Sequências didáticas para o

ensino de frações

com materias concretos e Objetos de Aprendizagem

Produto Educacional

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Juliana Elisa Hänsch

Elisandra Bar de Figueiredo

Débora Eloísa Nass Kieckhoefel

Apresentação

Este caderno pedagógico possui um compilado de atividades e sequências didáticas para o ensino de frações desenvolvidas integrando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) com o uso de materiais concretos e Objetos de Aprendizagem (OAs). Dentre os materiais, destacamos as Barras de Frações, produzidas no Laboratório Fábrica Matemática[1] (Fab3D), que visam apresentar aos alunos de ensino básico e superior uma outra forma de representar e interpretar as frações.

Os materiais e as atividades foram elaborados entre 2022 e 2025 e aplicados em turmas de diferentes níveis de ensino – 6º ano, 8º ano e ensino superior – com objetivos variados, pelas pesquisadoras Juliana Elisa Hänsch[2], licencianda em matemática, e as professoras Débora Eloísa Nass Kieckhoefel[3] e Elisandra Bar de Figueiredo[4], do departamento de matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina (Udesc).

A primeira seção deste caderno pedagógico se inicia apresentando os principais materiais envolvidos nas sequências. Em seguida, a segunda seção retrata brevemente a teoria que envolve a pesquisa por trás delas, discorrendo sobre os cinco significados de frações, a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) e a MEAAMaRP. Por fim, a terceira seção contém as atividades e descrição das três sequências.

A sequência para a formação (inicial ou continuada) de professores tem como intuito apresentar uma outra maneira de enxergar e interpretar as

---

1 Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática da Udesc onde são desenvolvidos materiais para o ensino de Matemática usando impressão 3D e corte a laser.

2 Graduanda na Universidade do Estado de Santa Catarina (Udesc) julianaelisa2604@gmail.com;

3 Mestra em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" (Unesp), debora.kiechhoefel@udesc.br;

4 Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). elisandra.figueiredo@udesc.br.

frações, assim como uma nova possibilidade para ensiná-las. Para isso, propõe-se uma breve apresentação aos participantes sobre como trabalhar com a MEAAMaRP em sala de aula e sobre as formas como as frações podem ser interpretadas conforme o contexto – os significados de fração: número, parte-todo, medida, operador multiplicativo e quociente. A apresentação dos significados tem o intuito de evidenciar, distinguir e exemplificar as diferenças na interpretação e estrutura da fração, a fim de auxiliar a identificar as dificuldades dos alunos do ensino básico.

A proposta para o 6º ano, partindo do significado parte-todo, incorpora novos conceitos e conteúdos relacionados as frações. Dentre eles, também aborda as nomenclaturas das frações, como representar uma fração em diferentes tipos de registro, frações impróprias, equivalência de frações, frações irredutíveis, ordenação, soma e subtração.

Já no 8º ano, a sequência surge como uma forma de revisar os conteúdos, desde fração como parte-todo e até mesmo fração como medida. Além disso, também aborda diferentes formas de representar uma fração, frações equivalentes, fração como operador multiplicativo e quociente.

Apresentamos cada uma das sequências indicando os momentos de cada ação/atividade, alinhada com as etapas da MEAAMaRP. Fica a critério do leitor seguir essa organização ou usar as atividades de forma isolada.

Esperamos que esse documento possa servir como inspiração a professores que buscam alternativas ao ensino de frações. Pedimos que, ao se basear nesse documento para ensinar frações, nos envie suas considerações. Os relatos de experiências, dúvidas e sugestões podem ser enviados para o e-mail fab3d.cct@udesc.br.

Sumário

UDESC | LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Lista de Ilustrações

Lista de Quadros

1 Materiais para o ensino de frações

Nessa sessão apresentaremos as Barras de Frações (Figura 1), as Pizzas de Frações (Figura 2) e o Dominó de Frações (Figura 4) – os principais materiais utilizados ao longo das sequências didáticas abordadas neste livro. Outros materiais didáticos também foram utilizados para atividades específicas como massinhas, tiras de papel e miçangas, mas dispensam uma descrição detalhada.

Os Dominós de Frações foram utilizados como um material auxiliar para que os alunos que terminassem as atividades mais rapidamente pudessem praticar o conteúdo de forma lúdica enquanto esperavam que os demais colegas finalizassem a atividade e, por isso, não são diretamente citados nas sequências. Este material é um jogo comercial, não produzido por nós, mas passível de reprodução tanto em MDF, com o auxílio de uma máquina de corte a laser, quanto em uma simples folha de papel.

Já as Barras de Frações e as Pizzas de Frações foram modeladas vetorialmente[5] por nós utilizando os softwares livres FreeCAD e Inkscape e produzidas com o auxílio de uma máquina de corte a laser e o suporte do Fab3D. Originalmente, os materiais são constituídos, respectivamente, por MDF 3mm e EVA, mas podem ser reproduzidos em papel comum. Como uma forma alternativa, abaixo deles estão algumas figuras que podem ser impressas, recortadas e personalizadas, tanto pelo professor, quanto pelos alunos, dispensando a necessidade de uma máquina de corte a laser e barateando a matéria-prima.

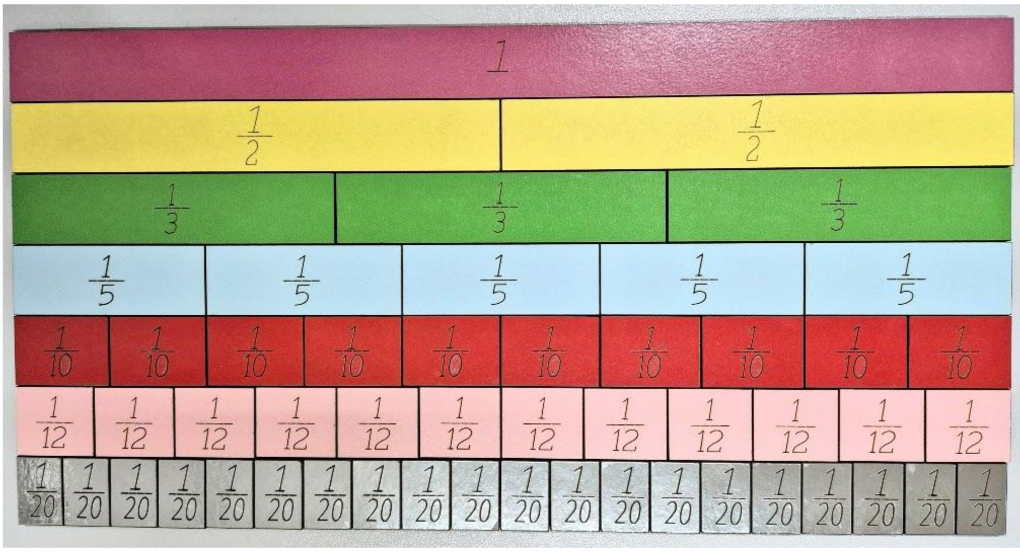
1.1 Barras de Frações

O material concreto denominado Barras de Frações (Figura 1) consiste em tiras de MDF repartidas conforme a quantidade de partes que o inteiro foi

[5] Para obter o arquivo em .svg entre em contato pelo e-mail fab3d.cct@udesc.br.

seccionado. Foram produzidos kits de barras de frações contendo peças de tamanho um inteiro até $\frac{1}{20}$. O inteiro possui 20 centímetros e foi usado como referência para a produção das outras frações. Desse modo, cada uma das duas barras de $\frac{1}{2}$ possui 10 centímetros, cada uma das três barras de $\frac{1}{3}$ possui 6,6 centímetros cada e assim por diante, como ilustra a Figura 1.

Figura 1: Barras de Frações



Fonte: Autoras (2025).

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$																		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$																	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$																
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$															
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$														
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$													
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$												
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$											
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$										
$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$									
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$								
$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$							
$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$						
$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$					
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$				
$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{17}$			
$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$		
$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$
1																			

1.2 Pizzas de Frações

As Pizzas de Frações (Figura 2) são materiais concretos produzidos em uma base circular de papel paraná com 10 cm de diâmetro, para estruturar os pedaços, e com EVA bege, vermelho, verde e amarelo, para simular a aparência de uma pizza. As bordas têm diâmetro 10 cm e largura de aproximadamente de 1,5 cm a 2 cm. Já as calabresas (discos vermelhos) têm raios variados de 0,5 cm, 0,7 cm e 1 cm.

As pizzas que produzimos foram repartidas em 4, 6 e 8 pedaços, mas podem ser repartidas em outras quantidades conforme a atividade planejada pelo professor.

Figura 2: Pizzas de Frações

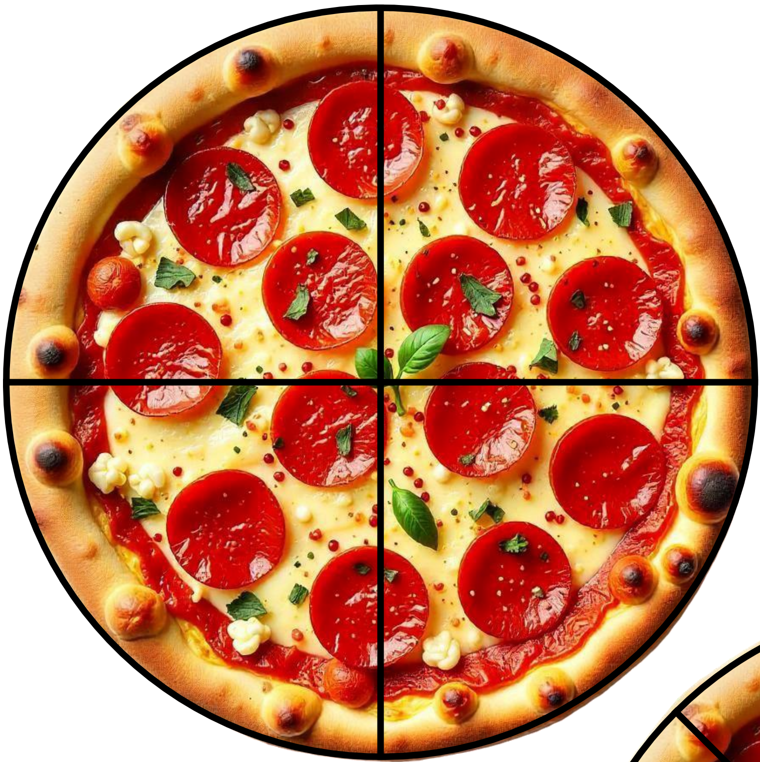
Fonte: Autoras (2025)

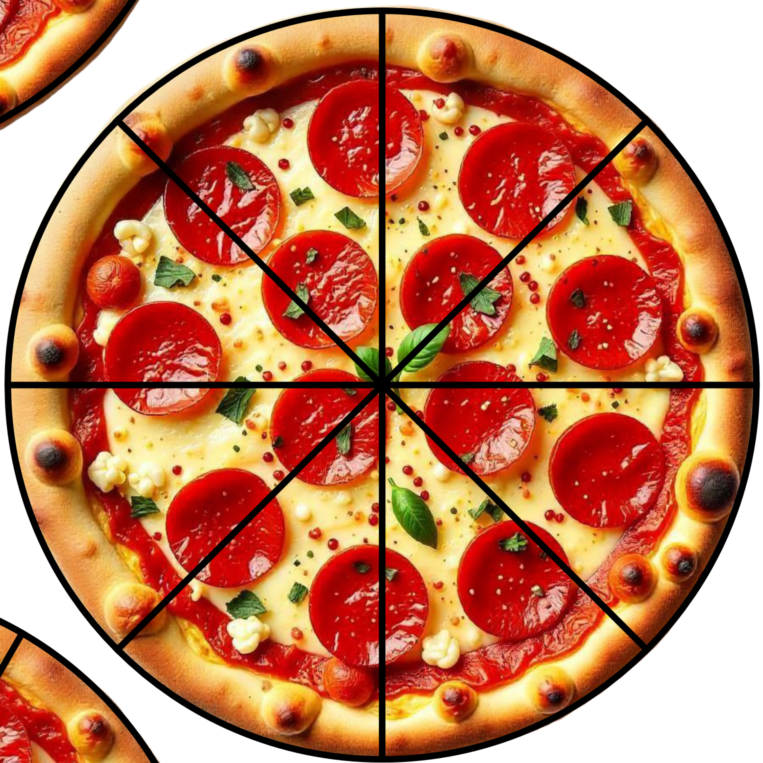
Para auxiliar na plenária, na formalização e na correção dos exercícios em sala, construímos também um painel de MDF com pizzas semelhantes às da Figura 2, mas em uma escala maior. Os materiais para a construção delas foram os mesmos, mas adaptados para uma base de 25 cm de diâmetro (Figura 3).

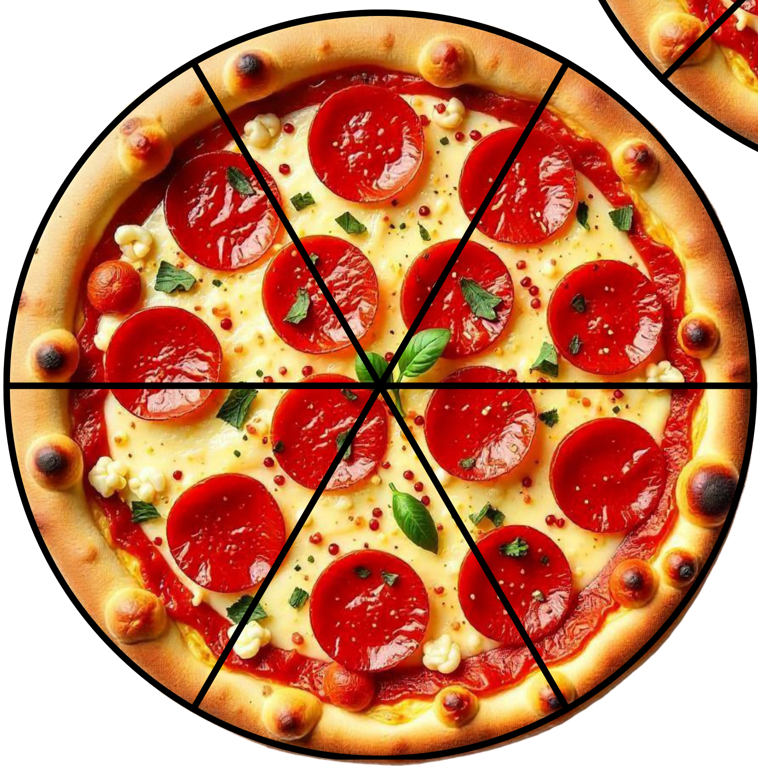
Figura 3: Painel com Pizzas de Frações

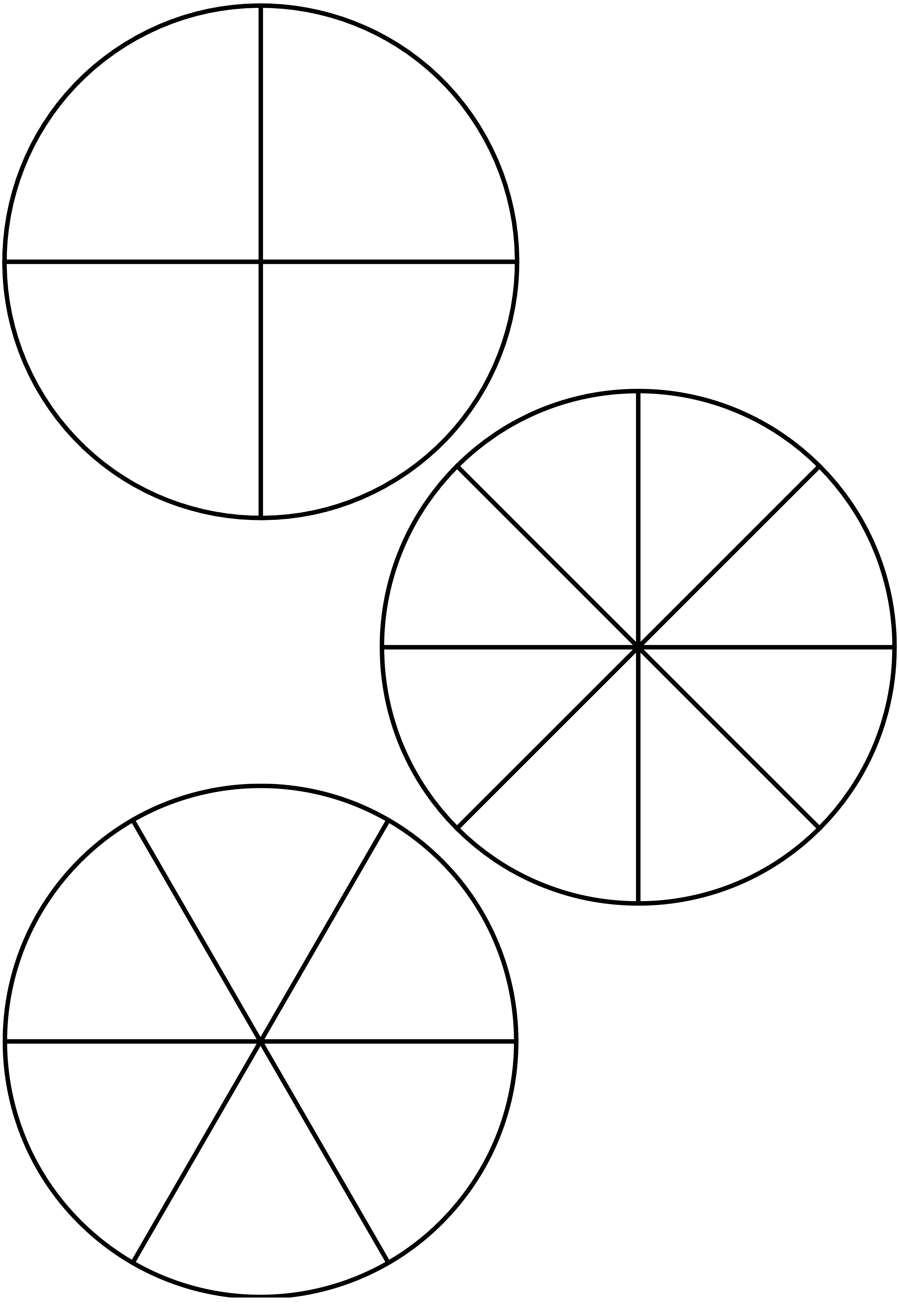
Fonte: Autoras (2025).

Para manter as fatias no lugar, mesmo na posição vertical, foi colado no MDF um círculo de papel paraná de diâmetro 25 cm, igual a base das pizzas, e foram colados velcros em cada uma das fatias seguindo o limite das bordas.





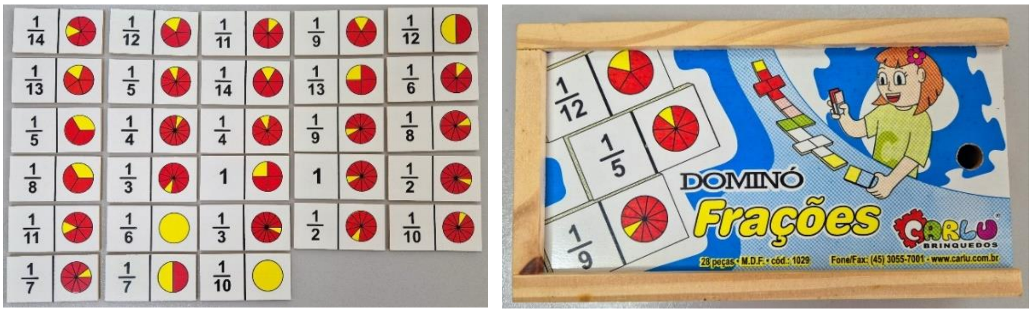




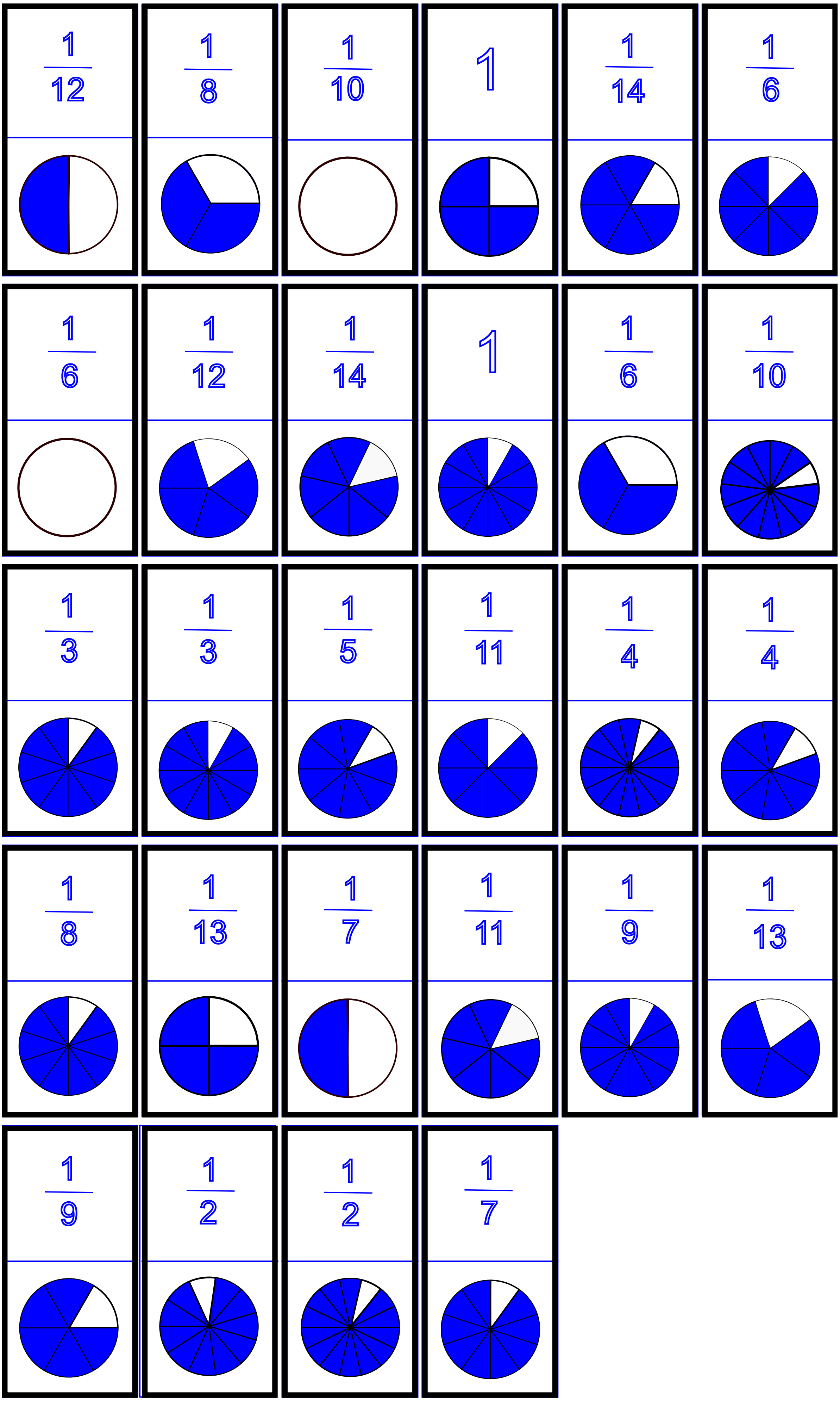
1.3 Dominó de Frações

O dominó de frações (Figura 4) é uma variação do clássico jogo dominó, que pode ser jogado de 2 a 4 pessoas. Ele conta com 28 peças em que, em um dos lados, há uma fração representada na forma numérica e, no outro, na forma figural, de modo que cada uma delas contenha uma combinação diferente. Seguindo as regras usuais do dominó tradicional, o objetivo do jogo é acabar com todas as peças juntando representações correspondentes.

Figura 4: Dominó de frações



Fonte: Autoras (2025).



1/12
1/8
1/10
1
1/14
1/6
1/6
1/12
1/14
1
1/6
1/10
1/3
1/3
1/5
1/11
1/4
1/4
1/8
1/13
1/7
1/11
1/9
1/13
1/9
1/2
1/2
1/7

2 Referencial Teórico

O ensino de frações pode tornar-se um grande desafio para os professores que ensinam matemática devido a vários fatores. Por exemplo, para os alunos pode ser difícil distinguir os números racionais dos números inteiros, pois mesmo acostumados com a relação $3 > 2$, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$. A multiplicação também apresenta diferenças: ao multiplicar um número natural por um racional menor do que 1, como $10 \times \frac{1}{2}$, o resultado será menor do que o número original, diferentemente do esperado na multiplicação de naturais (Brasil, 1997).

No entanto, as dificuldades enfrentadas podem ir além da distinção entre números racionais e inteiros. Por exemplo, elas também podem ser encontradas na variedade de contextos nos quais as frações estão inseridas – nos cinco significados de fração, nas suas infinitas representações ou até mesmo na metodologia utilizada.

Por isso, nessa sessão abordaremos brevemente sobre os cinco significados de frações, suas representações semióticas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP). Para aprofundar-se mais nos aspectos teóricos que convergiram no desenvolvimento das sequências didáticas, sugerimos a leitura do Trabalho de Graduação, que pode ser encontrado em https://repositorio.udesc.br.

2.1 Cinco significados de frações

Conforme o contexto em que estão inseridas, as frações podem assumir cinco interpretações distintas – número, parte-todo, medida, operador multiplicativo e quociente – descritas no Quadro 1.

Quadro 1: Cinco significados de fração

Significado	**Descrição**
Número	As frações não precisam estar inseridas em um contexto ou situação específica. Devem ser entendidas como um número que possui um valor e podem ser representadas como forma ordinária ou decimal.
Parte-todo	As frações representam uma parte de algo. O denominador representa a quantidade de partes em que o todo foi dividido e o numerador a quantidade de partes que foram tomadas.
Medida	A medida pode ser dividida em situações de quantidades intensivas ou extensivas. As quantidades intensivas correspondem a uma relação entre a medida de dois objetos. Nas extensivas, uma das partes é utilizada como parâmetro para medir as outras.
Operador Multiplicativo	A fração é utilizada como multiplicador de uma determinada quantia, ou seja, ela é um escalar aplicado em uma quantidade indicada.
Quociente	A fração representa uma divisão de uma quantidade em um determinado número de partes.

Fonte: Criado pelas autoras com dados extraídos de Santos (2005).

A interpretação de uma fração como parte-todo ocorre quando um todo é seccionado em partes, que podem ser iguais em quantidade de superfície ou elementos. A fração reflete a relação entre o número de partes tomadas e o total de partes. Além disso, as frações também podem ser entendidas como quocientes, resultantes da divisão de um número natural por outro $\left(a \div b = \frac{a}{b}, com\ b \neq 0\right)$. Para o estudante, essa interpretação difere da anterior, pois, enquanto dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes configura uma situação, dividir 2 chocolates entre 3 pessoas representa outra situação, embora ambas possam ser expressas pela mesma fração: 2/3 (Brasil, 1997).

Existe ainda uma terceira interpretação das frações, quando elas são usadas para comparar duas grandezas, funcionando como uma razão. Um exemplo disso é quando se diz que “2 a cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes” (Brasil, 1997). Nesse caso, a fração corresponde a uma medida intensiva entre uma parte do todo e o todo. Já, ao afirmar que “para cada habitante nativo de uma cidade, há 2 imigrantes”, compara-se duas grandezas distintas contidas dentro de um mesmo todo (total de habitantes). Assim, a fração que corresponde a essa relação é caracterizada como uma medida extensiva.

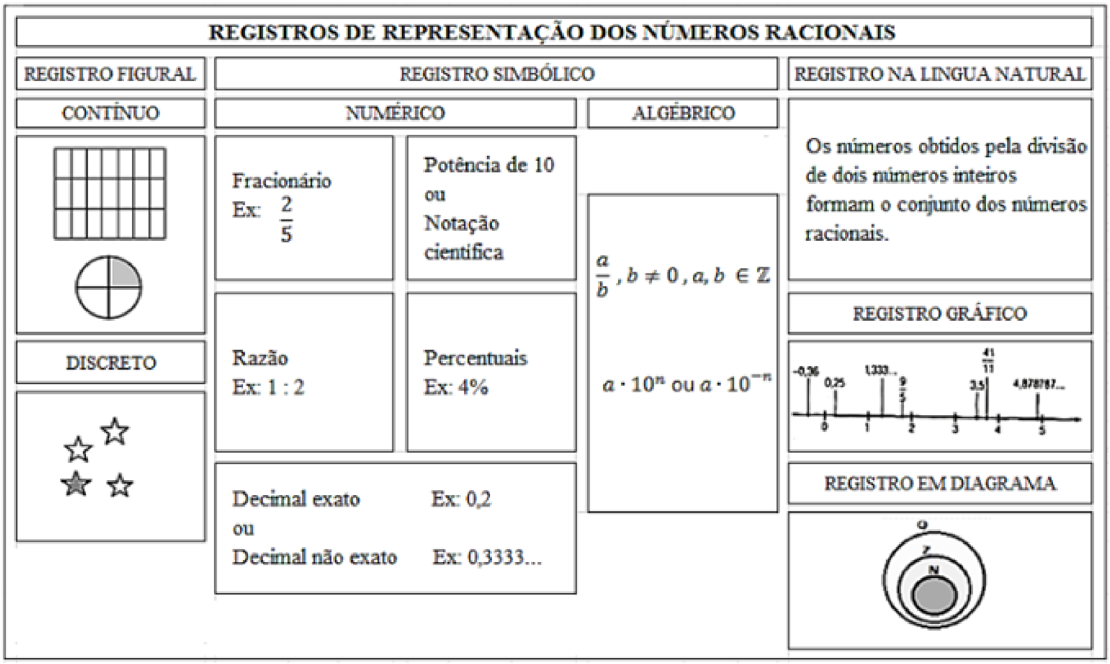
Compreender os diferentes significados das frações é primordial para identificar dificuldades relacionadas a interpretação das frações, que pode variar conforme os contextos nos quais estão inseridas. Todavia, as diferenças contextuais que as envolvem não é o único fator que pode gerar dificuldade, como abordaremos adiante.

2.2 Registros de Representação Semiótica

Ao contrário de outras disciplinas em que os objetos de estudo podem ser sentidos ou observados por meio de instrumentos como telescópios e aparelhos de medição, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis pela percepção ou instrumentos. Apesar do seu caráter abstrato e não concreto, eles podem tornar-se acessíveis por meio de registros de representação semiótica (Duval, 2010).

Nesse contexto, Duval (2009) denomina como "registro" qualquer forma empregada para expressar ou transmitir uma informação, com o propósito de compartilhá-la com outra pessoa. A partir dessa perspectiva, Miranda e Rezende (2017) destacam que os números racionais podem ser representados de diferentes maneiras – por meio de figuras contínuas ou discretas, expressões simbólicas, linguagem natural, gráficos ou diagramas – como ilustrado na Figura 5.

Figura 5: Registros de representação semiótica dos números racionais



Fonte: Miranda e Rezende (2017, p.51).

Conforme Duval (2012), a utilização de diversos registros de representação é uma condição fundamental para evitar a associação equivocada entre os objetos matemáticos e suas representações, possibilitando, ao mesmo tempo, que esses objetos sejam reconhecidos em cada uma de suas diferentes representações. O autor reforça que

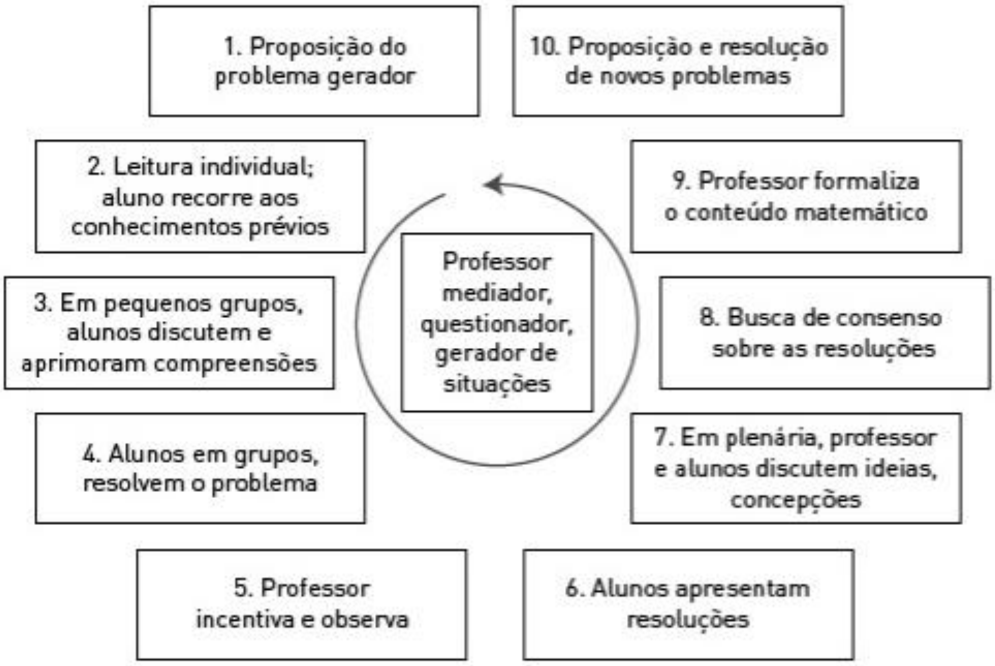
> a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão (Duval, 2012, p. 282).

Nesse cenário, Duval (2009) distingue dois tipos de transformações que podem ser realizadas com os registros de representação: o tratamento e a conversão. O tratamento acontece quando se opera dentro de um mesmo registro, modificando a forma da representação sem mudar seu sistema. Um exemplo disso é o cálculo $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$, no qual tratamos a expressão $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$ alcançando o resultado $\frac{7}{8}$. Nesse caso, ambas as representações envolvidas pertencem ao registro numérico. Já a conversão ocorre quando se altera o tipo de registro utilizado. Por exemplo, ao reescrever a frase “três vezes um número resulta em quinze” (registro em linguagem natural) como $3x = 15$ (registro algébrico), realiza-se uma conversão.

2.3 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Allevato e Onuchic (2021) propõem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) como uma abordagem que favorece a compreensão dos conteúdos matemáticos ao colocar o aluno como protagonista do processo de aprendizagem. A metodologia é estruturada em dez etapas elencadas na Figura 6.

Figura 6: Etapas da MEAAMaRP



Fonte: Allevato e Onuchic, (2021, p.51).

A abordagem inicia-se com a leitura individual e coletiva de um problema gerador, seguida por uma resolução colaborativa, com o professor atuando como mediador. As soluções são registradas na lousa para discussão coletiva, promovendo argumentação e troca de ideias entre os alunos. Após o debate, o professor formaliza os conceitos e propõe novos problemas relacionados.

Acreditamos que com uma metodologia ativa e bem estruturada – como a MEAAMaRP – e o uso de OAs e materiais concretos de forma associada, a aprendizagem de frações, pelos alunos, pode apresentar novas perspectivas e resultados, especialmente quando seu foco está na coordenação entre diferentes registros de representação semiótica.

3 Sequências Didáticas

Esta sessão detalha as sequências didáticas desenvolvidas e aplicadas ao longo da Iniciação Científica da primeira autora. Após cada implementação, as atividades foram cuidadosamente revisadas a fim de aprimorá-las por meio de ajustes nos enunciados, na estrutura das atividades e nas estratégias de aplicação. Em particular, ao longo da sequência desenvolvida para o sexto ano, foram acrescentados Objetos de Aprendizagem que podem ser utilizados como um recurso complementar.

