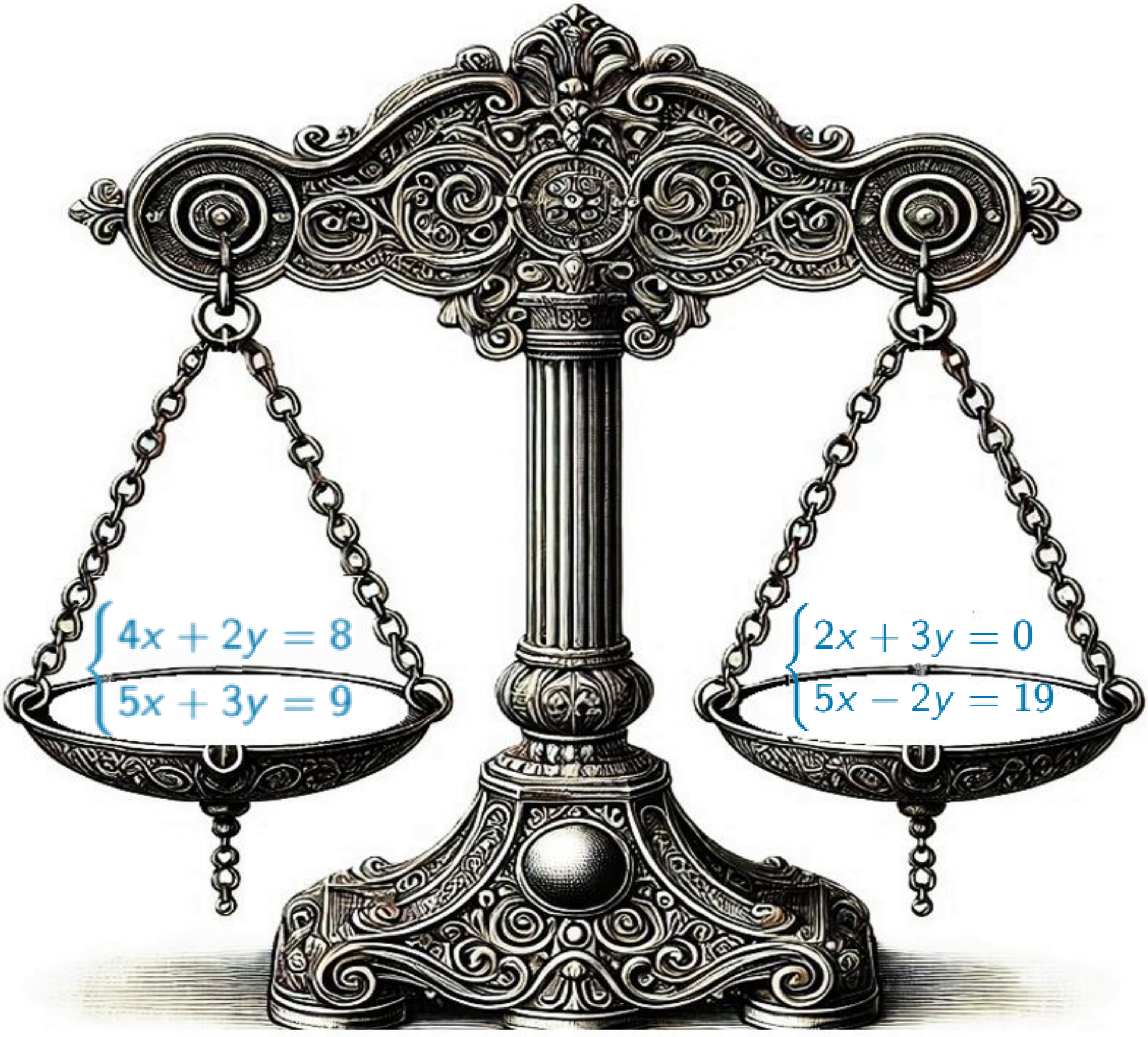
Produto Educacional

Sequência Didática para o Ensino de Sistema de Equações Polinomiais de 1º grau com duas incógnitas



Dion Espirito Santo da Cunha
Acylena Coelho Costa

Belém - 2025

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor da Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora da Universidade do Estado do Pará

Luanna de Melo Pereira Fernandes
Pró-Reitora de Pesquisa e Pós-Graduação

Acylena Coelho Costa
Pró-Reitora de Graduação

Higson Rodrigues Coelho
Pró-Reitor de Extensão

Carlos José Capela Bispo
Pró-Reitor de Gestão e Planejamento

Frederico da Silva Bicalho
Diretor do CCSE

Pedro Franco de Sá
Coordenador do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Saul Rodrigo da Costa Barreto
Vice-Coordenador do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Robertyson Martins Castro
Secretário do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Diagramação e Capa: Rosângela Silva dos Santos
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Cunha, Dion Espírito Santo da
Sequência didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas / Dion Espírito Santo da Cunha, Acylena Coelho Costa. - Belém, 2025.
Produto educacional vinculado à Dissertação “Uma engenharia didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas” do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2025.
ISBN: 978-655291028-8
1.Equações-Estudo e ensino.2. Prática de ensino.3. Engenharia didática I. Coelho, Acylena Coelho. II. Título.
CDD 23 ed. 515.35

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS".**

Mestrando: **DION ESPÍRITO SANTO DA CUNHA**

Data da avaliação: **22/05/2025**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

(X) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental ( ) Professores doEnsino Médio

( )Outros: ____________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) JogoDidático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ____________________

b) *Possui URL:* ( ) Sim, qual o URL: ____________________

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

( ) Não.Justifique? ____________________

d) *Éadequadoao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

e)*Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(X) Sim, onde: ______

( ) Não,justifique: ______

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: ______

( ) Não,justifique: ______

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

( ) Sim, onde: ______

( ) Não,justifique: ______

( ) Não se aplica

d)*Em qual condiçãoo produto educacional foi aplicado?*

(X) na escola, como atividade regular de sala de aula

( ) na escola, como um curso extra

( ) outro: ______

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

(X) Alunos doEnsino Fundamental

( ) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores doEnsino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ______

( ) outros membros da comunidade, tais como ______

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Profa. Dra. **ACYLENA COELHO COSTA** (Presidente) Acylena Coelho Costa
Doutora em Educação Matemática
IES de obtenção do título: PUC/SP

Prof. Dr. **MIGUEL CHAQUIAM** (Examinador 01) ______
Doutor em Educação Matemática
IES de obtenção do título: UFRN

Profa. Dra. **IRENE CASTRO PEREIRA** (Examinador 02) ______
Doutora em Educação Matemática
IES de obtenção do título: USP

Sumário

1. APRESENTAÇÃO 7

2. APORTES TEÓRICOS 9

2.1. Teoria dos Registros de Representação semiótica 9

2.2. Engenharia Didática como Metodologia 11

3. ESTUDO DOS DOCUMENTOS OFICIAIS 14

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA 17

4.1. Sequência didática 18

4.2. Orientações ao professor 18

4.3. Blocos de Atividades 20

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 31

REFERÊNCIAS 32

1. APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional é uma sequência didática que foi fruto de uma pesquisa de dissertação intitulada de "Uma Engenharia Didática para o Ensino de Sistema de Equações Polinomiais de 1º grau com duas incógnitas" que pode ser encontrada no site do repositório da educapes a partir do link: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1000570. Tal sequência didática foi aplicada em uma turma de alunos do 8ºano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal na cidade de Belém (Pará), em que oobjetivo foi analisar indícios de aprendizagem a partir da aplicação dessa sequência didática,subsidiada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, sobre sistema de equaçõespolinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

A sequência didática foi estruturada de maneira a proporcionar uma abordagem diferenciada no ensino de sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas. Diferente do modelo tradicional, em que o ensino se dá por meio de definições e resoluções de listas de exercícios, essa proposta prioriza a participação ativa dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizado colaborativo e investigativo.

