dos cálculos algébricos;

Importante ressaltar que ele é composto por três regras:

Uma ficha azul corresponde a uma unidade positiva.

Uma ficha vermelha corresponde a uma unidade negativa.

Qualquer quantidade de fichas azuis se anula com a mesma quantidade de fichas vermelhas (Regra do cancelamento).

**RECOMENDAÇÃO:** Com base na aplicação do material em sala de aula, é recomendado que seja aplicado em 2 tempos de aula (50 minutos cada).

## 5.2 A ATIVIDADE

**ATIVIDADE 1** Utilizando as fichas, realize as multiplicações indicadas:

$$\text{a) } (+2) \times (+4)$$

$$\text{b) } (+2) \times (-4)$$

$$\text{c) } (-5) \times (+3)$$

$$\text{d) } (-2) \times (-3)$$

Fonte: Elaborado pelo autor

## 5.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

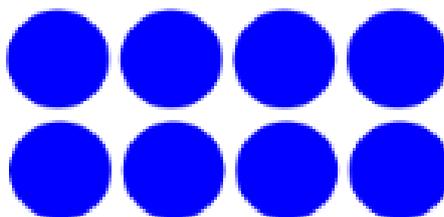
Como nesse momento os alunos já estão familiarizados com as fichas, sugerimos que introduza a multiplicação com o auxílio das mesmas. Ressaltando nesse momento que a multiplicação de inteiros é uma operação dada como uma extensão natural da multiplicação dos naturais.

A ideia é começarmos com dois números positivos para irmos embasando a multiplicação de números inteiros. Vamos à resolução dos itens sugeridos na atividade:

a)  $(+2) \times (+4)$

Importante deixar claro nesse momento que esse produto pode ser reescrito como uma soma de parcelas iguais, ou seja,  $(+4)+(+4)$ . Portanto, podemos representar essa multiplicação adicionando duas vezes quatro fichas azuis, que resulta em 8 fichas azuis  $(+8)$ . Portanto  $(+2) \times (+4) = +8$

Figura 10 - Multiplicação com as fichas - letra a

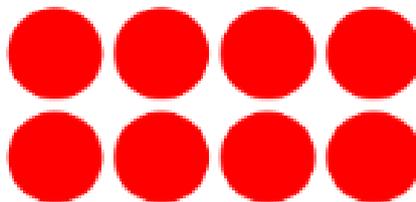


Fonte: Elaborado pelo autor

b)  $(+2) \times (-4)$

Nesse caso queremos a quantidade duas vezes  $-4$ , portanto, basta adicionar quatro fichas vermelhas duas vezes, totalizando um total de oito fichas vermelhas. Logo  $(+2) \times (-4) = -8$ .

Figura 11 - Multiplicação com as fichas - letra b



Fonte: Elaborado pelo autor

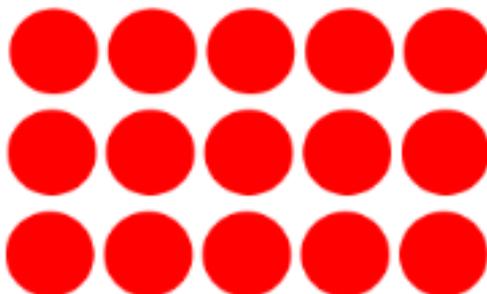
c)  $(-5) \times (+3)$

Importante destacar que em produtos onde o primeiro fator é negativo, sempre podemos utilizar a comutativa, ou seja, podemos inverter a ordem dos fatores e pensar de modo igual ao exemplo anterior. Observe:

$$(-5) \times (+3) = (+3) \times (-5)$$

Então, podemos adicionar o -5 três vezes. Para isso, basta adicionar cinco fichas vermelhas por três vezes (figura 12).

Figura 12 - Multiplicação com as fichas - letra c



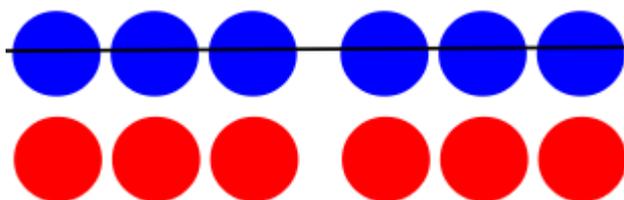
Fonte: Elaborado pelo autor

Logo  $(-5) \times (+3) = -15$ , uma vez que ficamos com 15 fichas vermelhas.

d)  $(-2) \times (-3)$

Deixar claro para os alunos que quando temos  $(+2) \times (+3)$  o que fazemos é adicionar dois grupos de 3 fichas azuis. Agora quando temos  $(-2) \times (-3)$  o que queremos é retirar dois grupos de 3 fichas vermelhas, para isso precisamos desses dois grupos de 3 fichas vermelhas, porém temos também que adicionar dois grupos de fichas azuis para adicionar o zero. A seguir podemos retirar os dois grupos de três fichas vermelhas como queríamos inicialmente, restam então dois grupos de três fichas azuis, que nos dá o resultado da multiplicação.

