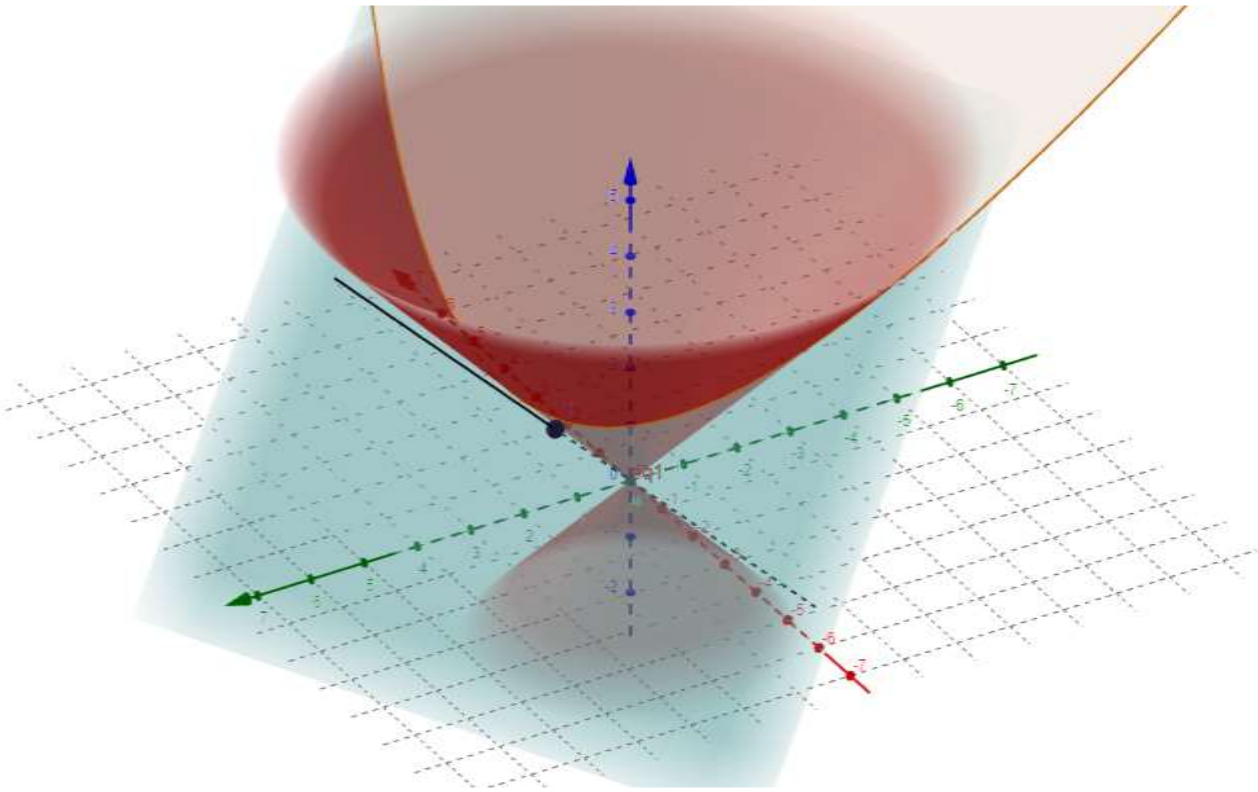
Marc Santos Peyrerol
Fábio José da Costa Alves
Cinthia Cunha Maradei Pereira

O USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA PARÁBOLA



BELÉM/PA
2021

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Jofre Jacob da Silva Freitas
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Fábio José da Costa Alves
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Natanael Freitas Cabral
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

PEYREROL, Marc Santos; ALVES, Fábio José da Costa; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. O Uso do GeoGebra para o Ensino da Parábola. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2021.

ISBN: 978-65-00-30180-9

Ensino de Matemática. Sequência Didática. Software GeoGebra. Parábola.

Sumário

Apresentação

O presente livro aborda atividades de parábola com o uso do GeoGebra enquanto metodologia de ensino e caracteriza a elaboração de um Produto educacional vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará-UEPA.

O software GeoGebra será utilizado como uma ferramenta de auxílio na aprendizagem para que o aluno possa visualizar a parábola em diferentes registros e também para que perceba a relação existente entre a equação e o gráfico e visualize dinamicamente cada um de seus elementos, assim, o próprio aluno ao construir a parábola irá perceber por ele mesmo as suas propriedades.

Ao trabalhar desta forma o professor estará em consonância com o artigo 36 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) que trata do currículo do ensino médio no qual em seu inciso I cita que deve destacar a educação tecnológica básica além de citar no inciso II que deve ser adotada metodologias de ensino que estimulem a iniciativa dos estudantes.

O livreto tem por objetivo propor uma metodologia de ensino com a finalidade de contribuir com professores do ensino básico que ministram o conteúdo de parábola sobre a ótica da geometria analítica.

Na seção inicial apresentaremos algumas considerações históricas sobre as cônicas, desde Menaecmo (350 a.C) com o problema da duplicação do cubo até Apolônio com a sua obra prima, Secções Cônicas, finalizando com as descobertas de Kepler sobre a trajetória descrita pelo planeta Marte e Newton com a lei da atração universal.

Na seção dois traremos o que dizem sobre a parábola na educação básica os seguintes documentos oficiais: Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000), Os PCN + Ensino Médio (BRASIL, 2002), As Orientações Curriculares para o Ensino Médio de Matemática (2006) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Na seção três vamos nos aprofundar no estudo matemático da parábola, para isso achamos importante trazer: a) A definição e os elementos principais da parábola, b) As formas canônicas ou reduzidas da parábola com vértice na origem, c) A translação de eixos, d) As formas canônicas ou reduzidas da parábola com vértice fora da origem, e) A propriedade refletora da parábola.

Na seção quatro mostraremos algumas aplicações da propriedade refletora da parábola, a exemplo, das antenas parabólicas, dos faróis de carro, das lanterna simples e dos fornos solares, além disso, destacaremos a parábola nas obras de Oscar Niemeyer, como a ponte Juscelino Kubitschek em Brasília, os arcos da Marquês de Sapucaí no Rio de Janeiro e a igreja da Pampulha em Belo Horizonte.

Na seção cinco traremos a sequência de atividades de parábola com os seguintes tópicos: “conceituação da parábola”, “equações da parábola com vértice na origem e seus elementos principais”, “equações da parábola com vértice fora da origem e seus elementos principais”, “propriedade refletora da parábola”. Para cada tópico apresentaremos um conjunto de orientações didáticas direcionadas aos professores que forem utilizar a nossa sequência em suas aulas.

1. Considerações Históricas sobre as Cônicas

Existem relatos que no ano de 430 a.C., uma peste tomou conta da Grécia. E de acordo com a mitologia grega, para acabar com essa peste, era preciso construir um altar a Apolo com o dobro do tamanho (volume) daquele já existente, que tinha o formato de um cubo. Apesar de que muitas tentativas foram realizadas, nenhuma funcionou, pois, o material que os gregos tinham à disposição eram apenas régua e compasso.

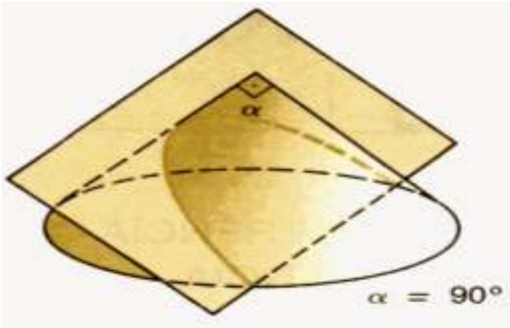
De acordo com Eves (2004, p.135), "Menaecmo (350 a.C) deu duas soluções do problema da duplicação do cubo, e, tanto quanto se sabe, inventou as secções cônicas para esse propósito". Menaecmo encontrou as três secções cônicas (parábola, elipse e hipérbole) seccionando cones retos com planos perpendiculares a uma secção meridiana cujo ângulo era, reto, obtuso ou agudo.

Menaecmus (380-320 a.C.), nasceu em Alopeconnesus, no século IV a.C. O mesmo foi astrônomo e geômetra grego da academia de Platão. Ele ofereceu uma solução para o problema da duplicação do cubo. Desta maneira aperfeiçoou a geometria, contribuindo com ideias originais, fazendo surgir para o mundo prático os conceitos importantes de parábolas, elipses e hipérboles.

Em notação moderna, o problema da duplicação do cubo era que, a partir de um cubo de aresta unitária, fosse possível construir um segmento de reta de comprimento x tal que $x^3 = 2$. Em sua solução, Menaecmus usou duas curvas criadas por ele: uma parábola e uma hipérbole. Uma terceira curva, a elipse, surgiu como um subproduto de sua invenção. Se atualmente essas curvas recebem o nome de secções cônicas, deve-se a esse matemático grego, pois ele as imaginou seccionando três superfícies cônicas por meio de um plano perpendicular à geratriz da superfície cônica.

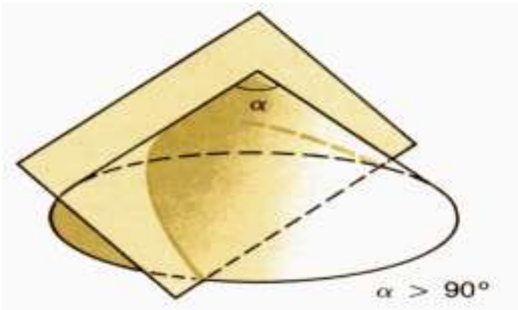
De acordo com Boyer (1974), Menaecmus, obteve as curvas de forma mecânica, para isso ele usava três tipos de cones, conforme o ângulo da superfície cônica, seccionando-os por um plano perpendicular a geratriz do cone. Quando o ângulo era reto, tinha-se uma parábola, quando o ângulo era obtuso, tinha-se uma hipérbole, quando o ângulo era agudo, tinha-se uma elipse. Nas figuras abaixo é possível visualizar as secções do cone feitas por Menaecmus.

Figura 1 – Parábola



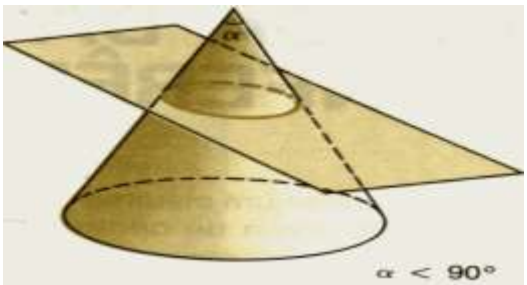
Fonte: Brolezzi e Talavera (2004).

Figura 2 - Hipérbole



Fonte: Brolezzi e Talavera (2004)

Figura 3 – Elipse



Fonte: Brolezzi e Talavera (2004)

No estudo das cônicas é preciso destacar também as contribuições de Euclides (cerca de 300 a.C.), Arquimedes (287-212 a.C.) e Apolônio (aproximadamente 225 a.C.). Euclides caracterizava as cônicas através do método de proporções e a partir disso demonstrava suas propriedades fundamentais. O mesmo também mostrou que a seção do cone acutângulo é a seção formada por qualquer plano oblíquo cortando qualquer cilindro ou cone.

Arquimedes determinou em seus trabalhos as áreas das elipses e dos segmentos parabólicos, bem como, no seu trabalho sobre conóides e esferoides, fez um estudo das superfícies de revolução, incluindo as quádricas, e as suas secções. Além disso, em relação as secções cônicas, não realizou mudanças nas denominações, se interessou, no entanto, em determinar propriedades particulares de natureza fundamental e rigorosa.