O desenvolvimento das atividades foi pautado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, buscando estimular a conversão entre diferentes registros representacionais, tais como o figural, o numérico e o algébrico. Assim, os alunos foram incentivados a explorar as inter-relações entre esses registros, o que possibilitou uma compreensão mais aprofundada dos conceitos matemáticos envolvidos.

Para a aplicação da sequência didática, foram organizados três blocos de atividades, cada um com objetivos específicos voltados para o desenvolvimento da compreensão conceitual dos sistemas de equações. O primeiro bloco abordou a relação entre equilíbrio e igualdade, utilizando metáforas como a balança para introduzir a ideia de equação. O segundo bloco enfatizou a conversão entre diferentes registros representacionais, enquanto o terceiro focou na resolução de sistemas utilizando métodos como substituição e adição.

A proposta foi aplicada em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal de Belém (Pará). Durante a implementação, foram coletados dados qualitativos por meio de observações, registros escritos dos alunos e questionários, a fim de analisar os indícios de aprendizagem e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao longo do processo.

Os resultados evidenciaram que a abordagem favoreceu o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, estimulando a autonomia na resolução de problemas e promovendo uma maior interação entre os diferentes registros representacionais. Além disso, observou-se um engajamento significativo dos estudantes, que demonstraram maior interesse e motivação ao participar das atividades propostas.

Espera-se que este material possa servir como referência para outros professores que desejam inovar no ensino de sistemas de equações polinomiais de 1º grau, proporcionando aos alunos uma experiência de aprendizado mais significativa e eficaz.

2. APORTES TEÓRICOS

Apresenta-se neste capítulo o referencial teórico e metodológico adotado no presente estudo que serão fundamentais para a elaboração e execução da sequência didática que se pretende desenvolver. O referencial teórico está baseado nos estudos de Raymond Duval no que diz respeito a Teoria dos Registros de Representação Semiótica que dará a fundamentação teórica à análise dos resultados da nossa sequência didática. Já o referencial metodológico se deve aos estudos de Michèle Artigue que norteará a metodologia de aplicação da sequência didática.

2.1. Teoria dos Registros de Representação semiótica

Como essa pesquisa propõe a elaboração de uma sequência didática para ser desenvolvida com alunos do ensino fundamental, elegemos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRSS) de Raymond Duval como aporte teórico para a elaboração das atividades e realização das análises dos dados obtidos durante a fase experimental.

A seguir apresenta-se as principais ideias a respeito da teoria de Duval, bem como as principais implicações dela, os elementos imprescindíveis para a compreensão de sua escolha para se analisar os efeitos no processo de ensino e aprendizagem da sequência didática a fim de se alcançar os objetivos de pesquisa.

Em primeiro lugar será explicado o sentido da palavra semiótica. Segundo Queiroz, Ramos e Siple (2011, p. 18, apud Brandl, 2018, p. 21). "[...] Semiótica pode ser compreendida como sendo a ciência de todas as linguagens". Souza 2017 fornece exemplos dos vários tipos de representação que se pode encontrar:

> Essas representações semióticas são os gráficos, os diagramas, os esquemas, as figuras geométricas, os variados tipos de escritura para os números, escrituras algébricas, para expressar relações e operações, entre outros que servem para objetivar o entendimento que o sujeito tem do texto, bem como meios para decisões de avaliação que possa tomar, dessa forma, a passagem do texto para compreender o discurso ou análise não pode "ser trancada no mesmo registro de representação" (Duval, 1995, p.352 Apud Souza 2017, p. 37)

Segundo Brandl (2018), foi a partir da análise dos estudos de três pensadores, de diferentes áreas, como Saussure (Linguística), Peirce (Lógica) e Frege (Matemática) que se estabeleceram os fundamentos da Semiótica e foi analisando uma a uma, notando certas semelhanças e o que faltava em cada uma delas que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi elaborada, tendo como principal objetivo, compreender como ocorre o processo de ensino e aprendizagem na Matemática. A partir destas constatações Duval elaborou a Teoria de Registros de Representação Semiótica em 1995.

De acordo com Brandl (2018), Duval aponta que muitas pesquisas voltadas a investigação das dificuldades no ensino e na aprendizagem da matemática desconsideram a complexidade específica dessa área de saber se comparada com os outros campos de saberes e devido a isso ele propõe a (TRRS) como uma abordagem cognitiva.

Dois conceitos são fundamentais no estudo da Teoria de Duval, ou seja, os conceitos de semiose e noesis. Semiose se refere a apreensão ou produção de uma representação semiótica [de um objeto, por exemplo], já noesis diz respeito a apreensão conceitual desse objeto. (Duval, 2012)

A partir das visões do teórico supramencionado compreende-se que para que um sistema semiótico seja um registro deve permitir a realização de três atividade cognitivas: formação, tratamento e conversão.

a) "A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado" (Duval, 2012, p. 271). O Quadro 1 exemplifica a formação de uma representação identificável. Assim, como indica Duval (2012) podemos comparar uma representação com a realização de uma tarefa de descrição.

Quadro 1 – Exemplos de formação de uma representação identificável.

A formação de uma representação identificável	
Enunciado de um problema, em língua materna portuguesa, sobre sistema de equação polinomial de 1º grau.	A soma de dois números naturais resulta em 12. Se a diferença entre eles é 8, determine esses números.
Representação, em linguagem algébrica, do problema.	Representando-se os números por x e y e supondo $x > y$, tem-se: $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=8 \end{cases}$

Fonte: Cunha (2025, p. 20).

b) "O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada" (Duval, 2012, p. 272). Um exemplo do referido tratamento de uma representação se dá nas operações que se realizam nas equações de 1º grau objetivando a simplificação das expressões algébricas que as representam. Outro exemplo similar ocorre nas resoluções de sistemas de equações polinomiais de 1º grau. Nota-se, em ambos os casos, a transformação das respectivas representações iniciais, tendo nos cálculos das manipulações algébricas adequadas, a ferramenta básica para o tratamento das expressões simbólicas iniciais.

c) A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial (Duval, 2012). Para exemplificar, consideremos o enunciado de uma situação-problema, em língua materna, sobre sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas: “Num estacionamento há carros e motos, totalizando 116 veículos. O número de carros é o triplo do número de motos. Quantos carros há no estacionamento?”, ou seja, a situação problema proposta em língua materna, para ser solucionada, precisa passar por uma conversão de um registro (a língua materna) em um novo registro de representação, como o registro algébrico.

