UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

RECURSO EDUCACIONAL

Animações de dois problemas da Olimpíada
Canguru, usando o *software* GeoGebra

Hilário Alencar e Larissa Cândido

Instituto de Matemática

Maceió, 2025

PROFMAT

Animações de dois problemas da Olimpíada Canguru, usando o software

GeoGebra

Hilário Alencar e Larissa Cândido

❖ DESCRIÇÃO

Este produto educacional apresenta a elaboração de dois tutoriais interativos com o uso do *software* gratuito GeoGebra *Classic 5*, por meio dos quais foram desenvolvidas animações ilustrativas para dois problemas do Concurso Canguru de Matemática. As animações contemplam os enunciados, as respectivas soluções e a descrição dos procedimentos de construção, organizados em quatro etapas. A proposta tem como objetivo apoiar professores na preparação de seus estudantes para olimpíadas matemáticas, contribuindo para o fortalecimento do pensamento lógico, da visualização geométrica e da compreensão de conceitos fundamentais da matemática. O material pode ser aplicado em diferentes contextos pedagógicos, favorecendo abordagens mais dinâmicas e exploratórias no ensino da disciplina.

Palavras-chave: Olimpíadas matemáticas. GeoGebra. Ensino. Animação interativa. Resolução de problemas.

❖ INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática vem se beneficiando, de forma crescente, da incorporação de ferramentas digitais que favorecem a visualização de conceitos abstratos. Dentre essas ferramentas, destaca-se o GeoGebra *Classic 5* (GeoGebra 2025), amplamente adotado como recurso pedagógico em virtude de sua versatilidade, acessibilidade e gratuidade. Neste produto educacional, elaboramos dois tutoriais com base em problemas da Olimpíada Canguru de Matemática (OCM, 2025), com o objetivo de ampliar a compreensão conceitual e o engajamento dos estudantes por meio de animações interativas.

É importante ressaltar que, conforme destacam Alencar, et al. (2025), que:

A utilização dessas animações dinâmicas proporciona uma visualização clara dos conceitos matemáticos subjacentes, facilitando a compreensão pelos estudantes. Além disso, permite a interação com as soluções, a exploração de diferentes perspectivas e a consolidação dos princípios matemáticos fundamentais. De fato, tais animações não apenas ilustram as respostas, mas também explicitam o processo de raciocínio necessário para alcançá-las, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas nos estudantes. (ALENCAR et al., p. 4)

❖ PROBLEMA, TUTORIAL E ANIMAÇÃO

A seguir, apresentamos o enunciado de cada problema, sua solução, o respectivo tutorial - dividido em quatro etapas - e a animação correspondente.

🚧 PROBLEMA 1

(Canguru, 2018 - nível estudante, questão 4). Thor tem sete pedras e um martelo. Toda vez que ele bate numa pedra com o martelo, esta se quebra em exatamente cinco pedras. Ele faz isso várias vezes. Qual o número de pedras que ele poderia ter obtido?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25.

🚧 SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1

Queremos identificar qual número presente nas alternativas corresponde à quantidade total de pedras que Thor poderia obter ao quebrá-las. Para isso, nomeie as sete pedras como A, B, C, D, E, F e G. Ao quebrar a pedra A, Thor passa a ter seis pedras inteiras e cinco fragmentos, totalizando 11 pedras, como ilustrado no diagrama da Figura 1.

Figura 1: 1ª quebra das pedras de Thor.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao quebrar a pedra B, obtemos mais cinco fragmentos, conforme ilustrado na Figura 2. Com isso, Thor passa a ter cinco pedras inteiras e dez pedaços, totalizando quinze pedras no cenário.

Figura 2: 2ª quebra das pedras de Thor

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao quebrar a pedra C, obtemos mais cinco fragmentos, conforme ilustrado na Figura 3. Com isso, Thor passa a ter quatro pedras inteiras e quinze pedaços, totalizando dezenove pedras.

Figura 3: 3ª quebra das pedras de Thor.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Analisando os resultados das quebras das três primeiras pedras, temos a sequência:

$$7 \rightarrow 11 \rightarrow 15 \rightarrow 19.$$

Esses valores seguem um padrão de crescimento constante. Portanto, perceba que: de 7 para 11, somamos 4; de 11 para 15, somamos 4 novamente. Esse mesmo acréscimo de 4 se repete em cada passo. Assim, ao repetir esse padrão:

$$7 \rightarrow 11 \rightarrow 15 \rightarrow 19 \rightarrow 23.$$

Logo, Thor poderia ter obtido vinte e três pedras.