Apolônio apesar de ter escrito sobre vários assuntos da área da matemática, sua fama se deve principalmente as Secções Cônicas, uma obra extraordinária. De acordo com Eves (2004, p.198), “com cerca de 400 proposições em seus oito livros, Secções Cônicas é um estudo exaustivo dessas curvas que supera completamente os trabalhos anteriores de Menaecmo, Aristeu e Euclides sobre esse assunto”.

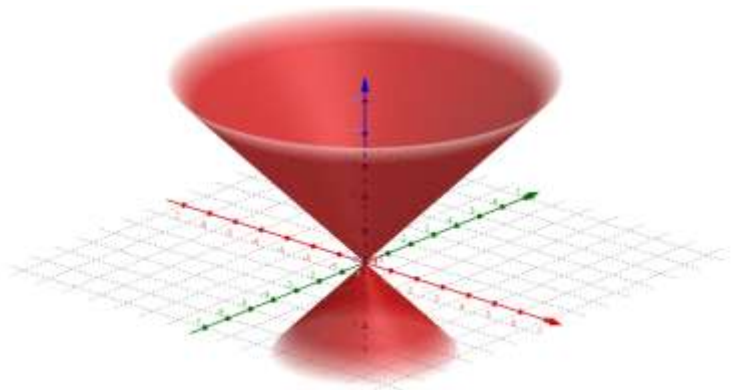
Apenas os quatro primeiros livros foram preservados em grego e felizmente os três seguintes tinham sido traduzidos para árabe e também se preservaram. Em 1710, Edmund Halley traduziu os sete volumes sobreviventes de Secções Cônicas para o latim e todas as demais traduções para as línguas modernas foram feitas a partir da tradução de Halley.

De acordo com Eves (2004, p.199), “os quatro primeiros livros, dos quais I, II e III, supostamente se baseiam em trabalhos anteriores de Euclides, tratam da teoria elementar genérica das cônicas, ao passo que os outros entram em investigações mais especializadas”.

Conforme indica Pedroso (2009, p.137), “Apolônio mostrou sistematicamente que não era necessário tomar secções perpendiculares a um elemento do cone e que de um único cone poderiam ser obtidas as três curvas, simplesmente variando a inclinação do plano de secção”. Esse, conforme destaca Boyer (1996), foi um passo importante para relacionar os três tipos de curvas.

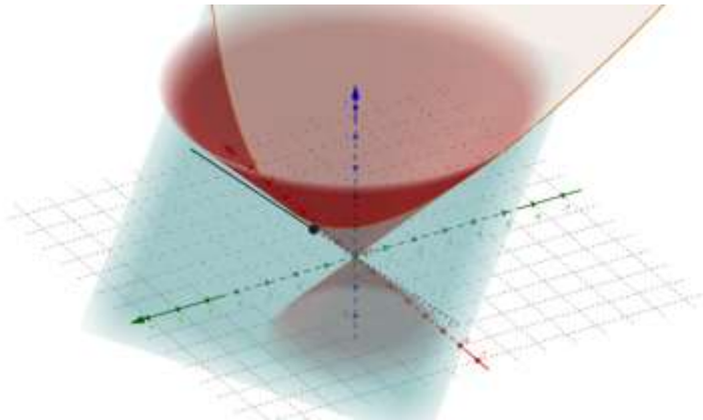
A seção de um cone de revolução por um plano paralelo a uma geratriz é uma parábola, a seção de um cone de revolução por um plano que encontra todas as geratrizes de uma folha é uma elipse, a seção de um cone de revolução por um plano que corta as duas folhas é uma hipérbole. Nos gráficos abaixo é possível visualizar a superfície cônica, bem como, a parábola, elipse e a hipérbole.

Gráfico 1- Superfície cônica



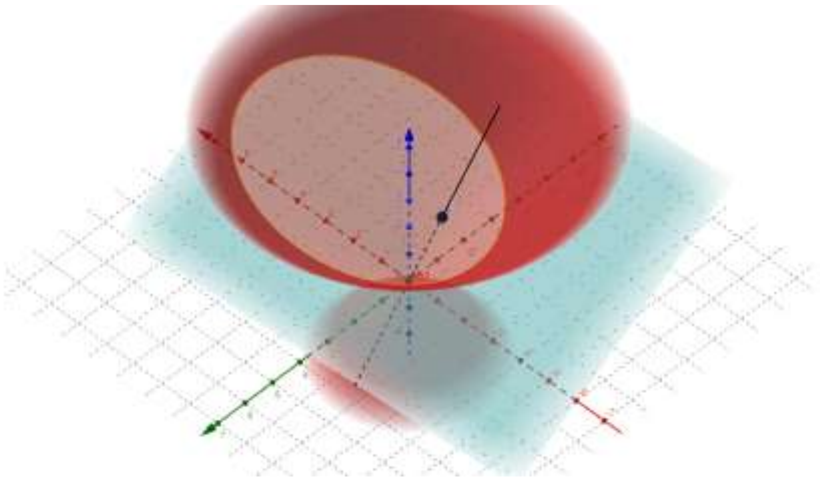
Fonte: Autor (2021)

Gráfico 2 - Parábola



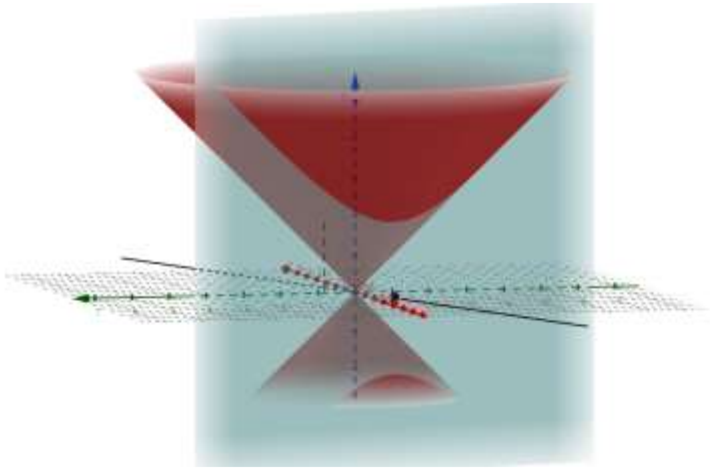
Fonte: Autor (2021)

Gráfico 3 - Elipse



Fonte: Autor (2021)

Gráfico 4 - Hipérbole



Fonte: Autor (2021)

De acordo com Eves (2004, p.199), “os nomes elipse, parábola e hipérbole foram introduzidos por Apolônio e foram tomados da terminologia pitagórica antiga referente à aplicação de áreas”. Elipse, significava falta, tinha sido a palavra usada quando um retângulo de área dada era aplicado a um segmento e lhe faltava um quadrado ou outra figura especificada, hipérbole, um lançamento além ou excesso, tinha sido a palavra usada quando a área excedia o segmento, parábola, indicando colocar ao lado ou comparação, tinha sido a palavra usada que não indicava nem excesso e nem deficiências. A seguir traremos um resumo com os pontos principais dos sete livros de Apolônio.

Segundo Eves (2004):

> O livro I obtinha todas as secções cônicas da maneira hoje familiar, ou seja, a partir de um cone circular duplo, reto ou oblíquo. O livro II ocupa-se de propriedades de assíntotas e hipérboles conjugadas e do traçado de tangentes. O livro III contém teoremas variados, incluindo alguns sobre áreas como: se as tangentes a uma cônica em dois pontos A e B se interceptam em C e também interceptam os diâmetros por B e A em D e E, então os triângulos CBD e CAE têm áreas iguais. Encontram-se também propriedades harmônicas de pólos e polares e teoremas relativos ao produto de segmentos de cordas que se interceptam. O livro IV prova as recíprocas de algumas das proposições do livro III relativas a propriedades harmônicas de pólos e polares. Há também alguns teoremas sobre pares de cônicas que se interceptam. O livro V é o mais notável e original dos que remanesceram. Ele aborda as normais como segmentos de reta máximos e mínimos tirados a um ponto da curva e ocupa-se da construção e enumeração de normais por um ponto dado. O assunto é estendido até o ponto em que se poderiam escrever as equações cartesianas das evolutas (envoltórias das normais) dos três tipos de cônicas. O livro VI contém teoremas e problemas de construção relativos a cônicas iguais e semelhantes; mostra-se até como, para um cone reto dado, podem-se encontrar secções iguais a uma cônica dada. O livro VII contém muitos teoremas envolvendo diâmetros conjugados, como por exemplo aquele que garante que são iguais as áreas dos paralelogramos formados pelas

> tangentes a uma cônica central nas extremidades de cada par de diâmetros desse tipo. (EVES, 2004, p.199-200)

A obra de Apolônio sobre as secções cônicas é tão completa que até os dias de hoje os avanços feitos na teoria inicial apenas sofreram atualização de notação, depois do surgimento da geometria analítica. O tratado sobre as Cônicas foi a obra-prima de Apolônio e influenciou o desenvolvimento da matemática. Portanto, a Apolônio deve-se o primeiro estudo sistemático e abrangente sobre as cônicas.

A importância do estudo de Apolônio sobre as cônicas não pode ser questionada, pois influenciou os estudos de outras pessoas. De acordo com Sato (2004), os estudos de Apolônio sobre as cônicas contribuíram para os estudos de Ptolomeu (90-168 d.C.), geógrafo que introduziu o sistema de latitude e longitude que hoje utilizamos.

De acordo com Muniz Junior (2018) as Cônicas de Apolônio também tiveram influência nos estudos de Kepler. Kepler quando estudou o planeta Marte, buscou encontrar a circunferência que corresponde-se ao conjunto das posições que conhecia, observou que isso não era possível, pois as posições conhecidas estavam distribuídas por uma espécie de oval. A partir disso, o mesmo observou que as curvas estudadas pelos gregos, muitos séculos antes, constituíam naquele momento um modelo para a interpretação das trajetórias dos planetas. Kepler conclui que Marte descrevia uma trajetória elíptica.

Alguns anos depois, Newton a partir dos estudos de Kepler, usando o cálculo diferencial, concluiu a lei da atração universal. Newton verificou ainda que os satélites realizam uma órbita elíptica em torno do seu planeta. E com as contribuições de Kepler e Newton, a partir do séc. XVII, o estudo das cônicas e das suas aplicações aos movimentos no espaço, não parou de se aperfeiçoar.

2. Parábola e os Documentos Oficiais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000) trazem as habilidades básicas e as competências específicas que os alunos precisam desenvolver em matemática no nível médio, em decorrência do aprendizado dessa disciplina e das tecnologias a elas relacionadas. Nesse contexto de habilidades e competências o aluno precisa desenvolver em matemática a representação e a comunicação, a investigação e a compreensão e a contextualização sócio- cultural, conforme é descrito a seguir:

Representação e comunicação

> Ler e interpretar textos de Matemática; Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc); Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa; Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta; Produzir textos matemáticos adequados; Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação; Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho. (BRASIL, 2000, p. 46)

Investigação e compreensão

> Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc); Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; Formular hipóteses e prever resultados; Selecionar estratégias de resolução de problemas; Interpretar e criticar resultados numa situação concreta; Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos; Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades; Discutir ideias e produzir argumentos convincentes. (BRASIL, 2000, p. 46)

Contextualização sócio- cultural

> Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real; Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento; Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade; Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (BRASIL, 2000, p. 46)

Além das habilidades básicas e das competências específicas, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000) também trazem alguns conteúdos de matemática que precisam ser trabalhados de forma contextualizada e interdisciplinar pelos professores nessa etapa de ensino.

Esses conteúdos são: funções, trigonometria, progressões aritméticas, progressão geométricas, geometria, polinômios, equações algébricas, probabilidade, combinatória, estatística.

Em relação ao nosso objeto de pesquisa ele é mencionado no conteúdo de funções, neste conteúdo é orientado para que o professor relacione com seus alunos as propriedades das parábolas estudadas em Geometria Analítica com as propriedades dos gráficos das funções.