Ainda segundo Duval (2012), os registros semióticos são fundamentais no campo da Matemática uma vez que seus objetos não podem ser acessados de forma direta pois eles são abstratos e dessa forma só podem ser alcançados via suas representações. Isto está relacionado com a complexidade específica da Matemática que falamos anteriormente, pois, conforme podemos observar nos estudos da Biologia, por exemplo, cujos objetos de conhecimentos são visíveis e tangíveis.

Disso decorre o paradoxo cognitivo estabelecido pelo estudioso, segundo o qual “como não confundir o objeto matemática com a sua representação?”. Por exemplo, o registro algébrico de um sistema de equações não é o conceito deste objeto, mas sim uma das suas representações para alcançar este conceito. Ainda segundo Duval (2012), a compreensão de um objeto só será efetuada quando houver a coordenação de ao menos dois registros de representação para o mesmo objeto, pois cada registro de representação é parcial em relação a ideia conceitual do que se pretende estudar.

Então, quando um sistema cognitivo possibilita as atividades de Formação, Tratamento e Conversão, segundo Duval (2012), estaremos diante de um registro de representação semiótica o qual apresenta três fenômenos correlacionados: diversificação e registros de representação semiótica, diferenciação entre forma e conteúdo e coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica.

Assim, como o objeto de estudo, Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, exige o uso das representações semióticas para a sua obtenção conceitual, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval se faz importante em nossa pesquisa para a análise do aprendizado dos alunos.

2.2.Engenharia Didática como Metodologia

A presente pesquisa possui uma abordagem qualitativa, de natureza experimental, na qual consideramos os pressupostos teóricos da Engenharia Didática de Michèle Artigue. Nesse sentido, para atender os objetivos desse estudo, elaboramos uma sequência didática envolvendo o conteúdo sobre Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas

O início dessa teoria, segundo Almouloud (2012, p. 23), emergiu dos estudos da Didática da Matemática, devido aos trabalhos de Yves Chevallard e Guy Brousseau, em 1982, e depois, em 1989, por Michèle Artigue. Segundo esta pesquisadora,

> o termo "engenharia didática" foi concebido para o trabalho didático comparável ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de sua área, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar objetos bem mais complexos do que os objetos depurados da ciência (Artigue, 1988 apud Almouloud, 2012, p. 26).

Uma característica fundamental da Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, diz respeito ao fato de ser um esquema experimental que está baseado nas realizações didáticas que ocorrem em sala de aula, isto é, "sobre concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino, permitindo uma validação interna a partir da confrontação das análises a priori e a posteriori" (Almouloud, 2012, p. 26).

Conforme assinala Artigue, qualquer pesquisa científica que tenha como embasamento teórico os princípios da Engenharia Didática, deve perpassar, necessariamente, pelas quatro fases: Análises preliminares; Concepção e análise a priori das situações didáticas; Experimentação e Análise posteriori e validação, conforme descrito sucintamente no Quadro 2.

A fase da análise preliminar desta pesquisa cujo objeto de ensino é "Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas" tratou das considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluiu também a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual situar-se-á a efetiva realização da sequência didática. Assim, na realização de nosso estudo consultamos documentos curriculares oficiais, pesquisas em artigos e dissertações, além de realizarmos diagnósticos com docentes e o estudo do nosso tema, no intuito de refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem do nosso objeto e desse modo construirmos elementos para a elaboração da sequência didática que executaremos na fase experimental.

Quadro 2 - Fases da Engenharia Didática

Análises preliminares	Considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.
Concepção e análise a priori das situações didáticas	O pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas). Na análise a priori devem ser levados em consideração os seguintes pontos: Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida; Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação. Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.

Experimentação	Consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.
Análise posteriori e validação	A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

Fonte: Cunha (2025, p. 23)

Concluída a fase preliminar, passamos à fase das Análises Prévias, na qual fizemos a construção da nossa sequência didática que levou em consideração os elementos da fase anterior, pois já estamos de posse das informações necessárias para planejar atividades de ensino levando em consideração as dificuldades analisadas no aprendizado de Sistema de equações polinomiais de 1º grau. De posse da sequência didática, faremos sua aplicação em sala de aula, ou seja, é a fase de experimentação. Em seguida, na quarta fase - Análise a posteriori e validação - procederemos com a verificação dos conhecimentos adquiridos pelos sujeitos investigados levando em consideração os Registros de Representação Semiótica de Duval.

Ao observarmos que na fase experimental deveremos, necessariamente, registrar as observações feitas na aplicação da sequência didática, observações estas que contarão, entre outros elementos, com os registros escritos, nas mais diversas formas (numérica, figural, algébrica entre outras) pelos alunos. Desse modo, a escolha de nosso referencial teórico – a Teoria dos Registros de Representação Semiótica – revela-se apropriada, pois conforme Duval (2012) para que haja apreensão de certo conceito é preciso que se consiga apreender ao menos dois registros de representação.

A seguir, no capítulo 3, apresentaremos as análises dos estudos feitos a partir da consulta aos documentos oficiais que tratam, entre outros, sobre o ensino do objeto de conhecimento tema dessa pesquisa.

3. ESTUDO DOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Esta pesquisa levou em consideração os apontamentos feitos tanto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática) quanto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de Sistema de equações que é objeto de estudo das turmas de 8º ano do Ensino Fundamental, pois tais documentos são as principais referências norteadoras da prática docente e de pesquisas em educação em nível nacional. Importante ressaltar que no PCN-03(Matemática) os 3º e 4º ciclos, na época, se referiam às 5ª e 6ª séries do 1º grau e 7ª e 8ª séries do 1º grau, respectivamente. Os conteúdos de matemática eram organizados para os 3º e 4º ciclos da seguinte maneira:

a) Conceitos e procedimentos;
b) Números e operações (álgebra);
c) Espaço e forma;
d) Grandezas e medidas;
e) Tratamento da informação;
f) Atitudes.

E é justamente dentro do item a (números e operações) que o objeto matemático, fruto dessa pesquisa, encontra-se inserido.

A Matemática tem uma linguagem própria, por isso acreditamos que a falta de conhecimentos mínimos dessa linguagem, a crescente resistência dos alunos em compreender a forma de comunicação nessa disciplina são alguns dos responsáveis pelo analfabetismo funcional em Matemática. Não ao acaso, os PCN-Matemática – indicam, entre vários objetivos do Ensino Fundamental, que os alunos sejam capazes de utilizar as diferentes linguagens-verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação; (Brasil, 1998 p. 7)

Uma das características mais marcantes da Matemática é a linguagem algébrica, presente em vários objetos de estudo dessa ciência como os Sistemas de equações. Os conteúdos matemáticos nos PCN estão organizados nos seguintes blocos: Número e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No bloco número e Operações, no que se refere aos objetivos da Matemática para o 4º ciclo (8º e 9º anos do Ensino Fundamental/9), os PCN, no que tange à Sistema de equações com duas incógnitas, indicam que o ensino dessa disciplina deve visar o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos (Brasil, 1998 p. 81).