As sequências foram estruturadas contendo a cronologia em forma de "Momentos". Em cada um deles há uma descrição detalhada do que foi pensado para aquela etapa, contendo o objetivo da atividade envolvida e sugestões de abordagens, destacando pontos relevantes a serem trabalhados. Além disso, a figura ao lado de uma questão indica que, logo adiante, haverá um "Momento Complementar" com alguma atividade no GeoGebra que pode ser utilizada para complementá-la. Também, está destacado ao final da descrição de cada momento quais as etapas da MEAAMaRP envolvidas.

Todas as atividades mencionadas em cada Momento estão identificadas abaixo deles e, na página seguinte há uma versão da atividade pronta para impressão, seguida do gabarito com a resolução completa da atividade. No caso das Fichas de atividades, também haverá outras com variações de valores que podem ser utilizadas para favorecer a abstração das respostas no processo de formalização.

Destacamos que a replicabilidade das atividades aqui propostas não pressupõe uma estrutura rígida. As sequências podem ser adaptadas tanto conforme a realidade da turma quanto ao acesso a materiais e a ferramentas tecnológicas, quantidade de alunos e estrutura física, por exemplo. As atividades, os enunciados das questões, a cronologia, a metodologia e os materiais são todos passíveis de mudanças.

3.1 Sequência para o sexto ano

Essa sequência didática parte do conceito de fração como parte-todo e percorre pela representação fracionária, figural e na linguagem natural (nomenclatura) das frações, frações impróprias e irredutíveis, equivalência, ordenação, soma e subtração de frações.

Momento 1: Separação dos alunos em duplas, apresentação das Pizzas de Frações (Figura 2), leitura e resolução do problema gerador, contido na Figura 7 (etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Para facilitar a compreensão do uso do material, é importante que o professor o apresente antes de iniciar as atividades. Aqui podem ser abordadas características como a quantidade de fatias que cada uma tem, o tamanho das fatias e o tamanho da pizza.

Este primeiro problema tem como objetivo introduzir a noção de frações de forma lúdica a partir de algo que os estudantes costumam gostar: pizzas. Dessa forma, busca-se evitar a aversão desse conteúdo usualmente taxado como “difícil” ou até mesmo “impossível”.

A partir do significado parte-todo, a questão aborda essencialmente a representação concreta e figural das frações, além da comparação/ ordenação de frações. Assim, cria-se um cenário propício para debater diversas questões, como por exemplo:

- Quanto mais partes a pizza for dividida, menores serão os pedaços;
- Comer a maior quantidade de fatias não implica em comer a maior quantidade de pizza;
- Mesmo comendo diferentes quantidades de fatias, ainda sim pode-se comer a mesma quantidade de pizza.

Figura 7: Problema das pizzas

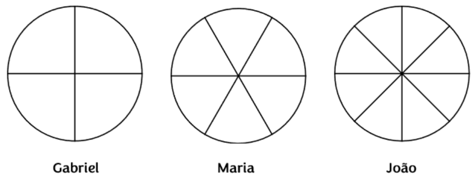
João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza?

b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias e Maria 3. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais?

c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza?

d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total.



Fonte: Autoras (2025).

Todavia, ainda que não se tenha acesso ao material pronto, uma alternativa é envolver os alunos em sua construção. A construção pode ser realizada a partir de princípios geométricos, com o uso de régua e compasso, ou através da impressão e recorte de modelos prontos ou que os alunos possam customizar (o final da seção 2.1 contém alguns modelos para impressão de que podem ser utilizados). Permitir que os estudantes personalizem e recortem suas próprias pizzas pode aumentar o engajamento e a criatividade.

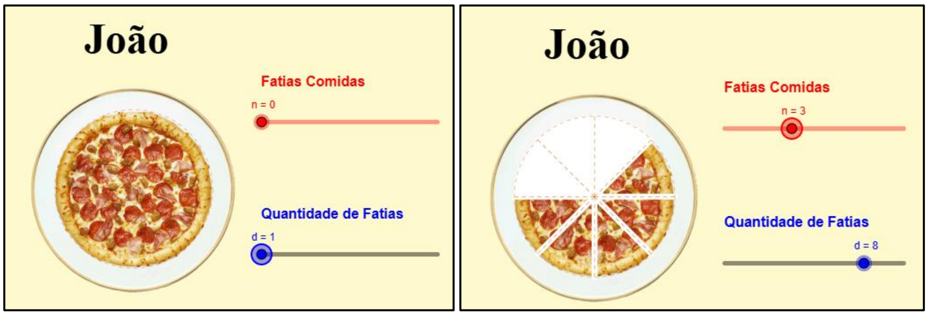
Ainda que haja a ausência das Pizzas de Frações e a inviabilidade de produzi-las, é possível aplicar o problema das pizzas (Figura 7) de forma semelhante utilizando a atividade desenvolvida no GeoGebra e que pode ser acessada por meio do QR code da Figura 8.

Figura 8: QR code para acessar o problema das pizzas no GeoGebra[6]

Fonte: Autoras (2025).

Essa atividade contém as mesmas perguntas e permite que os alunos construam as situações delineadas pelo problema utilizando o aplicativo da Figura 9.

Figura 9: Aplicativo com pizzas interativas



Fonte: Autoras (2025).

Ainda que seja possível o uso do material concreto, o aplicativo pode complementá-lo, pois permite testar outras possibilidades.

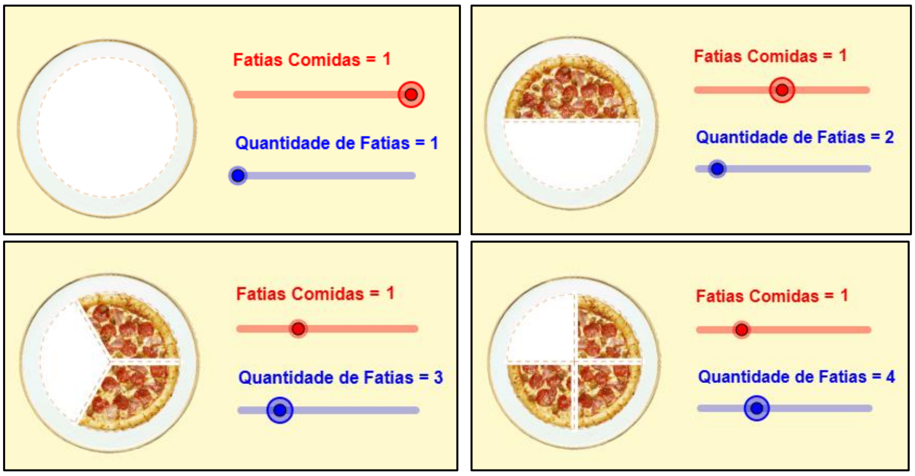
Momento Complementar: O professor pode usufruir do aplicativo da Figura 9 para explorar algumas propriedades das frações. Por exemplo, ao fixar nos controles deslizantes o número de fatias comidas (numerador) e variar a quantidade de fatias (denominador) é possível ver como a quantidade total de pizza comida se altera, mesmo que seja mantida a mesma quantidade de fatias comidas.

A Figura 10 ilustra o caso de quando se fixa a quantidade de fatias comidas em um e aumenta a quantidade de fatias da pizza. Com esse exemplo

[6] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/jwkymgg7

é possível ver que a quantidade de pizza comida diminui conforme aumenta a quantidade de fatias em que a pizza foi repartida.

Figura 10: Variação da quantidade de pizza comida conforme altera o número de fatias



Fonte: Autoras (2025).

Nome: Turma:

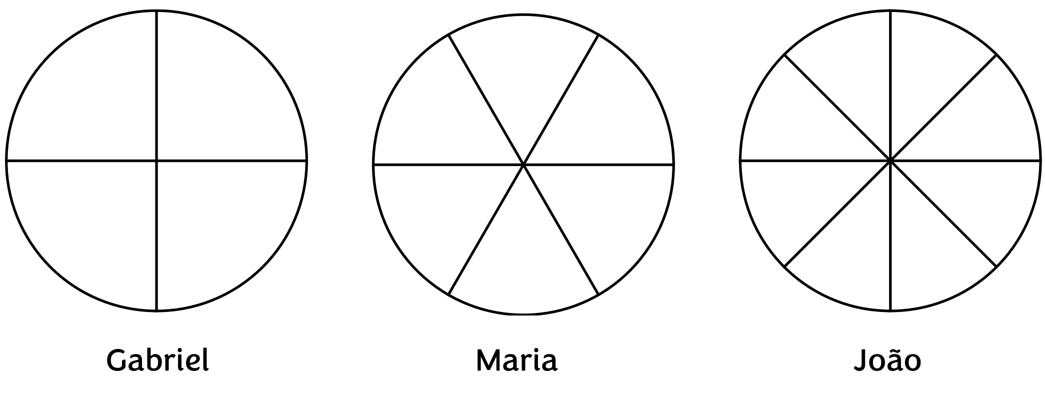
João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza?

b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias, Maria 3 e Gabriel 2. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais?

c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza?

d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total.

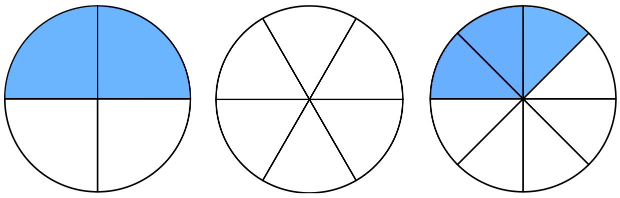


Gabriel Maria João

Gabarito

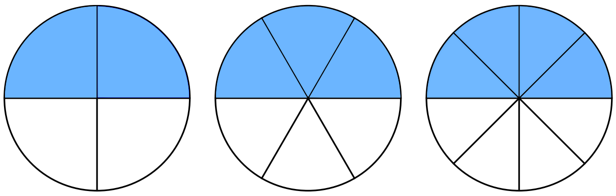
João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza? Resposta: Gabriel comeu mais.



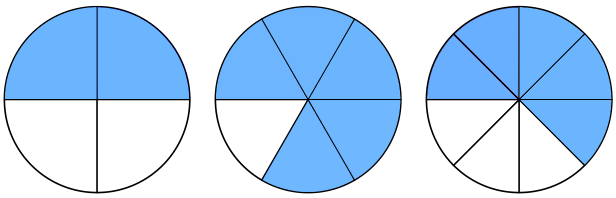
Gabriel Maria João

b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias, Maria 3 e Gabriel 2. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais? Resposta: Todos comeram a mesma quantidade.



Gabriel Maria João

c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza? Resposta: Maria comeu mais.



Gabriel Maria João

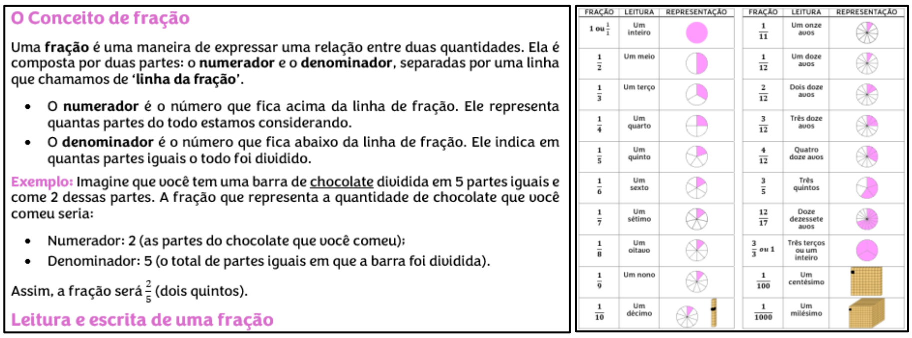
d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total. Resposta: As pizzas devem ser pintadas conforme ilustra a letra (c)

Momento 2: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe, busca do consenso e correção. Para auxiliar, os alunos e o professor podem utilizar como recurso o painel com as Pizzas de Frações (Figura 3) (etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 3: Formalização das frações como parte-todo, como transitar entre a representação concreta (pizzas), numérica (fracionária) e figural e nomenclatura das frações (etapa 9 da MEAAMaRP). Para isso, o professor poderá usufruir das respostas encontradas na atividade da Figura 7.

Além disso, para registrar o conteúdo da aula, o professor pode pedir que os alunos copiem do quadro ou entregar impresso um resumo do conteúdo (como o da Figura 11).

Figura 11: Resumo sobre o conceito de fração como parte-todo e nomenclatura das frações



O Conceito de fração

Uma **fração** é uma maneira de expressar uma relação entre duas quantidades. Ela é composta por duas partes: o **numerador** e o **denominador**, separadas por uma linha que chamamos de '**linha da fração**'.

- O **numerador** é o número que fica acima da linha de fração. Ele representa quantas partes do todo estamos considerando.
- O **denominador** é o número que fica abaixo da linha de fração. Ele indica em quantas partes iguais o todo foi dividido.

Exemplo: Imagine que você tem uma barra de chocolate dividida em 5 partes iguais e come 2 dessas partes. A fração que representa a quantidade de chocolate que você comeu seria:

- Numerador: 2 (as partes do chocolate que você comeu);
- Denominador: 5 (o total de partes iguais em que a barra foi dividida).

Assim, a fração será $\frac{2}{5}$ (dois quintos).

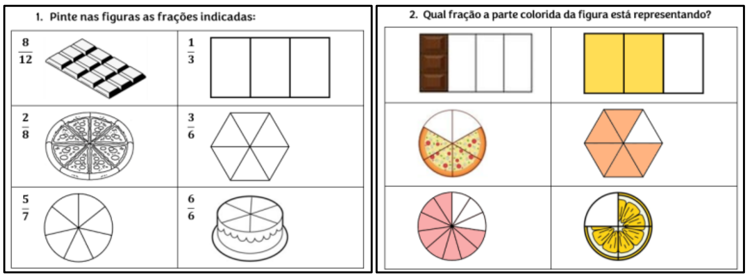
Leitura e escrita de uma fração

FRAÇÃO	LEITURA	REPRESENTAÇÃO	FRAÇÃO	LEITURA	REPRESENTAÇÃO
1 ou $\frac{1}{1}$	Um inteiro		$\frac{1}{11}$	Um onze avos	
$\frac{1}{2}$	Um meio		$\frac{1}{12}$	Um doze avos	
$\frac{1}{3}$	Um terço		$\frac{2}{12}$	Dois doze avos	
$\frac{1}{4}$	Um quarto		$\frac{3}{12}$	Três doze avos	
$\frac{1}{5}$	Um quinto		$\frac{4}{12}$	Quatro doze avos	
$\frac{1}{6}$	Um sexto		$\frac{3}{5}$	Três quintos	
$\frac{1}{7}$	Um sétimo		$\frac{12}{17}$	Doze dezessete avos	
$\frac{1}{8}$	Um oitavo		$\frac{3}{3}$ ou 1	Três terços ou um inteiro	
$\frac{1}{9}$	Um nono		$\frac{1}{100}$	Um centésimo	
$\frac{1}{10}$	Um décimo		$\frac{1}{1000}$	Um milésimo	

Fonte: Autoras (2025).

Para exercitar os novos conceitos estudados, pode-se solicitar como tarefa a resolução dos exercícios da Figura 12 (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 12: Tarefa sobre representação numérica e figural de frações como parte-todo.



Fonte: Autoras (2025).

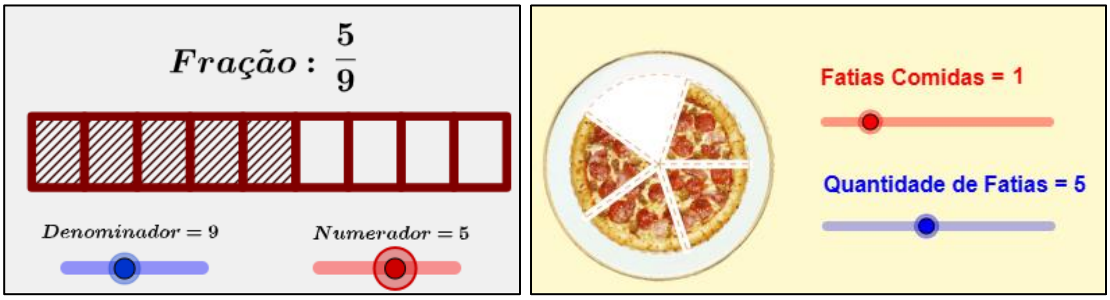
Momento Complementar: Acessando o QR code da Figura 13, você será direcionado para uma atividade do GeoGebra que aborda sobre o conceito de fração. Essa construção parte da história da vó Ana que queria dividir uma barra de chocolate entre seus netos e finaliza retomando a atividade das pizzas da Figura 7.

Figura 13: QR code para acessar a atividade sobre o conceito de fração[7]

Fonte: Autoras (2025).

Os aplicativos ilustrados na Figura 14 auxiliam o aluno a visualizar a quantidade de pizza ou de chocolate que os personagens das histórias comeram. Em particular, o do chocolate (barra) permite que os alunos testem a representação numérica e figural de qualquer fração até o denominador 20.

Figura 14: Aplicativos para representar frações



Fonte: Autoras (2025).

Além disso, a atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 15 também retoma a atividade das pizzas ao questionar sobre a nomenclatura das frações que representam as quantidades de pizza comida e as quantidades restantes.

[7] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/myaqmymb

Figura 15: QR code para acessar a atividade sobre nomenclatura de frações no GeoGebra[8]

Fonte: Autoras (2025).

Por fim, a atividade que pode ser acessada através do QR code da Figura 16 expande ainda mais a discussão sobre como representar uma fração.

Figura 16: QR code para acessar a atividade sobre representação de frações[9]

Fonte: Autoras (2025).

Ao questionar o aluno se a representação figural da fração $\frac{5}{8}$ de um chocolate e $\frac{5}{8}$ de uma pizza (utilizando os aplicativos ilustrados na Figura 14) representam a mesma coisa, inicia-se um debate importante sobre a infinidade de representações de uma mesma fração.

Embora as duas figuras apresentadas sejam distintas em termos visuais e contextuais – uma representando uma barra de chocolate e a outra uma pizza – ambas expressam, do ponto de vista matemático, a mesma fração: $\frac{5}{8}$. No entanto, afirmar que elas representam a "mesma coisa" exige uma análise mais cuidadosa, pois essa equivalência é **relativa ao aspecto numérico da fração**, e não ao objeto concreto representado.

[8] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/gqd6cgfx
[9] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/uw2zrwau

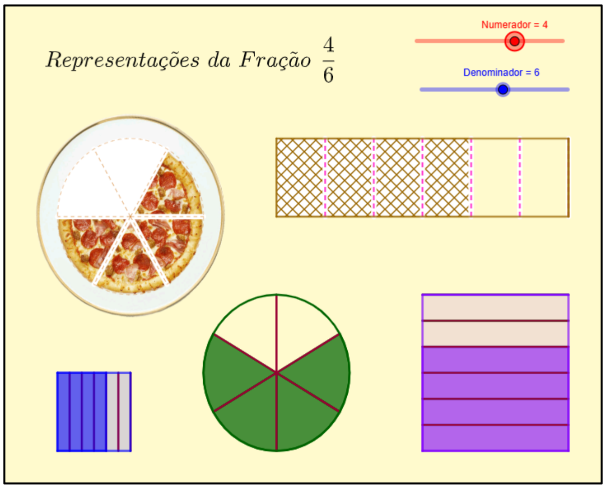
A figura da barra de chocolate não é uma pizza, assim como a pizza não é uma barra de chocolate. Cada uma remete a um contexto específico, com significados próprios no imaginário dos alunos e nas experiências do cotidiano. Contudo, quando o objetivo é representar uma quantidade fracionária — isto é, uma parte de um todo igualmente dividido — ambas se prestam a essa finalidade. Nos dois casos, o todo foi dividido em 8 partes iguais e 5 dessas partes foram destacadas ou consumidas, o que nos permite associar a ambas a fração $\frac{5}{8}$.

Essa observação leva os alunos a refletirem sobre a natureza das frações enquanto conceito matemático abstrato. A fração $\frac{5}{8}$ não está presa a uma forma específica: ela pode ser representada por diferentes modelos geométricos, como o circular (pizza), o retangular (barra de chocolate), ou mesmo por meio de uma reta numérica ou simbologia algébrica. Cada representação tem seu valor didático e oferece aos estudantes diferentes caminhos para compreender a relação entre as partes e o todo.

Portanto, **as figuras não são iguais nem representam a mesma coisa em termos concretos**, mas elas representam **a mesma relação numérica**, o que é suficiente para que, no campo da matemática, possamos tratá-las como equivalentes no que se refere à fração representada. Essa distinção é fundamental tanto para a compreensão conceitual das frações quanto para o desenvolvimento de um raciocínio matemático mais flexível e crítico.

Após essa reflexão, o aplicativo da Figura 17 permite que os alunos visualizem alguns exemplos de representação para uma mesma fração e em seguida traz algumas questões sobre essas representações.

Figura 17: Aplicativo para visualizar várias representações de uma mesma fração



Fonte: Autoras (2025).

O Conceito de fração

Uma **fração** é uma maneira de expressar uma relação entre duas quantidades. Ela é composta por duas partes: o **numerador** e o **denominador**, separadas por uma linha que chamamos de '**linha da fração**'.

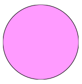
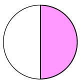
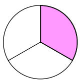
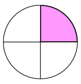
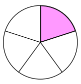
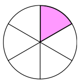
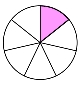
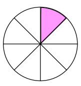
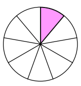
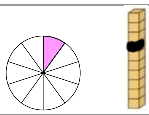
- O **numerador** é o número que fica acima da linha de fração. Ele representa quantas partes do todo estamos considerando.
- O **denominador** é o número que fica abaixo da linha de fração. Ele indica em quantas partes iguais o todo foi dividido.

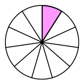
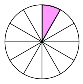
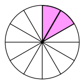
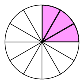
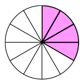
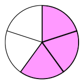
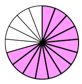
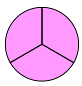
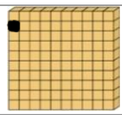
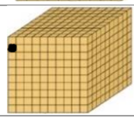
Exemplo: Imagine que você tem uma barra de chocolate dividida em 5 partes iguais e come 2 dessas partes. A fração que representa a quantidade de chocolate que você comeu seria:

- Numerador: 2 (as partes do chocolate que você comeu);
- Denominador: 5 (o total de partes iguais em que a barra foi dividida).

Assim, a fração será $\frac{2}{5}$ (dois quintos).

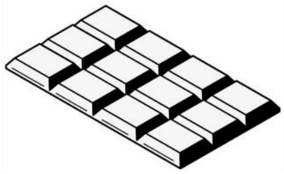
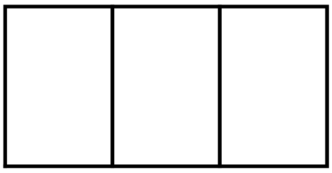
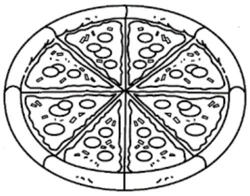
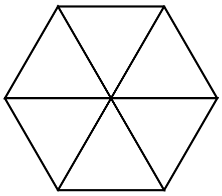
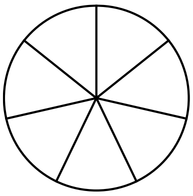
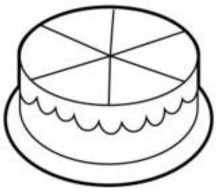
Leitura e escrita de uma fração

FRAÇÃO	LEITURA	REPRESENTAÇÃO
1 ou $\frac{1}{1}$	Um inteiro	
$\frac{1}{2}$	Um meio	
$\frac{1}{3}$	Um terço	
$\frac{1}{4}$	Um quarto	
$\frac{1}{5}$	Um quinto	
$\frac{1}{6}$	Um sexto	
$\frac{1}{7}$	Um sétimo	
$\frac{1}{8}$	Um oitavo	
$\frac{1}{9}$	Um nono	
$\frac{1}{10}$	Um décimo	

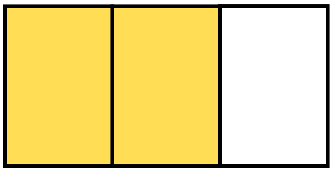
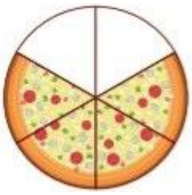
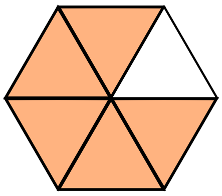
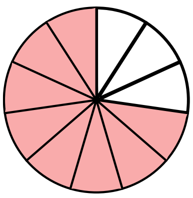
FRAÇÃO	LEITURA	REPRESENTAÇÃO
$\frac{1}{11}$	Um onze avos	
$\frac{1}{12}$	Um doze avos	
$\frac{2}{12}$	Dois doze avos	
$\frac{3}{12}$	Três doze avos	
$\frac{4}{12}$	Quatro doze avos	
$\frac{3}{5}$	Três quintos	
$\frac{12}{17}$	Doze dezessete avos	
$\frac{3}{3}$ *ou* 1	Três terços ou um inteiro	
$\frac{1}{100}$	Um centésimo	
$\frac{1}{1000}$	Um milésimo	

Nome:	Turma:

1. Pinte nas figuras as frações indicadas:

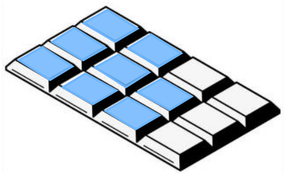
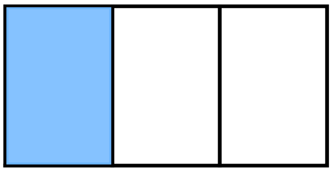
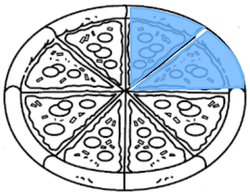
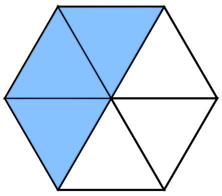
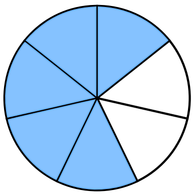
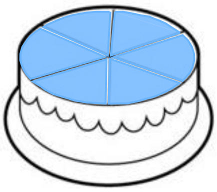
$\frac{8}{12}$ 	$\frac{1}{3}$ 
$\frac{2}{8}$ 	$\frac{3}{6}$ 
$\frac{5}{7}$ 	$\frac{6}{6}$ 

2. Qual fração a parte colorida da figura está representando?

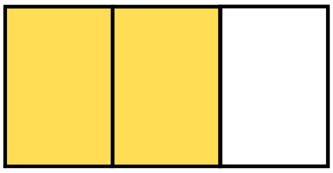
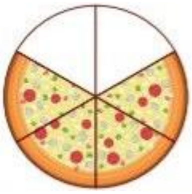
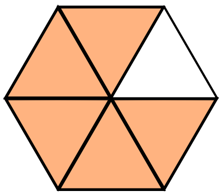
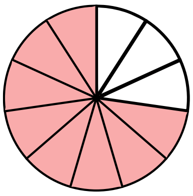
Gabarito

1. Pinte nas figuras as frações indicadas:

$\frac{8}{12}$ 	$\frac{1}{3}$ 
$\frac{2}{8}$ 	$\frac{3}{6}$ 
$\frac{5}{7}$ 	$\frac{6}{6}$ 

2. Qual fração a parte colorida da figura está representando?

3.

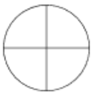
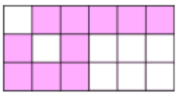
$\frac{1}{4}$ 	$\frac{2}{3}$ 
$\frac{4}{6}$ 	$\frac{5}{6}$ 
$\frac{8}{11}$ 	$\frac{3}{4}$ 

Momento 4: Correção da tarefa da Figura 12. Nesse momento, sugere-se que o professor reforce, sob a perspectiva da fração como parte-todo, o que o numerador (quantidade de partes que queremos) e o denominador (quantidade de partes iguais em que repartimos o todo) representam em uma fração, detalhando o que é necessário compreender para transitar entre as representações numérica e figural em ambos os sentidos de conversão.

Momento 5: Entrega, leitura e resolução individual do exercício da Figura 18 (etapa 10 da MEAAMaRP). Nesse exercício os alunos deverão completar uma tabela com as informações que faltam. Assim como a tarefa da Figura 12, esse exercício também tem como objetivo exercitar a conversão entre diferentes tipos registros, mas dessa vez também abordando a linguagem natural.

Figura 18: Exercício com diferentes representações das frações

Complete a tabela com as informações que faltam conforme o exemplo:

Representação em desenho	Quantidade de partes que o todo foi dividido	Quantidade de partes coloridas	Representação fracionária	Escrita por extenso
	3	2	$\frac{2}{3}$	Dois terços
			$\frac{3}{4}$	
		9		
				
				Dois sextos
	10	7		

Fonte: Autoras (2025).

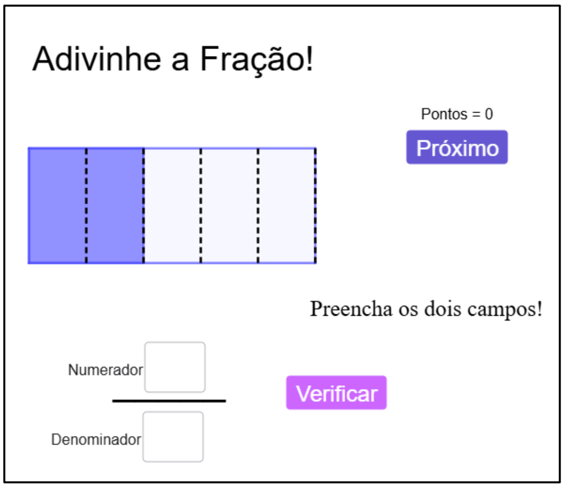
Momento Complementar: Acessando o QR code da Figura 19 você será direcionado para um jogo no GeoGebra em que o aluno deverá responder corretamente qual a fração representada na figura, até atingir 5 pontos.

Figura 19: QR code para acessar o jogo sobre representação de uma fração[10]

Fonte: Autoras (2025).

O jogo, ilustrado na Figura 20, pode ser uma ótima forma de treinar a conversão da representação figural para a numérica.

Figura 20: Jogo de adivinhar a fração



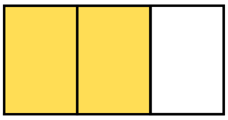
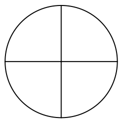
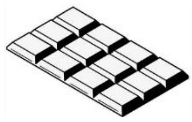
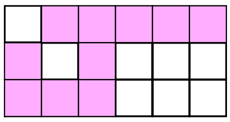
Fonte: Autoras (2025).

A partir da segunda, as frações variam aleatoriamente em numerador e denominador, fazendo com que as frações que apareçam em duas rodadas distintas tenham uma probabilidade ínfima de serem as mesmas.

[10] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/c9msj6pp

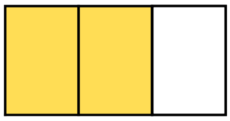
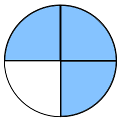
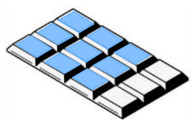
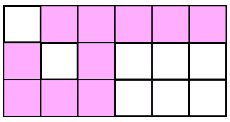
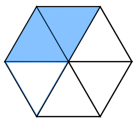
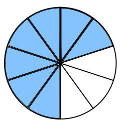
Nome:	Turma:

Complete a tabela com as informações que faltam conforme o exemplo:

Representação em desenho	**Quantidade de partes que o todo foi dividido**	**Quantidade de partes coloridas**	**Representação fracionária**	**Escrita por extenso**
	3	2	$\frac{2}{3}$	Dois terços
			$\frac{3}{4}$	
		9		
				
				Dois sextos
	10	7		

Gabarito

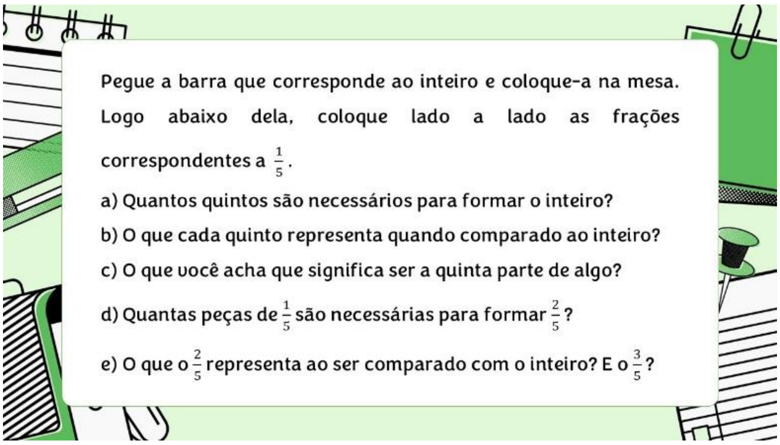
Complete a tabela com as informações que faltam conforme o exemplo:

Representação em desenho	Quantidade de partes que o todo foi dividido	Quantidade de partes coloridas	Representação fracionária	Escrita por extenso
	3	2	$\frac{2}{3}$	Dois terços
	4	3	$\frac{3}{4}$	Três quartos
	12	9	$\frac{9}{12}$	Nove doze avos
	18	10	$\frac{10}{18}$	Dez dezoito avos
	6	2	$\frac{2}{6}$	Dois sextos
	10	7	$\frac{7}{10}$	Sete décimos

Momento 6: Correção do exercício da Figura 18, reforçando os mesmos aspectos mencionados no Momento 4:.

Momento 7: Resolução da ficha Parte-todo da Figura 21. Ela tem como intuito familiarizar os alunos com a Barras de Frações (Figura 1) - material que será utilizado com frequência no restante da sequência - e reforçar alguns conceitos e propriedades previamente estudados nos momentos anteriores da sequência relacionados as frações como parte-todo. Espera-se que, com a manipulação do material, os estudantes obtenham uma experiência mais visual a partir da representação concreta, auxiliando em possíveis questionamentos (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 21: Ficha Parte-todo



Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{5}$.

a) Quantos quintos são necessários para formar o inteiro?

b) O que cada quinto representa quando comparado ao inteiro?

c) O que você acha que significa ser a quinta parte de algo?

d) Quantas peças de $\frac{1}{5}$ são necessárias para formar $\frac{2}{5}$?

e) O que o $\frac{2}{5}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{5}$?

Fonte: Autoras (2025).

Para isso, sugere-se que os alunos sejam separados em duplas conforme a afinidade de cada um e, para evitar distrações, antes de entregar os materiais, as Barras de Frações deverão ser apresentadas pelo professor, reforçando que a barra de 1 inteiro é a representação do todo e nas demais peças está escrita a fração do inteiro que representam. Enfim, entrega-se para cada equipe um kit das barras, uma ficha com valor sortido ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{7}$) e uma folha para registrar a resolução (sugere-se que seja uma folha pontada ou quadriculada para auxiliar na conversão da representação concreta para a figural, mantendo uma proporção adequada, possivelmente dispensando o uso de réguas e minimizando o tempo de resolução).

Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{5}$.

a) Quantos quintos são necessários para formar o inteiro?

b) O que cada quinto representa quando comparado ao inteiro?

c) O que você acha que significa ser a quinta parte de algo?

d) Quantas peças de $\frac{1}{5}$ são necessárias para formar $\frac{2}{5}$?

e) O que o $\frac{2}{5}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{5}$?

Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{6}$.

a) Quantos sextos são necessários para formar o inteiro?

b) O que cada sexto representa quando comparado ao inteiro?

c) O que você acha que significa ser a sexta parte de algo?

d) Quantas peças de $\frac{1}{6}$ são necessárias para formar $\frac{2}{6}$?

e) O que o $\frac{2}{6}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{6}$?

Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{7}$.

a) Quantos sétimos são necessários para formar o inteiro?

b) O que cada sétimo representa quando comparado ao inteiro?

c) O que você acha que significa ser a sétima parte de algo?

d) Quantas peças de $\frac{1}{7}$ são necessárias para formar $\frac{2}{7}$?

e) O que o $\frac{2}{7}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{7}$?

Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{8}$.

a) Quantos oitavos são necessários para formar o inteiro?

b) O que cada oitavo representa quando comparado ao inteiro?

c) O que você acha que significa ser a oitava parte de algo?

d) Quantas peças de $\frac{1}{8}$ são necessárias para formar $\frac{2}{8}$?

e) O que o $\frac{2}{8}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{8}$?

Nome: Turma:

Gabarito

Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{5}$.

1				
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

a) Quantos quintos são necessários para formar o inteiro?

5 quintos

b) O que cada quinto representa quando comparado ao inteiro?

1 das 5 partes que se obtém ao repartir o inteiro em 5.

c) O que você acha que significa ser a quinta parte de algo?

Ser a quinta parte de algo significa dividir esse algo em 5 o partes iguais e considerar apenas uma dessas partes; ser $\frac{1}{5}$ de algo.

d) Quantas peças de $\frac{1}{5}$ são necessárias para formar $\frac{2}{5}$?

2 peças

e) O que o $\frac{2}{5}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{5}$?

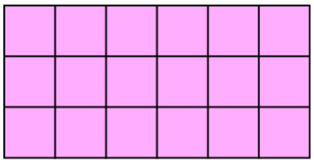
$\frac{2}{5}$ representa 2 das 5 partes que se obtém ao repartir o inteiro em 5. Já o $\frac{3}{5}$ representa 3 das 5 partes que se obtém ao repartir o inteiro em 5.

Momento 8: Plenária com a apresentação das resoluções da ficha da Figura 21 de cada dupla, busca do consenso e correção, identificando as propriedades que se repetem nas respostas de equipes com valores distintos (por exemplo, 1 inteiro tem 5 quintos, 6 sextos, 7 sétimos e assim por diante), evidenciando como generalizar as propriedades discutidas para quaisquer números.

Momento 9: Entrega e leitura coletiva da tarefa da Figura 22, que aborda algumas aplicações de frações como parte-todo. Para auxiliar na resolução, um dos itens da questão 1 poder ser resolvido como exemplo (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 22: Tarefa de aplicação de fração como parte-todo

1. Observe a figura:



Quantos quadrados formam:

a) $\frac{1}{2}$ da figura?

b) $\frac{2}{3}$ da figura?

c) $\frac{5}{6}$ da figura?

d) $\frac{4}{9}$ da figura?

2. O aniversário de Mariana chegou e, para comemorar, ela resolveu chamar seus amigos para fazer uma festa.

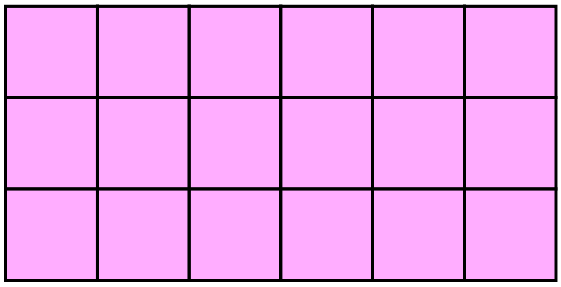
a) Para festa, Mariana comprou 20 garrafas de suco. Ela acha que serão consumidos $\frac{4}{5}$ dessa quantidade. Quantas garrafas ela acha que serão consumidas?

b) Além disso, até o momento, Mariana já montou 16 sanduíches, que correspondem a $\frac{1}{4}$ do número de sanduíches que ela pretende fazer. Quantos sanduíches Mariana vai montar para a festa?

Fonte: Autoras (2025).

Nome:	Turma:

1. Observe a figura:



Quantos quadrados formam:

a) $\frac{1}{2}$ da figura?

b) $\frac{2}{3}$ da figura?

c) $\frac{5}{6}$ da figura?

d) $\frac{4}{9}$ da figura?

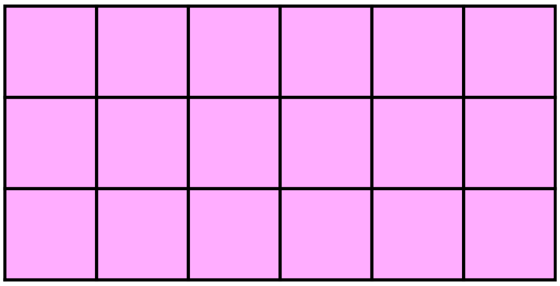
2. O aniversário de Mariana chegou e, para comemorar, ela resolveu chamar seus amigos para fazer uma festa.

a) Para festa, Mariana comprou 20 garrafas de suco. Ela acha que serão consumidos $\frac{4}{5}$ dessa quantidade. Quantas garrafas ela acha que serão consumidas?

b) Além disso, até o momento, Mariana já montou 16 sanduíches, que correspondem a $\frac{1}{4}$ do número de sanduíches que ela pretende fazer. Quantos sanduíches Mariana vai montar para a festa?

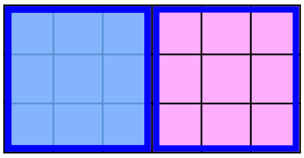
Gabarito

1. Observe a figura:

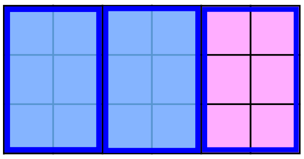


Quantos quadrados formam:

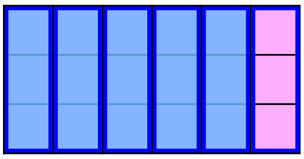
a) $\frac{1}{2}$ da figura? 9 quadrados



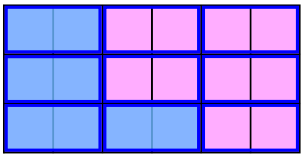
b) $\frac{2}{3}$ da figura? 12 quadrados



c) $\frac{5}{6}$ da figura? 15 quadrados



d) $\frac{4}{9}$ da figura? 8 quadrados

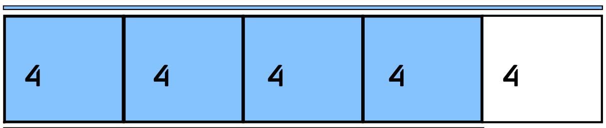


2. O aniversário de Mariana chegou e, para comemorar, ela resolveu chamar seus amigos para fazer uma festa.

a) Para festa, Mariana comprou 20 garrafas de suco. Ela acha que serão consumidos $\frac{4}{5}$ dessa quantidade. Quantas garrafas ela acha que serão consumidas?

A fração $\frac{4}{5}$ indica que queremos repartir o nosso todo em 5 partes iguais e pegar 4 delas. Nesse caso, o nosso todo são as 20 garrafas. Ao repartirmos em 5 partes iguais, obtemos $20 \div 5 = 4$. Por fim, ao pegarmos 4 dessas partes, obtemos $4 \times 4 = 16$. A situação pode ser representada como:

Quantidade total de suco = 20



Mariana acha que serão consumidos = 16

Resposta: Mariana acha que serão consumidas 16 garrafas de suco.

b) Além disso, até o momento, Mariana já montou 16 sanduíches, que correspondem a $\frac{1}{4}$ do número de sanduíches que ela pretende fazer. Quantos sanduíches Mariana vai montar para a festa?

A fração $\frac{1}{4}$ indica que Mariana já preparou 1 das 4 partes do que ela pretende fazer. Do enunciado, sabemos que 16 sanduíches correspondem a $\frac{1}{4}$ do todo. Como o todo está sendo repartido em 4 partes iguais e cada uma delas correspondem a 16 sanduíches, segue que 16+16+16+16=64.

Quantidade total de sanduíches = 64

16	16	16	16

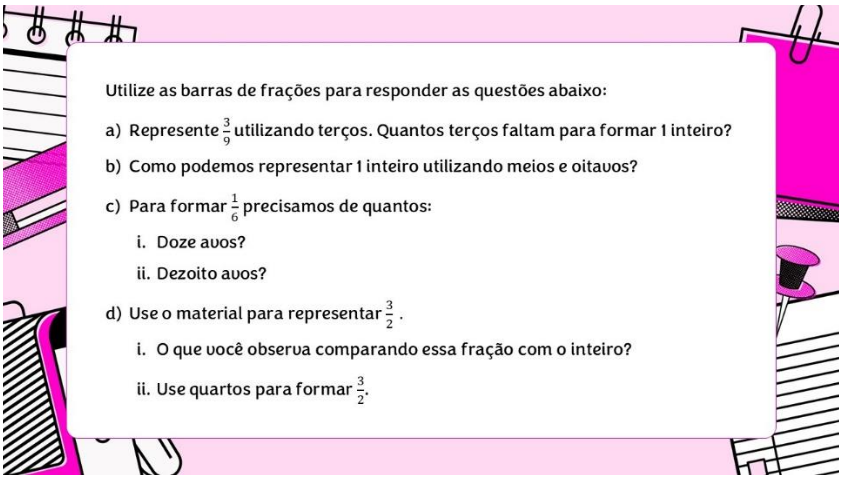
Sanduíches prontos = 16

Resposta: Mariana fará 64 sanduíches.

Momento 10: Correção da tarefa da Figura 22. Na segunda questão, sugerimos que a representação figural da situação também seja utilizada para estimular a conversão entre representações de tipos de registro distintos.

Momento 11: Separação dos alunos em duplas, entrega das Barras de Frações (Figura 1) e leitura individual e coletiva da ficha sobre frações equivalentes, contida na Figura 23, seguida da resolução das questões. (Etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Figura 23: Ficha de equivalência de frações



Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

  i. Doze avos?

  ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

  i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

  ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Fonte: adaptado de Oliveira (2022).

Essa ficha estimula os alunos a testarem várias frações até que encontrem aquelas que possuem o mesmo tamanho, ou seja, que são equivalentes. Além disso, ela introduz a noção de frações impróprias ao pedir que eles representem uma fração com o numerador maior do que o denominador. Nesse momento, é possível que os alunos chamem o professor para falar que não é possível representar aquela fração. Uma possível abordagem é pedir para que o aluno relembre o que o numerador e o denominador representam sob a perspectiva da fração como parte-todo. Ao concluir que queremos pegar mais partes do inteiro do que a quantidade de partes em que ele foi dividido, pode-se trazer o questionamento se não há nenhum lugar em que eles possam pegar essa parte que falta, podendo ser com algum colega ou algum kit extra. Na formalização conclui-se que essa outra parte surge ao pegar mais uma parte de um outro inteiro idêntico ao original.

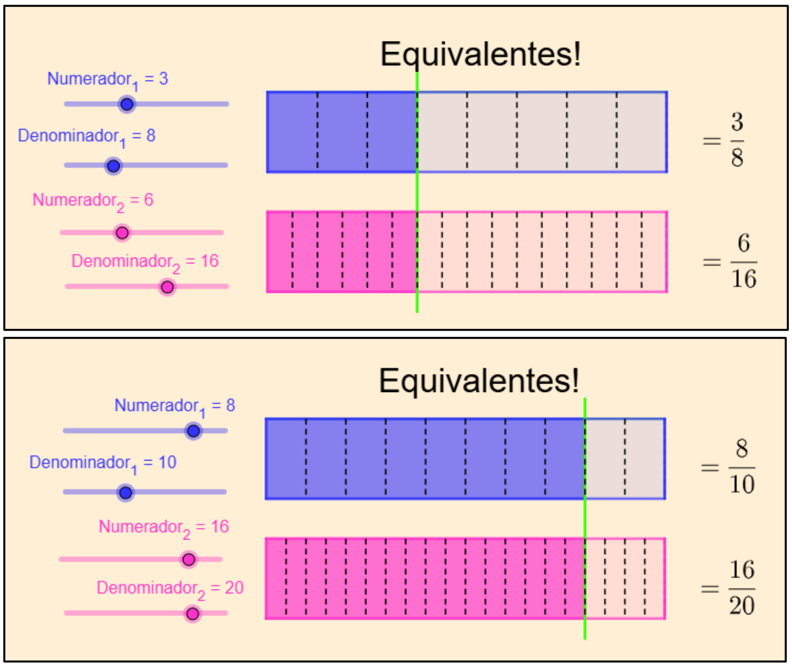
Momento complementar: A atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 24 inicia a discussão sobre frações equivalentes voltando ao resultado obtido na letra (b) da atividade das pizzas (Figura 7), momento em que os três personagens da história haviam comido a mesma quantia de pizza, mas quantidades de fatias diferentes.

Figura 24: QR code para acessar a atividade sobre frações equivalentes no GeoGebra[11]

Fonte: Autoras (2025).

Após estabelecer o conceito de equivalência de frações, o aplicativo ilustrado na Figura 25 auxilia o aluno a responder as questões seguintes indicando-o quando, após manipular as frações, encontra frações equivalentes.

Figura 25: Aplicativo para encontrar frações equivalentes



Fonte: Fonte: Autoras (2025).

[11] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/ufgrumcd

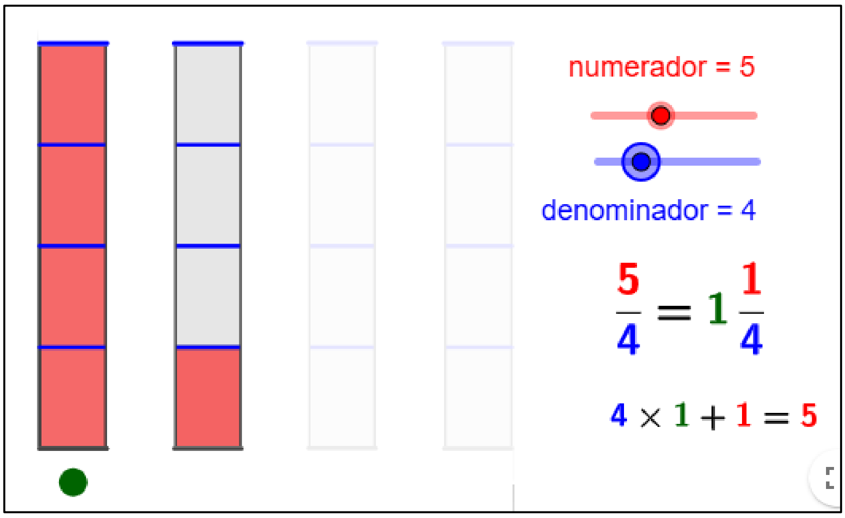
Além disso, a atividade, que pode ser acessada através do QR code da Figura 26, introduz o conceito de frações impróprias.

Figura 26: QR code para acessar a atividade sobre frações impróprias no GeoGebra[12]

Fonte: Autoras (2025).

Nessa atividade o aplicativo da Figura 27 permite que o aluno visualize a representação figural e numérica de frações próprias e impróprias. Além disso, ele realiza um tratamento na representação numérica que o permite estudar numericamente o porquê frações impróprias são maiores do que o inteiro e as próprias menores do que o inteiro.

Figura 27: Aplicativo para representar frações impróprias



Fonte: Autoras (2025).

Enquanto a ficha da Figura 23 desafia o aluno a pensar em como representar uma fração em que não há peças suficientes para representá-la em apenas um kit das Barras de Frações, ou seja, quando o numerador é maior do que o denominador, este aplicativo permite a visualização imediata dessa representação. No entanto, ele também permite que o aluno visualize situações

[12] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/xy9uc6gs

mais abrangentes, como no caso da fração $\frac{5}{2}$, em que é preciso mais do que dois inteiros para representá-la, induzindo a noção de que as frações podem precisar de vários inteiros para serem representadas. Ainda, a manipulação do aplicativo de forma coordenada pode auxiliar a compreender o padrão de quando uma fração é, ou não, maior do que o inteiro.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

i. Doze avos?

ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{9}{15}$ utilizando quintos. Quantos quintos faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando terços e sextos?

c) Para formar $\frac{1}{3}$ precisamos de quantos:

i. Nonos?

ii. Sextos?

d) Use o material para representar $\frac{6}{4}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use oitavos para formar $\frac{6}{4}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{5}{10}$ utilizando meios. Quantos meios faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando décimos e quintos?

c) Para formar $\frac{1}{4}$ precisamos de quantos:

i. Oitavos?

ii. Doze avos?

d) Use o material para representar $\frac{5}{3}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use oitavos para formar $\frac{5}{3}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{6}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e quartos?

c) Para formar $\frac{1}{5}$ precisamos de quantos:

   i. Décimos?

   ii. Quinze avos?

d) Use o material para representar $\frac{9}{8}$.

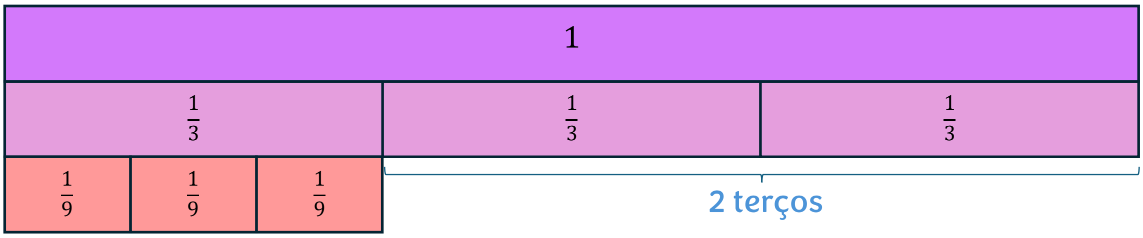
   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use oitavos para formar $\frac{9}{8}$.

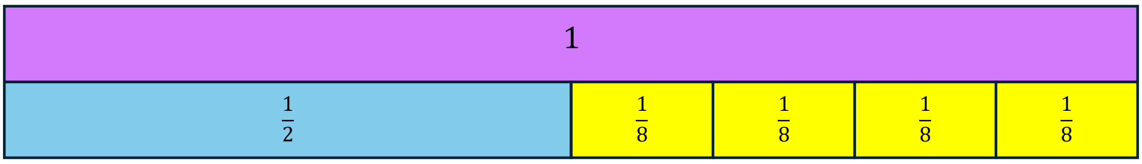
Gabarito

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

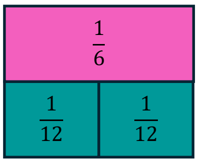


b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

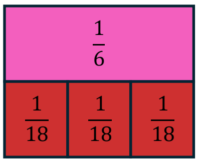


c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

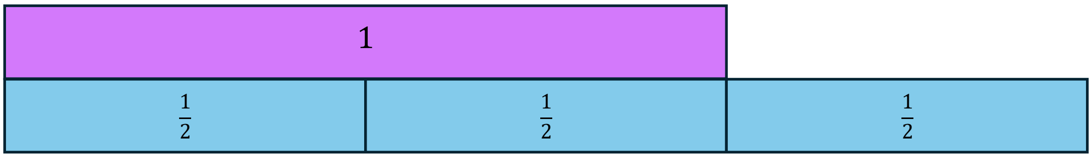
i. Doze avos? 2



ii. Dezoito avos? 3



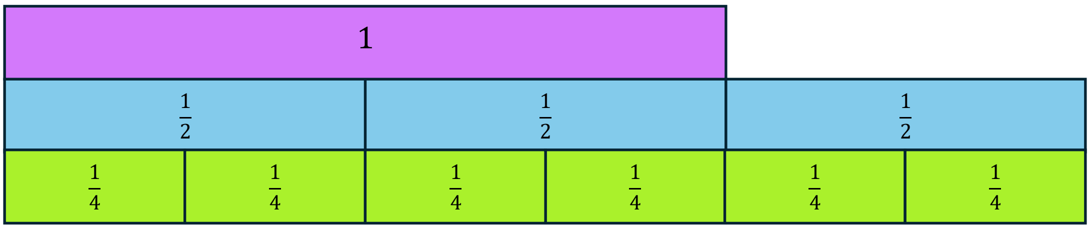
d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.



i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

$\frac{3}{2}$ é maior do que o inteiro.

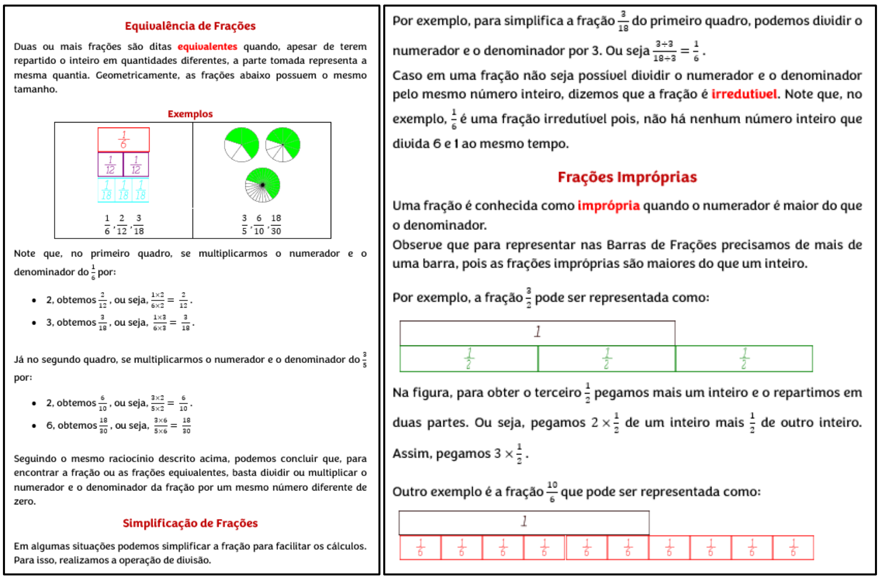
ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.



Momento 12: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe, identificando as propriedades que se repetem nas respostas de equipes com valores distintos (por exemplo, em ambos, se multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro encontramos as frações equivalentes) e busca do consenso (Etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 13: Formalização de frações equivalentes; introduzir os conceitos de fração irredutível e fração imprópria (Etapa 9 da MEAAMaRP). Na Figura 28 temos a sugestão para um resumo sobre esse tema. A definição de frações equivalentes é conforme Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p.142).

Figura 28: Resumo sobre equivalência de frações, frações irredutíveis e frações impróprias



Equivalência de Frações

Duas ou mais frações são ditas **equivalentes** quando, apesar de terem repartido o inteiro em quantidades diferentes, a parte tomada representa a mesma quantia. Geometricamente, as frações abaixo possuem o mesmo tamanho.

Exemplos

$\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}$ | $\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{18}{30}$

Note que, no primeiro quadro, se multiplicarmos o numerador e o denominador do $\frac{1}{6}$ por:

- 2, obtemos $\frac{2}{12}$, ou seja, $\frac{1\times2}{6\times2} = \frac{2}{12}$.
- 3, obtemos $\frac{3}{18}$, ou seja, $\frac{1\times3}{6\times3} = \frac{3}{18}$.

Já no segundo quadro, se multiplicarmos o numerador e o denominador do $\frac{3}{5}$ por:

- 2, obtemos $\frac{6}{10}$, ou seja, $\frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}$.
- 6, obtemos $\frac{18}{30}$, ou seja, $\frac{3\times6}{5\times6} = \frac{18}{30}$

Seguindo o mesmo raciocínio descrito acima, podemos concluir que, para encontrar a fração ou as frações equivalentes, basta dividir ou multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número diferente de zero.

Simplificação de Frações

Em algumas situações podemos simplificar a fração para facilitar os cálculos. Para isso, realizamos a operação de divisão.

Por exemplo, para simplifica a fração $\frac{3}{18}$ do primeiro quadro, podemos dividir o numerador e o denominador por 3. Ou seja $\frac{3\div3}{18\div3} = \frac{1}{6}$.

Caso em uma fração não seja possível dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro, dizemos que a fração é **irredutível**. Note que, no exemplo, $\frac{1}{6}$ é uma fração irredutível pois, não há nenhum número inteiro que divida 6 e 1 ao mesmo tempo.

Frações Impróprias

Uma fração é conhecida como **imprópria** quando o numerador é maior do que o denominador.

Observe que para representar nas Barras de Frações precisamos de mais de uma barra, pois as frações impróprias são maiores do que um inteiro.

Por exemplo, a fração $\frac{3}{2}$ pode ser representada como:

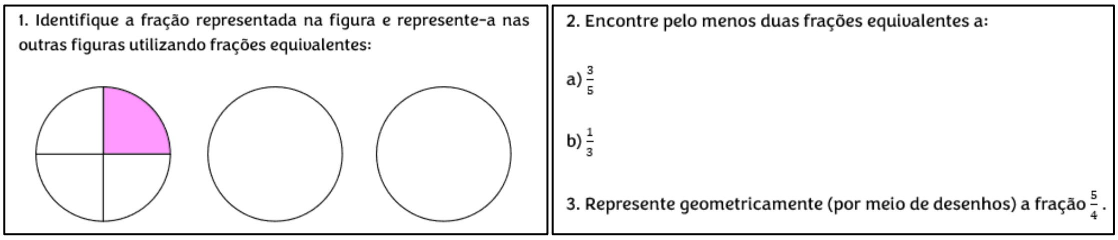
Na figura, para obter o terceiro $\frac{1}{2}$ pegamos mais um inteiro e o repartimos em duas partes. Ou seja, pegamos $2\times\frac{1}{2}$ de um inteiro mais $\frac{1}{2}$ de outro inteiro. Assim, pegamos $3\times\frac{1}{2}$.

Outro exemplo é a fração $\frac{10}{6}$ que pode ser representada como:

Fonte: Autoras (2025).

Momento 14: Entrega e leitura coletiva da tarefa da Figura 29 sobre equivalência de frações e frações impróprias (Etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 29: Tarefa sobre frações equivalentes e frações impróprias



1. Identifique a fração representada na figura e represente-a nas outras figuras utilizando frações equivalentes:

2. Encontre pelo menos duas frações equivalentes a:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

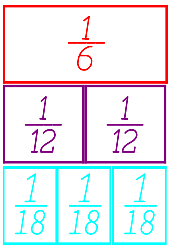
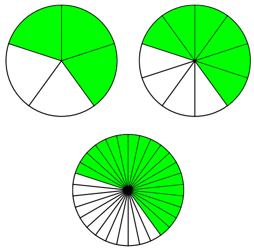
3. Represente geometricamente (por meio de desenhos) a fração $\frac{5}{4}$.

Fonte: Autoras (2025).

Equivalência de Frações

Duas ou mais frações que representam a mesma porção do inteiro são chamadas frações **equivalentes**. Geometricamente, as frações possuem o mesmo tamanho.

Exemplos

	
$\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}$	$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{18}{30}$

Note que, no primeiro quadro, se multiplicarmos o numerador e o denominador do $\frac{1}{6}$ por:

- 2, obtemos $\frac{2}{12}$, ou seja, $\frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$.
- 3, obtemos $\frac{3}{18}$, ou seja, $\frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{3}{18}$.

Já no segundo quadro, se multiplicarmos o numerador e o denominador do $\frac{3}{5}$ por:

- 2, obtemos $\frac{6}{10}$, ou seja, $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$.
- 6, obtemos $\frac{18}{30}$, ou seja, $\frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30}$

Seguindo o mesmo raciocínio descrito acima, podemos concluir que, para encontrar a fração ou as frações equivalentes, basta dividir ou multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número diferente de zero.

Simplificação de Frações

Em algumas situações podemos simplificar a fração para facilitar os cálculos. Para isso, realizamos a operação de divisão.

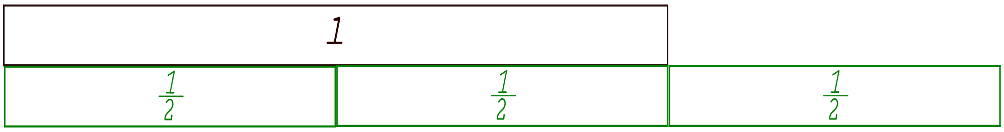
Por exemplo, para simplifica a fração $\frac{3}{18}$ do primeiro quadro, podemos dividir o numerador e o denominador por 3. Ou seja $\frac{3 \div 3}{18 \div 3} = \frac{1}{6}$.

Caso em uma fração não seja possível dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro, dizemos que a fração é **irredutível**. Note que, no exemplo, $\frac{1}{6}$ é uma fração irredutível pois, não há nenhum número inteiro que divida 6 e 1 ao mesmo tempo.

Frações Impróprias

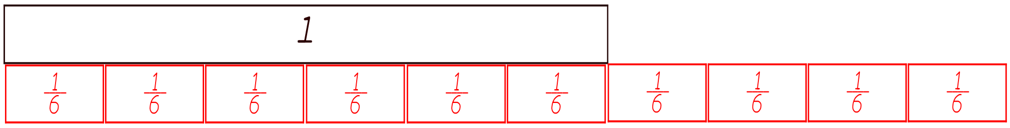
Uma fração é conhecida como **imprópria** quando o numerador é maior do que o denominador.
Observe que para representar nas Barras de Frações precisamos de mais de uma barra, pois as frações impróprias são maiores do que um inteiro.

Por exemplo, a fração $\frac{3}{2}$ pode ser representada como:



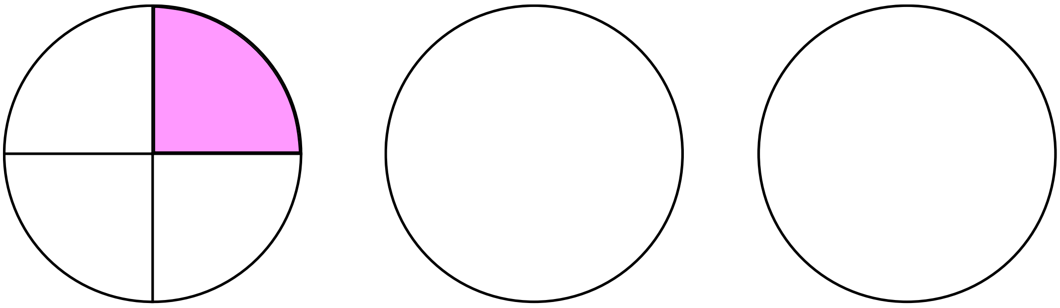
Na figura, para obter o terceiro $\frac{1}{2}$ pegamos mais um inteiro e o repartimos em duas partes. Ou seja, pegamos $2 \times \frac{1}{2}$ de um inteiro mais $\frac{1}{2}$ de outro inteiro. Assim, pegamos $3 \times \frac{1}{2}$.

Outro exemplo é a fração $\frac{10}{6}$ que pode ser representada como:



Nome:	Turma:

1. Identifique a fração representada na figura e represente-a nas outras figuras utilizando frações equivalentes:



2. Encontre pelo menos duas frações equivalentes a:

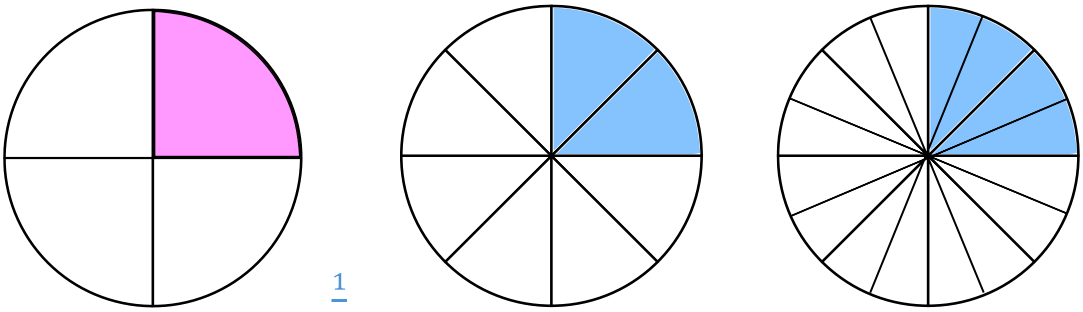
a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

3. Represente geometricamente (por meio de desenhos) a fração $\frac{5}{4}$.

Gabarito

1. Identifique a fração representada na figura e represente-a nas outras figuras utilizando frações equivalentes:



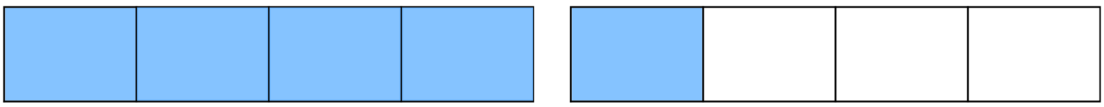
$\frac{1}{4}$

2. Encontre pelo menos duas frações equivalentes a:

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \cdots$

b) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \cdots$

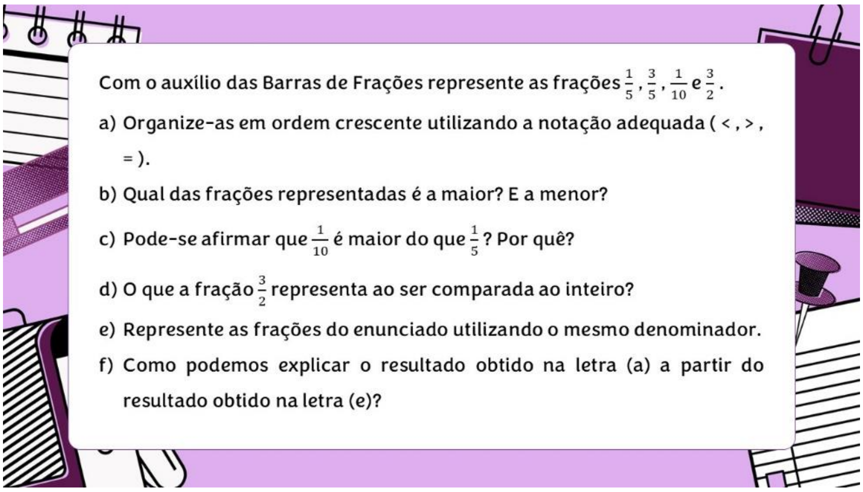
3. Represente geometricamente (por meio de desenhos) a fração $\frac{5}{4}$.



Momento 15: Correção da tarefa da Figura 29. Na terceira questão, sugerimos que seja utilizado mais de um formato de figura para representar a fração $\frac{5}{4}$. É interessante que uma das representações seja em barras (para remeter a representação com as Barras de Frações), enquanto a outra pode ser, por exemplo, em círculos, quadrado ou até mesmo em triângulos.

Momento 16: Separação dos alunos em duplas, entrega das Barras de Frações (Figura 1) e leitura individual e coletiva da ficha sobre ordenação de frações, contida na Figura 30, seguida da resolução das questões. (Etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Figura 30: Ficha sobre ordenação de frações



Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada (< , > , =).

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{10}$ é maior do que $\frac{1}{5}$? Por quê?

d) O que a fração $\frac{3}{2}$ representa ao ser comparada ao inteiro?

e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Fonte: Autoras (2025).

Nessa ficha os alunos deverão representar algumas frações e, após uma análise intuitiva de qual é a maior e qual é a menor, rearranjá-las em frações equivalentes de modo que todas fiquem com o mesmo denominador, permitindo que seja feita uma análise matemática bem fundamentada tanto na representação concreta, quanto na figural e na numérica. Enquanto verificam como ordenar frações, os alunos também treinam os conhecimentos adquiridos sobre frações equivalentes.