Os PCN + Ensino Médio (BRASIL, 2002) vêm para complementar o que foi apresentado até então nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000) e são dirigidos aos professores, coordenadores, dirigentes escolares e responsáveis pela formação continuada de professores por entender que possuem um papel central e importante para a melhoria e avanços na educação básica.

Este documento oficial propõe as mesmas três grandes competências dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000) no âmbito da matemática para os alunos que são a representação e a comunicação, a investigação e a compreensão e a contextualização sócio- cultural, porém é acrescentado novas informações no qual é destacado a seguir:

Representação e comunicação

> -Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; por exemplo, ao ler embalagens de produtos, manuais técnicos, textos de jornais ou outras comunicações, compreender o significado de dados apresentados por meio de porcentagens, escritas numéricas, potências de dez, variáveis em fórmulas;
> -Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas; por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo. (BRASIL, 2002, p. 114)

Investigação e compreensão

> -Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; por exemplo, perceber que todas as funções do segundo grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento. Da mesma forma, ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos equidistantes de uma progressão aritmética finita, estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos;
> -Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos; por exemplo, discriminar o melhor

> instrumento para medir, comparar ou calcular comprimentos e distâncias, ângulos, volumes ocupados por líquidos, em dada situação específica. Usar adequadamente réguas, esquadros, transferidores, compassos, calculadoras e outros instrumentos ou aparelhos. (BRASIL, 2002, p. 116)

Contextualização sócio- cultural

> -Perceber o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história. A exigência de rapidez e complexidade dos cálculos fez com que a Matemática se desenvolvesse e, por outro lado, as pesquisas e avanços teóricos da Matemática e demais ciências permitiram o aperfeiçoamento de máquinas como o computador, que vêm tornando os cálculos cada vez mais rápidos;
> -Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir. Por exemplo, comparando os cálculos feitos pelas máquinas com aqueles feitos "com lápis e papel", e identificando a função, especificidades e valores de cada um desses meios na construção do conhecimento. (BRASIL, 2002, p. 118)

Os temas que possibilitam o desenvolvimento das competências destacadas anteriormente podem ser sistematizados em três eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio, sendo eles: Álgebra: números e funções, Geometria e medidas, Análise de dados. Como o nosso objeto de pesquisa é a cônica parábola vamos direcionar o nosso olhar para o eixo de Geometria e medidas.

Nesse eixo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2002) propõem as seguintes unidades temáticas: a) A geometria plana que discute e analisa as questões de semelhança, b) A geometria espacial que estuda os elementos dos poliedros, classificações e representações. Estudam também os sólidos redondos além das propriedades relacionadas à posição, intersecção, paralelismo, perpendicularismo, sólidos inscritos e sólidos circunscritos, c) A métrica que estuda medidas de áreas e de volumes, estimativas, valores exatos e aproximações, d) A geometria analítica que estuda as representações no plano cartesiano, equações, intersecções e posições relativas da figura no gráfico.

A unidade de Geometria analítica, no qual está inserido o nosso objeto de pesquisa, tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos, nela, o aluno terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações.

Nessa unidade observamos o aparecimento da cônica parábola na seguinte afirmação:

> Então, mais importante do que memorizar diferentes equações para um mesmo ente geométrico, é necessário investir para garantir a compreensão do que a geometria analítica propõe. Para isso, o trabalho com este tema pode ser centrado em estabelecer a correspondência entre as funções de primeiro e segundo graus e seus gráficos e a resolução de problemas que exigem o estudo da posição relativa de pontos, retas, circunferências e parábolas. (BRASIL, 2002, p. 124)

Além dos PCN's temos as Orientações Curriculares para o Ensino Médio de matemática (2006). As Orientações Curriculares para o Ensino Médio de matemática envolvem diversos aspectos, dentre os quais podemos destacar: questões de conteúdo, questões de metodologia, o uso de tecnologia, organização curricular, projeto político-pedagógico e temas complementares. De acordo com BRASIL (2006) essas orientações foram elaboradas com objetivo de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, o conteúdo de cônicas (parábola, elipse e hipérbole) é referido quando está sendo abordado o assunto Tecnologia para a Matemática, particularmente, sobre o uso de programas de computador, em especial de programas para o aprendizado de Geometria, conhecidos como programas de geometria dinâmica (como o software GeoGebra):

> Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (softwares) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o "pensar matematicamente", ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. [...] Para o aprendizado da geometria, há programas que dispõem de régua e compasso virtuais e com menu de construção em linguagem clássica da geometria [...] Feita uma construção, pode-se aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as relações geométricas impostas à figura - daí serem denominados programas de geometria dinâmica. [...] Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programa de expressão. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação - inequação. (BRASIL, 2006, p. 88-89)

Além do conteúdo de cônicas ser referido quando está sendo abordado o assunto Tecnologia para a Matemática, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio também orientam de serem trabalhadas as cônicas (parábola, elipse e hipérbole) como temas complementares nas feiras e nos clubes de ciências, ou para atividades em laboratórios de Matemática, ou ainda para compor, de forma interdisciplinar, a parte diversificada do currículo. Alguns desses tópicos também servem para trabalhar as aplicações matemáticas.

> Por exemplo, o estudo das curvas cônicas como lugar geométrico de pontos (elipse, parábola e hipérbole), acompanhado de suas equações. As mais simples, se bem escolhida a posição do sistema de coordenadas, geram um tópico interessante, pois trata-se de curvas que podem ser a solução de uma equação geral de grau dois em duas variáveis. Podem-se, com isso, explicar os princípios de funcionamento de uma antena parabólica, dos espelhos hiperbólicos usados em telescópios e dos espelhos elípticos. (BRASIL, 2006, p. 92)

Por último precisamos falar na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ela é um documento de caráter normativo que apresenta um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2017, p.6).

Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

A Base Nacional Comum Curricular é Referência nacional para a formulação dos currículos, dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares. Além disso, ela integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação.

Nesse documento observou-se que as cônicas (parábola, elipse e hipérbole), assunto da geometria analítica aparecem de maneira muito superficial na habilidade (EM13MAT509) da competência específica 5, conforme observamos em BRASIL (2017, p.541) ao afirmar que é preciso “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital”.

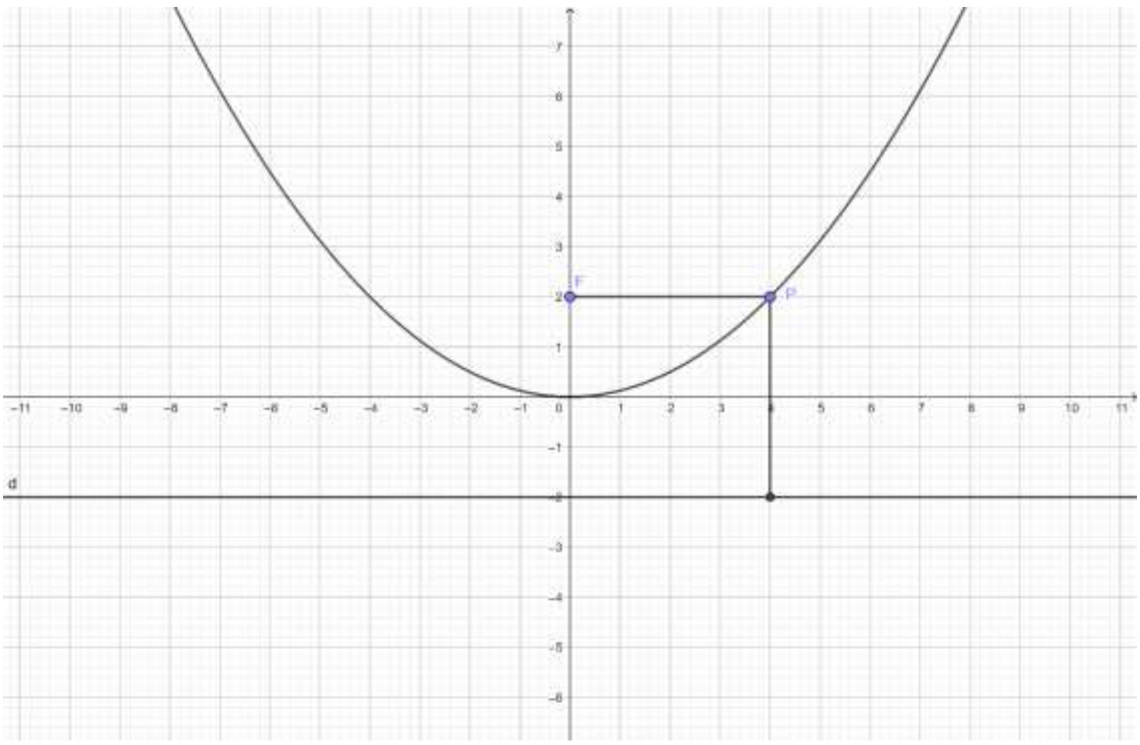
3. Fundamentação matemática da parábola

Nesta seção vamos nos aprofundar no estudo da cônica parábola, para isso achamos importante trazer: a) a definição e os elementos principais da parábola, b) as formas canônicas ou reduzidas da parábola com vértice na origem, c) a translação de eixos, d) as formas canônicas ou reduzidas da parábola com vértice fora da origem, e) a propriedade refletora da parábola, f) as aplicações da propriedade refletora da parábola. As referências utilizadas para enunciar e demonstrar os principais resultados presentes nesta seção foram: Spiegel e Moyer (2004), Santos e Ferreira (2009), Peixoto (2013) e Delgado, Frensel e Crissaff (2017).

3.1. Definição e elementos principais da parábola

Definição: Uma parábola é o conjunto de todos os pontos do plano que equidistam de uma reta fixa, a diretriz d, e de um ponto fixo, o foco.

Gráfico 5 – Parábola



Fonte: Autor (2021)

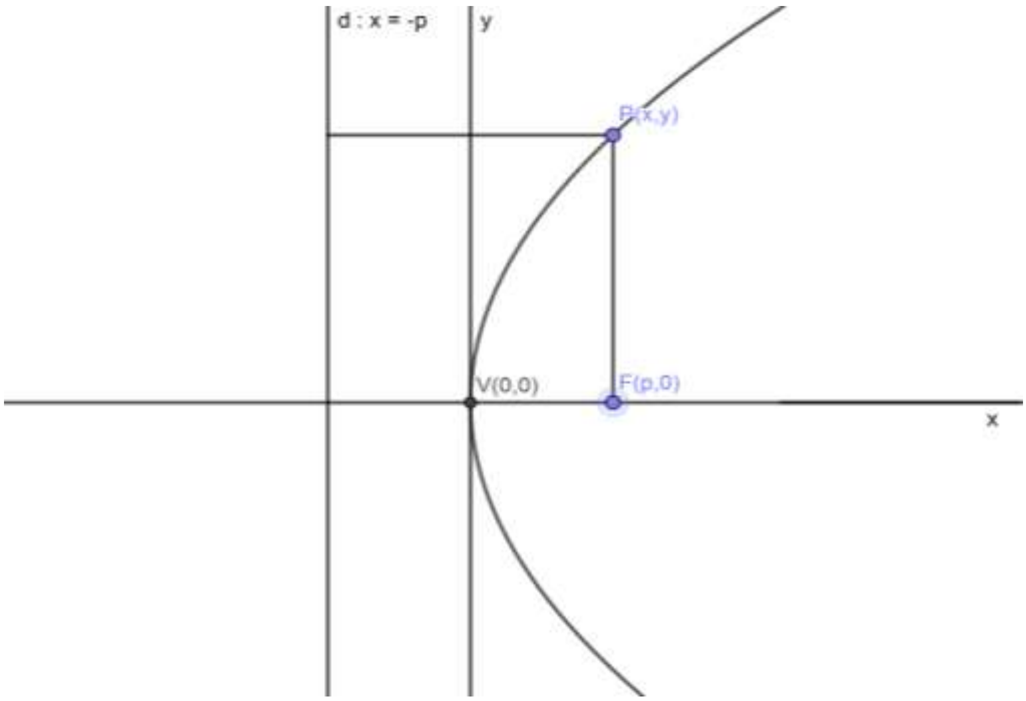
Observando o gráfico acima temos que os elementos de uma parábola são: o foco F, o vértice V, a reta diretriz d e o eixo de simetria que é a reta perpendicular à diretriz da parábola e que passa pelo foco. É preciso destacar que a parábola possui o parâmetro que é representado por $2p$. Bem como, o parâmetro $2p$ é a distância entre F e d, assim denotamos a distância do foco ao vértice por p e a distância do vértice a diretriz por p. Além disso, observamos que o ponto $P(x, y)$ que está na parábola é equidistante do foco e da reta diretriz.