Figura 13 - Multiplicação com as fichas - letra d



Fonte: Elaborado pelo autor

Ou seja:  $(-2) \times (-3) = +6$

## 6. CIRCUITO MULTIPLICATIVO

### 6.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

Esse material faz parte de uma adaptação do jogo das borboletas e do jogo das araras da dissertação intitulada *Quatro jogos para números inteiros: uma análise*, de autoria de Patrícia Rosana Linardi, elaborada no ano de 1998, sob orientação do professor Doutor Roberto Ribeiro Baldino, no curso de Mestrado da Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências e Ciências Exatas (Campus de Rio Claro).

O jogo é composto por um único circuito triangular do tabuleiro do jogo das borboletas, fichas nas cores azuis e vermelhas para preencher as borboletas e cartas coloridas numeradas.

Para realizarmos a multiplicação, as cartas do jogo possuem novas funções:

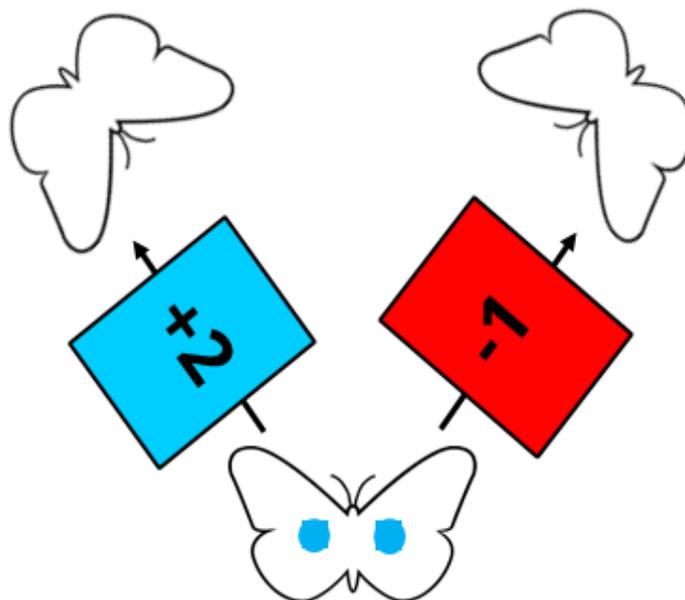
- O número da carta indica por quanto devemos multiplicar a quantidade de fichas na borboleta de onde parte a flecha;
- O sinal do número indica se as cores das fichas serão alteradas ou não:
  - ◆ Se a carta tiver sinal positivo (+), a cor das fichas para onde a flecha aponta deverá ser a mesma das fichas, na borboleta de onde a flecha parte
  - ◆ Se a carta for negativa (-) estas cores deverão ser diferentes uma da outra.

**RECOMENDAÇÃO:** Com base na aplicação do material em sala de aula, é recomendado que seja aplicado em 2 tempos de aula (50 minutos cada).

## 6.2 A ATIVIDADE

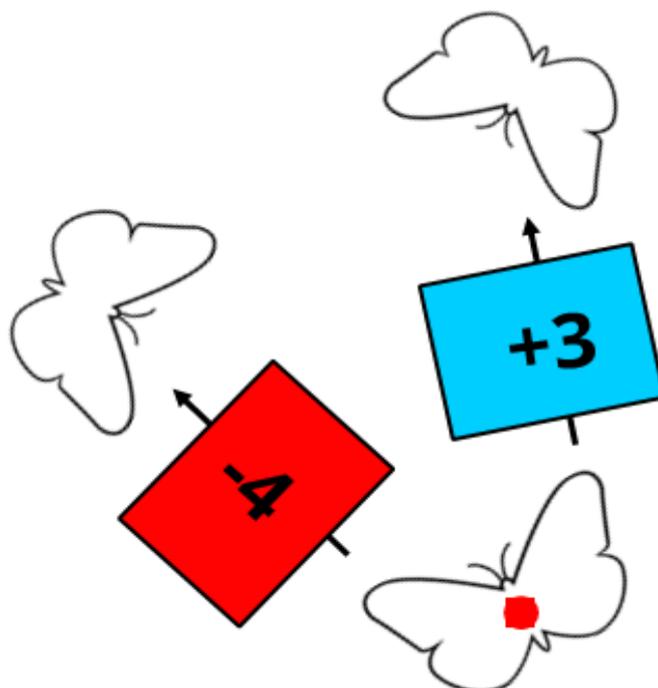
**ATIVIDADE 1.** Em cada item, complete as borboletas vazias com a quantidade correta de fichas da cor correta.

a)



