#### Universidade Federal de São Paulo

Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas

Campus Diadema



### Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

## O USO DA MEGA SENA E TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO COMO FERRAMENTAS PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

## FABIANO DA CONCEIÇÃO REGO

Orientador: Dr. Leonardo Sioufi Fagundes dos Santos

DIADEMA 2025

#### RECURSO EDUCACIONAL

## O USO DA MEGA SENA E TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO COMO FERRAMENTAS PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

# FABIANO DA CONCEIÇÃO REGO

Orientador: Dr. Leonardo Sioufi Fagundes dos Santos

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ferramentas utilizadas no processo de criação do aplicativo	6
Figura 2 – Selecionando as ferramentas	7
Figura 3 – Alinhando as ferramentas na tela do celular	7
Figura 4 – Alterando as propriedades da ferramenta imagem	8
Figura 5 – Alterando as propriedades de uma legenda	9
Figura 6 – Alterando as propriedades do organizador horizontal	9
Figura 7 – Alterando as propriedades das legendas dentro do organizador horizontal	10
Figura 8 – Alterando as propriedades do botão gerador	10
Figura 9 – Alterando as propriedades das legendas abaixo do botão gerador	11
Figura 10 – Alterando as propriedades do botão limpar	12
Figura 11 – Alterando as propriedades da última imagem	12
Figura 12 – Acessando a tela de programação do aplicativo	13
Figura 13 – Primeira etapa da programação: criação de variáveis	13
Figura 14 – Segunda etapa da programação (parte 1)	14
Figura 15 – Segunda etapa da programação (parte 2)	15
Figura 16 – Blocos de programação após o final da segunda etapa	15
Figura 17 – Encolhendo um bloco após finalizar a programação	16
Figura 18 – Programando o botão com a função limpar	17
Figura 19 – Blocos de programação após o final da terceira etapa	17
Figura 20 – Todos os blocos utilizados na quarta etapa da programação	18
Figura 21 – Blocos de programação da quarta etapa	19
Figura 22 – Compilação de todos os blocos utilizados nas etapas de desenvolvimento	20
Figura 23 – Acessando o assistente AI	20
Figura 24 – Códigos para visualizar o aplicativo desenvolvido e realizar testes	21
Figura 25 – Fazendo o download do aplicativo desenvolvido	21
Figura 26 – Design do aplicativo após finalizar todo o processo de criação	22
Figura 27 – Cartão para a atividade Mega Sorte	31

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Exemplo de registro de um aluno	27
Quadro 2 – Tabela de frequências: exemplo de um aluno	28
Quadro 3 – Tabela para a atividade prática Mega Sorte	32
Ouadro 4 – Solução do questionamento 3 da atividade prática Mega Sorte	33

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	5
2 CRIANDO O APLICATIVO SORTEADOR COM O MIT APP INVENTOR	6
3 PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ANÁLISE	
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE	23
3.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1	23
3.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2	29
REFERÊNCIAS	38

## 1 INTRODUÇÃO

Este recurso educacional tem por objetivo apresentar duas propostas de atividades que possam ser aplicadas em sala de aula, visando uma conexão entre o ensino da matemática e o uso de novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem.

No primeiro capítulo será apresentado um tutorial detalhado sobre o processo de criação de um aplicativo sorteador de números aleatórios. O objetivo é oferecer um guia prático que permita a outros professores replicarem o desenvolvimento do aplicativo com seus alunos, promovendo a integração entre programação e ensino de matemática.

O segundo capítulo propõe sequências didáticas que podem ser utilizadas por professores do ensino médio para ensinar Análise Combinatória e Probabilidade. Essas propostas são estruturadas a partir da temática dos jogos de loteria, com foco especial na Mega Sena, buscando conectar os conceitos matemáticos ao contexto real dos estudantes. Uma das atividades inclui a utilização do aplicativo sorteador desenvolvido no estudo, evidenciando sua aplicação prática no processo de ensino-aprendizagem.

#### 2 CRIANDO O APLICATIVO SORTEADOR COM O MIT APP INVENTOR

Nessa seção, veremos como foi feita toda a construção do aplicativo sorteador a partir do *Mit App Inventor*. Desde a criação do designer, da programação e o teste final para verificar a funcionalidade dele.

Conforme foi mencionado na seção anterior, inicialmente o usuário deverá se conectar na plataforma *Mit App Inventor* por meio de sua conta *Google* e, em seguida, deverá iniciar um novo projeto. Abaixo, temos uma imagem de como o aplicativo deverá ficar após o final do processo de criação e quais ferramentas foram utilizadas.



Figura 1 – Ferramentas utilizadas no processo de criação do aplicativo

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

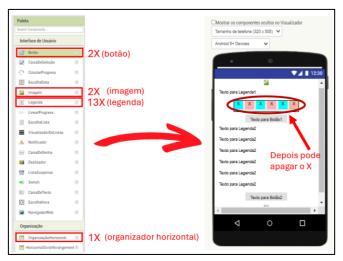
Iniciando o processo de criação, após o usuário ter dado início a um novo projeto, o próximo passo é selecionar todas as ferramentas que serão utilizadas no construção do aplicativo, conforme está sendo mostrado na Figura 2.

O usuário deverá ir até a paleta de ferramentas do lado esquerdo da tela e selecionar as ferramentas na mesma ordem em que irão aparecer na tela do aplicativo. Para este projeto foram utilizadas as seguintes ferramentas:

- 1 imagem;
- 1 organizador horizontal;
- 6 legendas que serão adicionadas dentro do organizador horizontal;
- 1 botão "gerador";
- 6 legendas;

- 1 botão "limpar";
- 1 imagem.

Figura 2 – Selecionando as ferramentas



Caso o usuário deseje, poderá deixar todas as ferramentas alinhadas ao centro na tela do celular. Basta clicar em "Screen1" na aba de componentes e, em seguida, clicar em "alinhamento horizontal" e selecionar a opção "centro 3" na aba de propriedades, conforme mostra a Figura 3.

Propriedades

Mostrar os componentes ocultos no Visualizador

Tamanho de telefone (320 x 505) 
Android 5 \* Devices

Android 5 \* Devices

MEGA - SENA

Sortelo de números aleatórios

MEGA - SENA

SEQUENTE : país de la componente o control de la componente o con

Figura 3 – Alinhando as ferramentas na tela do celular

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

O próximo passo é renomear e alterar as propriedades de cada ferramenta que foi adicionada. A Figura 4 mostra como alterar as propriedades da ferramenta "Imagem" e como o

usuário poderá fazer o upload de uma imagem para ser utilizada no projeto. Neste projeto foram adicionadas duas ferramentas para trabalhar com imagens e o processo de alteração das propriedades de ambas é exatamente igual.

Lembrando que, em alguns casos, quando tiver ferramentas com as mesmas propriedades, o usuário poderá alterar as propriedades de uma e depois copiar e colar a mesma ferramenta abaixo e alterar apenas o seu nome na aba de componentes.



Figura 4 – Alterando as propriedades da ferramenta imagem

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Posteriormente, o usuário aprenderá como alterar as propriedades da ferramenta "Legenda" e, logo perceberá que para as demais legendas apresentadas no projeto é só seguir os mesmos passos que estão sendo apresentados na Figura 5.

Componentes Propriedades ☐Mostrar os componentes ocultos no \
Tamanho de telefone (320 x 505) ✔ ALeger Android 5+ Devices CorDeFundo Altere a cor de fundo se desejar A LG\_N1 Fonte Negrito se desejar A LG\_N2 ▼⊿ 🛮 12:3 A LG\_N3 Fonte Itálico se desejar A LG N4 A LG\_N5 sorteio de números aleatórios Fonte 17 (sugestão) A LG\_N6 ■ Botão1 Geralmente não se altera A Legenda2 A Legenda3 A Legenda4 A Legenda5 A Legenda6 Altura 6 (em porcentagem) A Legenda7 Largura 90 (em porcentagem) Renomear Apagar Texto da legenda Enviar Arquivo ... Alinhamento do texto - centro1  $\nabla$ 0 Cor do texto (a escolher)

Figura 5 – Alterando as propriedades de uma legenda

Seguindo, para alterar as propriedades da ferramenta "Organizador Horizontal" basta que o usuário siga corretamente os passos descritos na Figura 6.