3.2. Formas Canônicas ou Reduzidas da Parábola com Vértice na Origem

Vamos obter as formas canônicas da parábola em relação a um sistema de coordenadas OXY. Mostraremos os 4 casos em que o vértice da parábola é a origem e a reta focal é um dos eixos coordenados.

Caso 1: Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para a direita e reta focal coincidente com o eixo x.

Gráfico 6 - Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para a direita e reta focal coincidente com o eixo x



Fonte: Autor (2021)

Observando no gráfico acima temos que o vértice da parábola é a origem V= $(0,0)$, o foco é o ponto $F = (p, 0)$ e a diretriz é a reta $d{:}\, x = -p$, onde $2p = d(F, d)$. Com esses dados, inicialmente organizamos a equação da reta diretriz $d{:}\, x = -p$ na forma da equação geral da reta $x + p = 0$ onde $a = 1$, $b = 0$ e $c = p$, posteriormente utilizando a definição de parábola usaremos a distância entre dois pontos e a distância entre ponto e reta para montar a equação da parábola, conforme é mostrado a seguir.

$$d(P, F) = d(P, d)$$

$$\sqrt{(x_p - x_f)^2 + (y_p - y_f)^2} = \frac{|a.x_p + b.y_p + c|}{\sqrt{(a^2+b^2)}}$$

$$\sqrt{(x-p)^2 + (y-0)^2} = \frac{|1.x + 0.y + p|}{\sqrt{1^2+0^2}}$$

$$\sqrt{(x-p)^2 + y^2} = |x + p|$$

$$(\sqrt{(x-p)^2 + y^2}\,)^2 = (|x + p|)^2$$

$$(x-p)^2 + y^2 = (x+p)^2$$

$$x^2 - 2px + p^2 + y^2 = x^2 + 2px + p^2$$

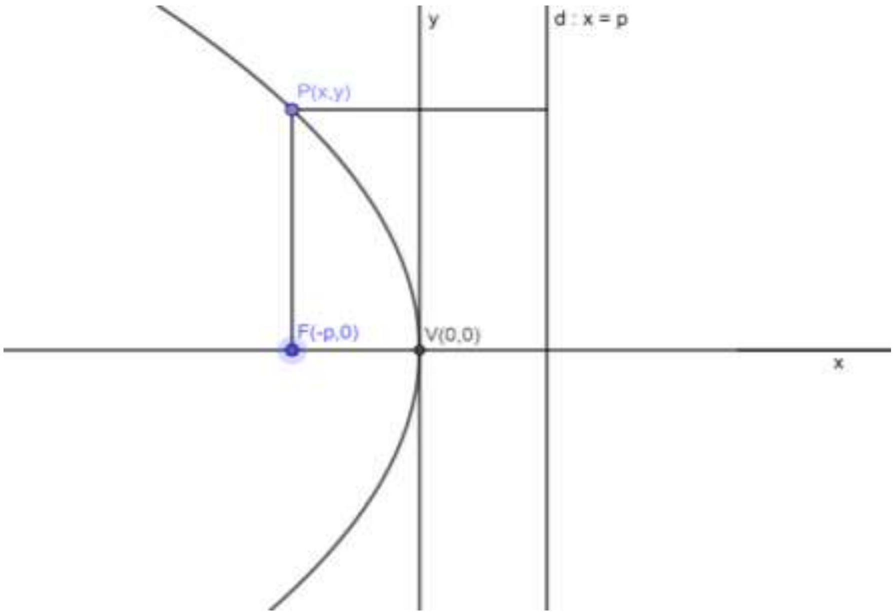
$$-2px + y^2 = 2px$$

$$y^2 = 2px + 2px$$

$$\boldsymbol{y^2 = 4px}$$

Caso 2: Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para a esquerda e reta focal coincidente com o eixo x.

Gráfico 7 - Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para a esquerda e reta focal coincidente com o eixo x



Fonte: Autor (2021)

Observando no gráfico acima temos que o vértice da parábola é a origem V $=(0{,}0)$, o foco é o ponto $F=(-p,0)$ e a diretriz é a reta $d\colon x=p$, onde $2p=d(F,d)$. Com esses dados, inicialmente organizamos a equação da reta diretriz $d\colon x=p$ na forma da equação geral da reta $x-p=0$ onde $a=1$, $b=0$ e $c=-p$, posteriormente utilizando a definição de parábola usaremos a distância entre dois pontos e a distância entre ponto e reta para montar a equação da parábola, conforme é mostrado a seguir.

$$d(P,F)=d(P,d)$$

$$\sqrt{(x_p-x_f)^2+(y_p-y_f)^2}=\frac{|ax_p+by_p+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sqrt{(x-(-p))^2+(y-0)^2}=\frac{|1x+0y+(-p)|}{\sqrt{1^2+0^2}}$$

$$\sqrt{(x+p)^2+y^2}=|x-p|$$

$$\left(\sqrt{(x+p)^2+y^2}\right)^2=(|x-p|)^2$$

$$(x+p)^2+y^2=(x-p)^2$$

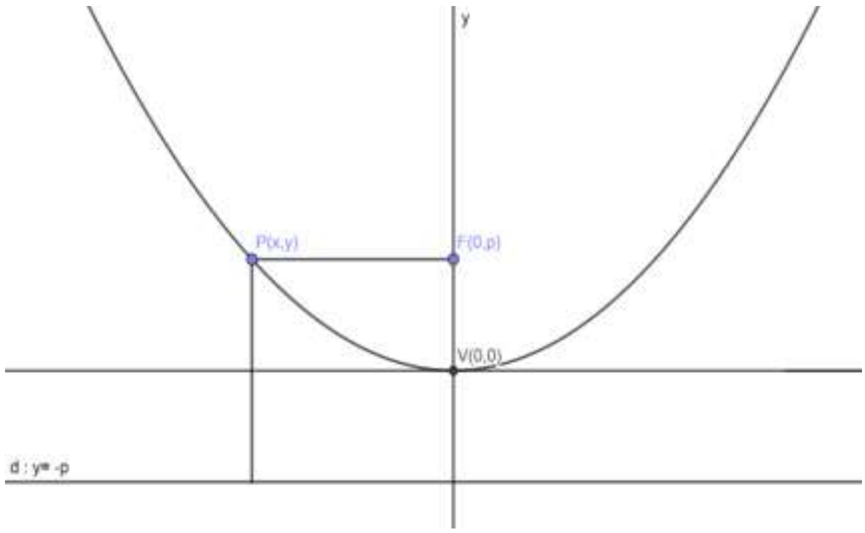
$$x^2 + 2px + p^2 + y^2 = x^2 - 2px + p^2$$

$$2px + y^2 = -2px$$

$$\boldsymbol{y^2 = -4px}$$

Caso 3: Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para cima e reta focal coincidente com o eixo y.

Gráfico 8 - Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para cima e reta focal coincidente com o eixo y



Fonte: Autor (2021)

Observando no gráfico acima temos que o vértice da parábola é a origem V $= (0{,}0)$, o foco é o ponto $F = (0, p)$ e a diretriz é a reta $d: y = -p$, onde $2p = d(F, d)$. Com esses dados, inicialmente organizamos a equação da reta diretriz $d: y = -p$ na forma da equação geral da reta $y + p = 0$ onde encontramos $a = 0$, $b = 1$ e $c = p$, posteriormente utilizando a definição de parábola usaremos a distância entre dois pontos e a distância entre ponto e reta para montar a equação da parábola, conforme é mostrado a seguir.

$$d(P, F) = d(P, d)$$

$$\sqrt{(x_p - x_f)^2 + (y_p - y_f)^2} = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-p)^2} = \frac{|0.x + 1.y + p|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-p)^2} = |y + p|$$

$$\left(\sqrt{x^2 + (y-p)^2}\right)^2 = (|y + p|)^2$$

$$x^2 + (y - p)^2 = (y + p)^2$$

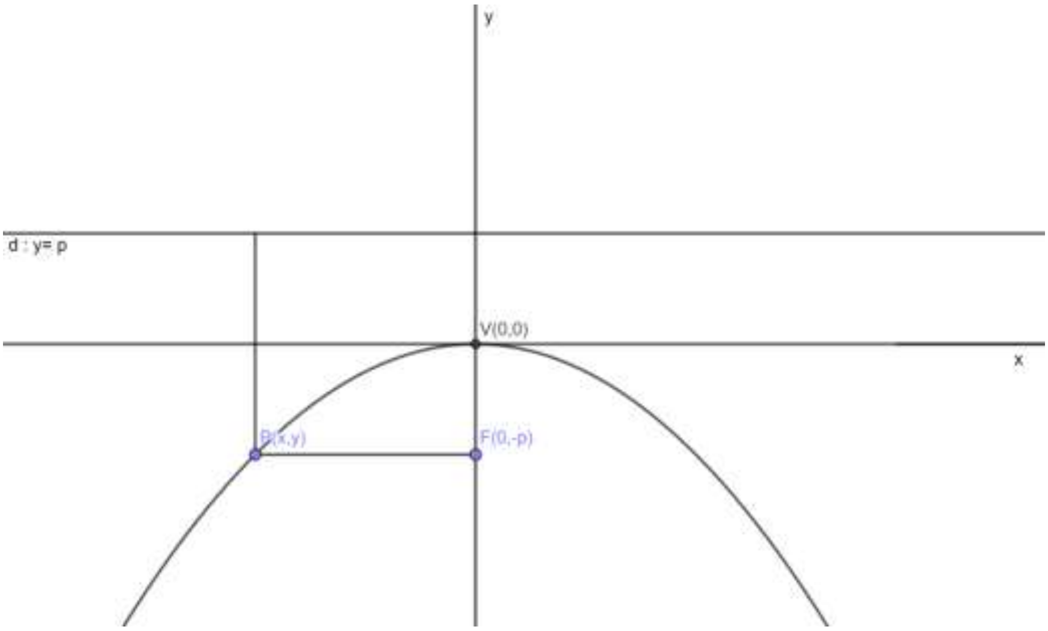
$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = y^2 + 2py + p^2$$

$$x^2 - 2py = 2py$$

$$\boldsymbol{x^2 = 4py}$$

Caso 4: Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para baixo e reta focal coincidente com o eixo y.