Fonte: Elaborado pelo autor

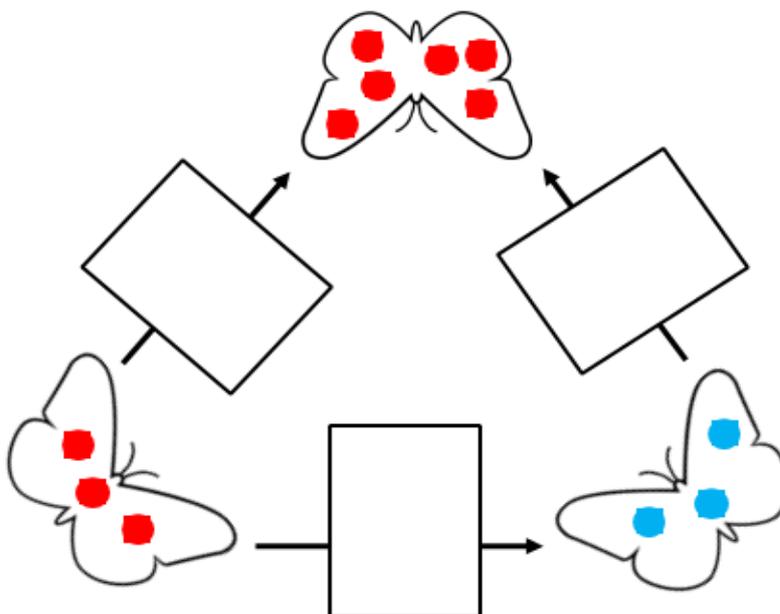
b)



Fonte: Elaborado pelo autor

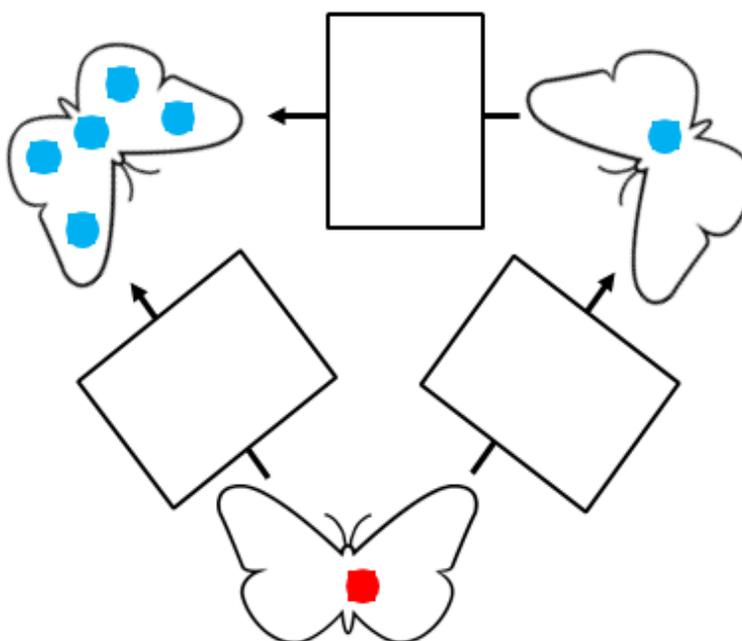
**ATIVIDADE 2** Preencha com as cartas corretas cada trajetória de modo a fechar todo o circuito.

a)



Fonte: Elaborado pelo autor

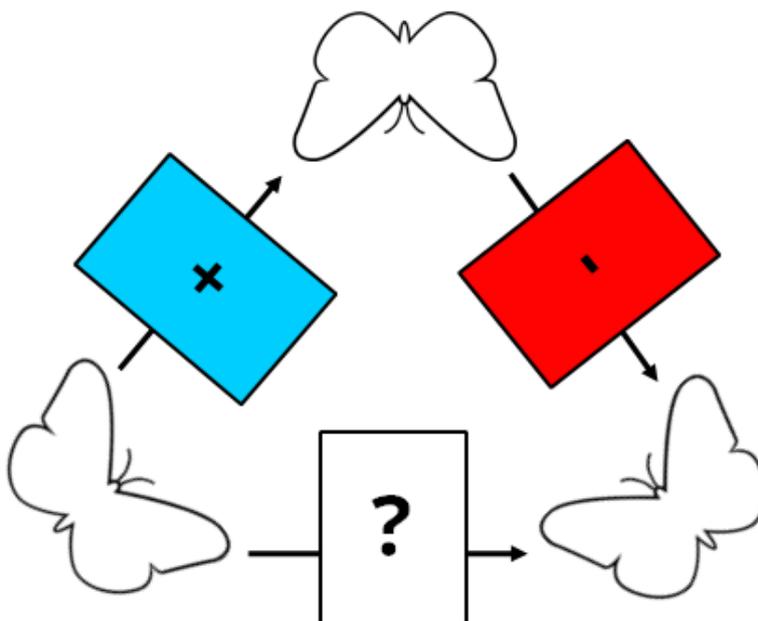
b)



