UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DENISE JANKOSKI

ATIVIDADES COM TECNOLOGIAS DIGITAIS SOBRE NÚMEROS PRIMOS, PERFEITOS E AMIGÁVEIS

CURITIBA

2025

DENISE JANKOSKI

ATIVIDADES COM TECNOLOGIAS DIGITAIS SOBRE NÚMEROS PRIMOS, PERFEITOS E AMIGÁVEIS

Activities with digital technologies about prime, perfect, and amicable numbers

Recurso Educacional decorrente de Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. A dissertação está disponível em <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/37228>.
Área de Concentração: Matemática na Educação Básica.
Linha de Pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.
Orientador: Prof. Dr. Rudimar Luiz Nós.
Coorientadora: Profa. Dra. Olga Harumi Saito.

CURITIBA

2025

RESUMO

Este recurso educacional apresenta sequências didáticas voltadas ao estudo dos números primos, perfeitos e amigáveis na Educação Básica. Essas sequências, alinhadas às competências e habilidades estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), foram organizadas na forma de atividades que estimulam a resolução de problemas e a compreensão dos conceitos relacionados aos diferentes conjuntos numéricos abordados, utilizando recursos tecnológicos como o soroban digital, o GeoGebra e o GNU Octave. As atividades propostas são contextualizadas e desafiadoras, incentivando o raciocínio lógico, a criatividade e o aprofundamento do pensamento crítico, além de aprimorar as habilidades relacionadas ao pensamento computacional de forma envolvente e significativa.

Palavras-chave: BNCC; GeoGebra; GNU Octave; pensamento computacional; soroban.

ABSTRACT

This educational resource presents didactic sequences focused on studying prime, perfect, and amicable numbers in Basic Education. These sequences, aligned with the competencies and skills outlined in the National Common Curricular Base (BNCC), are organized into activities that encourage problem-solving and understanding concepts related to the different numerical sets covered. The activities utilize technological tools such as the digital soroban, GeoGebra, and GNU Octave. The proposed activities are contextualized and challenging, fostering logical reasoning, creativity, and critical thinking while enhancing computational thinking skills in an engaging and meaningful way.

Keywords: BNCC; GeoGebra; GNU Octave; computational thinking; soroban.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 SOROBAN DIGITAL

Desde os primórdios, a Matemática tem sido uma companheira inseparável da humanidade, auxiliando na compreensão do mundo e no desenvolvimento de tecnologias. Ao longo dos séculos, diversas ferramentas foram criadas para facilitar os cálculos, e o soroban, o ábaco[1] japonês, destaca-se como um exemplo marcante de como a cultura e a inovação podem se unir para criar instrumentos que transcendem épocas e fronteiras, permanecendo relevantes até os dias atuais. Desta forma, apresentamos neste capítulo o soroban digital e o empregamos para explorar as operações de adição e divisão, assim como os critérios de divisibilidade.

O ábaco, instrumento de cálculo milenar, passou por diversas transformações ao longo da história. O soroban sofreu diversas transformações desde sua importação da China no século XVII. Sua evolução, marcada por adaptações às diferentes culturas e sistemas numéricos, culminou no modelo moderno, com contas lenticulares e configuração decimal. Essa trajetória, que se iniciou com simples sulcos na areia e pequenas pedras, demonstra a engenhosidade humana na busca por ferramentas de cálculo cada vez mais eficientes (Resende, 2018).

O soroban foi introduzido no Brasil por imigrantes japoneses em 1908. Sua popularização se deu em meados do século XX, com destaque para o trabalho de Fukutaro Kato. A adaptação do soroban para o ensino de deficientes visuais, realizada por Joaquim Lima de Moraes em 1949, foi um marco. A adição de borracha compressora tornou o instrumento mais acessível e eficaz, facilitando o aprendizado de conceitos matemáticos como unidade, dezena e centena. Essa adaptação contribuiu significativamente para a inclusão de pessoas com deficiência visual no ensino da Matemática, promovendo a autonomia e o desenvolvimento do raciocínio lógico (Alves; Souza, 2024).

1.1 APLICATIVO

O *simple soroban* é um aplicativo gratuito para Android que simula um ábaco japonês, também conhecido como soroban. Com ele, você pode aprender e praticar operações matemáticas como adição, subtração, multiplicação (de 1 e 2 dígitos) e divisão, tudo de forma interativa e divertida.

O aplicativo oferece dois modos principais:

- Modo Livre: permite que você use o ábaco livremente, explorando suas funcionalidades e praticando diferentes cálculos;
- Modo Desafio: apresenta desafios matemáticos com três níveis de dificuldade (fácil, médio e difícil) para você testar suas habilidades.

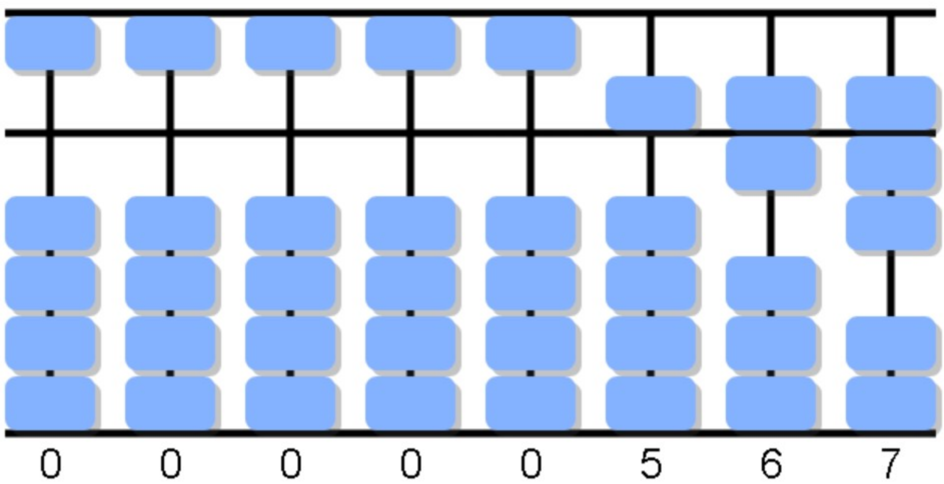
[1] A palavra ábaco deriva do grego “Abai”, que significa tábua de contar.

Além disso, o *simple soroban* inclui tutoriais básicos que explicam os conceitos fundamentais do ábaco e como realizar as operações matemáticas. Desenvolvido por Bruno Takahashi Carvalhas de Oliveira, o aplicativo pode ser baixado no Google Play Store através do link: <https://play.google.com/store/apps/details?id=br.net.btco.soroban>.

1.2 OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E DIVISÃO

O soroban é um instrumento de cálculo manual composto por hastes verticais com contas deslizantes. Cada haste representa uma posição decimal: unidades, dezenas, centenas, e assim por diante. As contas na parte superior valem 5 e as da parte inferior, 1. Representamos os números no soroban movimentando as contas em direção à barra horizontal. A Figura 1.1 ilustra a representação do número 567 no soroban. Este instrumento de cálculo é utilizado sobre uma superfície plana e lido da esquerda para a direita. A versão mais comum possui 21 hastes (Alves; Souza, 2024).

Figura 1.1 – Representação do número 567 no soroban



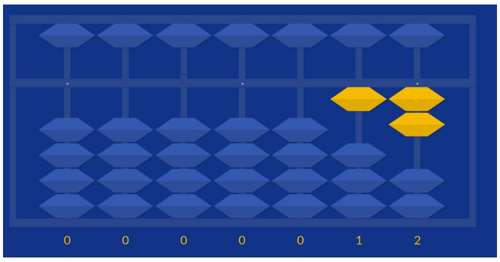
Fonte: Efuturo (2024).

O soroban é uma ferramenta visual e interativa que permite realizar operações básicas de forma intuitiva. De acordo com Alves e Souza (2024, n.p), “para somar no soroban, primeiro representamos o primeiro número da soma e depois vamos adicionando o segundo número nas contas da esquerda para direita”. Os Exemplos 1.1 a 1.4 ilustram o uso do soroban para efetuar somas.

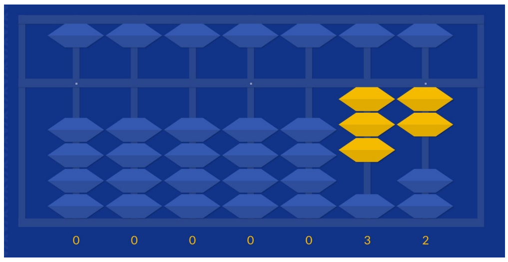
Exemplo 1.1. *Qual é o resultado de* $12 + 21$*?*

A Figura 1.2, mostra o passo a passo de como resolver esse cálculo usando o soroban. Primeiro representamos o número 12 no soroban – Figura 1.2(a). Em seguida, somamos 2 à haste das dezenas – Figura 1.2(b) – e 1 à haste das unidades – Figura 1.2 (c), obtendo o resultado 33.

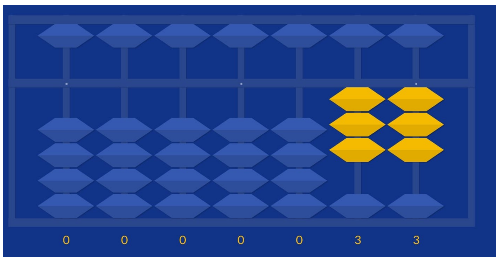
Figura 1.2 – Desenvolvimento do cálculo de $12 + 21$ no soroban: (a) representação do número 12; (b) adicionando 2 às dezenas; (c) adicionando 1 às unidades



(a)



(b)



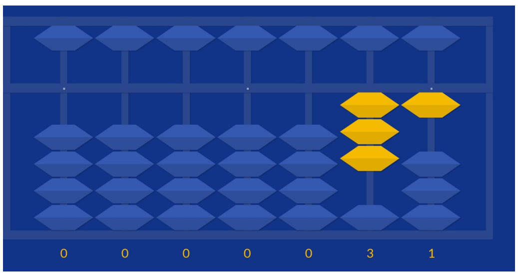
(c)

Fonte: Autora.

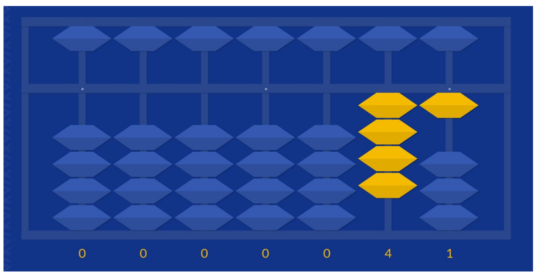
Exemplo 1.2. *Qual é o resultado de* $31 + 11$*?*

Primeiramente, representamos o número 31 no soroban – Figura 1.3(a). Na sequência, somamos 1 à haste das dezenas – Figura 1.3(b) – e 1 à haste das unidades – Figura 1.3(c), obtendo o resultado 42.

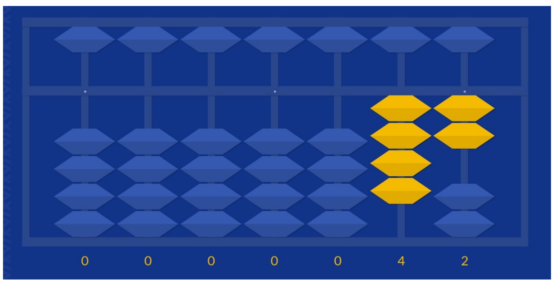
Figura 1.3 – Desenvolvimento do cálculo de $31 + 11$ no soroban: (a) representação do número 31; (b) adicionando 1 às dezenas; (c) adicionando 1 às unidades



(a)



(b)



(c)

Fonte: Autora.

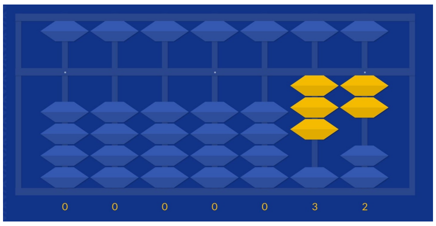
Embora os Exemplos 1.1 e 1.2 tenham sido realizados de forma direta, sem complicações, é importante ressaltar que nem sempre esse processo é tão simples, como aquele ilustrado no Exemplo 1.3.

Exemplo 1.3. *Qual é o resultado de* $32 + 14$*?*

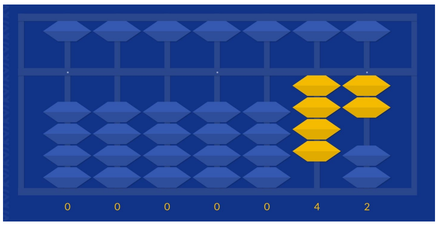
Seguindo o mesmo processo dos Exemplos 1.1 e 1.2, representaríamos o número 32 no soroban. Em seguida, adicionaríamos 1 às dezenas e, ao tentar adicionar 4 às unidades, encontraríamos um problema: não haveria contas suficientes para movimentar. E é nesse ponto que introduzimos o conceito de números amigos no soroban. No soroban, números amigos são pares de números cuja soma resulta em 5 ou 10. Esses pares facilitam significativamente as operações aritméticas. Ao realizar somas que exigem ajustes entre as colunas, os números amigos agilizam o processo, otimizando os cálculos (Rck, 2023). É importante ressaltar que os números amigos no soroban possuem significado diferente dos números amigáveis (Jankoski, 2025).

O princípio geral consiste em retirar o número amigo do valor que se deseja somar e, em seu lugar, adicionar 5 ou 10 na haste correspondente. Iniciemos destacando os pares de números que, somados, resultam em 5: $1 + 4$; $2 + 3$; $3 + 2$; $4 + 1$. Portanto, formamos os pares de números amigos 1 e 4, e 2 e 3, sendo que a amizade entre os números é recíproca (Rck, 2023). Por exemplo, ao tentar somar 3 em uma haste onde já há duas contas ativas, não há contas suficientes disponíveis. Nesse caso, retira-se o 2, que é amigo do 3, e adiciona-se uma conta de 5, solucionando a operação. Aplicando este método, podemos determinar no soroban o resultado da soma $32 + 14$ – Figura 1.4.

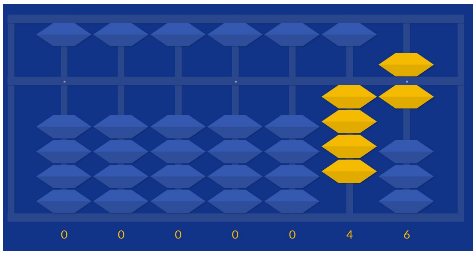
Figura 1.4 – Desenvolvimento do cálculo de $32 + 14$ no soroban: (a) representação do número 32; (b) adicionando 1 às dezenas; (c) adicionando 4 às unidades



(a)



(b)



(c)

Fonte: Autora.

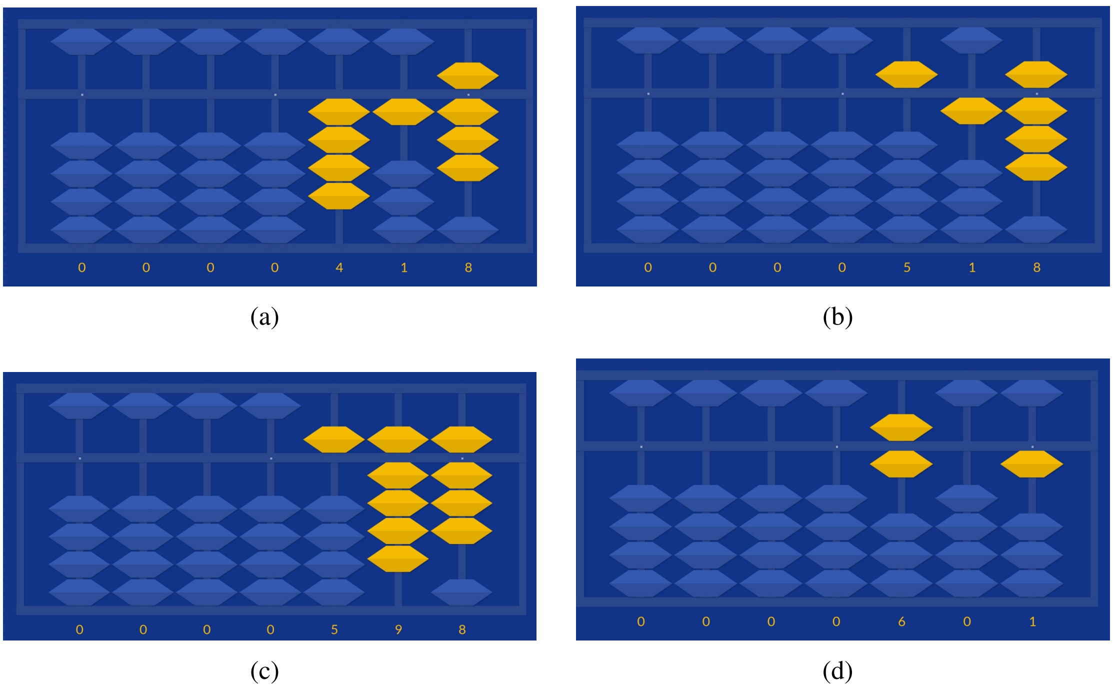
A Figura 1.4 apresenta o passo a passo de como resolver o cálculo: primeiramene, representamos o número 32 no soroban – Figura 1.4(a); em seguida, somamos 1 à haste das dezenas – Figura 1.4(b) – e, para que consigamos adicionar 4 à haste das unidades – Figura 1.4(c), teremos que retirar o seu amigo, que no caso é o 1, e adicionar 5. Após o término desse processo, obtemos o resultado 46.

Exemplo 1.4. *Qual é o resultado de* $418 + 183$*?*

Para efetuar essa soma, precisamos dos pares de amigos cuja soma é 10: 1 e 9, 2 e 8, 3 e 7, 4 e 6, e 5 e 5, cuja amizade é recíproca.

Inicialmente, representamos o número 418 no soroban – Figura 1.5(a). Em seguida, adicionamos 1 à haste das centenas – Figura 1.5(b). Para adicionar esse 1, verificamos que $4 + 1 = 5$, ou seja, temos que utilizar os pares de amigos cuja soma é 5. Como o amigo de 1 é 4, retiramos 4 da haste das centenas e adicionamos 5 a ela. Posteriormente, adicionamos 8 à haste das dezenas – Figura 1.5(c). Para adicionar 3 à haste das unidades, temos que retirar o amigo 7, uma vez que $8 + 3 > 10$. Assim, retiramos 7 das unidades e passamos 1 para as dezenas. Mas, para adicionarmos esse 1 às dezenas, temos que tirar seu amigo 9, pois $1 + 9 = 10$. Assim, retiramos 9 unidades das dezenas e então adicionamos 1 às centenas, obtendo assim o resultado 601 – Figura 1.5(d).

Figura 1.5 – Desenvolvimento do cálculo de $418 + 183$ no soroban: (a) representação do número 418; (b) adicionando 1 às centenas; (c) adicionando 8 às dezenas; (d) adicionando 3 às unidades



Fonte: Autora.

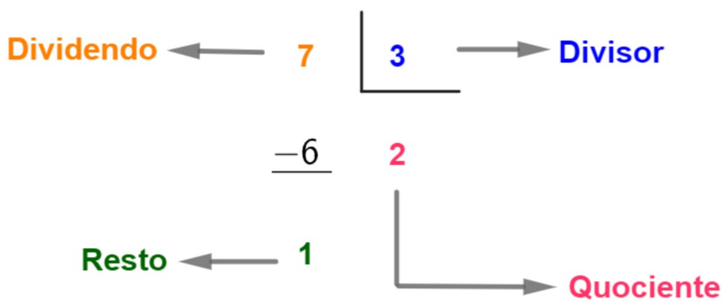
A escolha dos pares de amigos que serão utilizados em cada cálculo depende da soma dos números em cada uma das hastes. Para as hastes cuja soma seja maior do que 10, utilizamos os pares de amigos que resultam em 10. Caso contrário, utilizamos os pares que resultam em 5.

Os pares de números amigos no soroban desempenham um papel essencial não apenas na adição, mas também em outras operações fundamentais, como subtração, multiplicação e divisão. Essa compreensão se deve à propriedade dos números amigos de simplificar os cálculos ao reduzir a quantidade de ajustes manuais necessários durante as operações. Apesar de sua ampla aplicação, não detalharemos exemplos práticos das operações de subtração e multiplicação no presente texto, a fim de manter o foco na divisibilidade.

Após explorarmos a adição no soroban, vamos nos aprofundar na divisão. A divisão é, em essência, a operação inversa da multiplicação. Enquanto na multiplicação unimos grupos de igual tamanho, na divisão separamos um conjunto em grupos iguais. No soroban, essa dinâmica se torna visualmente clara. Ao dividir um número, estamos, na prática, respondendo à pergunta: *Quantos grupos de determinado tamanho posso formar com este número?* A representação das contas no ábaco nos permite visualizar essa separação de forma concreta.

Para entendermos melhor os exemplos de divisão no soroban, relembremos as denominações de cada um dos termos envolvidos em uma divisão. A Figura 1.6 ilustra os termos da divisão.

Figura 1.6 – Termos da divisão



Fonte: Marciano (2020).

Para garantir a eficiência e a precisão dos cálculos de divisão no soroban, a configuração inicial do ábaco é crucial. A forma como posicionamos os números influencia diretamente os resultados das operações. Embora existam diferentes abordagens, adotamos neste trabalho a configuração descrita a seguir.

- Escolha uma coluna de referência: use uma coluna central no soroban como ponto inicial para os cálculos. Isso ajuda a organizar os valores e a manter espaço suficiente para os quocientes e os restos.
- Posição do dividendo: coloque o dividendo no lado esquerdo do ábaco, utilizando as colunas específicas. Por exemplo, se o dividendo for 125, posicione o 1, o 2 e o 5 em

colunas adjacentes à esquerda.

- Posicionamento do divisor: insira o divisor nas colunas à direita da representação do dividendo no soroban. Deixe o espaço de uma haste livre entre o último algarismo do dividendo e o primeiro algarismo do divisor. Também é possível realizar a divisão sem representar o divisor no soroban, mas para isso, é preciso memorizá-lo.
- Deixe espaço para o quociente: reserve algumas colunas à direita do divisor para registrar o quociente (o resultado da divisão). O quociente será construído durante os cálculos.
- Espaço para os restos: no mesmo espaço do dividendo, os restos intermediários serão manipulados conforme você avança no cálculo. Não é necessária uma área separada para isso, já que o dividendo será substituído progressivamente pelos restos.

Após a descrição da configuração, apresentamos alguns exemplos práticos da divisão no soroban – Exemplos 1.5 a 1.7.

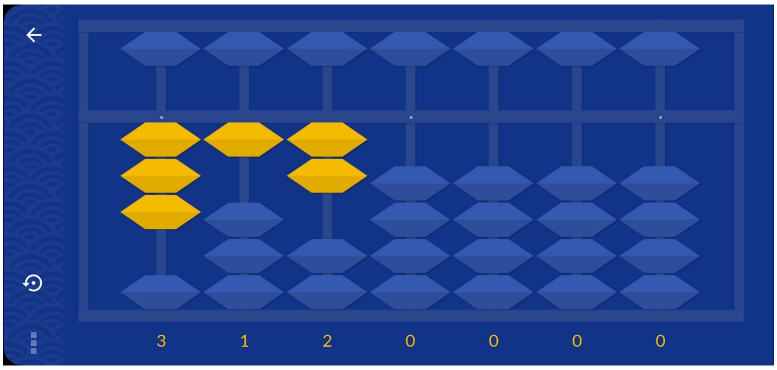
Exemplo 1.5. *Qual é o resultado de* $312 \div 2$*?*

Devido à limitação de hastes do soroban que estamos utilizando, optamos por não visualizar o divisor no ábaco. Assim, para realizar a divisão, memorizaremos o número pelo qual dividimos.