Gráfico 9 - Parábola com vértice na origem, concavidade voltada para baixo e reta focal coincidente com o eixo y



Fonte: Autor (2021)

Observando no gráfico acima temos que o vértice da parábola é a origem V = $(0,0)$, o foco é o ponto $F = (0,-p)$ e a diretriz é a reta $d: y = p$, onde $2p = d(F, d)$. Com esses dados, inicialmente organizamos a equação da reta diretriz $d: y = p$ na forma da equação geral da reta $y - p = 0$ para se encontrar os valores de a, b e c, onde se obtém $a = 0$, $b = 1$ e $c = -p$, posteriormente utilizando a definição de parábola usaremos a distância entre dois pontos e a distância entre ponto e reta para montar a equação da parábola, conforme é mostrado a seguir.

$$d(P, F) = d(P, d)$$

$$\sqrt{(x_p - x_f)^2 + (y_p - y_f)^2} = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-(-p))^2} = \frac{|0.x+1.y+(-p)|}{\sqrt{0^2+1^2}}$$

$$\sqrt{x^2+(y+p)^2} = |y-p|$$

$$\left(\sqrt{x^2+(y+p)^2}\right)^2 = (|y-p|)^2$$

$$x^2+(y+p)^2 = (y-p)^2$$

$$x^2+y^2+2py+p^2 = y^2-2py+p^2$$

$$x^2+2py = -2py$$

$$x^2 = -2py-2py$$

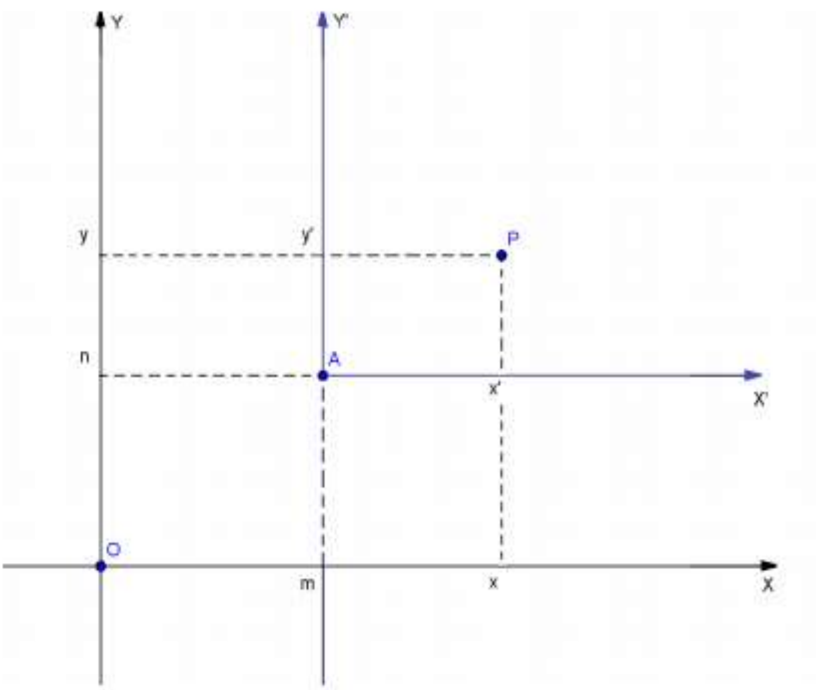
$$\boldsymbol{x^2 = -4py}$$

3.3. Translação de Eixos

Uma translação de eixos consiste em substituir um dado sistema de coordenadas por um outro sistema, mantendo as respectivas direções dos eixos dados, cuja origem se localiza em um ponto de nossa conveniência.

No sistema de coordenadas cartesianas OXY tome o ponto A(m,n). Em seguida, construa um novo sistema de coordenadas AX’Y’ com origem em A de acordo com a figura a seguir.

Figura 4 - Translação de eixos



Fonte: Peixoto (2013)

Note que um ponto $P(x, y)$ nesse novo sistema tem coordenadas (x', y') tais que $x = x' + m$ e $y = y' + n$, ou seja,

$$x' = x - m \qquad \text{e} \qquad y' = y - n$$

Esse processo de mudança de coordenadas chama-se translação e é de grande utilidade no estudo das parábolas (cônicas em geral) no sentido de tornar a equação destas mais simples e evidenciando seus elementos.

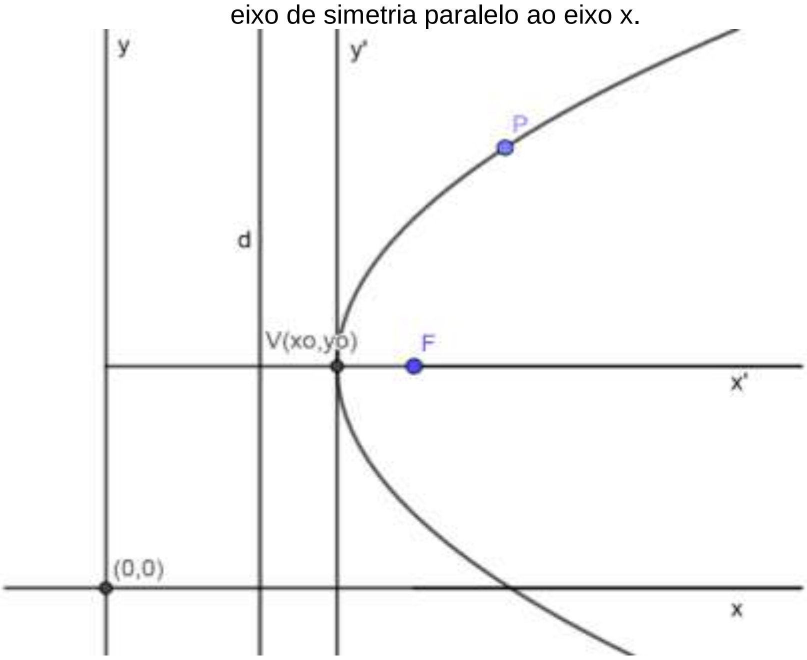
3.4. Formas Canônicas ou Reduzidas da Parábola com Vértice Fora da Origem

Vamos obter as formas canônicas da parábola em relação a um sistema de coordenadas VX'Y'. Mostraremos os 4 casos em que o vértice da parábola é um ponto qualquer e a reta focal é paralela a um dos eixos coordenados.

Caso 1: Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para direita e eixo de simetria paralelo ao eixo x.

No sistema de coordenadas VX'Y' onde V é a origem, a equação reduzida da parábola é $y'^2 = 4px'$. Pela translação sabemos que $y' = y - y_0$ e $x' = x - x_0$, sendo (x, y) as coordenadas de um ponto qualquer em OXY. Logo, a equação reduzida da parábola é $(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_0})^2 = \boldsymbol{4p}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_0})$.

Gráfico 10 - Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para direita e eixo de simetria paralelo ao eixo x.

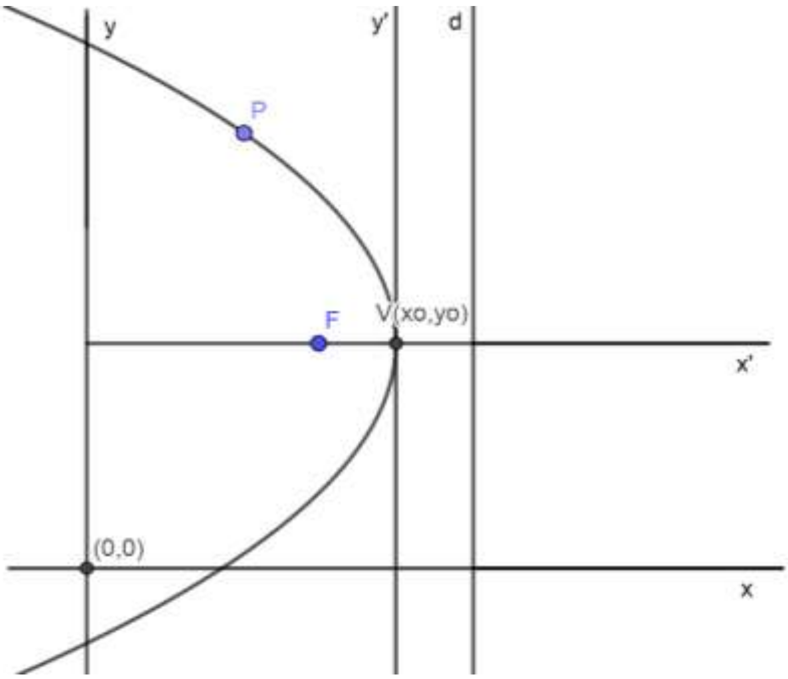


Fonte: Autor (2021)

Caso 2: Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para esquerda e eixo de simetria paralelo ao eixo x.

No sistema de coordenadas VX'Y', o ponto V é a origem e a equação reduzida da parábola é $y'^2 = -4px'$. Pela translação sabemos que $y' = y - y_0$ e $x' = x - x_0$, sendo (x, y) as coordenadas de um ponto qualquer em OXY. Logo, a equação reduzida da parábola é $(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_0})^2 = -\boldsymbol{4p}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_0})$.

Gráfico 11 - Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para esquerda e eixo de simetria paralelo ao eixo x

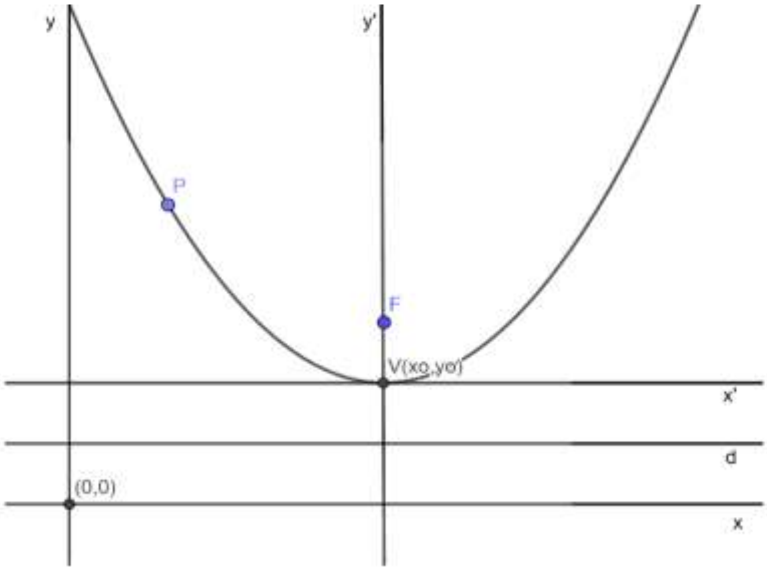


Fonte: Autor (2021)

Caso 3: Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para cima e eixo de simetria paralelo ao eixo y.

No sistema de coordenadas VX'Y' onde V é a origem, a equação reduzida da parábola é $x'^2 = 4py'$. Pela translação sabemos que $x' = x - x_0$ e $y' = y - y_0$, sendo (x, y) as coordenadas de um ponto qualquer em OXY. Logo, a equação reduzida da parábola é $(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{xo})^2 = \boldsymbol{4p}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{yo})$.

Gráfico 12 - Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para cima e eixo de simetria paralelo ao eixo y

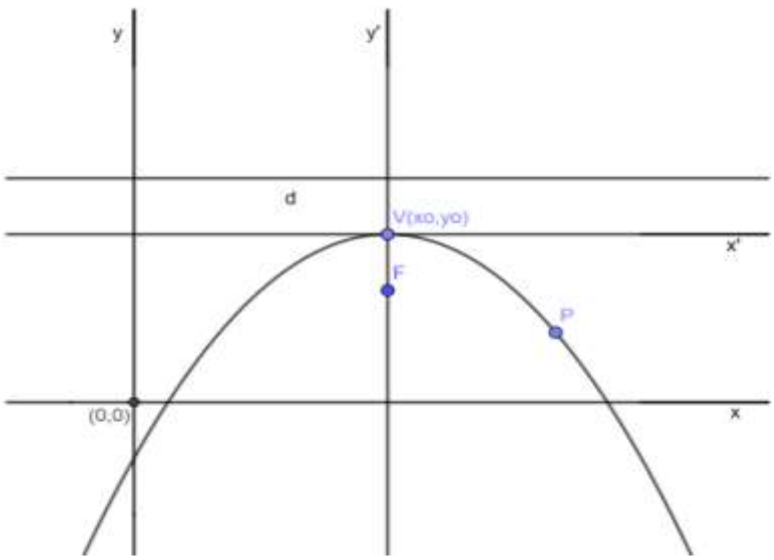


Fonte: Autor (2021)

Caso 4: Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para baixo e eixo de simetria paralelo ao eixo y.