Fonte: Elaborado pelo autor

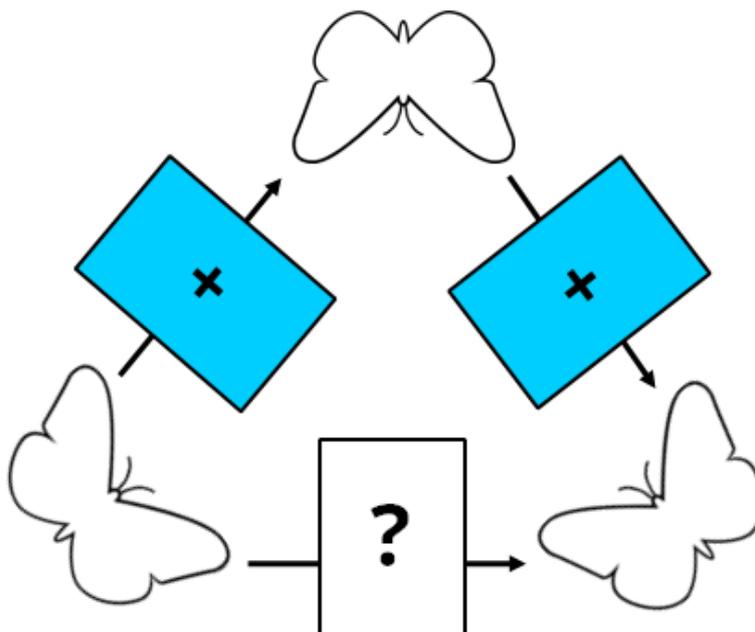
**ATIVIDADE 3.** Observe as figuras abaixo e descubra qual é a cor da carta que está oculta?

a)



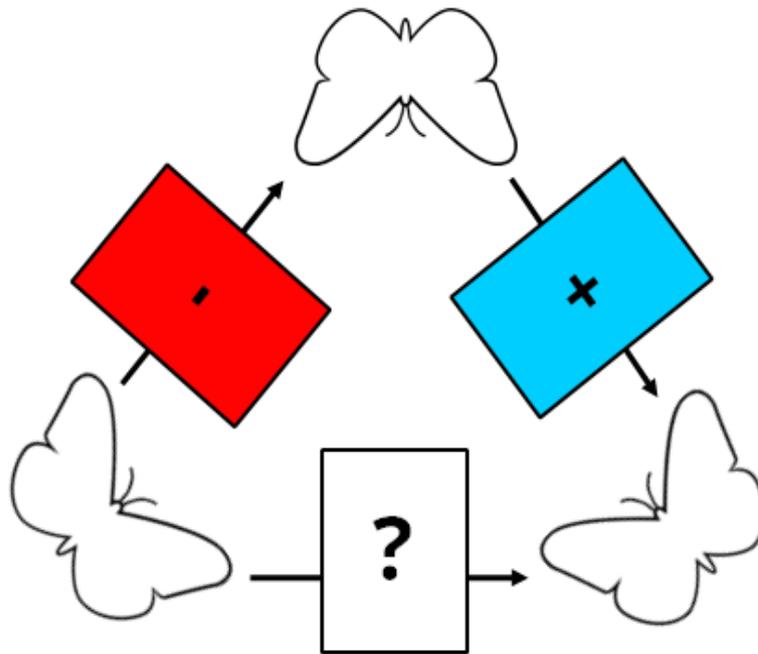
Fonte: Elaborado pelo autor

b)



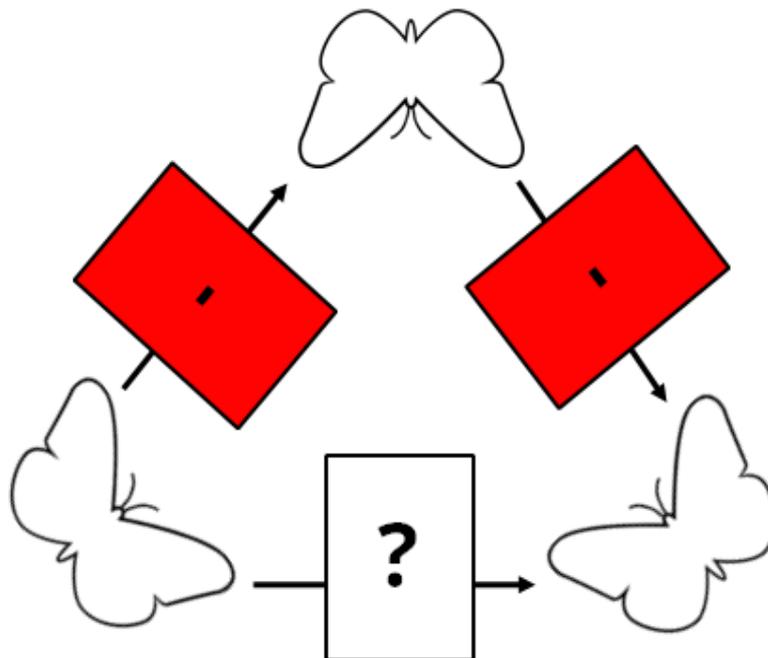
Fonte: Elaborado pelo autor

c)



Fonte: Elaborado pelo autor

d)



Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 4.** Complete o quadro a seguir, com base no que resolveu nos exercícios anteriores.