Segue o passo a passo de como resolver a divisão.

1º. Representamos o número 312 no soroban. A Figura 1.7 ilustra essa representação.

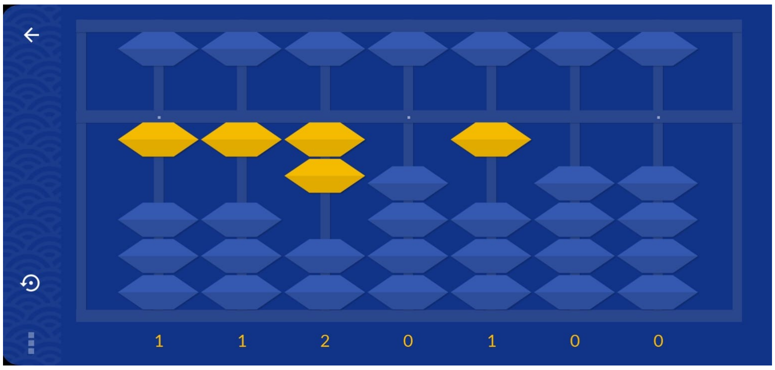
Figura 1.7 – Representação do número 312 no soroban



Fonte: Autora.

2º. Realizamos a divisão de 3 (centenas) por 2. Observemos que 3 é maior que 2; portanto, a divisão é possível. O resultado dessa divisão é 1, com resto 1. Esse quociente 1 é adicionado à casa das centenas do resultado final, uma vez que o 3 que estamos dividindo está localizado na casa das centenas do dividendo e o resto 1 é o que permanece na casa das centenas do dividendo – Figura 1.8.

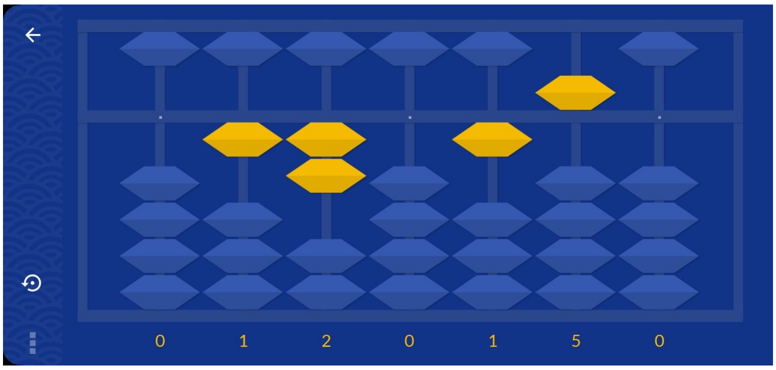
Figura 1.8 – Representação da divisão de 3 (centenas) por 2 no soroban



Fonte: Autora.

3º. Após a realização do 2º passo, ficamos com o número 112 representado no soroban. A próxima etapa é dividir 112 por 2. Inicialmente, dividimos 11 por 2. O resultado dessa divisão é 5, que posicionamos na casa das dezenas do quociente. Em seguida, multiplicamos esse 5 por 2, obtendo 10. Subtraímos esse 10 de 11, restando 1 unidade para a próxima etapa – Figura 1.9.

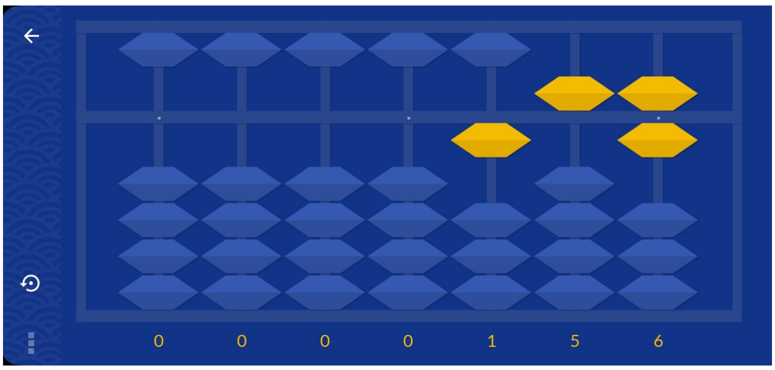
Figura 1.9 – Representação da divisão de 11 (dezenas) por 2 no soroban



Fonte: Autora.

4º. Para concluir o cálculo, dividimos os 12 restantes por 2, resultando em 6 sem deixar resto. Assim, o quociente da divisão de 312 por 2 é 156 – Figura 1.10.

Figura 1.10 – Quociente 156: resultado final da divisão $312 \div 2$

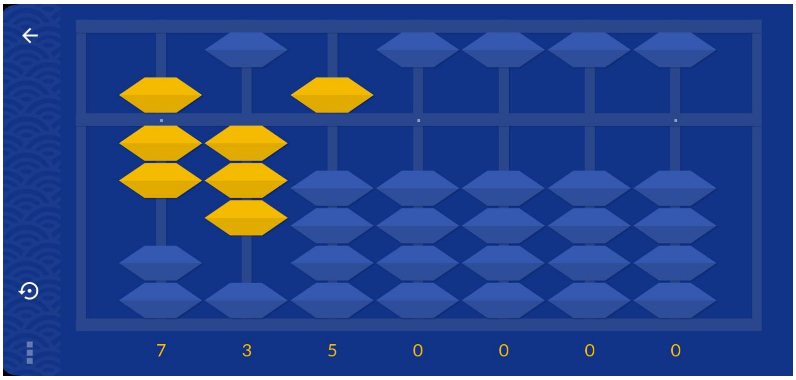


Fonte: Autora.

Exemplo 1.6. *Qual é o resultado de* $735 \div 5$*?*

1º. Representamos o número 735 no soroban. A Figura 1.11 ilustra essa representação.

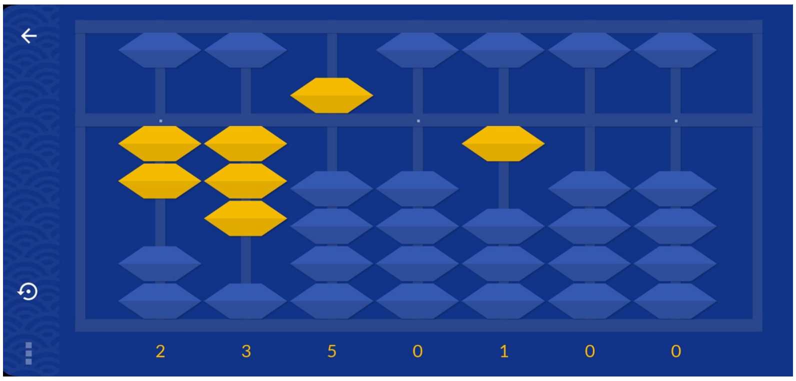
Figura 1.11 – Representação do número 735 no soroban



Fonte: Autora.

2º. Realizamos a divisão de 7 (centenas) por 5. Observemos que 7 é maior que 5; portanto, a divisão é possível. O resultado dessa divisão é 1, com resto 2. Esse quociente 1 é adicionado à casa das centenas do resultado final, uma vez que o 7 que estamos dividindo está localizado na casa das centenas do dividendo e o resto 2 é o que permanece na casa das centenas do dividendo – Figura 1.12.

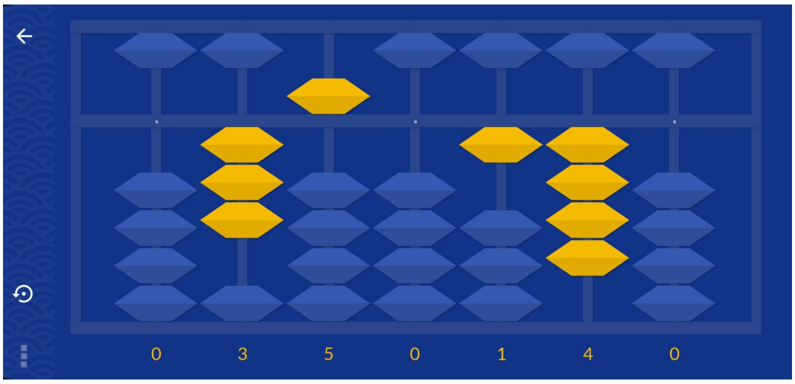
Figura 1.12 – Representação da divisão de 7 (centenas) por 5 no soroban



Fonte: Autora.

3º. Após a realização do 2º passo, ficamos com o número 235 representado no soroban. A próxima etapa é dividir 235 por 5. Inicialmente, dividimos 23 (dezenas) por 5. O resultado dessa divisão é 4, que posicionamos na casa das dezenas do quociente. Em seguida, multiplicamos esse 4 por 5, obtendo 20. Subtraímos esse 20 de 23, restando 3 dezenas para a próxima etapa – Figura 1.13.

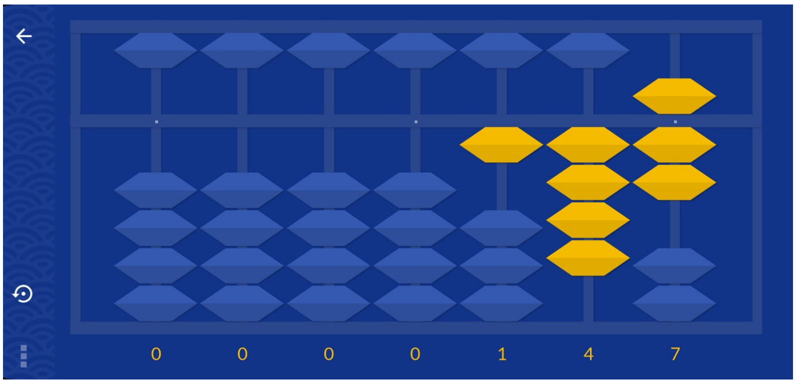
Figura 1.13 – Representação da divisão de 23 por 5 no soroban



Fonte: Autora.

4º. Para concluir o cálculo, dividimos os 35 restantes por 5, resultando em 7 sem deixar resto. Assim, o quociente completo da divisão de 735 por 5 é 147 – Figura 1.14.

Figura 1.14 – Quociente 147: resultado final da divisão $735 \div 5$



Fonte: Autora.

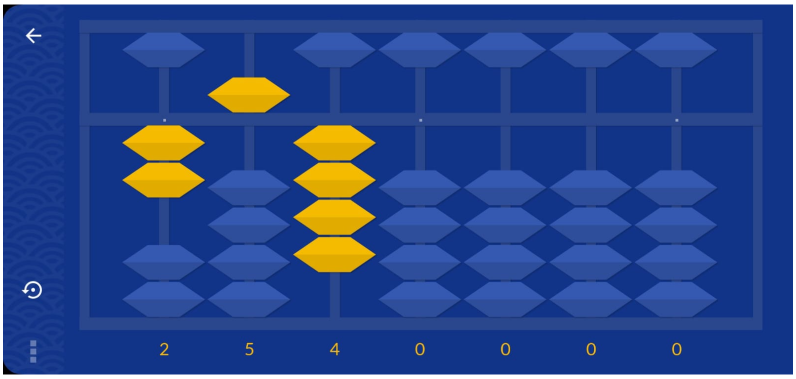
A divisibilidade está intimamente ligada ao conceito de resto na divisão. Quando dividimos um número por outro e sobra alguma quantidade, dizemos que a divisão não é exata e que o número não é divisível pelo divisor. No soroban, o resto da divisão é representado pelas contas que não puderam ser agrupadas. Ao observar essas contas restantes, podemos determinar se a divisão é exata ou não. O Exemplo 1.7 ilustra uma divisão que não é exata.

Exemplo 1.7. *Qual é o resultado de* $254 \div 3$*?*

1º. Representamos o número 254 no soroban. A Figura 1.15 ilustra essa representação.

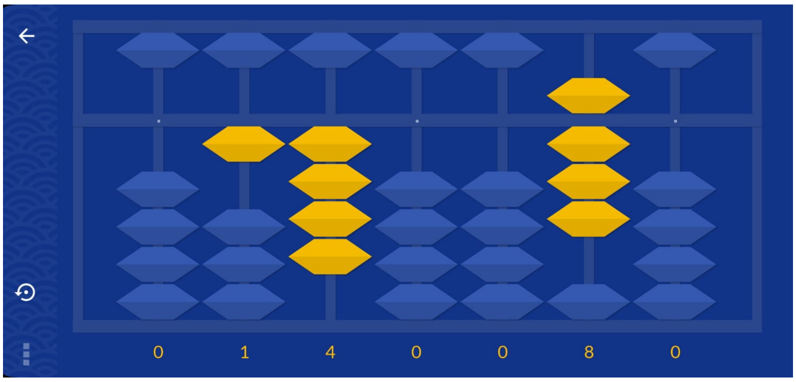
2º. Como 2 (centenas) é menor do que 3 (divisor), agrupamos com o 5 (dezenas), formando 25. Dividimos as 25 dezenas por 3, determinando 8 como quociente e 1 como resto. Esse quociente 8 é colocado na casa das dezenas do resultado, uma vez que dividimos 25 dezenas. O resto 1 permanece na casa das dezenas do dividendo para a próxima etapa da divisão – Figura 1.16.

Figura 1.15 – Representação do número 254 no soroban



Fonte: Autora.

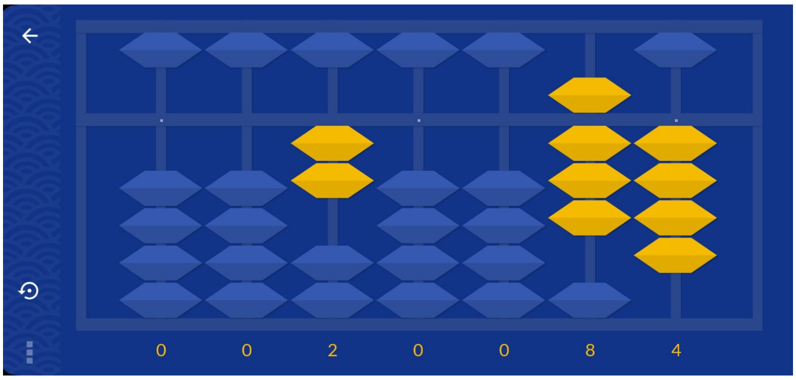
Figura 1.16 – Representação da divisão de 25 por 3 no soroban



Fonte: Autora.

3º. Continuando o processo, dividimos as 14 unidades restantes por 3. O quociente dessa divisão é 4, pois 4 multiplicado por 3 resulta em 12. Subtraindo 12 de 14, obtemos um resto 2. Assim, o quociente da divisão de 254 por 3 é 84 com resto igual a 2 – Figura 1.17.

Figura 1.17 – Representação da divisão de 14 por 3 no soroban



Fonte: Autora.

O soroban é muito mais que uma simples calculadora: ele é uma ferramenta visual que torna a Matemática, especialmente a divisibilidade, mais intuitiva. Essa ferramenta transforma os critérios de divisibilidade de regras abstratas em uma experiência concreta e visual. Ao manipular as contas, os estudantes estabelecem uma conexão mais profunda entre os números e suas propriedades, tornando o aprendizado mais intuitivo. Essa abordagem, além de facilitar a compreensão, estimula o desenvolvimento de habilidades como a observação, a análise e a resolução de problemas.

Podemos aplicar os critérios de divisibilidade no soroban?

- Divisibilidade por 2 e 5: uma questão de olhar.

  Verificar se um número é divisível por 2 ou 5 no soroban é simples: basta observar o último dígito. Se ele for par (0, 2, 4, 6 ou 8), o número é divisível por 2; se terminar em 0 ou 5, a divisibilidade por 5 está garantida. A representação visual dos dígitos no soroban torna essa verificação imediata.

- Divisibilidade por 3 e 9: a soma dos dígitos.

  Para determinar a divisibilidade por 3 ou 9, somamos os valores representados por cada conta do soroban. Se essa soma for divisível por 3 ou 9, respectivamente, o número original também será. A visualização dos dígitos no ábaco facilita a realização dessa soma mental.

- Divisibilidade por 4 e 8: olhando para os últimos dígitos.

  A divisibilidade por 4 e 8 depende dos dois ou três últimos dígitos do número, respectivamente. Se esses dígitos formarem um número divisível por 4 ou 8, o número original também será. A flexibilidade do soroban permite manipular esses dígitos de forma eficiente para essa verificação.

- Divisibilidade por 6: a combinação perfeita.

  Para ser divisível por 6, um número precisa ser divisível por 2 e por 3 simultaneamente. No soroban, aplicamos os critérios anteriores para verificar ambas as condições.

Materiais como o soroban são pontes que conectam o abstrato ao concreto no ensino da Matemática. Ao transformar conceitos complexos em representações tangíveis, essas ferramentas tornam a aprendizagem mais acessível, especialmente para aqueles que têm dificuldades em visualizar ideias abstratas. Por meio da manipulação do soroban, os alunos constroem uma compreensão mais profunda dos números e das operações, desenvolvendo habilidades como o raciocínio lógico e a resolução de problemas, essenciais para a Matemática.

No soroban, os números amigos são uma ferramenta para cálculos mais rápidos. Já na teoria dos números, se referem a pares de números com uma propriedade específica: a soma dos divisores próprios de um é igual ao outro. Essa diferença evidencia a diversidade de significados que um mesmo termo pode adquirir nas diferentes áreas da Matemática. Mesmo com significados diferentes, ambos os conceitos demonstram a riqueza e a beleza dos padrões numéricos, revelando a dualidade da Matemática: prática e teórica.

2 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS COM O GEOGEBRA E O GNU OCTAVE

Neste capítulo, propomos uma série de atividades que visam consolidar e expandir os conhecimentos matemáticos sobre números primos, números perfeitos e números amigáveis. Por meio de problemas contextualizados e desafiadores, os estudantes serão estimulados a aplicar os conhecimentos adquiridos, desenvolvendo o raciocínio lógico, a criatividade e aprimorando suas habilidades de pensamento computacional. Para cada atividade, apresentamos uma sugestão de sequência didática detalhada, com o objetivo de auxiliar o professor na condução das aulas de forma eficaz e engajadora.

Na construção das sequências didáticas, utilizamos o soroban digital e dois softwares que desempenham um papel fundamental na visualização e exploração matemática: o GeoGebra e o GNU Octave. Tutoriais das duas ferramentas computacionais podem ser encontrados, respectivamente, em GeoGebraTeam (2025) e Wiki (2024).

O GeoGebra é um software dinâmico de Matemática que permite explorar conceitos algébricos, geométricos e estatísticos de maneira interativa. Ele possibilita a construção de gráficos, a manipulação de objetos geométricos e a criação de animações, tornando o aprendizado mais intuitivo e visual. Além disso, pode ser acessado diretamente pelo navegador, sem necessidade de instalação, por meio do site: <https://www.geogebra.org/>.

Já o GNU Octave é uma ferramenta para realizar cálculos numéricos, permitindo a realização de operações matemáticas complexas, análise de dados e programação matemática. O GNU Octave é uma excelente opção para simulação e modelagem de problemas matemáticos, sendo especialmente útil para atividades que envolvem padrões numéricos e algoritmos. Para utilizá-lo, é necessário baixá-lo em seu computador. O software pode ser obtido gratuitamente em: <https://octave.org/>. Neste trabalho, empregamos a versão 9.2.0. do GNU Octave.

A utilização dessas ferramentas contribuirá para tornar as atividades mais dinâmicas e interativas, incentivando a exploração matemática e o desenvolvimento do pensamento computacional.

2.1 ATIVIDADE 1: EXPLORANDO OS NÚMEROS POLIGONAIS

1.1 Nível: Ensino Fundamental II.

1.2 Ano: 8º e 9º.

1.3 Número de aulas: 4 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas da BNCC:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes;
(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes;
(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.

1.6 Conteúdos abordados: sequências; números poligonais; equações do 2° grau.

1.7 Objetivos:

- Estimular a visualização dos números triangulares como padrões geométricos, utilizando o GeoGebra;
- Desenvolver habilidades de cálculo e análise numérica, utilizando o GNU Octave;
- Promover a busca por padrões e regularidades nas sequências de números triangulares;
- Proporcionar desafios que exigem a aplicação dos conhecimentos adquiridos;
- Relacionar os conceitos matemáticos com ferramentas computacionais.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

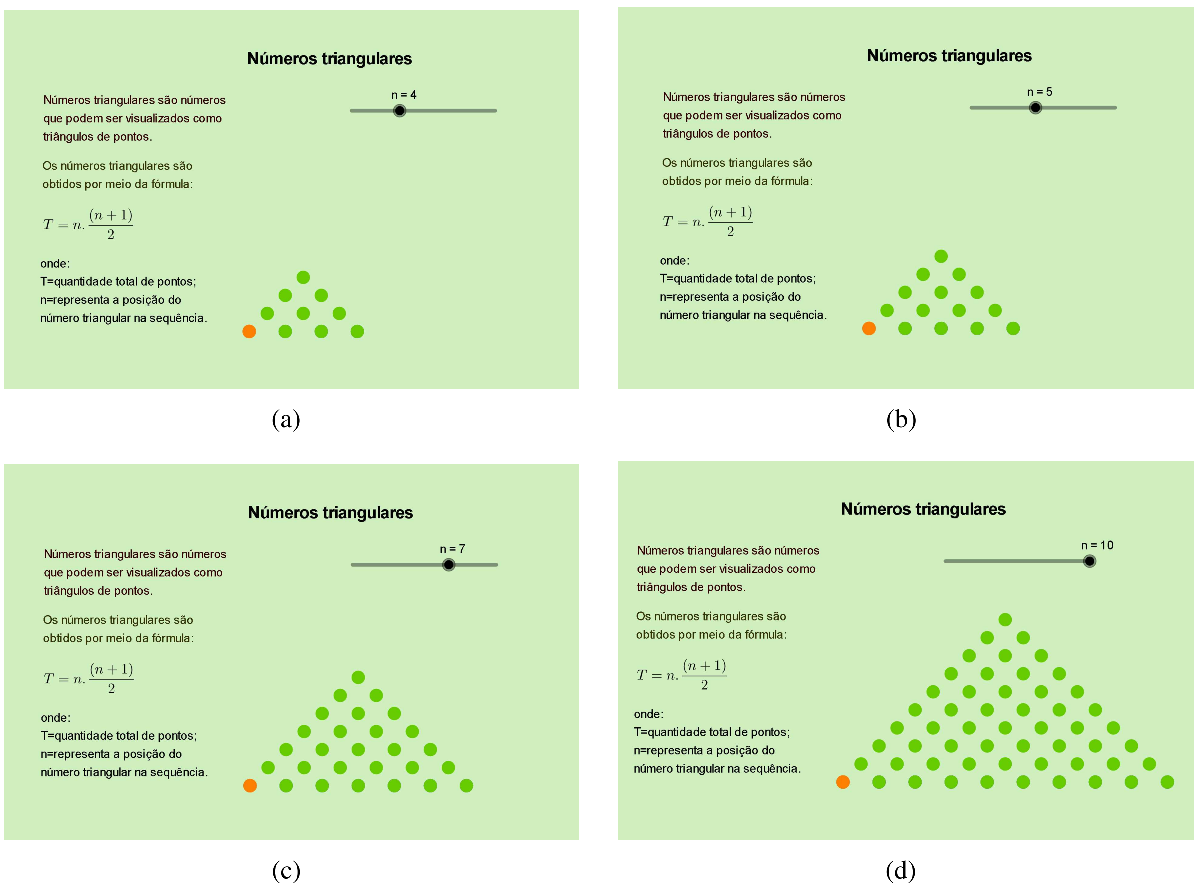
Os números poligonais, ou números geométricos, são números que podem ser visualizados como pontos organizados em figuras geométricas regulares, como triângulos, quadrados, pentágonos ou hexágonos. Um exemplo são os números triangulares, que formam triângulos equiláteros, onde cada lado possui um ponto a mais que o lado anterior.