Figura 6 – Alterando as propriedades do organizador horizontal

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Conforme já foi mostrado na Figura 5, alterar as propriedades das legendas é um processo bem simples e para alterar as propriedades das legendas que estão dentro do

organizador horizontal o processo é análogo. Veja o passo a passo da realização desse processo para cada uma das legendas descritos na Figura 7.

**Propriedades** ☐Mostrar os componentes ocultos no Vi Tamanho de telefone (320 x 505) ✓ Android 5+ Devices Cor de fundo A I G N2 12:30 Fonteltálico ALG\_N3 A LG\_N4 TamanhoDaFonte A LG N5 Fonte 14 A LG N6 Família Da Fonte ▲ Legenda2 (padrão) ▲ Legenda3 ▲ Legenda4 Selecione esta opção, a primeira A Legenda5 caso queira A Legenda6 alterando Altura 6 (em porcentagem) A Legenda7 apenas a cor de Largura 90 (em porcentagem) Renomear Apagar fundo Aqui deve ficar em branco Enviar Arquivo ... Alinhamento do texto – centro1 0 ۵ Cor do texto (a escolher)

Figura 7 – Alterando as propriedades das legendas dentro do organizador horizontal

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Os passos que devem ser seguidos para alterar as propriedades do botão gerador estão descritos na Figura 7. É neste botão que o usuário do aplicativo poderá clicar para que seja feita a escolha aleatória das dezenas que poderão ser utilizadas na aposta da Mega Sena.



Figura 8 – Alterando as propriedades do botão gerador

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Feito isso, agora serão alteradas as propriedades das legendas que irão mostrar as seguintes informações: valor da aposta, probabilidade de ganhar marcando seis dezenas e acertando as seis dezenas, probabilidade de ganhar marcando seis dezenas e acertando apenas cinco dezenas, e probabilidade de ganhar marcando seis dezenas e acertando somente quatro dezenas, além de uma legenda explicativa.

Novamente, basta que o usuário siga corretamente os passos descritos na Figura 9 para todas as legendas. Lembrando, conforme mencionado anteriormente no texto, caso o usuário deseje, poderá alterar as propriedades da primeira legenda e depois copiar e colar abaixo e alterar apenas o nome na aba componentes, dessa forma o usuário ganha tempo.



Figura 9 - Alterando as propriedades das legendas abaixo do botão gerador

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para alterar as propriedades do botão "Limpar" que terá a função de limpar os textos exibidos nas legendas, basta que o usuário siga as instruções descritas na Figura 10.

Propriedades A LG N1 Android 5+ Devices Escolha uma cor de fundo A LG\_N2 Padrão A LG N3 ALG\_N4 A LG\_N5 ALG\_N6 Fonte 14 ■ Botão1 A Legenda2 Padrão A Legenda4 Altura 6 Largura 40 Escolha um formato (opcional) Enviar Arquivo . Texto: LIMPAR Alinhamento do texto – centro1  $\nabla$ Cor do texto (a escolher)

Figura 10 – Alterando as propriedades do botão limpar

Para finalizar o design do aplicativo, antes de iniciar a programação, é necessário alterar as propriedades da ferramenta "Imagem" que está na parte inferior da tela do celular (Ver Figura 11).



Figura 11 – Alterando as propriedades da última imagem

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Após a realização de todos esses procedimentos está finalizada a primeira etapa da construção do aplicativo sorteador de números aleatórios. A próxima etapa será a programação.

Para cada ferramenta adicionada, aparecerá algumas opções de blocos de programação na aba blocos. Então, agora, basta o usuário clicar em blocos no canto superior direito para ser direcionado para a tela de programação (Ver Figura 12).



Figura 12 – Acessando a tela de programação do aplicativo

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

O próximo passo é a realização da programação de todos estes blocos, para que, assim, o aplicativo possa funcionar corretamente. O processo de programação deste aplicativo será dividido em quatro etapas, que serão detalhadas ao longo do texto.



Figura 13 – Primeira etapa da programação: criação de variáveis

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A primeira etapa é a criação das variáveis que serão utilizadas na programação. Então, primeiro, na aba blocos, deve-se clicar em "variáveis" [1] e adicionar três blocos "inicializar global nome para", logo após, renomear cada um deles para "número", "resultado" e "aleatório", conforme mostra a Figura 13.

Na sequência, clicar em "listas" [2] e adicionar dois blocos "criar lista vazia" e ligar com os blocos "inicializar global número" e "inicializar global resultado" respectivamente. Por fim, clicar em "matemática" [3] e adicionar o primeiro Bloco que consta o número (0) zero e ligar com o bloco "inicializar global aleatório" (Ver Figura 13).

Na segunda etapa, conforme mostra a Figura 14, o usuário deverá adicionar o bloco referente a tela inicial (Screen1). Basta ir até a aba blocos, clicar em "Screen1" e adicionar o bloco "quando Screen1 inicializar, fazer", depois clicar em "variável" e adicionar o bloco "ajustar para", em seguida, clicar na setinha, selecionar a opção "global resultados" e encaixar dentro do bloco "quando Screen1 inicializar, fazer".

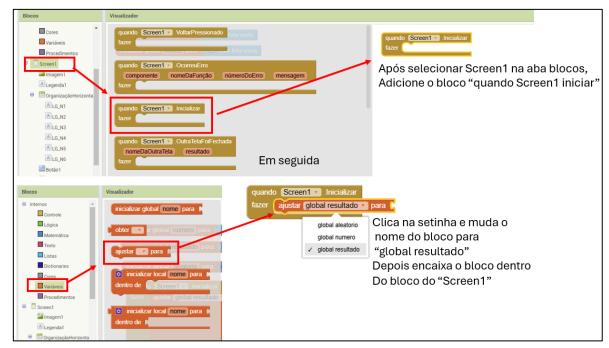


Figura 14 – Segunda etapa da programação (parte 1)

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Ainda na aba blocos, clicar em "listas" e adicionar o bloco "criar lista", em seguida, adicione mais itens na lista para poder comportar as seis legendas que serão adicionadas na sequência. Esse bloco "criar lista" deve ser encaixado no bloco "ajustar global resultado para". Continuando, clique na aba blocos, localize as legendas referentes aos seis números que irão aparecer dentro do organizador horizontal e adicione o bloco, em seguida, encaixe essas legendas no bloco "criar listas", conforme está sendo mostrado na Figura 15.

Controle Lógica Clicando na engrenagem do bloco "criar lista" ar global (aleatorio) para você terá a opção de adicionar mais item na lista. Listas Na aba blocos, clicar em Listas e adicionar o bloco "criar lista" Cores Variávei: Procedim A Legenda1 Organização Na aba blocos, encontre as legendas que irão A Legenda1 receber os 6 números sorteados e adicione cada uma no bloco "criar lista" A LG\_N1 A LG\_N3 A LG\_N5

Figura 15 – Segunda etapa da programação (parte 2)

A programação da segunda etapa serve para que, ao iniciar o aplicativo, o "Screen1" já possa ajustar a variável "global resultado" para receber os números sorteados que deverão aparecer dentro das legendas que foram adicionadas dentro do organizador horizontal.

Com a finalização da segunda etapa, confira abaixo, na Figura 16, como estão ficando os blocos de programação do aplicativo sorteador de números até o momento.