Sobre os conceitos e procedimentos, previstos nos PCN, espera-se que os alunos consigam fazer a "tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las" (Brasil, 1998 p. 87). Além disso, que resolvam "situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano" (Brasil, 1998 p. 88). Desse modo, o documento recomenda que sejam feitas as discussões a respeito do significado das raízes encontradas, confrontando-as com o contexto da situação-problema proposta.

No que se refere aos procedimentos atitudinais, também se espera que os alunos se predisponham a fazer uso dos "conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos" (Brasil, 1998, p. 91). Tal aspecto mostra-se relevante, sobretudo pela relação direta que estabelece com o que já dissemos linhas atrás referente ao letramento matemático. Não nos parece ser uma tarefa fácil incentivar, motivar, mudar costumes etc., fazê-los sair de um processo de aprendizagem passivo para um mais participativo.

Conforme a BNCC o ensino fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266).

A BNCC propõe competências e habilidades conforme cada objeto matemático e estes objetos estão inclusos em cinco unidades temáticas assim classificadas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. O objeto de estudo desta pesquisa, sistema de equações, está incluso na unidade temática Álgebra.

O objeto tema dessa pesquisa se utiliza de vários tipos de registros de representação como a língua materna, a linguagem aritmética e a linguagem algébrica, entre outras. Ao observarmos as competências gerais da Matemática para o Ensino Fundamental, conforme a BNCC, destacamos aquela que está relacionada a essa diversidade:

> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (Brasil, 2018, p. 267).

Além das competências temos, para cada objeto do conhecimento, habilidades específicas que para nosso objeto matemático, Sistema de equações, a BNCC propõe a seguinte: "(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso" (Brasil, 2018, p. 313).

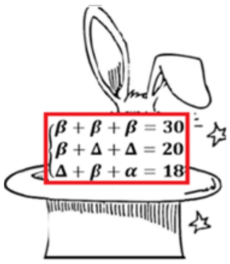
Esta pesquisa pretende tratar do objeto matemático, tema deste trabalho, de forma a atender as indicações feitas pelos documentos oficiais que, entre outras, recomenda que se atente ao letramento matemático, trate os objetos matemáticos de forma contextualizada propiciando um aprendizado menos mecânico por parte dos alunos, na busca por exemplificar sempre que possível as aplicações do objeto em estudo em contextos mais próximos quanto possível da realidade do aluno. Acreditamos que o uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, possa ser bem útil para essa finalidade uma vez que, segundo Duval, a apreensão conceitual de determinados objetos depende da apropriação de diferentes registros de representação.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Uma sequência didática é, nas palavras de Zabala (1998, p. 18), “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Para este autor uma sequência didática deve possuir uma estrutura que contemple três etapas, a saber: o planejamento, a aplicação e a avaliação. A sequência didática que este trabalho apresenta considera cada uma destas etapas.

A sequência didática que esta pesquisa propõe foi concebida e desenvolvida com a seguinte estrutura: Três blocos que vão de 1 até 4 atividades. Algumas dessas atividades contém apenas uma tarefa e outras até três. o Quadro 3 resume a estrutura dasequência de didática fruto desta pesquisa.

Quadro 3 - Blocos de Atividades da Sequência Didática

Bloco I – sobre equações de 1º grau	**Atividade 1**: *Tarefa única* (sobre balança e a ideia de equilíbrio) **Atividade 2**: *Tarefa única* (sobre a relação entre balança e equação) **Atividade 3**: Linguagem natural x linguagem algébrica *Tarefa 1* – sobre o dobro, o triplo, o quádruplo etc. de um número *Tarefa 2* – sobre metade, terça parte etc. de um número *Tarefa 3* – tradução de frases em língua natural para a linguagem algébrica
Bloco II – sobre os sistemas propriamente	Atividade 1: *Tarefa1, Tarefa2 e Tarefa3*: sobre desafios lógicos relacionados a sistemas de equações. Exemplo: 
Bloco III – sobre os métodos de resolução de sistemas	**Atividade 1**: interativa, em grupo *Tarefa1*, *Tarefa2*: envolvendo situações-problema acerca de sistema de equações

Fonte: Cunha (2025, p. 41)

4.1.Sequência didática

Uma sequência didática organizada com objetivos de aprendizagem bem definidos é fundamental para que os alunos alcancem as habilidades necessárias para uma melhor compreensão não apenas de sistema de equações, mas também de outros assuntos a ele relacionados o que vai a favor de acordo com Cabral (2017) quando afirma que é preciso que o professor seja incansável na promoção de um discurso dialógico que possibilite aos alunos a reconstrução de conceitos, a identificação de propriedades, a percepção de regularidades e o estabelecimento de generalizações, ainda que numa dimensão intuitiva (Cabral, 2017, p. 12).

A sequência didática, fruto da presente pesquisa, foi organizada levando-se em conta a definição de Zabala, além disso, ela foi planejada de tal maneira que pudesse propiciar aos alunos um momento de reflexão, no qual eles seriam levados a abandonar o modelo passivo de "aprendizagem", ou seja, o modelo tradicional de ensino segundo o qual o professor apresenta as definições do assunto, dá exemplos e então passa uma lista de exercícios.

Assim, a sequência didática que ora se apresenta foi organizada de forma a propiciar aos alunos experiências de participação ativa e momentos de diálogos, com o professor e com seus colegas de turma, durante a aula, sendo guiados, a partir das atividades selecionadas a um caminho que os permitam descobrir conceitos, regularidades e generalizações que lhes favoreçam o desenvolvimento do pensamento abstrato por si mesmos.

Para cada atividade houve uma apresentação detalhada contendo, por exemplo, título da atividade, objetivo e material necessário para realização dela. Além disso, havia espaço indicado onde os alunos puderam registrar suas ideias e responder aos questionamentos das tarefas.

4.2.Orientações ao professor

A sequência didática a seguir, foi elaborada a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e contou com 3 blocos de atividades que, em linhas gerais, estão relacioanados com os princípios da igualdade (a partir da relação entre o equilíbrio entre os dois braços de uma balança e uma equação), a conversão entre registros de representação (do registro figural e em linguagem natural para o registro em linguaguem algébrica), desafios lógicos (a partir dos quais são apresentadas situações-problema relativas a sistema de equações polinomiais de 1º grau) e situações-problema sobre sistema de quaçoes para serem resolvidas pelos métodos de resolução conhecidos por método da adição e método da substituição.

Os blocos de atividades foram planejados para serem desenvolvidos com os alunos do 8º ano do EF a fim de se desenvolver as ideias matemáticas relacionadas ao tema deste produto educacional por meios de variados de registros de representação, como por exemplo, o figural, a linguagem natural e a linguagem algébrica.

Cada bloco de atividade teve como objetivo o desenvolvimento, segundo Duval (2012), da capacidade de reconhecer as representações de um mesmo objeto matemático (no presente caso o sistema de equações), o tratamento das informações no mesmo registro a qual ele foi desenvolvido e a capacidade de conversão entre dois registros de representação, pelo menos.