✚ TUTORIAL DA ANIMAÇÃO DO PROBLEMA 1

- **Etapa 1. Escrevendo o enunciado do problema 1.**

Ao iniciar o aplicativo, a Figura 4 é exibida na tela.

Figura 4: Tela inicial do GeoGebra.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para inserir o enunciado do problema 1 e suas alternativas no aplicativo, acesse o penúltimo atalho e selecione a ferramenta “Texto”, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5: Atalho “Texto”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao clicar na ferramenta “Texto”, a função de inserção fica ativada. Em seguida, clique na “Janela de Visualização” para abrir a caixa de digitação e formatação. Nela, cole o enunciado na caixa “Editar”, conforme exibido na Figura 6, e clique em “OK”. Para melhorar a estética e

facilitar a leitura, dividimos o enunciado em três partes distintas, repetindo o procedimento três vezes.

Figura 6: Caixa de digitação.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após concluir a Etapa 1, o resultado visual é apresentado na Figura 7. Para reposicionar as frases, basta clicar sobre o texto e arrastá-lo até o local desejado na tela. Essa funcionalidade permite uma organização mais eficiente e personalizada do enunciado na janela de visualização.

Figura 7: Executando o Passo 1.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

• Etapa 2. Construção das 7 pedras do problema 1

Como segundo passo, e de acordo com o enunciado do problema 1, posicione no plano as sete pedras de Thor. Para isso, selecione a ferramenta “Ponto” - o segundo ícone localizado no canto superior da tela - conforme ilustrado na Figura 8. Essa ação permite a criação dos pontos necessários à representação visual das pedras.

Figura 8: Criando as pedras.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao selecionar a ferramenta “Ponto”, ela é ativada, permitindo a criação de pontos na tela. Em seguida, clique sete vezes na janela de visualização para gerar os pontos A, B, C, D, E, F e G, conforme ilustrado na Figura 9. Esta etapa, baseada na solução do Problema 1, é essencial para representar as pedras iniciais, que servirão de base para as construções geométricas subsequentes.

Figura 9: Pontos criados.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para melhorar o efeito visual das pedras, personalize a cor de cada ponto. Para isso, clique com o botão direito sobre o ponto desejado e selecione a opção "Propriedades" (Figura 10(a)). Na janela "Propriedades - Ponto", vá até a seção "Cor" (Figura 10(b)) e experimente diferentes opções. Escolha as cores que melhor destacam visualmente cada pedra, facilitando a identificação dos elementos durante a análise do problema 1.

Figura 10: Propriedades da ferramenta “Ponto”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

O procedimento de alteração de cores aplicado aos sete pontos, garante que cada pedra seja representada com uma cor distinta.

Com essa etapa concluída, arraste cada ponto com o *mouse* para alinhá-los ao eixo horizontal, facilitando as construções geométricas que virão a seguir. Depois, para obter uma visualização mais limpa, oculte os eixos e a malha: clique com o botão direito na “Janela de Visualização” e desmarque as opções “Eixos” e “Malha”.

O resultado pode ser visto na Figura 11, evidenciando um *layout* mais claro e livre de interferências visuais - o que favorece a análise precisa das pedras e suas posições, conforme o enunciado do problema 1.

Figura 11: Retirando eixos e malha.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

- **Etapa 3. Quebrando as pedras do problema 1.**

Agora, iniciaremos a quebra da primeira pedra. Para isso, utilize a ferramenta "Ponto" - a mesma utilizada na criação das sete pedras iniciais - e insira cinco novos pontos abaixo da pedra A, conforme ilustrado na Figura 12(a) e com base na solução do problema 1. Em seguida, crie um controle deslizante utilizando o penúltimo atalho localizado no canto superior da tela (Figura 12(b)) e posicione-o na tela para permitir o ajuste interativo da animação.

Figura 12: Pontos e controle deslizante.