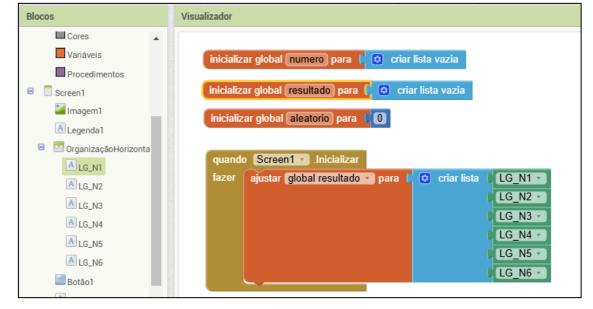


Figura 16 - Blocos de programação após o final da segunda etapa

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Uma informação importante que poderá ajudar o usuário a deixar a área de programação mais organizada é a utilização da opção "encolher bloco". Basta clicar com o botão direito de mouse em cima do bloco que deseja encolher e selecionar a opção "encolher bloco", conforme mostra a Figura 17.

Visualizado Controle Сору Lógica al resultado para 🕻 🖸 criar lista v Duplicar LG\_N2 Adicionar Comentário LG N3 r global (aleatorio) para 🕻 🚺 Encolher Bloco LG N4 Desativar Bloco LG\_N5 -Apagar 9 Blocos LG N6 Download Blocks as PNG Adicionar à Mochila Aiuda Visualizador inicializar global numero para 🕻 🗯 criar lista vazia quando Screen1 .Inicializa... Controle Bloco encolhido Lógica nicializar global (resultado) para 🕻 🗯 criar lista vazia Matemática cializar global (aleatorio) para 🚺 🚺 Texto Listas Dictionaries

Figura 17 – Encolhendo um bloco após finalizar a programação

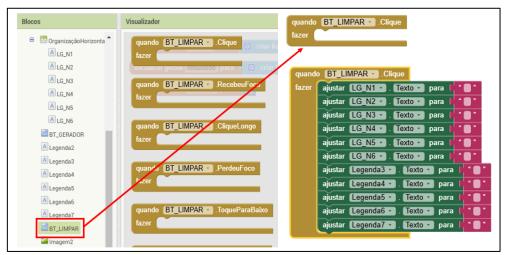
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Prosseguindo com a programação, agora será detalhado a realização da terceira etapa. Nesta etapa, será feita a programação do botão que terá a função de limpar as informações contidas em algumas legendas.

Inicialmente deve-se ir até a aba blocos e clicar no botão desejado, em seguida adicionar o bloco "quando (nome do botão). Clique, fazer", fazendo isso você estará determinando o que deve ser feito quando o botão "BT\_LIMPAR" for clicado. Neste caso, queremos que ele limpe todas as informações contidas nas legendas que estão dentro dele (Ver Figura 18).

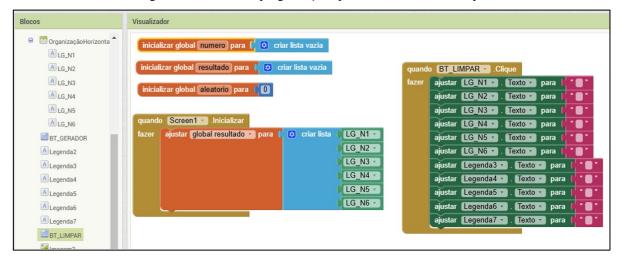
Feito isso, agora é só adicionar os blocos referentes a cada legenda que deseja limpar as informações e, logo após, conectar em cada uma delas um bloco de texto vazio, localizado na aba bloco dentro de textos (Ver Figura 18).

Figura 18 – Programando o botão com a função limpar



Com isso a terceira etapa estará finalizada. Sendo assim, já podemos ver como estão ficando os blocos de programação após a conclusão das três primeiras etapas. Veja na Figura 19 a seguir.

Figura 19 – Blocos de programação após o final da terceira etapa



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Iniciaremos a quarta etapa mostrando todos os blocos que serão utilizados para finalizar a programação do aplicativo, assim, o usuário conseguirá identificar cada um deles e onde encontrá-los, tornando esta etapa menos complexa.

quando BT\_GERADOR ... Cique ajustar global numero para ... 2 3 cur isla 1 4 2 5

6 para cada item na ista 1 color global resultado ... 7

8 ajustar [global aleatorio ... para do comprimento da lista lista 1 color global numero ... 10

10 vajustar Legenda. Texto ... para do comprimento da lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global numero ... 17

10 vajustar Legenda lista lista 1 color global aleatorio ... 18

10 vajustar Legenda lista lista 1 color para 1 vajustar legenda

Figura 20 – Todos os blocos utilizados na quarta etapa da programação

Na Figura 20 acima, estão destacados todos os blocos que serão utilizados na programação para finalizar a construção do aplicativo. Abaixo será detalhado cada um dos blocos desta figura com a finalidade de melhorar a compreensão do usuário acerca dos blocos utilizados. Na Figura 20, os blocos já estão praticamente na posição de encaixe com os demais blocos, mas apenas na Figura 21 serão mostrados todos os blocos já devidamente encaixados.

Confira, então, o detalhamento das partições feitas na Figura 20, lembrando que todos os blocos são adicionados por meio da "aba blocos".

- i. Para adicionar os blocos 1 e 6 basta clicar em "CONTROLE" na aba blocos e adicioná-los. O bloco que representa o botão gerador irá receber dentro de si todos os outros blocos.
- ii. Os blocos 2, 7, 8, 13, 15, 17, 18, 20 e 21 são da família das variáveis e para adicionálos basta ir na aba blocos e clicar em "VARIÁVEIS". Ao adicionar cada um desses blocos o usuário deverá os renomear, do mesmo modo que já foi explicado anteriormente.
- iii. Os blocos 3, 12, 16 e 19 são da família das listas e para adicioná-los basta ir na aba blocos e clicar em "LISTAS". Não esquecendo que no bloco 3 deverá ser adicionado mais itens na lista até completar os 60 números que serão utilizados para fazer a escolha aleatória das 6 dezenas da aposta.

- iv. Para adicionar os blocos 4, 5, 9 e 11 basta ir até a aba blocos e clicar em "MATEMÁTICA". Contudo, apenas no bloco 3, onde deverá ser criado uma lista, deverão ser adicionados 60 blocos iguais ao bloco 4, onde cada um desses bloquinhos irá receber um número da lista.
- v. Para adicionar o bloco 10 basta ir na aba blocos até o final e clicar na opção "qualquer componente", este bloco estará lá dentro.
- vi. O conjunto de blocos 22 são as legendas que serão utilizadas para mostrar as informações de texto e os valores de probabilidades na tela do aplicativo. Organize todos os blocos de legenda, da forma como está sendo exibido na Figura 20, depois é só encaixá-los no lugar correto.
- vii. Por fim, temos o conjunto de blocos 23, que são os blocos de texto, também localizados na aba blocos. Esses blocos serão utilizados para mostrar os textos que serão apresentados nas legendas do bloco 22. Esses blocos serão encaixados um a um nas respectivas legendas que correspondem a seu texto.

Feita a descrição de todos os blocos da programação, na Figura 21, adiante, será mostrado todos esses blocos encaixados, deste modo, está finalizada a quarta etapa da programação.