Dessa forma, orientamos que a aplicação de cada bloco da sequência didática seja dividida em alguns momentos:

1º momento: separe a turma em grupos de 2 ou 3 alunos (porém, se preferir, as atividades podem ser desenvolvidas individualmente);

2º momento: entregue o bloco de atividades aos grupos (ou individualmente a cada aluno) e oriente que eles irão resolver as atividades sozinhos, sem ou com o mínimo de interferência do professor, para que possa ser estimulada a autonomia, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a troca de informações (caso a atividade seja realizada em grupo) e o trabalho em equipe (caso a turma esteja dividida em grupos);

3º momento: entregue a folha de formalização para cada grupo (ou a cada aluno que tenha feito sua atividade de forma individual) e em seguida, explique formalmente, utilizando o quadro de escrever, ou o Datashow, a relação das situações abordadas nas atividades com o conteúdo de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas. Aqui, é importante fornecer um ambiente em que possa haver uma troca entre professor e aluno, assim como o esclarecimento das possíveis dúvidas que podem ocorrer durante o processo de resolução das atividades.

OBS: A Atividade 1 do Bloco I, intitulada "Operando com uma balança" foi desenvolvida, num primeiro momento, com uma balança real de dois pratos onde foram feitas simulações de equilíbrio e desequilíbrio na balança. Com o surgimento das balanças digitais entende-se que não é tão fácil encontrar uma balança de dois pratos e levá-la para sala de aula. Para contornar tal situação é indicado abaixo dois links do youtube que oferecem tutoriais de como se usar uma balança nas aulas de matemática e/ou construir uma tal balança com material de fácil encontrabilidade pelos alunos (inclusive uma boa dica para dinamizar a aula seria pedir que os alunos trouxessem os materiais e juntos confeccionassem a balança em sala de aula)

https://www.youtube.com/watch?v=-vIlYGn82j0 Acesso em 26 mar. 2025.

https://www.youtube.com/watch?v=_Qjk8hPKBZA&t=110s Acesso em 26 mar. 2025.

A seguir, são apresentados os blocos de atividades que compõe o conteúdo de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas e suas respectivas formalizações.

4.3.Blocos de Atividades

BLOCO I

BLOCO I – EQUAÇÃO DE 1º GRAU, REVISÃO DE PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS

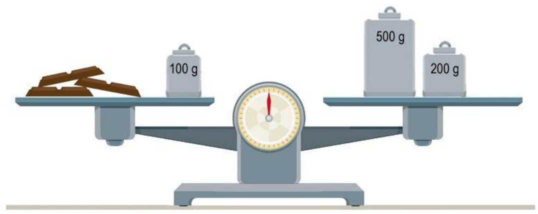
ATIVIDADE 1: Operando com uma balança

OBJETIVO: Estabelecer as propriedades da igualdade que são essenciais para a compreensão dos procedimentos operatórios da resolução de uma equação de 1º grau.

MATERIAL A SER UTILIZADO: Caneta/Lápis, borracha, balança, objetos para colocar na balança, papel A4 e roteiro de atividade.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa única: Considere a figura abaixo que representa uma balança de dois pratos. Observando com atenção, responda as seguintes indagações:



a) O que acontece se adicionarmos um bloco com massa de 100g no prato da balança à esquerda?

____

____

b) O que você faria para que a balança se equilibrasse após o acréscimo dos 100g no prato da balança à esquerda?

____

____

c) O que aconteceria se retirarmos um bloco de 200g do prato do lado direito?

____

____

d) O que você faria para que a balança se equilibrasse após a retirada do bloco de 200 g?

____

____

FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 1 -BLOCO I

ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 1

Os itens “a”, “b”, “c” e “d” da Tarefa 1, acima, ilustram como é possível alcançar o equilíbrio de uma balança de dois pratos a partir do acréscimo ou retirada de objetos em cada lado dela. Em Matemática, costuma-se fazer o uso de símbolos para representar situações como dessa balança. O símbolo usado para o equilíbrio é o sinal de igualdade,$=$, como usado nos seguintes exemplos: $10 = 10$, $3 + 5 = 2 + 6$.

Para se alcançar o equilíbrio numa de balança de dois pratos, após acrescentar ou retirar um objeto em um dos dois lados da balança, a mesma operação, deverá ser feita no outro lado dela, ou seja, para que o símbolo de igualdade, $=$, seja verificado, ambos os membros da igualdade devem possuir a mesma quantidade. Assim, tudo que for feito de um lado da igualdade, deverá ser feito no outro lado, a fim de não alterarmos a igualdade (o equilíbrio). Veja o exemplo a seguir:

$$10 = 10 \Rightarrow 10 + \mathbf{3} = 10 + \mathbf{3}$$

A pergunta posta no item c da Tarefa 1 instiga a se pensar em como se alcançar o equilíbrio na balança. Esses procedimentos, na balança, de se acrescentar ou se retirar objetos, a fim de se obter o equilíbrio, recebem o nome, na Matemática, de Princípios Aditivo e Multiplicativo, que são os princípios de equivalência da igualdade. Em linguagem matemática pode ser escrito da seguinte forma:

Se $a = b$, então $a + c = b + c$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c. Isso significa que quando é somada a mesma quantidade aos dois membros de uma igualdade, esta se mantém. Também vale a mesma ideia ao ser somado o simétrico de um número aos dois membros, isto é,

Se $a = b$, então $a + (-c) = b + (-c)$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c. Isso significa que quando somando-se o simétrico de um número aos dois membros da igualdade, ela se mantém.

Além desse princípio também se tem o princípio multiplicativo segundo o qual ao se multiplicar ambos os membros de uma igualdade, por um mesmo número, tal igualdade não se altera. Isto é, se $a = b$, então $\mathrm{a} \times \mathrm{c} = \mathrm{b} \times \mathrm{c}$, quaisquer que sejam os números reais a, b e c.

ATIVIDADE 2: Comparando uma balança de dois pratos com uma equação.

OBJETIVO: Mostrar a representação algébrica de uma equação do 1º grau com uma incógnita.

MATERIAL A SER UTILIZADO: atividade impressa, papel, caneta/lápis, quadro branco e pincel.

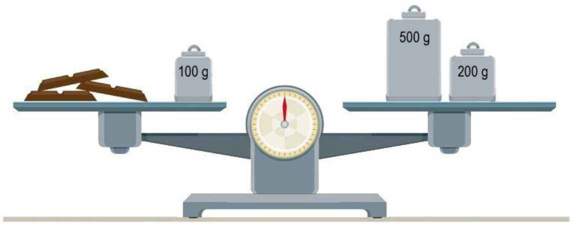
PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 – Considere as figuras das balanças ilustradas abaixo, todas em equilíbrio. Recorde do que foi dito na atividade 1, sobre o fato de que o equilíbrio da balança pode ser representado na forma escrita pelo símbolo $'' = ''$.

OBS: Lembre que a soma dos objetos semelhantes na esquerda e a soma dos objetos semelhantes na direita da balança deve ser igual. Lembre-se também que você pode representar qualquer objeto desconhecido por qualquer letra do nosso alfabeto, por exemplo, pode usar a letra $\boldsymbol{c}$ para representar o chocolate por se tratar da letra inicial dessa palavra ($\boldsymbol{c}$ de chocolate).

Agora responda às seguintes questões:

a) Qual representação escrita você pode fazer para representar o equilíbrio da balança abaixo?