No sistema de coordenadas VX'Y' onde V é a origem, a equação reduzida da parábola é $x'^2 = -4py'$. Pela translação sabemos que $x' = x - x_0$ e $y' = y - y_0$, sendo (x, y) as coordenadas de um ponto qualquer em OXY. Logo, a equação reduzida da parábola é $(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{xo})^2 = -\boldsymbol{4p}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{yo})$.

Gráfico 13 - Parábola com vértice fora da origem V(x_0, y_0), concavidade voltada para baixo e eixo de simetria paralelo ao eixo y.



Fonte: Autor (2021)

3.5. Propriedade Refletora da Parábola

Como vimos no início da seção, parábola é o conjunto de todos os pontos do plano que equidistam de uma reta fixa, a diretriz, e de um ponto fixo, o foco. Sendo assim, a região interna da parábola é a região do plano formada pelos pontos P tais que $d(P,F) < d(P,d)$ e a região externa da parábola é a região do plano formada pelos pontos P tais que $d(P,F) > d(P,d)$.

Definição: A tangente a uma parábola no ponto P é a reta que tem em comum com a parábola esse único ponto P e tal que todos os demais pontos da parábola estão do mesmo lado dessa reta.

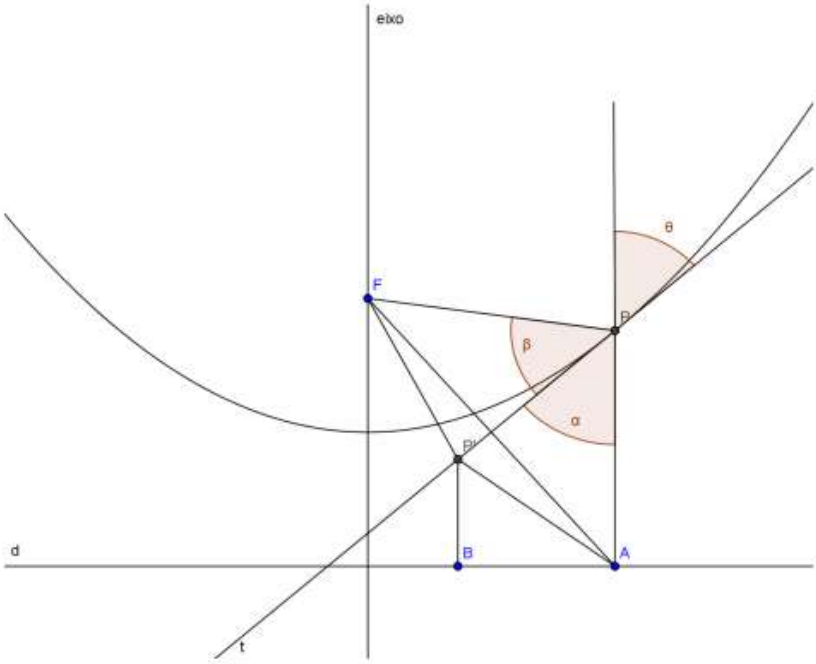
Definição: O ângulo entre uma reta e uma curva que se intersectam no ponto P é o ângulo entre essa reta e a tangente à curva traçada pelo ponto P.

Proposição (propriedade refletora da parábola): As retas paralelas ao eixo focal intersectam a parábola num ponto P e formam com esta ângulo igual ao ângulo que PF forma com a parábola em P. Devido a essa igualdade, num espelho parabólico de um holofote, raios de luz de uma fonte localizada no foco ao incidir em um ponto P desse espelho são refletidos ao longo de retas paralelas ao eixo. Para um espelho parabólico num telescópio refletor, ocorre uma situação inversa, onde raios de luz em um objeto no céu, que incidem paralelamente em um ponto P no espelho, são refletidos por ele e passam pelo foco.

Demonstração: Sejam P um ponto qualquer da parábola de foco F e diretriz d e A a projeção ortogonal de P em d, veja a figura. Mostremos que a bissetriz t do ângulo $F\hat{P}A$ é a tangente à parábola em P. Como $PF = PA$ (pois P pertence à parábola), o triângulo ΔFPA é isósceles e t é a mediatriz do lado AF. Daí, tome $P' \in t$ com $P' \neq P$ e B a projeção ortogonal de P' em d. Logo, $FP' = AP' > P'B$.

Segue então que P' é exterior à parábola para todo $P' \in t$ com $P' \neq P$. Como $P \in t$ e P pertence à parábola então t é a tangente à parábola em P. Portanto, as retas PA paralela ao eixo da parábola e PF formam ângulos iguais com a parábola em P.

Gráfico 14 - Propriedade refletora da parábola



Fonte: Autor (2021)

3.6. Aplicações da Propriedade Refletora da Parábola

O paraboloide de revolução, também conhecido como superfície parabólica, é uma superfície obtida pela rotação de uma parábola em torno do seu eixo de simetria, e está superfície preserva a propriedade refletora da parábola em toda sua região. O que garante que toda recepção de sinais paralelos ao eixo de simetria será refletida para o foco, bem como todo sinal emitido pelo foco será refletido paralelamente ao eixo de simetria. Em função disto, o paraboloide será a base para algumas aplicações que mostraremos a seguir.

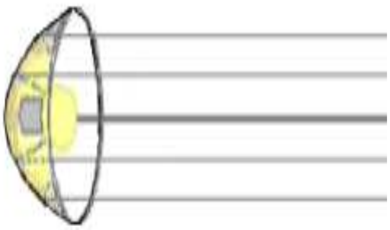
Na recepção de sinais a aplicação mais comum é a antena parabólica. Ela capta os sinais emitidos por um satélite e direciona todos os eles para o foco. Dessa maneira, a antena funciona como um amplificador natural de sinais, uma vez que os sinais emitidos por um satélite chegam aqui muito fracos.

Figura 5 - Antena parabólica

Fonte: Cerqueira (2015)

Outros exemplos que podemos destacar é o dos faróis de carros, holofotes e até mesmo das lanternas que possuem na sua estrutura um emissor de luz localizado no foco de uma parábola, voltado para um espelho parabólico localizado no fundo do objeto. É esta superfície que irá refletir os raios luminosos, paralelamente ao eixo da parábola.

Figura 6 - Farol de carro



Fonte: Santos (2016).

Figura 7 - Lanterna simples

Fonte: Cerqueira (2015)

Além das aplicações tradicionais mencionadas, temos os fornos solares, que tem a função de concentrar em uma pequena área os raios luminosos através de um espelho parabólico. Os raios solares ao refletirem no espelho, convergem para o foco, onde haverá uma grande concentração de energia, tanto luminosa quanto térmica. Assim, no foco do espelho há uma elevação de temperatura e, nesse ponto, é colocado o dispositivo que irá utilizar a energia concentrada. Um forno solar bem conhecido é o localizado em Odeillo, sul da França.

Figura 8 - Forno solar de Odeillo

Fonte: Chung (2013)

O campo Arquitetônico também é vasto de exemplos utilizando a parábola, não só por questões estéticas e estruturais, mas também pela otimização de espaços, iluminação e ventilação. Aqui no Brasil destacam-se as obras de Oscar Niemeyer, como a ponte Juscelino Kubitschek em Brasília, os arcos da Marquês de Sapucaí no Rio de Janeiro e a igreja da Pampulha em Belo Horizonte.

Figura 9 - Ponte Juscelino Kubitschek em Brasília

Fonte: Peixoto (2013).

Figura 10 - Arcos da Marquês de Sapucaí no Rio de Janeiro

Fonte: Cerqueira (2015)

Figura 11 - Igreja da Pampulha em Belo Horizonte

Fonte: Cerqueira (2015)

5. Sequência de Atividades de Parábola

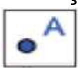
O GeoGebra é um software educativo de representação dinâmica, gratuito e de multiplataforma por estar escrito em linguagem Java, que é uma linguagem de programação orientada a objetos desenvolvida na década de 90 por uma equipe de programadores chefiada por James Gosling, na empresa Microsystems.

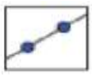
Este software dispõe de recursos visuais e interativos que podem servir como ferramenta para a aprendizagem de qualquer objeto matemático em todos os níveis de ensino, combinando Geometria, Álgebra, Tabelas, Gráficos, Estatística e Cálculo em uma única aplicação.

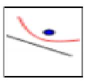
Nossa intenção foi utilizar o software Geogebra para ensinar a parábola, por meio de uma sequência didática. Os tópicos da parábola que foram contemplados nessa sequência didática, seguem a seguinte ordem: “conceituação da parábola”, “equações da parábola com vértice na origem e seus elementos principais”, “equações da parábola com vértice fora da origem e seus elementos principais”, “propriedade refletora da parábola”.

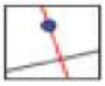
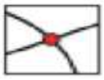
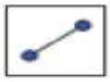
ATIVIDADE DE ENSINO 1

TÍTULO: O conceito da parábola
OBJETIVO: Conceituar a parábola
MATERIAL: Roteiro da atividade, computador, software GeoGebra e caneta.
PROCEDIMENTOS:

1- Na janela de visualização do GeoGebra faça o ponto A (0,3) e renomei-o para F, use o botão  .

2- Construa a reta y = -3. Para fazer isso utilize o botão . Renomeie essa reta para d.

3- Oculte o ponto A e o ponto B usando a ferramenta Exibir Objeto. Após construa a parábola usando o botão . Por fim escolha uma cor para a parábola e uma para a reta utilizando a ferramenta configurações.

4- Marque o ponto P (6,3) na parábola. Após Trace por P uma perpendicular f à reta d. Em seguida determine o ponto de interseção Q entre a reta f e a reta d. Posteriormente oculte a reta f usando a ferramenta Exibir Objeto. Por fim trace os segmentos PF e PQ. Use os botões , ,  e .

5- Quais as medidas do ponto P ao ponto F e do ponto P a reta d? (Use a ferramenta configurações valor)

6- Movimente livremente o ponto P sobre a parábola e diga o que você observou em relação às medidas do ponto P ao ponto F e do ponto P a reta d.

7- Altere livremente o ponto F e a reta d, após diga o que você observou em relação às medidas do ponto P ao ponto F e do ponto P a reta d.

8- O que você concluiu com a atividade?

9- Formalização da atividade pelo professor.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (A)

1- Prepare a sala para receber os alunos colocando um notebook com o software GeoGebra instalado.

2- Distribua a cada aluno a sequência de atividades em folhas impressas.

3- Faça uma explanação do tema, do objetivo da atividade e orientações para a realização com o uso do software.

4- Oriente o aluno a seguir criteriosamente todo o processo de construção da parábola para poder responder aos questionamentos propostos.

5- Tire as dúvidas na falta de compreensão dos enunciados e procedimentos referentes as atividades, bem como no uso das ferramentas e comandos do GeoGebra.

6- Intervenha, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade.

7- Faça os discentes perceberem que qualquer ponto da parábola é equidistante do foco e da reta diretriz.

8- Oriente os discentes para a socialização de suas respostas no quadro.

9- Ao final de cada atividade promova a institucionalização/formalização dos conceitos envolvidos.

