

# VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA UTILIZANDO O GEOGEBRA

José Aluísio de Oliveira Júnior <sup>1</sup> e Marilis Bahr Karam Venceslau <sup>2</sup>

## Resumo

O presente trabalho apresenta atividades embasadas na Visualização Geométrica e em sua aplicação na resolução de problemas relacionados à Geometria Espacial, utilizando para isto o software de geometria dinâmica GeoGebra. O objetivo deste estudo é fornecer ferramentas que facilitem o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio. Em princípio, neste trabalho será realizada uma revisão da literatura acerca de Geometria Espacial e de Visualização Geométrica. Tal estudo visa fomentar o aprimoramento do ensino e da aprendizagem de Geometria Espacial, alicerçando assim a base teórica e o enquadramento curricular. A seguir, foram selecionadas questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e produzido um estudo com foco na resolução de problemas, visando compreender determinados tópicos de Geometria Espacial, como sólidos de revolução, truncamento de sólidos e projeções ortogonais. Para isto, são apresentadas ferramentas disponibilizadas na Comunidade GeoGebra, que podem ser aplicadas à Geometria Espacial, auxiliando no ensino e na aprendizagem dos tópicos mencionados, possibilitando a elaboração de atividades que contribuem para a compreensão e percepção dos alunos. Em síntese, este estudo apresenta o GeoGebra como ferramenta de ensino de alguns tópicos de Geometria Espacial no Ensino Médio, como sólidos de revolução, truncamento de sólidos e projeções ortogonais.

*Palavras-chave:* Visualização Geométrica, GeoGebra, Ensino Médio.

## 1 Introdução

O presente estudo busca explorar a aplicação de ferramentas aplicáveis ao ensino da Geometria Espacial, com enfoque particular na aplicação de atividades desenvolvidas usando o *software* de geometria dinâmica GeoGebra [1]. O objetivo é fornecer recursos pedagógicos que facilitem a compreensão e a aprendizagem de tópicos como projeções ortogonais, sólidos de revolução e truncamento de sólidos. Alinhando-se às competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio [2], o trabalho se fundamenta essencialmente em três habilidades:

**EM13MAT303:** Interpretar, descrever e representar o objeto matemático associado a situações problema, utilizando diferentes representações (gráficas, algébricas, geométricas, matriciais, vetoriais, entre outras), identificando suas propriedades e as regularidades das representações.

**EM13MAT305:** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam modelagem de fenômenos do mundo real por meio de expressões algébricas, gráficos e tabelas de funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e polinomiais, incluindo as operações e relações de tais funções.

**EM13MAT306:** Reconhecer e analisar características de figuras geométricas espaciais, tais como prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, identificando elementos e propriedades em contextos geométricos e aplicando em situações cotidianas e em outras áreas do conhecimento.

A primeira habilidade abrange a interpretação e representação gráfica de sólidos e suas propriedades, o que é essencial para compreender projeções ortogonais. Já a segunda está ligada à modelagem matemática que pode ser aplicada aos sólidos de revolução e ao truncamento de sólidos, utilizando expressões algébricas ou gráficos. E a última é diretamente relacionada ao estudo de sólidos geométricos, suas propriedades e características, aplicáveis a sólidos de revolução e truncamento de sólidos.

<sup>1</sup>Colégio Pedro II e aluisiojunior88@gmail.com

<sup>2</sup>Colégio Pedro II e marilis.venceslau.1@cp2.g12.br

A visualização geométrica é uma competência que facilita compreensão e manipulação mental de objetos geométricos e está presente no ensino de Geometria Espacial. Gutiérrez destaca a importância da visualização na aprendizagem geométrica. Em seus estudos, Gutiérrez [3] identificou que a capacidade de visualizar é essencial para entender conceitos espaciais complexos. Utilizando o modelo de van Hiele, Gutiérrez e Marrades mostraram como a compreensão geométrica pode ser facilitada por ferramentas digitais como o GeoGebra, que permitem representações dinâmicas e interativas dos objetos geométricos [4] e [5].

Além disso, Gutiérrez [6] investigou como os estudantes utilizam a visualização para resolver problemas geométricos, concluindo que a habilidade de visualizar figuras tridimensionais está diretamente relacionada ao sucesso na resolução de problemas. Suas pesquisas enfatizam a necessidade de desenvolver estratégias pedagógicas que promovam a visualização geométrica desde os primeiros anos de ensino, utilizando tecnologias educacionais para enriquecer a experiência de aprendizagem[7].

Em suas pesquisas, Mathias [8] demonstrou que o uso do GeoGebra pode enriquecer a experiência de aprendizagem ao oferecer visualizações interativas que ajudam os alunos a explorar e compreender propriedades geométricas. Seus próprios trabalhos no PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), assim como os dos quais participa, reforçam a ideia de que o uso de tecnologias digitais é vital para a formação de professores e para a melhoria da qualidade do ensino de matemática [9].