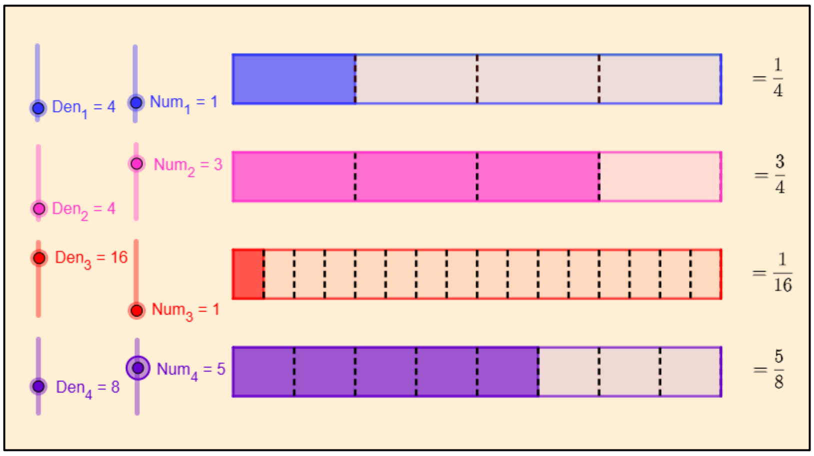
A atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 31 pode ser uma alternativa para substituir a ficha sobre ordenação de frações (Figura 30) caso não seja viável, por exemplo, o uso das Barras de Frações (Figura 1).

Figura 31: QR code para acessar o a atividade sobre ordenação de frações no GeoGebra[13]

Fonte: Autoras (2025).

O aplicativo da Figura 32 contém quatro frações em formato de barra. Com ele, o aluno pode representar até quatro frações que deseja ordenar. O formato de barra e a posição uma abaixo da outra favorece a comparação, pois basta visualizar qual fração tem a parte escura mais comprida.

Figura 32: Aplicativo para ordenar frações



Fonte: Autoras (2025).

Essa atividade contém perguntas semelhantes às da ficha, porém, ao contrário dela, não abrange frações maiores do que o inteiro devido a forma como ocorre a construção dos conteúdos do livro dinâmico no qual ela está

[13] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/xdhrd5b4

inserida. A atividade que aborda frações impróprias pode ser acessada pelo QR code da Figura 26.

Para explorar nessa atividade do GeoGebra a ordenação de frações quando há alguma fração imprópria, o professor pode, por exemplo, no momento de discussão sobre as respostas questionar em que posição ficaria alguma fração imprópria.

Momento Complementar: A atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 31 permite que os alunos comparem outras possibilidades de frações e verifiquem propriedades que se repetem. Por exemplo, sempre que os numeradores de duas frações forem iguais e os denominadores distintos, a fração com o maior denominador será menor fração. Isso ocorre, pois quanto mais partes o todo for repartido, menor será o tamanho dessas partes.

Este momento pode ser uma ótima oportunidade de retomar as conclusões obtidas ao manipular o aplicativo com as pizzas da Figura 9.

Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada (< , > , =).

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{10}$ é maior do que $\frac{1}{5}$? Por quê?

d) O que a fração $\frac{3}{2}$ representa ao ser comparada ao inteiro?

e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{12}$ e $\frac{4}{3}$.

a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada (< , > , =).

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{12}$ é maior do que $\frac{1}{4}$? Por quê?

d) O que a fração $\frac{4}{3}$ representa ao ser comparada ao inteiro?

e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{12}$ e $\frac{5}{3}$.

a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada (< , > , =).

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{12}$ é maior do que $\frac{1}{6}$? Por quê?

d) O que a fração $\frac{5}{3}$ representa ao ser comparada ao inteiro?

e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{16}$ e $\frac{7}{4}$.

a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada ($<$, $>$, $=$).

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{16}$ é maior do que $\frac{1}{8}$? Por quê?

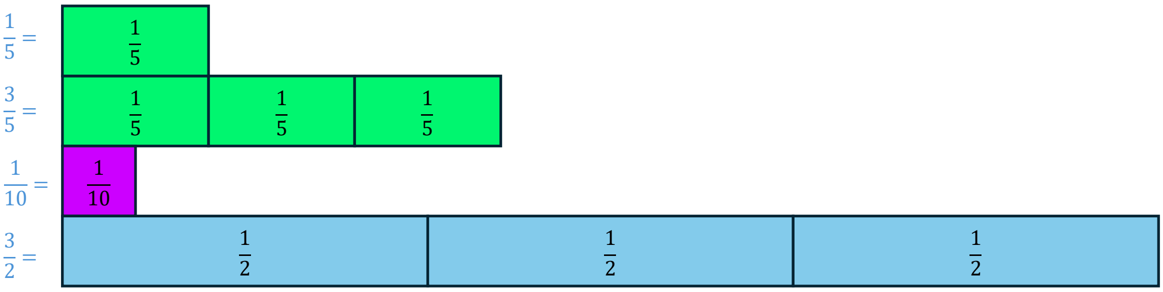
d) O que a fração $\frac{7}{4}$ representa ao ser comparada ao inteiro?

e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

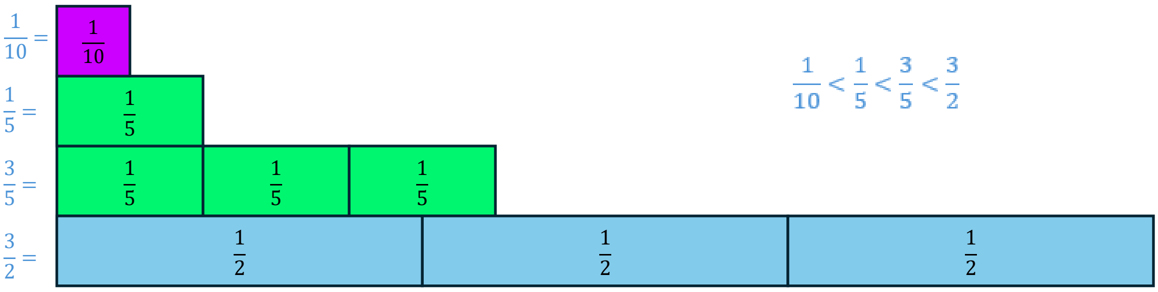
f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Gabarito

Com o auxílio das Barras de Frações represente as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

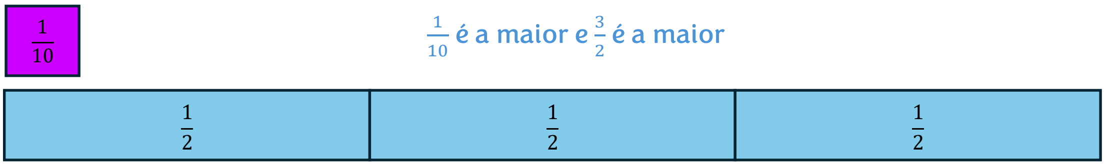


a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada (< , > , =).



$\frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{3}{5} < \frac{3}{2}$

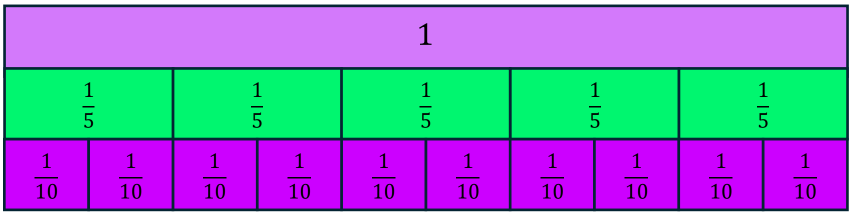
b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?



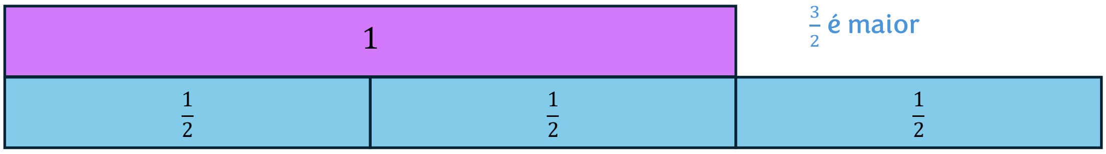
$\frac{1}{10}$ é a maior e $\frac{3}{2}$ é a maior

c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{10}$ é maior do que $\frac{1}{5}$? Por quê?

Não, porque na fração $\frac{1}{5}$ divide-se o inteiro em 5 partes, enquanto na fração $\frac{1}{10}$, o mesmo inteiro é dividido em 10 partes. Ao dividir o inteiro, quanto maior a quantidade de partes, menor será o tamanho de cada uma delas. Como 10 > 5, as peças de $\frac{1}{10}$ são maiores do que as de $\frac{1}{5}$.



d) O que a fração $\frac{3}{2}$ representa ao ser comparada ao inteiro?



$\frac{3}{2}$ é maior

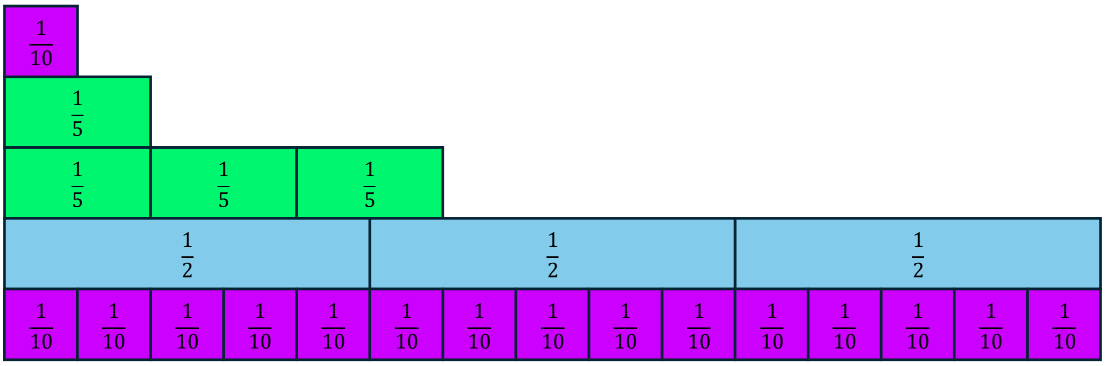
e) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

$\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$



f) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (e)?

Ao representar cada uma das frações em frações equivalentes de mesmo denominador, passamos a representar as frações utilizando peças de mesmo tamanho. Logo, quanto maior a quantidade de peças necessárias para representar uma determinada fração, maior ela será.

Momento 17: Plenária com a apresentação das resoluções da ficha sobre ordenação (Figura 30) de cada equipe e busca do consenso, identificando as propriedades que se repetem nas respostas de equipes com valores distintos (por exemplo, em ambos, quando o denominador é o mesmo podemos determinar se a fração é maior ou menor comparando apenas os numeradores, mas se os denominadores forem diferentes, o maior numerador não implica necessariamente na maior fração) (Etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 18: Formalização de possíveis procedimentos para comparar frações (comparação por meio do registro concreto, figural e numérico); como comparar frações a partir de frações equivalentes de mesmo denominador; revisar o uso de < , > e = (Etapa 9 da MEAAMaRP). Na página seguinte há um resumo sobre o assunto.

Momento 19: Entrega e leitura coletiva da tarefa da Figura 33 sobre ordenação de frações. Além da ordenação, a tarefa também aborda equivalência, fração como parte-todo e frações impróprias (Etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 33: Tarefa de ordenação de frações

1. Em uma competição de atletismo, três corredoras – Amanda, Carol e Luana – competiram em provas de distâncias diferentes. Amanda correu $\frac{3}{4}$ do tamanho da pista, Carol correu $\frac{1}{2}$ da pista, e Luana percorreu $\frac{6}{3}$ da distância total da pista.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada uma delas percorreu da pista utilizando o mesmo denominador.

b) Quem percorreu a maior distância?

c) Quem percorreu a menor distância?

d) Coloque em ordem crescente o quanto cada uma percorreu utilizando a notação < , >, = .

2. Ao realizar uma prova de matemática, João acertou $\frac{4}{5}$ das questões, Ana acertou $\frac{2}{2}$ e Flávia acertou $\frac{7}{10}$.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada um deles acertou da prova utilizando o mesmo denominador.

b) Quem acertou mais?

c) Quem acertou menos?

d) Coloque em ordem decrescente o quanto cada um deles acertou utilizando a notação < , > , = .

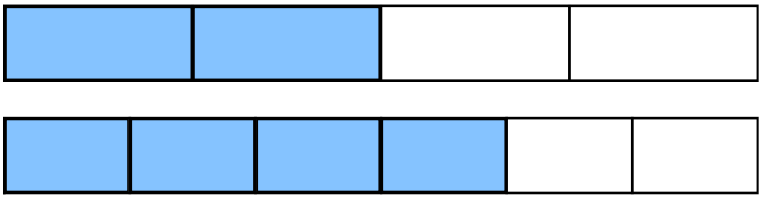
e) Sabendo que a prova tinha 20 questões, quantas questões cada um deles acertou?

f) É possível que algum aluno da turma tenha acertado $\frac{5}{3}$ das questões? Justifique.

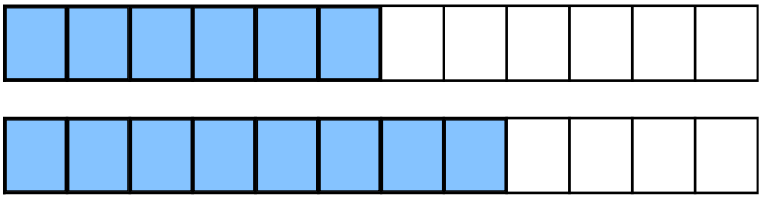
Fonte: Autoras (2025).

Ordenação de frações

Considere as frações $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{6}$.



Visualmente é possível perceber que $\frac{4}{6} > \frac{2}{4}$. Mas como é possível explicar isso sem desenhar as frações se os pedaços que compõe as frações tem tamanhos diferentes? Para isso, é preciso encontrar frações equivalentes as originais, mas com um denominador comum. Para encontrar o novo denominador, pode-se usar o mmc, neste caso, $mmc(4,6) = 12$. Assim, $\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$ e $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.



Agora que os denominadores são iguais, basta comparar os numeradores. Como $8 > 6$, então $\frac{8}{12} > \frac{6}{12}$. Assim, concluímos matematicamente que $\frac{4}{6} > \frac{2}{4}$.

Resumo

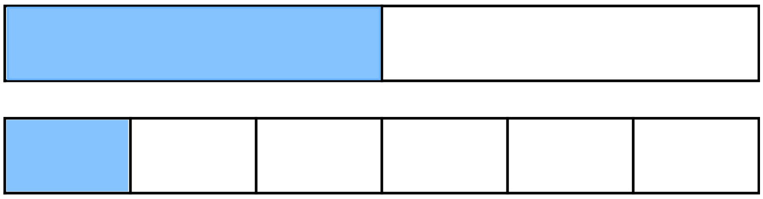
De maneira geral, para ordenar quaisquer frações, podem ser seguidos os seguintes passos:

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores (pode ser o mmc);
2. Determinar frações equivalentes as que se desejam comparar, utilizando o múltiplo comum como novo denominador;
3. Comparar os numeradores das frações de mesmo denominador. Quanto maior o denominador, maior a fração.

Casos particulares

- **Numeradores iguais e denominadores diferentes**

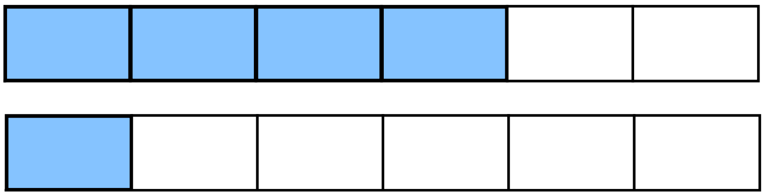
Considere as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{6}$.



Repare que em ambas estamos considerando a mesma quantidade de pedaços, mas para representar a fração $\frac{1}{6}$ é necessário dividir o todo em 6 partes e para representar $\frac{1}{2}$, em 2 partes. Assim, segue que $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$, pois quanto mais partes o todo for repartido, menor será o tamanho dos pedaços. Logo, toda vez que o numerador for o mesmo, o maior denominador implica na menor fração.

- **Numeradores diferentes e denominadores iguais**

Agora, considere as frações $\frac{4}{6}$ e $\frac{1}{6}$.



Note que, nesse caso, em ambas as frações os pedaços têm o mesmo tamanho, já que o denominador é o mesmo. Assim, segue que $\frac{4}{6} > \frac{1}{6}$. Portanto, sempre que o denominador for igual, o maior numerador implica na maior fração.

Nome:	Turma:

1. Em uma competição de atletismo, três corredoras – Amanda, Carol e Luana – competiram em provas de distâncias diferentes. Amanda correu $\frac{3}{4}$ do tamanho da pista, Carol correu $\frac{1}{2}$ da pista, e Luana percorreu $\frac{6}{3}$ da distância total da pista.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada uma delas percorreu da pista utilizando o mesmo denominador.

b) Quem percorreu a maior distância?

c) Quem percorreu a menor distância?

d) Coloque em ordem crescente o quanto cada uma percorreu utilizando a notação < , >, = .

2. Ao realizar uma prova de matemática, João acertou $\frac{4}{5}$ das questões, Ana acertou $\frac{2}{2}$ e Flávia acertou $\frac{7}{10}$.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada um deles acertou da prova utilizando o mesmo denominador.

b) Quem acertou mais?

c) Quem acertou menos?

d) Coloque em ordem decrescente o quanto cada um deles acertou utilizando a notação $<$, $>$, $=$.

e) Sabendo que a prova tinha 20 questões, quantas questões cada um deles acertou?

f) É possível que algum aluno da turma tenha acertado $\frac{5}{3}$ das questões? Justifique.

Gabarito

1. Em uma competição de atletismo, três corredoras — Amanda, Carol e Luana — competiram em provas de distâncias diferentes. Amanda correu $\frac{3}{4}$ do tamanho da pista, Carol correu $\frac{1}{2}$ da pista, e Luana percorreu $\frac{6}{3}$ da distância total.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada uma delas percorreu da pista utilizando o mesmo denominador.

$$\begin{array}{r|l} 2,3,4 & 2 \\ 1,3,2 & 2 \\ 1,3,1 & 3 \\ \hline 1,1,1 & 12 \end{array}$$

$$mmc(2{,}3{,}4) = 12$$

$$12 \div 4 = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

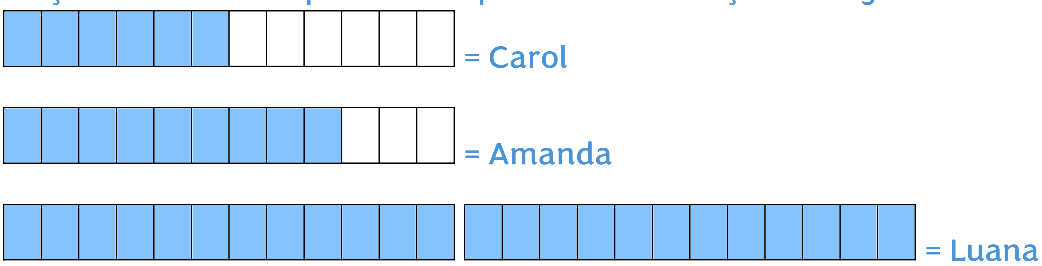
$$12 \div 2 = 6 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}$$

$$12 \div 3 = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{3} = \frac{6 \times 4}{3 \times 4} = \frac{24}{12}$$

Resposta: Amanda, Carol e Luana percorreram, respectivamente, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{12}$ e $\frac{24}{12}$ da distância total pista.

b) Quem percorreu a maior distância?

Uma vez que as frações foram representadas utilizando o mesmo denominador, basta comparar os numeradores. Assim, quanto maior o numerador, maior é a fração e quanto menor o denominador, menor é a fração. Visualmente podemos representar a situação da seguinte maneira:



Resposta: Luana percorreu a maior distância.

c) Quem percorreu a menor distância?

Resposta: Carol percorreu a menor distância.

d) Coloque em ordem crescente o quanto cada uma percorreu utilizando a notação < , > , = .

Resposta: $\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{6}{3}$ ou $\frac{6}{12} < \frac{9}{12} < \frac{24}{12}$ (Carol < Amanda < Luana)

2. Ao realizar uma prova de matemática, João acertou $\frac{4}{5}$ das questões, Ana acertou $\frac{2}{2}$ e Flávia acertou $\frac{7}{10}$.

a) Represente as frações correspondentes ao quanto cada um deles acertou da prova utilizando o mesmo denominador.

$$\begin{array}{l|l} 5,2,10 & 2 \\ 5,1,5 & 5 \\ \hline 1,1,1 & 10 \end{array}$$

$$mmc(5{,}2{,}10) = 10$$

$$10 \div 5 = 2 \quad \rightarrow \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

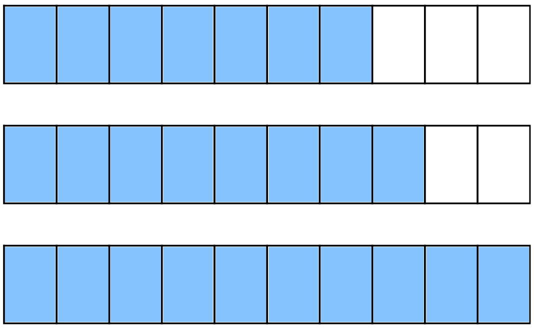
$$10 \div 2 = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{2} = \frac{2 \times 5}{2 \times 5} = \frac{10}{10}$$

$$10 \div 10 = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{7}{10} = \frac{7 \times 1}{10 \times 1} = \frac{7}{10}$$

Resposta: João, Ana e Flávia acertaram, respectivamente, $\frac{8}{10}$, $\frac{10}{10}$ e $\frac{7}{10}$ da prova.

b) Quem acertou mais?

Uma vez que as frações foram representadas utilizando o mesmo denominador, basta comparar os numeradores. Assim, quanto maior o numerador, maior é a fração e quanto menor o denominador, menor é a fração. Visualmente podemos representar a situação da seguinte maneira:



= Flávia

= João

= Ana

Resposta: Ana acertou a maior quantidade de questões.

c) Quem acertou menos?

Resposta: Flávia acertou a menor quantidade de questões.

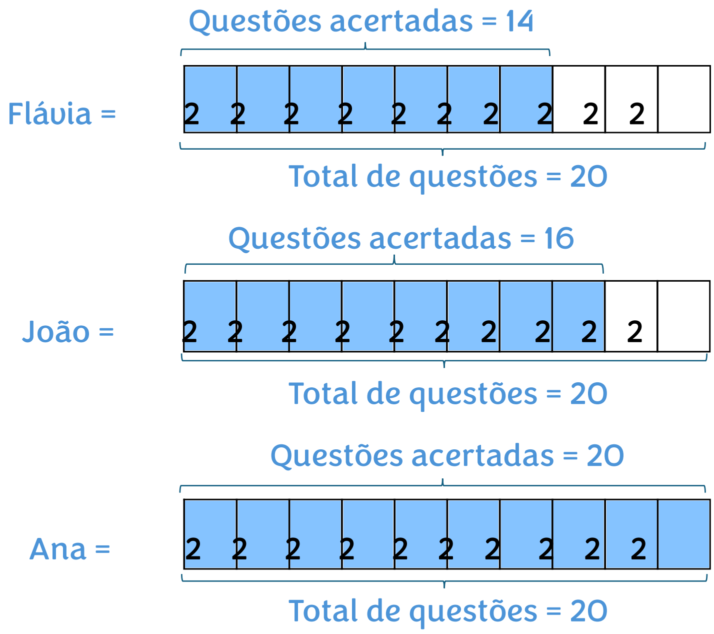
d) Coloque em ordem decrescente o quanto cada um deles acertou utilizando a notação < , > , = .

Resposta: $\frac{2}{2} > \frac{4}{5} > \frac{7}{10}$ ou $\frac{10}{10} > \frac{8}{10} > \frac{7}{10}$ (Ana > João > Flávia)

e) Sabendo que a prova tinha 20 questões, quantas questões cada um deles acertou?

Uma fração de denominador 10 indica que o todo está repartido em 10 partes iguais. Nesse caso, o nosso todo são as 20 questões. Ao repartirmos o todo em 10 partes iguais, obtemos $20 \div 10 = 2$, ou seja, cada parte corresponde a

2 questões. No caso de João, o numerador da fração $\frac{8}{10}$ indica que devemos pegar 8 das 10 partes. Como cada parte equivale a 2 questões obtemos que João acertou $8 \times 2 = 16$ questões. De modo análogo, a fração $\frac{7}{10}$ indica que Flávia acertou $7 \times 2 = 14$ questões e a fração $\frac{10}{10}$ indica que Ana acertou $10 \times 2 = 20$ questões. A situação pode ser representada da seguinte maneira:



Resposta: João, Flávia e Ana acertaram, respectivamente, 16, 14 e 20 questões.

f) É possível que algum aluno da turma tenha acertado $\frac{5}{3}$ das questões? Justifique.

Não, pois a quantidade de acertos não pode ultrapassar a quantidade de questões da prova, ou seja, não pode ultrapassar $1 = \frac{10}{10} = \frac{3}{3}$. Comparando os numeradores temos que $\frac{5}{3} > \frac{3}{3}$, ou seja, para que fosse possível acertar $\frac{5}{3}$ das questões da prova, precisaríamos acertar mais questões do que o total de questões da prova.

Momento 20: Correção da tarefa da Figura 33 sobre ordenação de frações, reforçando qual procedimento pode ser utilizado para ordená-las. Para reforçar o porquê da resposta encontrada algebricamente, sugere-se que seja utilizada também a representação figural.

Momento 21: Entrega, leitura coletiva e resolução da atividade avaliativa a seguir. Sugerimos que ela possa ser realizada em duplas e com consulta as anotações do caderno e, caso haja, ao livro didático, não sendo permitido o uso de aparelhos eletrônicos com acesso à internet. Dessa forma, o aluno será estimulado a buscar em seus resumos, exercícios e demais anotações como encontrar a resposta desejada. Além disso, a resolução em duplas permite que os integrantes da equipe possam discutir as respostas entre si, sanando possíveis dúvidas e complementando o conhecimento do colega.

Para incentivar respostas corretas, o professor poderá circular entre as carteiras tirando pequenas dúvidas – sempre que possível, indicando em que parte das anotações elas podem ser sanadas – e evidenciando possíveis erros nas resoluções sem fornecer a resposta.

As questões que abordam definições são importantes para retomar conceitos e nomenclaturas que possivelmente foram esquecidos pelos alunos, além de estimular a escrita. As demais são questões inspiradas em outras questões previamente resolvidas por eles, para que eles tenham a oportunidade de demonstrar o conhecimento adquirido.

Essa atividade avaliativa contempla todo o conteúdo visto até o momento, ou seja, o conceito de fração como parte-todo, representação figural, numérica (fracionária) e na linguagem natural (nomenclatura) das frações; frações impróprias; frações equivalentes; frações irredutíveis; e ordenação de frações.

A duração média para resolução da atividade avaliativa é de três a quatro aulas a depender do desempenho da turma. Sugere-se que, caso a atividade seja realizada em dias distintos, as questões sejam entregues por partes conforme a quantidade de aulas no dia. Dessa forma, a tendência é que a atividade pareça menos longa e, por conseguinte, menos cansativa. Caso o aluno não termine as questões de um dos dias, ele poderá recebê-las novamente na aula seguinte para continuá-las.

Reforça-se que a estrutura da atividade não é imutável, ou seja, ela pode ser adaptada conforme o contexto da turma em que se deseja aplicá-la. Portanto, é possível retirar ou inserir questões possibilitando, por exemplo, diminuir o tempo necessário para resolução da atividade ou inserir algum conteúdo que não consta nela.

Observação: nas questões descritivas podem surgir respostas mais simples do que as fornecidas pelos resumos. Cabe ao professor discernir se a resposta do aluno consegue contemplar a ideia fundamental associada a cada conceito ou processo.

Nome:		Nota:
Turma:	Data:	
Professor:		

Trabalho de Matemática

1. O que o numerador representa em uma fração? E o denominador?

____
____
____
____

2. O que é uma fração:

   a) irredutível?

____
____
____

   b) equivalente?

____
____
____

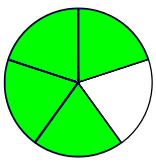
   c) Imprópria?

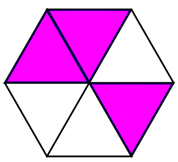
____
____
____

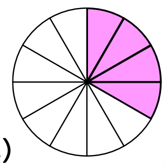
3. Quantos oitavos tem em 1 inteiro?

____

4. Qual fração a parte colorida das figuras a seguir está representando?

a)  ____

b)  ____

c)  ____

5. Escreva por extenso como se lê cada uma das frações a seguir.

a) $\frac{5}{17}$

____

b) $\frac{6}{9}$

____

c) $\frac{35}{100}$

____

d) $\frac{5}{7}$

____

e) $\frac{7}{2}$

____

6. Represente geometricamente (por meio de desenhos) cada uma das frações a seguir:

a) $\frac{2}{3}$	b) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{4}{4}$	d) $\frac{6}{4}$

7. Em um grupo de 224 pessoas, verificou-se que $\frac{1}{8}$ dessas pessoas nasceu na região nordeste do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região nordeste?

Resposta:

8. Mariana adora água de coco e resolveu encomendar certo número de cocos para seu aniversário. Foram consumidos 9 cocos, o que correspondia a $\frac{1}{4}$ da quantidade encomendada. Quantos cocos foram encomendados?

Resposta:

9. Qual procedimento matemático pode ser utilizado para encontrar frações equivalentes?

____
____
____
____

10. Verifique se as frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{6}{21}$	b) $\frac{5}{9}$ e $\frac{15}{18}$
c) $\frac{3}{10}$ e $\frac{21}{70}$	d) $\frac{16}{10}$ e $\frac{8}{5}$

11. Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários usa metrô para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

Resposta:

12. Qual a forma irredutível da fração:

a) $\frac{4}{12}$	b) $\frac{20}{40}$	c) $\frac{2}{5}$

13. Escreva as frações abaixo utilizando o mesmo denominador. Em seguida, coloque-as em ordem crescente.

a) $\frac{2}{3}, \frac{6}{9}, \frac{2}{6}$
b) $\frac{6}{12}, \frac{9}{4}, \frac{3}{8}$
c) $\frac{2}{2}, \frac{10}{20}, \frac{6}{4}$

Gabarito

Trabalho de Matemática

1. O que o numerador representa em uma fração? E o denominador?

O numerador é o número que fica acima da linha de fração e representa quantas partes do todo estamos considerando. Já o denominador é o número que fica abaixo da linha de fração e indica em quantas partes iguais o todo foi dividido.

2. O que é uma fração:

   a) irredutível?

Caso em uma fração não seja possível dividir o numerador e o denominador por um mesmo número inteiro, dizemos que a fração é irredutível.

   b) equivalente?

Duas ou mais frações que representam a mesma porção do inteiro são chamadas frações equivalentes. Geometricamente, as frações possuem o mesmo tamanho. Numericamente, elas representam o mesmo número.

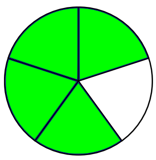
   c) Imprópria?

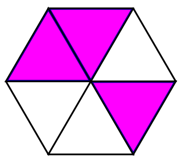
Uma fração é conhecida como imprópria quando o numerador é maior do que o denominador, ou seja, quando ela é maior do que o inteiro.

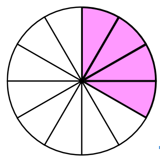
3. Quantos oitavos tem em 1 inteiro?

8 oitavos.

4. Qual fração a parte colorida das figuras a seguir está representando?

a)  $\frac{4}{5}$

b)  $\frac{3}{6}$

c)  $\frac{4}{12}$

5. Escreva por extenso como se lê cada uma das frações a seguir.

a) $\frac{5}{17}$ Cinco dezessete avos

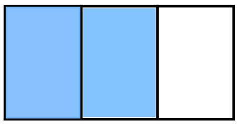
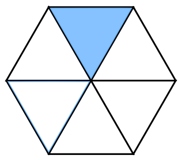
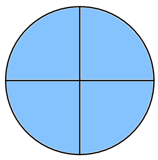
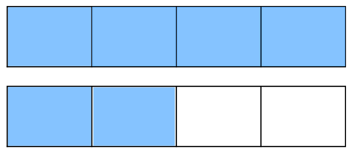
b) $\frac{6}{9}$ Seis nonos

c) $\frac{35}{100}$ Trinta e cinco centésimos

d) $\frac{5}{7}$ Cinco sétimos

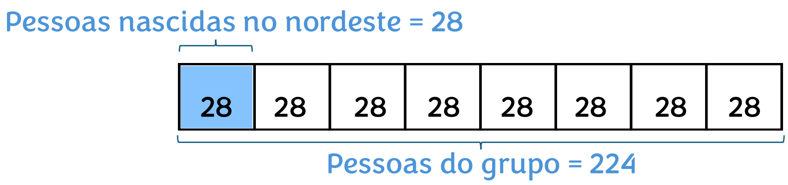
e) $\frac{7}{2}$ Sete meios

6. Represente geometricamente (por meio de desenhos) cada uma das frações a seguir:

a) $\frac{2}{3}$ 	b) $\frac{1}{6}$ 
c) $\frac{4}{4}$ 	d) $\frac{6}{4}$ 

7. Em um grupo de 224 pessoas, verificou-se que $\frac{1}{8}$ dessas pessoas nasceu na região nordeste do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região nordeste?

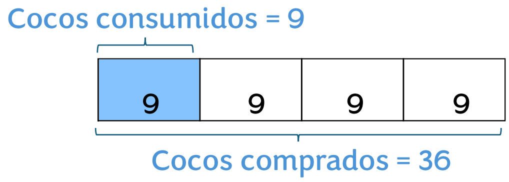
A fração $\frac{1}{8}$ indica que o todo foi repartido em 8 partes iguais e foi pego 1 dessas partes. Nesse caso, o todo são as 224 pessoas. Ao repartirmos o todo em 8 partes iguais, obtemos $224 \div 8 = 28$ pessoas. Por fim, ao pegarmos 1 dessas partes, obtemos $28 \times 1 = 28$ pessoas. A situação pode ser representada como:



Resposta: Ao todo, 28 pessoas do grupo nasceram no nordeste.

8. Mariana adora água de coco e resolveu encomendar certo número de cocos para seu aniversário. Foram consumidos 9 cocos, o que correspondia a $\frac{1}{4}$ da quantidade encomendada. Quantos cocos foram encomendados?

A fração $\frac{1}{4}$ indica que foram consumidas 1 de quatro partes do todo. Do enunciado, sabemos que 9 cocos correspondem a $\frac{1}{4}$ do todo. Como o todo está sendo repartido em 4 partes iguais e cada uma delas correspondem a 9 cocos, segue que, ao todo, foram comprados $9 \times 4 = 36$ cocos. A situação pode ser representada como:



Resposta: Mariana comprou 36 cocos para sua festa.

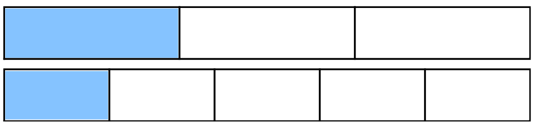
9. Qual procedimento matemático pode ser utilizado para encontrar frações equivalentes?

Para encontrar a fração ou as frações equivalentes, basta dividir ou multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número diferente de zero.