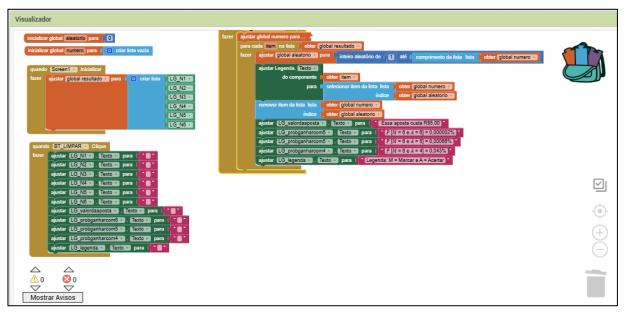
uando BT\_GERADOR . Clique Bloco encolhido. Aqui contém a lista com os números de 1 até 60. ajustar global numero para . para cada (item) na lista obter global resultado • ajustar global aleatorio - para inteiro aleatório de ( 1 até comprimento da lista lista ajustar Legenda. Texto 🔻 do componente obter item • selecionar item da lista lista | obter global numero obter global aleatorio remover item da lista lista 🔰 obter global numero \* Essa parte aqui é para não deixar acontecer obter global aleatorio • repetição na hora da escolha dos números. Essa aposta custa R\$5,00 ajustar [LG\_valordaaposta 🔻 . Texto 🔻 para 🚺 ajustar LG\_probganharcom6 • Texto • para P[M = 6 e A = 6] = 0,000002%ajustar LG\_probganharcom5 • . Texto para ajustar LG\_probganharcom4 . Texto para P[M = 6 e A = 4] = 0.043%ajustar LG\_legenda • . Texto • para ( Legenda: M = Marcar e A = Acertar

Figura 21 – Blocos de programação da quarta etapa

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Na Figura 22, a seguir, será apresentada a compilação de todos os blocos utilizados nas quatro etapas de desenvolvimento do aplicativo sorteador de número aleatórios.

Figura 22 - Compilação de todos os blocos utilizados nas etapas de desenvolvimento



O usuário poderá realizar testes no aplicativo desenvolvido antes de baixá-lo em seu celular ou *tablet*. Para isso é necessário fazer o *download* do aplicativo "MIT AI2 Companion" na loja de aplicativos de seu *smartphone* ou *tablet*. Feito isso, clique em "Conectar" e depois em "Assistente AI", ambos no canto superior esquerdo da tela, como mostra a Figura 23.

Conectai Compillar Settings Ajuda Meus View Projetos Trash Guia Report Trash Guia Report Projeto Properties Publicar na Galeria

Emulador USB

Refresh Companion Screen (Alt + R)

Reiniciar a Conexão

Reiniciar Conexões

Remover Tela Project Properties Publicar na Galeria

Frojeto Projeto Properties Publicar na Galeri

Figura 23 – Acessando o assistente AI

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Logo após, uma janela com um *QR Code* e um código alfanumérico irá aparecer (Ver Figura 24). Faça a leitura do *QR Code* ou digite o código alfanumérico no aplicativo "*MIT AI2*"

Companion" que foi instalado anteriormente no seu celular ou tablet. Depois disso é só aguardar aparecer na tela o aplicativo que foi desenvolvido e realizar os testes necessários.

Caso seja necessário realizar alguma alteração no aplicativo, o usuário poderá acompanhá-las em tempo real na tela do seu celular. No entanto, o computador e o celular deverão estar conectados na mesma rede de internet para que seja possível realizar os testes.



Figura 24 – Códigos para visualizar o aplicativo desenvolvido e realizar testes

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Após a realização dos testes, estando tudo conforme planejado, o usuário pode fazer o download do aplicativo clicando em "Compilar" e, em seguida, em "Android app (.apk)" (Ver Figura 25). Feito isso, o arquivo gerado pode ser enviado para quem desejar utilizá-lo.

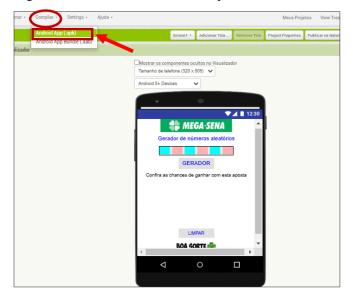


Figura 25 – Fazendo o download do aplicativo desenvolvido

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Confira adiante o *design* do aplicativo após ser finalizado (Figura 26). Lembrando que o *layout* e o *design* do aplicativo podem ser modificados de acordo com a preferência do desenvolvedor.

MEGA-SENA MEGA-SENA Gerador de números aleatórios Gerador de números aleatórios **3** 32 **15** 54 **13** 46 GERADOR GERADOR ces de ganhar com est aposta Essa aposta custa R\$ 5.00 M=6 e A=6] = 0,000002% PIM=6 e A=51 = 0.00066% P[M=6 e A=4] = 0,043% LIMPAR BOA SORTE BOA SORTE Antes de gerar os números Após gerar os números

Figura 26 – Design do aplicativo após finalizar todo o processo de criação

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Portanto, foi apresentado nesta seção todo o processo de criação do aplicativo sorteador de números e suas telas após o processo de criação ter sido finalizado. Para quem desejar acessar o aplicativo desenvolvido basta acessar o link (https://bit.ly/40ZnNps), fazer o download do arquivo e, em seguida, instalar o aplicativo no seu *smartphone* ou *tablet*.

É importante ressaltar também que o aplicativo criado não calcula as probabilidades de acerto na Mega Sena, ele apenas exibe essas probabilidades que foram calculadas previamente e adicionadas no aplicativo como legendas. Isso ressalta a importância da utilização do *MIT App Inventor* como recurso pedagógico para o ensino de Análise Combinatória e Probabilidade, pois os alunos que irão replicar a construção deste aplicativo precisarão, inicialmente, dominar estes dois conteúdos para realizarem os cálculos que serão posteriormente informados como legenda no aplicativo.

Sendo assim, a utilização da programação em sala de aula, sobretudo com o *MIT App Inventor*, pode ser um aspecto motivador para que os alunos aprendam os conceitos matemáticos que serão necessários para a construção do aplicativo.

3 PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ANÁLISE

COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

Neste capítulo, serão apresentadas propostas de sequências didáticas para o ensino de

Análise Combinatória e Probabilidade, utilizando como recurso pedagógico os jogos de loteria,

com destaque para a Mega Sena. A escolha desse contexto busca aproximar os conteúdos

matemáticos da realidade dos estudantes, mostrando como conceitos aparentemente abstratos

se aplicam a situações cotidianas, despertando o interesse e a curiosidade dos alunos. Ao

explorar as possibilidades combinatórias e os cálculos probabilísticos presentes nos sorteios, os

alunos terão a oportunidade de desenvolver um raciocínio crítico e aprofundado sobre os

fenômenos aleatórios.

Para tornar as atividades mais dinâmicas e interativas, será utilizado um aplicativo

sorteador de números da Mega Sena, desenvolvido no MIT App Inventor. Esse aplicativo

permitirá simular sorteios e realizar análises práticas dos resultados, fomentando discussões

sobre a teoria das probabilidades e suas aplicações. A abordagem proposta busca integrar

tecnologia e educação de maneira criativa, oferecendo aos professores ferramentas concretas

para inovar suas práticas pedagógicas e engajar os estudantes em aprendizagens significativas.

3.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1

**Título:** Análise Combinatória e Probabilidade com Jogos de Loteria

Público-alvo: 2º ou 3º ano do Ensino Médio

**Duração:** 5 aulas de 50 minutos cada

**Objetivo Geral:** 

Compreender os conceitos de Análise Combinatória e Probabilidade por meio de

atividades práticas com jogos de loteria, especialmente a Mega Sena, contextualizando o

aprendizado com situações do cotidiano.

**Objetivos Específicos:** 

• Compreender o conceito de Combinação Simples, diferenciando suas aplicações

práticas em problemas matemáticos;

Identificar e calcular a quantidade total de combinações possíveis em jogos de loteria,

especialmente na Mega Sena;

23

- Apresentar os conceitos básicos e a definição de probabilidade como um quociente;
- Determinar a probabilidade de ganhar em jogos de loteria, analisando a relação entre eventos possíveis e favoráveis;
- Utilizar o aplicativo sorteador de combinações para explorar a geração aleatória de apostas e suas probabilidades, registrando e analisando dados;
- Refletir sobre a utilidade da matemática na interpretação de fenômenos aleatórios, como os jogos de loteria.