(a)

(b)

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após clicar na tela, a caixa de configuração do “Controle Deslizante” é exibida. Nomeie esse controle como “a”, definindo um valor mínimo de 0, máximo 1 e incremento de 0.01, conforme apresentamos na Figura 13(a). Na aba “Animação”, ajuste a velocidade do movimento, inicialmente definida como 1, e configure o tipo de repetição, como “Crescente (Uma Vez)” (Figura 13(b)). Após finalizar essas configurações, clique em “OK”.

Vale destacar que a opção “Crescente (Uma Vez)” permite que o controle deslize de 0 até 1 de forma contínua, aumentando em passos de 0.01 e parando automaticamente ao atingir o valor máximo.

Figura 13: Configuração do controle deslizante.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após criar o controle deslizante, associe os pontos a ele utilizando o campo “Entrada”, localizado na parte inferior da tela. Para definir o ponto P_1 , insira a expressão $P_1 = A + a(H - A)$ no campo “Entrada” e, em seguida, dê *enter*. Isso permite que P_1 se desloque ao longo do segmento de A até H, conforme a variação do parâmetro a.

Repita esse procedimento para os demais pontos, inserindo as expressões:

$$P_2 = A + a(I - A), P_3 = A + a(J - A), P_4 = A + a(K - A) \text{ e } P_5 = A + a(L - A).$$

Com essa construção vetorial os pontos se movimentam de forma dinâmica conforme o controle deslizante é ajustado, facilitando a visualização do processo de quebra da pedra. Esse comportamento pode ser observado na Figura 14, onde a variação de a ilustra claramente a transformação geométrica em curso.

Figura 14: Pontos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 .

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Na “Janela de Álgebra”, localizada à esquerda da tela, desative a visualização dos pontos H, I, J, K e L clicando sobre os ícones correspondentes (Figura 15). Essa ação oculta os pontos de referência que não participam da animação final, tornando a construção mais limpa e focada nos elementos dinâmicos.

Figura 15: Visualizando os pontos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 .

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para aprimorar o efeito visual, crie cinco vetores com ponto inicial em A e ponto final nos pontos P_1 a P_5 . Para isso, acesse o atalho "Reta" e selecione a opção "Vetor" (Figura 16(a)). Em seguida, clique sobre o ponto A e, depois, no ponto de destino correspondente para gerar cada vetor.

Para manter a visualização mais limpa:

- Remova os rótulos dos vetores: clique com o botão direito do *mouse* sobre cada vetor e desmarque a opção "Exibir Rótulo";
- Uniformize a cor dos pontos P_1 , P_2 , P_3 , P_4 e P_5 , atribuindo a mesma cor utilizada no ponto A, conforme mostra a Figura 8. O resultado dessa uniformização pode ser visto na Figura 16(b).

Figura 16: Finalizando a quebra da primeira pedra.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Repita esse procedimento de forma análoga para as duas pedras B e C. Para cada uma delas, crie um novo controle deslizante e nomeie, respectivamente, como "e" e "k". Além disso, associe-os aos respectivos pontos.

A fim de manter a organização visual da construção, remova os rótulos desses novos pontos, conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17: Pedras quebradas.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

- **Etapa 4. Programando o problema 1.**

Após concluir a Etapa 3, programe os controles deslizantes criados durante a construção da animação. Para isso, clique com o botão direito do *mouse* no controle “a” e, em seguida, selecione “Propriedades” (Figura 18).

Figura 18: Programando o controle deslizante “a”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após, aparecerá uma janela “Propriedades - Número a” no canto direito da tela. Em seguida, clique na aba “Programação”, conforme apresentada na Figura 19(a). Nessa aba, aparecerá um espaço para digitar o código de programação, então, coloque o comando `Se(a==1,IniciarAnimação(e))` (Figura 19(b)). Esse comando faz com que quando o controle “a” chegue no valor 1, inicie automaticamente, o controle “e”. Dessa forma, repetimos o comando para o controle “e”, ajustando para `Se(e==1,IniciarAnimação(k))`; como “k” é o último controle, concluímos a programação.

Figura 19: Programando o controle deslizante “a”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para visualizar a animação, clique com o botão direito do *mouse* no controle “a” e clique em “Animar” (Figura 20).

Figura 20: Visualizar a animação.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Agora, podemos analisar a construção para resolver o problema 1. Com base no enunciado e na estrutura obtida, observe que a questão envolve um padrão de crescimento constante. Para tornar a explicação mais organizada, inserimos um texto explicativo (Figura 21).