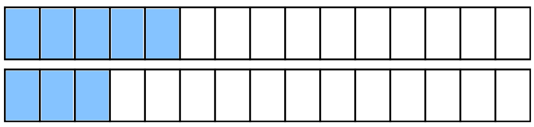
10. Verifique se as frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{6}{21}$ $\quad \frac{2\times3}{7\times3} = \frac{6}{21}$ São equivalentes	b) $\frac{5}{9}$ e $\frac{15}{18}$ $\quad \frac{5\times2}{9\times2} = \frac{10}{18}$ Não são equivalentes
c) $\frac{3}{10}$ e $\frac{21}{70}$ $\quad \frac{3\times7}{10\times7} = \frac{21}{70}$ São equivalentes	d) $\frac{16}{10}$ e $\frac{8}{5}$ $\quad \frac{16\div2}{10\div2} = \frac{8}{5}$ São equivalentes

11. Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários usa metrô para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?



Como em $\frac{1}{3}$ estamos considerando o mesmo todo que em $\frac{1}{5}$, mas estamos dividindo em menos partes, cada parte será maior.



$mmc(3,5) = 15$

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15} \qquad \frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15} \qquad \frac{1}{3} > \frac{1}{5}$

Resposta: O transporte mais utilizado é o metrô.

12. Qual a forma irredutível da fração:

a) $\frac{4}{12}$ $\frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{4}$	b) $\frac{20}{40}$ $\frac{20 \div 20}{40 \div 20} = \frac{1}{2}$	c) $\frac{2}{5}$ $= \frac{2}{5}$

13. Escreva as frações abaixo utilizando o mesmo denominador. Em seguida, coloque-as em ordem crescente.

a) $\frac{2}{3}, \frac{6}{9}, \frac{2}{6}$ $\frac{2}{6} < \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	$\begin{array}{r\|l} 3,9,6 & 2 \\ 3,9,3 & 3 \\ 1,3,1 & 3 \\ \hline 1,1,1 & 18 \end{array}$ $mmc(3{,}9{,}6) = 18$	$18 \div 3 = 6 \rightarrow$ $18 \div 9 = 2 \rightarrow$ $18 \div 6 = 3 \rightarrow$	$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}$ $\frac{6}{9} = \frac{6 \times 2}{9 \times 2} = \frac{12}{18}$ $\frac{2}{6} = \frac{2 \times 3}{6 \times 3} = \frac{6}{18}$
b) $\frac{6}{12}, \frac{9}{4}, \frac{3}{8}$ $\frac{3}{8} < \frac{6}{12} < \frac{9}{4}$	$\begin{array}{r\|l} 12,4,8 & 2 \\ 6,2,4 & 2 \\ 3,1,2 & 2 \\ 3,1,1 & 3 \\ \hline 1,1,1 & 24 \end{array}$ $mmc(12{,}4{,}8) = 24$	$24 \div 12 = 2 \rightarrow$ $24 \div 4 = 6 \rightarrow$ $24 \div 8 = 3 \rightarrow$	$\frac{6}{12} = \frac{6 \times 2}{12 \times 2} = \frac{12}{24}$ $\frac{9}{4} = \frac{9 \times 6}{4 \times 6} = \frac{54}{24}$ $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$
c) $\frac{2}{2}, \frac{10}{20}, \frac{6}{4}$ $\frac{10}{20} < \frac{2}{2} < \frac{6}{4}$	$\begin{array}{r\|l} 2,20,4 & 2 \\ 1,10,2 & 2 \\ 1,\ 5,1 & 5 \\ \hline 1,\ 1,1 & 20 \end{array}$ $mmc(2{,}20{,}4) = 20$	$20 \div 2 = 10 \rightarrow$ $20 \div 20 = 1 \rightarrow$ $20 \div 4 = 5 \rightarrow$	$\frac{2}{2} = \frac{2 \times 10}{2 \times 10} = \frac{20}{20}$ $\frac{10}{20} = \frac{10 \times 1}{20 \times 1} = \frac{10}{20}$ $\frac{6}{4} = \frac{6 \times 5}{4 \times 5} = \frac{30}{20}$

Momento 22: Entrega da atividade avaliativa corrigida e conversa sobre o desempenho geral da turma, evidenciando quais os conteúdos que os alunos tiveram a maior dificuldade e necessitam atenção. Em seguida, a correção da atividade avaliativa deve ser utilizada como uma oportunidade para revisar estes conteúdos. Além de indicar como chegar à resposta correta, é necessário indicar os erros que aconteceram com frequência, destacando porque eles estão matematicamente incorretos. Dessa forma, fica mais claro aos alunos não apenas como chegar à resposta correta, mas também o porquê a sua resposta original não poderia estar correta.

Momento 23: Entrega da recuperação da atividade avaliativa a seguir e leitura coletiva dos enunciados. Os conteúdos envolvidos e o modo de aplicação sugerida estão indicados no Momento 17:.

A recuperação mantém a ideia da atividade avaliativa, preservando os enunciados, mas variando os números e retirando algumas questões para que possa ser aplicada em um tempo reduzido.

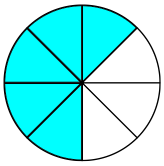
Nome:		Nota:
Turma:	Data:	
Professor:		

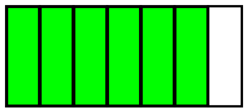
Recuperação do Trabalho de Matemática

1. Quantos quintos tem em 1 inteiro?

____

2. Qual fração a parte colorida das figuras a seguir está representando?

a)  ______

b)  ______

3. Represente geometricamente (por meio de desenhos) cada uma das frações a seguir:

a) $\frac{4}{7}$	b) $\frac{5}{3}$

4. Em um grupo de 72 pessoas, verificou-se que $\frac{1}{6}$ dessas pessoas nasceu na região sul do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região sul?

Resposta:

5. Verifique se as frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{6}{9}$ e $\frac{2}{3}$	b) $\frac{8}{10}$ e $\frac{14}{20}$

6. Em uma empresa, $\frac{1}{6}$ dos funcionários usa carro para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{4}$ dos funcionários usa moto. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

Resposta:

7. Qual a forma irredutível da fração:

a) $\frac{2}{6}$?	b) $\frac{7}{10}$?

8. Escreva as frações $\frac{5}{4}, \frac{8}{12}, \frac{1}{2}$ utilizando o mesmo denominador. Em seguida, coloque-as em ordem crescente.

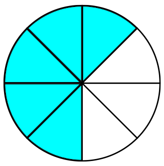
Gabarito

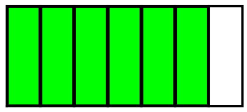
Recuperação do Trabalho de Matemática

1. Quantos quintos tem em 1 inteiro?

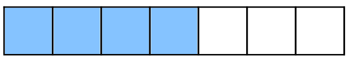
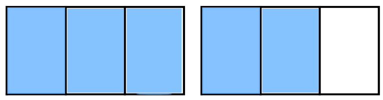
   5 quintos

2. Qual fração a parte colorida das figuras a seguir está representando?

a)  $\frac{5}{8}$

b)  $\frac{6}{7}$

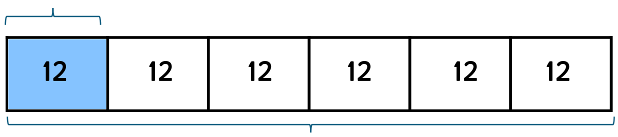
3. Represente geometricamente (por meio de desenhos) cada uma das frações a seguir:

a) $\frac{4}{7}$ 	b) $\frac{5}{3}$ 

4. Em um grupo de 72 pessoas, verificou-se que $\frac{1}{6}$ dessas pessoas nasceu na região sul do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região sul?

A fração $\frac{1}{6}$ indica que o todo foi repartido em 6 partes iguais e foi pego 1 dessas partes. Nesse caso, o todo são as 72 pessoas. Ao repartirmos o todo em 6 partes iguais, obtemos $72 \div 6 = 12$ pessoas. Por fim, ao pegarmos 1 dessas partes, obtemos $12 \times 1 = 12$ pessoas. A situação pode ser representada como:

Pessoas nascidas no sul = 12



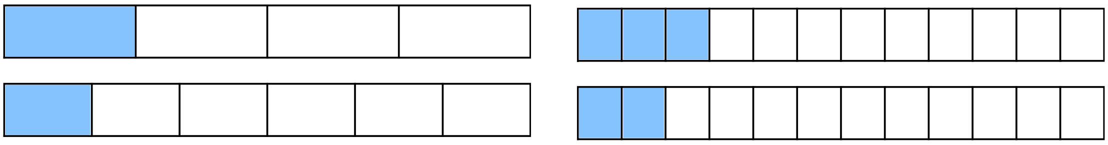
Pessoas do grupo = 72

Resposta: Ao todo, 12 pessoas do grupo nasceram no sul.

5. Verifique se as frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{6}{9}$ e $\frac{2}{3}$ $\quad \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ São equivalentes	b) $\frac{8}{10}$ e $\frac{14}{20}$ $\quad \frac{8 \times 2}{10 \times 2} = \frac{16}{20}$ Não são equivalentes

6. Em uma empresa, $\frac{1}{6}$ dos funcionários usa carro para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{4}$ dos funcionários usa moto. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?



Como em $\frac{1}{4}$ estamos considerando o mesmo todo que em $\frac{1}{6}$, mas estamos dividindo em menos partes, cada parte será maior.

$mmc(3,5) = 12$

$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$ $\quad \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$ $\quad \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Resposta: O transporte mais utilizado é a moto.

7. Qual a forma irredutível da fração:

a) $\frac{2}{6}$? $\quad \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$	b) $\frac{7}{10}$? $\quad = \frac{7}{10}$

8. Escreva as frações $\frac{5}{4}, \frac{8}{12}, \frac{1}{2}$ utilizando o mesmo denominador. Em seguida, coloque-as em ordem crescente.

$$\begin{array}{l|l} 4, 12, 2 & 2 \\ 2, 6, 1 & 2 \\ 1, 3, 1 & 3 \\ \hline 1, 1, 1 & 12 \end{array}$$

$mmc(4,12,2) = 12$

$12 \div 4 = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$

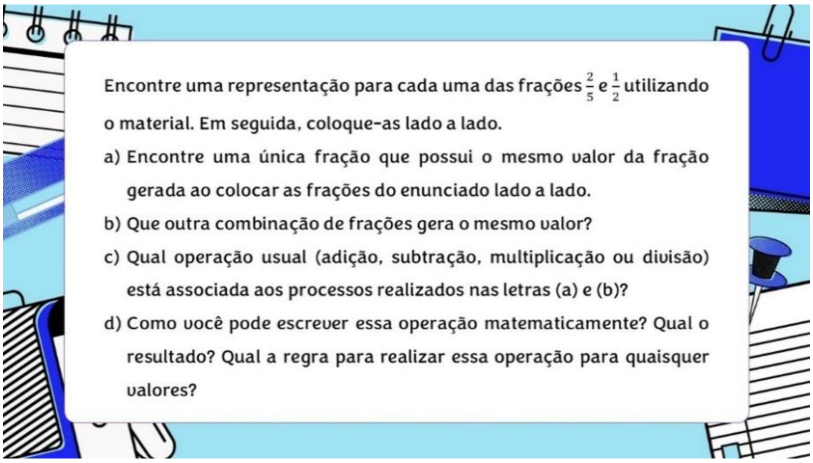
$12 \div 12 = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{8}{12} = \frac{8 \times 1}{12 \times 1} = \frac{8}{12}$

$12 \div 2 = 6 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}$

$\frac{1}{2} < \frac{8}{12} < \frac{5}{4}$

Momento 24: Separação dos alunos em duplas, entrega das Barras de Frações (Figura 1) e leitura individual e coletiva da ficha sobre soma de frações, contida na Figura 34, seguida da resolução das questões (etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Figura 34: Ficha sobre soma de frações



Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.

b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Fonte: Autoras (2025).

Nessa ficha os alunos deverão encontrar uma única fração que tenha o mesmo tamanho da junção de outras duas. Partindo do pressuposto de que, até o momento, a única forma de juntar frações que eles intuitivamente utilizam ocorre quando as frações possuem o mesmo denominador (por exemplo, para representar $\frac{2}{5}$, eles juntam duas frações de $\frac{1}{5}$), espera-se que, para encontrar o resultado, eles encontrem frações equivalentes as que eles querem juntar, com o mesmo denominador. Dessa forma, acredita-se que eles concluam que basta manter o denominador e somar o numerador.

Contudo, é natural que nem todos os alunos, ao realizar esse processo, cheguem nas conclusões esperadas. Evidencia-se assim a importância da etapa de plenária para que todos possam explicitar suas resoluções, levando às etapas de consenso e formalização, onde se espera que todos os alunos consigam compreender o processo como um todo.

A atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 35 pode ser usada para complementar a ficha sobre soma de frações (Figura 34) ou uma alternativa para substituí-la caso não seja viável, por exemplo, o uso das Barras de Frações (Figura 1).

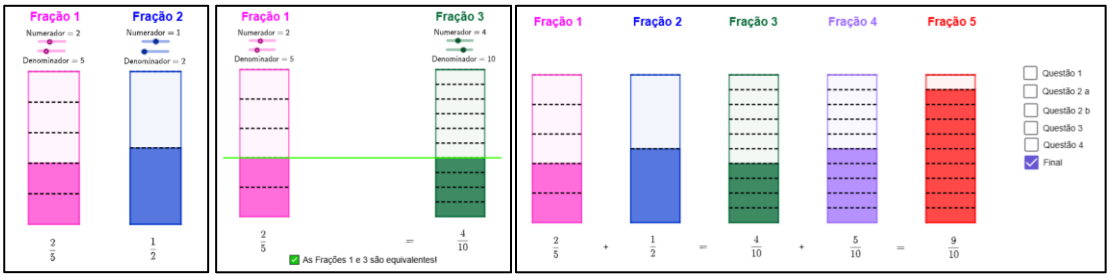
Figura 35: QR code para acessar o a atividade sobre soma de frações no GeoGebra[14]

Fonte: Autoras (2025).

Momento Complementar: O aplicativo da Figura 36 induz uma construção semelhante a que se espera com as Barras de Frações na ficha sobre soma de frações (Figura 34), porém restringe mais o caminho utilizado para alcançar o resultado.

Esse aplicativo pode ser utilizado para testar várias outras possibilidades de frações que se queira somar.

Figura 36: Aplicativo para somar frações



Fonte: Autoras (2025).

[14] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/wes7jgyr

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{3}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{8}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{6}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

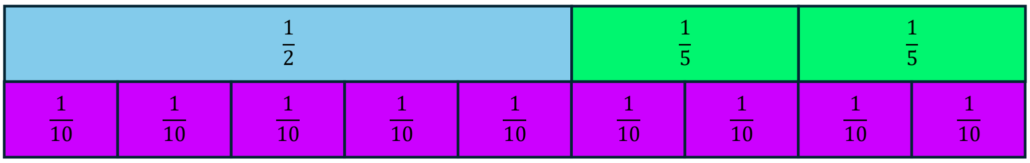
a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Gabarito

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

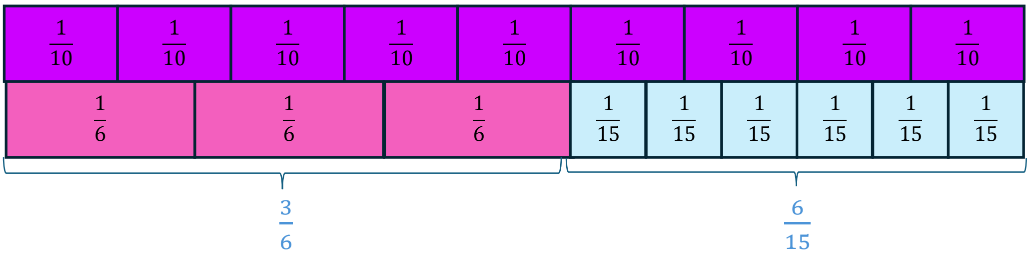
a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.

$\frac{9}{10}$



b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?

Uma possibilidade é



c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

Adição

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{9}{10}$$

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores.
2. Encontrar uma fração equivalente à primeira fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador.
3. Encontrar uma fração equivalente à segunda fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador
4. O resultado será uma fração em que o denominador é o múltiplo comum encontrado no passo 1 e o numerador é a soma dos numeradores das frações encontradas nos passos 2 e 3.

Momento 25: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe e busca do consenso (etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 26: Formalização do procedimento para somar frações (por meio do registro concreto, figural e numérico); como somar frações a partir de frações equivalentes com mesmo denominador (etapa 9 da MEAAMaRP). Na página seguinte há um resumo sobre como somar frações.

Momento 27: Entrega e leitura coletiva da tarefa da Figura 37 sobre soma de frações (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 37: Tarefa sobre soma de frações

1. Efetue as somas abaixo:

   a) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} =$

   b) $\frac{6}{7} + \frac{1}{2} =$

2. Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{3}{5}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã Isa usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer seu trabalho. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?

3. Helena foi à feira com certa quantia. Ela gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes.

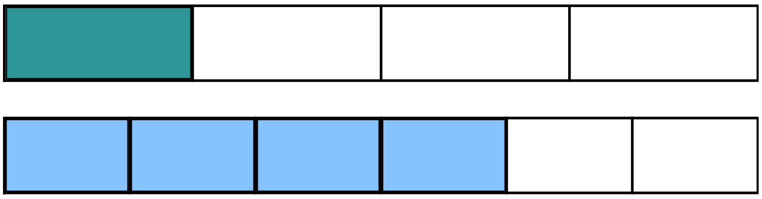
   a) Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

   b) Sabendo que ela havia levado 30 reais, quantos reais ela gastou ao todo?

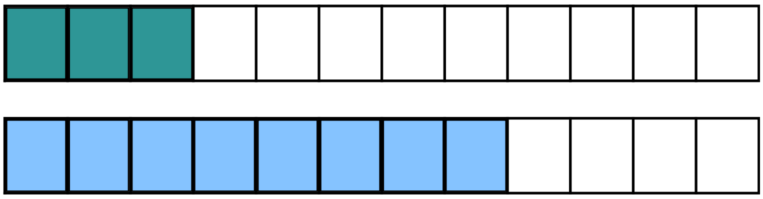
Fonte: Adaptado de Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 150 e 153).

Soma de frações

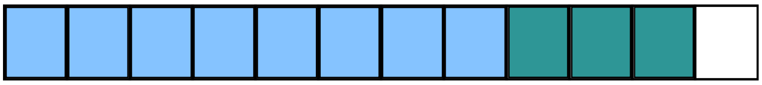
O quanto vale $\frac{1}{4} + \frac{4}{6}$?



Como os denominadores são diferentes, o tamanho das partes que compõe as frações é diferente. Portanto, precisamos encontrar frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{6}$ com o mesmo denominador. Para isso, podemos utilizar o $mmc(4{,}6) = 12$. Reescrevendo as frações com o mesmo denominador temos $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ e $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.



Agora, basta somar os numeradores $3 + 8 = 11$.



Assim, encontramos $\frac{1}{4} + \frac{4}{6} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$.

Resumo

De maneira geral, para somar quaisquer frações, podem ser seguidos os seguintes passos:

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores (pode ser o mmc);
2. Determinar frações equivalentes as que se desejam somar, utilizando o múltiplo comum como novo denominador;
3. Somar os numeradores das frações de mesmo denominador.

O resultado será uma fração em que o denominador é o múltiplo comum encontrado no passo 1 e o numerador é a soma dos numeradores das frações encontradas nos passos 2 e 3.

Nome:	Turma:

1. Efetue as somas abaixo:

   a) $\frac{3}{10}+\frac{2}{5}=$

   b) $\frac{6}{7}+\frac{1}{2}=$

2. Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{3}{5}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã Isa usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer seu trabalho. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?

3. Helena foi à feira com certa quantia. Ela gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes.

   a) Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

   b) Sabendo que ela havia levado 30 reais, quantos reais ela gastou ao todo?

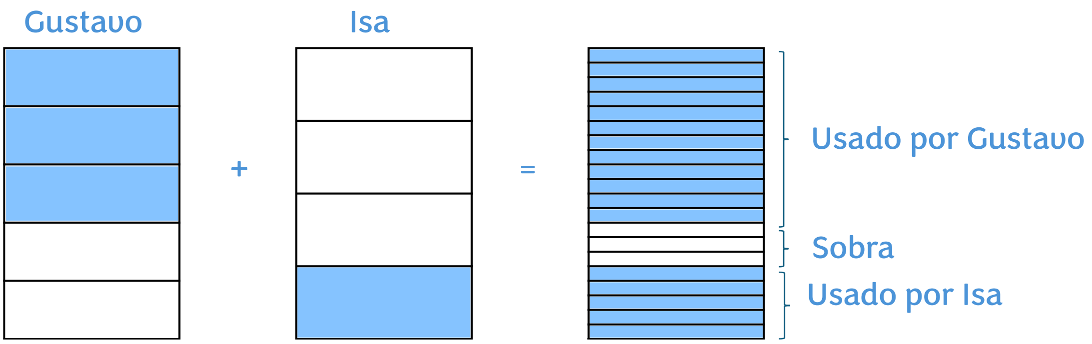
Gabarito

1. Efetue as somas abaixo:

a) $\frac{3}{10}+\frac{2}{5}=\frac{3}{10}+\frac{2\times2}{5\times2}=\frac{3}{10}+\frac{6}{10}=\frac{3+6}{10}=\frac{9}{10}$

b) $\frac{6}{7}+\frac{1}{2}=\frac{6\times2}{7\times2}+\frac{1\times7}{2\times7}=\frac{12}{14}+\frac{7}{14}=\frac{12+7}{14}=\frac{19}{14}$

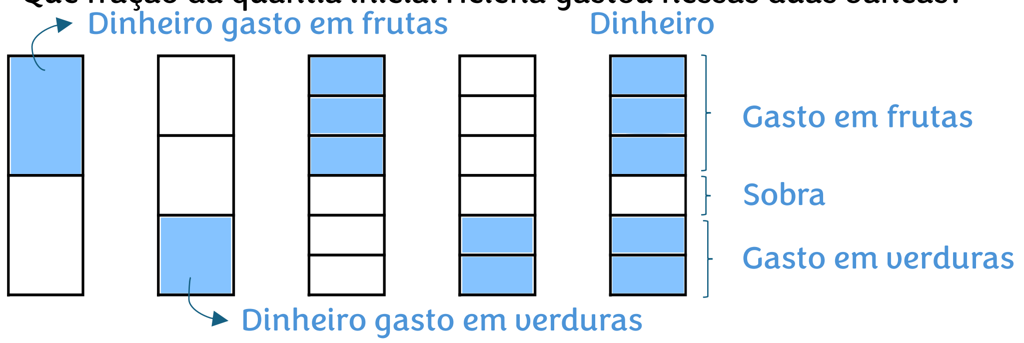
2. Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{3}{5}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã Isa usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer seu trabalho. Que fração dessa folha os dois usaram juntos?



Eles utilizaram juntos $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{3\times4}{20}+\frac{1\times5}{20}=\frac{12}{20}+\frac{5}{20}=\frac{12+5}{20}=\frac{17}{20}$ da folha.

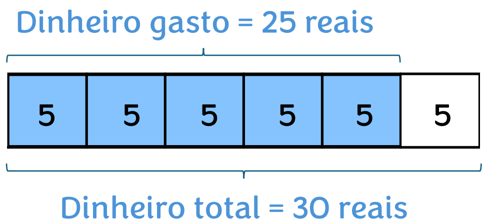
3. Helena foi à feira com certa quantia. Ela gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes.

a) Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?



Foi gasto $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1\times3}{6}+\frac{1\times2}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$ do dinheiro de Helena

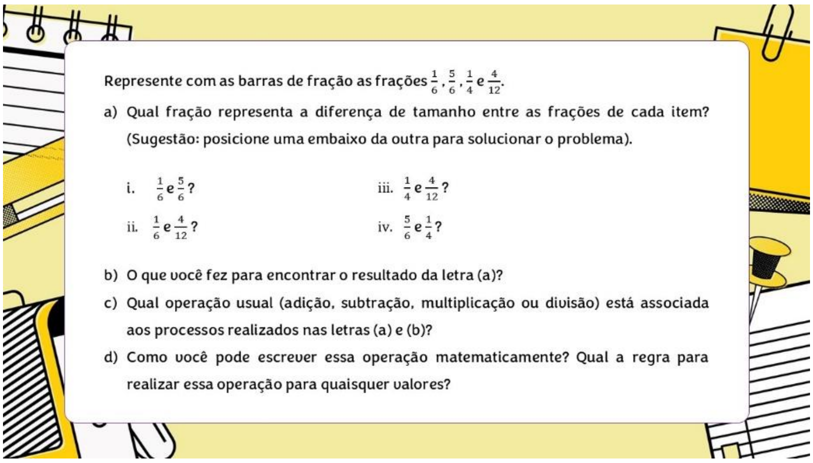
b) Sabendo que ela havia levado 30 reais, quantos reais ela gastou ao todo?



Momento 28: Correção da tarefa da Figura 37.

Momento 29: Separação dos alunos em duplas, entrega das Barras de Frações (Figura 1) e leitura individual e coletiva da ficha sobre subtração de frações, contida na Figura 38, seguida da resolução das questões (etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Figura 38: Ficha sobre subtração de frações



Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$.

a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

i. $\frac{1}{6}$ e $\frac{5}{6}$?

ii. $\frac{1}{6}$ e $\frac{4}{12}$?

iii. $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$?

iv. $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$?

b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Fonte: Autoras (2025).

Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$.

a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

i. $\frac{1}{6}$ e $\frac{5}{6}$?

ii. $\frac{1}{6}$ e $\frac{4}{12}$?

iii. $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$?

iv. $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$?

b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{11}{14}$.

a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

i. $\frac{1}{7}$ e $\frac{4}{7}$?

ii. $\frac{1}{7}$ e $\frac{11}{14}$?

iii. $\frac{1}{2}$ e $\frac{11}{14}$?

iv. $\frac{4}{7}$ e $\frac{1}{2}$?

b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{6}{15}$.

a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

i. $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{5}$?

ii. $\frac{1}{5}$ e $\frac{6}{15}$?

iii. $\frac{1}{3}$ e $\frac{6}{15}$?

iv. $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{3}$?

b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{8}{18}$.

a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

i. $\frac{1}{9}$ e $\frac{7}{9}$?

ii. $\frac{1}{9}$ e $\frac{8}{18}$?

iii. $\frac{1}{6}$ e $\frac{8}{18}$?

iv. $\frac{7}{9}$ e $\frac{1}{6}$?

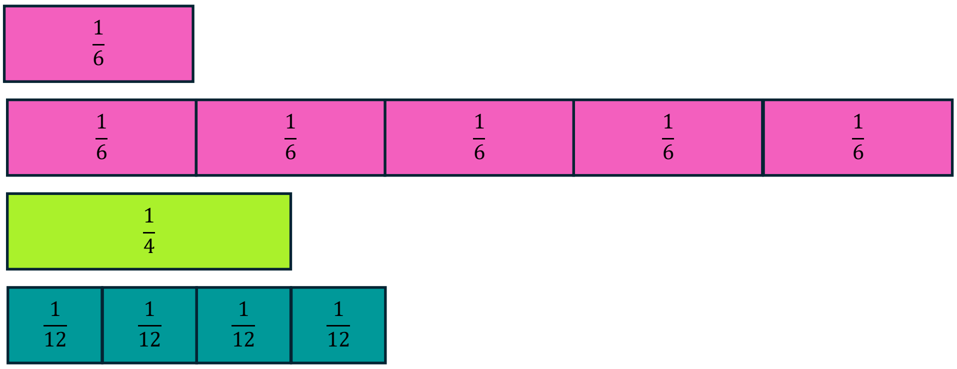
b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

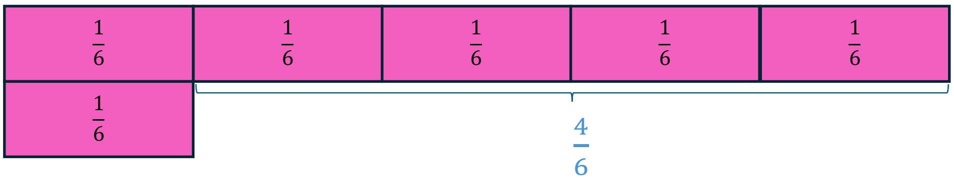
Gabarito

Represente com as barras de fração as frações $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$.

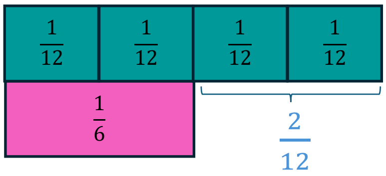


a) Qual fração representa a diferença de tamanho entre as frações de cada item? (Sugestão: posicione uma embaixo da outra para solucionar o problema).

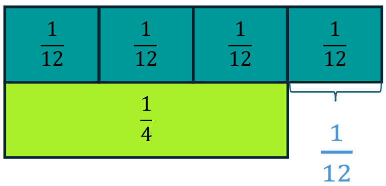
i. $\frac{1}{6}$ e $\frac{5}{6}$?



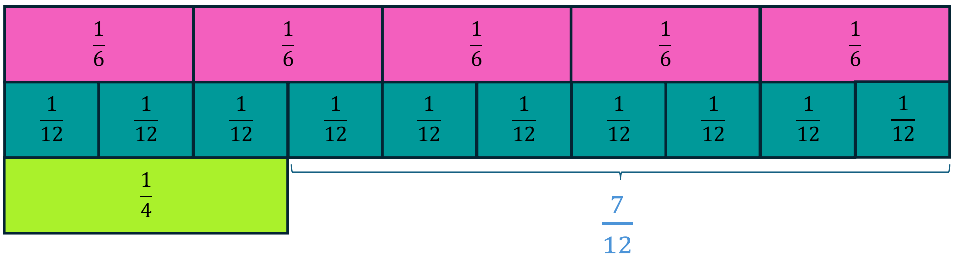
ii. $\frac{1}{6}$ e $\frac{4}{12}$?



iii. $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{12}$?



iv. $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$?



b) O que você fez para encontrar o resultado da letra (a)?

Nos três primeiros itens foi necessário verificar somente a fração que representava a quantia de peças excedentes a menor fração. Já no quarto item, era necessário saber o quanto representava meia peça de um sexto. Para isso, foi necessário representar ambas as frações utilizando o mesmo denominador e, em seguida, foi possível obter a quantidade de peças que excediam a menor fração.

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

Subtração

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$; $\frac{4}{12} - \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$; $\frac{4}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores.
2. Encontrar uma fração equivalente à primeira fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador.
3. Encontrar uma fração equivalente à segunda fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador
4. O resultado será uma fração em que o denominador é o múltiplo comum encontrado no passo 1 e o numerador é a diferença dos numeradores das frações encontradas nos passos 2 e 3.

Momento 30: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe, busca do consenso (etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 31: Formalização do procedimento para subtrair frações (por meio do registro concreto, figural e numérico); como subtrair frações a partir de frações equivalentes com mesmo denominador (etapa 9 da MEAAMaRP). Na página seguinte há um resumo sobre como subtrair frações.

Momento 32: Entrega e leitura coletiva da tarefa da Figura 39 sobre soma e subtração de frações (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 39: Tarefa de soma e subtração de frações

1. A rua onde Mariana mora está sendo asfaltada. Na primeira semana, foram asfaltados $\frac{3}{8}$ da rua e na segunda semana, $\frac{1}{3}$.

a) Que fração da rua foi asfaltada nas duas semanas?

b) Já foi asfaltada mais ou menos da metade da rua?

c) Que fração da rua ainda falta ser asfaltada?

2. Efetue as adições e subtrações, simplificando o resultado quando possível.

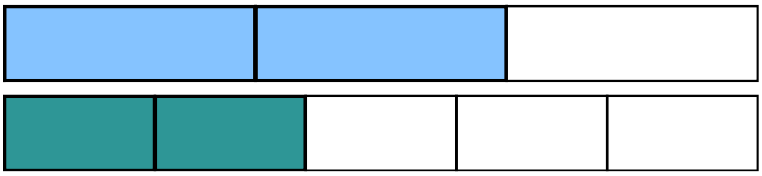
a) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}=$ c) $\frac{5}{9}+\frac{2}{6}=$

b) $\frac{9}{10}-\frac{2}{4}=$ d) $\frac{11}{15}-\frac{1}{2}=$

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 153 e 154).

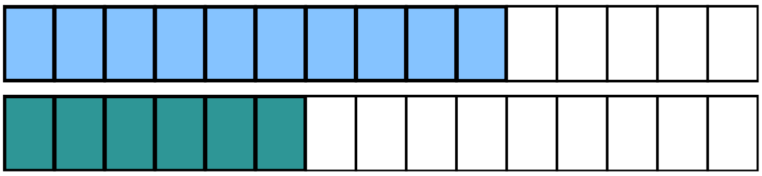
Subtração de frações

O quanto vale $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$?

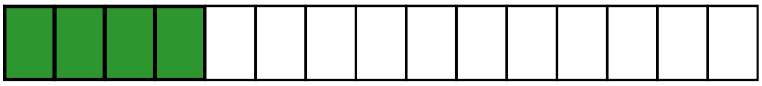


Como os denominadores são diferentes, o tamanho das partes que compõe as frações é diferente. Portanto, precisamos encontrar frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{5}$ com o mesmo denominador. Para isso, podemos utilizar o $mmc(3{,}5) = 15$.

Reescrevendo as frações com o mesmo denominador temos $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ e $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$.



Agora, basta subtrair os numeradores $10 - 6 = 4$.



Assim, encontramos $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$

Resumo

De maneira geral, para subtrair quaisquer frações, devem ser seguidos os seguintes passos:

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores (pode ser o mmc);
2. Determinar frações equivalentes as que se desejam subtrair, utilizando o múltiplo comum como novo denominador;
3. Subtrair os numeradores das frações de mesmo denominador.

O resultado será uma fração em que o denominador é o múltiplo comum encontrado no passo 1 e o numerador é a diferença dos numeradores das frações encontradas nos passos 2 e 3.

Nome:	Turma:

1. A rua onde Mariana mora está sendo asfaltada. Na primeira semana, foram asfaltados $\frac{3}{8}$ do total da rua e na segunda semana, $\frac{1}{3}$ do total.

a) Que fração da rua foi asfaltada nas duas semanas?

b) Já foi asfaltada mais ou menos da metade da rua?

c) Que fração da rua ainda falta ser asfaltada?

2. Efetue as adições e subtrações, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}=$

b) $\frac{9}{10}-\frac{2}{4}=$

c) $\frac{5}{9}+\frac{2}{6}=$

d) $\frac{11}{15}-\frac{1}{2}=$

Gabarito

1. A rua onde Mariana mora está sendo asfaltada. Na primeira semana, foram asfaltados $\frac{3}{8}$ do total da rua e na segunda semana, $\frac{1}{3}$ do total.

a) Que fração da rua foi asfaltada nas duas semanas?

Para descobrir o quanto da rua foi asfaltada, devemos somar o quanto foi asfaltada na primeira e na segunda semana:

$\frac{3}{8}+\frac{1}{3}=\frac{3\times3}{24}+\frac{1\times8}{24}=\frac{9}{24}+\frac{8}{24}=\frac{17}{24}$

b) Já foi asfaltada mais ou menos da metade da rua?

A metade da rua equivale a fração $\frac{12}{24}$, portanto, como $\frac{17}{24}$ é maior que $\frac{12}{24}$, então, já foi asfaltada mais da metade da rua.

c) Que fração da rua ainda falta ser asfaltada?