Agora, embarcaremos em uma jornada de descobertas pelos números triangulares! Você terá que confrontar 7 desafios matemáticos – Desafios 2.1 a 2.1. Para responder às questões, você precisará utilizar o GeoGebra e o GNU Octave. O GeoGebra será útil para visualizar e construir figuras geométricas, enquanto o GNU Octave será utilizado para realizar cálculos e análises numéricas.

Desafio. *Quais dos seguintes números são triangulares:* $9, 15, 29, 55$*?*
Use o controle deslizante na página do GeoGebra [<https://www.geogebra.org/m/eywn5mz4>](https://www.geogebra.org/m/eywn5mz4) para resolver o Desafio 2.1.

Solução. *(Desafio 2.1) Clicamos no link disponibilizado no Desafio 2.1 e verificamos se os números são triangulares usando o controle deslizante. Observando as imagens da Figura 2.1, temos: para* $n = 4$*,* $T = 10$*; para* $n = 5$*,* $T = 15$*; para* $n = 7$*,* $T = 28$*; para* $n = 10$*,* $T = 55$*.*

Figura 2.1 – Números triangulares: (a) $T = 10$; (b) $T = 15$; (c) $T = 28$; (d) $T = 55$



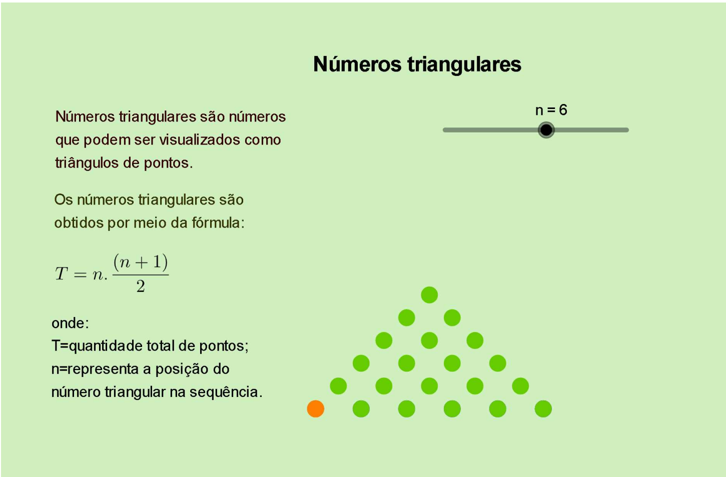
Fonte: Autora com o GeoGebra.

Logo, os números triangulares são 15 *e* 55*.*

Desafio. *Qual é o número triangular de um triângulo que possui 6 pontos em cada lado?*
Use o controle deslizante na página do Geogebra <https://www.geogebra.org/m/eywn5mz4> para solucionar o Desafio 2.1.

Solução. *(Desafio 2.1) Clicamos no link disponibilizado no Desafio 2.1, deslocamos o controle deslizante até* $n = 6$ *e contamos o total de pontos do triângulo.*

Figura 2.2 – Número triangular para $n = 6$

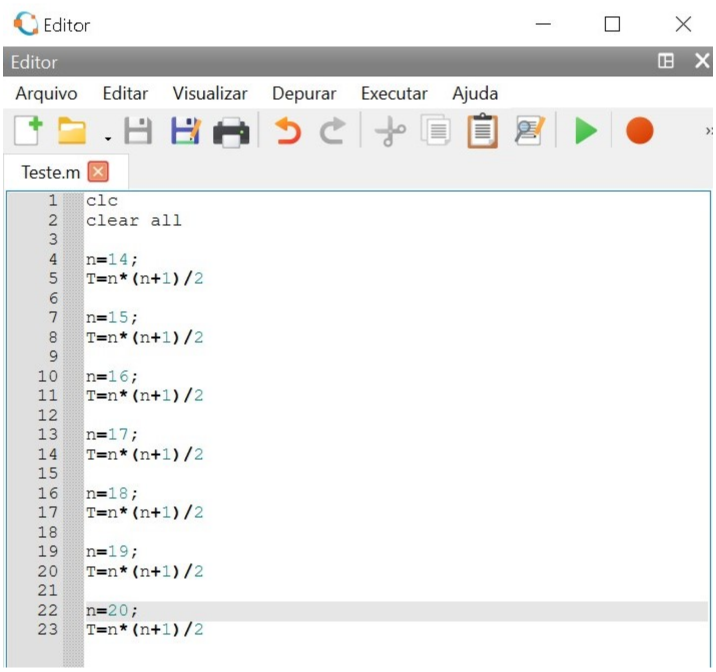


Fonte: Autora com o GeoGebra.

Assim, para $n = 6$ *temos que o número triângular é* $T = 21$ *– Figura 2.2.*

Desafio. *Encontre todos os números triangulares entre* 100 *e* 200*.*
Use o script do GNU Octave – Figura 2.3 – para responder o Desafio 2.1.

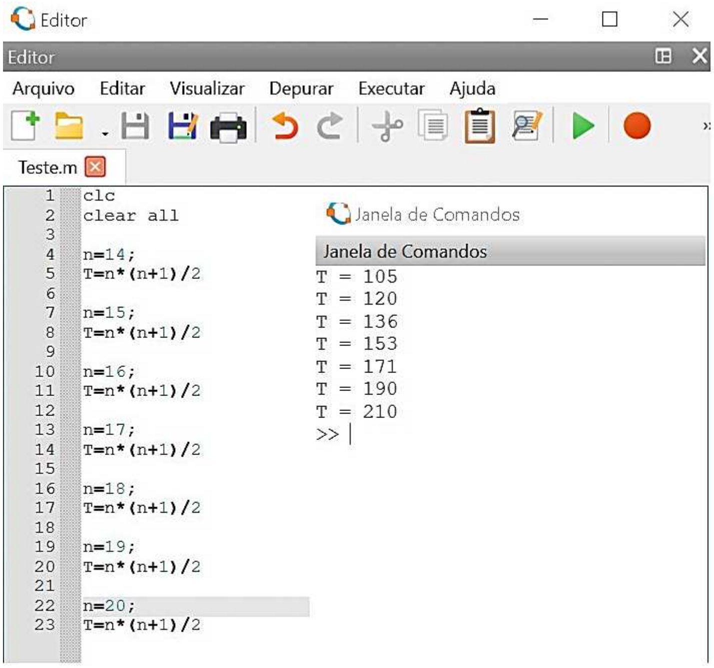
Figura 2.3 – Script para calcular números triangulares entre 100 e 200



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Solução. *(Desafio 2.1) Para configurar o script no GNU Octave, é preciso definir as seguintes variáveis inteiras: T, que corresponde ao número triangular (total de pontos da figura); n, que corresponde à posição do número triangular na sequência (número de pontos dos lados do triângulo). A variável n é fornecida pelo usuário, enquanto que a variável $T = \frac{n(n+1)}{2}$ é calculada pelo GNU Octave. A Figura 2.4 ilustra a resolução do Desafio 2.1.*

Figura 2.4 – Números triangulares entre 100 e 200

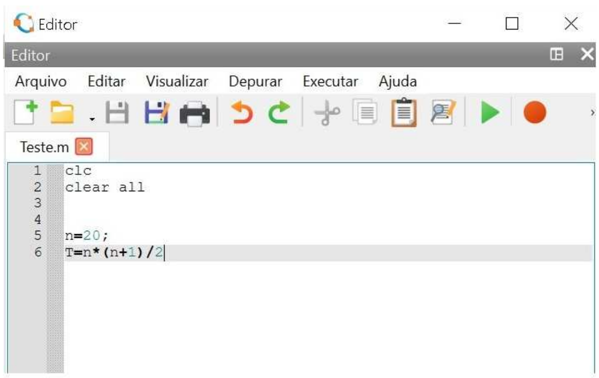


Fonte: Autora com o GNU Octave.

Portanto, os números triangulares entre 100 *e* 200 *são:* 105, 120, 136, 153, 171 *e* 190.

Desafio. *Um auditório tem suas cadeiras dispostas em* 20 *fileiras, formando um grande triângulo. Sabendo que a primeira fila tem* 1 *cadeira, a segunda* 2*, a terceira* 3 *e assim sucessivamente, calcule quantas cadeiras há no auditório.*
Use o script do GNU Octave – Figura 2.5 – para solucionar o Desafio 2.1.

Figura 2.5 – Script para calcular o número triangular para $n = 20$

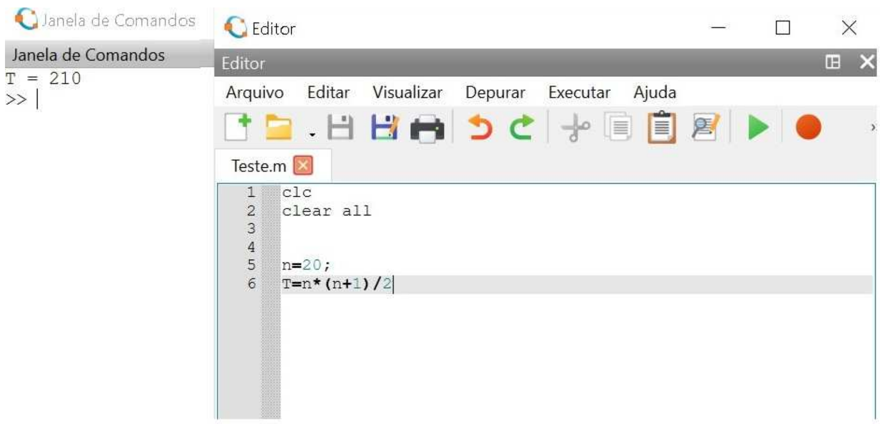


Fonte: Autora com o GNU Octave.

Solução. *(Desafio 2.1) Para configurar o script no GNU Octave, é preciso definir as seguintes variáveis inteiras: T, que corresponde ao número triangular (total de pontos da figura); n, que corresponde à posição do número triangular na sequência (números de pontos dos lados do triângulo). A variável n é fornecida pelo usuário, enquanto que a variável $T = \frac{n(n+1)}{2}$ é calculada pelo GNU Octave.*

Para a solucionar o Desafio 2.1, o usuário deve substituir a variável n por 20 – Figura 2.6.

Figura 2.6 – Número triangular para $n = 20$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Logo, se a última fileira tem 20 cadeiras, há 210 cadeiras no auditório.

Desafio. *Dado um número T, podemos verificar se esse número é triangular resolvendo a equação:*

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8T}}{2}.$$

Se n for um número inteiro positivo, então o número T é triangular.
Verifique se os seguintes números são triangulares:

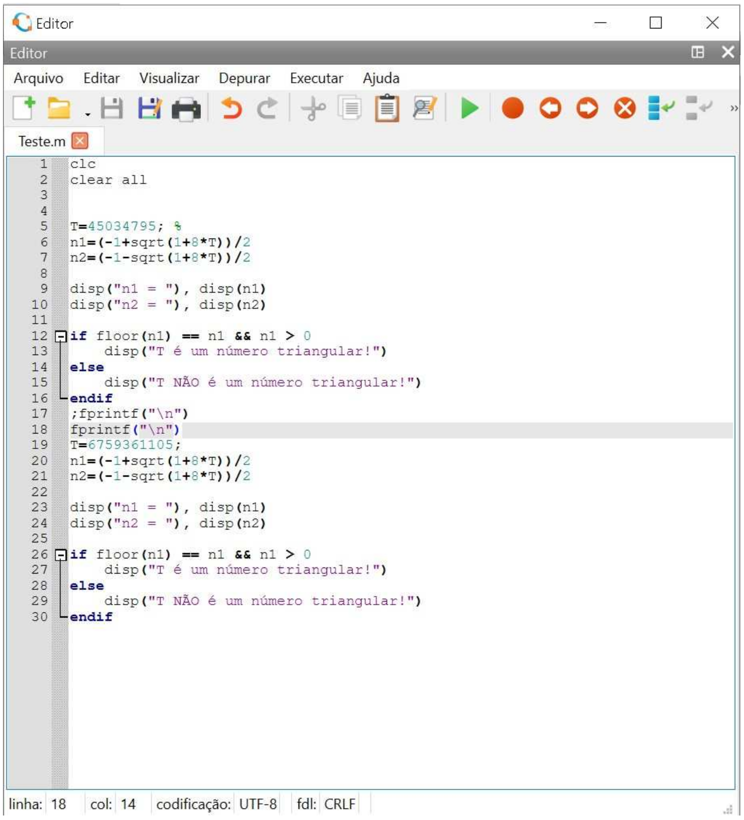
a) $T = 45034795$;

b) $T = 6759361105$.

Use o script do GNU Octave – Figura 2.7 – para resolver o Desafio 2.1. Para configurar o script no GNU Octave, usamos os comandos sqrt (calcula a raiz quadrada), floor (determina a parte inteira de um número) e fprintf (exibe o resultado).

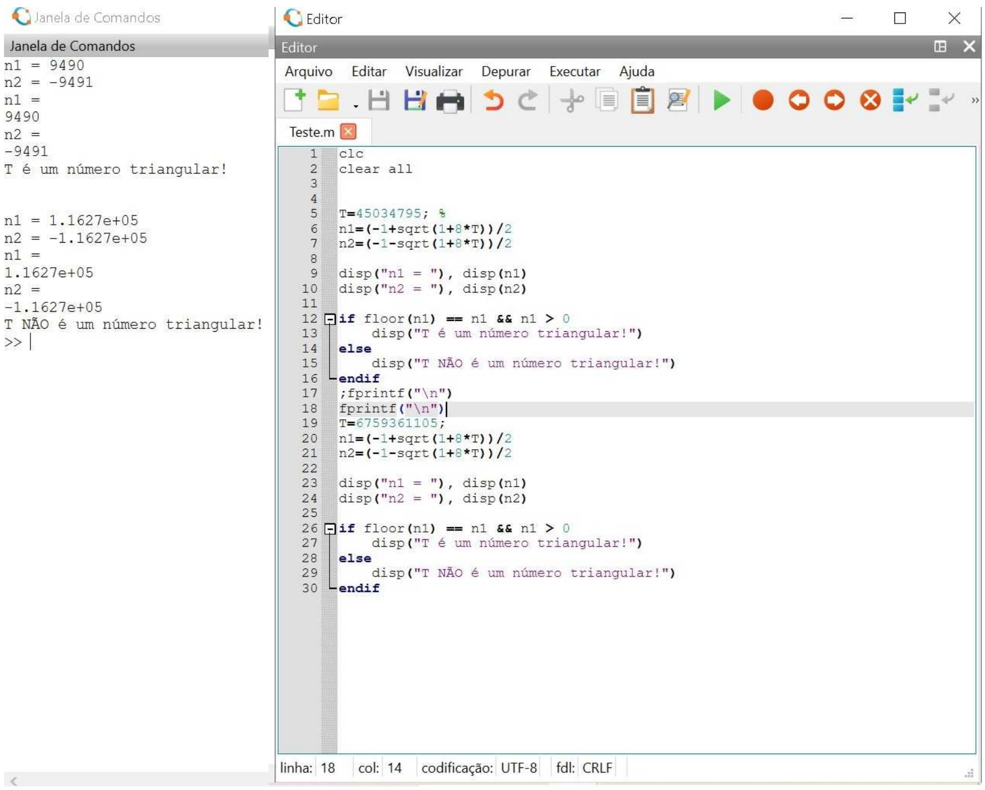
Solução. *(Desafio 2.1) Para configurar o script no GNU Octave, é preciso definir as seguintes variáveis, inteira e real, respectivamente: T, que corresponde ao número triangular (total de pontos da figura); n, que corresponde à posição do número triangular na sequência (número de pontos dos lados do triângulo). A variável T é fornecida pelo usuário, enquanto que a variável n é calculada pelo GNU Octave. A Figura 2.8 ilustra a solução do Desafio 2.1.*

Figura 2.7 – Script para verificar se T é um número triangular



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.8 – Verificação de números triangulares



Fonte: Autora com o GNU Octave.

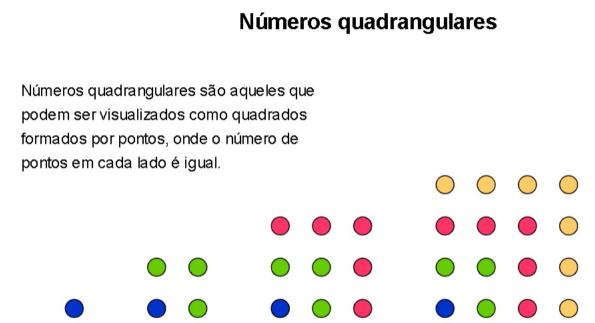
Assim, temos que: a) $T = 45034795$ *é um número triangular; b)* $T = 6759361105$ *não é um número triangular.*

Desafio. *Calcule todos os números triangulares para* n *variando de* 1 *a* 10*. Verifique o padrão obtido e use-o para determinar qual é o número triangular para* $n = 11$ *e* $n = 12$*.*
Use o controle deslizante na página do Geogebra <https://www.geogebra.org/m/eywn5mz4> para solucionar o Desafio 2.1.

Solução. *(Desafio 2.1) Clicamos no link disponibilizado no Desafio 2.1, deslocamos o controle deslizante e contamos quantos pontos são acrescidos para cada novo valor de* n*. Ao variar* n *de* 1 *a* 10*, obtemos a seguinte sequência de números triangulares:* $\{1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55\}$*. Observamos que para determinar o próximo número triangular, basta somar o próximo valor de* n *ao último número obtido na sequência. Logo: para* $n = 11$*, temos* $55 + 11 = 66$*; para* $n = 12$*, temos* $66 + 12 = 78$*.*

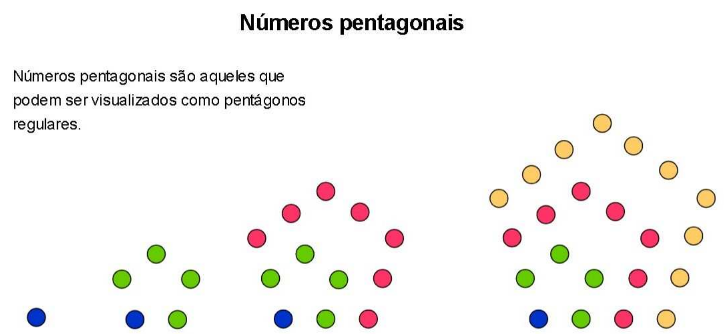
Desafio. *As Figuras 2.9, 2.10 e 2.11 ilustram, respectivamente, números quadrangulares, pentagonais e hexagonais. Cada uma dessas figuras mostra uma sequência e um padrão. Constate o padrão e diga qual o próximo número de cada sequência.*

Figura 2.9 – Números quadrangulares



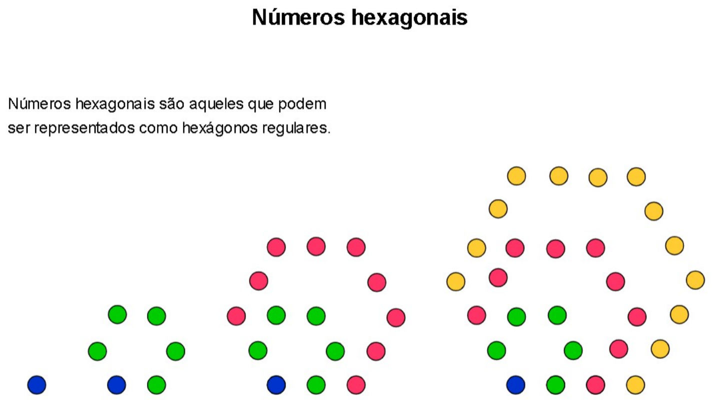
Fonte: Autora com o GeoGebra.

Figura 2.10 – Números pentagonais



Fonte: Autora com o GeoGebra.

Figura 2.11 – Números hexagonais



Fonte: Autora com o GeoGebra.

Solução. *(Desafio 2.1) Nos números quadrangulares, a sequência é* $\{1, 4, 9, 16, \ldots\}$. *A diferença entre dois números quadrangulares consecutivos aumenta sempre em* 2*: de* 1 *para* 4*, aumenta* 3*; de* 4 *para* 9*, aumenta* 5*; de* 9 *para* 16*, aumenta* 7*. Seguindo esse padrão, para obtermos o próximo número teremos que aumentar* 9 *unidades, ou seja,* $16 + 9 = 25$*. Logo, o próximo número da sequência é* 25.

Nos números pentagonais, a sequência é $\{1, 5, 12, 22, \ldots\}$*. A diferença entre dois números pentagonais consecutivos aumenta sempre em* 3*: de* 1 *para* 5*, aumenta* 4*; de* 5 *para* 12*, aumenta* 7*; de* 12 *para* 22*, aumenta* 10*. Seguindo esse padrão, para obtermos o próximo número teremos que aumentar* 13 *unidades, isto é,* $22 + 13 = 35$*. Portanto, o próximo número da sequência é* 35.

Nos números hexagonais, a sequência é $\{1, 6, 15, 28, \ldots\}$*. A diferença entre dois números hexagonais consecutivos aumenta sempre em* 4*: de* 1 *para* 6*, aumenta* 5*; de* 6 *para* 15*, aumenta* 9*; de* 15 *para* 28*, aumenta* 13*. Seguindo esse padrão, para obtermos o próximo número teremos que aumentar* 17 *unidades, ou seja,* $28+17 = 45$*. Logo, o próximo número da sequência é* 45.

2.2 ATIVIDADE 2: DECIFRANDO MENSAGENS SECRETAS COM NÚMEROS PRIMOS

1.1 Nível: Ensino Fundamental II.

1.2 Ano: 6º.

1.3 Número de aulas: 4 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas BNCC:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;

– Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100$ e 1000.
(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

1.6 Conteúdos abordados: números primos e compostos.

1.7 Objetivos:

– Consolidar o conceito de decomposição em fatores primos;

– Desenvolver habilidades de programação;

– Aplicar a Matemática em um contexto prático;

– Desenvolver o raciocínio lógico.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

Agentes secretos usam códigos para se comunicar e proteger informações importantes. Você está pronto para se tornar um agente secreto da Matemática? No Desafio 2.2, vamos decifrar uma mensagem secreta usando uma ferramenta poderosa: a decomposição em fatores primos.

Desafio. *Cada número da mensagem codificada esconde duas letras. Para descobri-las, você precisará decompor o número em seus fatores primos e seguir as pistas que te daremos. Você está preparado para essa missão? Mas antes de começarmos, leia com atenção as instruções. Você receberá:*

1. *uma tabela - Tabela 2.1, na qual letras do alfabeto português e dois sinais (. e -) estão associadas a um número primo;*

2. *uma sequência de números que deverão ser fatorados.*

Como funciona a decodificação?

Tabela 2.1 – Tabela para descobrir a mensagem secreta

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**I**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**R**	**S**
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41

T	**U**	**-**	**.**
43	47	53	59

Fonte: Autora.