Sentença	Expressão algébrica	Sinal da expressão
Um número positivo vezes um número positivo é igual a:	$(+) \times (+)$	
Um número positivo vezes um número negativo é igual a:		
Um número negativo vezes um número positivo é igual a:		
Um número negativo vezes um número negativo é igual a:		

Fonte: Elaborado pelo autor

### 6.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

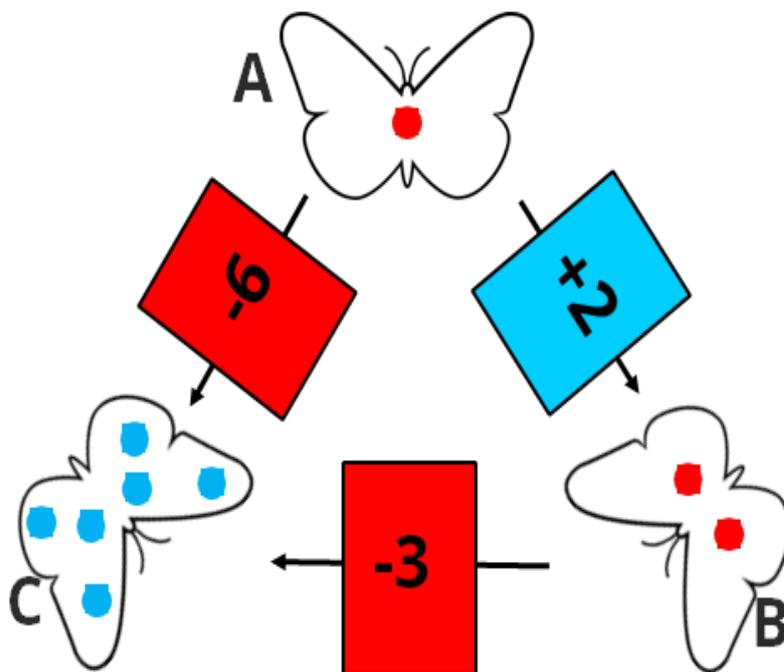
Para uma melhor compreensão da proposta apresentada neste trabalho, optamos por realizar uma abordagem mais prática na parte que trata da multiplicação de números inteiros, que consideramos uma etapa importante e significativa deste trabalho. Acreditamos que, ao resolver alguns exemplos práticos, conseguimos demonstrar de maneira mais clara e objetiva como aplicar os conceitos desejados, além de tornar a explicação mais acessível tanto para o professor quanto para outros leitores.

Assim, explicamos o uso do material a partir da resolução passo a passo de exemplos, com o objetivo de evidenciar como o conteúdo pode ser explorado de forma didática, facilitando o aprendizado dos alunos e reforçando os fundamentos da multiplicação de números inteiros.

Observe alguns exemplos:

## Exemplo 1

Figura 14 - Exemplo 1 – Circuito Multiplicativo



Fonte: Elaborado pelo autor

Neste exemplo é possível observar que ao colocar uma ficha vermelha na borboleta A e uma carta +2 na trajetória em direção à borboleta B, é necessário preencher a borboleta B com duas fichas vermelhas, pois pela regra do jogo  $1 \times 2 = 2$  e como a carta é positiva as fichas na borboleta de chegada segue a mesma cor da borboleta de onde parte a flecha.

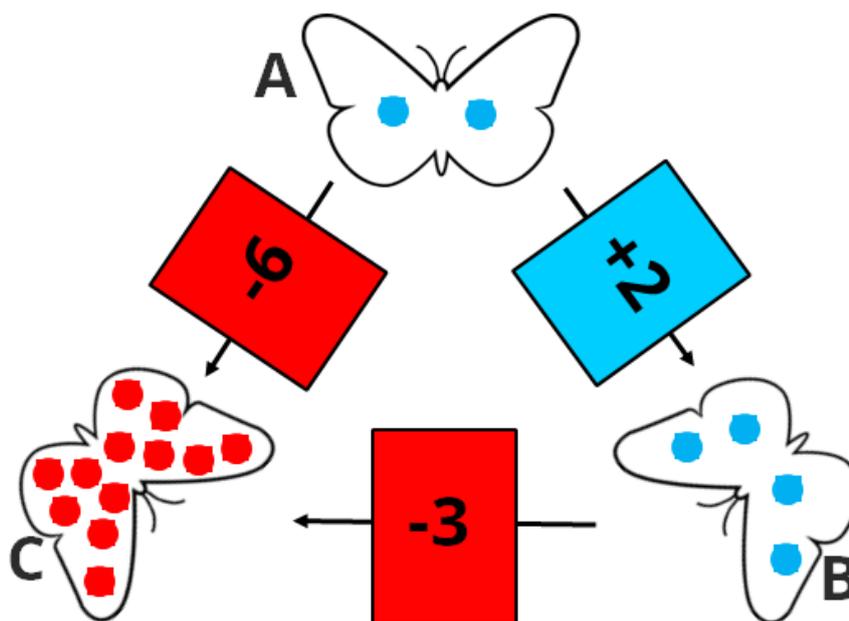
Na trajetória da borboleta B para a borboleta C está a carta -3, que permite determinar a quantidade de fichas na borboleta de chegada. Serão seis azuis, pois  $2 \times 3 = 6$  e como a carta é negativa a cor das fichas na borboleta de chegada vai mudar, ou seja, fichas azuis.

Por último, na trajetória ligando as borboletas A e C, só uma carta fecha de forma correta o circuito. Como as cores são diferentes nas duas borboletas, será necessário uma carta negativa. Para determinar o número basta descobrir o número multiplicado pela quantidade de fichas da borboleta A resulta na quantidade referente às fichas da borboleta C, que nesse exemplo são seis fichas azuis. Portanto a carta que fecha o circuito é -6.