A quantidade da rua que ainda falta ser asfaltada pode ser determinada pelo tamanho da rua já asfaltada subtraída do tamanho total da rua (que, nesse caso, é o nosso todo = 1)

$\frac{1}{1}-\frac{17}{24}=\frac{24}{24}-\frac{17}{24}=\frac{7}{24}$

2. Efetue as adições e subtrações, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}=\frac{3\times3}{8\times3}+\frac{1\times4}{6\times4}=\frac{9}{24}+\frac{4}{24}=\frac{9+4}{24}=\frac{13}{24}$

b) $\frac{9}{10}-\frac{2}{4}=\frac{9\times2}{10\times2}-\frac{2\times5}{4\times5}=\frac{18}{20}-\frac{10}{20}=\frac{18-10}{20}=\frac{8}{20}=\frac{8\div4}{20\div4}=\frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{9}+\frac{2}{6}=\frac{5\times2}{9\times2}+\frac{2\times3}{6\times3}=\frac{10}{18}+\frac{6}{18}=\frac{10+6}{18}=\frac{16}{18}=\frac{16\div2}{18\div2}=\frac{8}{9}$

d) $\frac{11}{15}-\frac{1}{2}=\frac{11\times2}{15\times2}-\frac{1\times15}{2\times15}=\frac{22}{30}-\frac{15}{30}=\frac{22-15}{30}=\frac{7}{30}$

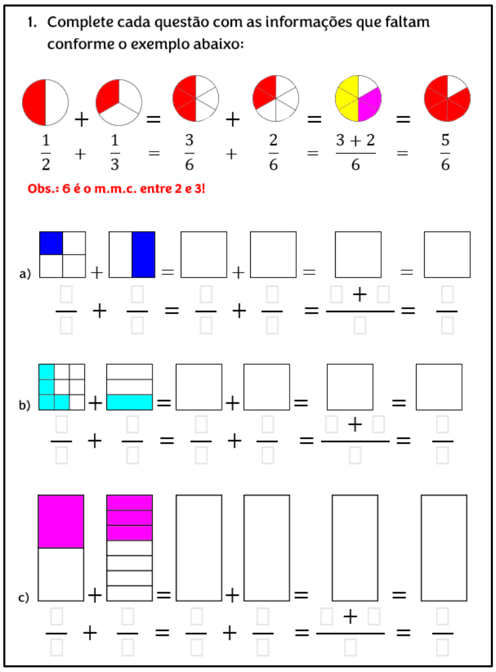
UDESC LICENCIATURA EM MATEMÁTICA FAB3D

Momento 33: Correção da tarefa da Figura 39.

Momento 34: Entrega do exercício da Figura 40, leitura coletiva e explicação do exemplo, seguida da resolução individual da atividade. Caso o aluno tenha alguma dúvida, o professor poderá ajudá-lo.

Esse exercício tem como objetivo visualizar geometricamente o que acontece em cada etapa do processo da soma de duas frações, estimulando tanto o tratamento dentro dos registros figural e numérico, quanto a conversão de um para o outro.

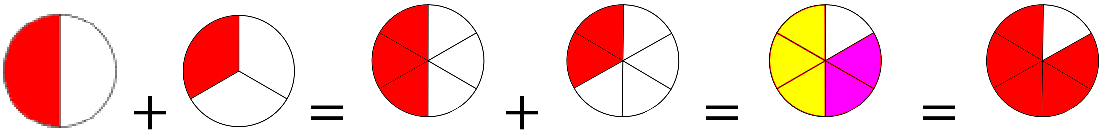
Figura 40: Exercício sobre soma de frações no registro figural e numérico



Fonte: Autoras (2024).

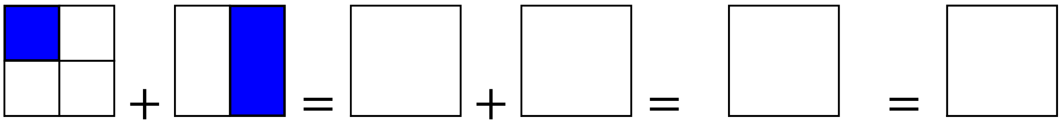
Nome:	Turma:

1. Complete cada questão com as informações que faltam conforme o exemplo abaixo:

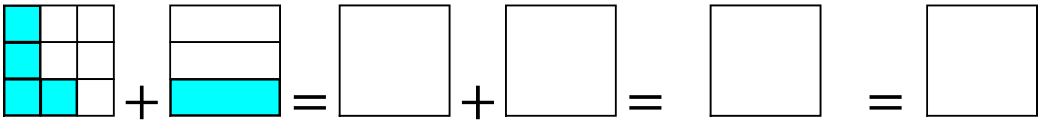


$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

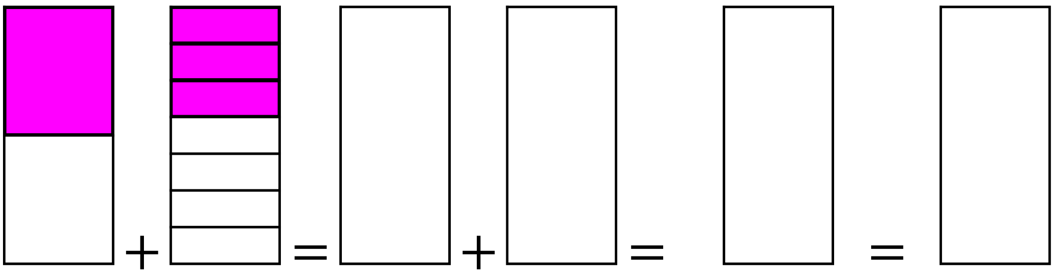
Obs.: 6 é o m.m.c. entre 2 e 3!

a) 

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square + \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

b) 

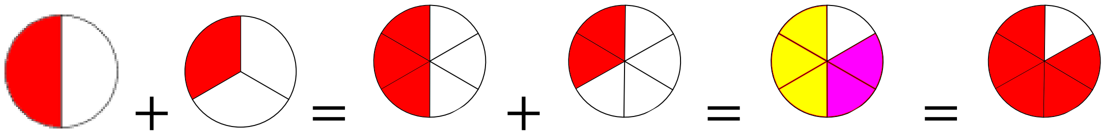
$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square + \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

c) 

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square + \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Gabarito

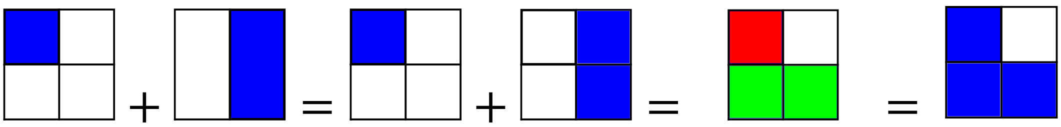
1. Complete cada questão com as informações que faltam conforme o exemplo abaixo:



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

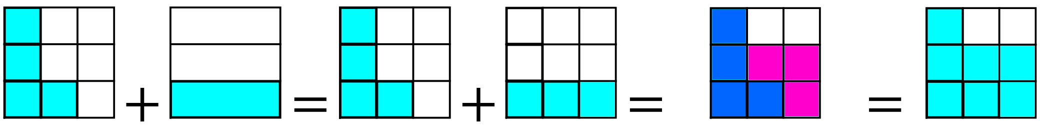
Obs.: 6 é o m.m.c. entre 2 e 3!

a)



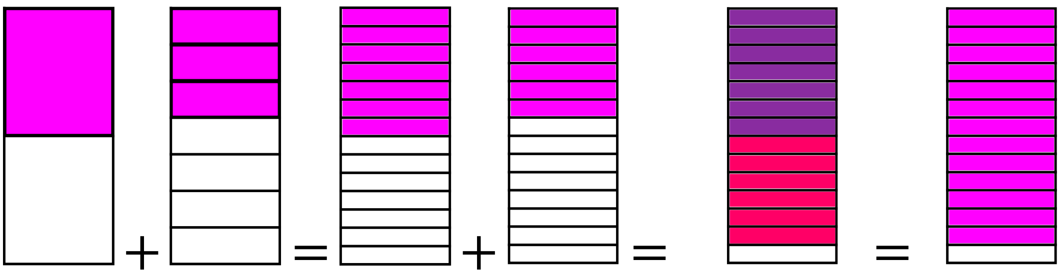
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

b)



$$\frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}$$

c)



$$\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{7}{14} + \frac{6}{14} = \frac{6+7}{14} = \frac{13}{14}$$

Momento 35: Correção do exercício da Figura 40, explicitando como fazer a soma de frações tanto no registro numérico, quanto no figural. Exercitar a conversão entre os registros.

Momento 36: Tempo para que os alunos possam fazer um resumo do conteúdo da prova sobre fração como parte-todo, representação fracionária, figural e na linguagem natural (nomenclatura) das frações, frações impróprias e irredutíveis, equivalência, ordenação, soma e subtração de frações. Nele pode conter conceitos importantes, passo a passo para a resolução de exercícios etc., mas sem nenhum exercício resolvido. Os alunos que não terminarem em sala podem levar para casa para terminá-lo.

Ao escreverem o resumo os alunos são estimulados a retomar todo o conteúdo da prova revisando conceitos e conteúdo que possam ter esquecido ou que não compreenderam.

Sugerimos que esse resumo possa ser utilizado durante a prova e a recuperação, pois isso pode estimulá-los a fazer um resumo com mais atenção e qualidade, uma vez que poderá "salvá-los" durante a prova. Um resumo bem-feito pode impedir o aluno que sabe o conteúdo de errar uma questão por esquecer alguma fórmula ou algum conceito. Além disso, é possível que eles tenham estudado tanto para fazer o resumo que acabem nem precisando dele. De forma geral, pela nossa experiência, os estudantes que não compreenderam o conteúdo, mas fizeram o resumo, não obterão vantagem significativa na resolução da prova, pois não saberão interpretar e, consequentemente, aplicar o conteúdo do resumo.

Momento 37: Entrega da prova de matemática sobre os conteúdos descritos no Momento 36:, conferência dos resumos e leitura coletiva das questões. Os alunos poderão chamar o professor para tirar dúvidas com relação ao enunciado, mas nenhum conceito deverá ser esclarecido – em respeito aos alunos que fizeram o resumo proposto no Momento 36: – e não deverão receber nenhuma dica de como resolver as questões.

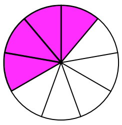
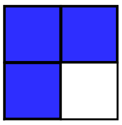
Sugerimos que a resolução da prova seja feita individualmente (considerando que a atividade avaliativa tenha sido realizada em duplas), para que seja possível verificar a compreensão individual dos alunos, uma vez que a resolução de atividades em equipe avalia majoritariamente o desempenho coletivo, de forma que uma nota alta não implica que todos entenderam o conteúdo.

Nome:	Nota:
Turma: Data:	
Professor:	

Prova de Matemática

Atenção: respostas sem justificativas não serão consideradas!

1. Represente na forma fracionária e escreva por extenso as frações representadas pela parte colorida das figuras abaixo.

Figura	Forma fracionária	Escrita por extenso
a) 		
b) 		

2. Represente as seguintes frações por meio de figuras:

a) $\frac{3}{6}$	b) $\frac{4}{3}$

3. Em um grupo de 40 pessoas, verificou-se que $\frac{3}{4}$ dessas pessoas nasceu na região norte do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região norte?

Resposta:

4. Em uma empresa, $\frac{1}{10}$ dos funcionários usa ônibus para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa bicicleta. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

Resposta:

5. Qual a forma irredutível da fração $\frac{2}{4}$?

6. Considere as seguintes frações: $\frac{2}{3}, \frac{1}{9}, \frac{5}{6}$.

a) Encontre frações equivalentes a cada uma delas, de modo que todas tenham o mesmo denominador.

b) Coloque as frações em ordem crescente.

7. Efetue as seguintes contas:

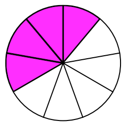
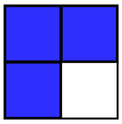
a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} =$	b) $\frac{5}{4} - \frac{6}{6} =$

Gabarito

Prova de Matemática

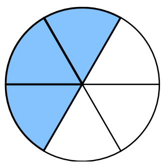
Atenção: respostas sem justificativas não serão consideradas!

1. Represente na forma fracionária e escreva por extenso as frações representadas pela parte colorida das figuras abaixo.

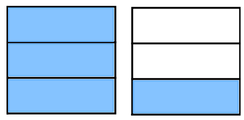
Figura	Forma fracionária	Escrita por extenso
a) 	$\frac{4}{9}$	Quatro nonos.
b) 	$\frac{3}{4}$	Três quartos.

2. Represente as seguintes frações por meio de figuras:

a) $\frac{3}{6}$

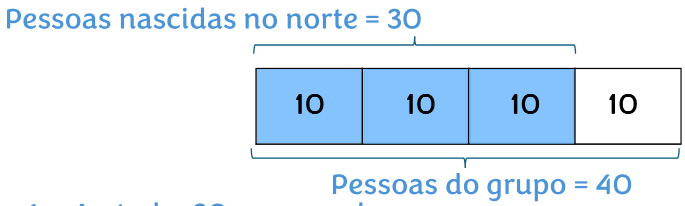


b) $\frac{4}{3}$



3. Em um grupo de 40 pessoas, verificou-se que $\frac{3}{4}$ dessas pessoas nasceu na região norte do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região norte?

A fração $\frac{3}{4}$ indica que o todo foi repartido em 4 partes iguais e foi pego 3 dessas partes. Nesse caso, o todo são as 40 pessoas. Ao repartirmos o todo em 4 partes iguais, obtemos $40 \div 4 = 10$ pessoas. Por fim, ao pegarmos 3 dessas partes, obtemos $10 \times 3 = 30$ pessoas. A situação pode ser representada como:



Resposta: Ao todo, 30 pessoas do grupo nasceram no norte.

4. Em uma empresa, $\frac{1}{10}$ dos funcionários usa ônibus para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa bicicleta. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

$mmc(5,10) = 10$

$$\frac{1}{5}=\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10} \qquad \frac{1}{5}>\frac{1}{10}$$

Resposta: O transporte mais utilizado é a bicicleta.

5. Qual a forma irredutível da fração $\frac{2}{4}$?

$$\frac{2}{4}=\frac{2\div 2}{4\div 2}=\frac{1}{2}$$

6. Considere as seguintes frações: $\frac{2}{3}, \frac{1}{9}, \frac{5}{6}$.

a) Encontre frações equivalentes a cada uma delas, de modo que todas tenham o mesmo denominador.

$$\begin{array}{r|l} 3,9,6 & 2 \\ 3,9,3 & 3 \\ 1,3,1 & 3 \\ \hline 1,\ 1,1 & 18 \end{array}$$

$mmc(3{,}9{,}6) = 18$

$18 \div 3 = 6 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3}=\frac{2\times 6}{3\times 6}=\frac{12}{18}$

$18 \div 9 = 2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{9}=\frac{1\times 2}{9\times 2}=\frac{2}{18}$

$18 \div 6 = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{5}{6}=\frac{5\times 3}{6\times 3}=\frac{15}{18}$

$$\frac{1}{9}<\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$$

b) Coloque as frações em ordem crescente.

$$\frac{1}{9}<\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$$

7. Efetue as seguintes contas:

a) $\frac{1}{3}+\frac{3}{6}=\frac{1\times 2}{3\times 2}+\frac{3}{6}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$	b) $\frac{5}{4}-\frac{6}{6}=\frac{5\times 3}{4\times 3}-\frac{6\times 2}{6\times 2}=\frac{15}{12}-\frac{12}{12}=\frac{3}{12}$

Momento 38: Entrega da prova corrigida e conversa sobre o desempenho geral da turma, evidenciando quais os conteúdos que os alunos tiveram a maior dificuldade e necessitam atenção. Em seguida, a correção da prova deve ser utilizada como uma oportunidade para revisar estes conteúdos, com o intuito de melhorarem o desempenho na recuperação da prova. Além de indicar como chegar à resposta correta, é necessário indicar os erros que aconteceram com frequência, destacando porque eles estão matematicamente incorretos. Dessa forma, fica mais claro aos alunos não apenas como chegar à resposta correta, mas também o porquê a sua resposta original não poderia estar correta.

Momento 39: Realização da recuperação da prova sobre os conteúdos citados no Momento 36:. Sugerimos que a recuperação seja aplicada da mesma forma que a prova, como descrita no Momento 37:.

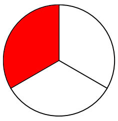
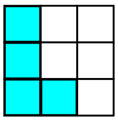
A recuperação proposta contém questões similares as da prova, porém com números distintos, visando verificar se os alunos compreenderam como consertar os erros cometidos anteriormente.

Nome:		Nota:
Turma:	Data:	
Professor:		

Recuperação da Prova de Matemática

Atenção: respostas sem justificativas não serão consideradas!

1. Represente na forma fracionária e escreva por extenso as frações representadas pela parte colorida das figuras abaixo.

Figura	Forma fracionária	Escrita por extenso
a) 		
b) 		

2. Represente as seguintes frações por meio de figuras:

a) $\frac{3}{5}$	b) $\frac{7}{4}$

3. Em um grupo de 20 pessoas, verificou-se que $\frac{2}{5}$ dessas pessoas nasceram na região sudeste do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região sudeste?

Resposta:

4. Em uma escola, $\frac{1}{4}$ dos alunos usam carro para chegar à escola, enquanto $\frac{1}{2}$ dos alunos usam ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de alunos?

Resposta:

5. Qual a forma irredutível da fração $\frac{3}{9}$?

6. Considere as seguintes frações: $\frac{10}{12}, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}$

   a) Encontre frações equivalentes a cada uma delas, de modo que todas tenham o mesmo denominador.

   b) Coloque as frações em ordem decrescente.

7. Efetue as seguintes contas:

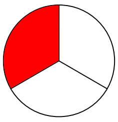
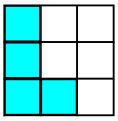
a) $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} =$	b) $\frac{6}{7} - \frac{3}{5} =$

Gabarito

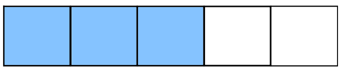
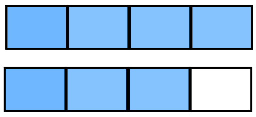
Recuperação da Prova de Matemática

Atenção: respostas sem justificativas não serão consideradas!

1. Represente na forma fracionária e escreva por extenso as frações representadas pela parte colorida das figuras abaixo.

Figura	Forma fracionária	Escrita por extenso
a) 	$\frac{1}{3}$	Um terço.
b) 	$\frac{4}{9}$	Quatro nonos.

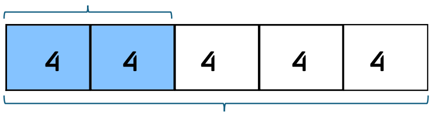
2. Represente as seguintes frações por meio de figuras:

a) $\frac{3}{5}$ 	b) $\frac{7}{4}$ 

3. Em um grupo de 20 pessoas, verificou-se que $\frac{2}{5}$ dessas pessoas nasceram na região sudeste do Brasil. Quantas pessoas desse grupo nasceram na região sudeste?

A fração $\frac{2}{5}$ indica que o todo foi repartido em 5 partes iguais e foi pego 2 dessas partes. Nesse caso, o todo são as 20 pessoas. Ao repartirmos o todo em 5 partes iguais, obtemos $20 \div 5 = 4$ pessoas. Por fim, ao pegarmos 2 dessas partes, obtemos $4 \times 2 = 8$ pessoas. A situação pode ser representada como:

Pessoas nascidas no sudeste = 8



Pessoas do grupo = 20

Resposta: Ao todo, 8 pessoas do grupo nasceram no sudeste.

4. Em uma escola, $\frac{1}{4}$ dos alunos usam carro para chegar à escola, enquanto $\frac{1}{2}$ dos alunos usam ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de alunos?

$mmc(2,4) = 4$

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

Resposta: O transporte mais utilizado é o ônibus.

5. Qual a forma irredutível da fração $\frac{3}{9}$?

$\frac{3}{9} = \frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3}$

6. Considere as seguintes frações: $\frac{10}{12}, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}$

   a) Encontre frações equivalentes a cada uma delas, de modo que todas tenham o mesmo denominador.

$$\begin{array}{r|l} 12, 4, 3 & 2 \\ 6, 2, 3 & 2 \\ 3, 1, 3 & 3 \\ \hline 1, 1, 1 & 12 \end{array}$$

$mmc(12,4,3) = 12$

$12 \div 12 = 1 \rightarrow \frac{10}{12} = \frac{10 \times 1}{12 \times 1} = \frac{10}{12}$

$12 \div 4 = 3 \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$

$12 \div 3 = 4 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

   b) Coloque as frações em ordem decrescente.

$\frac{5}{4} > \frac{10}{12} > \frac{2}{3}$

7. Efetue as seguintes contas:

a) $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{6}{7} - \frac{3}{5} = \frac{6 \times 5}{7 \times 5} - \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{30}{35} - \frac{21}{35} = \frac{9}{35}$

Momento 40: Entrega da recuperação da prova corrigida e conversa sobre o desempenho geral da turma, evidenciando quais os conteúdos que os alunos tiveram a maior dificuldade e necessitam atenção e aqueles em que o desempenho atingiram as expectativas. Explicitar que estes conteúdos serão muito importantes não somente para o decorrer da disciplina, mas também para a vida deles.

3.2 Sequência para o oitavo ano

O objetivo desta sequência, diferentemente da anterior, não é a introdução de novos conteúdos, mas a revisão de conceitos sobre frações já trabalhados anteriormente, mas que ainda geram dúvidas ou foram esquecidos pelos alunos. Espera-se que, com a aplicação da MEAAMaRP e o uso de materiais concretos, OAs e outros materiais didáticos pouco usuais no contexto da sala de aula, seja possível alcançar estudantes que não se adaptaram à forma como o conteúdo foi apresentado anteriormente – independentemente de qual foi a metodologia e os recursos utilizados. Além disso, busca-se oferecer aos alunos que já demonstram domínio do tema a oportunidade de explorar as frações sob novas perspectivas, valorizando não apenas os procedimentos algébricos, mas também outras formas de representação.

Essa sequência deriva da anterior, portanto, algumas atividades que a compuseram foram as mesmas. Assim, em determinados momentos haverá referência a atividades já apresentadas na sequência do sexto ano, descrita na Seção 0.

Momento 1: Separação dos alunos em duplas, apresentação das Pizzas de Frações (Figura 2) e leitura e resolução do problema gerador, contido na Figura 41 (atividade das pizzas) (etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

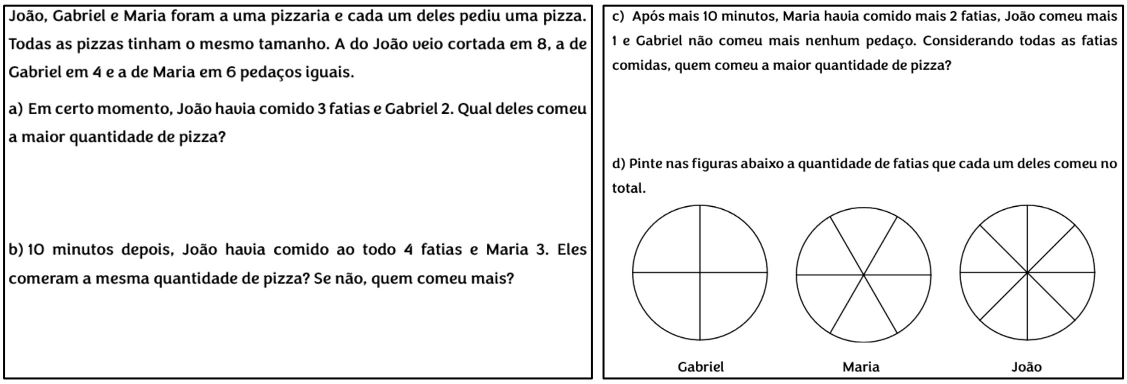
Para facilitar a compreensão do uso do material, é importante que o professor o apresente antes de iniciar as atividades, destacando que as três pizzas possuem o mesmo tamanho, mas estão cortadas em quantidades diferentes de fatias.

Este primeiro problema (Figura 41) tem como objetivo retomar algumas propriedades das frações por meio da comparação de pizzas, sem mencionar, num primeiro momento, que estão estudando frações. Assim, busca-se evitar uma aversão ao restante da sequência por parte dos alunos que afirmam não gostar de frações, ao partir de algo que eles costumam gostar: pizzas.

A partir do significado parte-todo, a questão aborda essencialmente a representação concreta e figural das frações, além da comparação/ ordenação de frações. Assim, cria-se um cenário propício para debater diversas questões, como por exemplo:

- Quanto mais partes a pizza for dividida, menores serão os pedaços;
- Comer a maior quantidade de fatias não implica em comer a maior quantidade de pizza;
- Mesmo comendo diferentes quantidades de fatias, ainda sim pode-se comer a mesma quantidade de pizza.

Figura 41: Problema das pizzas


João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza?

b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias e Maria 3. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais?

c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza?

d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total.

Fonte: Autoras (2025).

Todavia, ainda que não se tenha acesso ao material pronto, uma alternativa é envolver os alunos em sua construção. A construção pode ser realizada a partir de princípios geométricos, com o uso de régua e compasso, ou através da impressão e recorte de modelos prontos ou que os alunos possam customizar (o final da seção 1.2 contém alguns modelos para impressão que podem ser utilizados). Permitir que os estudantes personalizem e recortem suas próprias pizzas pode aumentar o engajamento e a criatividade.

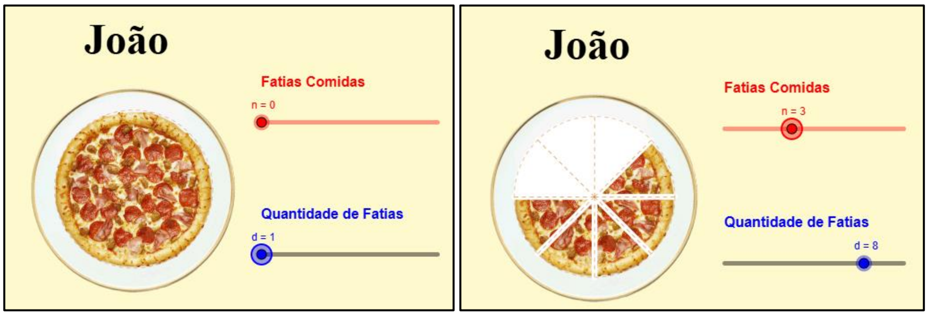
Ainda que haja a ausência das Pizzas de Frações e a inviabilidade de produzi-las, é possível aplicar o problema das pizzas (Figura 41) de forma semelhante utilizando a atividade desenvolvida no GeoGebra e que pode ser acessada por meio do QR code da Figura 42.

Figura 42: QR code para acessar o problema das pizzas no GeoGebra[15]

Fonte: Autoras (2025).

Essa atividade contém as mesmas perguntas e permite que os alunos construam as situações delineadas pelo problema utilizando o aplicativo da Figura 43.

Figura 43: Aplicativo com pizzas interativas



Fonte: Autoras (2025).

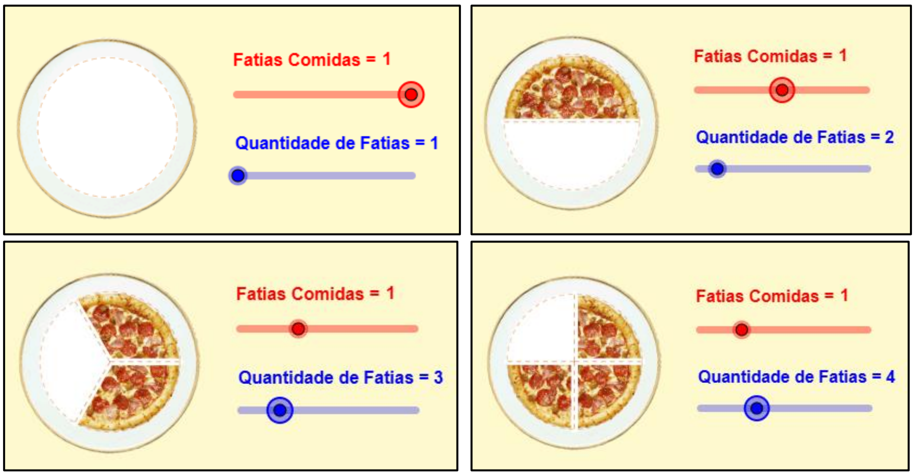
Ainda que seja possível o uso do material concreto, o aplicativo pode complementá-lo, pois permite testar outras possibilidades.

Momento Complementar: O professor pode usufruir do aplicativo da Figura 43 para explorar algumas propriedades das frações. Por exemplo, ao fixar nos controles deslizantes o número de fatias comidas (numerador) e variar a quantidade de fatias (denominador) é possível ver como a quantidade total de pizza comida se altera, mesmo que seja mantida a mesma quantidade de fatias comidas.

[15] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/jwkymgg7

A Figura 44 ilustra o caso de quando se fixa a quantidade de fatias comidas em um e aumenta a quantidade de fatias da pizza. Com esse exemplo é possível ver que a quantidade de pizza comida diminui conforme aumenta a quantidade de fatias em que a pizza foi repartida.

Figura 44: Variação da quantidade de pizza comida conforme altera o número de fatias



Fonte: Autoras (2025).

Nome:	Turma:

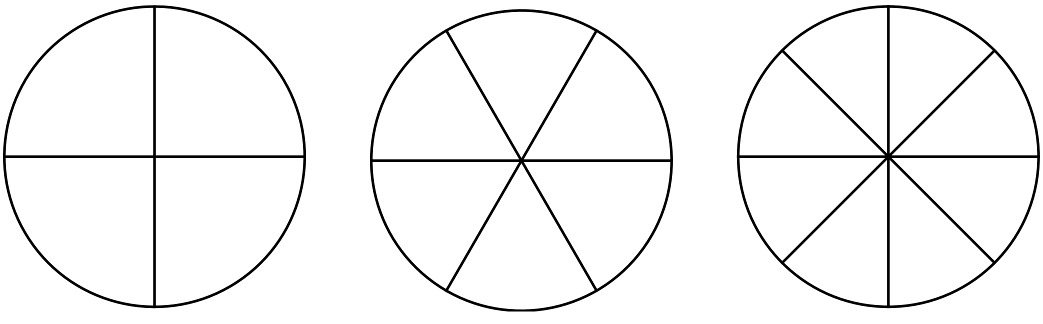
João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza?

b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias, Maria 3 e Gabriel 2. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais?

c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza?

d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total.

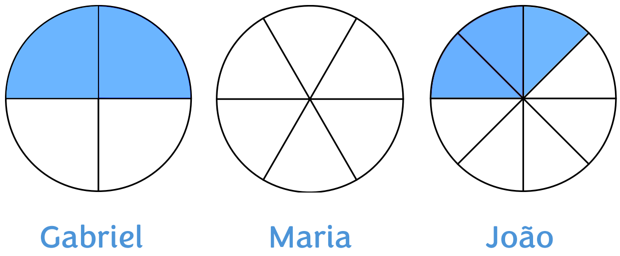


Gabriel Maria João

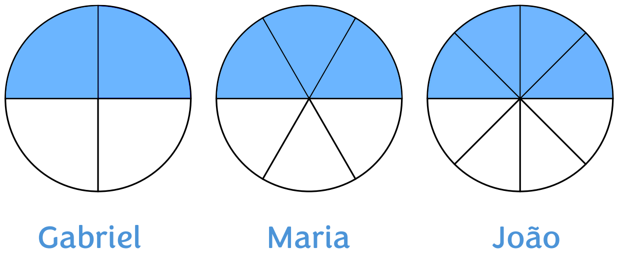
Gabarito

João, Gabriel e Maria foram a uma pizzaria e cada um deles pediu uma pizza. Todas as pizzas tinham o mesmo tamanho. A do João veio cortada em 8, a de Gabriel em 4 e a de Maria em 6 pedaços iguais.

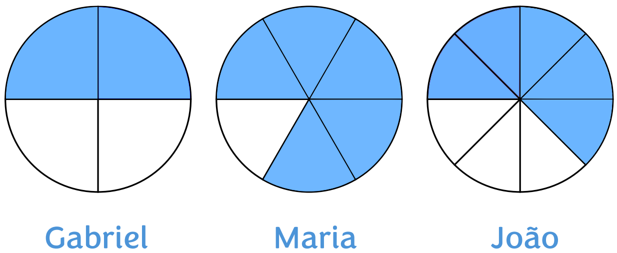
a) Em certo momento, João havia comido 3 fatias e Gabriel 2. Qual deles comeu a maior quantidade de pizza? Resposta: Gabriel comeu mais.



b) 10 minutos depois, João havia comido ao todo 4 fatias, Maria 3 e Gabriel 2. Eles comeram a mesma quantidade de pizza? Se não, quem comeu mais? Resposta: Todos comeram a mesma quantidade.



c) Após mais 10 minutos, Maria havia comido mais 2 fatias, João comeu mais 1 e Gabriel não comeu mais nenhum pedaço. Considerando todas as fatias comidas, quem comeu a maior quantidade de pizza? Resposta: Maria comeu mais.



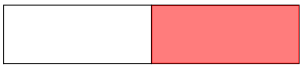
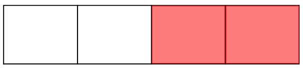
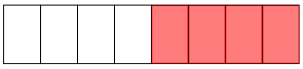
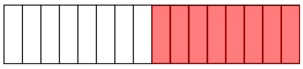
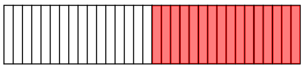
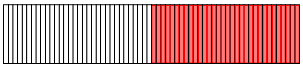
d) Pinte nas figuras abaixo a quantidade de fatias que cada um deles comeu no total. Resposta: As pizzas devem ser pintadas conforme ilustra a letra (c)

Momento 2: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe, busca do consenso e correção. Para auxiliar, os alunos e o professor podem utilizar como recurso o painel com as Pizzas de Frações (Figura 3) (etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 3: Formalização das frações como parte-todo, como transitar entre a representação concreta (pizzas), numérica (fracionária) e figural e nomenclatura das frações. Para isso, o professor poderá usufruir das respostas encontradas na atividade da Figura 41 (etapa 9 da MEAAMaRP).

Momento 4: O professor deverá instruir que cada aluno pegue uma tira de papel, dobre-a ao meio e a pinte pela metade. Assim, a fração representada pela tira de papel pintada é $\frac{1}{2}$. Então, deve ser solicitado que o papel seja, novamente, dobrado ao meio e que esse processo seja repetido até que não seja mais fisicamente possível. Desse modo, como no Quadro 2, na segunda dobra, a fração colorida era $\frac{2}{4}$, na terceira, $\frac{4}{8}$, na quarta, $\frac{8}{16}$ e assim por diante.

Quadro 2: Equivalência de frações com tiras de papel

Iteração	Fração	Tira de papel
1	$\frac{1}{2}$	
2	$\frac{2}{4}$	
3	$\frac{4}{8}$	
4	$\frac{8}{16}$	
5	$\frac{16}{32}$	
6	$\frac{32}{64}$	

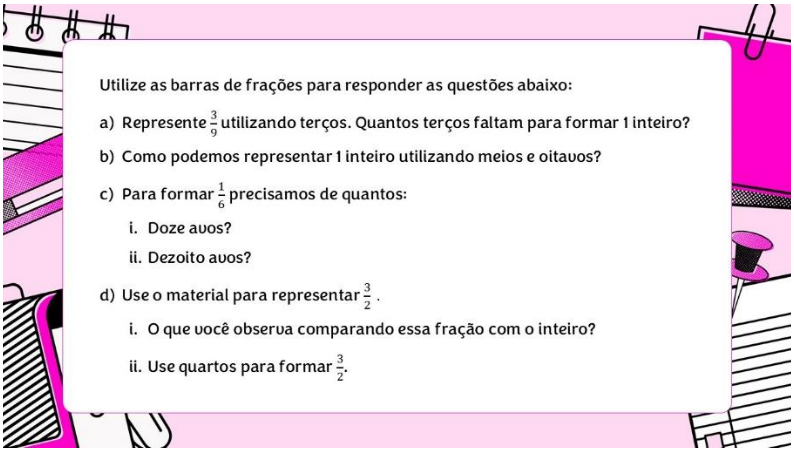
Fonte: Autoras (2025)

A partir dessa construção, o professor deverá auxiliar os alunos a concluírem que, como mais nenhuma parte do papel foi pintada, as frações encontradas representam a mesma coisa e, portanto, são equivalentes. Além disso, deve ser debatido que, se pudéssemos continuar dobrando o papel infinitas vezes, obteríamos outras infinitas frações equivalentes, que podem ser definidas ao multiplicar o numerador e o denominador por dois (no caso desse exemplo).