- ***Sequência de números****: cada número da sequência esconde duas letras da mensagem secreta;*

- ***Quebrando o código****: para descobrir as letras, você precisa fatorar o número em números primos. É como montar um quebra-cabeça com números;*

- ***GNU Octave****: vamos empregá-lo para fatorar os números e nos auxiliar a desvendar esse mistério. No GNU Octave, o comando factor(n) determina a decomposição em fatores primos do número inteiro positivo* n*;*

- ***Cores revelam a ordem****: os números da sequência (lista) terão cores diferentes. Se o número for vermelho, você escreve o fator primo menor primeiro e depois o maior. Mas se o número for azul, você escreve o fator primo maior primeiro e depois o menor.*
  Por exemplo: se você tiver o número 15 *na cor azul, você precisa decompor* 15 *em dois números primos:* 3 *e* 5*. Como o número é azul, você escreve primeiro o* 5 *e depois o* 3*. Em seguida, você procura os números primos* 5 *e* 3 *na Tabela 2.1 e descobre quais letras esses números representam;*

- ***Montando a frase****: depois de descobrir todos os pares de números primos, você consulta a Tabela 2.1 e monta a frase secreta.*

Agora estamos prontos para começar!

Frase codificada:

1189/1081/209/1073/2173/1147/247/1189/82/1537/1189/51/145/1189/77/145/
943/1591/235/58/77/1247/203/2173/1189/1081/209/1073/2419

Figura 2.12 – Espaço para decodificação da frase

__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/
__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __/__ __

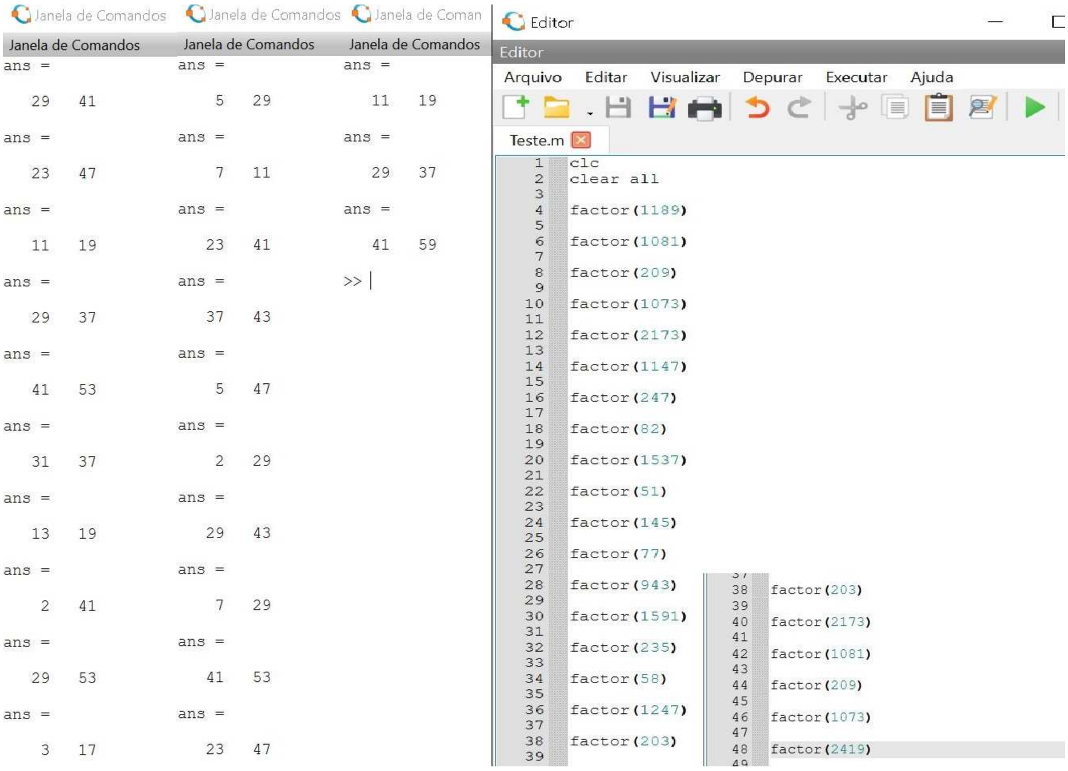
Fonte: Autora.

Preencha os espaços da Figura 2.12 com as letras obtidas e ao final escreva a frase encontrada.

Frase Final: ?

Solução. *(Desafio 2.2) Para configurar o script de fatoração no GNU Octave, basta digitar factor(n), onde n será substituído pelo número que se quer decompor. A Figura 2.13 ilustra a fatoração dos números da sequência fornecida com o GNU Octave. Já a Figura 2.14 apresenta a frase decodificada.*

Figura 2.13 – Fatoração dos números da sequência fornecida



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.14 – Frase decodificada

OS/NU/ME/RO/S-/PR/IM/OS/SA/O-/OS/BL/OC/OS/DE/
CO/NS/TR/UC/AO/DE/TO/DO/S-/OS/NU/ME/RO/S.

Fonte: Autora.

Logo, a decodificação resulta na frase: Os números primos são os blocos de construção de todos os números.

2.3 ATIVIDADE 3: RASTREANDO NÚMEROS PERFEITOS

1.1 Nível: Ensino Fundamental II.

1.2 Ano: 8º.

1.3 Número de aulas: 4 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas BNCC:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais;
(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações;
(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados.

1.6 Conteúdos abordados: números perfeitos; média e mediana; porcentagens; expressões algébricas; potenciação e radiciação.

1.7 Objetivos:

- Consolidar os conceitos matemáticos dos conteúdos abordados;
- Desenvolver habilidades computacionais;
- Estimular o raciocínio lógico e a resolução de problemas.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

Prepare-se para uma expedição matemática! No Desafio 2.3 com caça-palavras, você vai explorar um mundo de números com características especiais: os números perfeitos. Ao encontrar as palavras-chave, você estará desvendando códigos secretos e revelando propriedades únicas dos números. Descubra os mistérios que se escondem por trás dos algarismos! A aventura começa agora!

Desafio. *Utilize o GNU Octave como ferramenta para realizar os cálculos necessários e responder às seguintes perguntas:*

1. *Qual é o menor número perfeito?*

2. *Qual é o próximo número perfeito após* 6*?*

3. *Se um número é perfeito, quanto é a soma de seus divisores próprios?*

4. *Como é denominado o número cuja soma dos divisores próprios é maior do que ele mesmo?*

5. *Como é chamado o número cuja soma dos divisores próprios é menor do que ele mesmo?*

6. *Qual é a soma dos algarismos do número perfeito* 496*?*
   Para configurar o script no GNU Octave, basta digitar num = 496 e o comando soma = sum(str2num(num2str(num)(:))).

7. *Qual é a diferença entre o terceiro e o segundo números perfeitos?*
   Para configurar o script no GNU Octave, basta digitar $a = 28$*,* $b = 496$ *e o comando* $b - a$*.*

8. *Quantos divisores possui o número perfeito* 8128*?*
   Para configurar o script no GNU Octave, basta digitar num = 8128 e o comando divisores = find(mod(num, 1: num) ==0).

9. *Qual é o resultado de elevar o menor número perfeito ao quadrado?*
   Para configurar o script no GNU Octave, basta digitar $a = 6$ *e o comando* a^2*.*

10. *Qual é a fração irredutível que representa a razão entre o segundo e o primeiro números perfeitos?*
    Para configurar o script no GNU Octave, é necessário digitar os seguintes comandos:

    i) gcd(num, den) — Calcula o máximo divisor comum (MDC) entre o numerador e o denominador;

    ii) num / mdc – Simplifica o numerador;

    iii) den / mdc – Simplifica o denominador;

    iv) fprintf(...) – Exibe o resultado da fração simplificada.

11. *Qual é a porcentagem que o divisor* 7 *representa do número perfeito* 28*?*
    Para configurar o script no GNU Octave, é preciso fornecer os dois números $A = 7$ *e* $B = 28$ *e usar os comandos:*

    *i) porcentagem = (A/B)*100 – Calcula a porcentagem;*

    ii) fprintf(...) – Exibe o resultado.

12. *Qual é a parte inteira da raiz quadrada do maior número perfeito citado no Desafio 2.3?*
    Para configurar o script no GNU Octave, é preciso fornecer $num =?$ *e usar os comandos:*

    i) parte inteira = floor(sqrt(nm)) – Calcula a parte inteira da raiz quadrada;

ii) *fprintf(...) – Exibe o resultado.*

13. *Qual é a média aritmética aproximada dos três primeiros números perfeitos? Arredonde a média para o próximo número inteiro.*
    Para configurar o script no GNU Octave, é preciso fornecer $valores = [a, b, c]$ *e usar os comandos:*

    i) *media = mean(valores) – Calcula a média aritmética dos três valores fornecidos;*

    ii) *media_arredondada = ceil(media) – Arredonda a média para o próximo inteiro;*

    iii) *fprintf(...) – Exibe o resultado.*

14. *Qual é a mediana*[1] *dos divisores próprios do número perfeito* 6*?*
    Para configurar o script no GNU Octave, é preciso fornecer $num = 6$ *e usar os comandos:*

    i) *divisores_proprios = find(mod(num, 1:num-1) == 0) – Determina os divisores próprios;*

    ii) *mediana = median(divisores_proprios) – Calcula a mediana;*

    iii) *fprintf(...) – Exibe o resultado.*

15. *Considerando* $A = 6$, $B = 28$, $C = 496$ *e* $D = 8128$, *qual será o resultado da expressão* $D \cdot A^2 - (C^2 + B \cdot A^4)$*?*
    Para configurar o script no GNU Octave, é preciso digitar $A = 6$, $B = 28$, $C = 496$, $D = 8128$ *e em seguida, a expressão algébrica* $D \cdot A^2 - (C^2 + B \cdot A^4)$.

Após responder às questões, encontre as respostas no caça-palavras da Figura 2.15.

Solução. *(Desafio 2.3) As cinco primeiras perguntas do Desafio 2.3 exploram a compreensão teórica sobre números perfeitos, não sendo necessário o uso de operações matemáticas para respondê-las. Nas demais questões, empregamos o GNU Octave para efetuar os cálculos.*

1. *Qual é o menor número perfeito?* ***6***

2. *Qual é o próximo número perfeito após* 6*?* ***28***

3. *Se um número é perfeito, quanto é a soma de seus divisores próprios?* ***ele mesmo***

4. *Como é denominado o número cuja soma dos divisores próprios é maior do que ele mesmo?* ***abundante***

5. *Como é chamado o número cuja soma dos divisores próprios é menor do que ele mesmo?* ***deficiente***

[1] Valor central de um conjunto de dados ordenados.

Figura 2.15 – Caça-palavras sobre números perfeitos

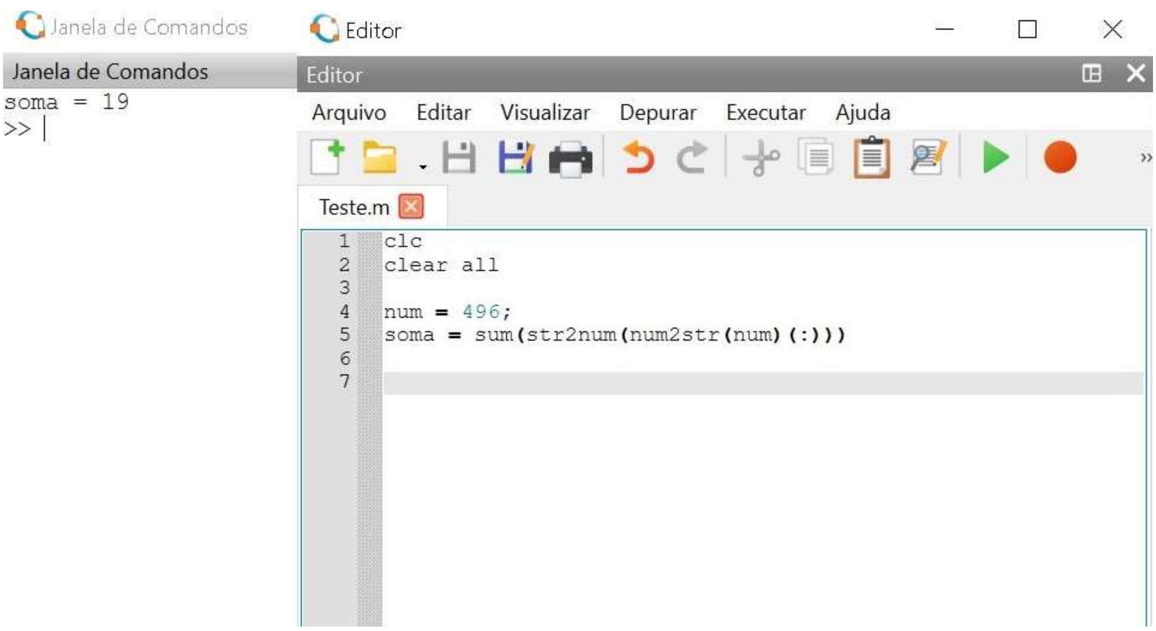
T	I	S	L	A	S	E	I	S	E	N	R	T	O	N	V
C	G	E	S	V	O	Q	R	E	A	O	P	T	O	I	V
M	E	L	W	I	R	U	C	I	U	V	S	T	A	R	I
O	A	E	B	N	G	A	M	E	P	E	N	I	B	S	N
F	U	M	E	T	T	T	L	N	I	N	M	O	U	K	T
G	F	E	L	E	U	R	I	K	T	T	P	D	N	E	E
U	S	S	Y	E	O	O	R	I	T	A	E	E	D	S	E
D	P	M	O	O	C	C	F	S	Y	T	I	Z	A	Z	C
N	P	O	S	I	O	E	L	W	I	N	E	M	N	C	I
A	F	C	V	T	U	N	I	S	O	R	G	I	T	E	N
L	U	A	T	O	N	T	I	E	F	O	L	L	E	N	C
I	T	A	S	G	N	O	M	C	U	E	D	T	O	T	O
I	A	Q	T	S	D	S	R	I	W	F	O	R	E	O	P
U	C	T	R	I	E	E	S	O	T	N	P	E	E	E	O
B	O	I	C	A	P	S	N	O	W	D	A	Z	T	S	R
T	R	I	N	T	A	E	S	E	I	S	L	E	O	E	C
I	C	E	Q	T	S	S	R	N	O	L	C	N	E	T	E
Q	P	U	N	A	R	S	O	D	D	P	Y	T	T	E	N
U	A	N	M	E	R	E	I	E	E	A	C	O	T	N	T
A	D	M	V	I	N	N	R	Z	F	A	S	S	T	T	O
T	D	K	E	O	S	T	R	E	I	U	N	E	E	A	C
O	T	L	P	M	I	A	A	N	C	T	O	Q	R	E	S
R	N	D	Q	I	T	E	O	O	I	C	B	U	M	S	I
Z	A	N	C	G	O	O	S	V	E	T	Y	A	E	E	Z
E	I	N	F	S	R	I	A	E	N	O	E	T	H	T	S
L	N	V	K	O	E	T	T	U	T	L	Q	R	C	E	E
I	S	U	W	T	H	O	V	G	E	S	M	O	C	U	H
Q	U	A	T	O	R	Z	E	T	E	R	C	O	S	T	R

Fonte: Oh, My Dots (2025).

6. *Qual é a soma dos algarismos do número perfeito* 496*?*

A Figura 2.16 ilustra o script para a soma dos algarismos do número 496*.*

Figura 2.16 – Script para a soma dos algarismos do número 496



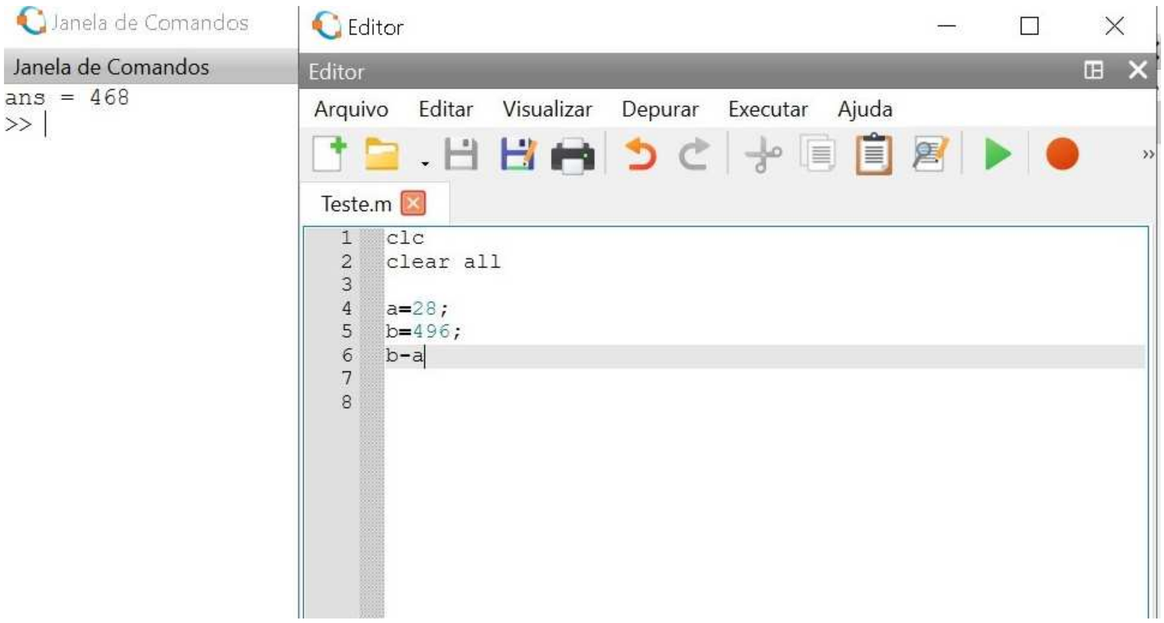
Fonte: Autora com o GNU Octave.

Logo, a soma dos algarismos do número 496 *é* 19.

7. *Qual é a diferença entre o terceiro e o segundo números perfeitos?*

   A Figura 2.17 mostra o script no GNU Octave para determinar a diferença entre os números perfeitos.

Figura 2.17 – Script para calcular a diferença entre 496 e 28



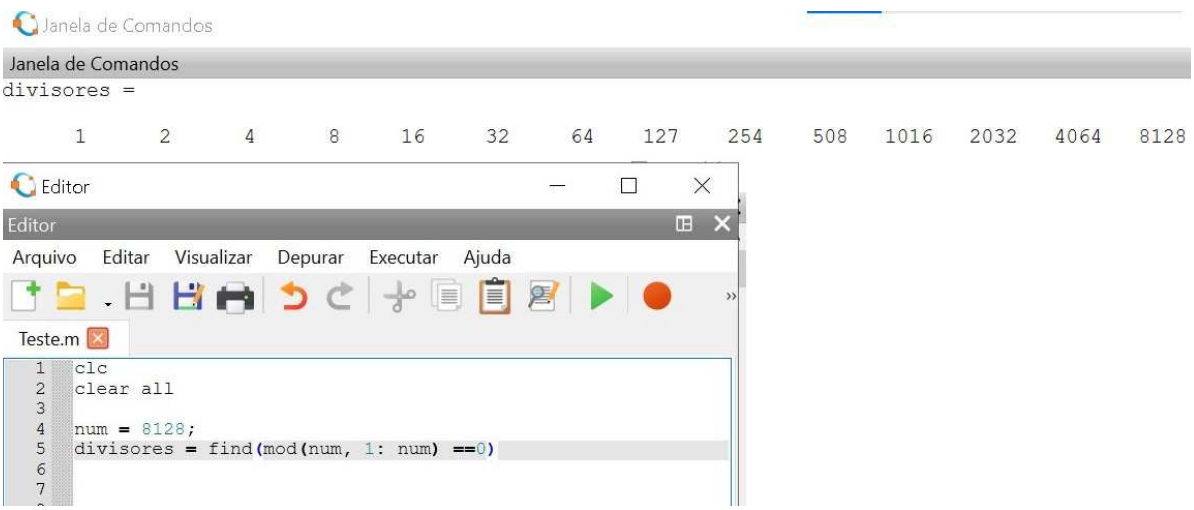
Fonte: Autora com o GNU Octave.

Assim, a diferença entre o terceiro e o segundo números perfeitos é 468.

8. *Quantos divisores possui o número perfeito* 8128*?*

   A Figura 2.18 ilustra o script no GNU Octave para determinar o número de divisores de 8128.

Figura 2.18 – Script para obter os divisores do número 8128



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Sobre os comandos utilizados, temos que:

i) *1:num – Gera uma sequência de números de 1 até num;*

ii) *mod(num, 1:num) – Calcula o resto da divisão do número num para cada número da sequência;*

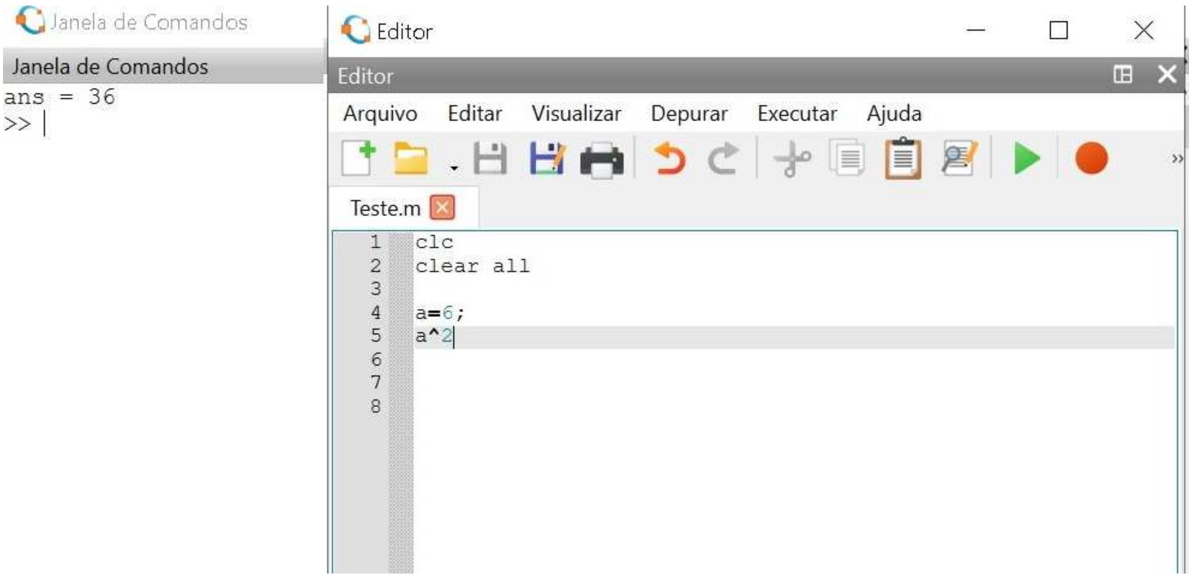
iii) *find(... == 0) – Retorna os índices dos números que num divide sem deixar resto.*

Portanto, o número 8128 *possui* 14 *divisores.*

9. *Qual é o resultado de elevar o menor número perfeito ao quadrado?*

   A Figura 2.19 mostra o script no GNU Octave para elever o número ao quadrado.

Figura 2.19 – Script para obter o resultado de 6 elevado ao quadrado



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Logo, o resultado do quadrado do primeiro número perfeito é 36.

10. *Qual é a fração irredutível que representa a razão entre o segundo e o primeiro números perfeitos?*

    A Figura 2.20 ilustra o script no GNU Octave para determinar a fração irredutível.