Garibaldi e Mathias [10] também exploraram o impacto do GeoGebra na visualização de conceitos geométricos complexos, como sólidos de revolução e truncamento de sólidos, destacando que a ferramenta permite uma interação mais profunda com os conceitos através de representações visuais dinâmicas. Seu trabalho mostra que o uso de software matemático não somente melhora a compreensão conceitual, mas também motiva os alunos a se envolverem mais ativamente com o conteúdo.

Este estudo se propõe a explorar a aplicação do GeoGebra na visualização geométrica, alinhando-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e às pesquisas de Gutiérrez e Mathias supracitadas. O foco será em tópicos como projeções ortogonais, sólidos de revolução e truncamento de sólidos, com o objetivo de fornecer ferramentas pedagógicas que facilitem a compreensão desses conceitos. Ao desenvolver atividades práticas utilizando o GeoGebra, busca-se melhorar a percepção e a compreensão dos alunos, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada dos conceitos de Geometria Espacial. A abordagem metodológica adotada visa integrar as tecnologias digitais no currículo escolar, proporcionando aos alunos experiências de aprendizagem que combinam teoria e prática de forma eficaz.

## 2 Métodos

Nesta seção, apresentamos o referencial teórico que fundamenta os conceitos de visualização geométrica e a escolha do GeoGebra como importante ferramenta para o ensino e a aprendizagem de determinados tópicos de geometria espacial, como truncamento de sólidos, sólidos de revolução e projeções ortogonais. A abordagem adotou como base as contribuições de Ángel Gutiérrez e Carmem Vieira Mathias, além de competências e habilidades presentes na BNCC.

### 2.1 Justificativa

A escolha do GeoGebra e da visualização geométrica como foco deste estudo é fundamentada nas obras de Ángel Gutiérrez e Carmem Vieira Mathias, o que destaca a importância dessas abordagens para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Ángel Gutiérrez, em seus trabalhos como "Explorando as conexões entre os níveis de Van Hiele e a geometria tridimensional" [11], "Geometría, demostración y ordenadores, Actas de las 13as JAEM" [12] e "Procesos matemáticos en la enseñanza/aprendizaje de la geometría" [13], utiliza o modelo de pensamento de Van Hiele para compreender os processos de aprendizagem em Geometria Espacial. Ele enfatiza a visualização espacial e as propriedades dos sólidos como fundamentais para o desenvolvimento das habilidades geométricas dos estudantes. Carmem Vieira Mathias, por sua vez, em obras como "Tarefas de Visualização em exercícios de Geometria Espacial" [14] e "O potencial do GeoGebra como ferramenta de auxílio as habilidades de visualização" [8], demonstram a eficácia do GeoGebra e de outras tecnologias de geometria dinâmica na melhoria da compreensão dos alunos sobre conceitos espaciais e na resolução de problemas geométricos. Estas obras sustentam a importância de estratégias didáticas que favorecem a visualização e a manipulação de figuras espaciais, alinhando-se às competências e habilidades propostas pela BNCC, em especial EM13MAT303, EM13MAT305 e EM13MAT306.

### 2.2 Metodologia Proposta

Este estudo apresenta uma proposta didática baseada na análise de questões de anos anteriores do ENEM, selecionadas por sua abordagem que facilita a visualização geométrica de projeções ortogonais, sólidos de revolução e truncamento de sólidos. Utilizando o GeoGebra, um software de matemática dinâmica, serão aplicados conceitos de visualização geométrica para tornar esses tópicos mais acessíveis e comprehensíveis para os alunos. O

GeoGebra permite uma interação dinâmica com os objetos geométricos, possibilitando uma exploração visual e manipulativa que promove uma aprendizagem mais profunda e intuitiva. Esta metodologia visa não apenas melhorar a compreensão teórica, mas também desenvolver habilidades práticas na resolução de problemas geométricos.

### 2.3 Procedimentos

Cada questão do ENEM selecionada será abordada por meio de animações e manipulações de figuras geométricas, permitindo aos estudantes explorar visualmente os conceitos abordados. O uso de um projetor conectado ao computador do professor facilitará a apresentação das atividades em sala de aula, possibilitando assim uma experiência de aprendizagem mais imersiva e participativa. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/qnfxzakj>.

### 2.4 Ferramentas e Recursos

Os recursos necessários incluem um computador com acesso à internet para utilização do GeoGebra e um projetor para exibição de atividades aos alunos. Essa infraestrutura permitirá a integração efetiva de tecnologia no ensino de Geometria Espacial, visando desenvolver nos estudantes a capacidade de analisar e resolver problemas geométricos, utilizando recursos tecnológicos e promovendo a compreensão dos conceitos matemáticos por meio da visualização e manipulação de figuras geométricas.