Figura 21: Resolvendo o problema 1.

(Canguru, 2018 - nível S). Thor tem sete pedras e um martelo. Toda vez que ele bate numa pedra com o martelo, esta se quebra em exatamente cinco pedras. Ele faz isso várias vezes.

Qual o número de pedras que ele poderia ter obtido?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

Total = 7 , 6 + 5 , 5 + 5 + 5 , 4 + 5 + 5 + 5 , ... $\Rightarrow$ 7 , 11 , 15 , 19 , 23...

▶ || ↺

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

ANIMAÇÃO DO PROBLEMA 1

Para tornar a construção mais atrativa, adicione alguns elementos visuais, como a imagem de um martelo, botões para controle da animação e opções para alterar a cor de fundo. Para inserir a imagem do martelo, é necessário buscar uma imagem adequada na internet, preferencialmente com fundo transparente. Após localizar a imagem desejada, salve-a na área de trabalho do computador para facilitar sua inserção no *software*.

O próximo passo é clicar na opção "Editar", localizada na parte superior da tela. Em seguida, acesse a imagem armazenada no computador clicando em "Inserir Imagem de > Arquivo", conforme ilustrado na Figura 22. Esse procedimento permite selecionar e inserir o arquivo salvo na área de trabalho, integrando a imagem ao ambiente do GeoGebra e dando continuidade à construção gráfica.

Figura 22: Inserindo imagem.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao inserir a imagem do martelo, dois pontos de controle aparecem, permitindo ajustar seu tamanho (Figura 23). Após definir o tamanho adequado, basta arrastar a imagem para posicioná-la corretamente. Esse método de ajuste e movimentação garante uma inserção precisa da imagem no espaço definido, tornando a construção mais organizada e visualmente harmoniosa. Para aprimorar a visualização final, recomenda-se remover os pontos utilizados no ajuste do tamanho do martelo, garantindo um *layout* mais limpo e organizado.

Figura 23: Inserindo imagem do martelo.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para alterar a cor de fundo, clique com o botão direito do *mouse* na janela de visualização. Essa ação abrirá uma caixa de opções, onde você deverá selecionar “Janela de Visualização” (Figura 24 (a)). Em seguida, no lado direito da tela, será exibida a janela “Preferências - Janela de Visualização”. Na aba “Básico”, dentro da seção “Outros”, localize a opção “Cor de fundo”. Nessa opção, aparecerá um quadrado com a cor branca, que representa a cor atualmente utilizada (Figura 24 (b)). Para modificá-la, basta clicar nesse quadrado e selecionar a nova cor desejada. Após a alteração, a nova cor de fundo será aplicada automaticamente, contribuindo para um *layout* mais personalizado e agradável (Figura 25).

Figura 24: Alterando a cor de fundo.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Figura 25: Escolhendo a cor de fundo.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

A Figura 26 ilustra o resultado final da animação construída.

Figura 26: Animação do problema 1.

(Canguru, 2018 - nível S). Thor tem sete pedras e um martelo. Toda vez que ele bate numa pedra com o martelo, esta se quebra em exatamente cinco pedras. Ele faz isso várias vezes.

Qual o número de pedras que ele poderia ter obtido?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

Total = 7

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

A Figura 27 exibe a resolução final da solução do problema 1 apresentada na animação. Ela pode ser visualizada e compartilhada acessando <https://geogebra.org/m/nkqt5q4k>.

Figura 27: Apresentando a animação.

(Canguru, 2018 - nível S). Thor tem sete pedras e um martelo. Toda vez que ele bate numa pedra com o martelo, esta se quebra em exatamente cinco pedras. Ele faz isso várias vezes.

Qual o número de pedras que ele poderia ter obtido?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

Total = 7 , 6 + 5 , 5 + 5 + 5 , 4 + 5 + 5 + 5 , ... $\Rightarrow$ 7 , 11 , 15 , 19 , 23...

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

PROBLEMA 2

(Canguru, 2005 – nível estudante, questão 5). Estão oito cangurus colocados nos quadrados da tabela, como mostra a figura. Cada canguru pode saltar diretamente do seu quadrado para qualquer quadrado vazio. Descubra o menor número de cangurus que devem saltar de modo a que em cada linha e em cada coluna fiquem exatamente 2 cangurus.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

✚ SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2

Queremos descobrir o menor número de cangurus que devem saltar de modo a que em cada linha e em cada coluna fiquem exatamente 2 cangurus. Para isso, enumere cada coluna e linha por 1, 2, 3 e 4, conforme exibido na Figura 28.