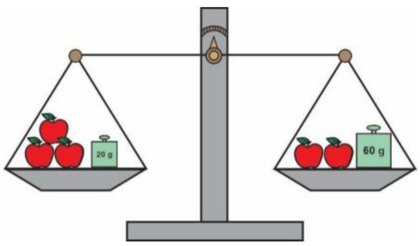
Resposta:

____

____

b) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

Resposta:



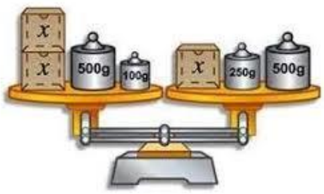
____

____

c) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?

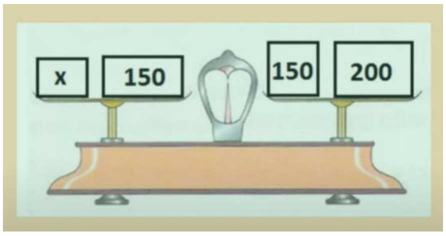
Resposta:

d) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?



Resposta:

e) Qual representação escrita, para representar o equilíbrio da balança abaixo, você poderia fazer?



Resposta:

FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 2 -BLOCO I

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Conforme dito anteriormente, o equilíbrio de uma balança de dois pratos simboliza, matematicamente, uma *equação*. Quando você respondeu o item “a”, por exemplo, da tarefa 1, você criou uma representação escrita para uma situação real. Você escolheu uma representação escrita para a barra de chocolate. Em matemática, quando se quer representar por escrito um valor desconhecido, se representa-o por meio de uma das letras do alfabeto latino. A essa letra dá-se o nome de *Incógnita*. Quando o expoente da incógnita é o número 1, se diz que a equação é uma *Equação polinomial de 1º grau*. Para resolver uma equação polinomial de 1º grau, se usam as propriedades da igualdade, isola-se a incógnita em um dos dois membros da igualdade, efetuam-se as operações aritméticas presentes no outro membro. Ao final dessas operações tem-se o valor da incógnita determinado.

ATIVIDADE 3: Língua natural versus linguagem algébrica

OBJETIVO: Compreender a tradução de um texto em língua natural para a linguagem algébrica.

MATERIAL: papel, caneta/lápis, borracha, pincel para quadro branco, roteiro de atividades, cartões, fita crepe.

PROCEDIMENTOS:

Tarefa 1 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna do "dobro de um número", depois a coluna do "triplo de um número" e assim por diante.

Número	O dobro	O triplo	O quádruplo	O quíntuplo	O sêxtuplo
4					
7					
10					
14					
20					
Um número					
x					

Tarefa 2 - Preencha o quadro a seguir, completando uma coluna de cada vez, ou seja, primeiro preencha a coluna da "metade de um número", depois a da "terça parte de um número" e assim por diante.

Número	A metade	A terça parte	A quarta parte	A quinta parte	A sexta parte
10					
15					
20					
45					
42					
Um número					
x					

Tarefa 3 - Traduza as seguintes frases, em língua natural, para a linguagem algébrica.

Frases em língua natural	Tradução para a linguagem algébrica
O triplo de um número	
A soma de dois números	
Um número somado com seu dobro	
Um número somado com 20	
A metade de um número menos 10	
A diferença entre um número e 8	
A quinta parte de um número somado com 10	

FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 3 -BLOCO I

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1, foi pedido que calculassem o dobro de um número. Espera-se que você entenda que para calcular o dobro de um número basta multiplicar o número por 2. Por exemplo, o dobro de 4 é 2×4. Já o dobro de 7 é 2×7. Assim, para calcular o dobro de qualquer número, é suficiente multiplicar esse número por 2. Como um número qualquer (a incógnita) pode ser representada na forma escrita, pela letra x, por exemplo, (mas você pode representar sua incógnita por qualquer uma das 26 letras do alfabeto latino), o dobro de um número, na forma escrita, deve ser representado por $2 \cdot x$, ou seja, $2x$. De forma semelhante se faz para o triplo, quádruplo, quíntuplo, sêxtuplo e assim por diante.

Na tarefa 2, foi pedido que calculassem a metade de um número. Espera-se os alunos entendam que para calcular a metade de um número basta dividir o número por 2. Por exemplo, a metade de 10 é $10 \div 2$. Já a metade de 15 é $15 \div 2$. Assim, para calcular a metade de qualquer número, é suficiente dividir esse número por 2. Como um número qualquer (a incógnita) pode ser representada na forma escrita, pela letra x, por exemplo, (mas você pode representar sua incógnita por qualquer uma das 26 letras do alfabeto latino), a metade de um número, na forma escrita, deve ser representado por $x \div 2$, ou, $\frac{x}{2}$. De forma semelhante se faz para a terça parte (onde se divide por 3), a quarta parte (onde se divide por 4), a quinta parte (onde se divide por 5) e assim por diante...

Na tarefa 3, já com a experiência adquirida nas tarefas 1 e 2, é hora de utilizar as operações matemáticas básicas junto com as expressões dobro, triplo, metade, terça parte etc.

Por exemplo, na linha onde se pede que se escreva, no registro algébrico, a partir do registro em lingua natural “um número somado com o seu dobro”, espera-se que após escolherem a letra que represente o número, por exemplo a letra x, consigam escrever a expressão: $x + 2x$

BLOCO II

BLOCO II: SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: CONCEITOS E IDEIAS

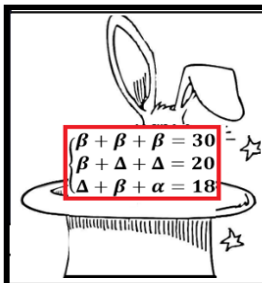
ATIVIDADE 1: Desafios lógicos

OBJETIVO: Compreender como os desafios da lógica podem ser usados para abordar os sistemas de equações polinomiais de 1º grau.

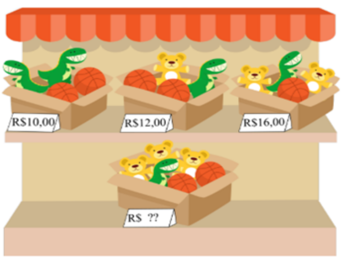
MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha.

PROCEDIMENTO:

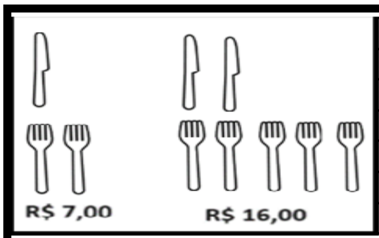
Tarefa 1 - Nas equações da cartola abaixo há três símbolos diferentes: $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, **e** Δ. Eles representam números de salgados a serem desvendados. A quantidade de salgados que João comeu corresponde a operação: $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} - \Delta$. Descubra quantos salgados ele comeu e explique seu raciocínio nas linhas seguintes.



Tarefa 2 - Rosa quer comprar a caixa de brinquedos que está na prateleira inferior da estante. Informaram-lhe que o valor de cada caixa é igual à soma dos preços de todos os brinquedos que estão dentro de cada uma delas. Quanto custa a caixa de brinquedos que Rosa quer comprar? Justifique abaixo sua solução.