#### Habilidades da BNCC:

- (EM13MAT310)
- (EM13MAT311)
- (EM13MAT106)

#### Conteúdo Programático:

- Combinação Simples;
- Probabilidade em experimentos aleatórios;
- Análise crítica de jogos de loteria.

#### Materiais Necessários:

- Quadro branco e marcadores;
- Calculadoras;
- Celulares com acesso ao aplicativo sorteador de combinações da Mega Sena;
- Cartelas impressas com tabelas para registro de combinações;
- Projetor multimídia.

### Etapas da Sequência:

#### ✓ Aula 1: Introdução ao Tema (50 minutos)

• **Discussão inicial:** Apresentar uma matéria jornalística sobre alguma pessoa que foi vencedora no jogo da Mega Sena.

A apresentação dessa matéria jornalística tem o objetivo de contextualizar o assunto que será apresentado posteriormente, despertando, assim, a curiosidade dos alunos e promovendo um maior engajamento.

 Pergunta norteadora: Apresentar um questionamento que será o ponto de partida para introdução do conteúdo.

Um exemplo de pergunta norteadora para esse caso pode ser: "Quais as chances reais de ganhar na Mega Sena?". Deve-se fazer a pergunta e esperar os alunos formularem suas respostas e apresentá-las, o professor deve mediar a discussão apresentando questionamentos complementares com o objetivo de desenvolver o raciocínio dos alunos e a capacidade de argumentação.

• Apresentação sobre a Mega Sena: funcionamento e regras.

Muitos alunos, apesar de saberem da existência dos jogos de loteria, não conhecem as regras e como funcionam esses jogos, sobretudo a Mega Sena. Então, o professor deve apresentá-las a fim de esclarecer dúvidas que possam existir.

 Conteúdos programáticos: Apresentar os conteúdos programáticos que serão estudados durante essa sequência de aulas.

Informar aos alunos que serão estudados os conteúdos combinação simples, pertencente à Análise Combinatória e Probabilidade de eventos aleatórios, destacando o que os alunos aprenderão durante a sequência das aulas.

#### ✓ Aula 2: Análise Combinatória (50 minutos)

• Relembrando conceitos básicos: PFC, Permutação e Arranjo.

Esta sequência didática parte da ideia que o aluno já tenha estudado anteriormente os conceitos iniciais de Análise Combinatória, sendo assim, nesta aula será necessário apenas uma retomada desses conceitos, com o objetivo de relembrá-los.

 Atividade diagnóstica: identificar situações cotidianas que envolvam os conceitos básicos de Análise Combinatória.

Perguntar aos alunos situações práticas do seu dia a dia onde a Análise Combinatória está presente, a fim de verificar se os conceitos apresentados foram compreendidos corretamente.

• Definição de Combinação Simples: Apresentar o conceito e a fórmula matemática.

Apresentar a Combinação de forma contextualizada, com um exemplo prático, diferenciando-a de Arranjo pelo fato de a ordem dos seus elementos não importar para construção das combinações. Um exemplo que pode ser utilizado é o de formação de comissões, onde, quando houver definição de cargos na comissão é um caso de Arranjo e quando não houver é um caso de Combinação.

• Exemplo prático: cálculo do número total de combinações possíveis na Mega Sena.

Relembrar a pergunta norteadora, afirmando que para determinar as chances de ganhar na Mega Sena primeiro é necessário saber quantos jogos são possíveis uma pessoa fazer. Permitir que os alunos calculem sozinhos essa quantidade, com a ajuda de calculadoras, se necessário, e o professor acompanha e fornece suporte aos alunos com dificuldade.

• Atividade prática: cálculo manual de algumas combinações com 6 dezenas.

Pedir aos alunos que escrevam possíveis combinações de 6 dezenas dentre os números 1 a 60. Essas combinações são exemplos de jogos da Mega Sena. Aqui o professor pode argumentar que listar todos os casos é praticamente impossível, por se tratar de mais de 50 milhões de combinações, então a Análise Combinatória tem como objetivo determinar a quantidade de casos relacionados a determinada situação sem que seja necessário listá-los.

#### ✓ Aula 3: Probabilidade (50 minutos)

• Conceitos básicos: Experimentos, eventos, espaço amostral.

Apresentar aos alunos os conceitos básicos relacionados à definição de probabilidade. Definir o que são experimentos, diferenciar os experimentos aleatórios dos experimentos determinísticos e explicar que serão estudados os experimentos aleatórios. Apresentar as definições de evento e espaço amostral, enfatizando que o espaço amostral é um conjunto universo e que o evento é um subconjunto do espaço amostral.

• **Definição de probabilidade:** Apresentar a definição clássica de probabilidade.

O objetivo é ensinar aos alunos que a probabilidade de um evento ocorrer pode ser entendida como a relação entre o número de elementos desse evento e o total de elementos no espaço amostral, ou seja, a probabilidade é a razão entre os casos favoráveis e os casos possíveis.

• Aplicação prática: cálculo da probabilidade de ganhar na Mega Sena.

Retomar novamente a pergunta norteadora e, com base no cálculo feito na Aula 2, determinar a probabilidade de uma pessoa ganhar na Mega Sena utilizando apenas um jogo simples.

## ✓ Aula 4: Atividade Prática (50 minutos)

• **Descrição da atividade:** Apresentar como será desenvolvida a atividade e suas etapas.

Essa atividade consiste na realização de situação prática onde os alunos verificarão as chances de ganhar na Mega Sena. Serão feitas simulações de sorteios da Mega Sena utilizando

o aplicativo sorteador, que foi desenvolvido neste trabalho, os alunos anotarão os resultados e, posteriormente, verificarão as frequências de ocorrências e as probabilidades de ganhar.

Inicialmente cada aluno deve registrar o seu jogo, isto é, anotar no topo da cartela disponibilizada as 6 dezenas que acredita que serão sorteadas. Logo após, o professor realizará os sorteios, cada aluno deve registrar os números sorteados no local apropriado na tabela e, em seguida, anotar na tabela quantas dezenas acertou em cada jogo, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 – Exemplo de registro de um aluno

Sua aposta: 07, 22, 29, 38, 51, 57		
Sorteio	Números Sorteados	Quantidade de Acertos
1°	03, 15, 19, 38, 44, 50	1
2°	17, 22, 33, 35, 42, 57	2
3°	10, 14, 29, 30, 53, 60	1
4°	04, 11, 25, 37, 46, 49	0

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

**Aplicativo sorteador:** Utilizar o aplicativo sorteador desenvolvido a partir do MIT App Inventor.

Caso o professor deseje estimular ainda mais o desenvolvimento integral dos alunos, poderá replicar a construção deste aplicativo, conforme detalhado no Capítulo 7 deste trabalho, juntamente com os alunos, para isso seriam necessários mais aulas e outros materiais. Caso não opte por fazer assim, o professor poderá utilizar o aplicativo que já foi desenvolvido. De posse do aplicativo, deverão ser realizados 20 sorteios, os alunos deverão anotar os resultados de cada um desses sorteios em uma planilha (manual ou eletrônica), para posteriormente analisar os resultados.

• Atividade em grupo: Análise dos resultados obtidos.

Divida a sala em grupos de até 5 alunos e peça que os alunos somem a quantidade de acertos em todos os sorteios para encontrar a frequência absoluta de cada quantidade de acertos (Ver Quadro 2). Para facilitar o entendimento, peça que eles façam as anotações respondendo as seguintes perguntas: "Quantas vezes acertei 0 números? Quantas vezes acertei 1 número?" e assim por diante. Depois peça que transformem a frequência absoluta em frequência relativa, fazendo a divisão da frequência absoluta pela quantidade de sorteios (20). Mesmo esta etapa sendo feita em grupo, cada aluno deve produzir os seus registros individualmente.