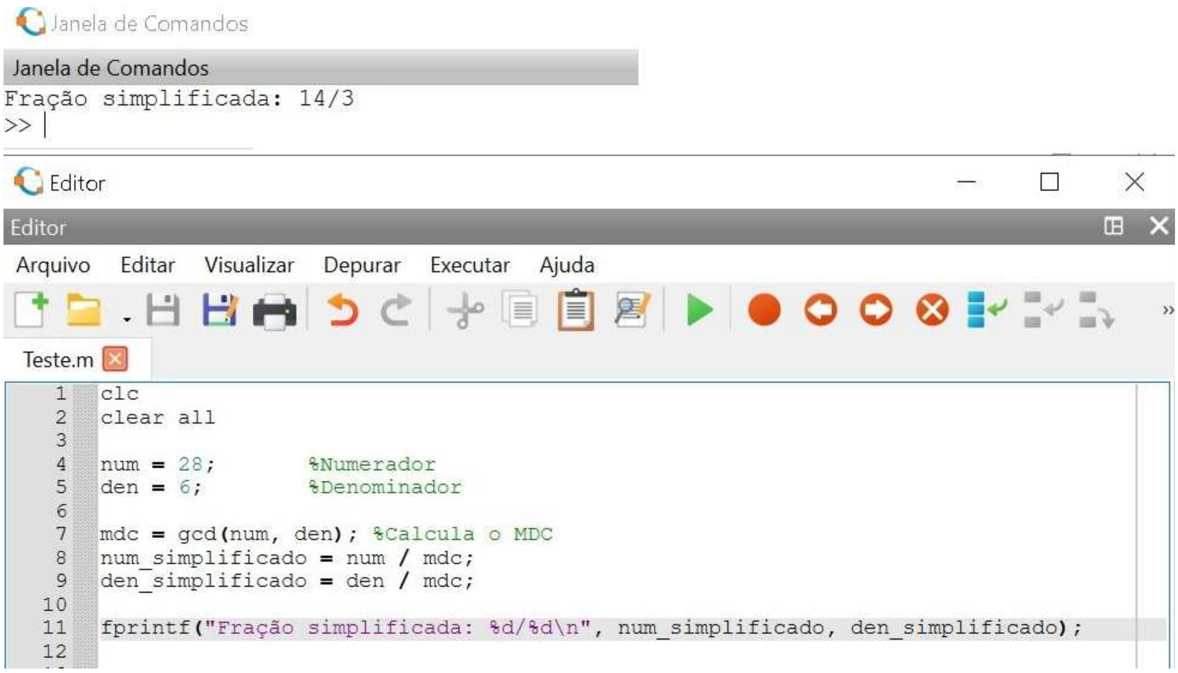
    Com isso, temos que a fração irredutível entre o segundo e o primeiro números perfeitos é $\frac{14}{3}$.

11. *Qual é a porcentagem que o divisor* 7 *representa do número perfeito* 28*?*

    A configuração do script no GNU Octave para determinar a porcentagem é ilustrada na Figura 2.21.

    Desta forma, 7 *representa* 25% *de* 28.

Figura 2.20 – Script para obter a fração irredutível entre o segundo e o primeiro números perfeitos



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.21 – Script para calcular a porcentagem que o divisor 7 representa do número perfeito 28

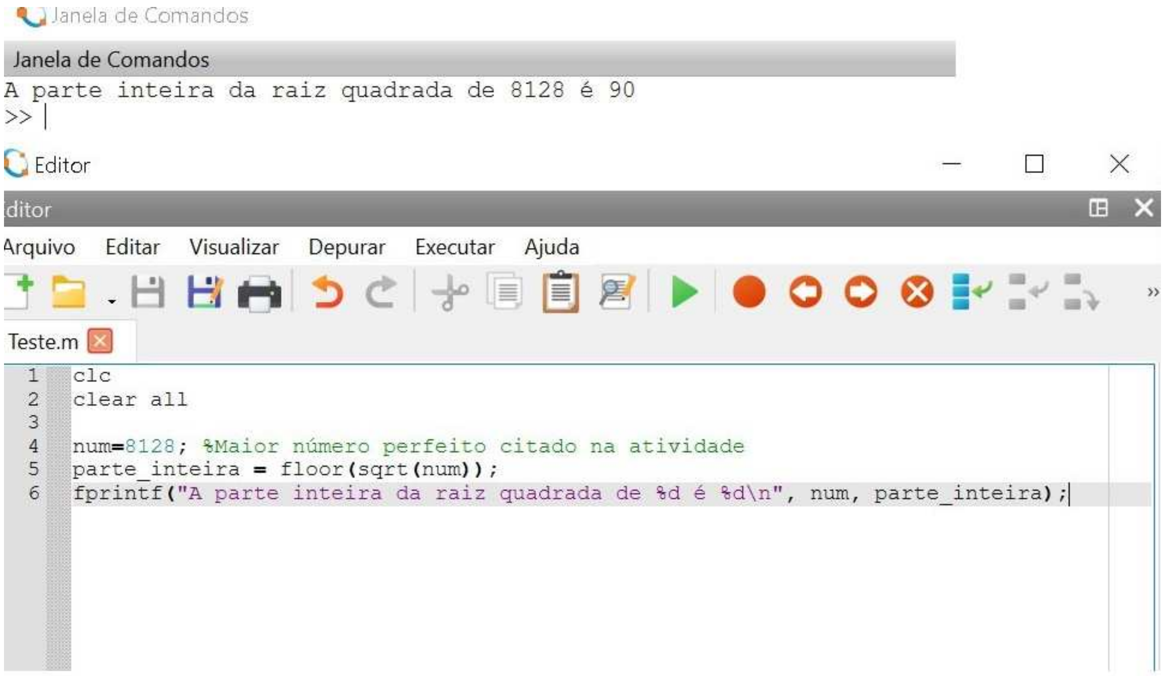
Fonte: Autora com o GNU Octave.

12. *Qual é a parte inteira da raiz quadrada do maior número perfeito citado no Desafio 2.3?*

    A Figura 2.22 ilustra o script no GNU Octave para determinar a parte inteira da raiz quadrada de 8128*.*

    Sobre os comandos utilizados, destacamos que:

Figura 2.22 – Script para calcular a parte inteira da raiz quadrada de 8128



Fonte: Autora com o GNU Octave.

i) sqrt(num) — Calcula a raiz quadrada do número;

ii) floor(x) — Retorna a parte inteira de x, arredondando para baixo.

Portanto, a parte inteira da raiz quadrada de 8128 *é* 90*.*

13. *Qual é a média aritmética aproximada dos três primeiros números perfeitos? Arredonde a média para o próximo número inteiro.*

    A Figura 2.23 mostra o script no GNU Octave para determinar a média aritmética de três valores.

    Como a questão pede para arredondarmos para o próximo número inteiro, a média é 177*.*

14. *Qual é a mediana dos divisores próprios do número perfeito* 6*?*

    A Figura 2.24 mostra o script no GNU Octave para calcular a mediana dos divisores próprios de um número perfeito.

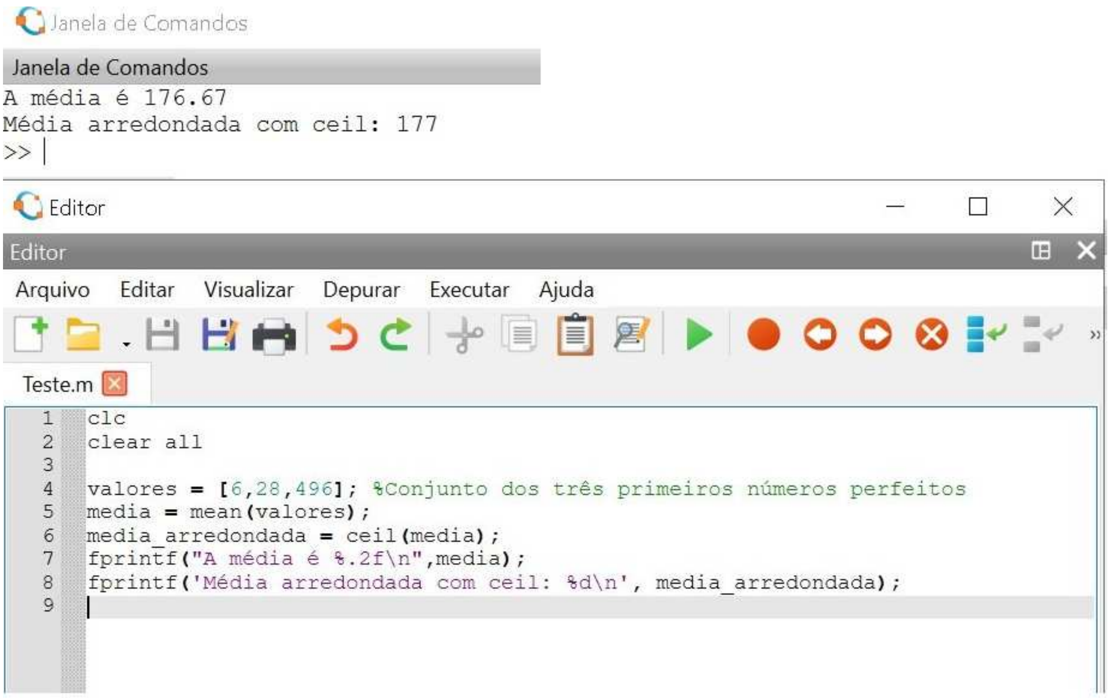
    Logo, a mediana dos divisores próprios do número perfeito 6 *é* 2*.*

15. *Considerando* $A = 6$*,* $B = 28$*,* $C = 496$ *e* $D = 8128$*, qual será o resultado da expressão:* $D \cdot A^2 - (C^2 + B \cdot A^4)$*?*

    A Figura 2.25 ilustra o script no GNU Octave para calcular o valor numérico da expressão algébrica.

    Logo, o valor numérico da expressão $D \cdot A^2 - (C^2 + B \cdot A^4)$ *é* 10304*.*

Figura 2.23 – Script para calcular a média aritmética aproximada dos três primeiros números perfeitos



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.24 – Script para determinar a mediana dos divisores próprios do número perfeito 6

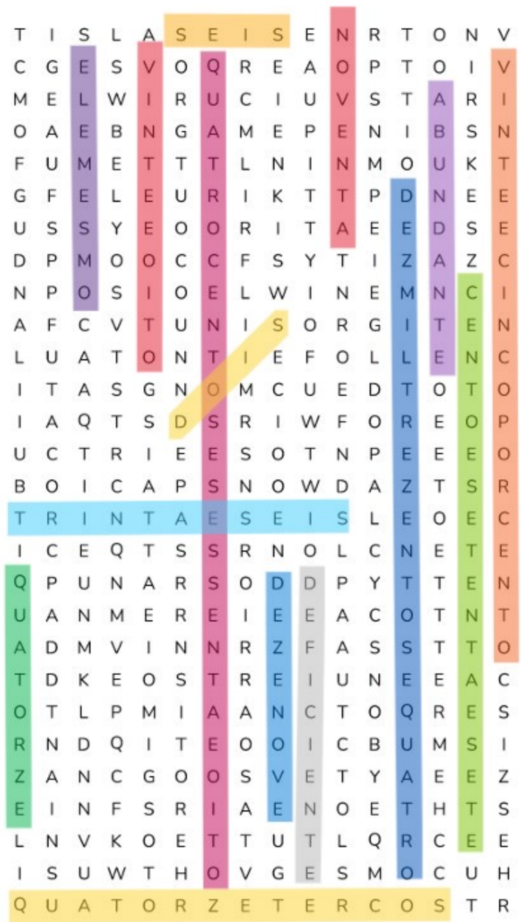
Fonte: Autora com o GNU Octave.

Após responder a todas as questões propostas, devemos localizar as respostas correspondentes no caça-palavras da Figura 2.15. O caça-palavras utilizado para o desenvolvimento desta sequência didática foi elaborado por meio da ferramenta disponível no site <https://pt.ohmydots.com/creator-crossword.html>, que permite a criação personalizada de atividades desse tipo de forma simples e acessível. A Figura 2.26 ilustra a conclusão do Desafio 2.3.

Figura 2.25 – Script para calcular o valor numérico da expressão com números perfeitos

Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.26 – Respostas do Desafio 2.3 no caça-palavras



Fonte: Autora.

2.4 ATIVIDADE 4: INVESTIGANDO NÚMEROS PRIMOS EM PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

1.1 Nível: Ensino Médio.

1.2 Ano: 1º.

1.3 Número de aulas: 3 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas BNCC:

- Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística – para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente;
- Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático;
- Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial;
(EM13MAT406) Utilizar os conceitos básicos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática;
(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

1.6 Conteúdos abordados: progressões aritméticas; números primos; porcentagem.

1.7 Objetivos:

- Identificar padrões em sequências numéricas simples e resolver problemas básicos;
- Desenvolver habilidades computacionais;
- Compreender a natureza dos números primos;
- Desenvolver o raciocínio lógico e investigativo.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

Os números primos são um dos temas mais fascinantes da Matemática. Eles aparecem de forma inesperada e estão ligados a diversos ramos do conhecimento, como a criptografia e a segurança digital. Além disso, os números primos também podem ser encontrados em progressões aritméticas, ou seja, em sequências numéricas nas quais a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma.

Nesta atividade, você será desafiado – Desafios 2.4 e 2.4 – a investigar como os números primos aparecem em diferentes progressões aritméticas. Será que existe algum padrão? Será que podemos prever onde encontrar números primos? Vamos descobrir juntos por meio de uma investigação prática e divertida que vai estimular o seu raciocínio lógico e investigativo!

Desafio. *Consideremos cinco progressões aritméticas representadas por sequências numéricas* $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *definidas recursivamente por:*

$$\textit{Sequência 1 } a_n = 2 + (n-1)\cdot 3,\ n > 1; \tag{2.1}$$

$$\textit{Sequência 2 } a_n = 3 + (n-1)\cdot 2,\ n > 1; \tag{2.2}$$

$$\textit{Sequência 3 } a_n = 4 + (n-1)\cdot 7,\ n > 1; \tag{2.3}$$

$$\textit{Sequência 4 } a_n = 7 + (n-1)\cdot 3,\ n > 1; \tag{2.4}$$

$$\textit{Sequência 5 } a_n = 11 + (n-1)\cdot 2,\ n > 1. \tag{2.5}$$

Para cada uma das sequências (2.1) *a* (2.5)*:*

1. *gere os* 20 *primeiros termos usando os controles deslizantes na página do GeoGebra* *<https://www.geogebra.org/m/crk44j3f>;*

2. *classifique cada termo como primo ou composto utilizando no GNU Octave a função isprime, que retorna o valor* 1 *quando o número é primo e* 0 *quando é composto;*

3. *conte quantos números primos cada uma das sequências obtidas possuiu e em seguida determine, usando a função percent no GNU Octave, a porcentagem de números primos entre os* 20 *primeiros termos de cada sequência.*

Para as sequências (2.1) *e* (2.2)*:*

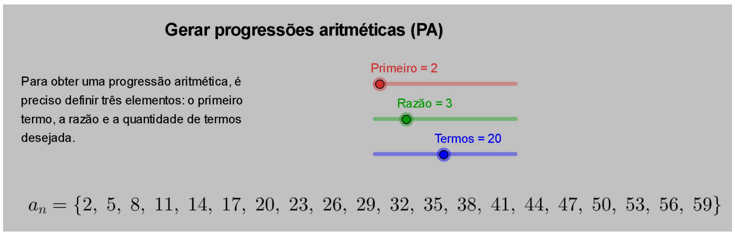
4. *expanda cada sequência adicionando mais* 5 *termos, e depois mais* 5 *termos. Para cada conjunto de* $(20, 25, 30)$ *termos, determine empregando o GNU Octave:*

   - *a quantidade de números primos;*
   - *a porcentagem de números primos em relação ao total de termos.*

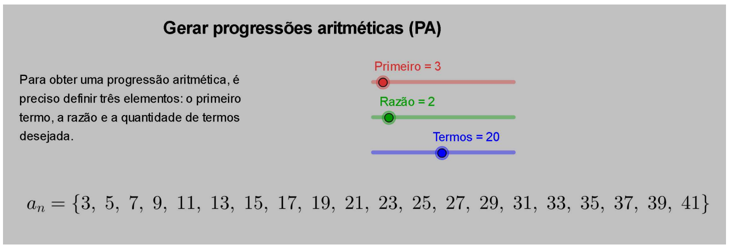
À medida que aumentamos o intervalo, a quantidade e a porcentagem de números primos tendem a aumentar, diminuir ou se manter constantes?

Solução. *(Desafio 2.4) Clicamos no link disponibilizado e geramos os* 20 *primeiros termos de cada sequência. As Figuras 2.28 a 2.32 ilustram os termos obtidos em cada sequência.*

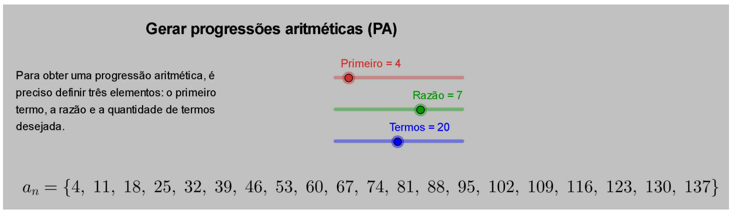
Figura 2.27 – Progressões aritméticas com 20 termos: (a) $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$; (b) $a_n = 3+(n-1)\cdot 2$; (c) $a_n = 4+(n-1)\cdot 7$; (d) $a_n = 7+(n-1)\cdot 3$; (e) $a_n = 11+(n-1)\cdot 2$



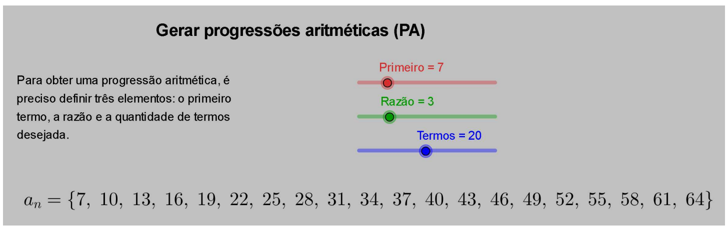
(a)



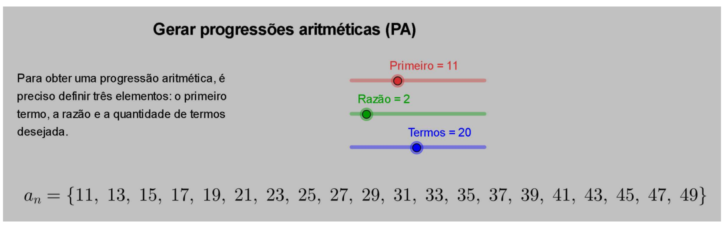
(b)



(c)



(d)

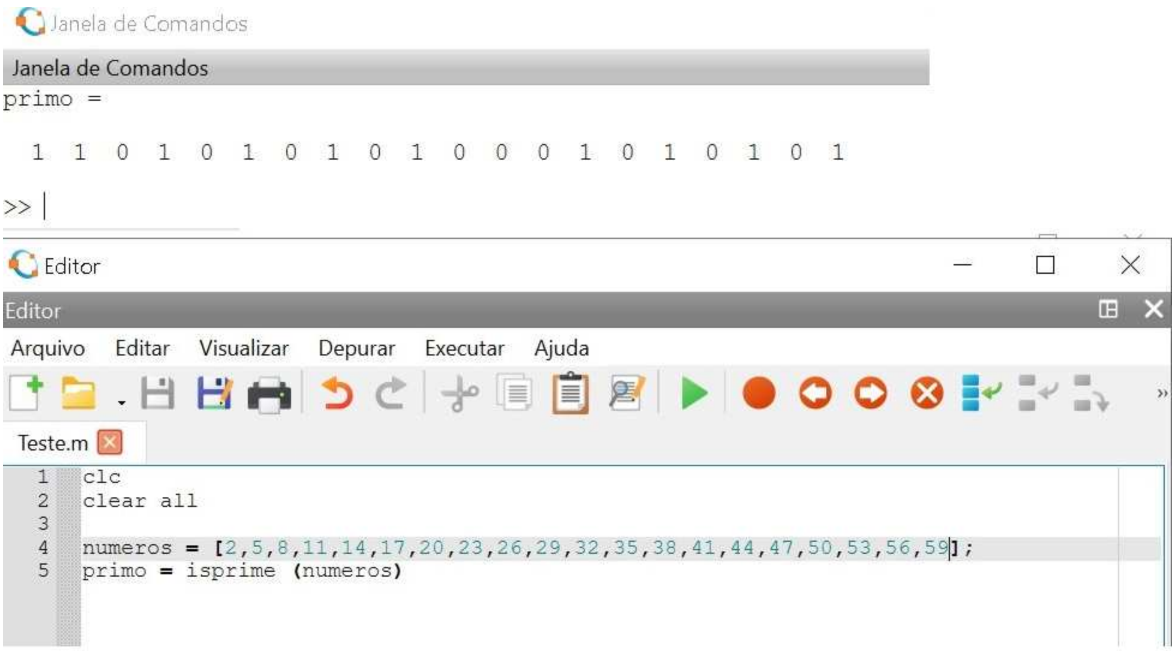


(e)

Fonte: Autora com o GeoGebra.

Em seguida, analisamos cada termo das sequências para determinar se ele é um número primo ou composto. Para isso, utilizamos a função isprime no GNU Octave. Essa função retorna o valor 1 *quando o número é primo e* 0 *quando é composto. Dessa forma, obtemos uma sequência de zeros e uns que indica a primalidade de cada termo. As Figuras 2.28 a 2.32 mostram o comando usado no GNU Octave e os resultados correspondentes.*

Figura 2.28 – Primalidade dos 20 primeiros termos da PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.29 – Primalidade dos 20 primeiros termos da PA $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$

Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.30 – Primalidade dos 20 primeiros termos da PA $a_n = 4 + (n-1) \cdot 7$

Fonte: Autora com o GNU Octave.

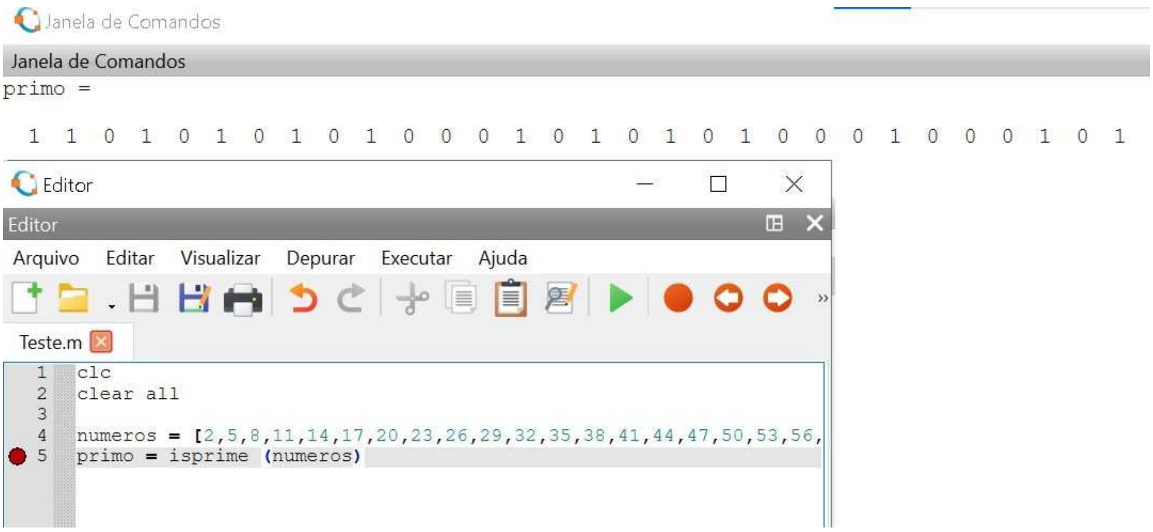
Figura 2.31 – Primalidade dos 20 primeiros termos da PA $a_n = 7 + (n-1) \cdot 3$

Fonte: Autora com o GNU Octave.