Tarefa 3 – Abaixo você tem o anúncio de que uma faca e duas garfos custam 7 reais e duas facas e cinco garfos custam 16 reais. Você pode dizer quanto custa cada faca e cada garfo? Comente seu raciocínio.



FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 1 -BLOCO II

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1 foi pedido que você calculasse o número de salgados que João comeu sabendo-se que ele comeu $\alpha + \ \beta - \Delta$. Para responder a essa pergunta, você precisa inicialmente determinar os valores de cada uma das letras $\alpha,\ \beta\ e\ \Delta$. Como na primeira equação se tem a informação de que $\beta + \beta + \beta = 30$, você poderia concluir que $\beta = 10$, e de posse desse valor, poderia usar essa informação na segunda equação, $\beta + \Delta + \Delta = 20$, e chegar a conclusão de que $\Delta = 5$. Finalmente você chega à terceira equação, $\alpha + \beta + \Delta = 18$, usando-se os valores já determinados de $\beta\ e\ \Delta$, isto é, 10 e 5, respectivamente, para então concluir que $\alpha = 3$.

Portanto, $\alpha = 3$, $\beta = 10\ e\ \Delta = 5$, ou seja, a quantidade de salgados que João comeu é $\alpha + \ \beta - \Delta = 3 + 10 - 5 = 8$. Assim tem-se que a quantidade de salgados que João comeu foi 8.

Na tarefa 2...

Na tarefa 3...

BLOCO III

BLOCO III: MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

ATIVIDADE 1(EXPERIMENTAL): Quantos doces tem?

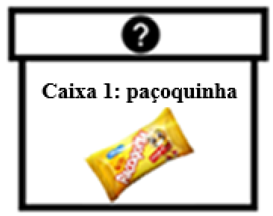
OBJETIVO: Compreender o uso da linguagem algébrica para a representação de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas além dos métodos adição e da substituição de sistema de equações.

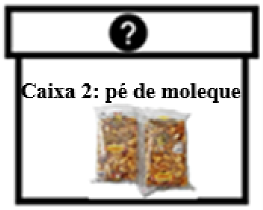
MATERIAL: folha de atividade, lápis, papel e borracha, duas caixas de papelão, paçoquinha.

PROCEDIMENTO:

Tarefa 1: A turma deve formar dois grupos, nomeados de A e B e seguir as instruções dadas no quadro abaixo. No quadro há espaços indicados para o preenchimento de dados importantes para a solução da tarefa. Para esta tarefa considere que há 9 paçoquinhas e 1 pé de moleque.

Instruções

<table>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th></tr>
<tr><td>




Observe e anote quantas paçoquinhas tem na caixa1 e quantos pés-de-moleque tem na caixa2. Não diga ao grupo B essas informações.

Nº paçoquinhas na caixa1:_________
Nº pés de moleque na caixa2:__________
</td>
<td rowspan="2">Escolha duas incógnitas, uma para representar a quantidade de paçoquinha e outra para a quantidade de pés de moleque.
<table>
<tr><td>Incógnitas</td><td>O que essa incógnita representa?</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
Anote as informações de soma e diferença dadas pelo grupo A.

Soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:______________________
(aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas)

Diferença das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:_____________
(aqui você vai representar, algebricamente, uma equação com duas incógnitas)

Escreva, em linguagem algébrica, o sistema de equações polinomiais de 1º grau associado.
Em seguida resolva o sistema e responda: quantos paçoquinha e quantos pés de moleque tem em cada caixas?

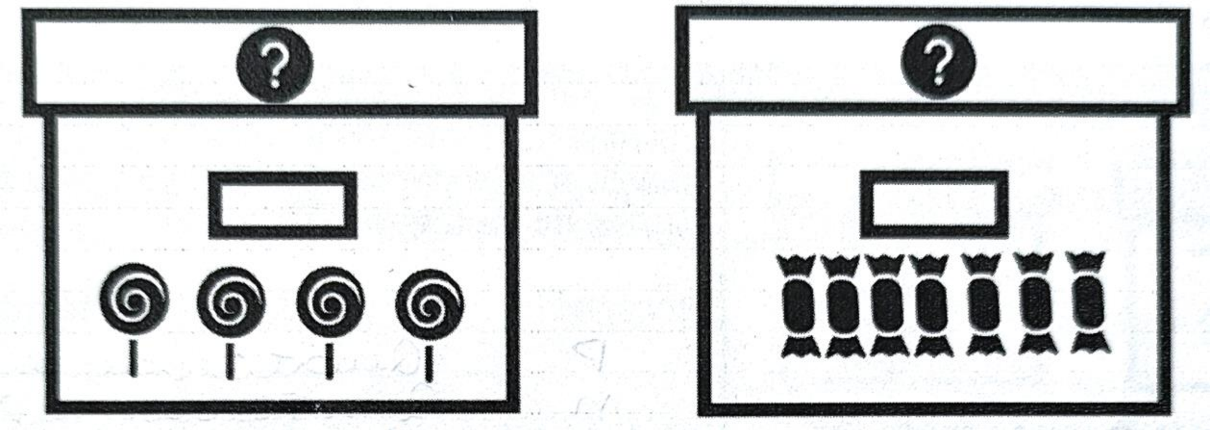
$\{$
</td></tr>
<tr><td>Informe ao grupo B a soma das quantidades de paçoquinha e de pés de moleque nas caixas
Soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____

Diferença das quantidades de paçoquinha e pés de moleque:____</td></tr>
</table>

Resposta:

____
____
____

Tarefa 2: Você tem bombons e pirulitos distribuídos em duas caixas da seguinte maneira: uma contém apenas bombons e outra apenas pirulitos. Você sabe que a caixa de bombons tem uma quantidade que é o dobro da quantidade de pirulitos e que a soma das quantidades de bombons e pirulitos é 45. Quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa?



Resposta:

____

____

____

____

____

FORMALIZAÇÃO DA ATIVIDADE 1 -BLOCO III

ABORDAGEM MATEMÁTICA

Na tarefa 1 um grupo informa ao outro grupo a soma e a diferença das quantidades de paçoquinhas e pés de moleque que estão dentro de duas caixas. Em seguida pergunta quantas paçoquinhas e quantos pés de moleque tem em cada caixa. Por exemplo, se a soma das quantidades de paçoquinha e pés de moleque é 11 e a diferença é 3, o grupo B deve, inicialmente, adotar o uso de uma letra para representar os pés de moleque, por exemplo, a letra “m”, e uma letra para representar as paçoquinhas, por exemplo, a letra “p”. Feito isso, a representação, em linguagem algébrica, da soma e da diferença dos doces, poderia ser assim

$$\begin{cases} m + p = 11 \\ m - p = 3 \end{cases} \quad (1)$$

Essa forma de representação acima (1), para um conjunto de duas equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, é chamada de Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

Conforme visto na atividade 1 do primeiro bloco, as propriedades da igualdade podem novamente ser empregadas aqui. Se for somado, tudo que se tem nos primeiros membros e tudo que se tem nos segundos membros das igualdades, obtém-se:

$$m + p + m - p = 11 + 3$$

Cancelando os termos simétricos, resulta em

$$m + m = 14$$

Ou seja, $2m = 14$ e, portanto, multiplicando ambos os membros pelo inverso multiplicativo do 2, conclui-se que m= 7. E, como a soma é 11, pode-se escrever

$$m + p = 11 \Rightarrow 7 + p = 11$$

Somando-se o simétrico do 7 em ambos os membros obtemos

$$7 + (-7) + p = 11 + (-7) \Rightarrow p = 4$$

Assim, o número de paçoquinha é 4 e o número de pés de moleque é 11.