Observe agora o exemplo 2, onde são usadas as mesmas cartas, mas não a mesma quantidade de fichas.

Exemplo 2:

Figura 15 – Exemplo 2 – Circuito Multiplicativo



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse circuito, perceba que ele é composto pelas mesmas cartas do exemplo 1. Porém, ao iniciar colocando duas fichas azuis na borboleta A, a borboleta B também ficou com fichas azuis, pois a carta sobre a trajetória é representada por um número positivo. Como já entendido, essa quantidade de fichas é resultado do produto entre a quantidade de fichas na borboleta A e o número presente na carta sobre a trajetória.

Já da borboleta B para a borboleta C, temos uma carta vermelha com sinal negativo, o que indica que as fichas na borboleta de chegada devem trocar de cor. Importante perceber que quando vamos da borboleta A para a C, que é o “caminho direto” também trocamos de cor, pois a carta sobre a trajetória também nos apresenta um número negativo.

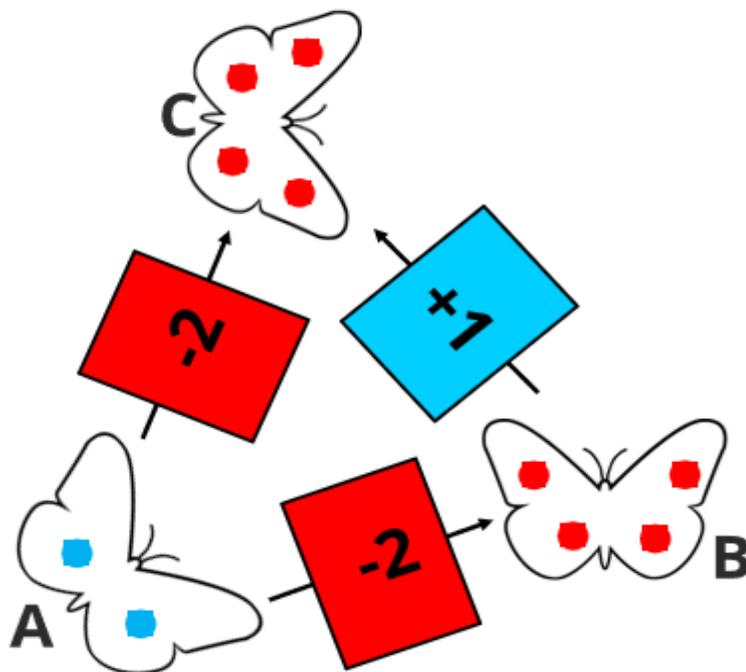
Sendo assim, é importante que o aluno perceba que o que vai interessar não é a quantidade de fichas em cada borboleta, mas sim os sinais em cada carta da

trajetória, e que o “caminho direto”, na verdade, sempre vai depender das cartas utilizadas nas outras duas trajetórias do circuito. Por isso é importante, diferente do jogo das borboletas, as setas já indicando as direções para onde cada borboleta se dirige.

Vale ressaltar que, como é possível ver, dependendo do tamanho do circuito utilizado com os alunos, não é indicado usar muitas fichas nas borboletas. Caso assim o faça, o risco de dar uma quantidade de fichas que as borboletas não comportam é grande, dificultando a visualização.

Exemplo 3.

Figura 16 - Exemplo 3 – Circuito Multiplicativo



Fonte: Elaborado pelo autor

Partindo da borboleta A, onde foram colocadas duas fichas azuis, até a borboleta B, através da operação feita com a carta  $-2$ , a borboleta de chegada foi preenchida com quatro fichas vermelhas. Houve mudança de cor entre as borboletas, por operar com uma carta negativa.

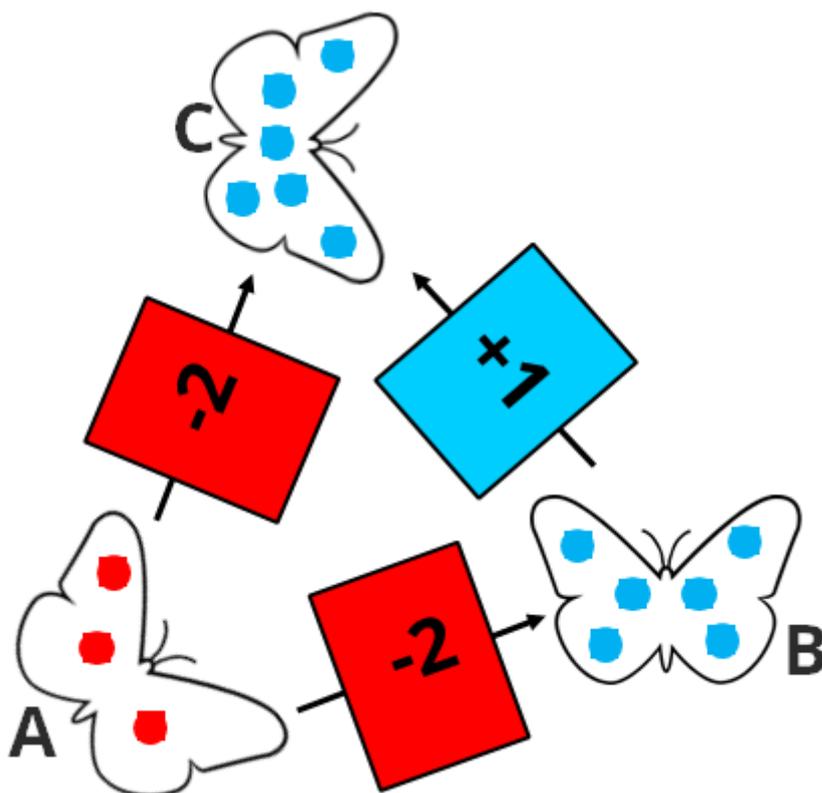
De B para C não houve mudança de cor, uma vez que a carta sobre a trajetória ligando as duas borboletas é uma carta positiva. Por fim, a trajetória