As Figuras 2.28 a 2.32 evidenciam que o número de primos nos 20 primeiros termos das progressões aritméticas $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$, $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$, $a_n = 4 + (n-1) \cdot 7$, $a_n = 7 + (n-1) \cdot 3$ e $a_n = 11 + (n-1) \cdot 2$ é, respectivamente: 10 – 50%; 12 – 60%; 5 – 25%; 7 – 35%; 11 – 55%. A porcentagen de números primos nos 20 primeiros termos de cada PA é calculada com o GNU Octave seguindo os passos ilustrados na Figura 2.33.

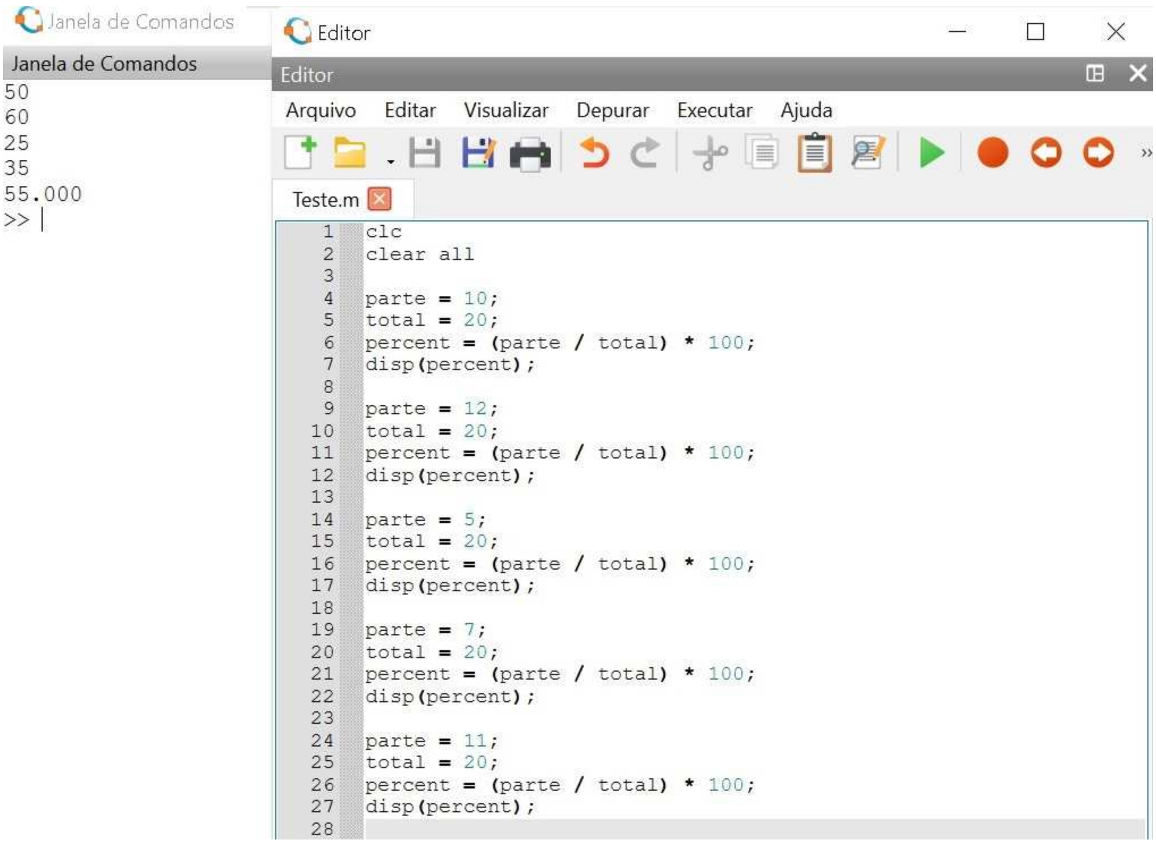
Para investigar a distribuição dos números primos, analisemos as progressões aritméticas definidas por $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$ e $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$ considerando um número maior de

Figura 2.32 – Primalidade dos 20 primeiros termos da PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.33 – Porcentagem de números primos nos 20 primeiros termos das progressões aritméticas do Desafio 2.4

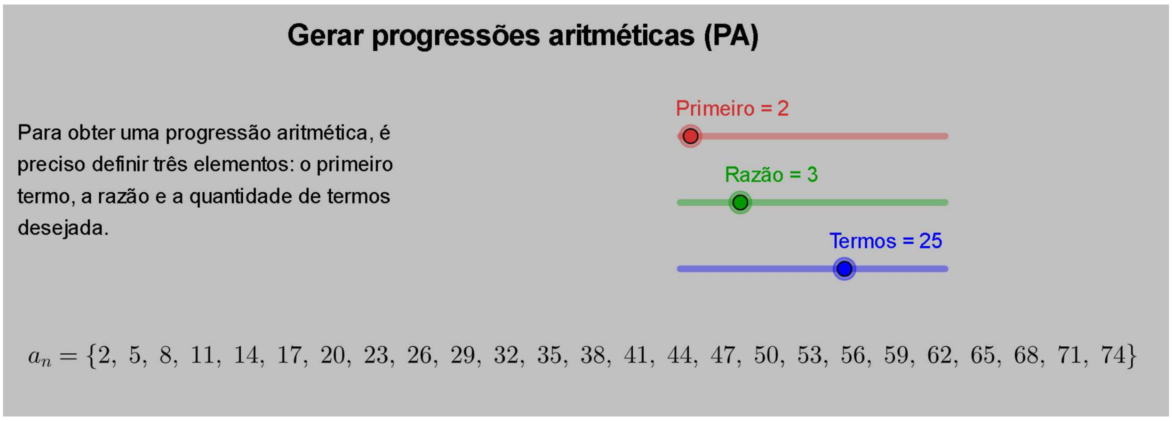


Fonte: Autora com o GNU Octave.

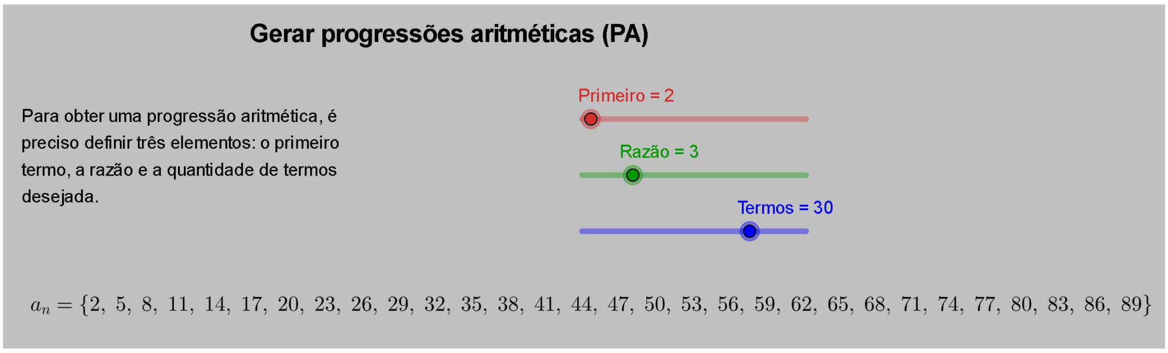
termos: 25 *e* 30 *para ambas as progressões.*

Iniciemos com a PA $a_n = 2+(n-1)\cdot 3$*. A Figura 2.34 ilustra os termos da PA, as Figuras 2.35 e 2.36 mostram a primalidade dos elementos e a Figura 2.37 apresenta a porcentagem de primos na quantidade de termos considerada.*

Figura 2.34 – PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$: (a) 25 primeiros termos; (b) 30 primeiros termos



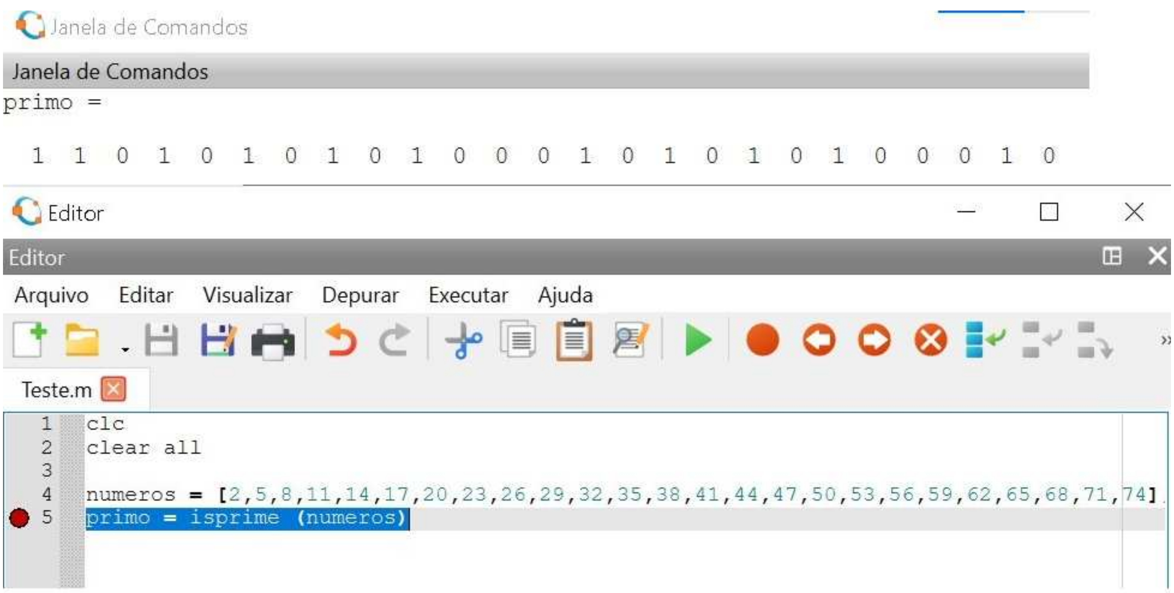
(a)



(b)

Fonte: Autora com o GeoGebra.

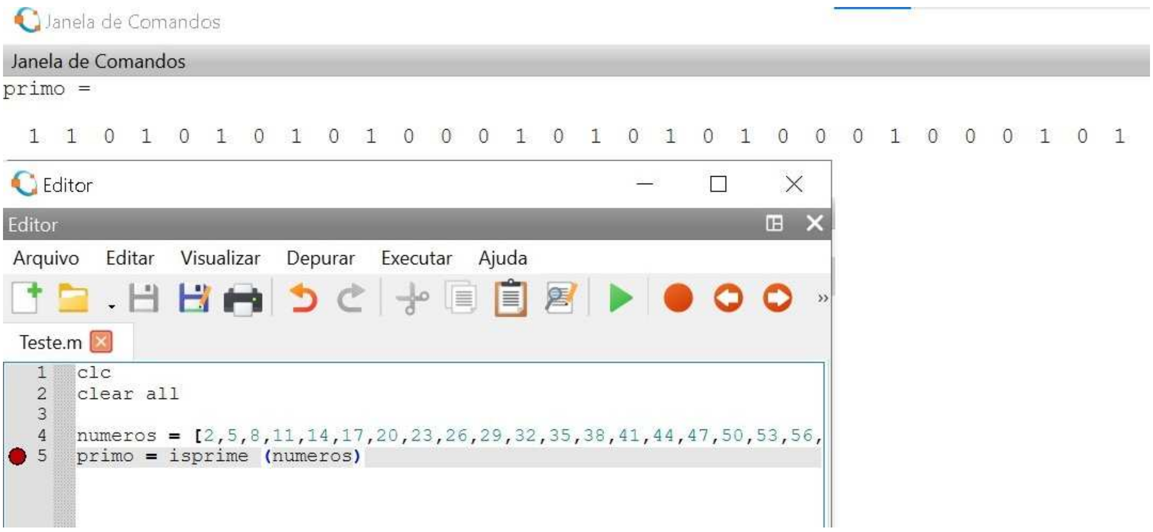
Figura 2.35 – Primalidade dos 25 primeiros termos da PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

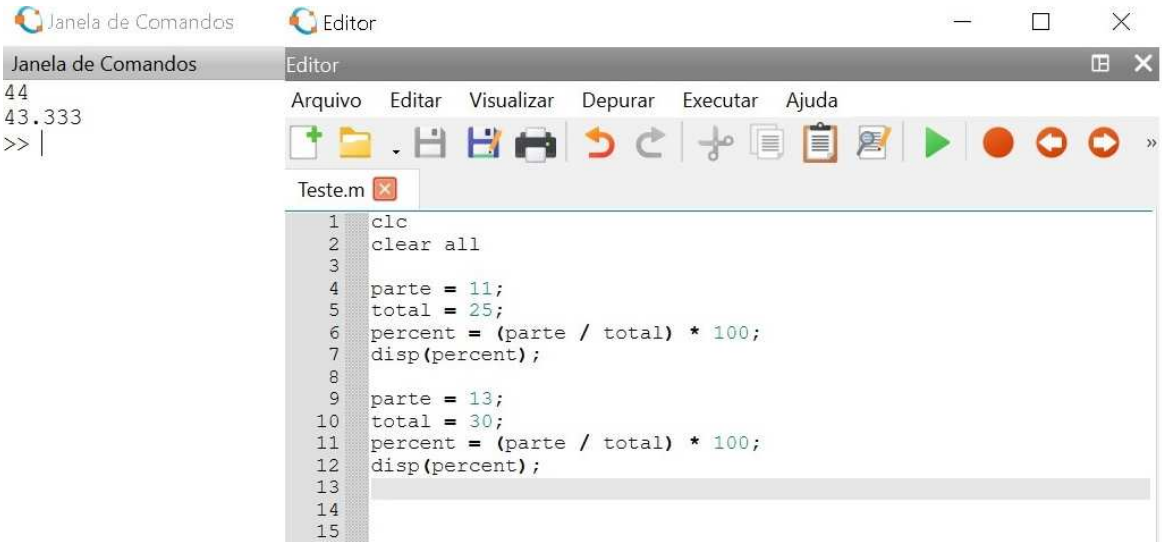
Usando o GNU Octave, comprovamos – Figuras 2.35, 2.36 e 2.37 – que há na PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$: 11 números primos entre os 25 primeiros termos, o que corresponde a 44%; 13 números primos entre os 30 primeiro termos, o que corresponde a $43,33\%$.

Figura 2.36 – Primalidade dos 30 primeiros termos da PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.37 – Porcentagem de números primos nos 25 e 30 primeiros termos da PA $a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$



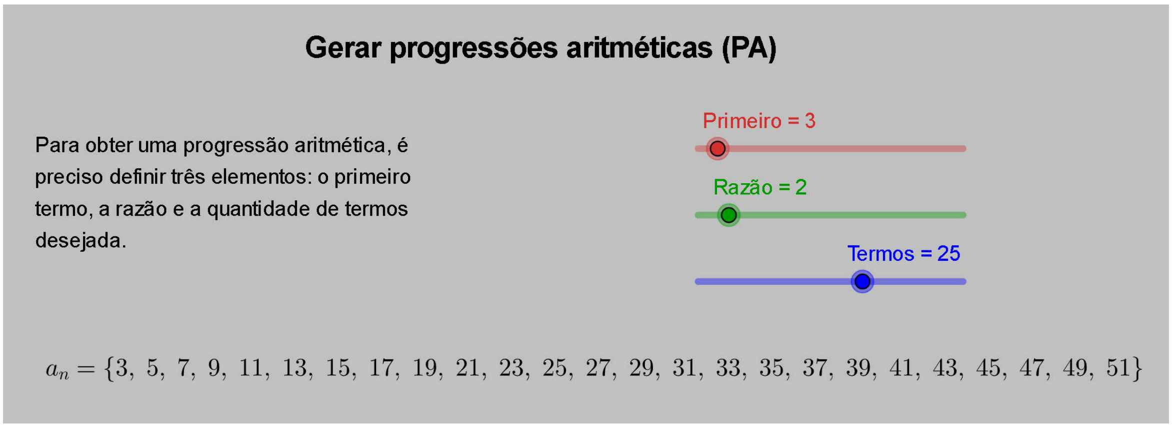
Fonte: Autora com GNU Octave.

Repetindo a análise para a PA $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$, constatamos – Figuras 2.38, 2.39, 2.40 e 2.41 – que há: 14 números primos entre os 25 primeiros termos, o que corresponde a 56%; 17 números primos entre os 30 primeiros termos, o que corresponde a $56,67\%$.

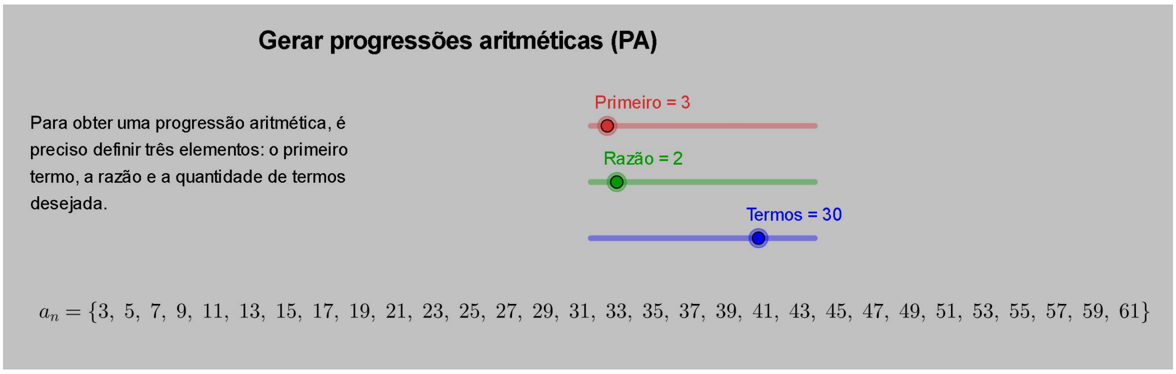
Analisando a distribuição de primos na expansão do número de termos das progressões aritméticas $a_n = 2+(n-1)\cdot 3$ e $a_n = 3+(n-1)\cdot 2$, constatamos duas tendências aparentemente contraditórias, porém coerentes com a literatura.

1. *Aumento da quantidade: à medida que consideramos intervalos com maior número de elementos nas progressões aritméticas, a quantidade total de números primos tende a aumentar.*

Figura 2.38 – Progressão aritmética $a_n = 3+(n-1)\cdot 2$: (a) 25 primeiros termos; (b) 30 primeiros termos



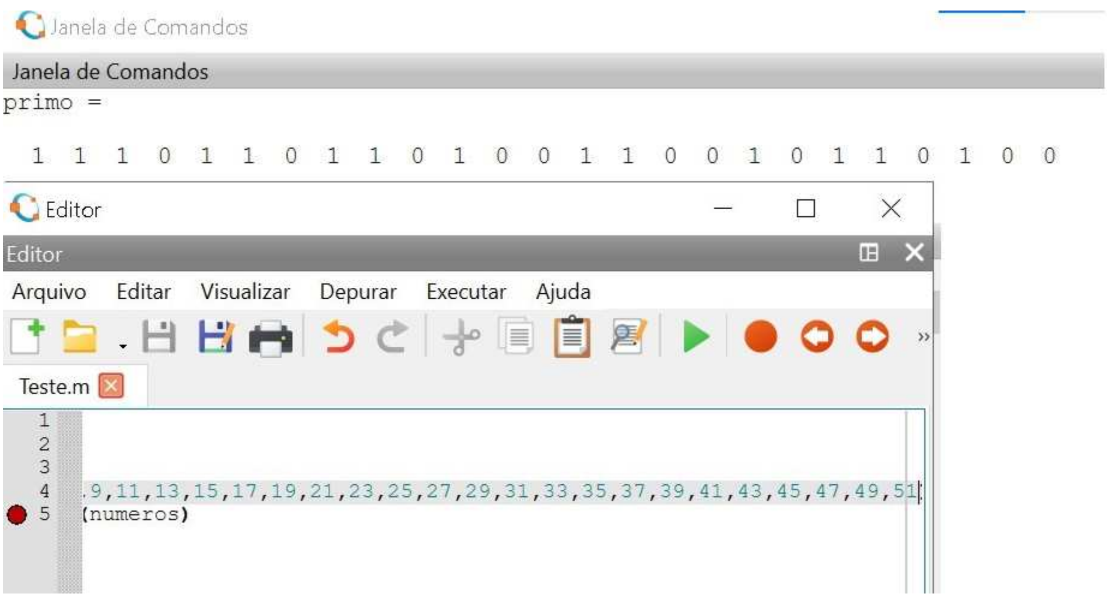
(a)



(b)

Fonte: Autora com o GeoGebra.

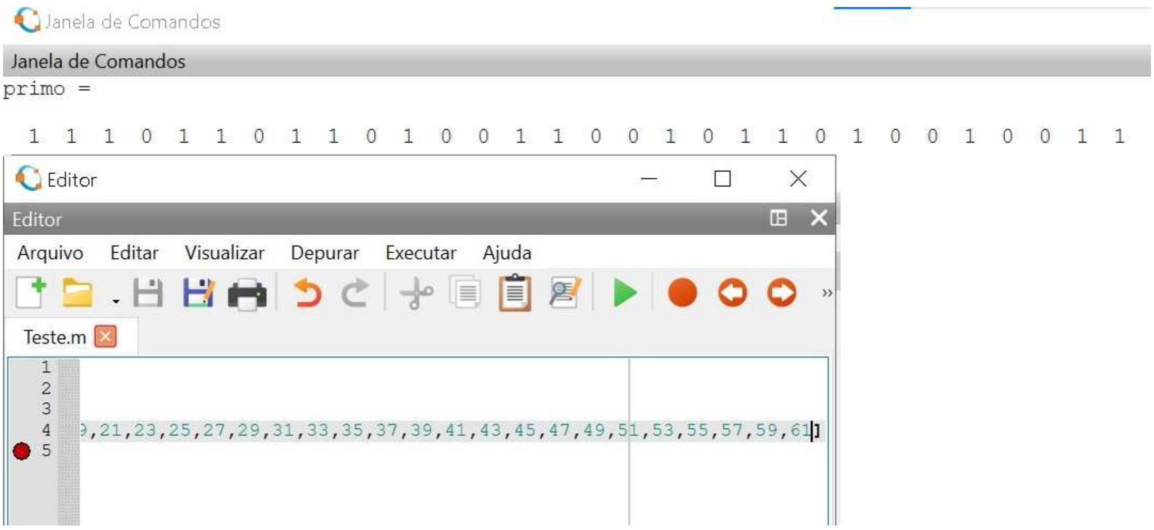
Figura 2.39 – Primalidade dos 25 primeiros termos da PA $a_n = 3 + (n-1)\cdot 2$



Fonte: Autora com o GNU Octave

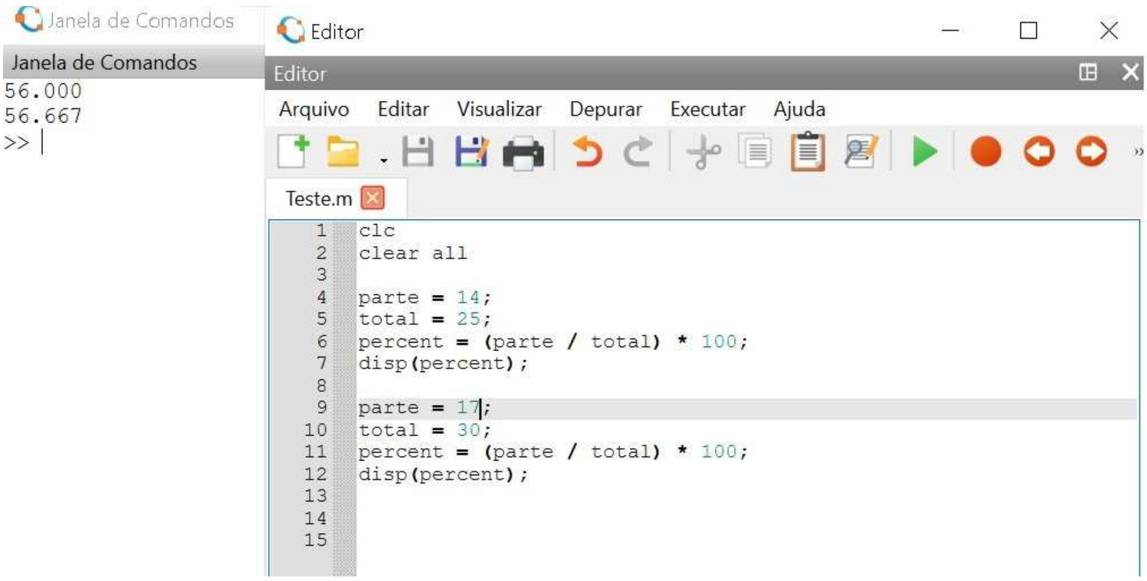
2. *Primos mais distantes: a proporção de números primos em relação ao total de números no*

Figura 2.40 – Primalidade dos 30 primeiros termos da PA $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$



Fonte: Autora com o GNU Octave

Figura 2.41 – Porcentagem de números primos nos 25 e 30 primeiros termos da PA $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$



Fonte: Autora com o GNU Octave.