Na tarefa 2, se quer descobrir quantos bombons e quantos pirulitos tem em cada caixa. Sabe-se que a soma dos doces é 45 e que o número de bombons é o dobro do número de pirulitos. Uma alternativa de resolução que se pode adotar é fazer uso da linguagem algébrica para reescrever a situação problema de uma forma mais simplificada. Se for usado "b" para representar a quantidade de bombons e "p" para a quantidade de pirulitos, pode-se escrever assim

$$\begin{cases} b + p = 45 & (1) \\ b = 2p & (2) \end{cases}$$

Agora, observa-se que a segunda equação estabelece uma relação entre as incógnitas "b" e "p", ou seja, b= $2p$, pode-se substituir essa relação na primeira equação. Aí tem-se

$$2p + p = 45$$

Isto é,

$$3p = 45$$

Multiplicando-se os dois membros pelo inverso multiplicativo de 3, conclui-se que $p = 15$. E, como o número de bombons é o dobro do número de pirulitos, concluímos que b= 30. Assim, o número de bombons é 30 e o número de pirulitos é 15.

Esta forma de determinar os valores das incógnitas em duas equações, como foi feito na tarefa 2 acima, é o que se chama de Método da Substituição que é um dos métodos de resolução dos sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente produto educacional é uma consequência da aplicação da sequência didática fruto da dissertação de mestrado de Cunha (2025) que foi validada pelo programa de pós-graduação em ensino de matemática da Universidade do Estado do Pará e cuja aplicação obteve resultados positivos que demontram sua elegibilidade para aplicação no contexto da sala de aula com alunos do 8º ano do ensino fundamental e mesmo para alunos do 9º ano que precisem revisitar os conhecimentos sobre sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas. Este produto educacional visa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do referido objeto matemático de modo a construir uma educação escolar onde os alunos sejam mais participativos quanto à construção do seu próprio saber acadêmico. Espera-se que os professores de matemática do ensino fundamental apreciem este produto e possam utilizá-lo no planejamento e desenvolvimento de suas aulas

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, MARIA J. F. **Engenharia didática: evolução e diversidade**. Revemat: revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 27 jun. 2023.

BRANDL, E. As contribuições da teoria de registros de representação semiótica de Duval na aprendizagem de sistemas lineares no ensino médio. 2018. 185f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018. <http://www.bc.furb.br/docs/DS/2018/365324_1_1.pdf>. Acesso em: 14 jan. 2023.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. **Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval**. Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, *[S. l.]*, v. 2, n. 1, p. 1–26, 2018. Disponível em: https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/19419. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.** Brasília, MEC/SEF. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 12 out. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12 out. 2022.

CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ sequencias_didaticas.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.

COSTA, R. G.; SILVA, A. J. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. *In* 1 Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática. 16 - 19 nov. 2020.Disponível em: <https://matematicanaescola.com/ienopem/>. Acesso em: 21 abr. 2022.

CUNHA, D. E. S. **Uma engenharia didática para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas**. 2025, 116f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2025.

DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 8º ano: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo. Ática, 2019.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em 15 fev. 2023.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. (2020). **ENTREVISTA: RAYMOND DUVAL E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, *2*(3), 10–34. Disponível em: https://doi.org/10.33871/22385800.2013.2.3.10-34. Acesso em: 15 nov. 2024.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática** – Nova. 7ª série. São Paulo. FTD. 1998.

GOULART, A. M. A. **A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas.** 2014. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10997>. Acesso em: 23 dez. 2022.

MACIEL, N. O. **As relações contratuais e seus efeitos na passagem da equação do 1º grau para sistemas lineares**. 193 f. Dissertação de Mestrado em Educação e Ciências e Matemática – Universidade Federal de Pernambuco, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40041>. Acesso em: 20 nov. 2022

MORETTI, Méricles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática**. Revista Contrapontos, v. 2, n. 3, p. 343-362, 2002. Disponível em <https://periodicos.univali.br/index.php/rc/article/view/180> Acesso em 16 mar. 2025

OLIVEIRA, J. S. A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o geogebra. 2017. 119 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Educação Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3121>. Acesso em: 03 out. 2024.

RODRIGUES, R. J. **Aprendizagem significativa de sistemas de equações de 1º grau: Uma sequência didática para alunos do ensino fundamental**. 156 f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Federal de Uberlândia, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/33514>. Acesso em: 23 dez. 2022.

SILVA, C. F. Sistemas de equações lineares: contribuições de uma sequência didática à luz da teoria de registros de representações semióticas. 2021. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – UFN-RS, Santa Maria, 2021. Disponível em: < http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/ handle/UFN-BDTD/975>. Acesso em: 14 jan. 2023.

SILVA, Carolina Ferreira da; BISOGNIN, Vanilde. **Teoria de registros de representações semióticas e sistemas lineares: contribuições de uma sequência didática.** REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 16, p. 01-21, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/79048/46557>. Data do acesso: 10 jan. 2025.

SILVA, J. R. **Sistema de Equações Lineares: Possibilidades de Ensino por Meio de Uma Sequência Didática**. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: < http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559516>. Acesso em: 05 nov. 2022.

SILVA, M. R. P. **Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas**. 55 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática – IMPA, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/TCC_2017_milton_roberto_silva.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2022.

SILVA, N. A.; FERREIRA, M. V. V.; TOZETTI, K. D. **Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Curitiba. Disponível em: <https://www.academia.edu/36553983/UM_ESTUDO_SOBRE_A_SITUA%C3%87%C3%83O_DID%C3%81TICA_DE_GUY_BROUSSEAU>. Acesso em: 14 jul. 2022.

SILVA, S. A. O. **Erros e dificuldades no processo de ensinar e aprender a resolver sistemas de duas equações do 1º grau no 8º ano**. 103 f. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário). Universidade do Minho. Portugal. 2012. Disponível em: <https://hdl.handle. net/1822/24159>. Acesso em: 09 out. 2022.

SOUZA, H. T.; IGLIORI, S. B. C. **Convergências entre resolução de problemas e registro de representação semiótica**. Revista de Produção Discente em Educação Matemática, v.6, n.2, pp. 30-

41, 2017. Disponível em:<https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/35418/24244>. Acesso em 26/05/2024.

VASCONCELOS, A. M. **Uma Sequência Didática para o Ensino das Operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de Números Inteiros.** 201 f. Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020. Disponível em: < http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/570704>. Acesso em: 21 jan. 2023.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998. Disponível em: < https://pedagogiaparaconcursos.blogspot.com/2021/04/download-do-livro-pratica-educativa.html >. Acesso em out. 2023.

Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Departamento de Matemática, Estatística e Informática

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Tv. Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200, Belém - Pará