Figura 28: Disposição inicial enumerada.

	1	2	3	4
1
2
3
4

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Observe que há cangurus excedentes na coluna 2, ou seja, mais de dois cangurus. Além disso, as linhas 1 e 2 também apresentam cangurus excedentes. Portanto, devemos mover os cangurus posicionados na interseção dessas linhas com a segunda coluna. Assim, considerando que cada canguru ocupa uma posição específica (linha, coluna), movimente aqueles localizados em (1,2) e (2,2), conforme ilustrado na Figura 29.

Figura 29: Destacando os cangurus que devem saltar.

	1	2	3	4
1		(1,2)
2		(2,2)
3
4

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

É possível observar que, em relação à coluna 2, os cangurus devem ser movidos para as colunas 3 e 4, garantindo que cada coluna tenha exatamente dois cangurus, visto que ambas ainda precisam de um. Da mesma forma, considerando as linhas, esses cangurus devem ser realocados para as linhas 3 e 4 pelo mesmo critério. Sendo assim, as novas posições dos cangurus serão (3,3) e (4,4), conforme apresentado na Figura 30.

Figura 30: Nova disposição dos cangurus.

	1	2	3	4
1
2
3			(3,3)	
4				(4,4)

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Assim, o menor número de cangurus que devem saltar para que cada linha e cada coluna contenham exatamente dois cangurus é 2.

TUTORIAL DO PROBLEMA 2

- **Etapa 1. Construção do quadrado 4x4 do enunciado do problema 2.**

Para criar os pontos A, B, C e D, utilize a ferramenta “Ponto” - o segundo ícone localizado no canto superior da tela -, como ilustrado na Figura 31. Essa ferramenta foi ativada para marcar os quatro pontos na tela, conforme mostrado na Figura 32, estabelecendo a base para as construções subsequentes no desenvolvimento do problema 2.

Figura 31: Atalho “Ponto”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Figura 32: Pontos criados.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para construir o quadrilátero formado pelos pontos A, B, D e C, digite o comando “Polígono(A, B, D, C)” no campo de entrada localizado na parte inferior da tela. Ao pressionar “Enter”, o sistema gerou automaticamente a figura, conectando os pontos na ordem definida. A Figura 33 ilustra o quadrilátero resultante, destacando a sequência estabelecida.

Figura 33: Quadrilátero ABCD.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após a construção do quadrilátero, utilize novamente o atalho “Ponto” para marcar os vértices de cada quadrado 1x1 dentro do polígono, como mostrado na Figura 34. Essa etapa facilita a visualização e a delimitação dos pequenos quadrados internos, que estruturam a subdivisão do espaço dentro do polígono principal.

Figura 34: Quadrados internos.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Em seguida, utilizando o atalho “Reta”, selecione a ferramenta “Segmento”, conforme indicado na Figura 35(a). Depois, clique nos pares de pontos opostos (H e E, I e F, J e G) para criar segmentos verticais, delimitando as áreas internas do desenho, como mostrado na Figura 35(b). Essa operação contribui para a definição dos limites internos dos quadrados, facilitando a visualização de suas divisões.

Figura 35: Segmentos verticais.

(a)

(b)

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após criar os segmentos verticais, repetimos o procedimento para adicionar os segmentos horizontais, completando a grade de divisão no interior do quadrilátero. Em seguida, removemos a seleção de todos os pontos para que não permanecessem visíveis no desenho, resultando na Figura 36, que destaca claramente a delimitação dos quadrados internos sem a interferência dos pontos.

Figura 36: Delimitação dos quadrados internos.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para aprimorar o efeito visual da construção, ajuste a cor de toda a figura: clique com o botão direito sobre o polígono construído e selecione a opção "Propriedades". Na janela "Propriedades – Quadrilátero q1", vá até a seção "Cor" (Figura 37(a)) e experimente diferentes opções, clicando sobre a cor desejada. Faça o mesmo procedimento clicando nas linhas verticais e horizontais, para uniformizar a tonalidade das linhas. Por fim, removemos a exibição da malha e dos eixos: clique com o botão direito na "Janela de Visualização" e desmarque as opções "Eixos" e "Malha", garantindo uma visualização mais limpa e estética do esquema, como ilustrado na Figura 37(b).