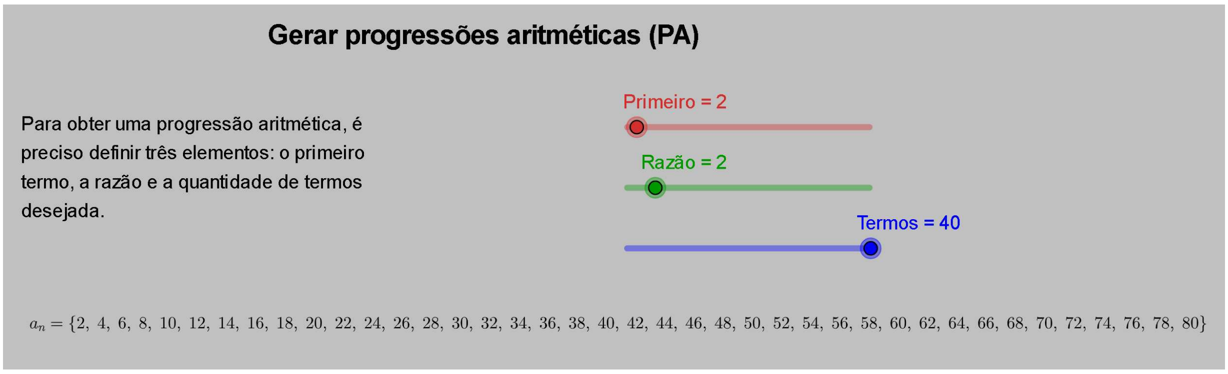
intervalo tende a diminuir.

Isso significa que, embora haja mais números primos em intervalos de maior amplitude, eles se tornam mais esparsos.

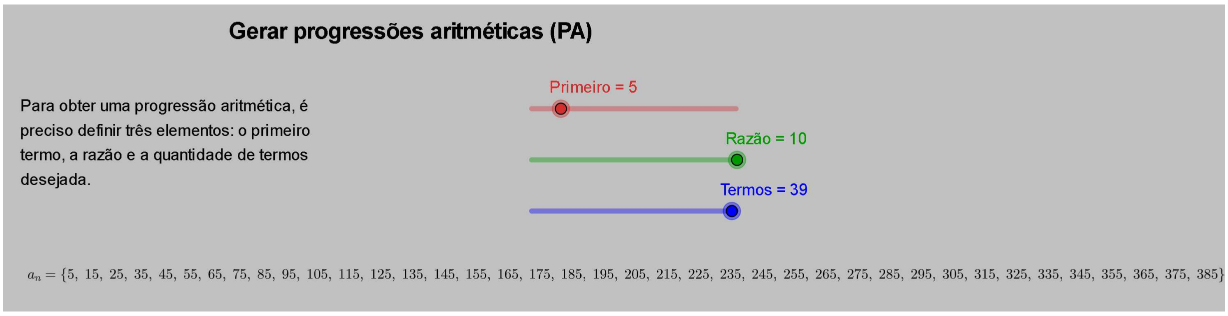
Desafio. *Empregando os controles deslizantes na página do GeoGebra <https://www.geogebra.org/m/crk44j3f>, escreva uma progressão aritmética com no máximo um número primo.*

Solução. *(Desafio 2.4) O Desafio 2.4 tem diversas soluções. A Figura 2.42 ilustra duas soluções possíveis.*

Figura 2.42 – Progressões aritméticas com um único número primo: (a) $a_n = 2 + (n-1)\cdot 2$, $n > 1$; (b) $a_n = 5 + (n-1)\cdot 10$, $n > 1$



(a)



(b)

Fonte: Autora com o GNU Octave.

Dirichlet fez uma descoberta fascinante sobre os números primos: em muitas sequências de números que seguem um padrão específico, podemos encontrar infinitos números primos. Essa descoberta é chamada de teorema de Dirichlet.

Mas qual é esse padrão específico? Para que uma sequência tenha infinitos números primos, de acordo com o teorema de Dirichlet, o primeiro número da sequência e a diferença entre cada número, chamada de razão, precisam ser primos entre si, ou seja, não podem ter nenhum divisor comum além do 1. *No entanto, a forma como esses números primos se distribuem é um verdadeiro mistério. Ainda não é possível prever exatamente onde o próximo número primo vai aparecer.*

2.5 ATIVIDADE 5: DESCOBRINDO OS PARES AMIGÁVEIS

1.1 Nível: Ensino Fundamental.

1.2 Ano: 7º.

1.3 Número de aulas: 4 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas BNCC:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

1.6 Conteúdos abordados: Múltiplos e divisores de um número natural; números amigáveis.

1.7 Objetivos:

- Compreender conceitos de divisibilidade;
- Compreender o conceito de números amigáveis;
- Desenvolver habilidades de programação;
- Desenvolver o raciocínio lógico e investigativo.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

Você já se perguntou se os números podem ser amigos? Nesta atividade - Desafio2.5, você vai explorar os números amigáveis, pares de números que possuem uma relação muito especial: a soma dos divisores próprios de um número é igual ao outro.

Desafio. *A Tabela 2.2 apresenta* 20 *números inteiros positivos. Utilizando as funções find e sum no GNU Octave, determine se cada um desses números compõe um par de números amigáveis. Para tanto, determine os divisores próprios, calcule a soma dos divisores próprios e compare as somas com os números da Tabela 2.2.*

O GNU Octave será sua ferramenta para simplificar e acelerar o trabalho, permitindo explorar não apenas pequenos números, mas também pares amigáveis maiores e mais complexos. Vamos investigar juntos essas relações numéricas e descobrir se os números realmente podem fazer amigos!

Quais são os pares de números amigáveis na Tabela 2.2?

Tabela 2.2 – Lista de números para o Desafio 2.5

NÚMERO	**DIVISORES PRÓPRIOS**	**SOMA DOS DIVISORES PRÓPRIOS**	**AMIGO?**
6			
12			
30			
220			
284			
399			
825			
1184			
1210			
2620			
2727			
2924			
3563			
4727			
5020			
5564			
5847			
6232			
6300			
6368			

Fonte: Autora.

Solução. *(Desafio 2.5) Para configurar o script no GNU Octave, basta digitar* $num =$ *e digitar o valor desejado. Em seguida, usamos o comando*

$$divisores\_proprios = find(mod(num, 1 : num - 1) == 0).$$

Este comando terá como saída os divisores próprios do número informado. Para obter a soma dos divisores próprios, basta acrescentar o comando

$$soma = sum(divisores\_proprios).$$

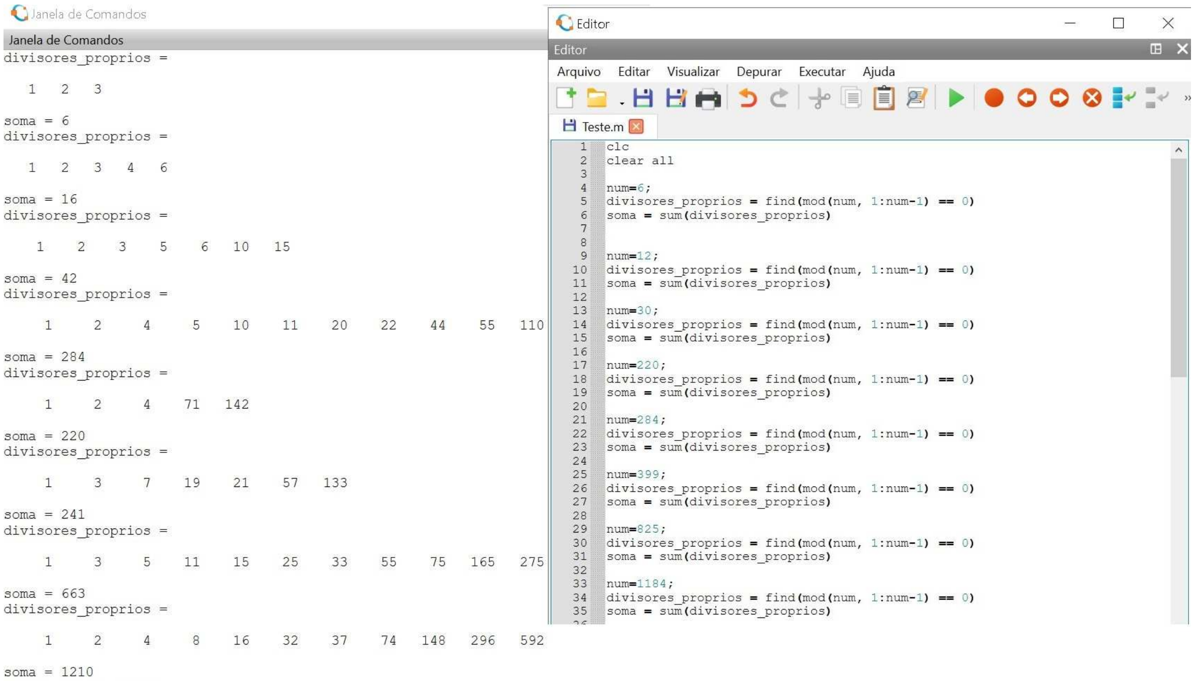
As Figuras 2.43 a 2.45 ilustram a configuração desses comandos para calcular a soma dos divisores próprios dos números relacionados na Tabela 2.2.

Após determinar todos os divisores próprios dos números na Tabela 2.2 e calcular suas somas, obtemos a Tabela 2.3.

Logo, os pares de números amigáveis na Tabela 2.2 são:

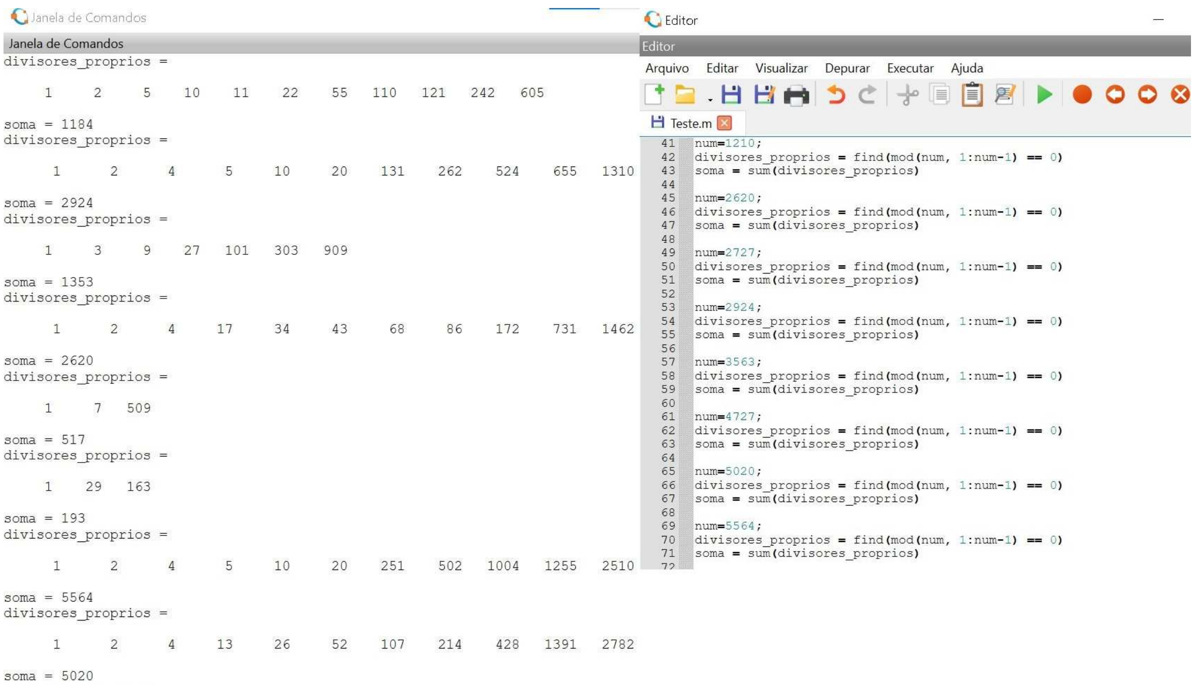
$$(220, 284), (1184, 1210), (2620, 2924), (5020, 5564), (6232, 6368).$$

Figura 2.43 – Script para somar os divisores próprios de 6 a 1184 na Tabela 2.2



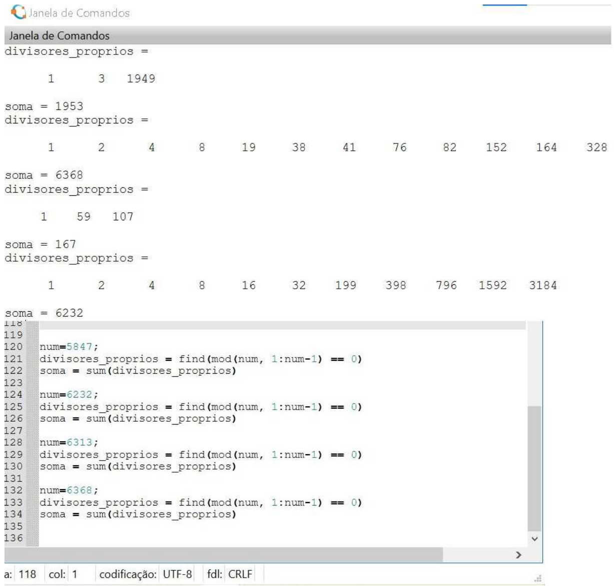
Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.44 – Script para somar os divisores próprios de 1210 a 5564 na Tabela 2.2



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Figura 2.45 – Script para somar os divisores próprios de 5847 a 6368 na Tabela 2.2



Fonte: Autora com o GNU Octave.

Tabela 2.3 – Pares de números amigáveis do Desafio 2.5

NÚMERO	DIVISORES PRÓPRIOS	SOMA DOS DIVISORES PRÓPRIOS	AMIGO?
6	1,2,3	6	Não
12	1,2,3,4,6	16	Não
30	1,2,3,5,6,10,15	42	Não
220	1,2,4,5,10,11,20,22,44,55,110	284	Sim
284	1,2,4,71,142	220	Sim
399	1,3,7,19,21,57,133	241	Não
825	1,3,5,11,15,25,33,55,75,165,275	663	Não
1184	1,2,4,8,16,32,37,74,148,296,592	1210	Sim
1210	1,2,5,10,11,22,55,110,121,242,605	1184	Sim
2620	1,2,4,5,10,20,131,262,524,655,1310	2924	Sim
2727	1,3,9,27,101,303,909	1353	Não
2924	1,2,4,17,34,43,68,86,172,731,1462	2620	Sim
3563	1,7,508	517	Não
4727	1,29,163	193	Não
5020	1,2,4,5,10,20,251,502,1004,1255, 2510	5564	Sim
5564	1,2,4,13,26,52,107,214,428,1391, 2782	5020	Sim
5847	1,3,1949	1953	Não
6232	1,2,4,8,19,38,41,76,82,152,164,328, 779,1558,3116	6368	Sim
6300	1,59,107	167	Não
6368	1,2,4,8,16,32,199,398,796,1592,3184	6232	Sim

Fonte: Autora.

2.6 ATIVIDADE 6: DESVENDANDO MISTÉRIOS NUMÉRICOS COM O SOROBAN E O GNU OCTAVE

1.1 Nível: Ensino Fundamental.

1.2 Ano: 6º.

1.3 Número de aulas: 4 (45 minutos cada).

1.4 Competências específicas BNCC:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

1.5 Habilidades específicas BNCC:
(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora;
(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000;
(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

1.6 Conteúdos abordados: múltiplos e divisores de um número natural; critérios de divisibilidade; operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais.

1.7 Objetivos:

- Consolidar o entendimento de operações aritméticas, divisibilidade e sistemas de numeração;
- Promover a utilização do soroban como ferramenta manual e do GNU Octave como ferramenta computacional, demonstrando a versatilidade de ambas;
- Estimular a troca de ideias, a discussão de estratégias e a cooperação entre os alunos;
- Desenvolver o raciocínio lógico e investigativo.

1.8 Procedimento metodológico: aula expositiva e dialogada; solução de problemas.

1.9 Avaliação: observação do desempenho dos estudantes durante a realização da atividade.

Preparem-se para uma jornada emocionante no mundo da Matemática! Hoje, vocês serão divididos em grupos de até cinco detetives numéricos. Utilizando o poder do soroban digital em seus celulares e a versatilidade do GNU Octave, vocês trabalharão em equipe para desvendar mistérios envolvendo números e divisibilidade.

Em cada um dos desafios – Desafios 2.6 a 2.6, haverá pistas sobre um número misterioso. Utilizando o soroban digital, vocês deverão encontrar o número que se encaixa perfeitamente nas pistas. Em seguida, para verificar suas respostas e explorar conceitos mais avançados, vocês utilizarão o GNU Octave, uma poderosa ferramenta de computação numérica.

Lembrem-se: a colaboração é a chave para o sucesso! Compartilhem ideias, testem diferentes possibilidades e utilizem tanto o soroban digital quanto o GNU Octave como ferramentas para visualizar, manipular e analisar os números.

Estão prontos para colocar suas habilidades matemáticas em prática e explorar um novo mundo de possibilidades? Para começar, baixe o aplicativo Simple Soroban gratuitamente na Google Play Store: <https://play.google.com/store/apps/details?id=br.net.btco.soroban>.

Mas o que é o simple soroban?

O *simple soroban* é um aplicativo que simula um ábaco japonês (soroban), permitindo aos usuários praticar operações matemáticas como adição, subtração, multiplicação (de 1 e 2 dígitos) e divisão. O app oferece dois modos principais: um modo livre para uso do ábaco e um modo desafio com três níveis de dificuldade (fácil, médio e difícil). Além disso, inclui tutoriais básicos sobre os conceitos fundamentais e as operações mencionadas. Desenvolvido por Bruno Takahashi Carvalhas de Oliveira, o aplicativo foi criado como um projeto de hobby e não contém anúncios nem compras internacionais. Ele também não coleta nem transmite dados dos usuários, garantindo que todas as configurações e informações de uso sejam armazenadas localmente no dispositivo.

Desafio. *Neste desafio, use o soroban para determinar um número:*

- *que possui* 3 *algarismos;*

- *cuja soma dos algarismos é* 15*;*
- *cujo algarismo das centenas é* 1*;*
- *que é divisível por* 5*.*

Disponha as contas no soroban para encontrar o número misterioso. Você pode tirar uma foto e anexá-la ou fazer um desenho de como ficou essa representação em seu soroban. Em seguida, responda às seguintes perguntas:

a) *Qual é o número misterioso?*

b) *Esse número é divisível por 2? Por quê?*

c) *Esse número é divisível por 3? Por quê?*

d) *Esse número é divisível por 4? Por quê?*

Solução. *(Desafio 2.6) Para determinar o número misterioso, os grupos devem analisar as pistas fornecidas:*

1º Como o número possui 3 *algarismos, limitaremos o cálculo no soroban às hastes que correspondem às unidades, dezenas e centenas;*

2º Adicionamos uma conta a casa das dezenas, pois de acordo com a pista fornecida, o algarismos das centenas é 1*;*

3º O número que queremos formar tem a soma de seus algarismos igual a 15*. Já sabemos que o algarismo das centenas é* 1*. Para descobrir os outros dois algarismos, calculamos a diferença* $15 - 1 = 14$*. Então, precisamos encontrar dois algarismos que, quando somados, resultem em* 14*;*

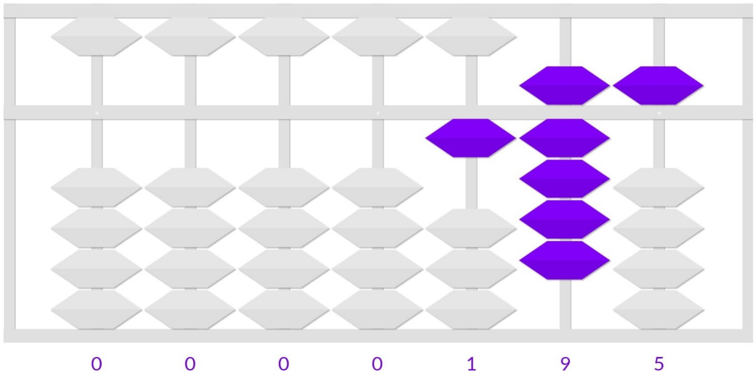
4º Uma pista importante que nos foi fornecida é que o número que estamos procurando é divisível por 5*. Portanto, esse número terá* 0 *ou* 5 *como último algarismo;*

5º A soma dos dois últimos algarismos precisa ser 14*. E o último algarismo só pode ser* 0 *ou* 5*. Se for* 0*, o outro algarismo teria que ser* 14*, o que não faz sentido, pois os algarismos vão de* 0 *a* 9*. Então, o último algarismo é* 5*. Para que a soma seja* 14*, o algarismo das dezenas precisa ser* 9*.*

A Figura 2.46 ilustra a solução do Desafio 2.6 no soroban.

Finalizada a análise, as perguntas sobre primeiro número misterioro podem ser respondidas.

Figura 2.46 – Solução do Desafio 2.6 no soroban: o número misterioso é 195



Fonte: Autora.

a) Qual é o número misterioso?
195

b) Esse número é divisível por 2? Por quê?
Não, pois para ser divisível por 2 o número deve ser par. E números pares sempre terminam em $0, 2, 4, 6$ ou 8.

c) Esse número é divisível por 3? Por quê?
Sim, pois um número é divisível por 3 se a soma de seus algarismos também for divisível por 3. Como a soma dos algarismos de 195 é 15, e 15 dividido por 3 é 5, então 195 é divisível por 3.

d) Esse número é divisível por 4? Por quê?
Não, porque um número é divisível por 4 somente se os seus dois últimos algarismos formarem um número divisível por 4. Como 95 (os dois últimos algarismos de 195) não é divisível por 4, então 195 também não é divisível.

Desafio. *Neste desafio, empregue o soroban e o GNU Octave para determinar um número:*

- *que possui 4 algarismos;*
- *que está entre 9000 e 9999;*
- *cuja soma dos algarismos é 24;*
- *cujo algarismo das centenas é 5;*
- *cujo algarismo das unidades é igual a $10^2 - (9^2 + 15)$.*

Calcule o algarismo das unidades com o GNU Octave e disponha as contas no soroban para determinar o número misterioso. Você pode tirar uma foto e anexá-la ou fazer um desenho de como ficou essa representação em seu soroban. Logo após, responda às seguintes questões:

a) Qual é o número misterioso?

b) Esse número é divisível por 2? Por quê?

c) Esse número é divisível por 3? Por quê?

d) Esse número é divisível por 5? Por quê?