ligando A e C é preenchida com a carta -2, por haver mudança de cor, pois o número multiplicado por 2 que resulta em 4 é o próprio 2.

Vamos pensar no mesmo exemplo anterior, mudando apenas a quantidade de fichas nas borboletas

Exemplo 4:

Figura 17 - Exemplo 4 – Circuito Multiplicativo



Fonte: Elaborado pelo autor

A diferença deste exemplo para o anterior, é que foram colocadas três fichas vermelhas na borboleta A. Mas como já foi mencionado, isso não é importante, pois o seu objetivo deve ser fazer com que o aluno chegue à conclusão que as cartas presentes nesse circuito nos mostra na verdade a regra dos sinais para a multiplicação. Nesse caso, quando operamos um número negativo com um número positivo, o produto final é negativo.

A quantidade de fichas em cada borboleta segue as regras, acreditamos que após esses exemplos tenha ficado claro qual o objetivo do circuito multiplicativo e sua contribuição para a regra de sinais para a multiplicação.

## 7. DIVISÃO DE NÚMEROS INTEIROS

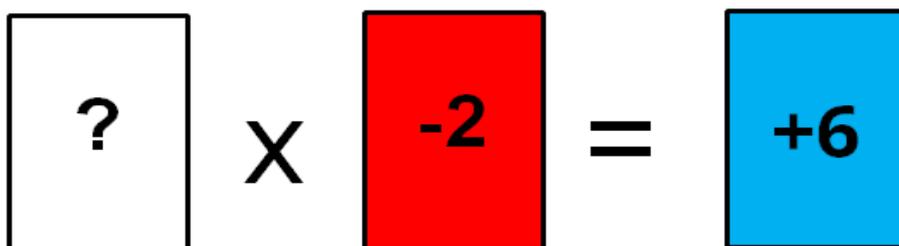
### 7.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL

A divisão será trabalhada como sendo a operação inversa da multiplicação. Na divisão não utilizaremos as fichas, serão utilizadas cartas numeradas de -10 a +10, cartas com sinais de interrogação e sinais operatórios de divisão e multiplicação. A ideia é apenas trabalhar divisões simples, com o intuito que os alunos entendam as regras dos sinais e percebam a ligação com a multiplicação.

### 7.2 A ATIVIDADE

**ATIVIDADE 1** Observe as cartas e responda ao que se pede.

a) Qual o valor desconhecido na multiplicação abaixo?

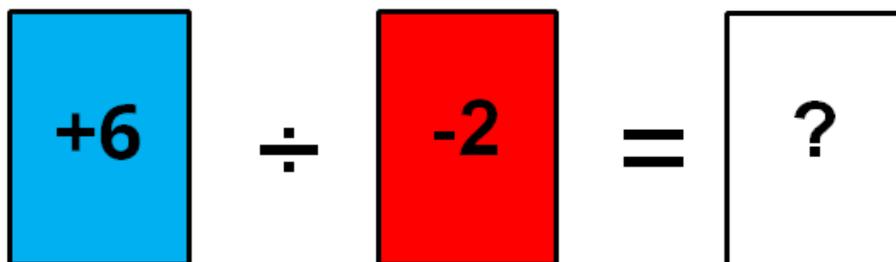


A multiplication equation is shown using colored boxes. On the left, a white box with a black border contains a question mark (?). This is followed by a black multiplication symbol (X). To the right is a red box with a black border containing the number -2. This is followed by a black equals sign (=). On the far right is a blue box with a black border containing the number +6.

$$\boxed{?} \times \boxed{-2} = \boxed{+6}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

b) Sabendo que a divisão é a operação inversa da multiplicação, qual o quociente da divisão?



A division equation is shown using colored boxes. On the left is a blue box with a black border containing the number +6. This is followed by a black division symbol (÷). To the right is a red box with a black border containing the number -2. This is followed by a black equals sign (=). On the far right is a white box with a black border containing a question mark (?).

$$\boxed{+6} \div \boxed{-2} = \boxed{?}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

**ATIVIDADE 2.** Preencha as cartas em branco com a cor e o número correto.

<b>+8</b>	$\div$	<b>-4</b>	$=$	
<b>-10</b>	$\div$		$=$	<b>+2</b>
<b>+12</b>	$\div$		$=$	<b>+4</b>
<b>-1</b>	$\div$	<b>-1</b>	$=$	

Fonte: Elaborado pelo autor

### 7.3 CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Como comentado acima, a divisão de números decimais não será tão explorada, uma vez que queremos apenas que os alunos compreendam que as

regras de sinais da multiplicação se estendem para divisão. A divisão pode ser trabalhada com a mesma ideia do jogo quem sou eu.