Figura 37: Finalizando a etapa 1.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

- **Etapa 2. Inserir os cangurus nas posições exibidas na imagem do problema 2.**

A primeira etapa para inserir a imagem do canguru é buscar uma imagem adequada na internet, preferencialmente com fundo transparente, utilizando uma pesquisa no *Google*. Após localizar a imagem desejada, ela é salva na área de trabalho do computador para facilitar sua inserção no *software*.

Com a construção configurada no *software*, o próximo passo é clicar na opção “Editar”, localizada acima dos atalhos superiores. Em seguida, acesse a imagem armazenada no computador, clicando em “Inserir Imagem de > Arquivo”, conforme ilustrado na Figura 38. Esse procedimento permite selecionar e inserir o arquivo salvo na área de trabalho, integrando a imagem ao ambiente do GeoGebra para dar continuidade à construção gráfica.

Figura 38: Inserindo imagem.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Ao inserir a imagem do canguru, surgem dois pontos de controle que permitem ajustar seu tamanho, garantindo que ele se encaixe perfeitamente dentro de um quadrado 1x1 (Figura 39). Após definir o tamanho adequado, basta arrastar a imagem para posicioná-la corretamente no quadrado correspondente. Esse método de ajuste e movimentação possibilita uma inserção precisa da imagem no espaço definido, tornando a construção mais organizada e visualmente harmoniosa.

Figura 39: Inserindo imagem do canguru.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após inserir e ajustar o canguru em um quadrado, o próximo passo é repetir esse procedimento nas demais posições até alcançar a configuração desejada, conforme apresentado

na Figura 40. Para aprimorar a visualização final, recomenda-se remover os pontos utilizados no ajuste dos tamanhos dos cangurus: clicando com o botão direito do *mouse* sobre cada ponto e desmarcando a opção “Exibir Objeto”, garantindo um *layout* mais limpo e organizado.

Figura 40: Finalizando a etapa 2.

Janela de Visualização

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

- **Etapa 3. Resolvendo o problema 2.**

Para solucionar o problema 2, é necessário mover os cangurus localizados na coluna 2, nas linhas 1 e 2, eliminando os excedentes. O canguru na posição (1,2) deve ser deslocado para (4,4), enquanto o da posição (2,2) deve ser transladado para (3,3), ajustando-os para alcançar a configuração correta.

Para mover o primeiro canguru, inicie criando dois pontos: um exatamente sobre o canguru na posição inicial (1,2) e outro na posição final desejada (4,4). Em seguida, adicione um controle deslizante denominado “e”, com valor mínimo de 0, máximo de 1 e incremento de 0.01, permitindo a variação progressiva da posição do ponto ao longo do movimento. Após configurar o controle, associe o ponto inicial (A_2) ao ponto final (B_2) por meio da equação $P1 = A_2 + e(B_2 - A_2)$. Essa expressão possibilita o deslocamento contínuo de $P1$ de A_2 até B_2 à medida que o valor de “e” varia de 0 a 1, como ilustrado na Figura 41.

Figura 41: Associando os pontos ao controle deslizante.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

A descrição anterior envolve a utilização de uma ferramenta para criar um vetor que representa a direção e o deslocamento desejado. Primeiro, acesse o terceiro atalho superior e selecione a opção “Vetor”, conforme ilustrado na Figura 42(a). Em seguida, escolhamos o ponto A_2 e depois o ponto P_1 para definir a trajetória do movimento. Por fim, utilize a ferramenta de translação por um vetor, localizada no nono atalho, como mostrado na Figura 42(b), garantindo a correta movimentação dentro da construção.

Figura 42: Ferramentas.

(a)

(b)

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para aplicar a ferramenta de translação ao canguru na posição (1,2), primeiro selecione o canguru e o vetor previamente criado. Essa ação gera uma cópia do canguru na nova posição,

que, neste caso, é (4,4), conforme ilustrado na Figura 43(a). Para garantir que apenas o canguru na nova localização permaneça visível, acesse a “Janela de Álgebra”, onde estão listados todos os comandos utilizados na construção. Lá, desative a visualização do canguru original em (1,2), removendo sua exibição do cenário. O resultado final, após essa alteração, é apresentado na Figura 43(b), exibindo exclusivamente o canguru transladado para a nova posição, garantindo uma disposição mais organizada e clara na construção.

