

Frações (Exercícios complementares)

1) Se o trabalhador fosse trabalhado só as 30 h, a fração seria:

$$\frac{30}{30} = 1$$

Porém, trabalhou 12h a mais, isto é 42h, a fração correspondente seria:

$$\frac{42}{30} = \frac{30+12}{30} = \frac{30}{30} + \frac{12}{30} \rightarrow \text{Fração de quanto trabalhou a mais!}$$

$\frac{12}{30}$ não é irredutível, para reduzir decomponho numerador e denominador em seus fatores primos!

$$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^2$$

$$30 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\frac{12}{30} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{2}}{5 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} \quad \text{Resposta!}$$

2 é fator primo de um número, se o número é par

3 é fator primo, se a soma dos seus algarismos é divisível por 3

5 é fator primo, se o número termina em 0 ou 5

...
outras regras existem para 7, 11, 13, porém ficam cada vez mais complicadas

$$2) a) \frac{10}{14} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 7} = \frac{5}{7} \quad \checkmark$$

$$b) \frac{70}{105} = \frac{7 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{\cancel{7} \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{7}} = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

$$3) a) \quad 2 + \frac{4}{9} - \frac{11}{6} \quad || \quad 2 = \frac{2}{1}$$

Soma de frações: o procedimento não é único!, o estandar é:

- Calcular mínimo comum múltiplo dos denominadores, $m.m.c(1, 9, 6)$

* Para calcular $m.m.c$, decompõe-se os números em seus fatores primos:

$$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$1 = 1$$

* Identificam-se os fatores primos diferentes (neste caso 3 e 2) e multiplicam-se com o expoente maior com que aparecem. (nosso caso 3^2 e 2)

$$m.m.c(1, 9, 6) = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$$

Para somar a fração, toma-se o $m.m.c$ como denominador, e multiplica-se cada um dos numeradores pelo resultado de dividir o $m.m.c$ pelo respectivo, denominador

Em nosso caso, calcule

$$\frac{18}{1} = 18 ; \frac{18}{9} = 2 ; \frac{18}{6} = 3$$

e então

$$2 + \frac{4}{9} - \frac{11}{6} = \frac{2(18) + 4(2) - 11(3)}{18} = \frac{36 + 8 - 33}{18}$$

- Logo efetue as operações no numerador

$$\frac{36 + 8 - 33}{18} = \frac{3 + 8}{18} = \frac{11}{18} \quad \checkmark$$

b) Multiplicação de Frações:

(multipliquem-se os numeradores e divida-se sobre a multiplicação dos denominadores)

ou também

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{12} = \frac{3 \cdot 2^3}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3)} = \frac{3 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 3} = \frac{8 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 8} = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

c) divisão de frações

(convertese numa multiplicação de frações, invertendo a segunda fração!)

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2^2 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} \quad \checkmark$$

$$d) \frac{2}{3} \div (-2) = -\left(\frac{2}{3} \div 2\right) \rightarrow \text{já q} \div (+) \div (-) = (-)$$

$$-\left(\frac{2}{3} \div 2\right) = -\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3} \quad \text{usamos } 2 = \frac{2}{1}$$

$$4) \frac{1}{5} \times \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)}_a \div 3$$

Calculamos a

$$a = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot (6) + 2 \cdot (4) - 3 \cdot (3)}{12} = \frac{6 + 8 - 9}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{m.m.c.}(2, 3, 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2^2$$

$$\text{Logo: } \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \div 3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$$

5) Para este problema podemos usar a chamada "Notação Científica"

$$\frac{215}{100} = \frac{2,15 \times 10^2}{10^2} = 2,15 \times \frac{10^2}{10^2} = 2,15$$

6) Definhamos

Alunos acima ou igual à média $\rightarrow N_{\uparrow}$

Alunos abaixo da média $\rightarrow N_{\downarrow}$

Alunos que não realizaram a prova $\rightarrow N_{\emptyset}$

Número total de alunos $\rightarrow N_T$

$$\text{evidentemente } N_{\uparrow} + N_{\downarrow} + N_{\emptyset} = N_T$$

ou

$$\frac{N_{\uparrow} + N_{\downarrow} + N_{\emptyset}}{N_T} = \frac{N_{\uparrow}}{N_T} + \frac{N_{\downarrow}}{N_T} + \frac{N_{\emptyset}}{N_T} = \frac{N_T}{N_T} = 1$$

dos dados do problema temos

$$\frac{N_{\uparrow}}{N_T} = \frac{6}{12} ; \quad \frac{N_{\downarrow}}{N_T} = \frac{2}{4} ; \quad \frac{N_{\emptyset}}{N_T} = ?$$

$$\frac{N_{\emptyset}}{N_T} = 1 - \underbrace{\left(\frac{N_{\uparrow}}{N_T} + \frac{N_{\downarrow}}{N_T} \right)}_1$$

$$a = \frac{N_{\uparrow}}{N_T} + \frac{N_{\downarrow}}{N_T} = \frac{6}{12} + \frac{2}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Portanto

$$\frac{N_{\emptyset}}{N_T} = 1 - 1 = 0 \quad \text{X}$$

7) Se o Vendedor vendeu $\frac{3}{5}$ dos parafusos
então Sobraram $\frac{2}{5}$. Se definirmos N_s

como o número de parafusos que Sobraram
e N_T como o número Total de parafusos
então

$$\frac{N_s}{N_T} = \frac{2}{5}, \text{ mais } N_T = 4850$$

$$\text{então } N_s = \frac{2 \cdot 4850}{5} = \frac{2 \cdot 4850}{5} = 2 \cdot (970) = 1940$$

$$\begin{array}{r} 4850 \overline{) 1940} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \quad 470 \\ 00 \end{array}$$

|| Sobraram 1940 parafusos
dividendo eles entre 10 caixas
colocamos

$$\frac{1940}{10} = 194 \text{ parafusos em cada caixa!}$$

8) Neste exercício, a soma das frações dos
Lapices de diferente cor na caixa correspon-
de a fração total de lapices (se supõe que
a caixa contém outros objetos)

A fração total de lapices é

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{10 \cdot (1) + 4 \cdot (1) + 5 \cdot (1)}{20} = \frac{10 + 4 + 5}{20} = \frac{19}{20}$$

$$\text{MMC}(2, 5, 4) = 5 \cdot 2^2 = 20$$