ATIVIDADE DE ENSINO 2

TÍTULO: Equações da parábola com vértice na origem e seus elementos principais

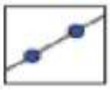
OBJETIVOS: a) Estudar a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, o foco, a reta diretriz e o parâmetro da parábola. b) Obter as 4 equações reduzidas da parábola com vértice na origem ($x^2 = 4py$; $x^2 = -4py$; $y^2 = 4px$; $y^2 = -4px$).

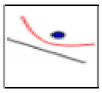
MATERIAL: Roteiro da atividade, computador, software GeoGebra e caneta.

Procedimento 1

1- Na janela de visualização do GeoGebra faça o ponto A (0,6) e renomei-o para F, use o botão 

.

2- Construa a reta y = -6. Para fazer isso utilize o botão , no qual você. Renomeie essa reta para d.

3- Oculte o ponto A e o ponto B usando a ferramenta Exibir Objeto. Após construa a parábola usando o botão . Por fim escolha uma cor para a parábola e uma para a reta utilizando a ferramenta configurações.

4-Altere a posição do foco F e da reta d da parábola construída de acordo com as seguintes parábolas: foco F(0,1) e diretriz d: y = -1, foco F(0,2) e diretriz d: y = -2, foco F(0,3) e diretriz d: y = -3, foco F(0,4.5) e diretriz d: y = -4.5, foco F(0,5.5) e diretriz d: y = -5.5, foco F(0,6) e diretriz d: y = -6, foco F(0,7) e diretriz d: y = -7, foco F(0,8) e diretriz d: y = -8 . A partir disso responda.

a) Como é a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, a distância do vértice ao foco (p) e a equação de cada uma das parábolas?

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

f) O que você concluiu com a atividade?

g) Formalização da atividade pelo professor.

5-Altere a posição do foco F e da reta d da parábola construída de acordo com as seguintes parábolas: foco F(0,-1) e diretriz d: y = 1, foco F(0,-2.5) e diretriz d: y = 2.5, foco F(0,-3.5) e diretriz d: y = 3.5, foco F(0,-4) e diretriz d: y = 4, foco F(0,-5) e diretriz d: y = 5, foco F(0,-6) e diretriz d: y = 6, foco F(0,-7) e diretriz d: y = 7, foco F(0,-8) e diretriz d: y = 8. A partir disso responda.

a) Como é a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, a distância do vértice ao foco (p) e a equação de cada uma das parábolas?

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

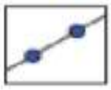
f) O que você concluiu com a atividade?

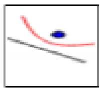
g) Formalização da atividade pelo professor.

Procedimento 2

1- Na janela de visualização do GeoGebra faça o ponto A (4,0) e renomei-o para F, use o botão 

.

2- Construa a reta x = -4. Para fazer isso utilize o botão . Renomeie essa reta para d.

3- Oculte o ponto A e o ponto B usando a ferramenta Exibir Objeto. Após construa a parábola usando o botão . Por fim escolha uma cor para a parábola e uma para a reta utilizando a ferramenta configurações.

4-Altere a posição do foco F e da reta d da parábola construída de acordo com as seguintes parábolas: foco F(1,0) e diretriz d: x = -1, foco F(2,0) e diretriz d: x = -2, foco F(2.5,0) e diretriz d: x = -2.5, foco F(5,0) e diretriz d: x = -5, foco F(5.5,0) e diretriz d: x = -5.5, foco F(6,0) e diretriz d: x = -6, foco F(7,0) e diretriz d: x = -7, foco F(8,0) e diretriz d: x = -8. A partir disso responda.

a) Como é a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, a distância do vértice ao foco (p) e a equação de cada uma das parábolas?

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

f) O que você concluiu com a atividade?

g) Formalização da atividade pelo professor.

5-Altere a posição do foco F e da reta d da parábola construída de acordo com as seguintes parábolas: foco F(-1,0) e diretriz d: x = 1, foco F(-3,0) e diretriz d: x = 3, foco F(-3.5,0) e diretriz d: x = 3.5, foco F(-4.5,0) e diretriz d: x = 4.5, foco F(-5,0) e diretriz d: x = 5, foco F(-6,0) e diretriz d: x = 6, foco F(-7,0) e diretriz d: x = 7, foco F(-8,0) e diretriz d: x = 8. A partir disso responda.

a) Como é a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, a distância do vértice ao foco (p) e a equação de cada uma das parábolas?

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

f) O que você concluiu com a atividade?

g) Formalização da atividade pelo professor.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (A)

1- Prepare a sala para receber os alunos colocando um notebook com o software GeoGebra instalado.

2- Distribua a cada aluno a sequência de atividades em folhas impressas.

3- Faça uma explanação do tema, do objetivo da atividade e orientações para a realização com o uso do software.

4- Oriente o aluno a seguir criteriosamente todo o processo de construção da parábola para poder responder aos questionamentos propostos.

5- Tire as dúvidas na falta de compreensão dos enunciados e procedimentos referentes as atividades, bem como no uso das ferramentas e comandos do GeoGebra.

6- Intervenha, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade.

7- Faça os discentes perceberem a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, o foco, a reta diretriz, o parâmetro e as equações da parábola na origem.

8- Oriente os discentes para a socialização de suas respostas no quadro.

9- Ao final de cada atividade promova a institucionalização/formalização dos conceitos envolvidos.

ATIVIDADE DE ENSINO 3

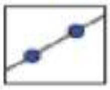
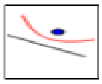
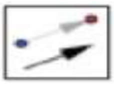
TÍTULO: Equações da parábola com vértice fora da origem e seus elementos principais

OBJETIVOS: a) Estudar a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, o foco, a reta diretriz e o parâmetro da parábola. b) Obter as 4 equações reduzidas da parábola com vértice fora da origem ($4p(y-yo) = (x-xo)^2$; $-4p(y-yo) = (x-xo)^2$; $4p(x-xo) = (y-yo)^2$; $-4p(x-xo) = (y-yo)^2$)

MATERIAL: Roteiro da atividade, computador, software GeoGebra e caneta.

Procedimento 1

a) Construa as parábolas no Software GeoGebra, bem como, um novo sistema de eixos x' e y' para cada uma, use as ferramentas 

, ,  e . Após isso preencha o quadro a seguir.

Foco e diretriz	Concavidade	Eixo de simetria	Vértice	(p) distância do vértice ao foco	Equação
F(3,3) e y = 1					
F(5,6) e y = 2					
F(7,7) e y = 1					
F(1,6) e y = -2					
F(9,8) e y = -2					
F(11,8) e y = -4					
F(2,8) e y = -6					

F(6,10) e y = -6					

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) O que você percebeu entre os vértices e as equações das parábolas?

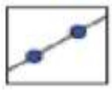
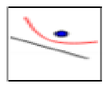
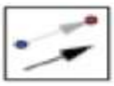
f) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

g) O que você concluiu com a atividade?

h) Formalização da atividade pelo professor.

Procedimento 2

a) Construa as parábolas no Software GeoGebra, bem como, um novo sistema de eixos x’ e y’ para cada uma, use as ferramentas 

, ,  e . Após preencha o quadro.

Foco e diretriz	Concavidade	Eixo de simetria	Vértice	(p) distância do vértice ao foco	Equação
F(4,2) e y = 4					
F(5,1) e y = 5					
F(2,1) e y = 7					
F(8,-2) e y = 6					
F(10,-3) e y = 7					

F(3,-6) e y = 6					
F(2,-6) e y = 8					
F(12,-7) e y = 9					

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) O que você percebeu entre os vértices e as equações das parábolas?

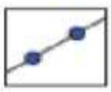
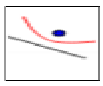
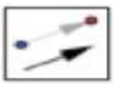
f) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

g) O que você concluiu com a atividade?

h) Formalização da atividade pelo professor.

Procedimento 3

a) Construa as parábolas no Software GeoGebra, bem como, um novo sistema de eixos x' e y' para cada uma, use as ferramentas 

, ,  e . Após isso preencha o quadro a seguir

.

Foco e diretriz	**Concavidade**	**Eixo de simetria**	**Vértice**	**(p) distância do vértice ao foco**	**Equação**
F(6,2) e x = 4					
F(5,4) e x = 1					
F(8,6) e x = 2					
F(10,7) e x = 2					
F(8,8) e x = -2					
F(9,10) e x = -3					
F(13,10) e x = -1					
F(15,11) e x = -1					

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

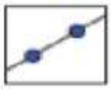
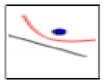
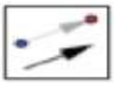
e) O que você percebeu entre os vértices e as equações das parábolas?

f) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

g) O que você concluiu com a atividade?

h) Formalização da atividade pelo professor.

Procedimento 4

a) Construa as parábolas no Software GeoGebra, bem como, um novo sistema de eixos x' e y' para cada uma, use as ferramentas , ,  e . Após preencha o quadro.

Foco e diretriz	**Concavidade**	**Eixo de simetria**	**Vértice**	**(p) distância do vértice ao foco**	**Equação**
F(3,11) e x = 5					
F(1,10) e x = 5					
F(-2,9) e x = 4					
F(2,4) e x = 10					
F(2,2) e x = 12					
F(1,1) e x = 13					
F(1,3) e x = 15					
F(0,6) e x = 16					

b) O que você percebeu em relação a concavidade, ao eixo de simetria e ao vértice das parábolas?

c) O que você percebeu em relação as equações das parábolas?

d) O que você percebeu entre a distância do vértice ao foco e as equações das parábolas?

e) O que você percebeu entre os vértices e as equações das parábolas?

f) Como ficaria uma equação que pudesse representar as parábolas?

g) O que você concluiu com a atividade?

h) Formalização da atividade pelo professor.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (A)

1- Prepare a sala para receber os alunos colocando um notebook com o software GeoGebra instalado.

2- Distribua a cada aluno a sequência de atividades em folhas impressas.

3- Faça uma explanação do tema, do objetivo da atividade e orientações para a realização com o uso do software.

4- Oriente o aluno a seguir criteriosamente todo o processo de construção da parábola para poder responder aos questionamentos propostos.

5- Tire as dúvidas na falta de compreensão dos enunciados e procedimentos referentes as atividades, bem como no uso das ferramentas e comandos do GeoGebra.

6- Intervenha, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade.

7- Faça os discentes perceberem a concavidade, o eixo de simetria, o vértice, o foco, a reta diretriz, o parâmetro e as equações da parábola fora da origem.

8- Oriente os discentes para a socialização de suas respostas no quadro.

9- Ao final de cada atividade promova a institucionalização/formalização dos conceitos envolvidos.

ATIVIDADE DE ENSINO 4

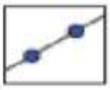
TÍTULO: Propriedade refletora da parábola

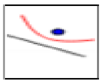
OBJETIVO: Verificar a propriedade refletora da parábola

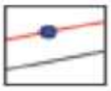
MATERIAL: Roteiro da atividade, computador, software GeoGebra e caneta.

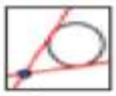
Procedimento 1

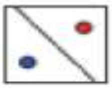
1- Na janela de visualização do GeoGebra faça o ponto A (0,2) e renomei-o para F, use o botão .

2- Construa a reta y = -2. Para fazer isso utilize o botão . Renomeie essa reta para d.

3- Oculte o ponto A e o ponto B usando a ferramenta Exibir Objeto. Após construa a parábola usando o botão . Por fim escolha uma cor para a parábola utilizando a ferramenta configurações.

4- Marque o ponto P (4,2) na parábola. Após trace uma reta r que seja paralela ao eixo de simetria da parábola e que passe pelo ponto P. Use o botão  e o botão . Por fim escolha uma cor para a reta r utilizando a ferramenta configurações.