Solução. *(Desafio 2.6) Para obter o segundo número misterioso, os grupos devem analisar as pistas fornecidas:*

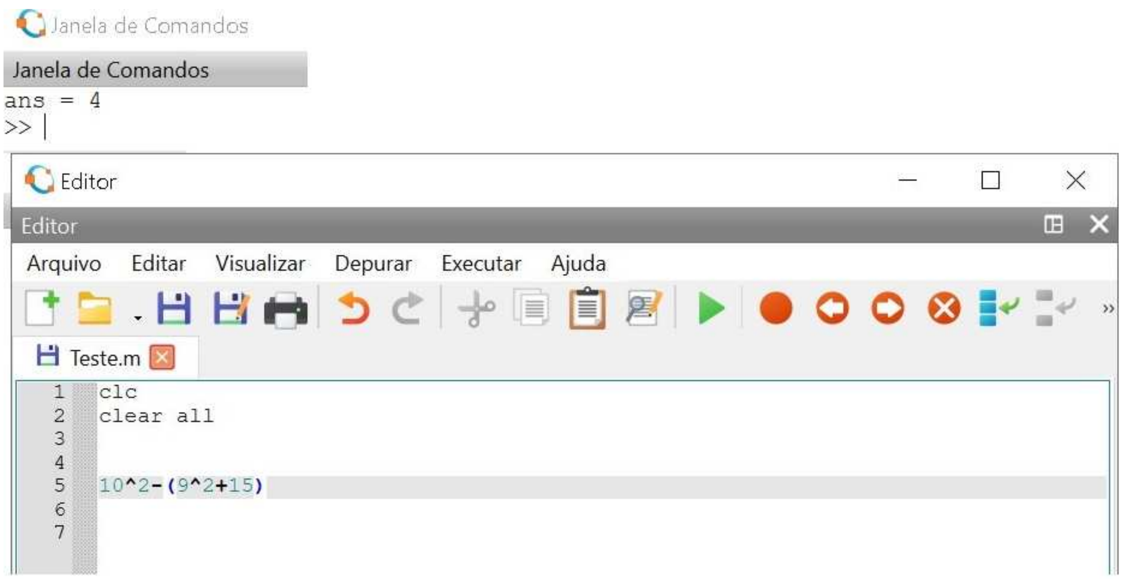
1º Como o número possui 4 algarismos, limitaremos o cálculo no soroban às hastes que correspondem às unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar;

2º Adicionamos 9 *contas na casa das unidades de milhar, pois de acordo com a dica fornecida, o número está entre* 9000 *e* 9999*. Logo, o algarismos das unidades de milhar é* 9*;*

3º Adicionamos 5 *contas na casa das centenas de acordo com a dica fornecida;*

4º Colocamos 4 *na casa das unidades, que é o valor da expressão* $10^2 - (9^2 + 15)$*. Esse valor pode ser calculado/conferido com o GNU Octave, como ilustra a Figura 2.47;*

Figura 2.47 – Algarismo das unidades do número misterioso no Desafio 2.6

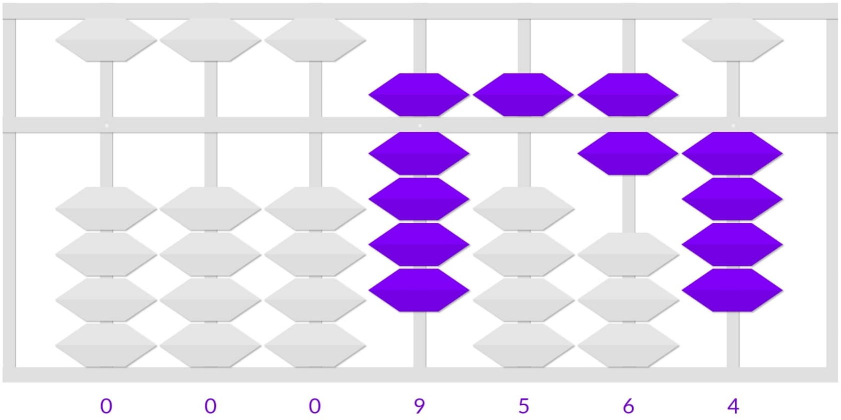


Fonte: Autora com o GNU Octave.

5º Queremos um número cuja soma dos algarismos resulte em 24*. Já sabemos que os algarismos das unidades de milhar, centenas e unidades são* 9*,* 5 *e* 4*, respectivamente. Para descobrir o algarismo faltante, que é o das dezenas, basta efetuarmos a soma* $9 + 5 + 4 = 18$ *e depois a diferença* $24 - 18 = 6$*. Assim, adicionamos* 6 *contas à casa das dezenas.*

A Figura 2.48 ilustra a solução do Desafio 2.6 no soroban.

Figura 2.48 – Solução do Desafio 2.6 no soroban: o número misterioso é 9564



Fonte: Autora.

Finda a análise, as questões sobre o segundo número misterioso podem ser respondidas.

a) *Qual é o número misterioso?*
9564

b) *Esse número é divisível por 2? Por quê?*
Sim, o número 9564 é divisível por 2 porque ele termina em 4. E os números que terminam em $0, 2, 4, 6$ ou 8 são pares e, portanto, divisíveis por 2.

c) *Esse número é divisível por 3? Por quê?*
Sim, porque um número é divisível por 3 se a soma de seus algarismos também for divisível por 3. Como a soma dos algarismos de 9564 é 24, e 24 dividido por 3 é 8, então 9564 é divisível por 3.

d) *Esse número é divisível por 5? Por quê?*
Não, pois para ser divisível por 5 o número precisa terminar em 0 ou 5. E 9564 termina em 4. Logo, não é divisível por 5.

Desafio. *Neste desafio, empregue o soroban e o GNU Octave para determinar um número:*

- *que possui 5 algarismos;*
- *cujo algarismo das dezenas de milhar é igual a $(6 + 5 \times 3) \div (8 \times 2 - 3^2)$;*
- *cujo algarismo das unidades de milhar é o triplo do algarismo das dezenas de milhar;*
- *cujo algarismo das dezenas é o resultado de $\sqrt{625} - 3 \times \sqrt{36}$;*
- *cujo algarismo das centenas é 5 unidades a menos do que o algarismo das dezenas;*

- *que é par e cuja soma dos algarismos é* 21.

Calcule o algarismo das dezenas de milhar e o das dezenas com o GNU Octave e disponha as contas no soroban para determinar o número misterioso. Você pode tirar uma foto e anexá-la ou fazer um desenho de como ficou essa representação em seu soroban. Em seguia, responda às seguintes perguntas:

a) *Qual é o número misterioso?*

b) *Esse número é divisível por* 2*? Por quê?*

c) *Esse número é divisível por* 3*? Por quê?*

d) *Esse número é divisível por* 10*? Por quê?*

Solução. *(Desafio 2.6) Para descobrir o terceiro número misterioso, os grupos devem analisar as dicas fornecidas:*

1º *Como o número possui* 5 *algarismos, limitaremos o cálculo no soroban às hastes que correspondem às unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar e dezenas de milhar;*

2º *Adicionamos* 3 *contas à casa das dezenas de milhar, que é o valor da expressão* $(6 + 5 \times 3) \div (8 \times 2 - 3^2)$*, calculado com o GNU Octave – Figura 2.49;*

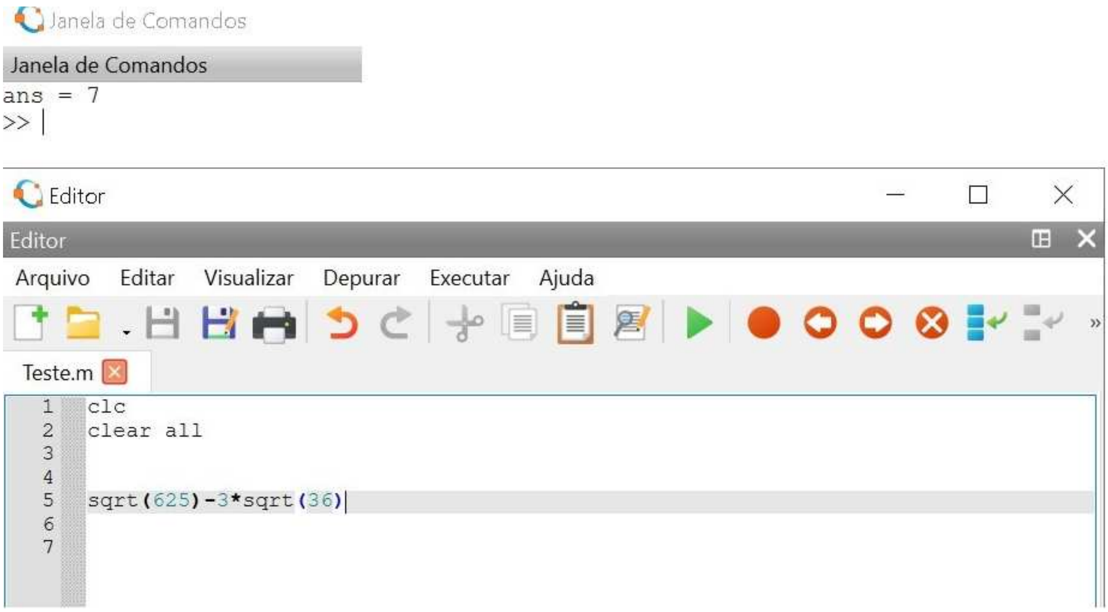
Figura 2.49 – Algarismo das dezenas de milhar do número misterioso no Desafio 2.6

Fonte: Autora com o GNU Octave.

3º *Sabemos que o algarismo das unidades de milhar é o triplo do algarismo das dezenas de milhar. Como o algarismo das dezenas de milhar é* 3*, o algarismo das unidades de milhar é* $3 \times 3 = 9$*. Assim, adicionamos* 9 *contas na casa das unidades de milhar para representar esse valor;*

4º Colocamos 7 *contas na casa das dezenas, pois este é o resultado da expressão* $\sqrt{625} - 3 \times \sqrt{36}$*, calculado no GNU Octave – Figura 2.50;*

Figura 2.50 – Algarismo das dezenas do número misterioso no Desafio 2.6



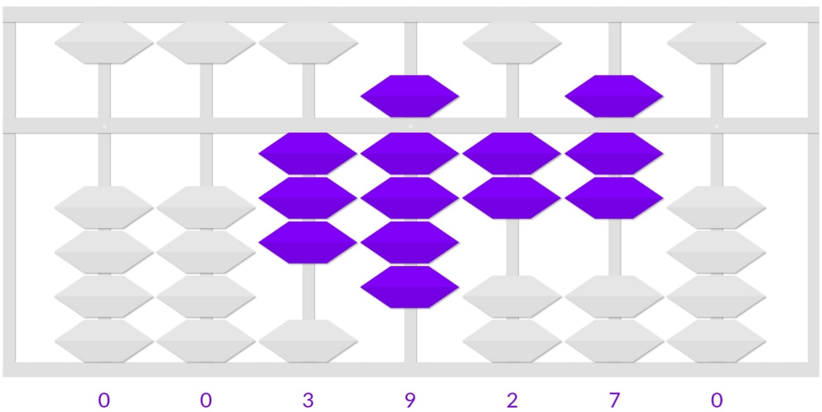
Fonte: Autora com o GNU Octave.

5º Sabemos que o algarismo das centenas é 5 *unidades a menos do que o algarismo das dezenas. Como o algarismo das dezenas é* 7*, o algarismo das centenas é* $7 - 5 = 2$*. Logo, adicionamos* 2 *contas na casa das centenas para representar esse valor;*

6º Sabemos também que o número misterioso é par e a soma dos seus algarismos é igual a 21. Somando os algarismos já descobertos, temos $3 + 9 + 7 + 2 = 21$*. Portanto, o algarismo das unidades é* 0*. Desta forma, não serão adicionadas contas à casa das unidades.*

A Figura 2.51 ilustra a solução do Desafio 2.6 no soroban.

Figura 2.51 – Solução do Desafio 2.6 no soroban: o número misterioso é 39270



Fonte: Autora.

Finalizada a análise, as perguntas sobre o terceiro número misterioso podem ser respondidas.

a) *Qual é o número misterioso?*
   39270

b) *Esse número é divisível por* 2*? Por quê?*
   Sim, o número 39270 *é divisível por* 2 *porque ele termina em* 0*. Os números que terminam em* $0, 2, 4, 6$ *ou* 8 *são pares e, portanto, divisíveis por* 2*.*

c) *Esse número é divisível por* 3*? Por quê?*
   Sim, porque um número é divisível por 3 *se a soma de seus algarismos também é divisível por* 3*. Como a soma dos algarismos de* 39270 *é* 21 *e* 21 *dividido por* 3 *é* 7*, então* 39270 *é divisível por* 3*.*

d) *Esse número é divisível por* 10*? Por quê?*
   Sim, pois para ser divisível por 10 *o número precisa terminar em* 0*. Como* 39270 *termina em* 0*, é divisível por* 10*.*

Desafio. *Neste desafio, empregue o soroban e o GNU Octave para determinar um número:*

- *que possui* 6 *algarismos;*
- *cujo algarismo das unidades é o resultado de* $(2^3 \times 5) - (5^2 + 9)$*;*
- *cujo algarismo que representa as dezenas é uma unidade menor do que o algarismo que representa as unidades;*
- *cujo algarismo das centenas é o número par imediatamente anterior ao algarismo que representa as unidades;*
- *cujo algarismo que representa as centenas de milhar é o primeiro algarismo não nulo do sistema decimal;*
- *cuja soma dos algarismos é* 21*;*
- *cujos algarismos que representam as dezenas de milhar e as unidades de milhar são dois números consecutivos em ordem crescente.*

Calcule o algarismo das unidades com o GNU Octave e disponha as contas no soroban para determinar o número misterioso. Você pode tirar uma foto e anexá-la ou fazer um desenho de como ficou essa representação em seu soroban. Logo após, responda às seguintes questões:

a) *Qual é o número misterioso?*

b) *Esse número é divisível por 2? Por quê?*

c) *Esse número é divisível por 3? Por quê?*

d) *Esse número é divisível por 4? Por quê?*

e) *Esse número é divisível por 6? Por quê?*

f) *Esse número é divisível por 8? Por quê?*

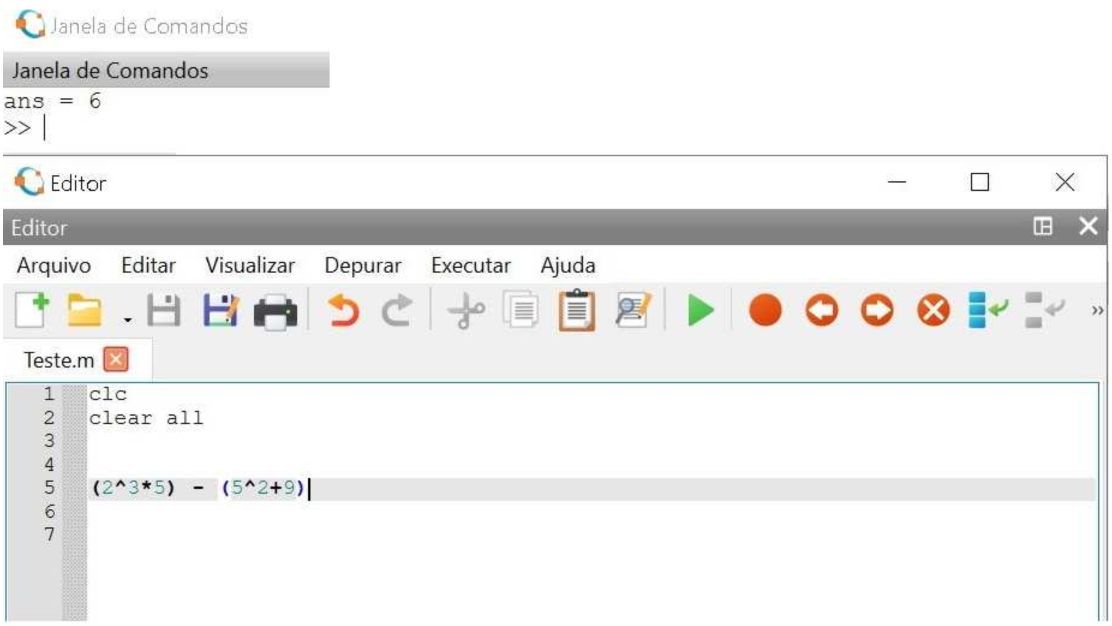
g) *Esse número é divisível por 10? Por quê?*

Solução. *(Desafio 2.6) Para determinar o quarto número misterioso, os grupos devem analisar as pistas fornecidas:*

1º *Como o número possui* 6 *algarismos, limitaremos o cálculo no soroban às hastes que correspondem às unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar,dezenas de milhar e centenas de milhar;*

2º *Colocamos* 6 *contas na casa das unidades, pois* $(2^3 \times 5) - (5^2 + 9) = 6$*. O valor da expressão é calculado com o GNU Octave – Figura 2.52;*

Figura 2.52 – Algarismo das unidades do número misterioso no Desafio 2.6



Fonte: Autora com o GNU Octave.

3º *Sabemos que o algarismo que representa as dezenas é uma unidade menor do que o algarismo que representa as unidades. Como* $6 - 1 = 5$*, adicionamos* 5 *contas na casa das dezenas para representar esse valor;*

4º *O algarismo que representa as centenas é o número par imediatamente anterior ao algarismo que representa as unidades. Como o algarismo das unidades é* 6*, o par imediatamente anterior é o* 4*. Assim, adicionamos* 4 *contas à casa das centenas;*

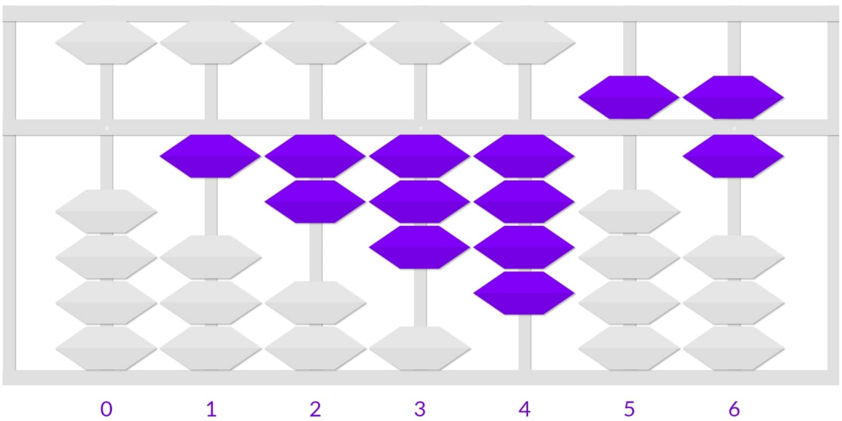
5º O algarismo que representa as centenas de milhar é o primeiro algarismo não nulo do sistema decimal. Logo, o menor algarismo não nulo possível para as centenas de milhar é 1*. Desta forma, adicionamos* 1 *conta à casa das centenas de milhar;*

6º A soma dos algarismos do número misterioso é 21*. Somando os algarismos já descobertos, temos* $6 + 5 + 4 + 1 = 16$*. Logo, os dois algarismos faltantes devem somar* 5*, pois* $21 - 16 = 5$*. Desta forma, temos as seguintes somas possíveis:* $0 + 5 = 5$ *ou* $5 + 0 = 5$*,* $1 + 4 = 5$ *ou* $4 + 1 = 5$ *e* $2 + 3 = 5$ *ou* $3 + 2 = 5$*;*

7º Para finalizarmos a busca, temos uma pista final que é muito valiosa: os algarismos que representam as dezenas de milhar e as unidades de milhar são dois números consecutivos em ordem crescente. Como os dois números consecutivos nas possíveis somas apresentadas são 2 *e* 3 *e os mesmos devem ser colocados em ordem crescente, adicionamos* 2 *contas à casa das dezenas de milhar e* 3 *contas à casa das unidades de milhar.*

A Figura 2.53 ilustra a solução do Desafio 2.6 no soroban.

Figura 2.53 – Solução do Desafio 2.6 no soroban: o número misterioso é 123456



Fonte: Autora.

Finda a análise, as questões sobre o quarto número misterioso podem ser respondidas.

a) Qual é o número misterioso?
123456

b) Esse número é divisível por 2? Por quê?
Sim, o número 123456 é divisível por 2 porque termina em 6. Os números que terminam em $0, 2, 4, 6$ ou 8 são pares e, portanto, divisíveis por 2.

c) Esse número é divisível por 3? Por quê?
Sim, porque um número é divisível por 3 se a soma de seus algarismos também é divisível por 3. Como a soma dos algarismos de 123456 é 21 e 21 dividido por 3 é 7, então 123456 é divisível por 3.

d) Esse número é divisível por 4? Por quê?

Sim, pois um número é divisível por 4 se os seus dois últimos algarismos formam um número divisível por 4. Como 56 (os dois últimos algarismos de 123456) é divisível por 4, então 123456 também é divisível.

e) Esse número é divisível por 6? Por quê?

Sim, pois um número é divisível por 6 se é par e a soma dos algarismos é divisível por 3. Como o número 123456 é par (termina em 6) e a soma dos algarismos é 21, que é divisível por 3, temos que 123456 é divisível por 6.

f) Esse número é divisível por 8? Por quê?

Sim, porque um número é divisível por 8 se os três últimos algarismos formam um número divisível por 8. Como 456 (os três últimos algarismos de 123456) é divisível por 8 ($57 \times 8 = 456$), então 123456 também é divisível.

g) Esse número é divisível por 10? Por quê?

Não, pois para ser divisível por 10 o número precisa terminar em 0. Como 123456 termina em 6, não é divisível por 10.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. S. S.; SOUZA, L. F. de. **O Soroban e sua importância no ensino da matemática**. 2024. Disponível em: <https://sbm.org.br/xi-bienal/wp-content/uploads/sites/31/2024/07/XI_BM_POSTER_Jaqueline_Alves.pdf>. Acesso em: 30 dez. 2024. 9, 10

DOTS, O. M. **Gerador de caça-palavras gratuito**. Oh, My Dots!, 2025. Disponível em: <https://pt.ohmydots.com/creator-word-search.html>. Acesso em: 11 jan. 2025. 36

EFUTURO. **Soroban**. 2024. Disponível em: <https://www.efuturo.com.br/jogosseducoficial/soroban/>. Acesso em: 30 dez. 2024. 10

GEOGEBRATEAM. **Learn GeoGebra Classic**. S.l.: GeoGebra, 2025. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/XUv5mXTm>. Acesso em: 28 mar. 2025. 21

JANKOSKI, D. **Conjuntos numéricos instigantes: propostas de atividades para desenvolver o pensamento computacional na Educação Básica**. 190 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2025. 12

MARCIANO, E. **Para que serve o resto da divisão?** 2020. Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/para-que-serve-o-resto-da-divisao/>. Acesso em: 17 jan. 2025. 14

RCK, D. **O que são os números amigos? Dicas pra adição/soma Soroban**. 2023. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hg6gDVi9K1U>. Acesso em: 30 dez. 2024. 12

RESENDE, T. R. M. **O ensino da matemática por meio do soroban**. 2018. Disponível em: <https://trocandosaberes.com.br/wp-content/uploads/2023/09/Cartilha-Soroban.pdf>. Acesso em: 30 dez. 2024. 9

WIKI. **Using Octave**. S.l.: MediaWiki, 2024. Disponível em: <https://wiki.octave.org/Using_Octave>. Acesso em: 28 mar. 2025. 21

ÍNDICE