## 3 Resultados

Os resultados teóricos desta revisão destacam a relevância do GeoGebra como uma ferramenta promissora para o ensino de Geometria Espacial. Castro e Mathias [15] enfatizam que o GeoGebra oferece uma abordagem inovadora e prática para integrar tecnologia digital no ensino de geometria. A utilização do GeoGebra promove não apenas a visualização clara de sólidos geométricos, mas também permite aos alunos explorar e manipular objetos geométricos em três dimensões de maneira interativa, facilitando uma compreensão mais profunda dos conceitos espaciais, auxiliando na compreensão de projeções ortogonais e outras representações espaciais complexas. Além disso, os estudos abordados indicam que o GeoGebra incentiva a resolução de problemas de forma criativa e colaborativa, promovendo um ambiente de aprendizado dinâmico e envolvente.

## 4 Conclusão

Em síntese, o estudo ressalta o relevante potencial do GeoGebra como uma ferramenta essencial para a visualização geométrica, e também para o ensino e a aprendizagem de Geometria Espacial. Mathias [16] argumenta que a integração do GeoGebra no currículo escolar pode não apenas melhorar a compreensão dos conceitos geométricos tridimensionais, mas também desenvolver habilidades críticas e analíticas nos estudantes. Este estudo fornece uma base teórica que possibilita futuras pesquisas nas quais sejam explorados mais impactos práticos e melhores aplicações no uso do GeoGebra, promovendo avanços contínuos no ensino de geometria e na educação matemática de forma geral.

## Bibliografia

- [1] Instituto GeoGebra. GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 10 jul. 2024.
- [2] Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 jul. 2024.
- [3] Gutiérrez, A. Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework, Proceedings of the 20th PME Conference (Vol. 1, pp. 3-19). PME. 1996.
- [4] Gutiérrez, A.; Jaime, A. On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning, Focus on Learning Problems in Mathematics, 20(2/3), 27-46. 1998.
- [5] Marrades, R.; Gutiérrez, A. Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment, Educational Studies in Mathematics, 44(1/2), p.87–125. 2000.
- [6] Gutiérrez, A. Procesos y habilidades en visualización espacial, Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría, 44-59. 1992.
- [7] Gutiérrez, A. Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. En Maz, A.; Gómez, B.; Torralbo, M. (eds.), Actas del 9º Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). p.27-44. 2005.

- [8] Mathias, C. V. O potencial do GeoGebra como ferramenta de auxílio as habilidades de visualização. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v. 12, p. 044-066, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i2p044-066>. Acesso em 10 jul. 2024.
- [9] Züge, B. L. ; Ferreira, R.S. ; Lima, S. P.; Mathias, C. V. A resolução de problemas de geometria com o auxílio da plataforma Virtual Math Teams e do software GeoGebra. *Professor de Matemática Online*, v. 9, p. 187-200, 2021.
- [10] Garibaldi, E. P. ; Mathias, C. V. . Tecnologias de impressão 3D e o software GeoGebra no ensino aprendizagem de sólidos de revolução. In: 37<sup>a</sup> JAI, 2022, Santa Maria. Anais da 37<sup>a</sup> JAI, 2022.
- [11] Gutiérrez, A. Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry, Structural Topology, v.18, p.31-48. 1992.
- [12] Gutiérrez, A. Geometría, demostración y ordenadores, Actas de las 13as JAEM. Granada. 2007
- [13] Gutiérrez, A. Procesos matemáticos en la enseñanza/aprendizaje de la geometría. Conferencia en el 16º Congreso Nacional de Matemáticas (Medellín, Colombia). 2007.
- [14] Mathias, C. V.; Simas, F. L. B. Tarefas de visualização em exercícios de Geometria Espacial. *Educação Matemática em Revista-RS*, v. 2, p. 1-12, 2021.
- [15] Castro, L. T. ; Mathias, C.V. Estudando sólidos geométricos a partir de suas vistas ortogonais com auxílio do GeoGebra. In: Denise Ritter e Gabriel de Oliveira Soares. (Org.). Ensino de Matemática em foco: pesquisas, relatos e propostas. 1ed.Rio de Janeiro: Mares, v. 01, p. 177-197.2019
- [16] Mathias, C.V.; Kessler, A. L. Explorando conceitos da área das ciências da Natureza com o Geogebra: sugestões para a sala de aula. In: I Congresso Brasileiro do GeoGebra, Natal. Anais do I Congresso Brasileiro do GeoGebra, 2016. v. 1. p. 162-168. 2016.