Momento 5: Apresentação das Barras de Frações (Figura 1), separação dos alunos em duplas e uma breve revisão oral do que seria uma fração como parte-todo, o que representa o numerador e o denominador e que o inteiro é composto por $2 \times \frac{1}{2}$, $3 \times \frac{1}{3}$, $4 \times \frac{1}{4}$ e assim por diante.

Momento 6: Entrega das Barras de Frações e leitura individual e coletiva da ficha sobre frações equivalentes, contida na Figura 45, seguida da resolução das questões (Etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 45: Ficha sobre equivalência de frações e frações impróprias


Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

   i. Doze avos?

   ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Fonte: Autoras (2025).

Essa ficha estimula os alunos a testarem várias frações até que encontrem aquelas que possuem o mesmo tamanho, ou seja, que são equivalentes. Além disso, ela introduz a noção de frações impróprias ao pedir que eles representem uma fração com o numerador maior do que o denominador. Nesse momento, é possível que os alunos chamem o professor para falar que não é possível representar aquela fração. Uma possível abordagem é pedir para que o aluno relembre o que o numerador e o denominador representam sob a perspectiva da fração como parte-todo. Ao concluir que queremos pegar mais partes do inteiro do que a quantidade de partes em que ele foi dividido, pode-se trazer o questionamento se não há nenhum lugar em que eles possam pegar essa parte que falta, podendo ser com algum colega ou algum kit extra. Na formalização conclui-se que essa outra parte surge ao pegar mais uma parte de um outro inteiro idêntico ao original.

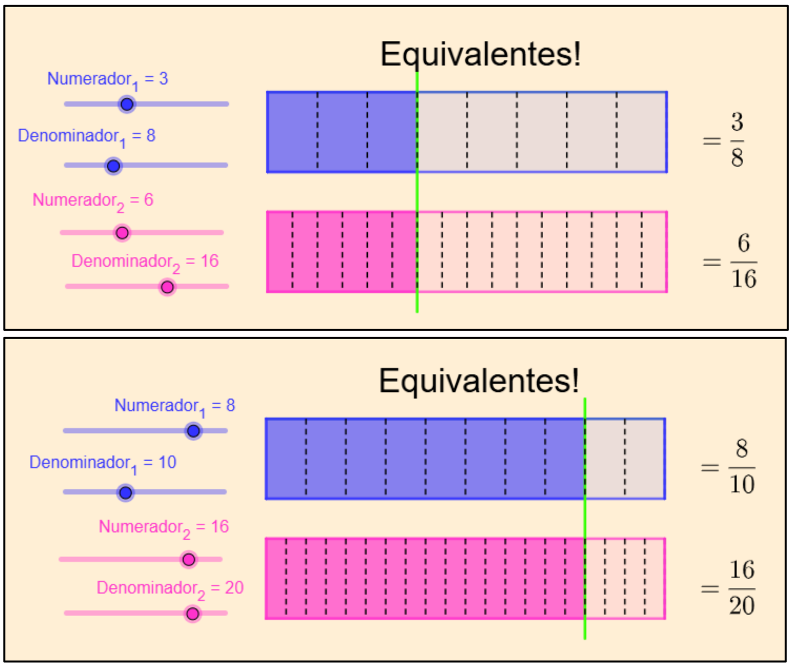
Momento complementar: A atividade que pode ser acessada pelo QR code da Figura 50 inicia a discussão sobre frações equivalentes voltando ao resultado obtido na letra (b) da atividade das pizzas (Figura 41), momento em que os três personagens da história haviam comido a mesma quantia de pizza, mas quantidades de fatias diferentes.

Figura 46: QR code para acessar a atividade sobre frações equivalentes no GeoGebra[16]

Fonte: Autoras (2025).

Após estabelecer o conceito de equivalência de frações, o aplicativo ilustrado na Figura 47 auxilia o aluno a responder as questões seguintes indicando-o quando, após manipular as frações, encontra frações equivalentes.

Figura 47: Aplicativo para encontrar frações equivalentes



Fonte: Fonte: Autoras (2025).

[16] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/ufgrumcd

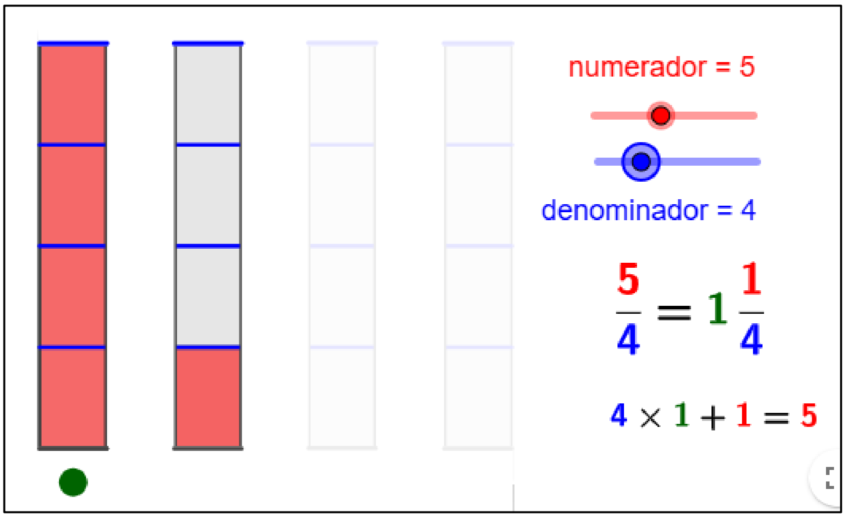
Além disso, a atividade, que pode ser acessada através do QR code da Figura 48, introduz o conceito de frações impróprias.

Figura 48: QR code para acessar a atividade sobre frações impróprias no GeoGebra[17]

Fonte: Autoras (2025).

Nessa atividade o aplicativo da Figura 49 permite que o aluno visualize a representação figural e numérica de frações próprias e impróprias. Além disso, ele realiza um tratamento na representação numérica que o permite estudar numericamente o porquê frações impróprias são maiores do que o inteiro e as próprias menores do que o inteiro.

Figura 49: Aplicativo para representar frações impróprias



Fonte: Autoras (2025).

Enquanto a ficha da Figura 45 desafia o aluno a pensar em como representar uma fração em que não há peças suficientes para representá-la em apenas um kit das Barras de Frações, ou seja, quando o numerador é maior do que o denominador, este aplicativo permite a visualização imediata dessa representação. No entanto, ele também permite que o aluno visualize situações

[17] Ou acesse pelo link: https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp#material/xy9uc6gs

mais abrangentes, como no caso da fração $\frac{5}{2}$, em que é preciso mais do que dois inteiros para representá-la, induzindo a noção de que as frações podem precisar de vários inteiros para serem representadas. Ainda, a manipulação do aplicativo de forma coordenada pode auxiliar a compreender o padrão de quando uma fração é, ou não, maior do que o inteiro.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

   i. Doze avos?

   ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{9}{15}$ utilizando quintos. Quantos quintos faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando terços e sextos?

c) Para formar $\frac{1}{3}$ precisamos de quantos:

   i. Nonos?

   ii. Sextos?

d) Use o material para representar $\frac{6}{4}$.

   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use oitavos para formar $\frac{6}{4}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{5}{10}$ utilizando meios. Quantos meios faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando décimos e quintos?

c) Para formar $\frac{1}{4}$ precisamos de quantos:

   i. Oitavos?

   ii. Doze avos?

d) Use o material para representar $\frac{5}{3}$.

   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use oitavos para formar $\frac{5}{3}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{6}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e quartos?

c) Para formar $\frac{1}{5}$ precisamos de quantos:

   i. Décimos?

   ii. Quinze avos?

d) Use o material para representar $\frac{9}{8}$.

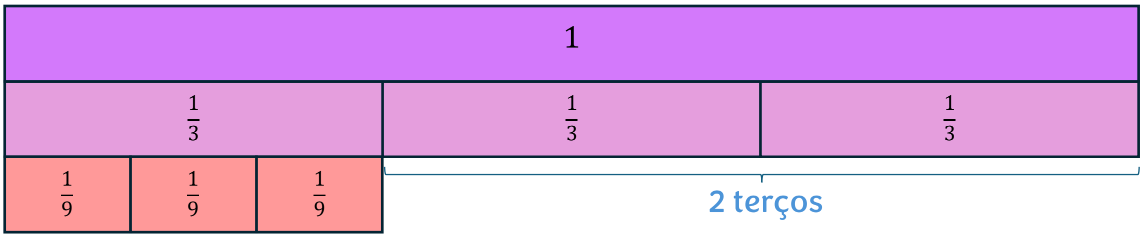
   i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

   ii. Use oitavos para formar $\frac{9}{8}$.

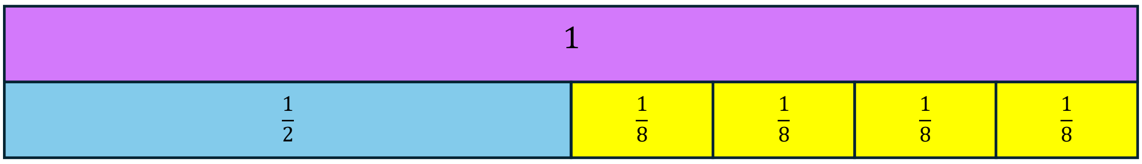
Gabarito

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

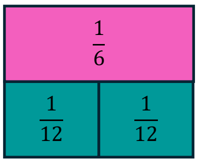


b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

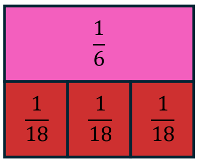


c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

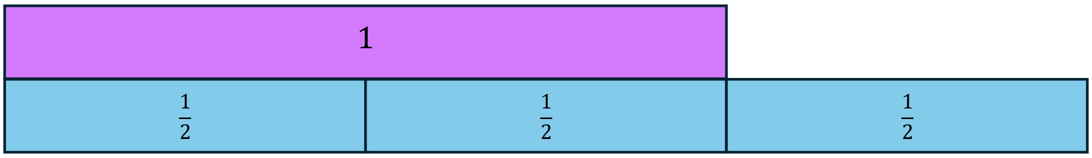
i. Doze avos? 2



ii. Dezoito avos? 3



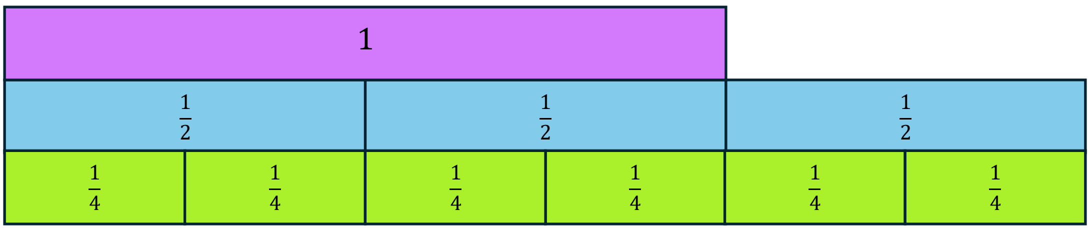
d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.



i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

$\frac{3}{2}$ é maior do que o inteiro.

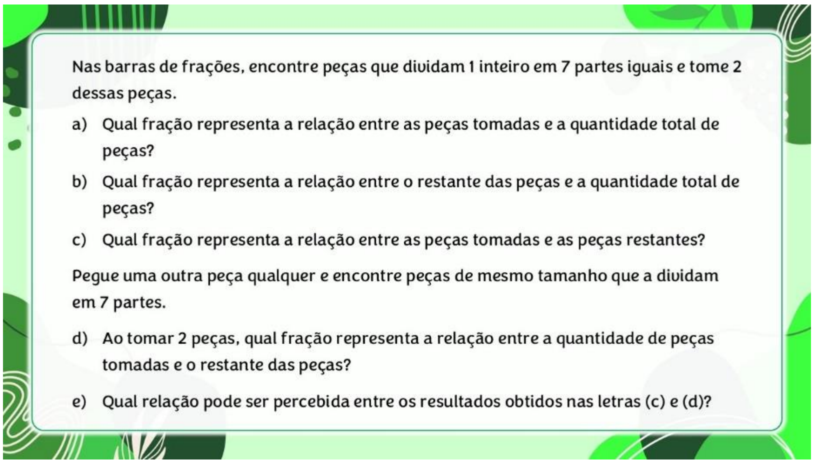
ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.



Momento 7: Apresentação e discussão das resoluções da ficha sobre frações equivalentes e frações impróprias de cada equipe, formalizando frações equivalentes e identificando propriedades que se repetem nas respostas de equipes com valores distintos (por exemplo, em ambos, se multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número inteiro encontramos as frações equivalentes); relembrar os conceitos de fração irredutível e fração imprópria (etapas 6 a 9 da MEAAMaRP).

Momento 8: Entrega, leitura individual, coletiva e resolução da ficha de fração como medida (Figura 50) (etapas 1 a 3 da MEAAMaRP).

Figura 50: Ficha sobre fração como medida


Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.

d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Fonte: Autoras (2025).

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 4 partes iguais e tome 1 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 4 partes.

d) Ao tomar 1 peça, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 9 partes iguais e tome 4 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 9 partes.

d) Ao tomar 4 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 5 partes iguais e tome 3 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 5 partes.

d) Ao tomar 3 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

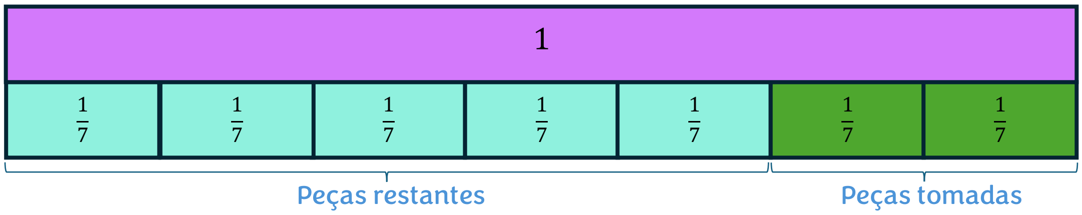
Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.

d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

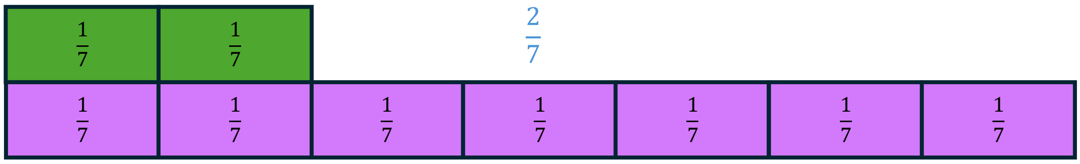
e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Gabarito

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

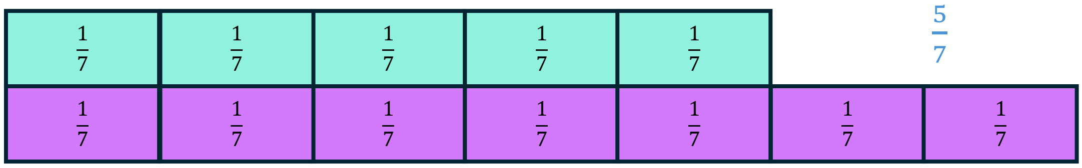


a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?



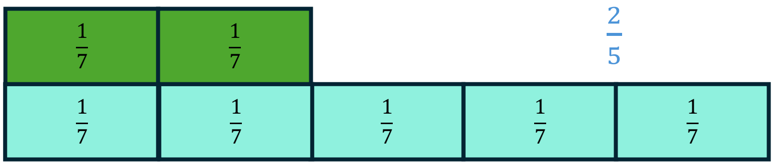
$\frac{2}{7}$

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?



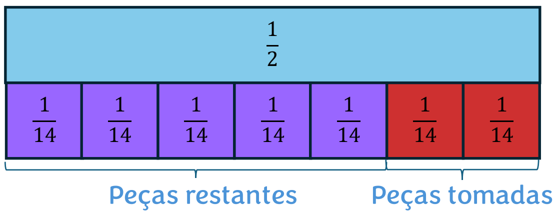
$\frac{5}{7}$

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

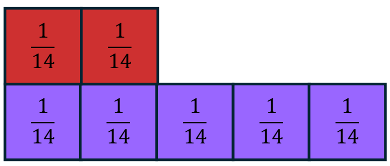


$\frac{2}{5}$

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.



d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?



$\frac{2}{5}$

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Essa relação se mantém a mesma, ou seja, há proporcionalidade.

Momento 9: Para complementar os resultados obtidos com a resolução das fichas e auxiliar na formalização de fração como medida através de exemplos práticos, cada aluno receberá dois rolinhos de massinha de cores distintas, que chamaremos de c_1 e c_2, e que possuam um contraste de médio a alto. O professor deverá solicitar alunos que os alunos repartam cada uma das massinhas em quatro partes iguais. No Quadro 3: Atividade com massinhas., há uma representação das etapas da atividade, que segue com os alunos misturando duas partes de c_1 com uma parte de c_2 e, observando a cor formada. Ao acrescentar mais uma parte de c_2, a cor obtida era diferente da anterior. Porém, ao acrescentar mais duas partes de c_1, totalizando quatro partes de c_1 e duas partes de c_2, a cor voltava à mistura inicial, porém com o dobro de volume (etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Quadro 3: Atividade com massinhas.

Divisão das massinhas	c_1 c_2	Divisão em 4 partes	
Mistura das massinhas	**Massinhas misturadas**		**Cor obtida**
		$2 \times c_1 + c_2$	
		$2 \times c_1 + 2 \times c_2$	
		$4 \times c_1 + 2 \times c_2$	

Fonte: Autoras (2025)

Momento 10: Apresentação das resoluções da ficha sobre medida de cada equipe e busca do consenso (etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 11: Correção e formalização da fração como medida; explicitar a diferença do referencial utilizado em cada uma das questões, diferenciando os casos em que a fração é interpretada como medida intensiva e quando é interpretada como medida extensiva; comparação das respostas das questões com as etapas da atividade das massinhas. Outros exemplos como o da mistura de um suco podem ser abordados (etapa 9 da MEAAMaRP).

Momento 12: Leitura e resolução do problema dos sanduíches da Figura 51 (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 51: Problema da divisão dos sanduíches

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Fonte: adaptado de Onuchic e Allevato (2008, p.89).

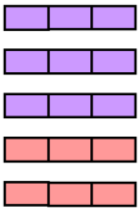
Nome: Turma:

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Gabarito

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

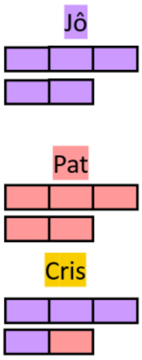
Seja  a representação de um sanduíche repartido igualmente entre as três meninas, onde $1 = \frac{3}{3}$



Então, 5 sanduíches são iguais a $\frac{15}{3}$ de sanduíches.

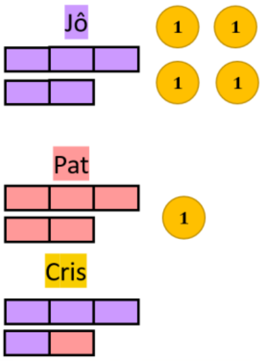
Jô levou 3 sanduíches, portanto $\frac{9}{3}$ de sanduíches.

Pat levou 2 sanduíches, portanto $\frac{6}{3}$ de sanduíches.



Como as 15 partes foram divididas igualmente entre as 3 meninas, cada uma comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches.

Então, Jô comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches e ofereceu à Cris $\frac{4}{3}$. Pat, por sua vez, comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches e deu à Cris $\frac{1}{3}$.



Como Cris pagou R$ 5,00 por sua parte, ela pagou R$ 1,00 por cada terço de sanduíche.
Assim, Jô deve receber R$ 4,00 e Pat R$ 1,00.

Momento 13: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe e discussão.

Em uma primeira leitura do enunciado, a resposta aparenta ser obvia: se há cinco reais para serem distribuídos e 5 sanduíches, segue que, como Jô levou 3 e Pat 2, a Cris deverá pagar 3 à Jô e 2 a Pat. Porém, essa interpretação considera que cada sanduíche tinha o valor de 1 real e Cris comeu os 5, o que demonstra um problema no referencial. Pelo enunciado, as 3 comeram a mesma quantia, ou seja, a quantidade total de sanduíches (5) será dividido entre as 3 meninas. Assim, resta que precisamos descobrir a quantidade de Jô comeu dos 3 sanduíches que levou e a quantidade dos 2 sanduíches que a Pat comeu. Se soubermos o quanto cada uma delas comeu do que levaram, saberemos o quanto cada uma delas cedeu a Cris. Daí, segue a proporcionalidade.

Essa questão pode ser resolvida de diversas formas. Tudo depende do referencial estabelecido.

Momento 14: Leitura e resolução do problema do aluguel da Figura 52 (Etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 52: Problema do aluguel

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?

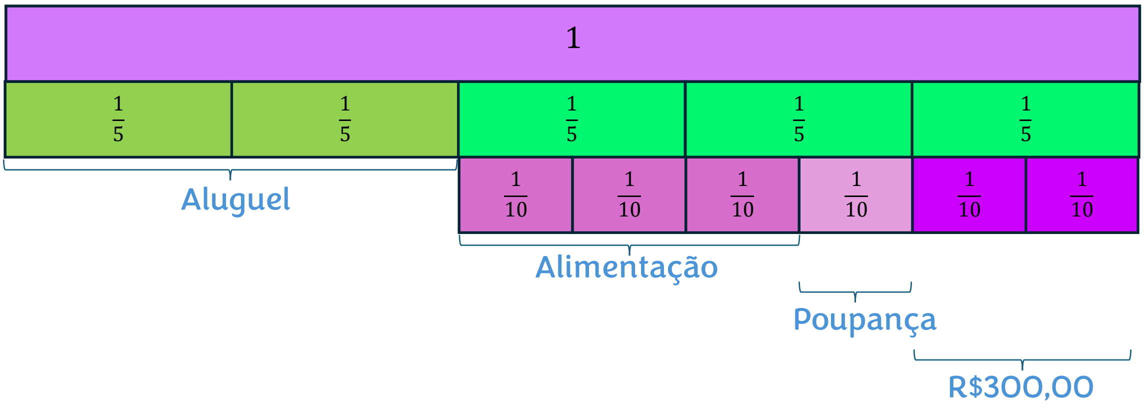
Fonte: adaptado de Onuchic e Allevato (2008, p.90).

Nome: Turma:

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?

Gabarito

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?



$$\frac{2}{10}\text{ Salário} = 300$$

$$2\text{ Salário} = 300 \times 10$$

$$2\text{ Salário} = 3000$$

$$\text{Salário} = \frac{3000}{2}$$

$$\text{Salário} = 1500\ reais$$

Momento 15: Compartilhamento de resultados pelas equipes e discussão, evidenciando as mudanças que ocorrem no referencial do inteiro em cada parte da questão.

Momento 16: Este momento tem como intuito fazer os alunos aplicarem alguns dos conteúdos sobre frações estudados até o momento envolvendo-os na construção de pulseiras da amizade.

Para isso, os alunos devem ser separados em duplas conforme a afinidade de cada um e, em carteiras no centro da sala, devem ser disponibilizados pedaços fio para artesanato e miçangas de cores ou formas variadas, incluindo miçangas com as letras do alfabeto.

Os alunos ficam livres para pegar quais miçangas queiram para fazer uma pulseira da amizade, contendo alguma característica que eles admiram nas suas duplas. A criação da pulseira deverá seguir algumas condições orientadas pela Figura 53 no qual em preto, estão os dados do enunciado e, em vermelho, um exemplo de como ele poderia ser preenchido. Os alunos devem anotar na primeira coluna algum tipo ou cor de miçanga que irá corresponder a $\frac{1}{4}$ do total de miçangas (desconsiderando as utilizadas para formar a palavra), outra a $\frac{1}{8}$ do total e, outra a $\frac{3}{8}$ do total. Os $\frac{1}{4}$ restantes ficam livres para serem decompostos conforme a vontade do aluno, podendo, por exemplo, utilizar $\frac{1}{8}$ para uma cor e o outro $\frac{1}{8}$ para outra. Já na terceira coluna, deve ser indicada a quantidade de peças que a fração representa e, na última, devem ser obtidas as frações equivalentes as da segunda coluna, mas com o denominador sendo o total de miçangas.

Figura 53: Condições para montagem das pulseiras da amizade

Cor ou tipo da peça	Fração da pulseira	Quantidade de peças	Fração equivalente
	$\frac{1}{4}$		
	$\frac{1}{8}$		
	$\frac{3}{8}$		
Total:			

Fonte: Autoras (2025).

O Quadro 4 contém um exemplo de como ele pode ser preenchido conforme as informações da pulseira construída.

Quadro 4: Condições para montagem das pulseiras da amizade

Cor ou tipo da peça	**Fração da pulseira**	**Quantidade de peças**	**Fração equivalente**
Amarelo	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{8}{32}$
Azul	$\frac{1}{8}$	4	$\frac{4}{32}$
Roxo	$\frac{3}{8}$	12	$\frac{12}{32}$
Verde	$\frac{1}{16}$	2	$\frac{2}{32}$
Rosa	$\frac{3}{16}$	6	$\frac{6}{32}$
Total:	$\frac{16}{16}$	32	$\frac{32}{32}$

Fonte: Autoras (2025).

Conforme os alunos forem terminando a atividade, antes de amarrarem a pulseira, o professor deverá conferir se o quadro foi devidamente preenchido e a pulseira montada com coerência. Caso esteja tudo de acordo, a carta deverá ser guardada no envelope e a pulseira na embalagem de presente.

Nome:	Turma:

Cor ou tipo da peça	Fração da pulseira	Quantidade de peças	Fração equivalente
	$\frac{1}{4}$		
	$\frac{1}{8}$		
	$\frac{3}{8}$		
Total:			

Momento 17: Os alunos devem receber um papel e um envelope para que possam escrever uma carta ou um fazer um desenho para o destinatário da pulseira.

Momento 18: Para finalizar, as duplas poderão trocar as pulseiras.

3.3 Sequência para formação de professores

Ao contrário das sequências anteriores, essa sequência não tem como intuito ensinar frações, mas apresentar aos professores em formação uma nova possibilidade para o seu ensino. Por isso, o foco não está necessariamente no conteúdo abordado, mas em **como** o conteúdo é abordado. Para isso, faz-se necessário uma mediação do professor voltada para o incentivo ao uso do material e a atenção aos processos, conversões e tratamentos realizados.

Além disso, no decorrer da sequência, é relevante abordar em meio as discussões quais os questionamentos que podem surgir no contexto do ensino básico, levando os professores em formação a se imaginarem em sala de aula. O professor formador pode perguntar, por exemplo, "quais as possíveis dificuldades que os alunos teriam para resolver esse problema?", "quais perguntas poderiam ser propostas aos alunos?" ou ainda, "como as Barras de Frações poderiam auxiliar a compreensão desse conteúdo?". Nesse contexto, os licenciandos são instigados a refletir sobre como mediariam essa situação de modo a incentivar o aluno a encontrar uma resposta satisfatória. A partir das respostas dos professores em formação, pode ser debatido como aprimorar os questionamentos de modo a incentivar os alunos a resolverem o problema sem fornecer a resposta.

Para explorar as potencialidades da proposta, sugerimos que o professor formador discuta com os professores em formação como o material foi utilizado em cada situação, criando um ambiente propício para que os professores em formação evidenciem possíveis mudanças na compreensão inicial que possuíam sobre as frações.

Para ampliar e diversificar a proposta, podem ser associadas à sequência as atividades do livro dinâmico do GeoGebra "Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Frações", que pode ser acessado pelo QR code da Figura 62 ou pelo link https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp. Dessa forma, também poderão ser abordadas as potencialidades do GeoGebra isoladamente ou associado ao material concreto.

Momento 1: Apresentação da teoria que embasa a pesquisa com foco na MEAAMaRP e nos motivos das principais dificuldades, sendo eles os cinco significados de frações e a articulação entre os registros de representações semióticas.

Momento 2: Apresentação das Barras de Frações (Figura 1), material explorado durante a atividade, e familiarização com o material através da resolução do problema do aluguel (Figura 54).

Pressupõe-se que os professores em formação não terão grandes dificuldades interpretativas nessa questão e já sabem como resolvê-la utilizando recursos algébricos. Daí, a oportunidade para verificar no material concreto a veracidade de suas respostas. Espera-se que, com essa atividade, os licenciandos possam compreender a estrutura do material que parte do princípio da fração como parte-todo, tomando a barra "1" como referencial do inteiro que baseia as demais.

Figura 54: Problema do aluguel

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?

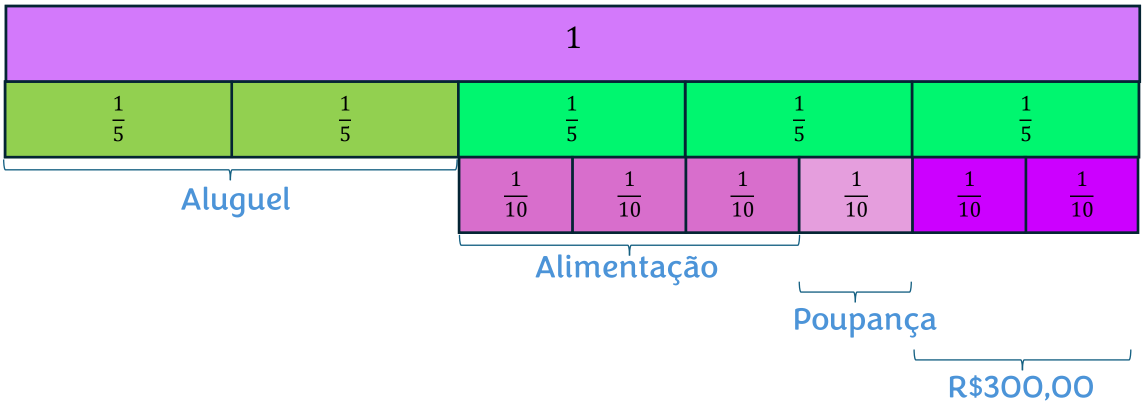
Fonte: adaptado de Onuchic e Allevato (2008, p.90).

Nome: Turma:

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?

Gabarito

Do meu salário gastei $\frac{2}{5}$ com aluguel. Do que sobrou gastei metade com alimentação. Da segunda parte coloquei $\frac{1}{3}$ na poupança. Restaram-me R$300,00. Qual é o valor do meu salário?



$$\frac{2}{10}\text{ Salário} = 300$$

$$2\text{ Salário} = 300 \times 10$$

$$2\text{ Salário} = 3000$$

$$\text{Salário} = \frac{3000}{2}$$

$$\text{Salário} = 1500\ reais$$

Momento 3: Discussão sobre como as barras de frações tem potencial para auxiliar na comprovação de resultados; como é possível tornar uma situação abstrata mais visual trazendo novas perspectivas; o que eles perceberam de pontos negativos.

Momento 4: Leitura e resolução do problema da divisão dos sanduíches (problema gerador) contido na Figura 55 (Etapas 1 a 5 da MEAAMaRP).

Figura 55: Problema da divisão dos sanduíches

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

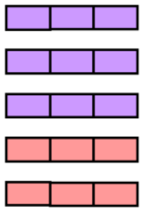
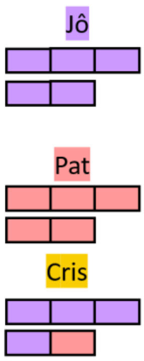
Fonte: adaptado de Onuchic e Allevato (2008, p.89).

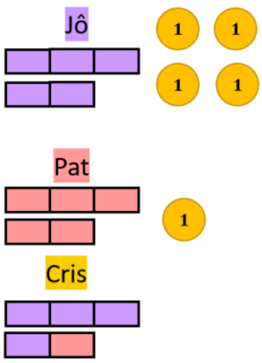
Nome:	Turma:

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Gabarito

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R$ 5,00 por sua parte. Sabendo que elas repartiram o dinheiro de forma proporcional, que parte dos R$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

<table>
<tr>
<td>Começamos dividindo cada sanduíche em três partes, uma para cada menina. Temos a conversão da linguagem natural para a figural e a numérica, além de tratamentos na representação numérica.</td>
<td>Seja  a representação de um sanduíche repartido igualmente entre as três meninas, onde $1 = \frac{3}{3}$

Então, 5 sanduíches são iguais a $\frac{15}{3}$ de sanduíches.
Jô levou 3 sanduíches, portanto $\frac{9}{3}$ de sanduíches.
Pat levou 2 sanduíches, portanto $\frac{6}{3}$ de sanduíches.</td>
</tr>
<tr>
<td>Vimos a quantidade total de partes que tínhamos (15) e repartimos igualmente entre as meninas (5 partes para cada). Nessa parte temos o tratamento na representação figural e a conversão para a linguagem natural.</td>
<td>

Como as 15 partes foram divididas igualmente entre as 3 meninas, cada uma comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches.
Então, Jô comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches e ofereceu à Cris $\frac{4}{3}$. Pat, por sua vez, comeu $\frac{5}{3}$ de sanduíches e deu à Cris $\frac{1}{3}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Por fim, relacionamos os R$ 5,00 que Cris pagou com a quantidade de partes de sanduíches que ela comeu de cada uma das amigas. Novamente temos o tratamento no registro figural e a conversão para a linguagem natural.</td>
<td>

Como Cris pagou R$ 5,00 por sua parte, ela pagou R$ 1,00 por cada terço de sanduíche.
Assim, Jô deve receber R$ 4,00 e Pat R$ 1,00.</td>
</tr>
</table>

Momento 5: Plenária com a apresentação das resoluções de cada equipe e discussão (Etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Em uma primeira leitura do enunciado, a resposta aparenta ser obvia: se há cinco reais para serem distribuídos e 5 sanduíches, segue que, como Jô levou 3 e Pat 2, a Cris deverá pagar 3 à Jô e 2 a Pat. Porém, essa interpretação considera que cada sanduíche tinha o valor de 1 real e Cris comeu os 5, o que demonstra um problema no referencial. Pelo enunciado, as 3 comeram a mesma quantia, ou seja, a quantidade total de sanduíches (5) será dividido entre as 3 meninas. Assim, resta que precisamos descobrir a quantidade de Jô comeu dos 3 sanduíches que levou e a quantidade dos 2 sanduíches que a Pat comeu. Se soubermos o quanto cada uma delas comeu do que levaram, saberemos o quanto cada uma delas cedeu a Cris. Daí, segue a proporcionalidade.

Essa questão pode ser resolvida de diversas formas. Tudo depende do referencial estabelecido.