Quadro 2 – Tabela de frequências: exemplo de um aluno

Aluno: Pedro Gabriel Martins (fictício)			
Quantidade de Acertos	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)	
0	12	60%	
1	5	25%	
2	3	15%	
3	0	0%	
4	0	0%	
5	0	0%	
6	0	0%	

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

• Comparação com a probabilidade teórica: Apresentar a fórmula de cálculo da probabilidade teórica em cada caso e calcular juntamente com os alunos.

O professor deve auxiliar os alunos no cálculo de todas as situações, por exemplo, probabilidade de acertar 6 números, probabilidade de acertar 1 número, probabilidade de acertar 2 números e assim por diante. Feito isso, os alunos deverão comparar os resultados obtidos na simulação com as probabilidades teóricas calculadas.

### ✓ Aula 5: Discussão Final (50 minutos)

• Apresentação dos resultados: Cada grupo deverá apresentar os resultados obtidos.

Essa apresentação pode ser por meio das tabelas construídas ou o grupo pode construir um gráfico de barras para ilustrar suas frequências relacionadas.

• Discussão final: Inferir conclusões com base nos resultados observados.

Estimular os alunos a tirarem suas próprias conclusões acerca do experimento realizado. Esse estímulo pode ser por meio da pergunta "Você acha que vale a pena apostar? Por quê?", a partir das respostas o professor conduz a discussão, permitindo que os alunos argumentem sobre suas conclusões. A ideia é fazer com que os alunos reflitam sobre a discrepância entre a frequência relativa obtida e a probabilidade teórica calculada, entendendo que, mesmo em várias simulações (20), a chance de ganhar é mínima.

• Reflexão: Apresentar uma reflexão sobre a atividade.

O professor deve fazer uma reflexão sobre o papel da matemática na tomada de

decisões em situações de incerteza. Situações que vão além de que jogos de loteria e que estão

presentes no nosso dia a dia.

Avaliação:

A avaliação dos alunos deve ser realizada durante toda a realização da sequência

didática, o professor pode avaliar os seguinte pontos:

• Participação nas discussões críticas;

• Registro das combinações geradas e cálculos de probabilidade;

• Participação na atividade prática;

• Relatório individual refletindo sobre a experiência com a atividade prática e a

compreensão dos conteúdos trabalhados.

3.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

**Título:** Mega Sena: sorte, azar ou matemática?

Público-alvo: 2º ou 3º ano do Ensino Médio

Duração: 4 aulas de 50 minutos cada

**Objetivo Geral:** 

Desenvolver competências matemáticas por meio da aplicação prática de conceitos de

Análise Combinatória e Probabilidade, com foco na resolução de situações-problemas, análise

crítica das chances de ganho em apostas e reflexão sobre o impacto social dos jogos de azar,

promovendo uma tomada de decisões fundamentada em dados probabilísticos.

**Objetivos Específicos:** 

• Aplicar o raciocínio matemático para resolver situações-problema que envolvam

Análise Combinatória e Probabilidade;

Aplicar a definição de Combinação Simples para auxiliar nos cálculos da probabilidade

de ganhar na Mega Sena em diferentes situações;

• Analisar e comparar as probabilidades de ganhar em apostas diferentes;

• Relacionar conceitos matemáticos com situações do cotidiano, estimulando a tomada de

decisões conscientes com base em dados probabilísticos;

29

- Estimular o uso de tecnologias na resolução de problemas;
- Desenvolver uma postura crítica em relação aos jogos de azar, analisando suas probabilidades e impacto social.

#### Habilidades da BNCC:

- (EM13MAT310)
- (EM13MAT311)
- (EM13MAT106)

## Conteúdo Programático:

- Combinação Simples;
- Probabilidade em experimentos aleatórios;
- Análise crítica de jogos de loteria.

#### Materiais Necessários:

- Quadro branco e marcadores;
- Calculadoras;
- Cartões com dezenas numeradas para a atividade "Mega Sorte";
- Projetor multimídia;
- Tabelas para registro de resultados.

#### Etapas da Sequência:

Essa sequência didática é destinada a turmas que já estudaram a teoria sobre Análise Combinatória e Probabilidade. O objetivo é avaliar a compreensão dos alunos sobre os conteúdos teóricos e aprofundar esse entendimento por meio de atividades práticas que consolidem o conhecimento.

#### ✓ Aula 1: Introdução ao Tema (50 minutos)

- Apresentar a proposta da sequência didática, destacando os conceitos matemáticos que serão abordados.
- Discutir brevemente o que são jogos de azar e seu impacto social.

- Expor dados estatísticos sobre a Mega Sena, ressaltando a probabilidade de ganhar com uma aposta simples.
- Revisar os conceitos de Combinação Simples e Probabilidade.

#### ✓ Aula 2: Atividade Prática "Mega Sorte" (50 minutos)

• **Descrição:** Apresente um cartão com 10 dezenas numeradas de 1 a 10 (Figura 27). Os estudantes devem marcar 3 dezenas por um valor de R\$ 3,00. Ganha quem acertar 3 ou 2 dezenas.

Cartão 01 2 3 5 1 4 7 8 9 10 6 Cartão 02 3 5 1 2 4 7 8 9 6 10 Você pode apostar marcando 3, 4 ou 5 números em cada cartão. Ganha acertando 3 ou 2 números.

Figura 27 – Cartão para a atividade Mega Sorte

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

- Variantes: Permitir apostas com 4 ou 5 dezenas. Os estudantes devem calcular o valor proporcional da aposta.
- Questionamentos: O professor poderá fazer os seguintes questionamentos aos estudantes no momento da realização da atividade.
  - 1. De quantas maneiras distintas a escolha das três dezenas poderá ser feita?
  - 2. Qual deve ser o valor cobrado na aposta de 4 e 5 dezenas?
  - 3. Preencher uma tabela (Quadro 3) com os cálculos de probabilidade conforme a quantidade de números marcados no cartão de aposta.

Quadro 3 – Tabela para a atividade prática Mega Sorte

Quantidade de	Probabilidade de acerto	
números jogados	Terno (3)	Duque (2)
3		
4		
5		

- **Discussão:** Analisar como o aumento da quantidade de dezenas influencia a probabilidade de acerto e o valor da aposta.
- Soluções para os questionamentos: Abaixo serão apresentadas as soluções para os três questionamentos apresentados.

**Questionamento 1:** De quantas maneiras distintas a escolha das três dezenas poderá ser feita? **Solução:** 

Aqui, basta calcular a combinação simples de 10 tomados 3 a 3.

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3! \cdot (10-3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} = \frac{720}{6} = 120.$$

Logo, há 120 maneiras distintas de escolher 3 dezenas entre as 10 disponíveis no cartão de aposta.

Questionamento 2: Qual dever ser o valor cobrado na aposta de 4 e 5 dezenas?

#### Solução:

a) Para a aposta de 4 dezenas, basta verificar quantas combinações simples de 4 elementos tomados 3 a 3 teremos. Ou seja:

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} = \frac{4 \cdot 3!}{3! \cdot 1!} = 4.$$

Agora basta multiplicar o 4 pelo valor pago na aposta simples.  $4 \times 3 = 12$ . Portanto o valor da aposta para 4 dezenas é de R\$12,00.

b) De forma análoga ao item a, faremos para a aposta com 5 dezenas:

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} = 10.$$

Fazendo  $10 \times 3 = 30$ , logo a aposta com 5 dezenas custará R\$ 30,00.

**Questionamento 3:** Preencha a tabela abaixo com os cálculos de probabilidade conforme a quantidade de números marcados no cartão de aposta.