Sendo assim, como sugestão, temos cartas coloridas onde o professor deve posicioná-las armando uma divisão de modo que a tarefa do aluno seja completar com a carta correta que deixa a divisão correta.

Importante durante a realização da tarefa enfatizar que estamos apenas trabalhando com divisões exatas, por isso a importância de o professor selecionar as cartas para serem efetuadas as divisões de modo a não cair uma divisão não exata.

Na proposta, pensamos no esquema a seguir.

Figura 18 - Divisão – Resolução – Parte 1

$$\boxed{?} \times \boxed{-2} = \boxed{+6}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Para resolver essa divisão iremos pensar em qual o número multiplicado por -2 que resulta em +6, ressaltando que a multiplicação é a operação inversa da divisão. Portanto, podemos transformar a divisão na seguinte multiplicação:

Figura 19 - Divisão – Resolução – Parte 2

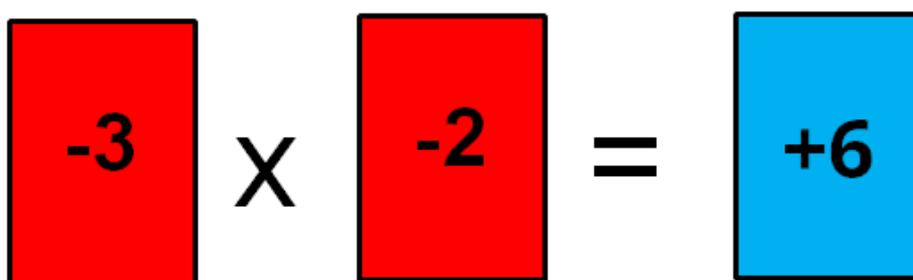
$$\boxed{+6} \div \boxed{-2} = \boxed{?}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Para resolver esse problema, vamos lembrar com os alunos o que já sabem da multiplicação de números inteiros, observando que se um dos fatores é negativo e o produto é positivo, devemos saber que o outro fator também será negativo. Ressaltando nesse momento, que as possibilidades de um produto ser positivo são ambos os fatores terem os mesmos sinais, nesse caso, ambos negativos.

A partir daí, basta pensar qual o número multiplicado por 2 resultará em 6, obtendo como resultado o número 3, porém como mencionado acima, negativo.

Figura 20 - Divisão – Resolução – Parte 3

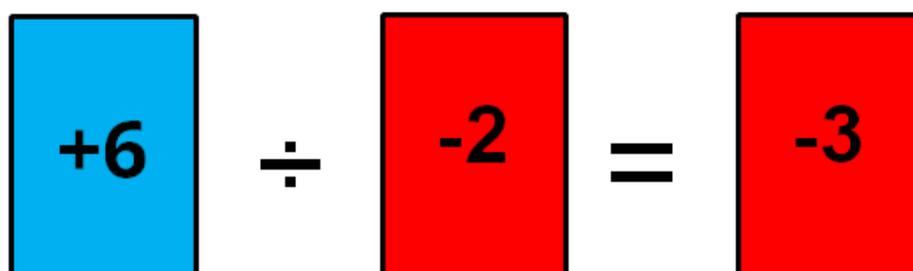


The diagram illustrates the multiplication of two negative integers. It consists of three colored boxes with black outlines. The first box is red and contains the number **-3**. To its right is a large black multiplication symbol **X**. The second box is red and contains the number **-2**. To its right is a large black equals sign **=**. The final box is blue and contains the number **+6**.

Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, já podemos concluir que o resultado da divisão inicial será -3, uma vez que o resultado encontrado na multiplicação nos fornece o quociente desejado.

Figura 21 - Divisão – Resolução – Parte 4



The diagram illustrates the division of a positive integer by a negative integer. It consists of three colored boxes with black outlines. The first box is blue and contains the number **+6**. To its right is a large black division symbol **÷**. The second box is red and contains the number **-2**. To its right is a large black equals sign **=**. The final box is red and contains the number **-3**.

Fonte: Elaborado pelo autor

## REFERÊNCIAS

AMPARO, Higor Soares do. **“Menos vezes menos é mais”**: dificuldades no ensino e na aprendizagem dos números inteiros relativos. Dissertação de Mestrado (PROFMAT). Niterói/RJ, Universidade Federal Fluminense, 2025.

HQEM. Retrato de família. **Projeto de Extensão História em Quadrinhos no Ensino de Matemática**. Programa Dá Licença. IME-UFF, 2025.

LINARDI, Patrícia Rosana. **Quatro jogos para números inteiros: uma análise**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

MARTINS, Éllen. **Uma proposta didática para o ensino dos números inteiros e suas operações**. Dissertação de Mestrado (PROFMAT). Niterói/RJ, Universidade Federal Fluminense, 2019.