Momento 6: Formalização do que foi discutido no Momento 5:, indicando quais significados de fração são trabalhados:

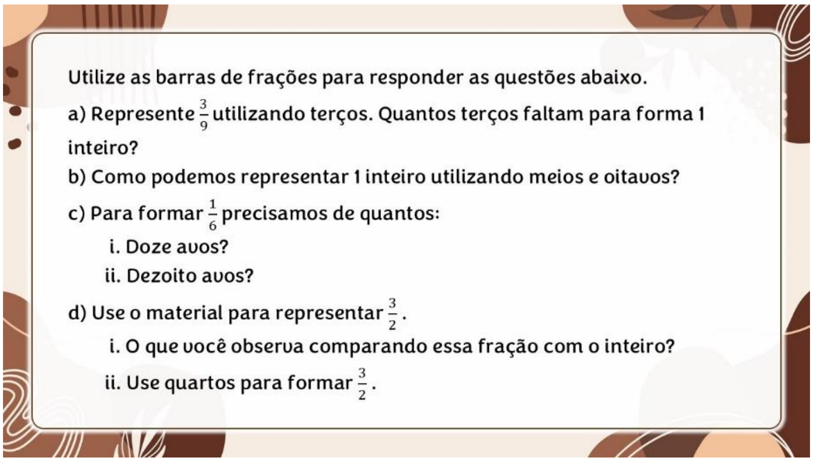
- A fração pode ser interpretada como parte-todo ao considerar que cada uma delas irá comer uma parte do total de sanduíches. Ou ainda, se considerarmos o conjunto de todos os sanduíches como a quantidade total de comida, podemos afirmar que cada sanduíche individualmente, é uma parte de toda a comida;
- Podemos interpretar a fração como quociente quando as meninas querem dividir o total de sanduíches igualmente entre elas;
- Podemos observar a fração como medida quando queremos obter uma relação de proporcionalidade entre o dinheiro que Cris pagará para as meninas baseado no quanto cada uma cedeu a ela;
- Ainda, se considerarmos a situação em que cada uma delas pegará para si, do total de sanduíches, a parcela que elas representam

de todo mundo que receberá algo, podemos interpretar essa fração como operador multiplicativo.

Além disso, podem ser discutidas que conversões e tratamentos que são (podem ser) usados durante a resolução, e como usar as Barras de Frações para resolver o problema. (Etapa 9 da MEAAMaRP).

Momento 7: Resolução da Ficha 1 sobre equivalência de frações (Figura 56) (etapa 10 da MEAAMaRP).

Figura 56: Ficha 1 – Equivalência de frações



Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo.

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para forma 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

i. Doze avos?

ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Fonte: Autoras (2025).

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo.

a) Represente $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para forma 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

i. Doze avos?

ii. Dezoito avos?

d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo.

a) Represente $\frac{6}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para forma 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e quartos?

c) Para formar $\frac{1}{5}$ precisamos de quantos:

i. Décimos?

ii. Quinze avos?

d) Use o material para representar $\frac{9}{8}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use dezesseis avos para formar $\frac{9}{8}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo.

a) Represente $\frac{5}{10}$ utilizando meios. Quantos meios faltam para forma 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando décimos e quintos?

c) Para formar $\frac{1}{4}$ precisamos de quantos:

i. Oitavos?

ii. Doze avos?

d) Use o material para representar $\frac{5}{3}$.

i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use sextos para formar $\frac{5}{3}$.

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo.

a) Represente $\frac{9}{15}$ utilizando quintos. Quantos quintos faltam para forma 1 inteiro?

b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando terços e sextos?

c) Para formar $\frac{1}{3}$ precisamos de quantos:

i. Nonos?

ii. Sextos?

d) Use o material para representar $\frac{6}{4}$.

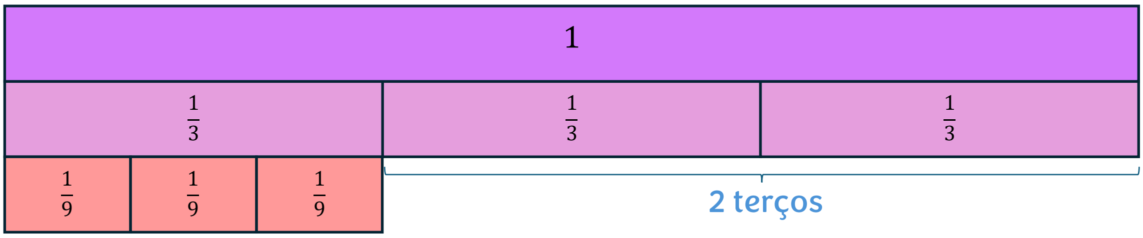
i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

ii. Use oitavos para formar $\frac{6}{4}$.

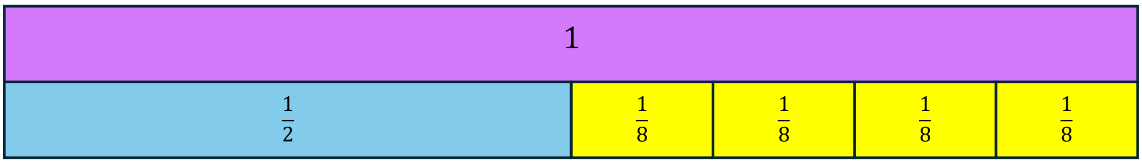
Gabarito

Utilize as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Representante $\frac{3}{9}$ utilizando terços. Quantos terços faltam para formar 1 inteiro?

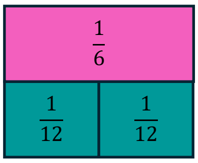


b) Como podemos representar 1 inteiro utilizando meios e oitavos?

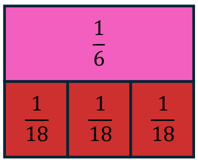


c) Para formar $\frac{1}{6}$ precisamos de quantos:

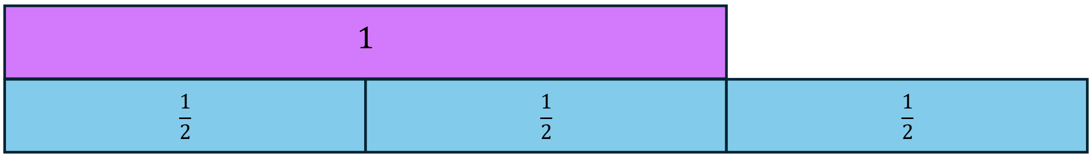
i. Doze avos? 2



ii. Dezoito avos? 3



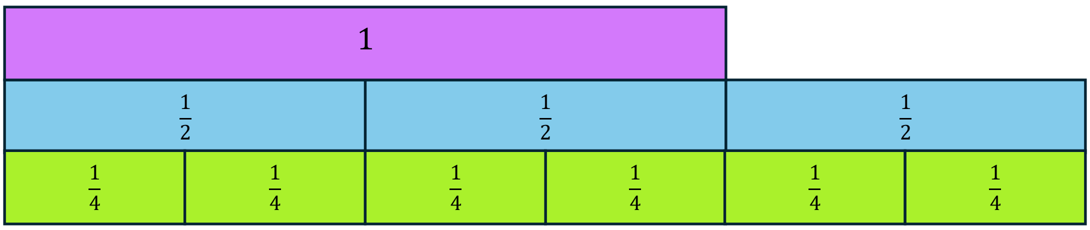
d) Use o material para representar $\frac{3}{2}$.



i. O que você observa comparando essa fração com o inteiro?

$\frac{3}{2}$ é maior do que o inteiro.

ii. Use quartos para formar $\frac{3}{2}$.

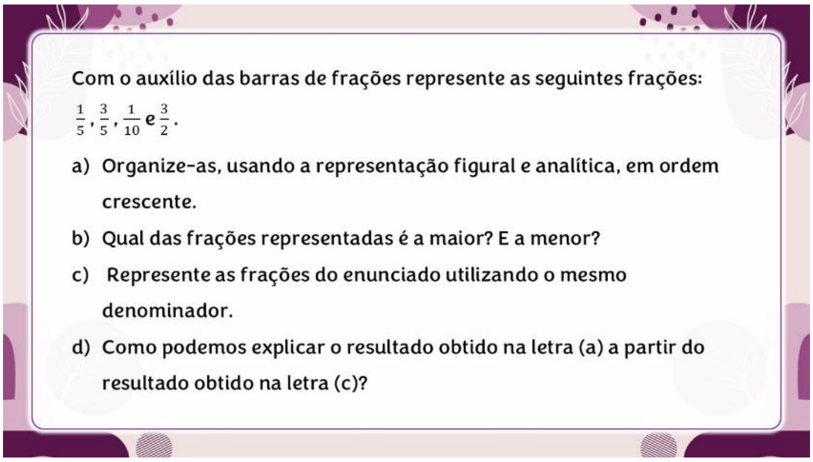


Momento 8: Discussão da resolução da Ficha sobre frações equivalentes (Figura 56), evidenciando os tratamentos e conversões feitos para chegar aos resultados e as potencialidades para o ensino básico.

Momento 9: Proposição e resolução de novos problemas geradores (Etapas 1 a 5 da MEAAMaRP):

- Ficha 2 sobre ordenação e equivalência de frações (Figura 57);
  - Essa ficha tem como objetivo achar uma regra geral para ordenar as frações. Para isso, primeiro eles poderão compará-las intuitivamente e, em seguida, usarão os seus conhecimentos de equivalência de frações para verificar os resultados encontrados.

Figura 57: Ficha 2 – Ordenação e equivalência de frações



Com o auxílio das barras de frações represente as seguintes frações: $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Fonte: Autoras (2025).

- Ficha 3 sobre soma de frações (Figura 58);
  - Eles deverão interpretar qual a operação associada ao processo geral de colocar duas frações lado a lado (juntá-las). Espera-se que, com os conhecimentos de frações equivalente já adquiridos, eles consigam encontrar uma regra geral para generalizar esse processo.

Figura 58: Ficha 3 – Soma de frações

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{12}$ e $\frac{1}{3}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Fonte: Autoras (2025).

- Ficha 4 sobre frações como medida (Figura 59);
    - Na ficha que retrata frações como medida, eles deverão comparar as duas partes que compõe o todo com ele mesmo e as duas partes entre si, retratando medidas intensivas e extensivas. Além disso, essa ficha também explora o conceito de proporcionalidade associado a esse significado.

Figura 59: Ficha 4 – Fração como medida

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?
b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?
c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.

d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?
e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Fonte: Autoras (2025).

Com o auxílio das barras de frações represente as seguintes frações: $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Com o auxílio das barras de frações represente as seguintes frações: $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{12}$ e $\frac{5}{4}$.

a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Com o auxílio das barras de frações represente as seguintes frações: $\frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{1}{18}$ e $\frac{5}{3}$.

a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Com o auxílio das barras de frações represente as seguintes frações: $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}$ e $\frac{4}{3}$.

a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.

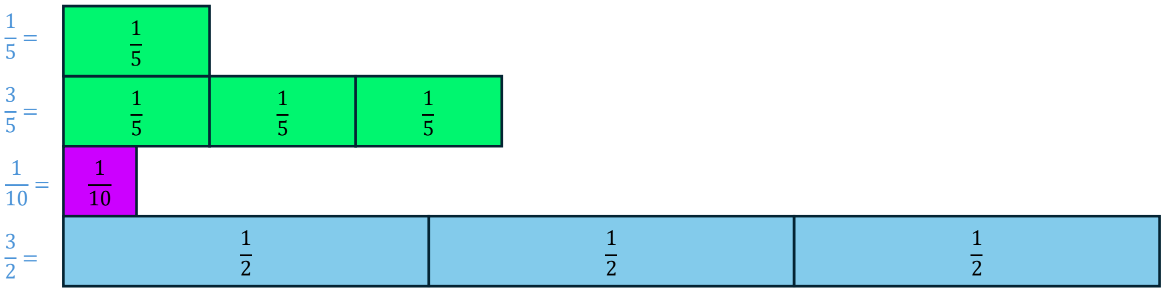
b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.

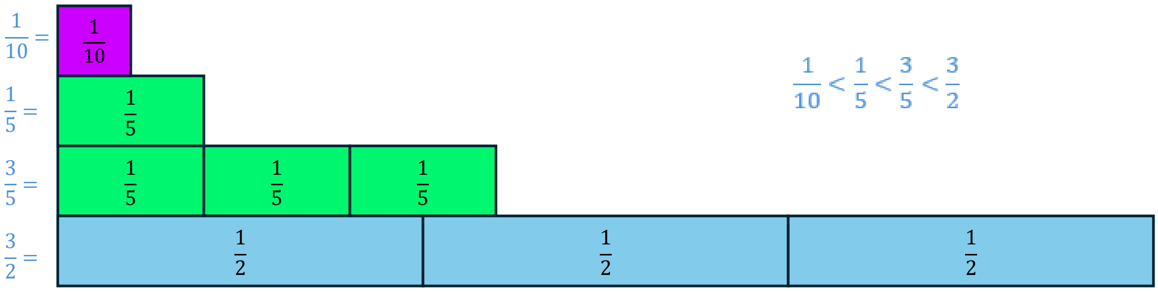
d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Gabarito

Com o auxílio das Barras de Frações represente as seguintes frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$.

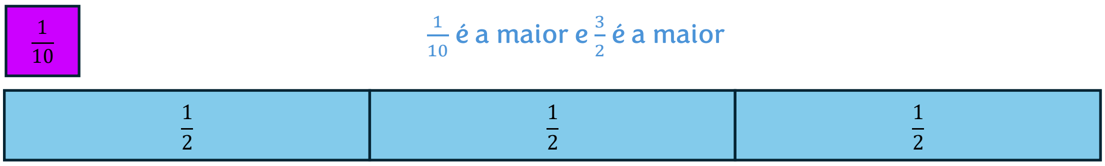


a) Organize-as, usando a representação figural e analítica, em ordem crescente.



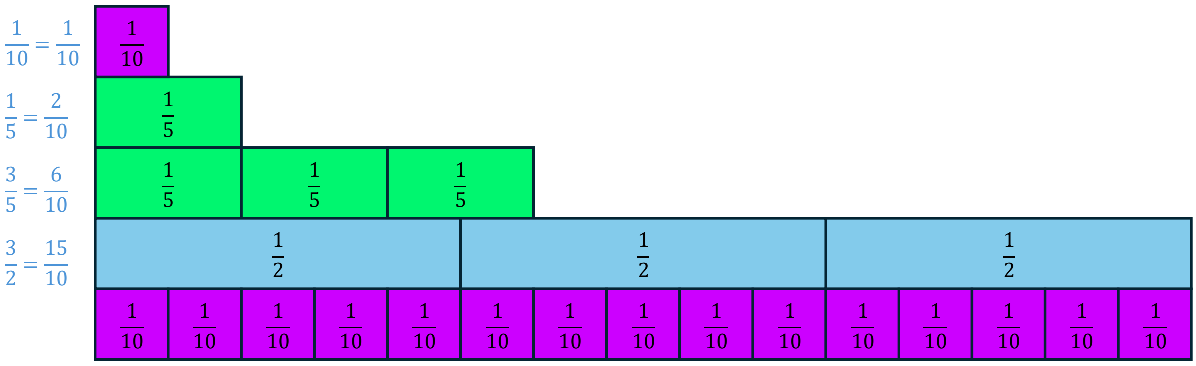
$$\frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{3}{5} < \frac{3}{2}$$

b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?



$\frac{1}{10}$ é a maior e $\frac{3}{2}$ é a maior

c) Represente as frações do enunciado utilizando o mesmo denominador.



d) Como podemos explicar o resultado obtido na letra (a) a partir do resultado obtido na letra (c)?

Ao representar cada uma das frações em frações equivalentes de mesmo denominador, passamos a representar as frações utilizando peças de mesmo tamanho. Logo, quanto maior a quantidade de peças necessárias para representar uma determinada fração, maior ela será.

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{12}$ e $\frac{1}{3}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{4}{8}$, $\frac{1}{16}$ e $\frac{1}{4}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{18}$ e $\frac{1}{3}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?
c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?
d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{10}$ e $\frac{6}{20}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.

a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.

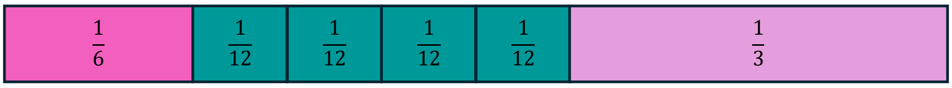
b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?

c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

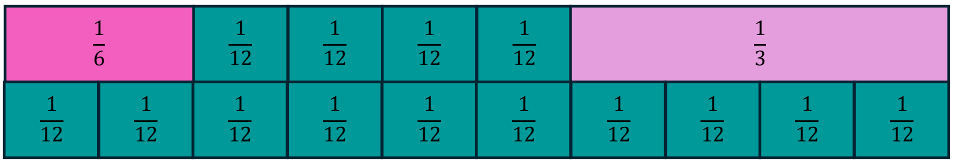
Gabarito

Encontre uma representação para cada uma das frações $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{12}$ e $\frac{1}{3}$ utilizando o material. Em seguida, coloque-as lado a lado.



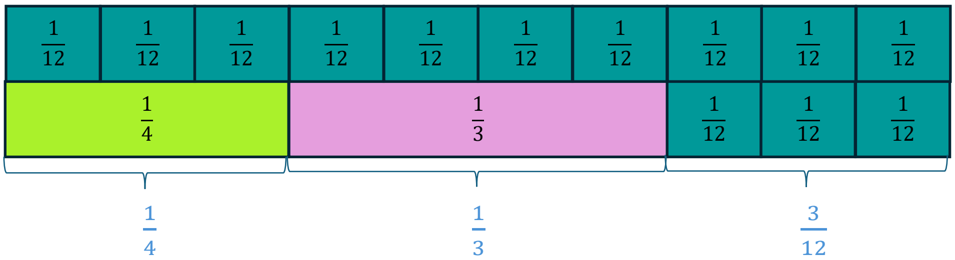
a) Encontre uma única fração que possui o mesmo valor da fração gerada ao colocar as frações do enunciado lado a lado.

$\frac{10}{12}$



b) Que outra combinação de frações gera o mesmo valor?

Uma possibilidade é



c) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada aos processos realizados nas letras (a) e (b)?

Adição

d) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

$$\frac{1}{6}+\frac{4}{12}+\frac{1}{3}=\frac{10}{12}$$

1. Encontrar um múltiplo comum entre os denominadores.
2. Encontrar uma fração equivalente à primeira fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador.
3. Encontrar uma fração equivalente à segunda fração utilizando o múltiplo comum como novo denominador
4. O resultado será uma fração em que o denominador é o múltiplo comum encontrado no passo 1 e o numerador é a soma dos numeradores das frações encontradas nos passos 2 e 3.

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 4 partes iguais e tome 1 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 4 partes.

d) Ao tomar 1 peça, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 9 partes iguais e tome 4 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 9 partes.

d) Ao tomar 4 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 5 partes iguais e tome 3 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 5 partes.

d) Ao tomar 3 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?

b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?

c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

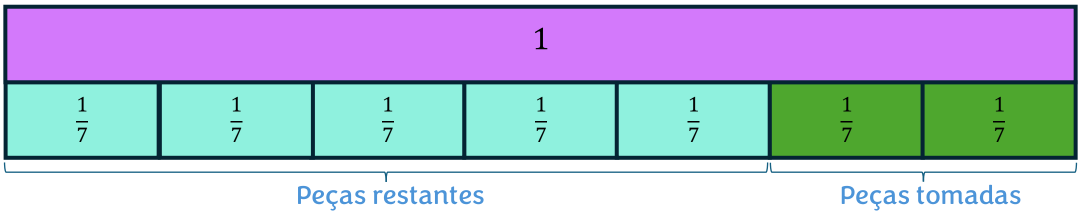
Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.

d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?

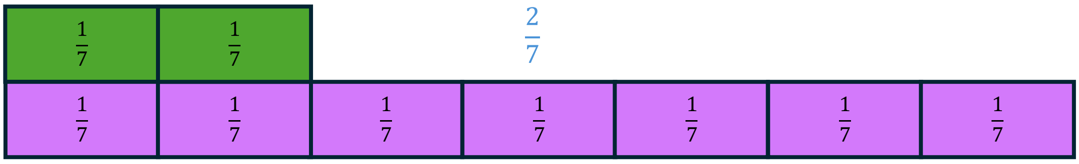
e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Gabarito

Nas barras de frações, encontre peças que dividam 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.

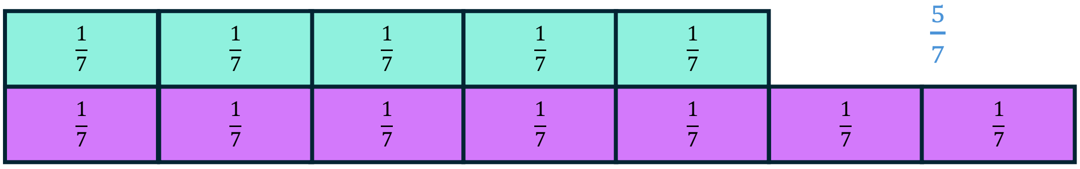


d) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?



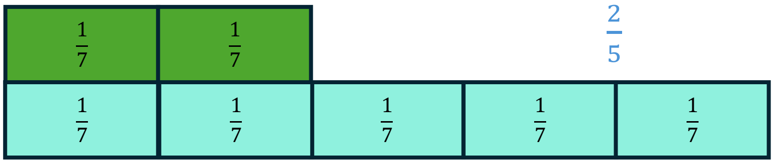
$\frac{2}{7}$

e) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?



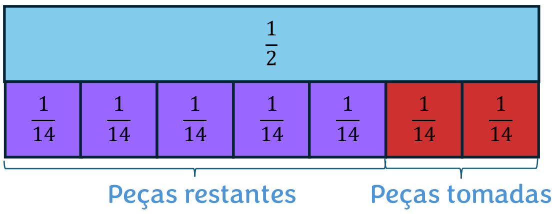
$\frac{5}{7}$

f) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?

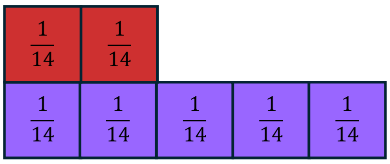


$\frac{2}{5}$

Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.



f) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?



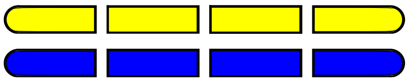
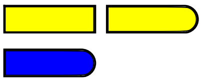
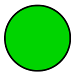
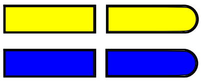
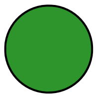
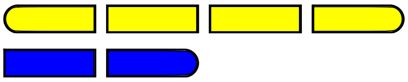
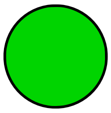
$\frac{2}{5}$

g) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)?

Essa relação se mantém a mesma, ou seja, há proporcionalidade.

Momento 10: Para auxiliar na compreensão da ficha sobre fração como medida na formalização, cada licenciando receberá dois rolinhos de massinha de cores distintas, que chamaremos de c_1 e c_2, e que possuam um contraste de médio a alto. O professor formador deverá solicitar que os professores em formação repartam cada uma das massinhas em quatro partes iguais. No Quadro 5 há uma representação das etapas da atividade, que segue com os licenciandos misturando duas partes de c_1 com uma parte de c_2 e, observando a cor formada. Ao acrescentar mais uma parte de c_2, a cor obtida difere da anterior. Porém, ao acrescentar mais duas partes de c_1, totalizando quatro partes de c_1 e duas partes de c_2, a cor volta à mistura inicial, porém com o dobro de volume.

Quadro 5: Atividade com massinhas

Divisão das massinhas	c_1 c_2 	Divisão em 4 partes	
Mistura das massinhas	**Massinhas misturadas**		**Cor obtida**
		$2 \times c_1 + c_2$	
		$2 \times c_1 + 2 \times c_2$	
		$4 \times c_1 + 2 \times c_2$	

Fonte: Autoras (2025)

Momento 11: Compartilhamento de resultados pelas equipes e discussão (Etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 12: Formalização do que foi discutido no Momento 11:, indicando que significados de fração são trabalhados, que conversões e tratamentos são (podem ser) usados durante a resolução; discutir como usar as Barras de Frações para resolver os problemas nas fichas, evidenciando as propriedades que sempre se repetem nas respostas de todas as equipes para identificar padrões. Em específico, no caso da ficha das frações como medida, explicitar a diferença do referencial utilizado em cada uma das questões, diferenciando os casos em que a fração é interpretada como medida intensiva e quando é interpretada como medida extensiva; comparação das respostas das questões com as etapas da atividade das massinhas. Outros exemplos como o da mistura de um suco podem ser abordados (Etapa 9 da MEAAMaRP).

Momento 13: Proposição e resolução de novos problemas geradores (Etapas 1 a 5 da MEAAMaRP):

- Ficha 5 sobre fração como operador multiplicativo (Figura 60);
    - Para resolver essa ficha, é necessário ter atenção com a mudança de referencial que ocorre em cada uma das questões. A partir disso o questionamento "o que significa pegar determinada fração do todo?" (partindo da fração com parte todo) pode ser a chave para encontrar uma solução.

Figura 60: Ficha 5 – Fração como operador multiplicativo

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{4}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

b) O quanto vale $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{2}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Fonte: Autoras (2025).

- Ficha 6 sobre fração como quociente (Figura 61)
    - Aqui, a fração como quociente aparece de duas formas: uma mais intuitiva e outra nem tanto. A primeira delas vem do conceito de repartir. Já, na segunda, queremos saber o quanto uma fração cabe em outra.

Figura 61: Ficha 6 – Fração como quociente

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 2 partes, qual a fração que corresponde cada parte?

b) Quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe dentro do $\frac{1}{2}$? E quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe dentro do $\frac{1}{4}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Fonte: Autoras (2025).

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{4}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

b) O quanto vale $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{2}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{10}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

b) O quanto vale $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{2}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{8}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

b) O quanto vale $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{6}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

b) O quanto vale $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

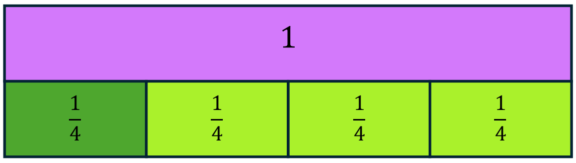
Gabarito

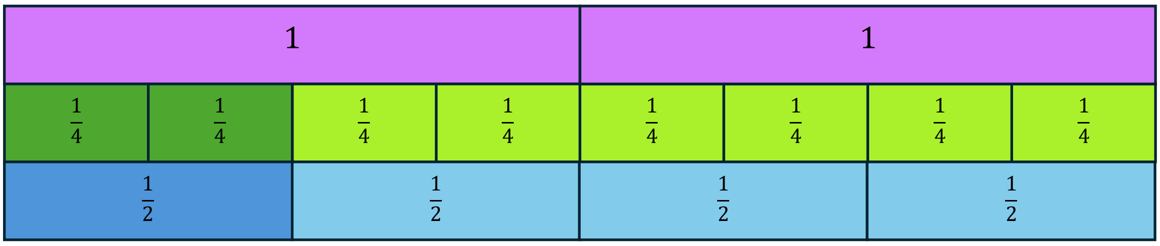
Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) O quanto vale $\frac{1}{4}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?

$\frac{1}{4}$ de 1 inteiro é $\frac{1}{4}$

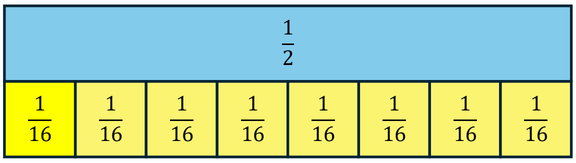
$\frac{1}{4}$ de 2 inteiro é $\frac{1}{2}$





b) O quanto vale $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{2}$?

$\frac{1}{16}$



c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

Procuraram-se peças capazes de dividir o todo na quantidade de vezes determinada pelo denominador da fração a ser encontrada. Em seguida, tomou-se a quantidade de peças indicada pelo numerador.

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

Multiplicação.

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

Multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 2 partes, qual a fração que corresponde cada parte?

b) Quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe dentro do $\frac{1}{2}$? E quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe dentro do $\frac{1}{4}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 5partes, qual a fração que corresponde cada parte?

b) Quantas vezes o $\frac{1}{10}$ cabe dentro do $\frac{1}{5}$? E quantas vezes o $\frac{1}{5}$ cabe dentro do $\frac{1}{10}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 3 partes, qual a fração que corresponde cada parte?

b) Quantas vezes o $\frac{1}{6}$ cabe dentro do $\frac{1}{3}$? E quantas vezes o $\frac{1}{3}$ cabe dentro do $\frac{1}{6}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 4 partes, qual a fração que corresponde cada parte?

b) Quantas vezes o $\frac{1}{8}$ cabe dentro do $\frac{1}{4}$? E quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe dentro do $\frac{1}{8}$?

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

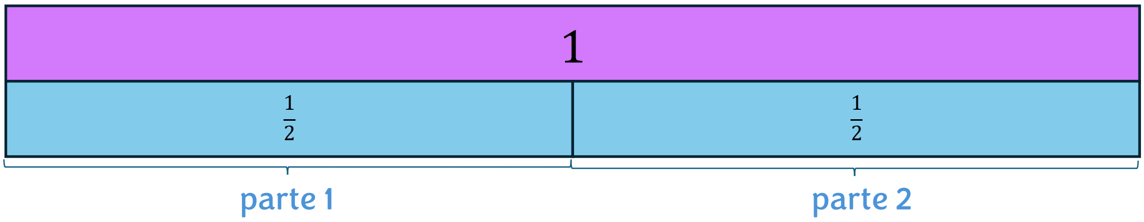
e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

Gabarito

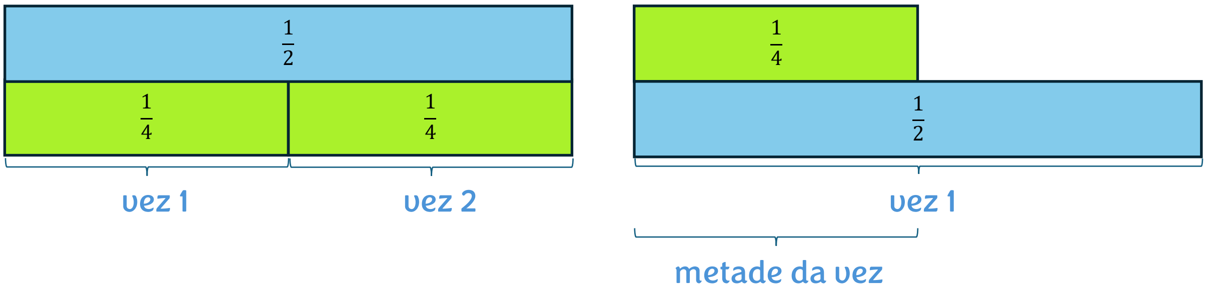
Use as barras de frações para responder as questões abaixo:

a) Ao repartir o inteiro em 2 partes, qual a fração que corresponde cada parte?

$\frac{1}{2}$



b) Quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe dentro do $\frac{1}{2}$? E quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe dentro do $\frac{1}{4}$?



$\frac{1}{4}$ cabe 2 vezes dentro do $\frac{1}{2}$ e o $\frac{1}{2}$ cabe meia vez dentro do $\frac{1}{4}$

c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?

Comparação do tamanho das peças

d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)?

Divisão

e) Como você pode escrever essa operação matematicamente? Qual o resultado? Qual a regra para realizar essa operação para quaisquer valores?

$\frac{1}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{1}$; $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Após inverter a segunda fração, deve-se multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

Momento 14: Compartilhamento de resultados pelas equipes e discussão (Etapas 6 a 8 da MEAAMaRP).

Momento 15: Formalização partindo do que foi discutido na etapa anterior, confirmando as conclusões feitas pelos professores em formação sobre as atividades do Momento 13:. Nele é importante evidenciar a linguagem matemática adequada, se referindo formalmente aos processos de multiplicação de frações e divisão de frações (Etapa 9 da MEAAMaRP).

Momento 16: Para finalizar a sequência abrangendo na íntegra todas as etapas da MEAAMaRP, o professor formador deverá solicitar aos professores em formação a elaboração de problemas (etapa 10 da MEAAMaRP).

Conforme apontam Allevato e Possamai (2022), a elaboração/ formulação de problemas desenvolve um conjunto amplo de habilidades, de forma similar à resolução de problemas. A atividade promove um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos e do raciocínio lógico. Simultaneamente, estimula competências como a criatividade, a autonomia e a comunicação, ao mesmo tempo que desperta o interesse pela matemática ao conectá-la com as vivências dos alunos e melhora a capacidade de interpretação de problemas.

Nesse contexto, a formulação de problemas pode surgir a partir da seguinte proposta: escolha um dos significados de fração estudados e elabore um problema que utilize as Barras de Frações em sua resolução. Escreva o enunciado, bem como sua resolução na forma figural e numérica.

Momento Complementar: Uma alternativa à proposta de formulação de problemas do Momento 16:, que envolve o uso das Barras de Frações, é propor que os professores em formação elaborem problemas utilizando como base atividades e aplicativos do Software GeoGebra. Para isso, os alunos poderão criar problemas a partir de atividades contidas no livro dinâmico "Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Frações", que pode ser acessado pelo QR code da Figura 62.

Figura 62: QR code para acessar o livro Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Frações [18]

Fonte: Autoras (2025).

Os licenciandos podem ficar livres para utilizar os aplicativos da forma como preferirem, podendo adaptá-los a fim de os adequar ao problema elaborado.

Para potencializar a ideia, é possível solicitar que os problemas sejam elaborados de modo a permitir, na sua resolução, o uso integrado das Barras de Frações com os aplicativos do GeoGebra. Dessa forma, surge um cenário propício para debater sobre as diferenças entre os recursos e como eles podem ser complementares um ao outro. Dessa possibilidade, segue a proposta: escolha um dos significados de fração estudados e elabore um problema que utilize as Barras de Frações e alguma das atividades do livro do GeoGebra. Escreva o enunciado, bem como sua resolução na forma figural e numérica. Em seguida, descreva como solucionar o problema utilizando as Barras de Frações e o GeoGebra.

[18] Ou acesse pelo link https://www.geogebra.org/m/dmbh5fyp

Momento 17: Troca e resolução dos problemas formulados.

Momento 18: Discussão da resolução dos problemas formulados, destacando pontos positivos e negativos de cada um. Aqui, procura-se evidenciar possíveis problemas que necessitam de melhorias no enunciado, tais como o contexto, a falta de clareza/ concordância textual, números com dificuldades desproporcionais ao nível de ensino (fácil ou difícil demais) etc. Além disso, é relevante abordar sobre a diferença da compreensão do problema quando a resolução é feita com e sem as Barras de Frações.

No caso da proposta do Momento Complementar, pode ser debatido sobre as potencialidades do GeoGebra associado as Barras de Frações para resolução de problemas.

Momento 19: Conversa tanto sobre os conhecimentos adquiridos pelos professores em formação ao longo da sequência (podendo ser matemático ou didático) quanto sobre a opinião deles em relação a metodologia, o material concreto, as atividades e a proposta de maneira geral.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andresa Maria. **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 37-58.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: Revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 13 dez. 2012. Tradução de Méricles Thadeu Moretti.

DUVAL, Raymond. Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. p. 49-161, 2013.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 6º ano, ensino fundamental anos finais. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.

MIRANDA, Clarice de Almeida; REZENDE, Veridiana. Diferentes representações dos números racionais: uma análise de livros didáticos de matemática. **Debates em Educação Científica e Tecnológica**, Vitória, v. 7, n. 3, p. 46-68, mar. 2017.

OLIVEIRA, Emillyn Natália de. **O aprendizado de frações por meio de materiais concretos:** uma tentativa de superar dificuldades elementares. 2022. 68 f. TGR (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes "Personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro/SP, Ano 21, nº 31, p. 79 a 102, 2008.

POSSAMAI, Jaqueline Pinheiro; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate**, n. 6, v. 12, p. 1-28, 2022.