#### Solução:

Quadro 4 – Solução do questionamento 3 da atividade prática Mega Sorte

Quantidade de	Probabilidade de acerto	
números jogados	Terno (3)	Duque (2)
3	0,83%	17,5%
4	3,33%	30%
5	8,33%	41,66%

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Calculando a probabilidade de marcar 3 dezenas e acertar as 3 dezenas:

$$P[M = 3, A = 3] = \frac{C_{3,3} \cdot C_{7,0}}{C_{10,3}} = \frac{1 \cdot 1}{120} = \frac{1}{120} = 0.83\%.$$

Calculando a probabilidade de marcar 3 dezenas e acertar 2 dezenas:

$$P[M = 3, A = 2] = \frac{C_{3,2} \cdot C_{7,1}}{C_{10,3}} = \frac{3 \cdot 7}{120} = \frac{21}{120} = 17,5\%.$$

Calculando a probabilidade de marcar 4 dezenas e acertar 3 dezenas:

$$P[M = 4, A = 3] = \frac{C_{3,3} \cdot C_{7,1}}{C_{10,4}} = \frac{1 \cdot 7}{210} = \frac{7}{210} = 3,33\%.$$

Calculando a probabilidade de marcar 4 dezenas e acertar 2 dezenas:

$$P[M = 4, A = 2] = \frac{C_{3,2} \cdot C_{7,2}}{C_{10,4}} = \frac{3 \cdot 21}{210} = \frac{63}{210} = 30\%.$$

Calculando a probabilidade de marcar 5 dezenas e acertar 3 dezenas:

$$P[M = 5, A = 3] = \frac{C_{3,3} \cdot C_{7,2}}{C_{10,5}} = \frac{1 \cdot 21}{252} = \frac{21}{252} = 8,33\%.$$

Calculando a probabilidade de marcar 5 dezenas e acertar 2 dezenas:

$$P[M = 5, A = 2] = \frac{C_{3,2} \cdot C_{7,3}}{C_{10,5}} = \frac{3 \cdot 35}{252} = \frac{105}{252} = 41,66\%.$$

## ✓ Aula 3: Comparando modelos de aposta (50 minutos)

- Descrição: Apresentar a seguinte situação-problema: Um apostador tem R\$ 193.800,00
   e deseja maximizar suas chances de ganhar na Mega Sena. Ele tem duas opções de apostas:
  - 1. Fazer uma única aposta com 20 dezenas.
  - 2. Dividir a quantia em apostas simples com 6 dezenas (cada aposta simples custa *R*\$ 5,00).
- **Perguntas:** a) Se o apostador optar pela opção 2, quantas apostas simples ele conseguirá realizar com esta quantia? b) Determine a probabilidade de ganhar em cada caso e diga qual das opções é mais vantajosa.
- **Discussão:** Analisar a relação custo-benefício das apostas e a ilusão de aumento significativo nas chances de ganho.
- Soluções para as perguntas: Abaixo serão apresentadas as soluções para as duas perguntas apresentadas.

**Pergunta a):** Se o apostador optar pela opção 2, quantas apostas simples ele conseguirá realizar com esta quantia?

#### Solução:

Aqui, basta fazer  $193.800 \div 5 = 38.760$ . Este é o total de apostas com apenas 6 dezenas que o apostador conseguirá realizar com a quantia de R\$193.800,00.

**Pergunta b):** Determine a probabilidade de ganhar em cada caso e diga qual das opções é a mais vantajosa.

A probabilidade de ele ganhar na opção 2 é dada por:

$$P(ganhar na \ opção \ 2) = \frac{38.760}{C_{60.6}} = \frac{38.760}{50.063.860} = 0,08\%.$$

Na opção 1, temos que, ao fazer uma aposta única com 20 dezenas, o apostador concorrerá com um total de apostas dada pela seguinte combinação:

$$C_{20, 6} = \frac{20!}{6! \cdot (20 - 6)!} = \frac{20!}{6! \cdot 14!} = 38.760.$$

Observe que, nesta opção, o apostador concorrerá com um total de 38.760 combinações de jogos com 6 dezenas, igualmente na opção 2. Sendo assim:

$$P(ganhar na opção 1) = \frac{38.760}{C_{60.6}} = \frac{38.760}{50.063.860} = 0,08\%.$$

Pensando na opção de que o apostador terá feito apenas a sena, as probabilidades nas duas opções são iguais. Logo, tanto faz ele optar pela opção 1 ou pela opção 2, pois ambas apresentam a mesma chance de ganhar.

Agora, analisando mais a fundo essas chances, podemos observar o seguinte:

Na opção 1, se o apostador marcou 20 números no cartão da Mega Sena, ele terá como chance de ganhar:

• Acertando seis números entre os vinte números marcados (Sena):

$$P(20,6) = \frac{C_{6,6} \cdot C_{54,14}}{C_{60,20}} = \frac{1 \cdot 3.245.372.870.670}{4.191.844.505.805.495} = \frac{3.245.372.870.670}{4.191.844.505.805.495} = \frac{1}{1.292}$$
$$= 0.08\%.$$

Acertando apenas cinco números entre os vinte números marcados (Quina):

$$P(20,5) = \frac{C_{6,5} \cdot C_{54,15}}{C_{60,20}} = \frac{6 \cdot 8.654.327.655.120}{4.191.844.505.805.495} = \frac{51.925.965.930.720}{4.191.844.505.805.495} = \frac{1}{81}$$
$$= 1.23\%.$$

Acertando apenas quatro números entre os vinte números marcados (Quadra):

$$P(20,4) = \frac{C_{6,4} \cdot C_{54,16}}{C_{60,20}} = \frac{15 \cdot 21.094.923.659.355}{4.191.844.505.805.495} = \frac{316.423.854.890.325}{4.191.844.505.805.495} = \frac{1}{13}$$
$$= 7.55\%.$$

Agora, observe, que se o apostador marcar 20 dezenas (n = 20) e acerta 6 dezenas (x = 6), consequentemente terá errado 4 dezenas (n - x = 20 - 6 = 14). Então a quantidade

de premiações que esse apostador receberá na Sena (y = 6 e z = 0) será dado pelo produto abaixo.

$$\underbrace{C_{x,y}}_{\text{Combinações possíveis}} \times \underbrace{C_{(n-x),z}}_{\text{Combinações possíveis}}$$

$$\text{entre os acertos} \quad \text{entre os erros}$$

$$\underbrace{C_{6,6}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os acertos}}} \times \underbrace{C_{(20-6),0}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os erros}}} = \frac{6!}{6! \cdot 0!} \times \frac{14!}{0! \cdot 4!} = 1 \times 1 = 1 \text{ premiação}.$$

Esse mesmo apostador, nas mesmas condições, terá a seguinte quantidade de premiações na Quina (y = 5 e z = 1):

$$\underbrace{C_{6,5}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os acertos}}} \times \underbrace{C_{(20-6),1}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os erros}}} = \frac{6!}{5! \cdot 1!} \times \frac{14!}{1! \cdot 13!} = 6 \times 14 = 84 \text{ premiações}.$$

Esse mesmo apostador, nas mesmas condições, terá a seguinte quantidade de premiações na Quadra (y = 4 e z = 2):

$$\underbrace{C_{6,4}}_{Combinações\ possíveis} \times \underbrace{C_{(20-6),2}}_{entre\ os\ acertos} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} \times \frac{14!}{2! \cdot 12!} = 15 \times 91$$

$$= 1.365\ premiações.$$

No caso de o apostador ter marcado 20 dezenas (n = 20) e acertado apenas 5 dezenas (x = 5), consequentemente terá errado 5 dezenas (n - x = 20 - 5 = 15). Então a quantidade de premiações que esse apostador receberá na Quina  $(y = 5 \ e \ z = 1)$  será:

$$\underbrace{C_{5,5}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os acertos}}} \times \underbrace{C_{(20-5),1}}_{\substack{\text{Combinações possíveis} \\ \text{entre os erros}}} = \frac{5!}{5! \cdot 0!} \times \frac{15!}{1! \cdot 14!} = 1 \times 15 = 15 \ premiações.$$

Já a quantidade de premiações que o apostador receberá na Quadra ( $y = 4 \ e \ z = 2$ ), nas mesmas condições da situação anterior, será:

$$\underbrace{C_{5,4}}_{Combinações\ possíveis} \times \underbrace{C_{(20-5),2}}_{entre\ os\ acertos} = \frac{5!}{4!\cdot 1!} \times \frac{15!}{2!\cdot 13!} = 5 \times 105$$

$$= 525\ premiações.$$

Agora, se esse apostador marcou 20 dezenas (n = 20) e acertou somente 4 dezenas (x = 4), consequentemente terá errado 6 dezenas (n - x = 20 - 4 = 16). Então a quantidade de premiações que ele receberá na Quadra  $(y = 4 \ e \ z = 2)$  será:

$$\underbrace{C_{4,4}}_{\text{Combinações possíveis}} \times \underbrace{C_{(20-4),2}}_{\text{Combinações possíveis}} = \frac{4!}{4! \cdot 0!} \times \frac{16!}{2! \cdot 4!} = 1 \times 120 = 120 \text{ premiações.}$$

Diante tudo isso, pode-se concluir que a melhor opção para o apostar será a opção 1.

### ✓ Aula 4: Reflexão e sistematização (50 minutos)

- Atividade: Conduzir uma discussão sobre os aprendizados das atividades.
- Perguntas Norteadoras:
  - 1. Como a matemática pode ajudar a tomar decisões mais conscientes sobre apostas?
  - 2. Você considera justo o modelo de funcionamento das loterias?
  - 3. Quais outros exemplos do cotidiano envolvem o uso de probabilidade?
- Sistematização dos principais conceitos abordados durante a sequência.
- Registro das conclusões no caderno.

#### Avaliação:

A avaliação dos alunos deve ser realizada durante toda a realização da sequência didática, o professor pode avaliar os seguinte pontos:

- Participação nas atividades: Observação da capacidade dos estudantes em aplicar conceitos matemáticos para resolver problemas.
- Registros escritos: Análise dos cálculos realizados nas atividades e respostas apresentadas.
- **Discussão oral:** Avaliação da argumentação e da capacidade crítica ao discutir as probabilidades e implicações sociais dos jogos de azar.
- **Autoavaliação:** Os estudantes podem registrar, ao final, como entenderam a relação entre matemática e tomada de decisões conscientes.

## REFERÊNCIAS

AMANCIO, Daniel de Traglia; SANZOVO, Daniel Trevisan. Ensino de Matemática por meio das tecnologias digitais. **Revista Educação Pública**, v. 20, nº 47, 8 de dezembro de 2020. Disponível em: <a href="https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/47/ensino-de-matematica-por-meio-das-tecnologias-digitais">https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/47/ensino-de-matematica-por-meio-das-tecnologias-digitais</a>. Acesso em: 03 jan. 2025.

ANDRADE, R. T. B. **A probabilidade aplicada aos jogos de azar.** 2017. 69f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Paraíba/CCEN, João Pessoa, 2017. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=3127&id2=150210331">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=3127&id2=150210331</a>. Acesso em: 05 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. 2018. Disponível em: <a href="http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/12/BNCC\_19dez2018\_site.p">http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/12/BNCC\_19dez2018\_site.p</a> df>. Acesso em: 27 dez. 2024.

CAIXA. **Loteria.** 2024. Disponível em: <a href="http://loterias.caixa.gov.br/wps/portal/loterias">http://loterias.caixa.gov.br/wps/portal/loterias</a>>. Acesso em: 09 jan. 2025.

DOMINGUES, Rodrigo. **Probabilidade no ensino básico:** possibilidades para uma abordagem axiomática. 2023. 88f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2023. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7369&id2=171057686">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7369&id2=171057686</a>. Acesso em: 16 jan. 2025.

FARIAS, Ana Maria Lima de; LAURENCEL, Luiz da Costa. **Probabilidade.** Niterói: [s. n.], 2007. 117 p.

FERNANDES, Helder Cruz. **A gamificação aliada à tecnologia no ensino brasileiro de matemática.** 2022. 104 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional — PROFMAT, Juazeiro do Norte, 2022. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=6705&id2=171053981">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=6705&id2=171053981</a>. Acesso em: 07 jan. 2025.

FERREIRA, Luciano da Silva. **Utilização de jogos de cassino e do app inventor como ferramentas de ensino e aprendizagem matemática.** 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2024. Disponível em: < https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7633&id2=171057568>. Acesso em: 10 jan. 2025.

FRAGA, Rodrigo Rodrigues. **O estudo das loterias:** uma abordagem motivadora e facilitadora para aprendizagem de probabilidade no ensino médio. 2013. 66f. Dissertação (Mestrado em matemática) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=135&id2=39544">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=135&id2=39544</a>. Acesso em: 04 jan. 2025.

.

JÚNIOR. C. M. B. "Oxe, e é isso mesmo?": o ensino de probabilidade através de problemas contraintuitivos. 2024. 51f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2024. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat-tcc.php?id1=7701&id2=171057691">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat-tcc.php?id1=7701&id2=171057691</a>. Acesso em: 20 jan. 2025.

MIRANDA, Juliana. **A história das Loterias**. Site de Curiosidades, 2013. Disponível em: <a href="http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/a-historia-das-loterias.html">http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/a-historia-das-loterias.html</a>>. Acesso em 02 jan. 2025.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. Ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROCCO, L. R. O. de. **História da Teoria das Probabilidades.** GPET Física Unicentro, 2020. Disponível em: <a href="https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/04/02/historia-da-teoria-das-probabilidades/">https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/04/02/historia-da-teoria-das-probabilidades/</a>. Acesso em: 17 jan. 2025.

SILVA, Angélica Pereira da. **Jogos de loteria:** uma aplicação de probabilidade. 2018. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=4524&id2=170480202">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=4524&id2=170480202</a>. Acesso em: 13 jan. 2025.

SILVA, Davyd Coutinho. **Análise de Probabilidades e Padrões Lotéricos na Mega-Sena:** simulando estratégias e apresentando alternativas financeiras. 2024. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Piauí — Centro de Ciências da Natureza, Teresina, 2024b. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7804&id2=171057510">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7804&id2=171057510</a>. Acesso em: 05 jan. 2025.

SOARES, Elton José. **Probabilidade, erros intuitivos e falácias:** uma abordagem para o ensino médio. 2024. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2024. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7678&id2=171058140">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7678&id2=171058140</a>. Acesso em: 26 dez. 2024.

SOUKEFF, F. E. B. **Jogo Mega-Duque:** uma proposta para o ensino de probabilidade. 2014. 78f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Ilha Solteira, 2014. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=1355&id2=613">https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=1355&id2=613</a>. Acesso em: 15 jan. 2025.

TORRES, Antônio Fábio do Nascimento. **Probabilidade e Esperança Matemática em jogos de loteria:** mobilizando conhecimentos e criatividade dos estudantes. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2023. Disponível em: <a href="https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7125&id2=171057030">https://sca.profmat\_sbm.org.br/profmat\_tcc.php?id1=7125&id2=171057030</a>. Acesso em: 08 jan. 2025.

TRUJILLO FERRARI, A. Metodologia da ciência. 3. Ed. Rio de Janeiro: Kennedy, 1974.

VASCONCELOS, C. B.; ROCHA, M. A. **Análise Combinatória e Probabilidade.** 3ª ed. Fortaleza: EdUECE, 2019.