Figura 43: Translação do canguru (1,2).

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após a movimentação do primeiro canguru, podemos ocultar a visualização do vetor e dos pontos utilizados na construção, tornando a área mais limpa para novas ações. Em seguida, repetimos o procedimento com o canguru originalmente na posição (2,2), deslocando-o para (3,3). O resultado final dessa operação está ilustrado na Figura 44, apresentando a disposição atualizada dos cangurus no cenário, garantindo uma organização mais clara e precisa.

Figura 44: Cangurus movimentados.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Com base na análise das movimentações realizadas, conclui-se que o problema 2 foi resolvido com o mínimo de dois deslocamentos.

- **Etapa 4. Ajustando a animação do problema 2.**

Para otimizar a apresentação da animação, o enunciado do problema 2 foi posicionado acima da imagem correspondente: utilizando o penúltimo atalho, selecione a ferramenta “Texto”, assim, a função de inserção fica ativada. Em seguida, clique na “Janela de Visualização” para abrir a caixa de digitação e formatação. Nela, cole o enunciado na caixa “Editar” e clique em “OK”. Além disso, foram incorporados botões de ação interativos, permitindo ao usuário controlar a animação de maneira intuitiva, proporcionando uma experiência mais dinâmica e acessível, conforme ilustrado na Figura 45.

Figura 45: Ajustando a animação.

Para programar os controles deslizantes: clique com o botão direito do *mouse* no controle “e” e, em seguida, selecione “Propriedades”, ver Figura 46.

Figura 46: Programando o controle deslizante “e”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Após, aparecerá uma janela “Propriedades - Número e” no canto direito da tela. Em seguida, clique na aba “Programação”, conforme apresentada na Figura 47(a). Nessa aba, aparecerá um espaço para digitar o código de programação, então, coloque o comando `Se(e==1,IniciarAnimação(l))` (Figura 47(b)). Esse comando faz com que quando o controle “e” chegue no valor 1, inicie automaticamente, o controle “l”. Dessa forma, repetimos o comando para o controle “l”, ajustando para `Se(l==1,IniciarAnimação(m))`; como “m” é o último controle, concluímos a programação.

Figura 47: Programando o controle deslizante “e”.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Para visualizar a animação, clique com o botão direito do *mouse* no controle “e” e clique em “Animar” (Figura 48).

Figura 48: Visualizar a animação.

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

ANIMAÇÃO DO PROBLEMA 2

A Figura 49 apresenta a resolução final da animação desenvolvida, disponível para visualização e compartilhamento pelo *link* <[geogebra.org/m/bfmxhuyj](https://www.geogebra.org/m/bfmxhuyj)>.

Figura 49: Animação do problema 2.

(Canguru, 2005 – nível estudante, questão 5). Estão oito cangurus colocados nos quadrados da tabela, como mostra a figura. Cada canguru pode saltar diretamente do seu quadrado para qualquer quadrado vazio. Descubra o menor número de cangurus que devem saltar de modo a que em cada linha e em cada coluna fiquem exatamente 2 cangurus.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

❖ REFERÊNCIAS

Alencar, Hilário; Bortolossi, Humberto José; Cândido, Larissa; Silva Neto Gregório. Problemas do Nível 1 da OBMEP como Veículos de Articulação entre Resolução de Problemas em Matemática e Pensamento Computacional: exemplos com animações usando o GeoGebra. *Preprint* (2025).

GeoGebra Classic 5. 2025. Disponível em: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt_PT>. Acesso em: 09 set. 2025.

Olimpíada Canguru de Matemática – OCM. 2025. Disponível em <<https://www.mat.uc.pt/canguru/arquivoprovas.html>>. Acesso em: 09 set. 2025.

Hilário Alencar
Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Matemática
Maceió - Alagoas, Brasil, 57072-900
hilario@mat.ufal.br

Larissa Cândido
Secretaria de Estado da Educação de Alagoas
E.E. Prof.^a Doralice da Silva Moura

Rio Largo - Alagoas, Brasil, 57100-000
larissa.0030397-6@professor.educ.al.gov.br