5- Oculte a reta d usando a ferramenta Exibir Objeto. Após trace uma reta tangente t a parábola que passe pelo ponto P, use o botão . Por fim escolha uma cor para a reta t utilizando a ferramenta configurações.

6- Reflita a reta r através de t usando o botão . O que você observou?

7- Movimente livremente o ponto P e diga por qual outro ponto além dele a reta r’ está passando.

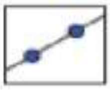
8- Altere livremente o ponto F, após diga por qual outro ponto além do ponto P a reta r’ está passando.

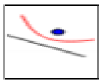
9- O que você concluiu com a atividade?

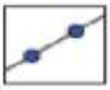
10- Formalização da atividade pelo professor.

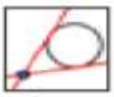
Procedimento 2

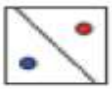
1- Na janela de visualização do GeoGebra faça o ponto A (0, -2) e renomei-o para F, use o botão  .

2- Construa a reta y = 2. Para fazer isso utilize o botão . Renomeie essa reta para d.

3- Oculte o ponto A e o ponto B usando a ferramenta Exibir Objeto. Após construa a parábola usando o botão . Por fim escolha uma cor para a parábola utilizando a ferramenta configurações.

4- Oculte a reta d usando a ferramenta Exibir Objeto. Após marque o ponto P (4, -2) na parábola. Em seguida trace uma reta r que passe pelo ponto F e pelo ponto P. Use o botão  e o botão . Por fim escolha uma cor para a reta r utilizando a ferramenta configurações.

5- Trace uma reta tangente t a parábola que passe pelo ponto P. Use o botão . Após escolha uma cor para a reta t utilizando a ferramenta configurações.

6- Reflita a reta r através de t usando o botão . O que você observou?

7- Movimente livremente o ponto P e diga a qual reta a r' é paralela.

8- Altere livremente o ponto F, após diga a qual reta a r' é paralela.

9- O que você concluiu com a atividade?

10- Formalização da atividade pelo professor.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (A)

1- Prepare a sala para receber os alunos colocando um notebook com o software GeoGebra instalado.

2- Distribua a cada aluno a sequência de atividades em folhas impressas.

3- Faça uma explanação do tema, do objetivo da atividade e orientações para a realização com o uso do software.

4- Oriente o aluno a seguir criteriosamente todo o processo de construção da parábola para poder responder aos questionamentos propostos.

5- Tire as dúvidas na falta de compreensão dos enunciados e procedimentos referentes as atividades, bem como no uso das ferramentas e comandos do GeoGebra.

6- Intervenha, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade.

7- Faça os discentes perceberem que toda reta paralela ao eixo de simetria da parábola ao ser refletida passa pelo foco e que toda reta que passa pelo foco da parábola e por um ponto P dela ao ser refletida fica paralela ao eixo de simetria.

8- Oriente os discentes para a socialização de suas respostas no quadro.

9- Ao final de cada atividade promova a institucionalização/formalização dos conceitos envolvidos.

Referências

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **PCN+ Ensino Médio. Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**; volume 2. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/ uploads/2018/04/BNCC_19mar2018_versaofinal.pdf>. Acesso em: (20/12/2019)

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

CASTILHO, Keilla Lopes; SÁ, Luana Siqueira. **Parábola: Um estudo além da função quadrática:** Monografia. Campos dos Goytacazes- RJ: Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, 2007. 87f.

CARVALHO, Lucas Silva de. **Parábola: Análise, Abordagens e Propostas no Ensino Básico**: Dissertação de mestrado. Teresina- Piauí: Universidade Federal do Piauí- UFPI, 2015.51f.

CAVALCANTE, Luiz Henrique de Vasconcelos. **Uma Sequência Didática Para o Ensino do Conceito de Parábola: A Engenharia Didática Como Apoio Metodológico**: Dissertação de Mestrado. Manaus- Amazonas: Universidade Federal do Amazonas-UFAM, 2017. 45f.

CHUNG, Kenji. **A Parábola, sua propriedade Refletora e aplicações**: Dissertação de mestrado. Recife- Pernambuco: Universidade Federal Rural de Pernambuco-UFPE, 2013.32f.

CERQUEIRA, Adriano Almeida Cerqueira. **Parábola e suas Aplicações:** Dissertação de mestrado. Salvador- Bahia: Universidade Federal da Bahia-UFBA, 2015. 55f.

DAMASCENO, Francisco Egberto Gomes. **PARÁBOLA: Uma abordagem utilizando materiais concretos e o software GeoGebra:** Dissertação de Mestrado. Rio Branco- Acre: Universidade Federal do Acre- UFAC, 2018. 120f.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

GONÇALVES, Leandro. **Propriedades Reflexivas das Cônicas:** Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro- RJ: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2014.52f.

GOMIDE, Fernando Neres. **Estudo das cônicas com geometria dinâmica**: Dissertação de mestrado. Vitória da Conquista- BA: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- UESB, 2015.51f.

GONÇALVES, Jaqueline Mendes. **As secções cônicas abordadas em duas estratégias de ensino utilizando o aplicativo GeoGebra:** Monografia. Campina Grande-PB: Universidade Estadual da Paraíba, 2012.69f.

LOPES, Sandra Pereira. **Uma sequência didática para o ensino de parábola enquanto lugar geométrico:** Dissertação de Mestrado. São Paulo- SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2014.148f.

LOPES, Juracélio Ferreira. **Cônicas e aplicações:** Dissertação de mestrado. Rio Claro-SP: Universidade Estadual Paulista- UNESP, 2011. 184f.

LOUZADA, Silvia. **Relações entre Cônicas e Funções no Ensino Médio:** Dissertação de mestrado. Vitória- Espírito Santo: Universidade Federal do Espírito Santo- UFES, 2013.56f.

LENZ, Mainara. **O estudo das cônicas a partir da construção geométrica:** Dissertação de mestrado. Rio Claro-SP: Universidade Estadual Paulista- UNESP, 2014.49f.

MACHADO, Mirtes Tamy Gomes. **Parábolas – As curvas preciosas**. Objeto de Aprendizagem colaborativa. Paraná-PR: Universidade Estadual de Londrina- UEL, 2009. 29f.

MACEDO, Helder Rodrigues. **Estudo sistemático das parábolas**: Dissertação de mestrado. João Pessoa- PB: Universidade Federal da Paraíba- UFPB, 2015. 71f.

MUNIZ JUNIOR, Felix Horácio Munoz. **Seções Cônicas**: Dissertação de mestrado. Florestal- MG: Universidade Federal de Viçosa - UFV, 2018. 78f.

NASCIMENTO, Ana Carolina Rabello. **Uma abordagem dinâmica e atual para o ensino das cônicas na educação básica**: Dissertação de mestrado. Brasília: Universidade de Brasília, 2015.185p.

OLIVEIRA, Adilson Lopes de. **Objeto de aprendizagem para desenvolvimento de habilidades de visualização e representação de secções cônicas: atividade para o ensino médio**: Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte- MG: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2011.106 p.

PEDROSO, H.A. **História da Matemática**. 2.ed. São José do Rio Preto, 2009. Material didático. Disponível em: < http: //goo.gl/DojSpk >. Acesso em 5 de maio. 2021.

POERSCHKE, Nelson. **Cônicas**. Monografia. Boa Vista- Roraima: Universidade Federal de Roraima- UFRO, 2011. 52f.

PIZA, Cristina Aparecida de Melo; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores. **Registros de Representação Semiótica: um Estudo sobre a Parábola.** Artigo, Acta Scientiae, v.13, n.2, p.55-70, jul./dez. 2011.

PEREIRA, Gisele Polyana Rodrigues. **O ensino das cônicas através de estudos contextualizados até sua concepção na geometria analítica: Parábola:** Dissertação de mestrado. Lavras- MG: Universidade Federal de Lavras- UFLA, 2013. 120p.

PEIXOTO, Hugo César. **Tópicos de geometria analítica: Parábola**: Dissertação de mestrado. Goiânia- Goiás: Universidade Federal de Goiás-UFG, 2013.63f.

PESSE, Mayara de Moura. **Cônicas: Classificação e Atividades com o Software GeoGebra:** Dissertação de mestrado. São José do Rio Preto-SP: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"- UNESP, 2017.98f.

QUARANTA NETO, Francisco. **Tradução Comentada da Obra "Novos Elementos das Seções Cônicas" (Philippe de La Hire - 1679) e sua relevância para o Ensino de Matemática:** Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro-RJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro- UFRJ, 2008. 310f.

SPIEGEL, Murray R; MOYER, Robert E. **Teoria e problemas de álgebra**. 2.ed. Porto Alegre, Editora: Bookman, 2004.

SANTOS, Fabiano José dos; FERREIRA, Silvimar Fábio. **Geometria analítica**. Porto Alegre, Editora: Bookman, 2009.

SILVA, Osiel Gomes da. **Desenho geométrico: Um recurso para o ensino das cônicas**: Dissertação de Mestrado. Mossoró- RN: Universidade Federal Rural do Semiárido- UFERSA, 2014.49f.

SOUZA, Lindomar Duarte de. **Cônicas e Suas Propriedades Notáveis**: Dissertação de mestrado. Florianópolis-SC: Universidade Federal de Santa Catarina- UFSC, 2014.64p.

SANTOS, José Cristiano Cavalcante dos. **Parábola e suas aplicações no ensino médio**: Dissertação de mestrado. Maceió- Alagoas: Universidade Federal de Alagoas- UFAL, 2016. 96 f.

SILVA, Fabiano da Conceição. **Um estudo sobre cônicas: aspectos históricos e seu ensino:** Dissertação de mestrado. São Luís- Maranhão: Universidade Federal do Maranhão, 2018. 67p.

SATO, J. **As cônicas e suas aplicações**. Material didático. Disponível em Disponível em: < http: //goo.gl/xo5e86 >. Acesso em 7 de maio. 2021.

TASSONE, Márcia Zulian Teixeira. **Construção da parábola através de modelos lúdicos e computacionais:** Dissertação de Mestrado. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2015. 132p.

TALAVERA, Leda Maria Bastoni; BROLEZZI, A. C. **Da história das cônicas à geometria dinâmica**. Em: VII EPEM- Encontro Paulista de Educação Matemática. 2004, São Paulo, livro de resumos do VII EPEM, 2004.

VENTURI, Jacir J. **Cônicas e quádricas**. 5.ed. Curitiba, Editora: Unificado, 2003.

WINTERLE, Paulo. **Vetores e geometria analítica**. São Paulo, Editora: Pearson Makron Books, 2000.

Sobre os autores

Marc santos Peyrerol

Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pelo Instituto Federal do Pará (2010). Especialização em Ensino de Matemática pelas Faculdades Integradas Ipiranga (2014). Mestrado em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação da Universidade do Estado do Pará (2021). Atualmente é professor efetivo no Instituto Estadual Stella Maris (Soure-PA) e na Escola Municipal Dom Pedro I (Salvaterra-PA).

Fábio José da Costa Alves

Possui Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará - UFPa e Pós-Doutorado pelo Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN. Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará-UNESPa, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará-UFPa. Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática, Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

Cinthia Cunha Maradei Pereira

Possui Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática) pela Universidade Federal do Pará- UFPA, Mestrado em Ciências da Computação com ênfase em Informática Educacional pela Universidade Federal de Santa Catarina- UFSC, Especialização em Informática Médica pela Universidade Federal de São Paulo- UNIFESP, Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará- UFPA e em tecnologia em Processamento de Dados pela Universidade da Amazônia- UNAMA. Atualmente é professora adjunta da Universidade do Estado do Pará- UEPA, Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática-UEPA. Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Está atuando no desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem