

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Benedito Junior Corrêa Tourão
Cinthia Cunha Maradei
Pedro Franco de Sá

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PRISMAS

Belém - PA
2020

Benedito Junior Corrêa Tourão
Cinthia Cunha Maradei
Pedro Franco de Sá

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PRISMAS

Produto Educacional apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Médio

Orientadora: Prof.^a Dra. Cinthia Cunha Maradei
Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Diagramação e Capa: Os Autores

Revisão: Os Autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias

Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Cinthia Cunha Maradei Pereira
Pedro Franco de Sá
Benedito Fialho Machado

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

TOURÃO, Benedito Junior Corrêa, PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei e SÁ, Pedro Franco de. UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PRISMAS. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

ISBN:

Ensino Matemática; Ensino por atividades; Problemas do segundo grau.

Bibliotecária: Regina Ribeiro CRB-2 739

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	5
2. ASPECTOS CURRICULARES SOBRE PRISMAS	6
2.1. O Ensino de Geometria.....	8
2.2. Educação Matemática e Currículo	10
2.3. O Ensino de Matemática e o Currículo para o Ensino Médio	12
2.4. Educação Matemática e Avaliação	14
3. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE PRISMAS	16
4. ASPECTOS MATEMÁTICOS	18
4.1. Prisma Ilimitado.....	19
4.2. Prisma limitado.....	21
4.3. Paralelepípedos e Romboedros	24
4.4. Diagonal e área do cubo	25
4.5. Diagonal e área do paralelepípedo retângulo	27
4.6. Razão entre paralelepípedos retângulos.....	28
4.7. Volume de um sólido.....	30
4.8. Volume do paralelepípedo retângulo e do cubo	30
4.9. Área lateral e área total do prisma	32
4.10. Princípio de Cavalieri	35
4.11. Volume do Prisma.....	37
5. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	39
5.1. O Ensino de Matemática por Atividade	39
5.2. O Método da Descoberta e o Ensino De Prisma.....	42
6. ATIVIDADES PARA O ENSINO DE PRISMA.....	44
6.1. Atividade 01	45
6.2. Atividade 02	49
6.3. Atividade 03	53
6.4. Atividade 04	58
6.5. Atividade 05	61
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
8. REFERÊNCIAS	66

1. APRESENTAÇÃO

No ensino de matemática para a atualidade vivenciamos a necessidade em se buscar metodologias mais atraentes ou que levem a adoção de práticas estimulantes e desafiadoras, o que certamente pode auxiliar e contribuir positivamente para professores e alunos, principalmente no que se refere a superação de dificuldades na construção de novos conhecimentos.

Assim, o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (BRASIL, 2006, p.75).

Partindo dessa preocupação e experiências com o ensino mecânico de matemática, e especificamente, com o ensino de geometria espacial, que surgiu nosso interesse em investigar: Quais os efeitos de uma sequência didática, embasada na Engenharia Didática, no ensino de prismas por meio de atividades?

Neste contexto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino do sólido geométrico prisma por meio de atividades em uma turma de 1º ano do ensino médio. Para alcançar esse objetivo optamos pela Engenharia Didática como metodologia de pesquisa.

Estudos experimentais, estudos didáticos e estudos diagnósticos mostraram a necessidade de o docente de matemática inovar em sua prática, mesmo que as metodologias demandem tempo de preparo e execução, tendo em vista que, os resultados obtidos são mais eficazes do que as metodologias tradicionais no ensino de prisma, chegando à conclusão que seu ensino se torna mais significativo ao discente através de metodologias que utilizam materiais manipuláveis e concretos, isto é, metodologias que favoreçam a visualização e o manuseio, de modo que o discente possa construir ativamente seu conhecimento, sentindo-se inserido no processo de aprendizagem.

Diante disso, nossa consulta aos discentes sobre o ensino e aprendizagem do tema, buscamos verificar as dificuldades existentes no que diz respeito a identificação de figuras das bases dos prismas, identificação dos ângulos formados entre as arestas laterais da base, identificação das características de cada prisma e dificuldades na realização de cálculos dos volumes dos prismas apresentados a turma, os quais,

serão confrontarmos com a análise prévia construindo assim, nossa análise a posteriori e validação da pesquisa.

Nesse sentido, abordaremos os aspectos curriculares sobre prismas apresentando concepções de alguns teóricos que estudam o ensino de geometria, a educação matemática e currículo, o ensino de matemática e o currículo para o ensino médio, além da educação matemática e avaliação, afim de fomentar uma base teórica para a pesquisa.

Com base nas análises prévias realizadas e a construção das demais etapas que compreendem a metodologia proposta pela Engenharia Didática descritas na pesquisa, esperamos proporcionar uma possível contribuição para melhoria no ensino de matemática, e ainda, no ensino de geometria, em específico, no ensino do conteúdo prisma, tendo em vista as dificuldades dos discentes evidenciadas durante nossa prática pedagógica no ensino médio.

Assim, a pesquisa foi realizada em uma escola pública da rede estadual de ensino localizada no município de Igarapé-Miri no estado do Pará com estudantes do 1º ano do ensino médio do turno vespertino, no qual o conteúdo de prismas faz parte do currículo, nosso intuito é apresentá-lo a partir de uma sequência didática utilizando o ensino por atividades.

2. ASPECTOS CURRICULARES SOBRE PRISMAS

A Matemática deve ser trabalhada visando o desenvolvimento de um conjunto de competências, que no caso da Geometria Espacial, deve ocorrer de maneira que o aluno possa perceber a relação existente entre o que ele estiver estudando na sala de aula e o mundo, assim, o que ele estiver aprendendo passa a ter mais significado.

Diante disso, conforme defendido por Barreto (1995, p. 59) os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam que a Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões, como na criação humana, ao mostrar que ela tem sido desenvolvida para dar respostas às necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos.

Observamos que a aprendizagem mecânica ainda é uma realidade nas escolas, e que os estudantes aprendem, decoram fórmulas, fazem as avaliações e,

passados pouco tempo já não lembram de mais nada, pois tais conteúdos estão sendo ensinados de maneira não significativa e atraente.

Mas de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, documento oficial do governo federal, isso não deve acontecer, já que o mesmo propõe que o estudo da Geometria deva possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (BRASIL, 2006, p.75).

Pensando num ensino construtivo e com significado, novamente citamos o que as Orientações Curriculares dizem quanto ao trabalho com comprimentos, áreas e volumes, pois consideramos importante que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas, evitando-se a sua simples apresentação (BRASIL, 2006, p. 76).

Assim, a Geometria não pode ser abordado somente de forma teórica e sem aplicação prática, já que, a abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas, uma vez que, ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões afluam e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos. (BRASIL, 1999, p. 119)

Sendo assim, o ensino desse conteúdo nas escolas pode ser identificado como um estudo de objetos geométricos e suas relações e propriedades através de fórmulas específicas, mas também pode ser identificado como um ensino que visa desenvolver o raciocínio espacial. (BRASIL, 1999, p. 123) Percebe-se que a proposta dos PCN's para o ensino de Geometria Espacial, seja estudada na segunda série do Ensino Médio, e a principal estratégia para a abordagem do tema é a resolução de problemas aplicados em situações práticas.

Nesse sentido, se faz necessário uma avaliação centrada na aprendizagem dos alunos e que sirva como reguladora das estratégias metodológicas utilizadas pelos educadores, já que, é por meio da avaliação que o professor obtém informações sobre o desenvolvimento dos alunos e pode diagnosticar problemas e dificuldades na sua

aprendizagem. Portanto, ao abordar os instrumentos de avaliação, o professor precisa refletir sobre os princípios dessa avaliação, para que este possa diagnosticar as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos ensinados.

Diante disso, realizamos uma pesquisa com 100 alunos do ensino médio da rede pública estadual de ensino de Igarapé-Miri/Pará em que foram coletadas informações durante o mês de junho de 2017, a partir da aplicação de um questionário e um teste, que foram tabulados e transformados em gráficos que apontam de onde provem tais dificuldades na aprendizagem de geometria.

2.1. O Ensino de Geometria

Segundo Santana e Nervis (2017), o interesse pelas formas geométricas remonta desde o começo da história, na construção de objetos de decoração, de utensílios, de enfeites, na criação de desenhos para pintura de cavernas e corpos. O desenvolvimento humano foi influenciado pela geometria abstraída das formas da natureza, que estão presentes tanto na vida inanimada como na vida orgânica e nos objetos produzidos pelas diversas culturas. Assim, a Geometria tem raízes muito antigas, a história não traz ao certo sua origem, mas há alguns indícios que apontam seu nascimento como forma de atender as necessidades humanas e resolver problemas.

Gerdes (1992) também afirma que a geometria nasceu como uma ciência empírica ou experimental, pois o homem da idade da pedra lascada, na confrontação com o seu meio ambiente chegou aos primeiros conhecimentos geométricos. O processo de aquisição pelo trabalho de imagens abstratas das relações espaciais entre os objetos físicos e as suas partes decorreu, primeiro, de uma forma extremamente lenta. Somente depois de ter sido reunido material factual suficiente sobre às formas espaciais mais simples, tornou-se possível sistematizar consideravelmente o material recolhido. Com isso começou a transformação da geometria de uma ciência empírica numa ciência matemática (GERDES, 1992, p.17).

De acordo com Fiorentini e Miorim (2004), até o século XVI havia uma crença que a criança tinha um poder de assimilação semelhante ao adulto, a diferença estaria no grau de desenvolvimento. Na época, a aprendizagem tinha como foco a memorização de fórmulas ou então de regras e outros procedimentos. O professor desta época era um mero expositor.

Entretanto, atualmente esse conceito de aprendizagem sofreu mudanças, e a aprendizagem passou a ser significativa, pois esta, expressa ideias simbólicas de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Além disso, é substantiva no sentido não-literal, pois significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende (MOREIRA, 2010, p. 13).

O estudo de Geometria não pode ser abordado somente de forma teórica e sem aplicação prática, já que, a abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas, uma vez que, ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões afluam e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos (BRASIL, 1999, p. 119).

O ensino de Geometria deve proporcionar ao estudante leitura e interpretação do espaço que está a sua volta, para que este possa desenvolver habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções de problemas. Para isso, o aluno precisa conhecer estudo das propriedades relacionadas à posição das formas e às medidas, possibilitando duas maneiras de pensar a Geometria: pela identificação das propriedades e pela quantificação de áreas, volumes e comprimentos.

Sendo assim, o ensino desse conteúdo nas escolas pode ser identificado como um estudo de objetos geométricos e suas relações e propriedades através de fórmulas específicas, mas também pode ser identificado como um ensino que visa desenvolver o raciocínio espacial (BRASIL, 1999, p. 123). Percebe-se que a proposta dos PCN para o ensino de Geometria Espacial, seja estudada na segunda série do Ensino Médio, e a principal estratégia para a abordagem do tema é a resolução de problemas aplicados em situações práticas.

De acordo com Brousseau (1996), o professor deve organizar o ensino e aprendizagem, envolvendo um meio, o aluno e um conhecimento. Esse meio pode ser traduzido em jogos, desafios, resolução de problemas, dentre outros. Porém, essa forma de ensino deve contemplar situações didáticas, por exemplo, uma sequência de atividades que levem os alunos a entrarem no jogo, isto é, desperte o interesse e

o envolvimento pela atividade, busque soluções, faça questionamentos, tornando-se assim, sujeito do conhecimento em questão e, situações a-didáticas, que são atividades elaboradas pelo professor, no qual, existe uma intenção de ensino, mas que o aluno de antemão a desconhece, isto é, o sistema ensinado deverá ser capaz de fazer face, com auxílio do saber aprendido, a sistemas desprovidos de intenções didáticas (BROUSSEAU, 1996, p.88).

É importante ressaltar, que essas duas situações estão implicitamente relacionadas. E que a sequência de atividades que foram aplicadas, as quais trataremos posteriormente em nossa experimentação, foi elaborada com o intuito de utilizar materiais concretos, pois acredita-se que, a visualização e manipulação de modelos geométricos e de embalagens do cotidiano dos alunos, facilitaria a apreensão dos conceitos envolvidos, em especial, no que se refere a classificação dos sólidos geométricos, uma vez que, a manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção de modelos mentais dos diversos elementos geométricos, por meio da identificação e generalização de propriedades e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal (RÊGO, 2012, p. 14).

2.2. Educação Matemática e Currículo

Segundo Melo (2017), currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade. Como quase todos os temas educacionais, as decisões sobre currículo envolvem diferentes concepções de mundo, de sociedade e, principalmente, diferentes teorias sobre o que é o conhecimento, como é produzido e distribuído, qual seu papel nos destinos humanos.

Nos últimos trinta anos, os trabalhos teóricos sobre o currículo de Matemática têm o seu foco voltado para a busca de componentes ou dimensões que permitam estruturar o sistema curricular. Assim, o debate sobre os fins da Educação Matemática, em geral, tornou-se uma questão crucial para o currículo de Matemática no sistema educativo, em especial, para o período de educação obrigatória (RICO, 1997, p. 20).

O currículo da Educação Básica, para Rico (1998) é um plano de formação, que se propõe a dar respostas a questões como: O que é e em que consiste o conhecimento? O que é aprendizagem? O que é ensino? O que é e em que consiste o conhecimento útil? Assim, o currículo tem como intenção oferecer propostas

concretas sobre: modos de entender o conhecimento; interpretar a aprendizagem; colocar em prática o ensino; valorizar a utilidade e domínio dos aprendizados realizados.

Assim, Santos (2008) denomina “A virada curricular dos anos 80”, como a avaliação crítica feita sobre o Movimento Matemática Moderna em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar. O autor considera que nesse momento há uma ruptura com um ideário (concepção de ensino e aprendizagem de Matemática) que dava suporte ao ensino de Matemática e seu currículo.

A importância de se tomar esse movimento deve-se ao fato de que a partir daí constitui-se um campo de ideias concernentes aos currículos e ao ensino de Matemática que, em cada país, dará suporte a um ensino que observará, desde então, características culturais e condições locais e que é destinado a estudantes particulares, portanto, é situado.

As dimensões desse ensino, que por ventura sejam de natureza global, assim como as ações que delas decorrerão, são identificadas com base em variáveis que não seja exclusivamente a Matemática. A despeito de mudanças ocorridas no ensino de Matemática não se identificam, de lá para cá, rupturas, com esse campo de ideias (SANTOS, 2008, p. 2).

Com a criação da Parâmetros Curriculares Nacionais, nos diferentes níveis de ensino, fruto da promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9394 de 1996 (LDBEN 9394/96) o Ministério da Educação deu início ao processo de descentralização do curricular. Nesse processo, conforme Pires (2008), dilemas antigos envolvendo as discussões curriculares nacionais vieram à tona, dentre os quais se destaca o caráter centralizador ou descentralizador das reformas educacionais.

O reflexo das desigualdades regionais nos currículos ficava evidente: regiões mais desenvolvidas economicamente e socialmente, reuniam melhores condições de elaborar projetos curriculares contemporâneos. Em contrapartida, as demais, continuavam reproduzindo listas de conteúdo sem maior reflexão sobre a relevância destes e sem discutir questões referentes à sua abordagem (PIRES, 2008, p. 25).

O processo de elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) se deu a partir da formação de equipes que formularam “um texto preliminar que foi

analisado e discutido por professores e especialistas, tanto nas secretarias de educação como nas universidades” (PIRES, 2008, p. 26).

2.3. O Ensino de Matemática e o Currículo para o Ensino Médio

De acordo com (GODOY e SANTOS, 2017, p. 01) as discussões sobre o currículo de Matemática para o Ensino Médio intensificaram-se nos períodos em que foram elaborados documentos curriculares oficiais, como os Guias Curriculares na década de 1970, as Propostas Curriculares na década de 1980 e os Parâmetros Curriculares Nacionais, na década de 1990.

Segundo (KRULIK apud RICO, 2004), as contribuições da Matemática para os fins gerais da educação são sempre consideradas positivas e altamente benéficas. Diante disso, o currículo de Matemática precisa ser um instrumento adequado para sua consecução, uma vez que, a Educação Matemática, relaciona-se as metas gerais da Educação e as necessidades da sociedade, sejam elas quais forem determinantes para cada indivíduo.

Desse modo, a educação matemática visa competências que busquem no ensino de tal disciplina, preparar o indivíduo para a vida adulta, estimular o reconhecimento fundamental da utilidade da Matemática na sociedade, além de desenvolver habilidade para usar modelos matemáticos com vistas à resolução de problemas.

Diante disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a área de Matemática “constituem um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático que possibilite, de fato, a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura” (BRASIL, 1998, p. 59).

Conforme indicam tais Parâmetros, o conhecimento matemático é uma ferramenta imprescindível para a construção da cidadania e neste sentido, um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; e de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente. (BRASIL, 1998, p. 28).

Assim, o Ensino Médio, portanto, é proposto como etapa final de uma educação de caráter geral, afinada com a contemporaneidade, com a construção de

competências básicas, que situem o educando como sujeito produtor de conhecimento, participante do mundo do trabalho e com o desenvolvimento da pessoa como “sujeito em situação” cidadão. Ao definir o Ensino Médio como continuação do ensino fundamental e ao “depurá-lo” de qualquer ambição no sentido de formar o técnico – profissional, a nova legislação pretende contornar a contradição social básica, historicamente observada.

O currículo do Ensino Médio então, deve destacar a educação tecnológica básica, a compreensão do significado da ciência, das letras e das artes, o processo histórico de transformação da sociedade e da cultura, a língua portuguesa como instrumento de comunicação e incluir uma língua estrangeira moderna, como disciplina obrigatória, escolhida pela comunidade escolar, e uma segunda, em caráter optativo dentro das disponibilidades da instituição.

Os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação devem ser organizados de tal modo que, ao final do Ensino Médio, o estudante seja capaz de demonstrar domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna, de conhecer das formas contemporâneas de linguagem e dominar conhecimentos de Filosofia e de Sociologia necessários ao exercício da cidadania.

Assim, é preciso que esse curso tenha uma base unitária sobre a qual podem se assentar possibilidades diversas, como preparação geral para o trabalho ou, facultativamente, para profissões técnicas na ciência e na tecnologia como iniciação científica e tecnológica; na cultura, como ampliação da formação cultural. (BRASIL, 1999, p.37)

Se o Ensino Médio tem como meta formar cidadãos éticos e autônomos, capazes de compreender os processos produtivos, e, ao concluírem esse ciclo de ensino, estejam preparados para o trabalho, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), faz-se necessário saber qual o papel da Matemática na formação do estudante de Ensino Médio.

Para Skovsmose (2001) a Matemática interfere na realidade, e apesar de ser uma construção social, tem o poder de “formatar nossa sociedade”, ou seja, nós vivemos envoltos em Modelos Matemáticos elaborados para atender aos mais diversos interesses como os governamentais por exemplo, ao calcular impostos, o PIB ou dos bancos, ao cobrar juros, etc. Assim, esse autor defende que a escola deve ter, como objetivo, capacitar os alunos para analisar as informações de cunho matemático com os quais se depara. Para isso, propõe o ensino de uma matemática crítica que

adota uma postura reflexiva diante das informações matemáticas, já que ela intervém na nossa realidade e pode ser manipulado.

Dessa forma, entende-se que não é possível que a Matemática seja trabalhada de forma descontextualizada, fragmentada e repetitiva, sem considerar a realidade em que a escola está inserida. Nesse novo cenário, a ênfase deve ser dada na reflexão, no desenvolvimento do pensamento, na resolução de problemas cotidianos, no envolvimento em contextos sociais, econômicos e culturais nos quais os alunos vivem e, diante do processo irreversível de globalização no qual estão inseridos, na ampliação de sua visão de mundo.

D'Ambrósio (2001) alerta para o perigo que se corre de tornar a Matemática alienada do mundo atual. O documento das diretrizes curriculares justifica que ela ficou atrelada às Ciências da Natureza para “retirar a Matemática do isolamento didático em que tradicionalmente se confina no contexto escolar” (BRASIL, 1998, p.59). Talvez essa visão preconceituosa sobre essa disciplina tenha se construído devido à tradição escolar de priorizar o formalismo em seu estudo.

Frente a isso é preciso que o ensino da Matemática seja interessante e integrado às problemáticas da atualidade e, para alcançarmos esse desafio, é preciso investigar os processos de aquisição do conhecimento matemático no Ensino Médio, auxiliando o repensar do currículo de Matemática para esse curso e, mais ainda, na construção da identidade desse nível de ensino.

2.4. Educação Matemática e Avaliação

Segundo Pereira e Dias (2015), a passagem de uma avaliação tradicional no ensino da Matemática a uma avaliação centrada na aprendizagem dos alunos, que permita regular as estratégias metodológicas utilizadas pelos educadores, é um problema complexo, cuja solução vem sendo equacionada atualmente. A avaliação precisa cumprir um duplo objetivo: ser um instrumento de diagnóstico da aprendizagem matemática dos alunos e, ao mesmo tempo, ser um indicador dos caminhos a serem percorridos no processo de ensino e aprendizagem.

É por meio da avaliação que o professor obtém informações sobre o desenvolvimento dos alunos e pode diagnosticar problemas e dificuldades na sua aprendizagem e, com base nisso, repensar sua ação docente sobre os encaminhamentos pedagógicos. Diante disso, a avaliação deve fornecer informações

relevantes e substantivas sobre os distintos momentos da aprendizagem dos alunos, no sentido de auxiliar o professor a organizar o processo de ensino aprendizagem.

A avaliação precisa ser indissociável de planejamento, pois o planejamento possibilita ao docente ter objetivos definidos ao ensinar, além de lhe possibilitar saber quais competências e habilidades busca desenvolver no educando, o que lhe possibilita consequentemente ter definido quais métodos avaliativos usará no processo de ensino aprendizagem e que lhe permitirá observar as dificuldades do educando e suas próprias falhas, já que, o planejar exige a explicitação prévia dos objetivos de ensino, com subsequente reflexão quanto às expectativas das atividades para o desenvolvimento desejado. Assim, segundo Gitirana (2012), conforme citado por Silva, Hoffmann e Esteban (2003) “o processo avaliativo está presente em toda a prática pedagógica do professor mesmo sem clareza de se constituir avaliação”.

Sabe-se que os modelos tradicionais de avaliação não satisfazem mais os profissionais e os alunos, já que, estes desejam romper com a lógica da exclusão presente nessa concepção hegemônica, porém abrir mão desse formato de avaliação não é fácil (FERRAZ E MACEDO, 2003, p. 2). A substituição das notas por conceitos, isto é, das provas tradicionais por outros mecanismos avaliativos é uma mudança gradativa realizada na história do processo de avaliação e que não pode e nem deve ser rompida definitivamente, mas precisa dar espaço no processo de ensino e aprendizagem a outros instrumentos tão importantes e eficazes quanto.

As provas tradicionais servem para medir alguns aspectos do conhecimento matemático, e nada dizem de outros aspectos como a perseverança e as atitudes, nem a capacidade para aplicar os conteúdos a situações reais. Esse tipo de avaliação, que é usado hoje em grande escala, baseia-se em considerar que um evento é o processo de aprendizagem e outro é o sistema de avaliação, ou seja, em muitas aulas se ensina, passa-se o conteúdo e em uma ou poucas aulas, se avalia, separando momentos que devem ocorrer juntos (PEREIRA E DIAS, 2015, p. 8). Entretanto, “não é acabando com a prova escrita ou oral que se melhorará o processo de avaliação da aprendizagem, mas ressignificando o instrumento e elaborando-o dentro de uma nova perspectiva pedagógica” (MORETTO, 2002, p.9).

3. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE PRISMAS

Para o desenvolvimento desta revisão de estudos, foi realizada buscas sobre o estudo de prismas. Essa primeira parte do processo consistiu na pesquisa com palavras-chave: “ensino de prisma”, “dissertações/teses sobre geometria espacial”, “metodologias para o ensino de prisma”, em repositórios de diversas instituições de educação superior do Brasil, como da Universidade Federal do Pará, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, da Universidade Federal de Viçosa, dentre outras. Incluiu-se, também, trabalhos disponibilizados no Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), bem como no Google Acadêmico e portal da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

Durante o levantamento da pesquisa foi encontrado um total de 25 (vinte e cinco) trabalhos entre teses, dissertações e artigos científicos relacionados ao ensino de prismas, destes 13 (treze) foram excluídos da pesquisa, por apresentarem problemas de ordem metodológica, não sendo possível definir com clareza os procedimentos metodológicos empregados por estas pesquisas.

Diante disso, selecionamos apenas doze trabalhos, que foram categorizados em três: estudos experimentais, estudos didáticos e estudos diagnósticos. Esta categorização foi utilizada tendo como critério as características de cada uma destas categorias.

Os estudos experimentais são aqueles que propõem e realizam atividades de ensino envolvendo resolução de problemas. Os estudos didáticos são aqueles que propõem melhorar as metodologias de ensino e aprendizagem. Os estudos diagnósticos são aqueles que analisam e identificam alguma das dificuldades do aluno em geometria espacial. Acreditamos que a divisão nestas três categorias pode atuar como um facilitador no processo de entendimento do cenário das pesquisas existentes sobre o ensino de prisma.

Neste trabalho, optamos por adotar os seguintes procedimentos metodológicos: investigação, triagem, diagnóstico, classificação por categoria e por último a apresentação dos resultados obtidos por meio das pesquisas sobre o ensino de prismas. Entendemos que este percurso adotado contribuiu de forma mais expressiva para o alcance do objetivo principal proposto nesta pesquisa.

No quadro-síntese abaixo apresentamos de forma didática as pesquisas que foram utilizadas nesta revisão de estudo. O quadro construído constitui-se com

informações que foram agrupadas de acordo com as características nas categorias apresentadas anteriormente, no intuito de facilitar sobre a distribuição das pesquisas sobre prisma.

Quadro 1 - Estudos sobre o ensino de prismas

Tipo de estudo	Autor(es)	Ano	Natureza	Título do trabalho	Instituição
Estudos Experimentais	Guedes	2013	Dissertação	Estudando Prismas Com o Auxílio de Softwares Educativos Tridimensionais	USS/ PROFMAT
	Vendrame	2014	Dissertação	Área da Superfície e Volume de Prismas e Cilindros	UEM/ PROFMAT
	Cardia	2014	Dissertação	Uma abordagem do Ensino de Geometria Espacial	IMPA/ PROFMAT
Estudos Didáticos	Reis	2013	Dissertação	Área e Volume de Prisma e Pirâmide	UFV/ PROFMAT
	Lima	2013	Dissertação	Estudo Sobre o Cálculo de Áreas e Volumes Utilizando o Método de Exaustão e o Princípio de Cavalieri	UFPB/ PROFMAT
	Silva	2014	Dissertação	Estudo De Sólidos Geométricos Com O Auxílio Do Software Wingeom: Uma Proposta Pedagógica	UFPB/ PROFMAT
	Xavier	2016	Dissertação	Geometria Espacial - Um Curso Com GeoGebra	UFG/ PROFMAT
Estudos Diagnósticos	Ferraz	2010	Dissertação	Prisma e Pirâmide: Um estudo didático de uma abordagem computacional	PUC-SP/ PROFMAT
	Machado	2011	Dissertação	O ensino de Geometria Espacial em Ambientes Informatizados: Um Projeto de Ensino de Prismas e Cilindros para o 2º ano do Ensino Médio	UFOP/ PROFMAT
	Nascimento	2013	Dissertação	O Estudo da Geometria Espacial por meio da Construção de Sólidos com Materiais Alternativos	UNIVARES
	Bernardini	2014	Dissertação	Uma Atividade Didática envolvendo área e volume do cilindro e de prismas	UFSC/ PROFMAT
	Monteiro	2016	Dissertação	Utilização de modelos concretos como uma alternativa para o ensino de Geometria Espacial	UFPA/ PROFMAT

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2017)

Os estudos apresentados, concluíram que as propostas de realização de resoluções de atividades que envolvem ensino de prisma são significativos para o

conhecimento e apropriação do conteúdo por parte dos alunos, além de ressaltar a importância da investigação científica no que tange a melhoria das metodologias de ensino de prisma, destacando que as atividades práticas desenvolvidas, foram elementos essenciais para estimular os alunos a pensarem, criarem e se apropriarem dos conceitos que envolvem o ensino de prisma.

Sendo assim, as pesquisas indicaram que o uso dessas novas metodologias no ensino de prisma, permite que os discentes se tornem ativos no processo de ensino e aprendizagem e ajudam no desenvolvimento da capacidade de visualização, que é considerada habilidade fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico, indispensável não só ensino de prisma, como também em qualquer conteúdo que envolva a geometria.

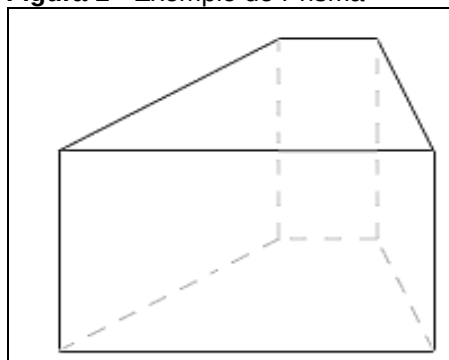
4. ASPECTOS MATEMÁTICOS

Durante nossa pesquisa encontramos várias definições para Prisma, porém a mais antiga foi encontrada na obra Elementos de Euclides, escrita em torno de 300 a. C, que é composta de treze livros ou capítulos e reúne os conhecimentos de geometria, álgebra e aritmética daquela época.

Ao consultar a obra de Euclides encontramos no livro XI entre suas definições, na de número treze, a referente a Prismas, a qual apresentamos abaixo:

Definição (1): Prisma é uma figura sólida compreendida por vários planos, entre os quais dois, que ficam opostos, são iguais, semelhantes e paralelos; os outros todos são paralelogramos.

Figura 1 - Exemplo de Prisma

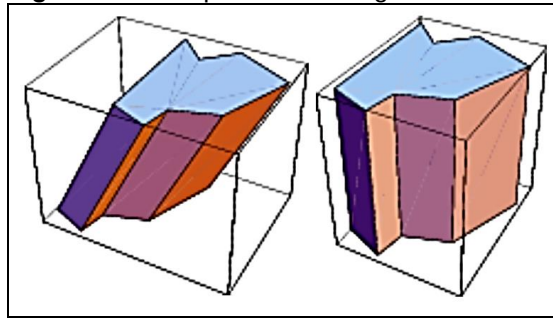


Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

Kern e Bland (1948, p. 28) também apresentam em seu livro *Solid Mensuration with Proofs* (Mensuração sólida com provas) uma definição para prisma:

Definição (2): Um prisma genérico é um poliedro que possui duas faces poligonais congruentes e com todas as faces restantes paralelogramos.

Figura 2 - Exemplo de Prisma genérico



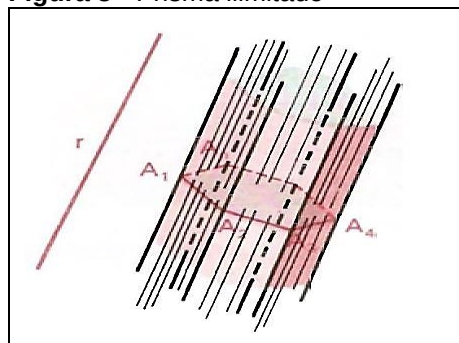
Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

O termo prisma também pode significar prisma ilimitado, que como veremos é o sólido formado pela união de todas as retas paralelas a uma reta dada r e que interceptam um polígono fixo não paralelo a r . É importante ressaltar, que posteriormente em nosso trabalho usaremos o termo prisma para significar um prisma limitado, porém aqui cabe conhecermos as demais definições.

4.1. Prisma Ilimitado

Definição (2): Consideremos uma região poligonal convexa plana (polígono plano convexo) $A_1A_2...A_n$ de n lados e uma reta r não paralela nem contida no plano da região (polígono). Chama-se prisma ilimitado convexo ou prisma convexo indefinido à reunião das retas paralelas a r e que passam pelos pontos da região poligonal dada. Se a região poligonal (polígono) $A_1A_2...A_n$ for côncava, o prisma ilimitado resultará côncavo.

Figura 3 - Prisma ilimitado



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

Elementos

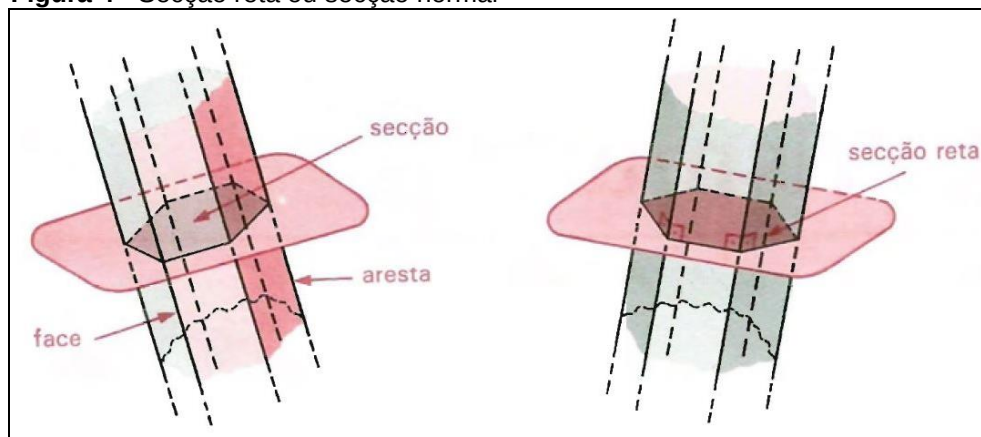
Um prisma ilimitado convexo possui: n arestas, n diedros, e n faces (que são faixas de plano).

Secções

Secção é uma região poligonal plana (polígono plano) com um só vértice em cada aresta.

Secção reta ou secção normal é uma secção cujo plano é perpendicular às arestas.

Figura 4 - Secção reta ou secção normal



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

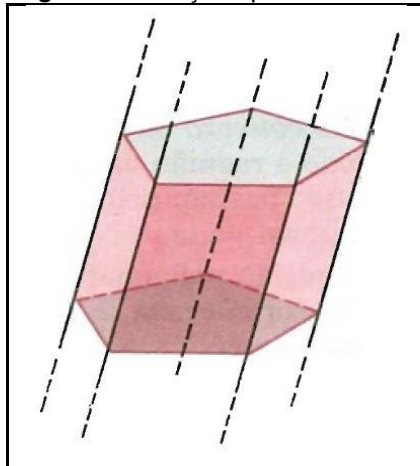
Superfície

A superfície de um prisma ilimitado convexo é a reunião das faces desse prisma. É chamada superfície prismática convexa ilimitada ou indefinida.

Propriedades

1ª) Secções paralelas de um prisma ilimitado são polígonos congruentes.

De fato, pelo paralelismo das arestas e pelo paralelismo dos planos de secções, podemos concluir que estas secções têm lados congruentes (lados opostos de paralelogramos) e ângulos congruentes (ângulos de lados respectivamente paralelos). Logo, as secções são congruentes.

Figura 5 - Secções paralelas

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

2ª A soma dos diedros de um prisma ilimitado convexo de n arestas é igual a

$$(n - 2).2 \text{ retos}$$

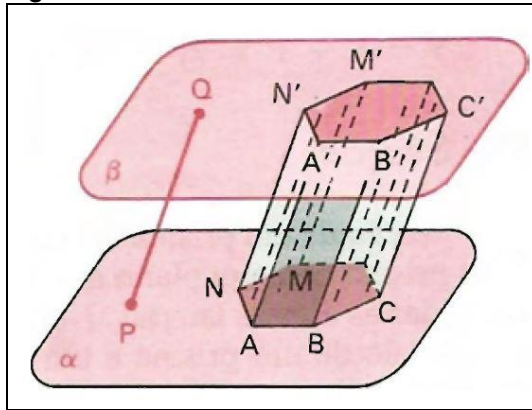
Demonstração: Sabemos que a soma dos ângulos internos de um polígono convexo é igual a $(n - 2).2$ retos.

Como a secção reta do prisma é um polígono convexo de n lados, e a medida de cada ângulo desse polígono é medida do diedro correspondente, pois o plano do polígono determina secção reta no diedro, então a soma dos diedros é igual a:

$$(n - 2).2 \text{ retos}$$

4.2. Prisma limitado

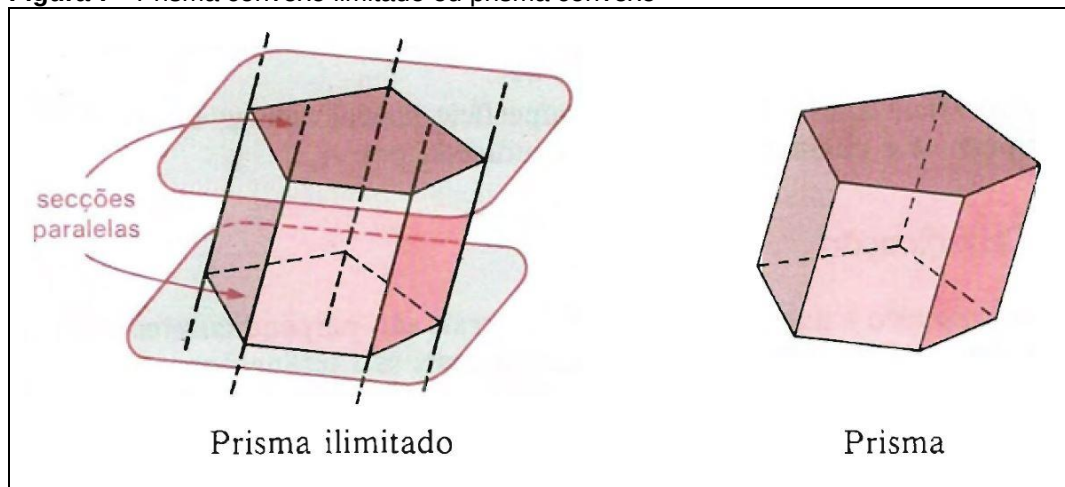
Definição (3): Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABCD..MN$ situado num plano α e um segmento de $\overline{PQ}$, cuja suporte intercepta o plano α . Chama-se prisma (prisma convexo) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a $\overline{PQ}$, com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semi-espço dos determinados por α .

Figura 6 - Prisma limitado

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

Podemos também definir o prisma como segue:

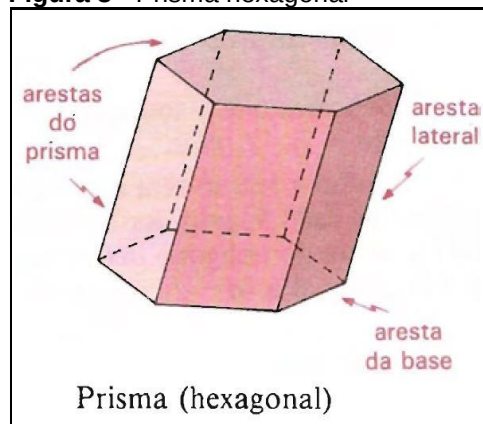
Definição (4): Prisma convexo limitado ou prisma convexo definido ou prisma convexo é a reunião da parte do prisma convexo ilimitado, compreendida entre os planos de duas secções paralelas e distintas, com essas secções.

Figura 7 - Prisma convexo limitado ou prisma convexo

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

Elementos

O prisma possui: 2 bases congruentes (as secções citadas acima), n faces laterais (paralelogramas), $(n + 2)$ faces, n arestas laterais, $3n$ arestas, $3n$ diedros, $2n$ vértices e $2n$ triedros.

Figura 8 - Prisma hexagonal

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

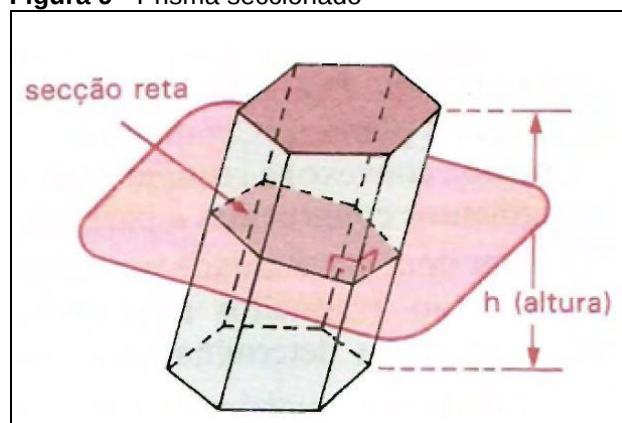
A altura de um prisma é a distância h entre os planos das bases. Devemos observar que para o prisma é válida a relação de Euler:

$$V - A + F = 2n - 3n + (n + 2) = 2 \Rightarrow V - A + F = 2$$

Secções

Secção de um prisma é a intersecção do prisma com um plano que intercepta todas as arestas laterais. Notemos que a secção de um prisma é um polígono com vértice em cada aresta lateral.

Secção reta ou secção normal é uma secção cujo plano é perpendicular às arestas laterais.

Figura 9 - Prisma seccionado

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Superfícies

Superfície lateral é a reunião das faces laterais. A área desta superfície é chamada área lateral e indicada por A_f .

Superfície total é a reunião da superfície lateral com as bases. A área desta superfície é chamada área total e indicada por A_t .

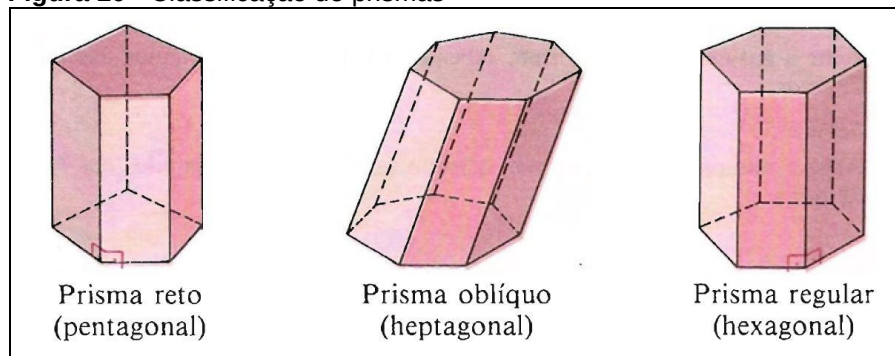
Classificação

Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto as faces laterais são retângulos.

Prisma oblíquo é aquele cujas arestas são oblíquas aos planos das bases.

Prisma regular é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Figura 10 - Classificação de prismas



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Natureza de um prisma

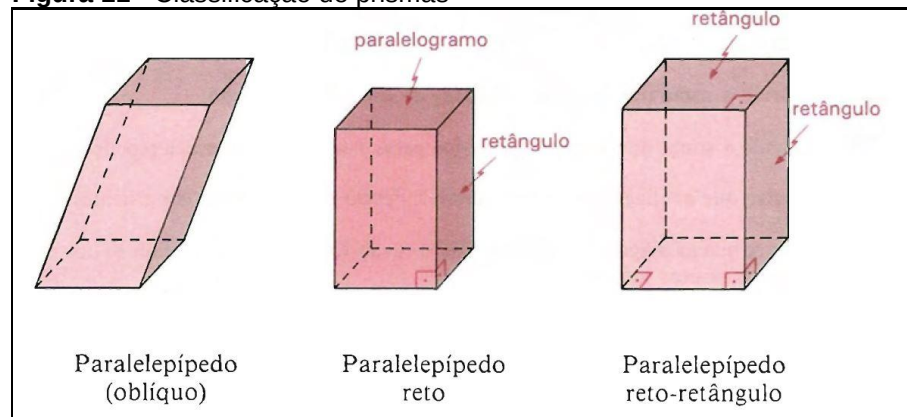
Um prisma será triangular, quadrangular, pentagonal, etc., conforme a base for um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc.

4.3. Paralelepípedos e Romboedros

Paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo é a reunião de seis paralelogramos.

Paralelepípedo reto é um prisma reto cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo reto é a reunião de quatro retângulos (faces laterais) com dois paralelogramos (bases).

Paralelepípedo reto-retângulo ou paralelepípedo retângulo ou ortoedro é um prisma reto cujas bases são retângulos. A superfície total de um paralelepípedo retângulo é a reunião de seis retângulos.

Figura 11 - Classificação de prismas

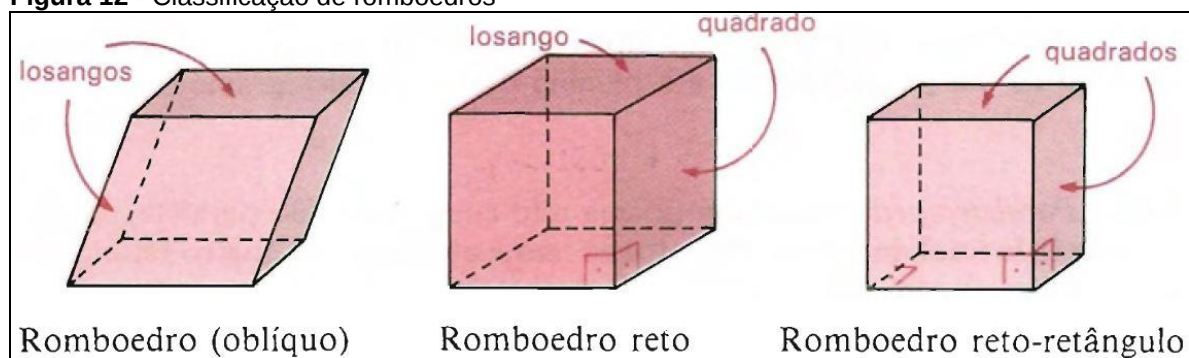
Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018

Cubo é um paralelepípedo retângulo cujas arestas são congruentes.

Romboedro é um paralelepípedo que possui as doze arestas congruentes entre si. A superfície total de um romboedro é a reunião de seis losangos.

Romboedro reto é um paralelepípedo reto que possui as doze arestas congruentes entre si. A superfície total de um romboedro reto é a reunião de quatro quadrados (faces laterais) com dois losangos (bases).

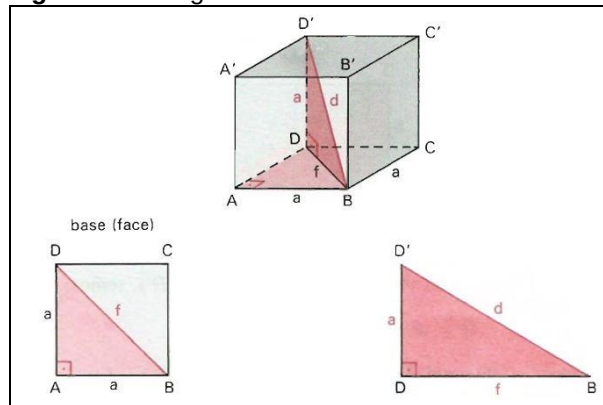
Romboedro reto-retângulo ou cubo é um romboedro reto cujas bases são quadrados. A superfície de um romboedro reto é a reunião de seis quadrados.

Figura 12 - Classificação de romboedros

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

4.4. Diagonal e área do cubo

Dado um cubo de aresta a , calcular sua diagonal d e sua área total S .

Figura 13 - Diagonal do cubo

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

a) Cálculo de d

Inicialmente calculemos a medida f de uma diagonal de face:

$$\text{No } \triangle BAD: f^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow f^2 = 2a^2 \Rightarrow f = a\sqrt{2}$$

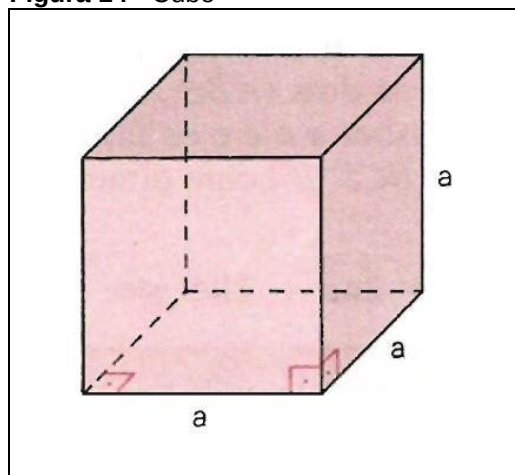
$$\text{No } \triangle BDD': d^2 = a^2 + f^2 \Rightarrow d^2 = a^2 + 2a^2 \Rightarrow d^2 = 3a^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{d = a\sqrt{3}}$$

b) Cálculo de S

A superfície total de um cubo é a reunião de seis quadrados congruentes de lado a . A área de cada um é a^2 . Então, a área total do cubo é:

$$\boxed{S = 6a^2}$$

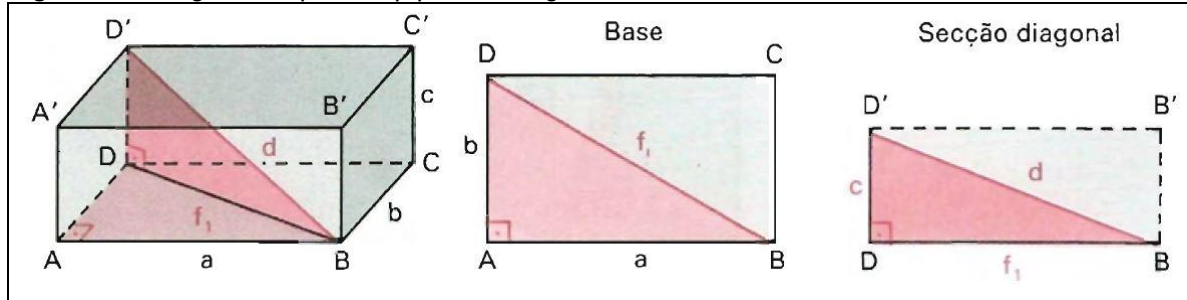
Figura 14 - Cubo

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

4.5. Diagonal e área do paralelepípedo retângulo

Dado um paralelepípedo retângulo de dimensões a , b , e c , calcular as diagonais f_1 , f_2 e f_3 das faces, a diagonal do paralelepípedo e sua área total S .

Figura 15 - Diagonal do paralelepípedo retângulo



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

a) Cálculo de f_1 , f_2 e f_3 .

Sendo f_1 a diagonal da face $ABCD$ (ou $A'B'C'D'$), temos:

$$f_1^2 = a^2 + b^2 \rightarrow f_1 = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Sendo f_2 a diagonal da face $ABB'A'$ (ou $DCC'D'$) e f_3 a diagonal da face $ADD'A'$ (ou $BCC'B'$), temos:

$$f_2^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow f_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$f_3^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow f_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

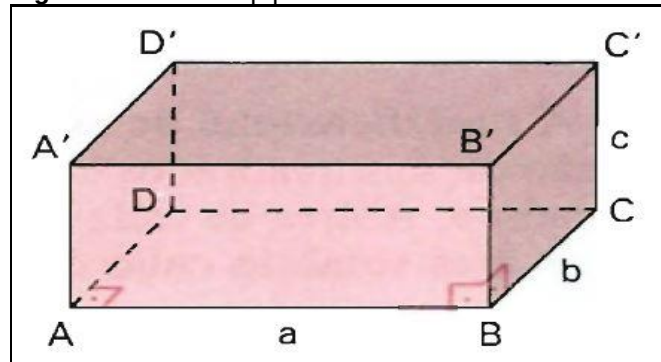
b) Cálculo de d .

$$\text{No } \triangle BDD': d^2 = f_1^2 + c^2 \Rightarrow d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

c) Cálculo da área total S .

A área total do paralelepípedo é a soma das áreas de seis retângulos: dois deles ($ABCD, A'B'C'D'$) com dimensões a e b , outros dois ($ABB'A', DCC'D'$) com dimensões a e c e os últimos dois ($ADD'A', BCC'B'$) com dimensões b e c .

$$\text{Logo } S = 2ab + 2ac + 2bc \rightarrow S = 2(ab + ac + bc)$$

Figura 16 - Paralelepípedo

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

4.6. Razão entre paralelepípedos retângulos

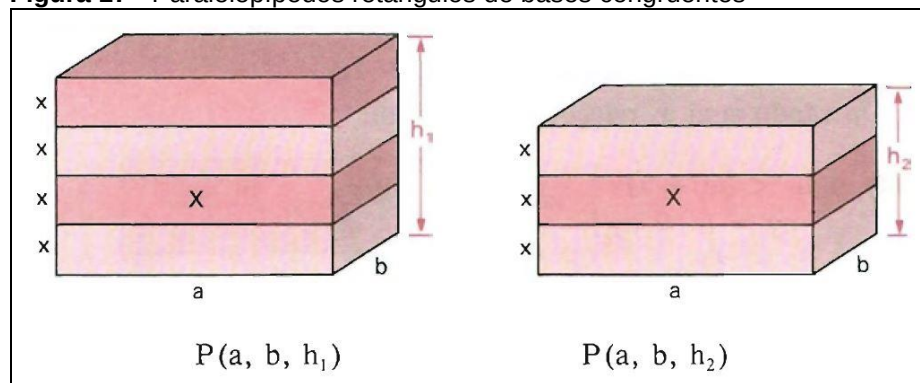
A razão entre dois paralelepípedos retângulos de bases congruentes é igual à razão entre as alturas.

Sejam $P(a, b, h_1)$ e $P(a, b, h_2)$ os paralelepípedos em que a, b, h_1 e a, b, h_2 são as respectivas dimensões.

Trata-se de demonstrar que: $\frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)} = \frac{h_1}{h_2}$

Demonstração

1º caso h_1 e h_2 são comensuráveis

Figura 17 - Paralelepípedos retângulos de bases congruentes

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Sendo h_1 e h_2 comensuráveis, existe um segmento x submúltiplo comum de h_1 e h_2 :

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = p \cdot x \\ h_2 = q \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{p}{q} \quad (1)$$

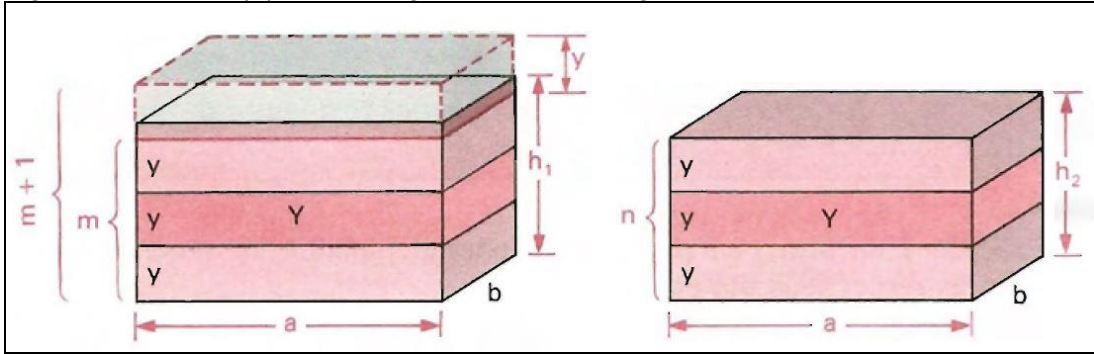
Construindo os paralelepípedos $X(a, b, x)$, temos:

$$\left. \begin{array}{l} P(a, b, h_1) = p \cdot x \\ P(a, b, h_2) = q \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)} = \frac{p}{q} \quad (2)$$

De (1) e (2) vem: $\frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)} = \frac{h_1}{h_2}$

2º Caso: h_1 e h_2 são incomensuráveis

Figura 18 - Paralelepípedos retângulos de bases congruentes



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Sendo h_1 e h_2 incomensuráveis, não existe segmentos submúltiplo comum de h_1 e h_2 .

Tomemos um segmento y submúltiplo de h_2 (y “cabe” um certo número inteiro n vezes em h_2 , isto é, $h_2 = n \cdot y$).

Por serem h_1 e h_2 incomensuráveis, marcando sucessivamente y em h_1 , temos que, chegando a um certo número inteiro m vezes, acontece que:

$$my < h_1 < (m + 1)y.$$

Operando com as relações acima, vem:

$$\left. \begin{array}{l} my < h_1 < (m + 1)y \\ ny = h_2 = ny \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m}{n} < \frac{h_1}{h_2} < \frac{m + 1}{n} \quad (3)$$

Construindo os paralelepípedos $Y(a, b, y)$, temos:

$$\left. \begin{array}{l} mY < P(a, b, h_1) < (m + 1)Y \\ nY = P(a, b, h_2) = nY \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m}{n} < \frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)} < \frac{m + 1}{n} \quad (4)$$

Ora, sendo y submúltiplo de h_2 , pode variar, e dividindo y , aumentamos n . Nessas condições,

$$\frac{m}{n} = \frac{m+1}{n}$$

Formam um par de classes contíguas que definem um único número real, que é $\frac{h_1}{h_2}$ pela expressão (3) e $\frac{P(a,b,h_1)}{P(a,b,h_2)}$ pela expressão (4).

Como esse número é único, então:

$$\boxed{\frac{P(a,b,h_1)}{P(a,b,h_2)} = \frac{h_1}{h_2}}$$

4.7. Volume de um sólido

Volume de um sólido ou medida do sólido é um número real positivo associado ao sólido de forma que:

1º) sólidos congruentes têm volumes iguais;

2º) se um sólido S é a reunião de dois sólidos S_1 e S_2 que não têm pontos interiores comuns, então o volume de S é a soma dos volumes de S_1 e S_2 .

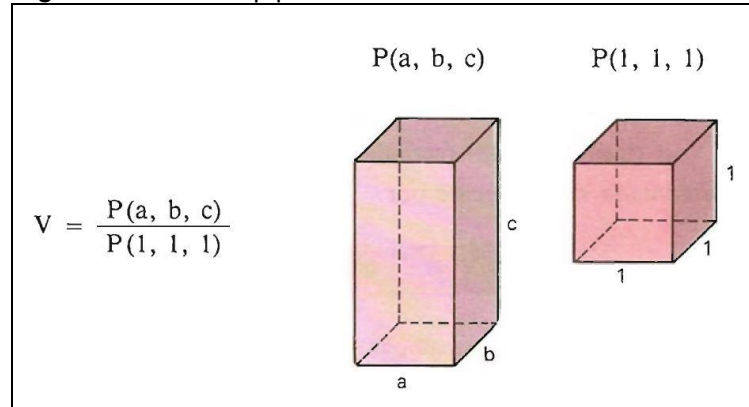
Os sólidos são medidos por uma unidade que, em geral, é um cubo. Assim, o volume desse cubo é 1. Se sua aresta medir 1cm (centímetro), seu volume será 1 cm^3 (um centímetro cúbico). Se sua aresta medir 1m, seu volume será 1 m^3

Dois sólidos são equivalentes se, e somente se, eles têm volumes iguais na mesma unidade de volume.

4.8. Volume do paralelepípedo retângulo e do cubo

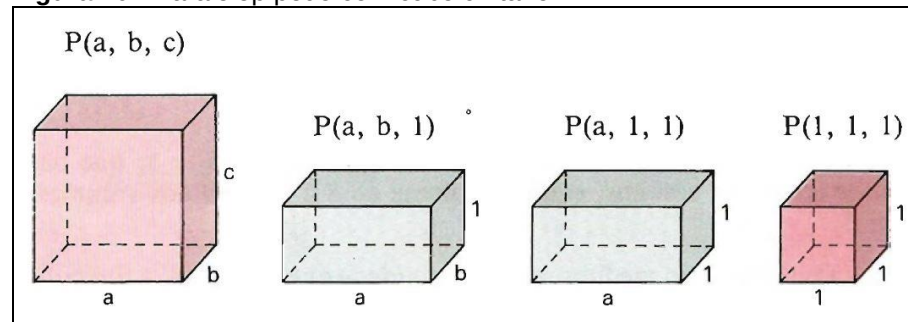
Seja $P(a, b, c)$ o paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c .

Vamos medir esse paralelepípedo com cubo unitário, isto é, com o paralelepípedo $P(1,1,1)$. Para isso, estabeleceremos a razão $\frac{P(a,b,c)}{P(1,1,1)}$, que será o volume procurado.

Figura 19 - Paralelepípedo com cubo unitário

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Consideremos, então os paralelepípedos $P(a, b, c)$, $P(a, b, 1)$, $P(a, 1, 1)$ e $P(1, 1, 1)$ em que 1 é a unidade de comprimento.

Figura 20 - Paralelepípedo com cubo unitário

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Com base na propriedade do item anterior, temos:

$$\frac{P(a, b, c)}{P(a, b, 1)} = \frac{c}{1} \quad (1) \quad \text{bases } (a, b) \text{ congruentes}$$

$$\frac{P(a, b, 1)}{P(a, 1, 1)} = \frac{b}{1} \quad (2) \quad \text{bases } (a, 1) \text{ congruentes}$$

$$\frac{P(a, 1, 1)}{P(1, 1, 1)} = \frac{a}{1} \quad (3) \quad \text{bases } (1, 1) \text{ congruentes}$$

Multiplicando-se membro a membro (1), (2) e (3):

$$\frac{P(a, b, c)}{P(a, b, 1)} \cdot \frac{P(a, b, 1)}{P(a, 1, 1)} \cdot \frac{P(a, 1, 1)}{P(1, 1, 1)} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{1} \cdot \frac{c}{1} \Rightarrow \frac{P(a, b, c)}{P(1, 1, 1)} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{1} \cdot \frac{c}{1} \Rightarrow V = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{1} \cdot \frac{c}{1} \Rightarrow$$

$$V = (\text{medida de } a) \cdot (\text{medida de } b) \cdot (\text{medida de } c)$$

que será representada simplesmente por

$$V = a \cdot b \cdot c$$

em que a , b e c são as medidas das dimensões do paralelepípedo retângulo na unidade escolhida.

Conclusões

1ª) O volume de um paralelepípedo retângulo é o produto das medidas de suas dimensões.

2ª) Tomando como base a face de dimensões a e b , indicando por B a área dessa base ($B = a \cdot b$) e a altura c por h , podemos escrever:

$$V = B \cdot h$$

Isto é:

O volume de um paralelepípedo retângulo é igual ao produto da área da base pela medida da altura.

3ª) volume do cubo

No cubo de aresta a , temos $b = a$ e $c = a$

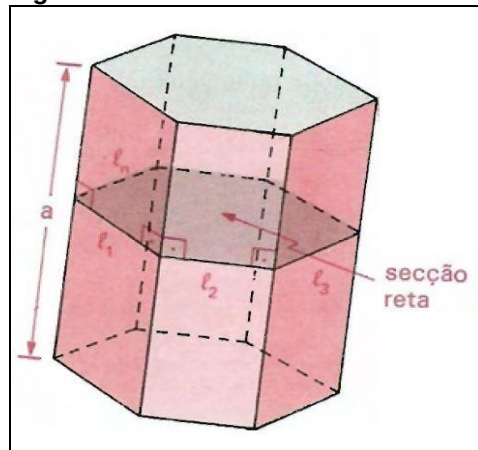
$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow$$

$$V = a^3$$

4.9. Área lateral e área total do prisma

A área lateral (Al) de um prisma é a soma das áreas das faces laterais.

Seja um prisma de aresta lateral medindo a e $l_1, l_2, \dots, l_n$ as medidas dos lados de uma secção reta. Cada face lateral é um paralelogramo de base a e altura igual a um lado da secção reta.

Figura 21 - Prisma seccionado

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Assim,

$$A_l = al_1 + al_2 + al_3 + \dots + al_n = \underbrace{(l_1 + l_2 + \dots + l_n)}_{2p} \cdot a \Rightarrow A_l = 2p \cdot a$$

em que $2p$ é a medida do perímetro da secção

a é a medida da aresta lateral.

A área total de um prisma é soma das áreas das faces laterais (A_l) com as áreas das bases (duas bases).

Assim,

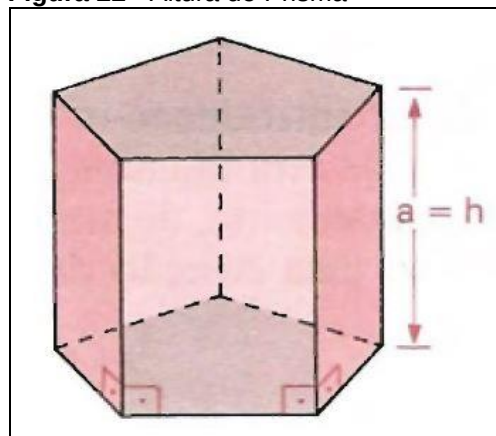
$$A_t = A_l + 2B \Rightarrow A_t = 2p \cdot a + 2B \quad \text{em que } B \text{ é a área de uma base.}$$

No prisma reto a aresta lateral é igual a altura ($a = h$) e a base é secção reta.

Então:

$$A_l = 2p \cdot a \Rightarrow A_l = 2ph$$

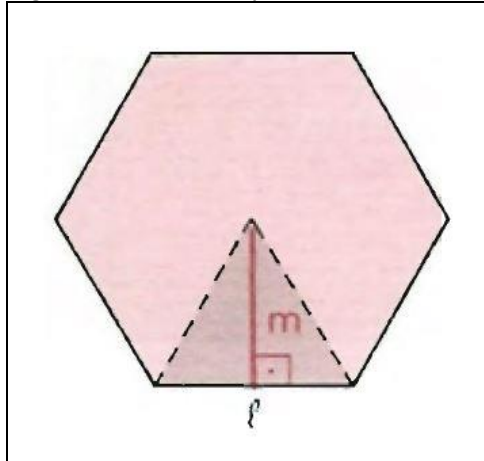
$$A_t = A_l + 2B \Rightarrow A_t = 2p \cdot h + 2B$$

Figura 22 - Altura do Prisma

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

No prisma regular, a aresta lateral é igual a altura ($a = h$) e a base, que é secção reta, é um polígono regular.

Figura 23 - Base do prisma



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Cálculo da área de base B

A área da base (B) é soma de n triângulos de base l (medida do lado) e altura m (medida do apótema). Então:

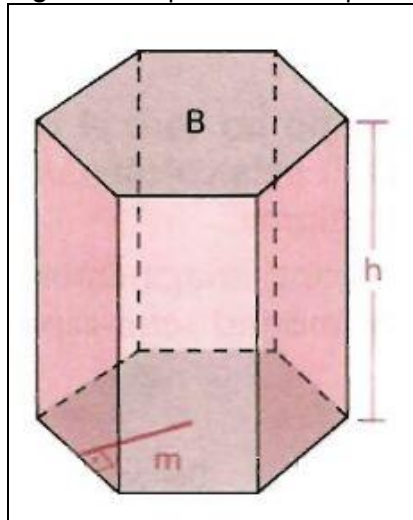
$$B = n \cdot \left(\frac{l \cdot m}{2} \right) \Rightarrow B = \frac{(n \cdot l) \cdot m}{2}$$

Mas,

$$nl = 2p = \text{medida do perímetro}$$

Daí,

$$B = \frac{2p \cdot m}{2} \Rightarrow B = p \cdot m$$

Figura 24 - Apótema de um prisma

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

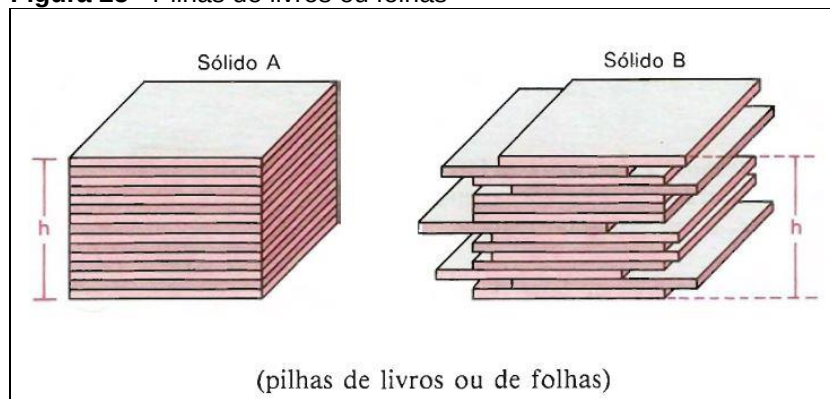
Cálculo da área total: A_t

$$A_l = 2p.a \Rightarrow A_l = 2p.h$$

$$A_t = A_l + 2B \Rightarrow A_t = 2p.h + 2p.m \Rightarrow A_t = 2p(h + m)$$

4.10. Princípio de Cavalieri

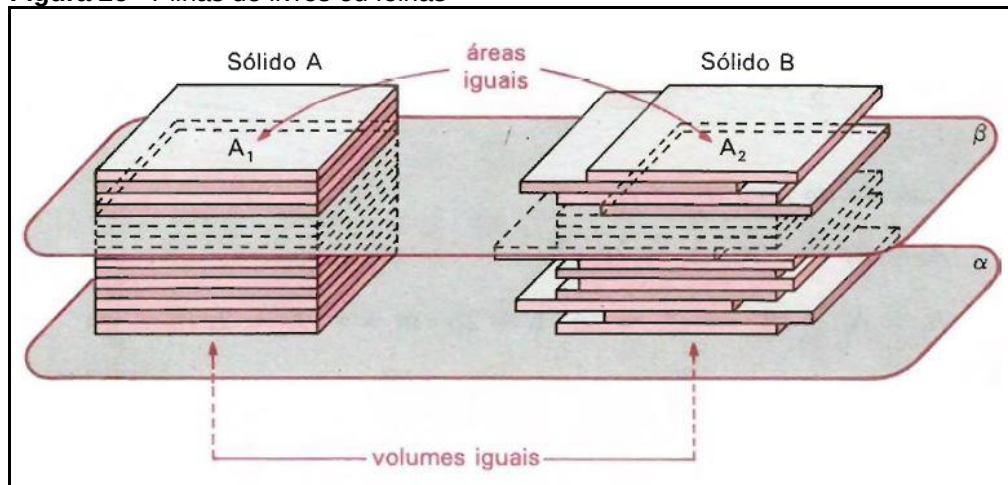
Como introdução intuitiva, suponhamos a existência de uma coleção finita de chapas retangulares (paralelepípedos retângulos) de mesmas dimensões e, conseqüentemente, de mesmo volume. Imaginemos ainda a formação de dois sólidos com essa coleção de chapas, como indicam as figuras A e B abaixo:

Figura 25 - Pilhas de livros ou folhas

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Tanto no caso A como no B, a parte de espaço ocupada (o “volume ocupado”) pela coleção de chapas é o mesmo, isto é, os sólidos A e B têm o mesmo volume.

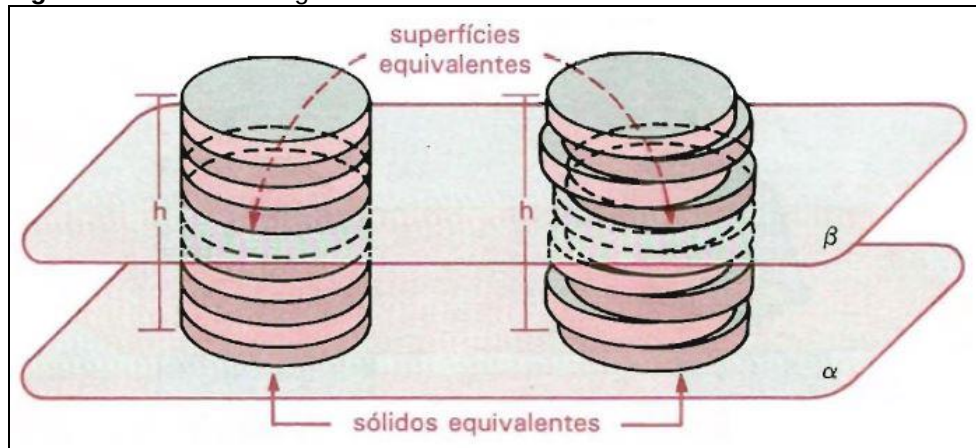
Agora, imaginemos esses sólidos com base num mesmo plano α e situados num mesmo semi-espaço dos determinados por α

Figura 26 - Pilhas de livros ou folhas

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Qualquer plano β , secante aos sólidos A e B, paralelo a α , determina em A e em B superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes).

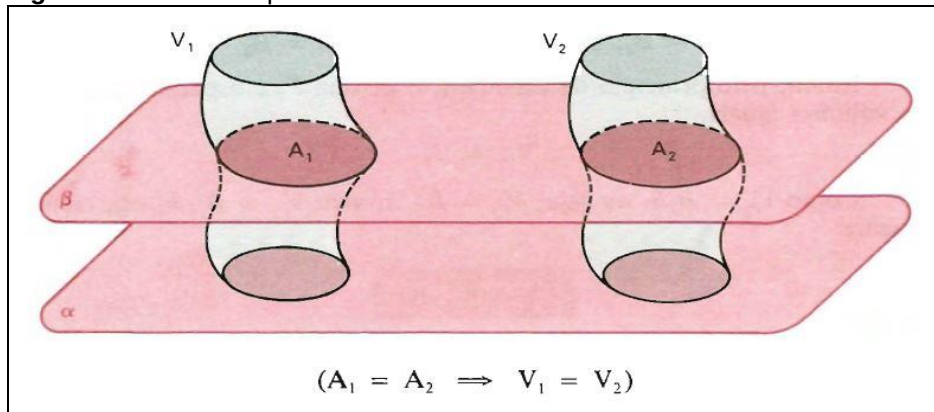
A mesma ideia poder ser estendida para duas pilhas com igual número de moedas congruentes.

Figura 27 - Moedas congruentes

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

O fato que acabamos de caracterizar intuitivamente é formalizado pelo princípio de Cavalieri ou postulado de Cavalieri (Francesco Bonaventura Cavalieri, 1598-1647) que segue:

Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes).

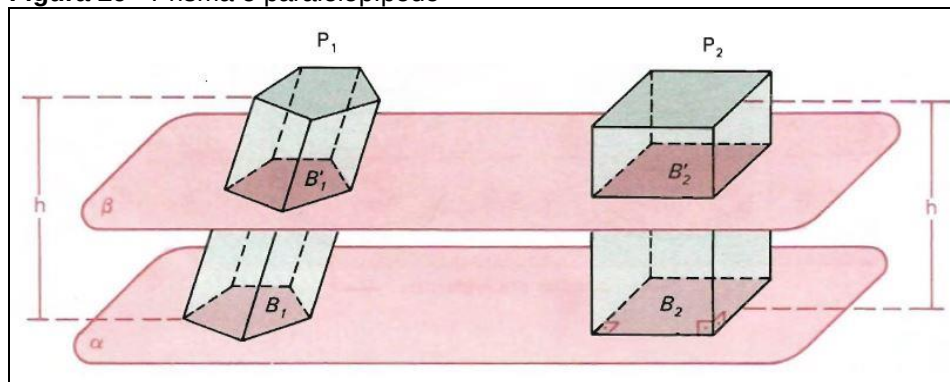
Figura 28 - Sólidos equivalentes

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

A aplicação do princípio de Cavalieri, em geral, implica a colocação dos sólidos com base num mesmo plano, paralelo ao qual estão as secções de áreas iguais (que é possível usando congruência).

4.11. Volume do Prisma

Consideremos um prisma P_1 de altura h e área da base $B_1 = B$ e um paralelepípedo retângulo de altura h e área de base $B_2 = B$ (o prisma e o paralelepípedo têm alturas congruentes e bases equivalentes).

Figura 29 - Prisma e paralelepípedo

Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Suponhamos, sem perda de generalidade, que os dois sólidos têm as bases num mesmo plano α e estão num dos semi-espacos determinados por α .

Qualquer plano β paralelo a α , que secciona P_1 , também secciona P_2 , e as secções (B'_1 e B'_2 , respectivamente) têm áreas iguais, pois são congruentes às respectivas bases.

$$(B'_1 = B_1, B'_2 = B_2, B_1 = B_2 = B) \Rightarrow B'_1 = B'_2$$

Então, pelo princípio de Cavalieri, o prisma P_1 e o paralelepípedo P_2 têm volumes iguais.

$$V_{p1} = V_{p2}$$

Como $V_{p2} = B_2 h$, ou seja, $V_{p2} = B \cdot h$, vem $V_{p1} = B \cdot h$; ou, resumidamente:

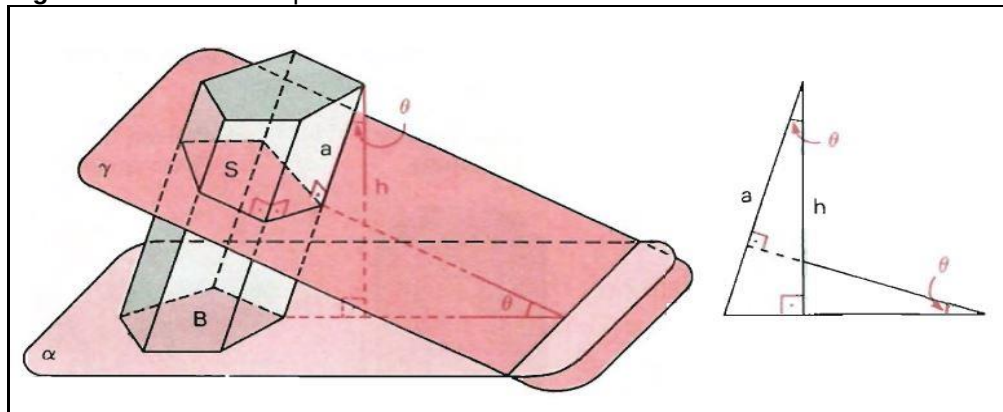
$$\boxed{V = B \cdot h}$$

Conclusão

O volume de um prisma é o produto da área da base pela medida da altura.

Observação

Figura 30 - Prisma oblíquo



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Consideremos um prisma oblíquo de área da base B , altura h a aresta lateral a . Seja α o plano da base e S uma secção reta situada num plano γ que forma com α um diedro de medida θ .

Notemos que S é a projeção ortogonal de B sobre γ . Daí vem:

$$S = B \cdot \cos \theta$$

O ângulo entre a e h também é θ (ângulos de lados respectivamente perpendiculares). Donde sai:

$$h = a \cdot \cos \theta$$

substituindo B e h na expressão do volume do prisma, vem:

$$V = B \cdot h \Rightarrow V = \frac{S}{\cos \alpha} \cdot a \cos \alpha \Rightarrow \boxed{V = S \cdot a}$$

Notando que expressão também é válida para um prisma reto, em que $B = S$ e $a = h$, temos:

O volume de um prisma é o produto da área da secção reta pela medida da aresta lateral.

5. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com objetivo de apresentar as teorias que fundamentam nossa sequência didática, escrevemos neste tópico sobre o Ensino de Matemática por Atividades e o Método da Descoberta e o Ensino de Prisma.

5.1. O Ensino de Matemática por Atividade

Conforme indicamos anteriormente, essa pesquisa será constituída de um experimento didático sobre o ensino de prisma, o qual objetiva desenvolver uma sequência didática embasada no ensino por atividade no contexto da Engenharia Didática, já que, tais metodologias potencializam e dinamizam o processo de ensino e aprendizagem por proporcionarem a sistematização do conhecimento pelo próprio aluno, o tornando mais envolvente e participativo.

Segundo Sá, Costa, Gomes e Viana in Sá e Jucá (2014) para que surgissem tais teorias metodológicas foram necessários muitos questionamentos dos estudiosos referente ao ensino-aprendizagem de Matemática, e em particular, ao ensino- aprendizagem dos conteúdos geométricos em virtude de algumas dificuldades conceituais terem sido identificadas no processo de aprendizagem dos alunos.

Para Bellemain (2003) as pesquisas constatavam em seus levantamentos, análises e resultados um baixo desempenho dos alunos em questões referentes as grandezas geométricas e suas medidas, enquanto a análise das resoluções de questões presentes nos testes aplicados demonstraram que os erros cometidos eram de dissociação entre área e perímetro e utilização inadequada de fórmulas e unidades de medidas.

Diante disso, chegou-se à conclusão da necessidade de aprofundar esses estudos, bem como o de pensar um processo de formação a longo prazo, com o intuito

de proporcionar mudanças significativas na abordagem dos conteúdos nas aulas de Matemática. Assim, a partir da observação de estudos anteriores, pesquisadores vêm desenvolvendo alternativas metodológicas que viabilizem o pensamento geométrico dos alunos, dentre os quais se destaca o ensino por atividade.

O Ensino por Atividade é uma metodologia de ensino que busca trabalhar os conteúdos matemáticos, propondo ao aluno a construção de seu conhecimento, o levando a descobrir as leis gerais, ou generalizações sem a intervenção inicial do professor, isto é, por meio das atividades os alunos vão fazendo suas descobertas como sujeitos ativos e participativos de seu aprendizado. Sá (2009) afirma que:

[...] a prática metodológica do ensino de Matemática por atividade dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios. Esse tipo de abordagem interativa permite ao aluno realizar um grande número de experimentos, interpretá-los para depois discuti-lo em classe com o professor e colegas. (SÁ, 2009, p. 14-15)

De acordo com essa proposta metodológica o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem não é apenas de apresentar conceitos, definições, exemplos e exercício. Nesse sentido, os professores devem introduzir suas aulas com a apresentação de atividades e itens interrogativos que vão conduzindo os alunos a perceberem e descobrirem uma lei geral ou uma regularidade que o auxilie na compreensão e resolução da atividade. Fossa (2008) destaca:

O professor, geralmente, determina a agenda proposta, orienta a construção e valida os resultados, mas ao final das contas é o aluno quem deve fazer as construções. Dessa forma, as avaliações são feitas com o intuito de determinar o que o aluno construiu para que o professor possa determinar como continuar a sua orientação. (FOSSA, 2008, p. 10-11)

Nesse sentido, o papel do professor no processo ensino e aprendizagem será de orientador do trabalho pedagógico e mediador do conhecimento, na medida em que vai propondo atividades em que o aluno vai construindo noções matemáticas a partir do objetivo proposto para cada atividade, pois pressupõe sua ação direta com as situações apresentadas. Quanto a aprendizagem dos alunos, com o ensino por atividade desenvolverá muitas habilidades como a capacidade de analisar, planejar, testar, concluir e generalizar. Conforme afirma Sá (2009):

A proposição do ensino de Matemática baseado em atividades pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos da atividade. Isso é evidenciado a partir da elaboração da mesma, até

a sua realização e experimentação, visto que cada etapa vivida pelo estudante servirá de apoio para a discussão e posterior elaboração final dos conceitos em construção. Cabe, porém, ao professor preocupar-se com o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, pois isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem do aluno (SÁ, 2009, p.18).

Diante disso, Sá (2009) destaca alguns aspectos que o professor de matemática deverá seguir criteriosamente para que haja o desenvolvimento efetivo do Ensino por Atividades, os quais apresentamos a seguir:

- As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
- Toda a atividade deve procurar conduzir o aluno a construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica noções construídas;
- As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
- As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
- De acordo com o modelo proposto por Dockweiler as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (SÁ, 2009, p.18)

Dessa forma, o Ensino por Atividade como metodologia é capaz de desenvolver no aluno o gosto pela Matemática, na medida que este se torna um agente ativo nos processos de descobertas e generalizações das leis gerais que são intrínsecas a natureza matemática. Quanto a aprendizagem de sólidos geométricos, em específico ao sólido prisma, ao adquiri-lo por seus próprios méritos, este conhecimento poderá ser mais significativo para o aluno.

5.2. O Método da Descoberta e o Ensino De Prisma

Segundo Sá (1999) o método da descoberta tem como característica fundamental a utilização das etapas do método científico no processo de ensino-aprendizagem e o uso dessas etapas possibilita ao aluno o desenvolvimento de habilidades necessárias como: observar, analisar, pesquisar, avaliar, inferir, testar, planejar, medir e concluir. Entretanto, não se pode exigir repentinamente o desenvolvimento dessas habilidades, para que o aluno a desenvolva precisa-se partir das habilidades mais básicas até promover o desenvolvimento de todas.

O método da descoberta possui três técnicas básicas que são: a Técnica da Redescoberta, a Técnica de Problemas e Técnicas de Projetos, das quais Sá (1999) destaca a Redescoberta que, por sua vez, pode ser usada por demonstração ou por experimentação. Na demonstração, o experimento é realizado deixando para o aluno o papel de observar, registrar, levantar hipóteses e elaborar suas próprias conclusões. Já na experimentação cabe ao professor selecionar o material, o procedimento da atividade e auxiliar na construção do experimento induzindo a uma observação adequada e a conclusões coerentes com os objetivos definidos, já que este, é todo realizado pelos alunos. (SÁ, 1999, p. 79)

Nesse sentido, cabe ao professor, previamente a todas as atividades desenvolvidas usando essa técnica, seguir uma sequência de passos necessários ao bom desenvolvimento das mesmas como: Elaborar um título atraente, que não deixe indícios dos resultados da experimento a ser realizado; Elaborar um objetivo; Estabelecer o procedimento da atividade de acordo com as possibilidades do momento; Relacionar o material necessário; verificar o fundamento do experimento; Elaborar um roteiro contendo; título, objetivo, lista de material, procedimentos, para registrar resultados, observações e conclusões. (SÁ, 1999, p. 79)

Sá (1999) afirma ainda, que o título e o objetivo devem ser descobertos pelos próprios alunos após a atividade, mas ele acredita que precisam constar no roteiro do experimento desde o começo, possibilitando ao aluno desenvolver entre outras habilidades observar, coletar dados, analisar e concluir. Desse modo, o autor destaca que para um bom aproveitamento da descoberta é necessário que se apresente atividades iniciais envolvendo a técnica da redescoberta, pois ela possibilita ao aluno uma vivência crescente no método.

Assim, é perceptível a importância desse método nas aulas de Matemática, por possibilitar aos alunos nas situações apresentadas, descobrir nos livros didáticos e materiais apostilados, que sempre apresentam um conhecimento pronto e acabado, a possibilidade de observações, análises e conclusões, para que este chegue às suas próprias conclusões sobre o conteúdo estudado, não sendo induzidos a conclusões falsas.

Nesse sentido, Sá (2008) afirma que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, especificamente relacionadas ao ensino de figuras planas, tem sido motivo de inquietação entre diferentes pesquisadores em virtude de algumas dificuldades conceituais identificadas no processo de aprendizagem dos alunos, pois o ensino de geometria nas escolas do país ainda vem usando metodologias tradicionais e que tornam o ensino de figuras planas pouco significativo para os alunos, ocasionando dificuldades na aprendizagem de tais conceitos geométricos.

Partindo dessa constatação a respeito do ensino de Matemática, muitos pesquisadores vêm desenvolvendo alternativas metodológicas que viabilizem desenvolver o pensamento geométrico dos alunos em sala de aula, dentre eles SÁ (2008) propõe uma sequência didática composta por oito atividades voltadas ao ensino de áreas de figuras planas por meio da redescoberta, tendo como principal objetivo investigar a viabilidade do ensino desse conteúdo matemático a partir da metodologia já mencionada.

A pesquisa de Sá (2008) com o intuito de obter informações sócio-educacionais acerca dos sujeitos investigados aplicou inicialmente um questionário no qual os alunos resolviam tarefas envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas e também um questionário sobre dados. A sistematização dessas informações obtidas com as questões desse questionário resultou no diagnóstico da pesquisa.

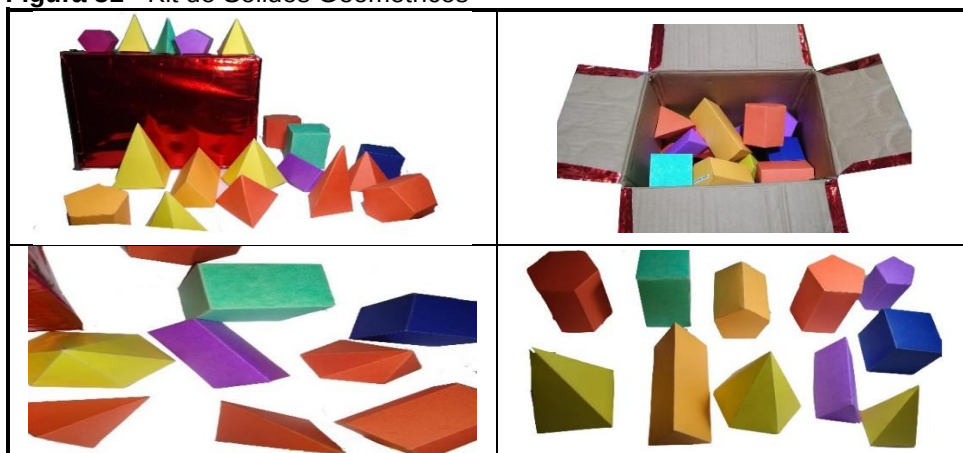
Sá (2008) com a aplicação de questões envolvendo a área de figuras planas constatou dentre outros fatores que dificultam a aprendizagem desse conteúdo que: os alunos tiveram baixo rendimento nas questões do pré-teste pelo fato de os mesmos não terem conhecimento das fórmulas para se calcular a área das figuras planas; os alunos tiveram dificuldade de interpretar problemas com relação à conversão de medidas. Por outro lado, com a aplicação desse pré-teste, foi possível constatar a facilidade ou ainda a superação das dificuldades dos alunos para resolverem algumas questões que envolviam a técnica da redescoberta no cálculo de figuras planas.

Assim, Sá (2008) afirma que os resultados obtidos na pesquisa indicam que o ensino de área de figuras planas por meio de atividades de redescoberta é muito viável e torna o processo de ensino e aprendizagem mais ativo e participativo para os educandos, já que o processo de construção das fórmulas de áreas de figuras planas passou a ter mais significado para os alunos envolvidos

6. ATIVIDADES PARA O ENSINO DE PRISMA

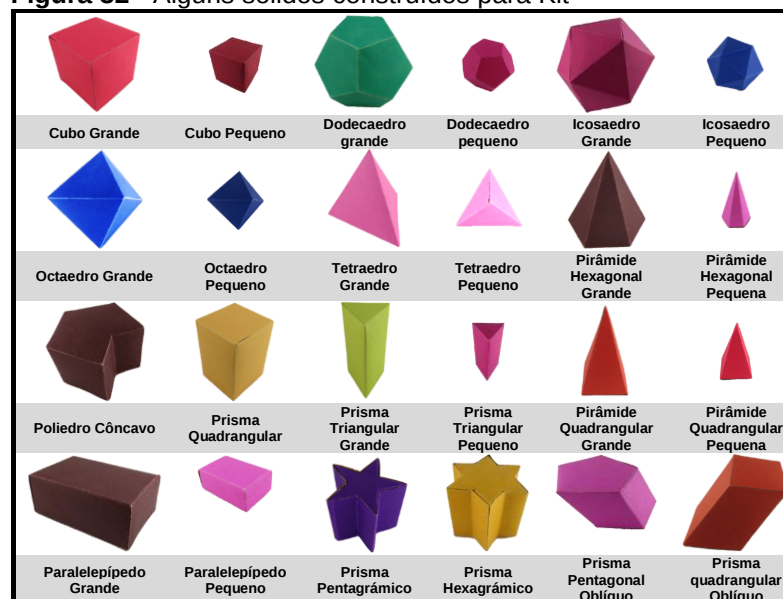
As atividades da sequência didática utilizarão, em sua maioria, um kit de sólidos geométricos construído para que os alunos manuseiem os prismas e outros poliedros durante a realização das atividades, como mostra a figura a seguir:

Figura 31 - Kit de Sólidos Geométricos



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

Figura 32 - Alguns sólidos construídos para Kit



Fonte: Pesquisa bibliográfica, 2018.

6.1. Atividade 01

ATIVIDADE 01

Título: Sólidos Convexos e Não Convexos

Objetivo: Diferenciar sólidos convexos e não convexos

Material: Roteiro da atividade, Kit de sólidos geométricos caneta ou lápis

Procedimentos:

01. Manuseie os sólidos geométricos do kit do seu grupo.

02. Observe em quais dos sólidos geométricos do kit **todos os pontos de qualquer reta estão dentro da figura.**

03. Coloque na caixa apenas esses sólidos.

04. Quais as características desses sólidos?

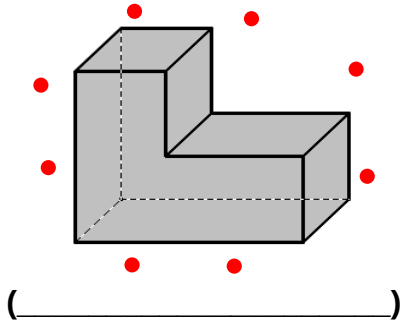
Orientações Didáticas Gerais:

- 1.** Organizar os discentes em equipes, as quais devem ser preferencialmente formadas de maneira espontânea pelos discentes, de no máximo quatro integrantes;
- 2.** Distribuir os kits de sólidos geométricos para os grupos;
- 3.** Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- 4.** Orientar os discentes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- 5.** Auxiliar os discentes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução;
- 6.** Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade;
- 7.** Orientar os estudantes para o preenchimento de suas observações sobre as características encontradas;
- 8.** Orientar os discentes para a socialização de suas observações sobre as características encontradas;
- 9.** Apresentar aos estudantes a formalização tomando como base as próprias observações dos mesmos;
- 10.** Informar que os sólidos que estão dentro da caixa eram os sólidos convexos e os que estão fora desta eram os não convexos;
- 11.** Nomear a caixa do kit de “Caixa de Sólidos Convexos”;
- 12.** Orientar para que os estudantes resolvam as questões propostas.

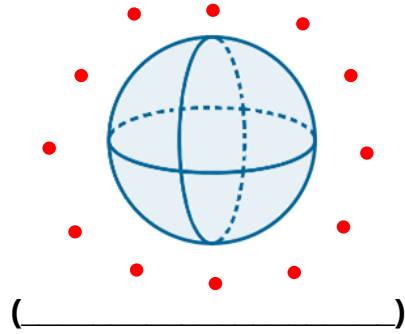
QUESTÕES PROPOSTAS

1. Ligue os pontos de dois a dois através de cada sólido e diga se ele é **CONVEXO** ou **NÃO CONVEXO**:

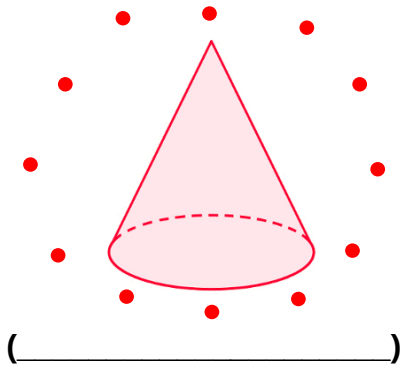
a)



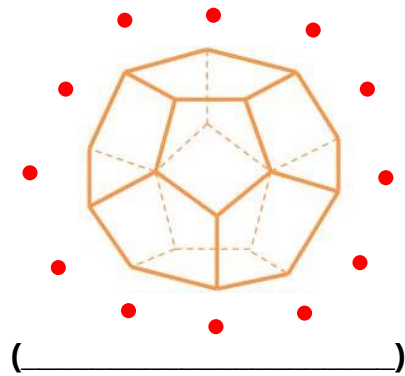
b)



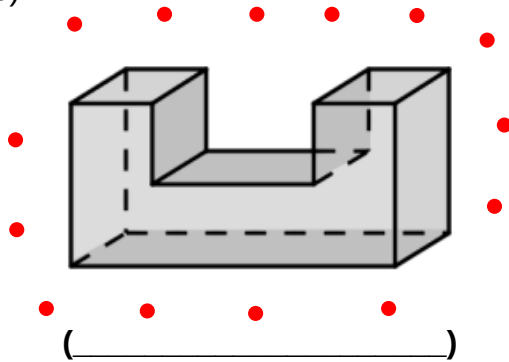
c)



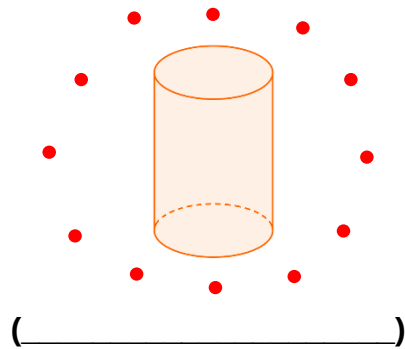
d)



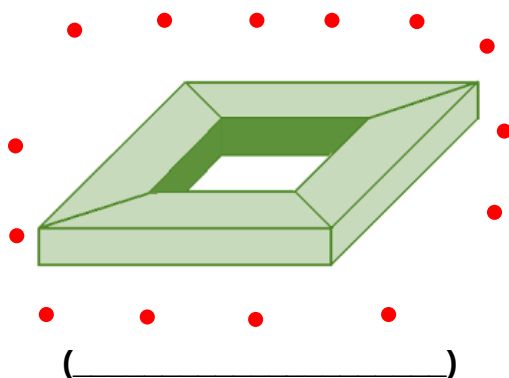
e)



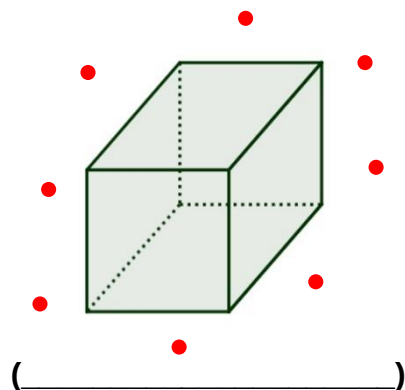
f)



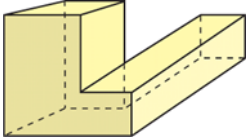
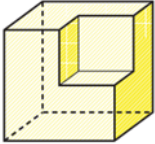
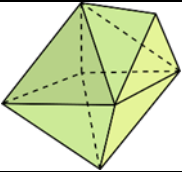
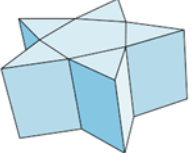
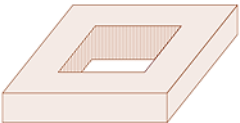
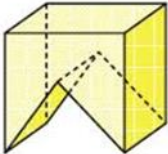
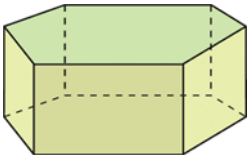
g)



h)



02. Classifique os sólidos abaixo em **CONVEXO** ou **NÃO CONVEXO**, e explique em seguida por que:

Nº	SÓLIDO	CLASSIFICAÇÃO	POR QUE?
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

6.2. Atividade 02

ATIVIDADE 02

Título: Prismas

Objetivo: Conceituar Prismas

Material: Roteiro da atividade, Kit de Poliedros, caneta ou lápis

Procedimentos a serem realizados:

01. Manuseie os poliedros do kit do seu grupo.

02. Marque o quadro de acordo com a característica do sólido correspondente

SÓLIDOS		As faces laterais são formadas por quadrados, retângulos, losangos ou paralelogramos?		Tem duas bases iguais formadas por polígonos?	
		Sim	Não	Sim	Não
01	Prisma triangular				
02	Pirâmide hexagonal				
03	Prisma quadrangular				
04	Icosaedro				
05	Pirâmide quadrangular				
06	Paralelepípedo				
07	Tetraedro				
08	Pirâmide pentagonal				
09	Octaedro				
10	Dodecaedro				
11	Prisma pentagrâmico				
12	Cubo				
13	Prisma hexagrâmico				
14	Poliedro Côncavo				
15	Prisma pentagonal				
16	Prisma hexagonal				
17	Prisma quadrangular oblíquo				
18	Prisma pentagonal oblíquo				

Observação:

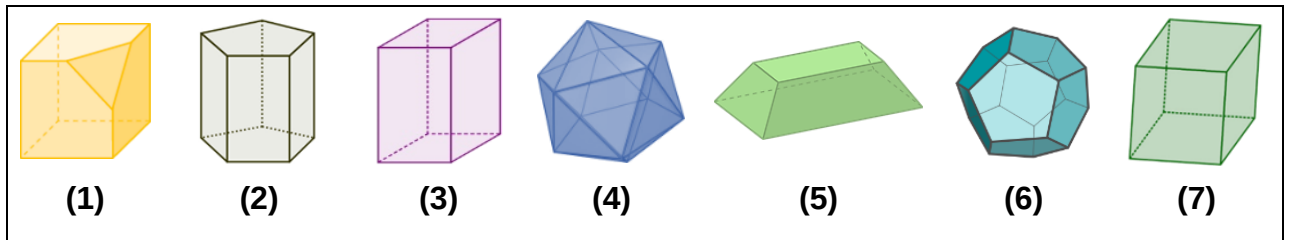
Conclusão:

Orientações Didáticas Gerais:

- 1.** Organizar os discentes em equipes, as quais devem ser preferencialmente formadas de maneira espontânea pelos discentes, de no máximo quatro integrantes;
- 2.** Distribuir os kits de sólidos geométricos para os grupos, informando que o nome deste é “Caixa dos Poliedros”;
- 3.** Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- 4.** Orientar os discentes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- 5.** Auxiliar os discentes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução;
- 6.** Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade;
- 7.** Orientar os estudantes no preenchimento do quadro a partir de suas observações e manuseio dos primas;
- 8.** Orientar os discentes no registro de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro;
- 9.** Orientar os discentes para a socialização de suas observações e conclusões;
- 10.** Apresentar aos estudantes a formalização tomando como base as próprias observações e conclusões dos mesmos;
- 11.** Orientar para que os estudantes resolvam as questões propostas.

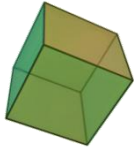
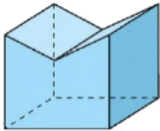
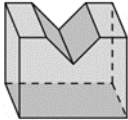
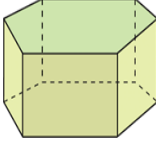
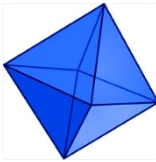
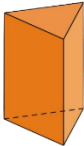
QUESTÕES PROPOSTAS

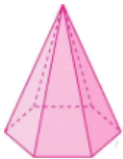
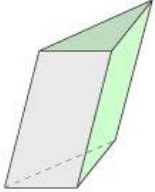
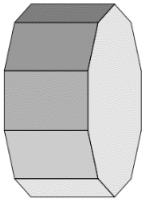
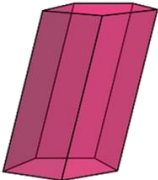
01. Observe as figuras dos poliedros abaixo:



Qual as numerações que correspondem aos prismas?

02. Classifique os poliedros abaixo em **PRISMA** ou **NÃO PRISMA**, e explique em seguida por que:

Nº	POLIEDRO	CLASSIFICAÇÃO	POR QUE?
1			
2			
3			
4			
5			
6			

7			
8			
9			
10			

6.3. Atividade 03

ATIVIDADE 03

Título: Tipos de Prisma

Objetivo: Identificar tipos de Prismas

Material: Roteiro da atividade, Kit contendo prismas, caneta ou lápis

Procedimentos a serem realizados:

01. Manuseie os prismas do kit contidos na caixa

03. Preencha o quadro:

Prismas		Polígono da base	Ângulo Formado pela base e aresta lateral	Convexo e Não Convexo
01	Prisma triangular			
02	Prisma quadrangular			
03	Prisma pentagrâmico			
04	Prisma hexagrâmico			
05	Prisma pentagonal			
06	Prisma hexagonal			
07	Prisma quadrangular oblíquo			
08	Prisma pentagonal oblíquo			

Observação:

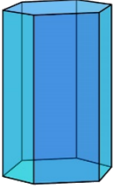
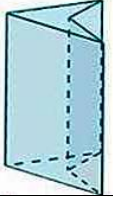
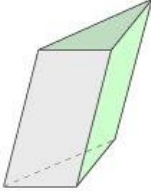
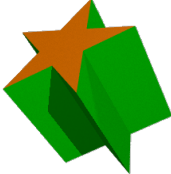
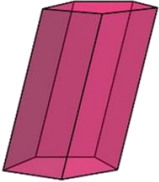
Conclusão:

Orientações Didáticas Gerais:

- 1.** Organizar os discentes em equipes, as quais devem ser preferencialmente formadas de maneira espontânea pelos discentes, de no máximo quatro integrantes;
- 2.** Distribuir os kits dos prismas para os grupos, informando que o nome deste é “Caixa dos Prismas”;
- 3.** Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- 4.** Orientar os discentes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- 5.** Auxiliar os discentes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução;
- 6.** Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade;
- 7.** Orientar os estudantes no preenchimento do quadro a partir de suas observações e manuseio dos prismas;
- 8.** Orientar os discentes no registro de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro;
- 9.** Orientar os discentes para a socialização de suas observações e conclusões;
- 10.** Apresentar aos estudantes a formalização tomando como base as próprias observações e conclusões dos mesmos;
- 11.** Orientar para que os estudantes resolvam as questões propostas.

QUESTÕES PROPOSTAS

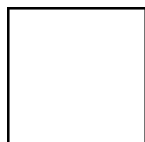
01. Classifique os prismas abaixo em **CONVEXO** e **NÃO CONVEXO**:

Nº	PRISMA	TIPO
1		
2		
3		
4		
5		
6		

02. Utilizando os prismas enumerados, relacione corretamente a coluna a seguir com o nome do prisma correspondente:

Bases

(1)

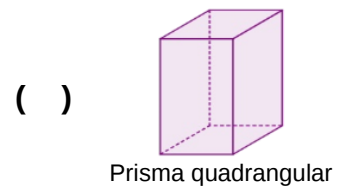
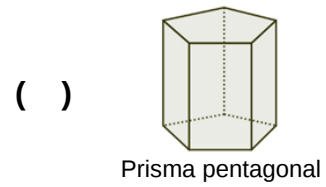
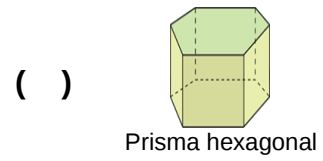
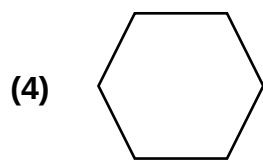
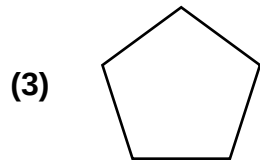
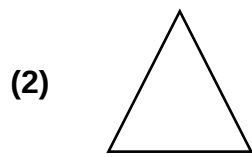


Prismas

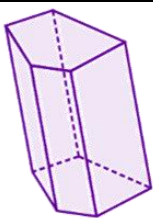
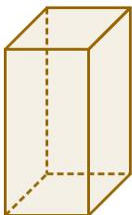
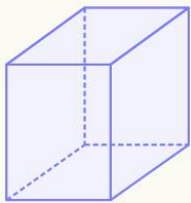
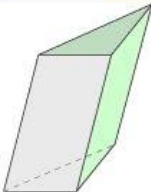
()

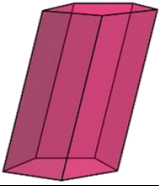
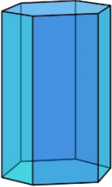


Prisma triangular



03. Observe o ângulo formado entre as bases e as arestas laterais dos prismas abaixo e classifique-os em PRISMA RETO ou PRISMA OBLIQUO.

Nº	PRISMA	TIPO
1		
2		
3		
4		

5		
6		

6.4. Atividade 04

ATIVIDADE 04

Título: Áreas de um Prisma

Objetivo: Descobrir uma maneira de determinar as áreas lateral e total de um prisma

Material: Roteiro da atividade, Kit de sólidos geométricos caneta ou lápis

Procedimentos a serem realizados:

01. Manuseie os sólidos geométricos do kit contidos na Caixa dos Prismas.

02. Identifique o respectivo prisma correspondente

03. Preencha o quadro:

	Prismas	Área Lateral (A_L)	Área da Base (A_B)	Área Total (A_T)
01	Prisma triangular			
02	Prisma quadrangular			
03	Prisma pentagrâmico			
04	Prisma hexagrâmico			
05	Prisma pentagonal			
06	Prisma hexagonal			
07	Prisma quadrangular obliquo			
08	Prisma pentagonal obliquo			

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Gerais:

- 1.** Organizar os discentes em equipes, as quais devem ser preferencialmente formadas de maneira espontânea pelos discentes, de no máximo quatro integrantes;
- 2.** Distribuir os kits dos prismas para os grupos, informando que o nome deste é “Caixa dos Prismas”;
- 3.** Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- 4.** Orientar os discentes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- 5.** Auxiliar os discentes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução;
- 6.** Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade;
- 7.** Orientar os estudantes no preenchimento do quadro a partir de suas observações e manuseio dos prismas;
- 8.** Orientar os discentes no registro de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro;
- 9.** Orientar os discentes para a socialização de suas observações e conclusões;
- 10.** Apresentar aos estudantes a formalização tomando como base as próprias observações e conclusões dos mesmos;
- 11.** Orientar para que os estudantes resolvam as questões propostas.

QUESTÕES PROPOSTAS

01. Uma piscina de uma casa tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo e possui dimensões externas (comprimento, largura e altura) de, respectivamente, 5 m, 3 m e 2 m. É necessária a impermeabilização de todas as faces externas dessa piscina. Com essas informações, para obter a impermeabilização completa, o dono da casa precisará do valor da área total da piscina, qual o valor dessa área?

02. Um *design* projetou um chaveiro no formato de um prisma triangular reto com 12 cm de altura. Sabe-se que as arestas da base formam um triângulo retângulo com catetos de medidas 6 cm e 8 cm. Para cobrir todas as faces desse prisma, adquirindo a quantidade suficiente de papel adesivo, e, com isso, evitar o desperdício, será preciso saber a área total da superfície desse prisma. Fazendo os cálculos corretos, obtém-se que a área total desse prisma mede

- a) 336 cm^2
- b) 324 cm^2
- c) 316 cm^2
- d) 312 cm^2

03. Um contêiner idêntico ao modelo apresentado abaixo, isto é, na forma de um prisma quadrangular, deverá ser descarregado no porto de Vila do Conde em Barcarena, e por estar com a pintura deteriorada pelo efeito do tempo deverá ser pintado assim que descarregar. Para saber a quantidade de tinta que será gasta nesta pintura precisa-se do valor da área total do contêiner, a qual é igual a:



- a) 114 m^2 b) 120 m^2 c) 100 m^2 d) 110 m^2

6.5. Atividade 05

ATIVIDADE 05

Título: Volume do prisma

Objetivo: Descobrir uma maneira indireta de determinar o volume de um prisma

Material: Roteiro da atividade, caneta ou lápis

Para cada prisma do kit de prismas abaixo:

01. Identifique o prisma
02. Verifique o valor da área da base.
03. Verifique o valor da altura
04. Determine o volume do prisma com o auxílio do aplicativo.
05. Registre as informações no quadro a seguir:

	Prismas	Medida da Área da Base (A_B)	Medida da altura (h)	Medida do Volume (V)
01	Prisma triangular			
02	Prisma quadrangular			
03	Prisma pentagônico			
04	Prisma hexagônico			
05	Prisma pentagonal			
06	Prisma hexagonal			
07	Prisma quadrangular oblíquo			
08	Prisma pentagonal oblíquo			

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Gerais:

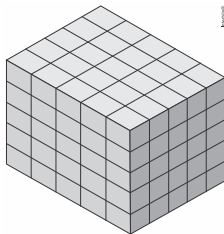
- 1.** Organizar os discentes em equipes, as quais devem ser preferencialmente formadas de maneira espontânea pelos discentes, de no máximo quatro integrantes;
- 2.** Baixar previamente o aplicativo Prisvol
- 3.** Distribuir os kits dos prismas para os grupos, informando que o nome deste é “Caixa dos Prismas”;
- 4.** Distribuir os envelopes contendo o roteiro da atividade de acordo com o número de integrantes de cada equipe;
- 5.** Orientar os discentes na realização dos procedimentos descritos no roteiro da atividade;
- 6.** Auxiliar os discentes em casos de dúvidas ou na ocorrência de dificuldades durante a execução;
- 7.** Intervir, sempre que necessário, de maneira clara e precisa de modo a permitir a continuidade da atividade;
- 8.** Orientar os estudantes no preenchimento do quadro a partir de suas observações e manuseio dos prismas;
- 9.** Orientar os discentes no registro de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro;
- 10.** Orientar os discentes para a socialização de suas observações e conclusões;
- 11.** Apresentar aos estudantes a formalização tomando como base as próprias observações e conclusões dos mesmos;
- 12.** Orientar para que os estudantes resolvam as questões propostas.

QUESTÕES PROPOSTAS

01. (UFPR 2017) A piscina usada nas competições de natação das Olimpíadas Rio 2016 possui as medidas oficiais recomendadas: 50 metros de extensão, 25 metros de largura e 3 metros de profundidade. Supondo que essa piscina tenha o formato de um paralelepípedo retângulo, qual aproximado da capacidade máxima de água que essa piscina pode conter?

02. (UFMG 2002) Um reservatório cúbico, de 50 m de profundidade, está com água até a metade e precisa ser totalmente esvaziado. Qual o volume de água a ser retirado desse reservatório?

03. (Enem PPL 2014) Uma fábrica de rapadura vende seus produtos empacotados em uma caixa com as seguintes dimensões: 25 cm de comprimento; 10 cm de altura e 15 cm de profundidade. O lote mínimo de rapaduras vendido pela fábrica é um agrupamento de 125 caixas dispostas conforme a figura. Qual é o volume do lote mínimo comercializado pela fábrica de rapaduras?



04. (Unesp 1993) Uma piscina retangular de 10,0 m x 15,0 m e fundo horizontal está com água até a altura de 1,5 m. Um produto químico em pó deve ser misturado à água à razão de um pacote para cada 4500 litros. Qual o número de pacotes a serem usados?

7. SUGESTÕES DE LEITURA

Para a obtenção de um maior aprofundamento, no que se refere ao que descrevemos em nosso produto, mostramos a seguir, algumas sugestões de leitura sobre o processo de ensino e aprendizagem envolvendo Prisma:

BASSO, M. T. P.; GONÇALVES, F.; LUCERO, R. N. **Materiais manipulativos para o ensino de sólidos geométricos**. In: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Katia Stocco. (Org.). Coleção Mathemoteca; V. 5. Porto Alegre: Penso, 2016.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações**. Tradução de Nathanael C. Caixeiro, Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1978.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no ensino fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do ensino de matemática por atividades**. Organizado por Demetrius Gonçalves de Araújo. – Belém: SBEM-PA, 2019.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de prismas por meio de atividades. E para buscar alcançar esse objetivo optamos pela Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Para tanto, realizamos análises prévias sobre o ensino de prismas, na qual foram apresentados os aspectos curriculares, uma revisão de estudos, uma consulta a discentes sobre o ensino e aprendizagem do tema e os aspectos matemáticos.

No que diz respeito aos aspectos curriculares verificamos que é preciso que o ensino da Matemática seja interessante e integrado às problemáticas da atualidade e, para alcançarmos esse desafio, é preciso investigar os processos de aquisição do conhecimento matemático no Ensino Médio. Nesse sentido, o uso de novas metodologias no ensino de prisma, permite que os discentes se tornem ativos no processo de ensino e aprendizagem e ajudam no desenvolvimento da capacidade de visualização, que é considerada habilidade fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico, indispensável não só ensino de prisma, como também em qualquer conteúdo que envolva a geometria.

Assim, com a pesquisa sobre o ensino e aprendizagem de prisma, verifica-se que a maioria dos alunos apresentam dificuldade de aprendizagem em relação aos tópicos relacionados a esse conteúdo, já que apresentaram baixo percentual de acertos na resolução de alguns tópicos relacionados a prismas, mostrando que o ensino de matemática ainda se encontra preso ao formalismo dos métodos do ensino tradicionais.

De modo geral, podemos concluir que o bom desempenho dos alunos em relação ao Pós-teste deve ser atribuído metodologia de ensino que foi adotada, evidenciando que nossa sequência didática obteve êxito em proporcionar a participação e o bom desempenho dos discentes no que se refere ao conteúdo estudado.

8. REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo. **Avaliação e educação matemática**. Rio de Janeiro: MEM/USU-GEPEM, 1995;

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. A. **Engenharia didática: evolução e diversidade**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. e ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1998.

ARTIGUE, M. L'ingénierie didactique: un essai de synthèse. in Margolinas et all.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 225-237, 2009.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BARRETO, E. S. S. **As propostas curriculares oficiais**: análise das propostas curriculares dos estados e de alguns municípios das capitais para o ensino fundamental. Projeto MEC/UNESCO/FCC: Subsídios à elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 1995;

BASSO, Mila Tauany Perez; GONÇALVES, Fernanda Anaia; LUCERO, Rosemeire Nunes. **Materiais manipulativos para o ensino de sólidos geométricos**. In: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Katia Stocco. (Org.). Coleção Mathemoteca; V. 5. Porto Alegre: Penso, 2016.

BELLEMAIN, P. M. B. A aprendizagem das relações entre comprimento e área no Ensino Fundamental. In: **II SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Santos - SP, 2003.

BERNARDINI, Geferson. **Uma atividade didática envolvendo área e volume do cilindro e de prismas**. Universidade Federal de São Carlos. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional, São Carlos, SP, 2014.

BICUDO, Maria Aparecida V. **Educação matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Brasília: MEC/SEMT, 1999;

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares do ensino médio**. Brasília, DF, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação**. Brasília: MEC, 1996.

BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996;

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações didáticas**: Conteúdos e Métodos de Ensino. São Paulo-SP. Editora Ática, 2008.

CALLEGARI-JACQUES. S.M. **Bioestatística princípios e aplicações**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CANO, D.S; SAMPAIO I.T.A. **O método de observação na psicologia**: Considerações sobre a produção científica. *Interação em Psicologia*, v.11, p. 199-210, 2007.

CARDIA, Lynk dos Santos. **Uma Abordagem do ensino de geometria espacial**: A otimização de embalagens como contextualização do conceito de áreas de figuras planas e volume dos sólidos geométricos. Instituto de Matemática Pura e Aplicada. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT, Rio de Janeiro, RJ, 2014.

CORRÊA, J. N. P. **O Ensino de Poliedros por Atividades**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. **A influência da tecnologia no fazer matemático ao longo da história**. Disponível em: <http://professorubiratandambrosio.blogspot.com.br/20-11/02/influenciadatecnologiano-fazer.html>. Acesso em: 10 abr. 2017.

FERRAZ, Marcelo Cardoso. **Prisma e Pirâmide**: um estudo didático de uma abordagem Computacional. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT, São Paulo, SP, 2010.

FERRAZ, Maria Cláudia Reis; MACEDO, Stella Maris Moura de. **As influências de um rio chamado avaliação escolar**. In: Maria Teresa Esteban. (Org.). Escola, currículo e avaliação. 1ed.São Paulo: Cortez Editora, 2003, v. 5, p. 137-152.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim SBEM-SP, v. 4, n. 7. 2004.

FOSSA, John Andrew; SÁ, Pedro Franco de. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 33, n. 19, setembro/dezembro, p.253-278, 2008.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**, Universidade Federal de Paraná, Curitiba, 1992.

GIANCATERINO, R. **A Matemática sem rituais**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Wak Editora, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999;

GITIRANA, V. **Planejamento e Avaliação em Matemática** (9a Edição). In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffmann; Maria Teresa Esteban. (Org.). *Práticas avaliativas e aprendizagens significativas - em diferentes áreas do conhecimento*. 9ed. Porto Alegre: Editora Mediação, 2012, v. 1, p. 59-68.

GODOY, Elenilton Vieira e SANTOS, Vinício de Macedo. **O Cenário do Ensino de Matemática e o Debate Sobre o Currículo de Matemática**. Disponível em <http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/view/1590>. Acesso em 23 de junho, 2017;

GUEDES, Maria de Fátima dos Santos. **Estudando prismas com o auxílio de softwares educativos tridimensionais**. Universidade Severino Sombra. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional, Vassouras, RJ, 2013.

KERN, W. F. and BLAND, J. R. "Prism." §13 in **Solid Mensuration with Proofs**, 2nd ed. New York: Wiley, pp. 28-32, 1948. Disponível em: <https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=mdp.39015064340733&view=1up&seq=26>. Acesso em: nov. 2018

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio** - Volume 2, SBM Coleção do Professor de Matemática. 6ª Edição (2006). Rio de Janeiro.

LIMA, Francisco do Nascimento. **Estudo sobre cálculo de áreas e volume utilizando o método de exaustão e o princípio de Cavalieri**. Universidade Federal da Paraíba. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT, João Pessoa, PB, 2013.

MACEDO, D. S. de; JESUS, G. B. de. O PIBID e a formação de alunos da EJA: uma experiência com educação financeira. . In: ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, XI, 2013, Curitiba. **Anais...** Paraná: SBEM, 2013. p. 1-10. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2777_1220_ID.pdf. Acesso em: 27 out. 2013.

MACHADO, Ronaldo Asevedo. **O Ensino de Geometria em ambientes educacionais informatizados**: Um projeto de ensino de Prismas para o 2º do Ensino Médio. Universidade Federal de Ouro Preto. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Ouro preto, MG, 2010.

MACHADO, Ronaldo Asevedo. **O uso do software sketchup no ensino de prismas**. Universidade Federal de Ouro Preto. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Ouro preto, MG, 2011.

MELO, Guiomar Namó. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções Políticas.** Disponível em: http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf. Acesso em: 15 de junho de 2017;

MONTEIRO, Benedito Nazareno de Sousa. **Utilização de modelos concretos como uma alternativa para o ensino de Geometria Espacial.** Universidade Federal Do Pará. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Belém, PA, 2016.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa Crítica**¹. Artigo – Instituto de Física da UFRGS, Porto Alegre, 2010;

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** 2 ed. São Paulo: Centauro, 2011.

MORETO, Vasco Pedro. **Prova – um momento privilegiado de estudo – não um acerto de contas.** 3 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002;

NASCIMENTO, Janio Benevides de Souza. **O estudo da geometria espacial por meio da construção de sólidos com materiais alternativos.** Centro Universitário UNIVATES, Curso de mestrado profissional em ensino de ciências exatas, Lajeado, RS, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**, 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

PEREIRA, E. D. de Souza; DIAS, V. dos S. **A Importância da Avaliação Mediadora no Contexto das Aulas de Matemática.** Disponível em: <<https://colegio-novotempo.com.br/praticaspedagogicas/index.php/novotempo/article/download/25/27>>. Acesso em: jun. 2018.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil.** Revista Bolema, Rio Claro, SP. Ano 21. Nº 29, p. 13 – 42, 2008;

PRIMO, Márcio Eduardo. **O princípio de Cavalieri para cálculo de volumes no ensino médio: algumas possibilidades.** 79f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Juiz de Fora, RJ. 2013.

REIS, Mônica De Paula Tolentino. **Área e volume de prisma e pirâmide.** Universidade Federal de Viçosa. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Viçosa, MG, 2013.

RICO, L. **Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas em Educación Secundária.** Madrid: Editorial Síntesis, 1997;

RICO, L. **Conocimiento Numérico y Formación de Profesorado.** Granada: Universidad de Granada, 1998;

RICO, L. **Currículos de Matemática para a Educação Básica**. In: I FÓRUM NACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO Matemática SOBRE CURRÍCULOS DE Matemática PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL, São Paulo, 2004;

ROBERT, A. **Problèmes méthodologiques en Didactique des Mathématiques**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.12.1, 2012. Disponível em: <http://www.numdam.org/article/PSMIR_1991__S6_111_0.pdf>. Acesso em: jan. 2019.

RÊGO, Rogéria Gaudêncio. RÊGO, Rômulo Marinho. VIEIRA, Cleber Mendes. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, P. F. de. **Momentos de uma aula de Matemática por atividade**. Belém, 2019.

SÁ, Pedro Franco de; JUCÁ, Rosineide de Sousa. O ensino de problemas envolvendo as quatro operações: resultados de uma abordagem ousada. In: SÁ, Pedro Franco de; JUCÁ, Rosineide de Sousa (Orgs). **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis, RJ, Vozes, p. 55-65, 2014.

SÁ, Pedro Franco. **Ensinando Matemática através da redescoberta**. Traços v. 2, n. 3, 1999, p. 77-81.

SÁ, Pedro Franco; COSTA, Acylena Coelho; ALVES, Fábio José da Costa; GOMES, Dulcicléia Tavares & VIANA, Raimunda Maria Veiga. **O uso da redescoberta para o ensino de figuras planas**. Publicado em 04/05/2008, p. 83-92.

SANTOS, V. M. **Ensino de Matemática em outros países: análise comparativa**. (Texto elaborado para prova escrita do Concurso de Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática, na Faculdade de Educação da USP, 2008;

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 393f. Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Belém, PA. 2017.

SILVA, Janssen Felipe; HOFFMANN, Jussara; ESTEBAN, Maria Tereza (orgs.). **Práticas Avaliativas e aprendizagens significativas: em diferentes áreas do currículo**. Porto Alegre: Mediação, 2003;

SILVA, Luzia De Oliveira Da. **Estudo de sólidos geométricos com o auxílio do Software wingeom: uma proposta pedagógica**. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Dourados, MS, 2014.

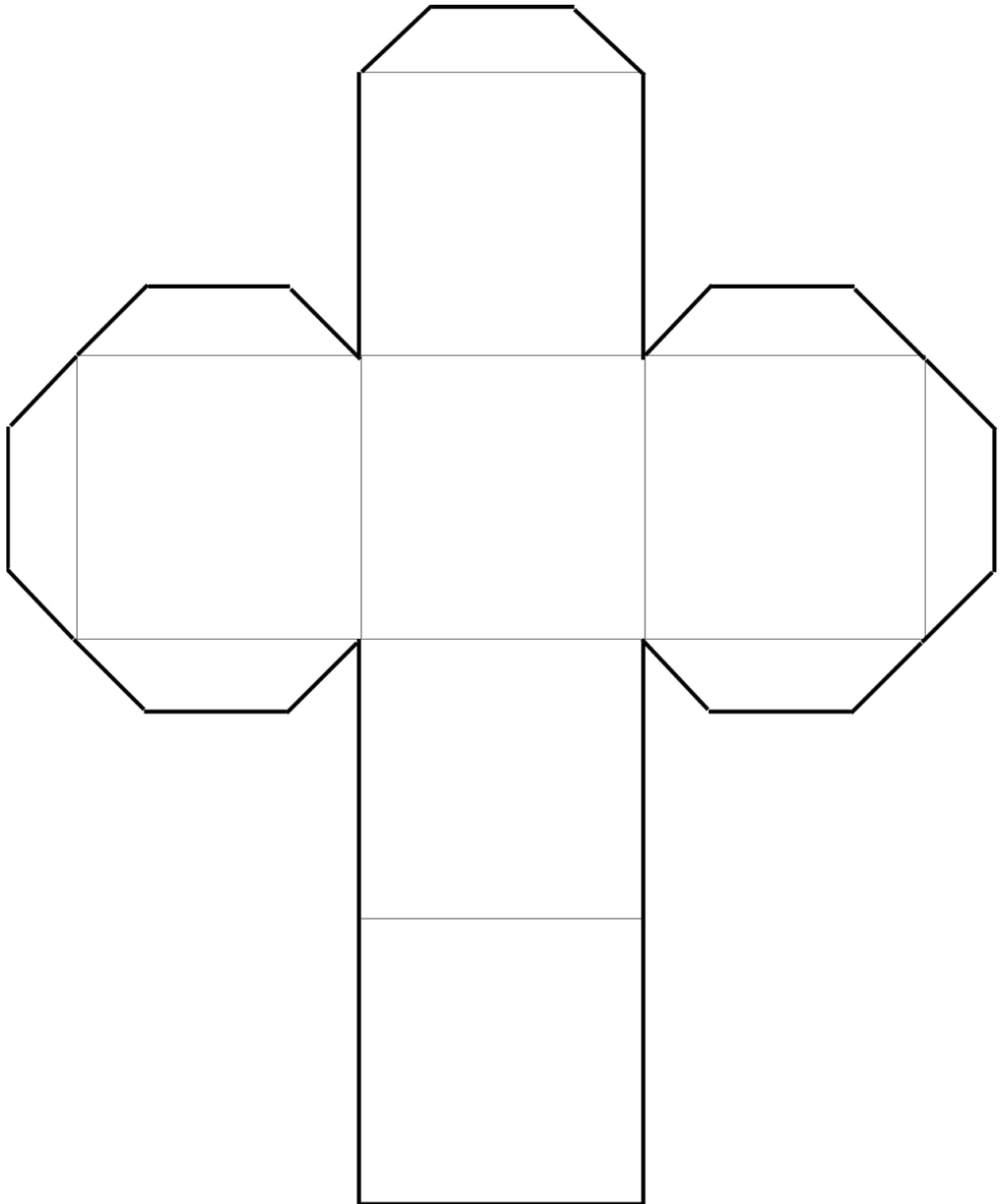
SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: A questão da Democracia**. 2ª ed. Campinas. Papirus, 2001;

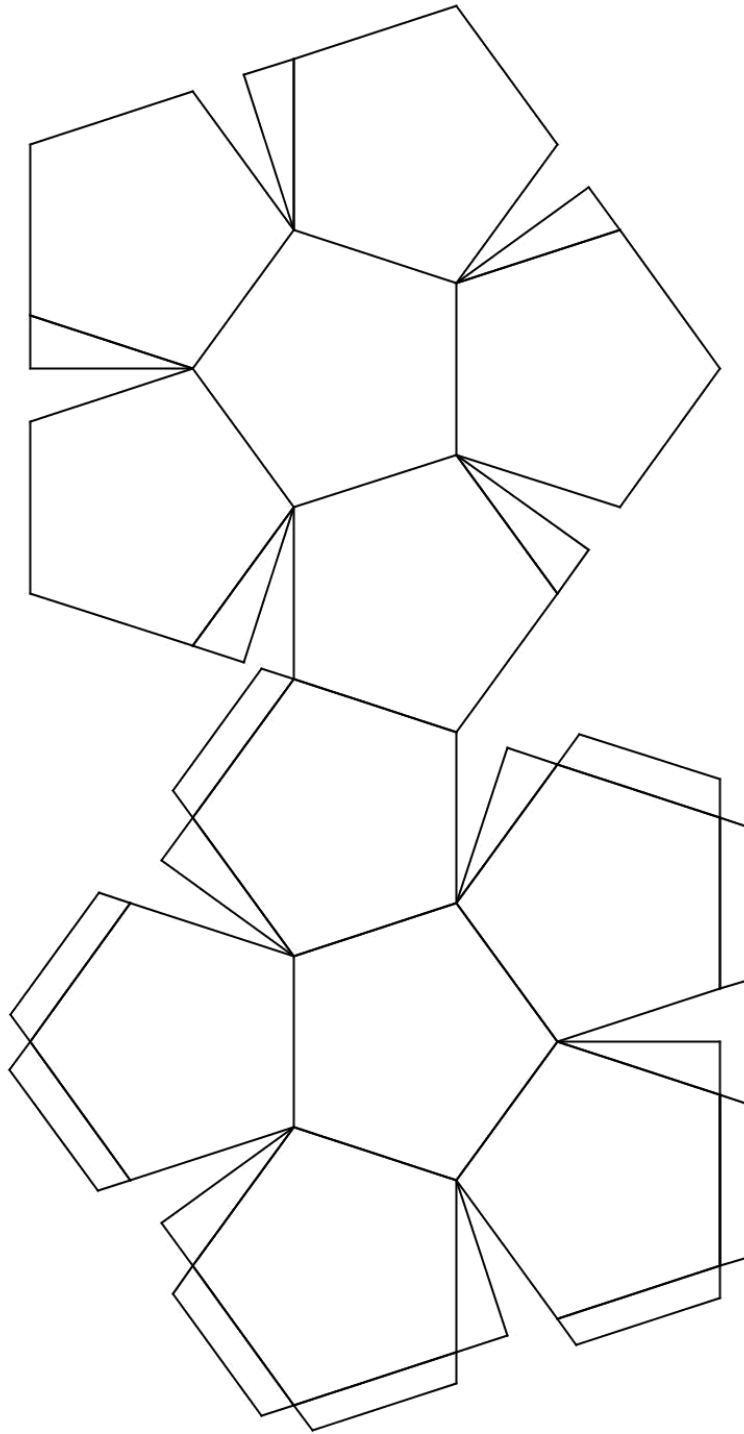
SOARES. M. B. **O Ensino de Probabilidade por meio de Atividades**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

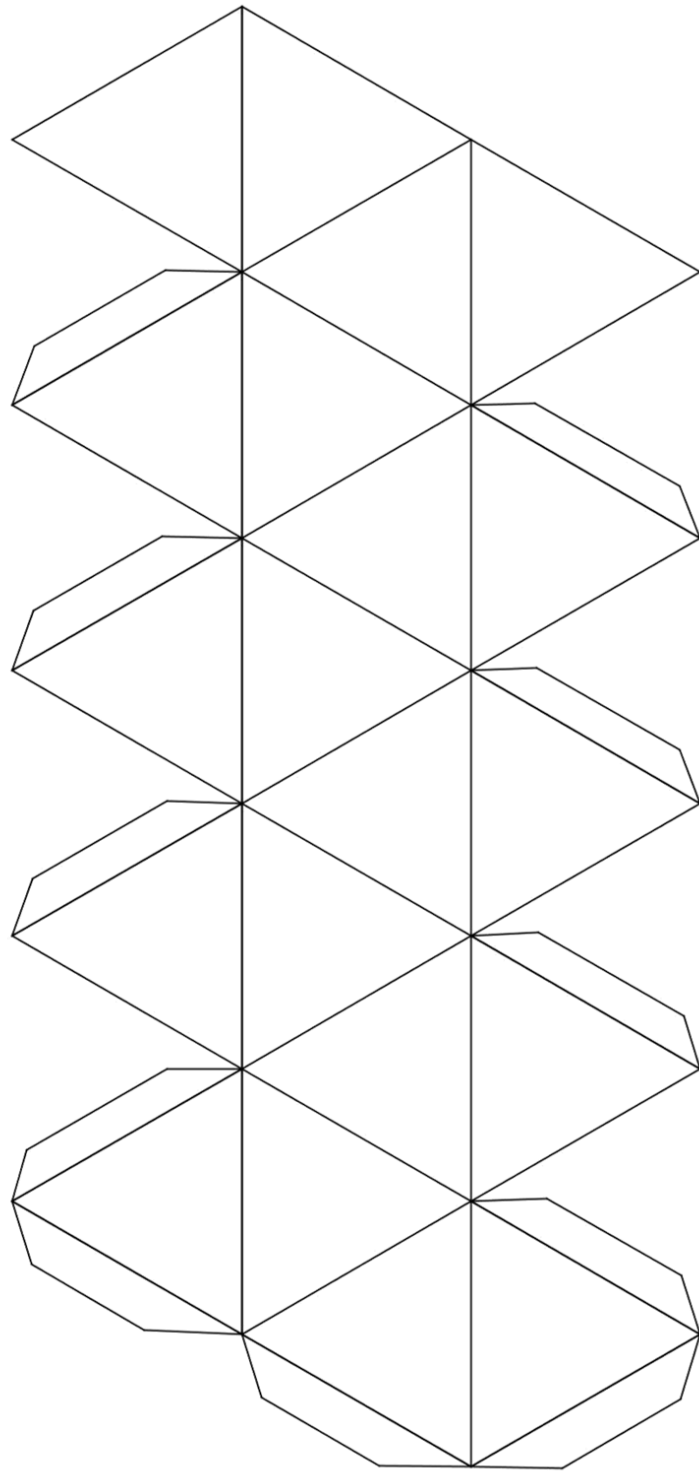
VENDRAME, Geni Viana do Carmo. **Área da superfície e volume de prismas e cilindros**. Universidade Estadual De Maringá. Curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional, Maringá, PR, 2014.

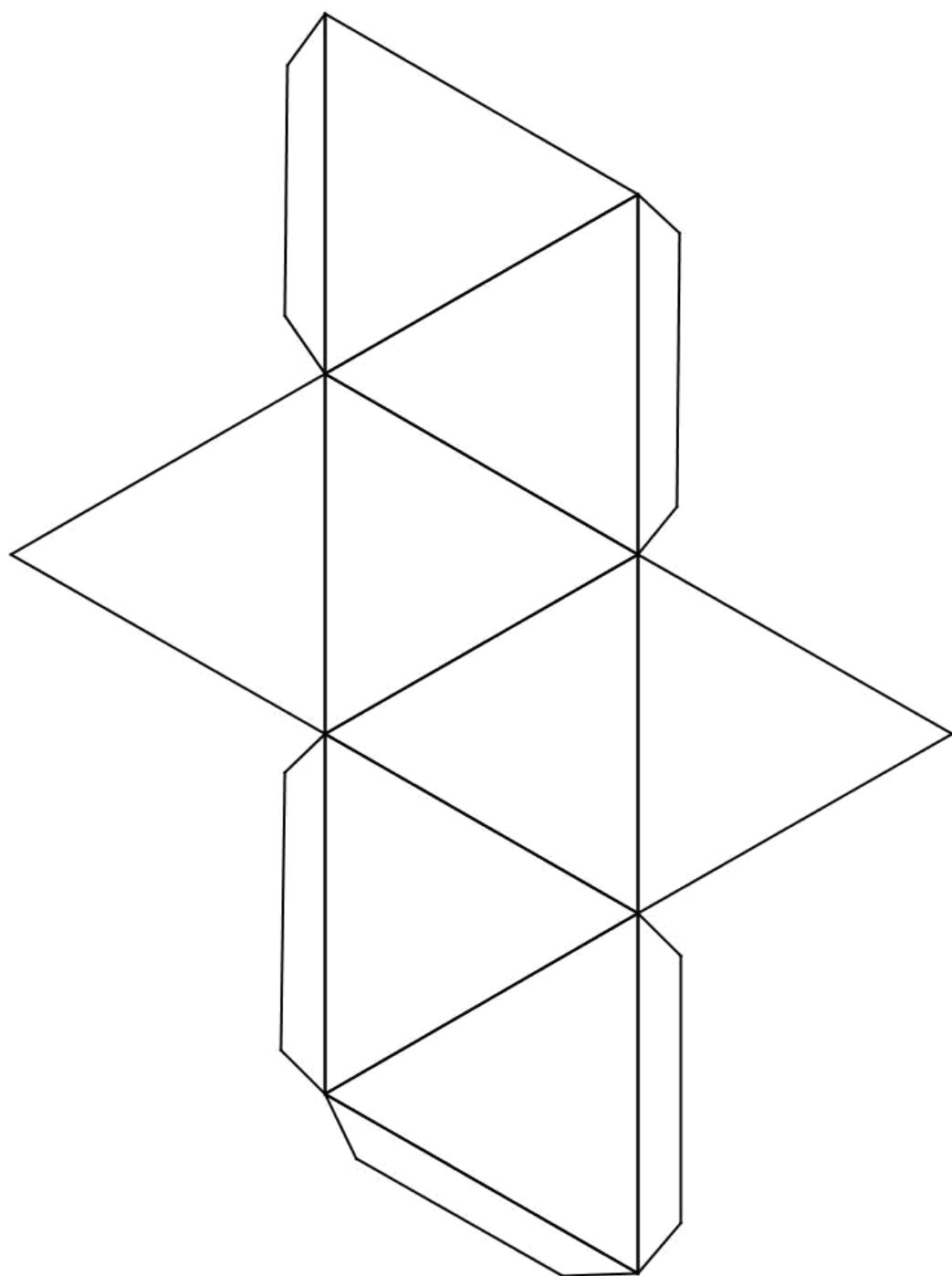
VIDALETTI, Vangiza Bortoleti Berbigier. **Ensino e aprendizagem da Geometria Espacial a partir da Manipulação de Sólidos**. Centro Universitário UNIVATES. Lajeado. RS. Dissertação de Mestrado profissional em Ensino de Ciências Exatas. 2009.

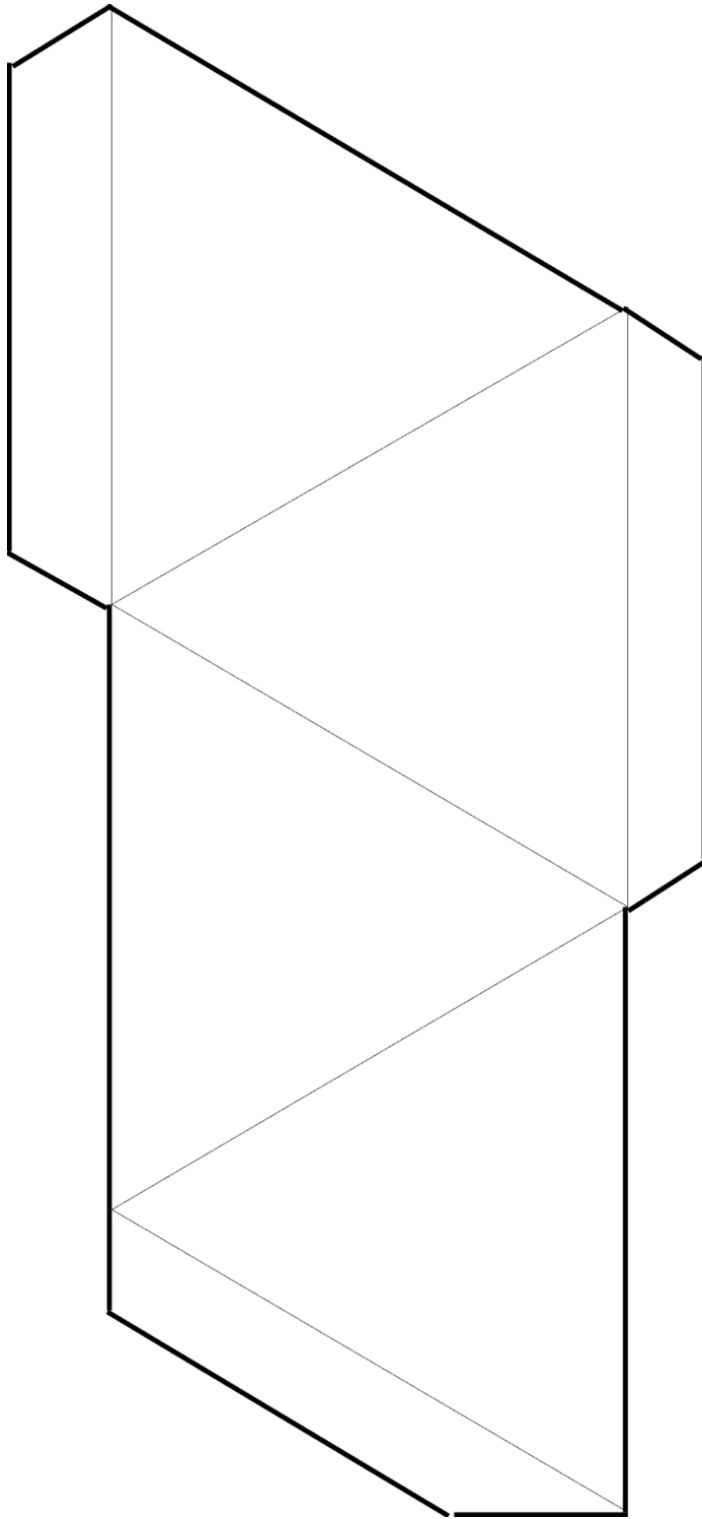
XAVIER, Rafael Gomes. **Geometria Espacial - Um Curso Com GeoGebra**. Universidade Federal de Goiás. Curso de mestrado profissional em matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Goiás, GO, 2016.

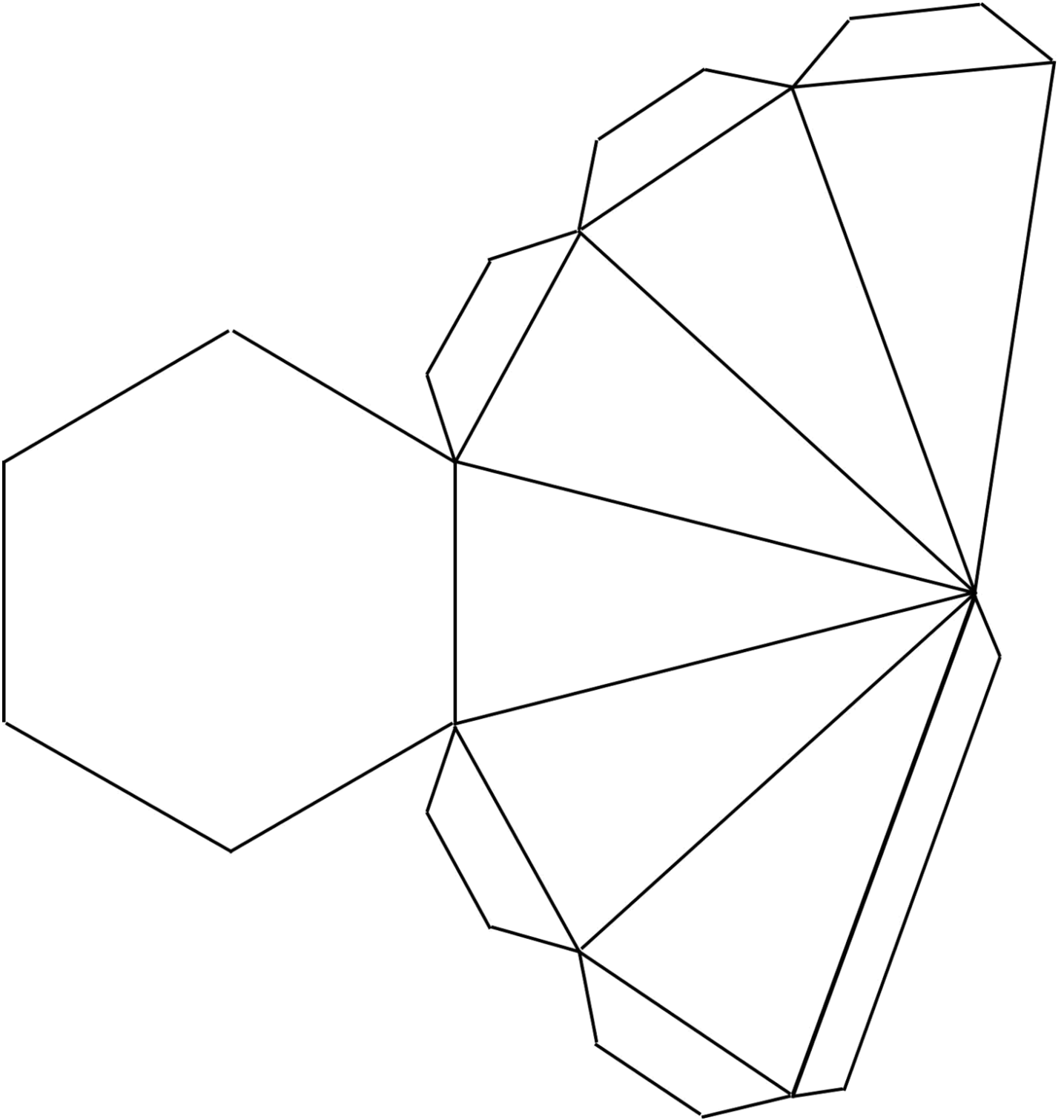
ANEXOS**Sólidos do Kit Geométrico para Impressão**

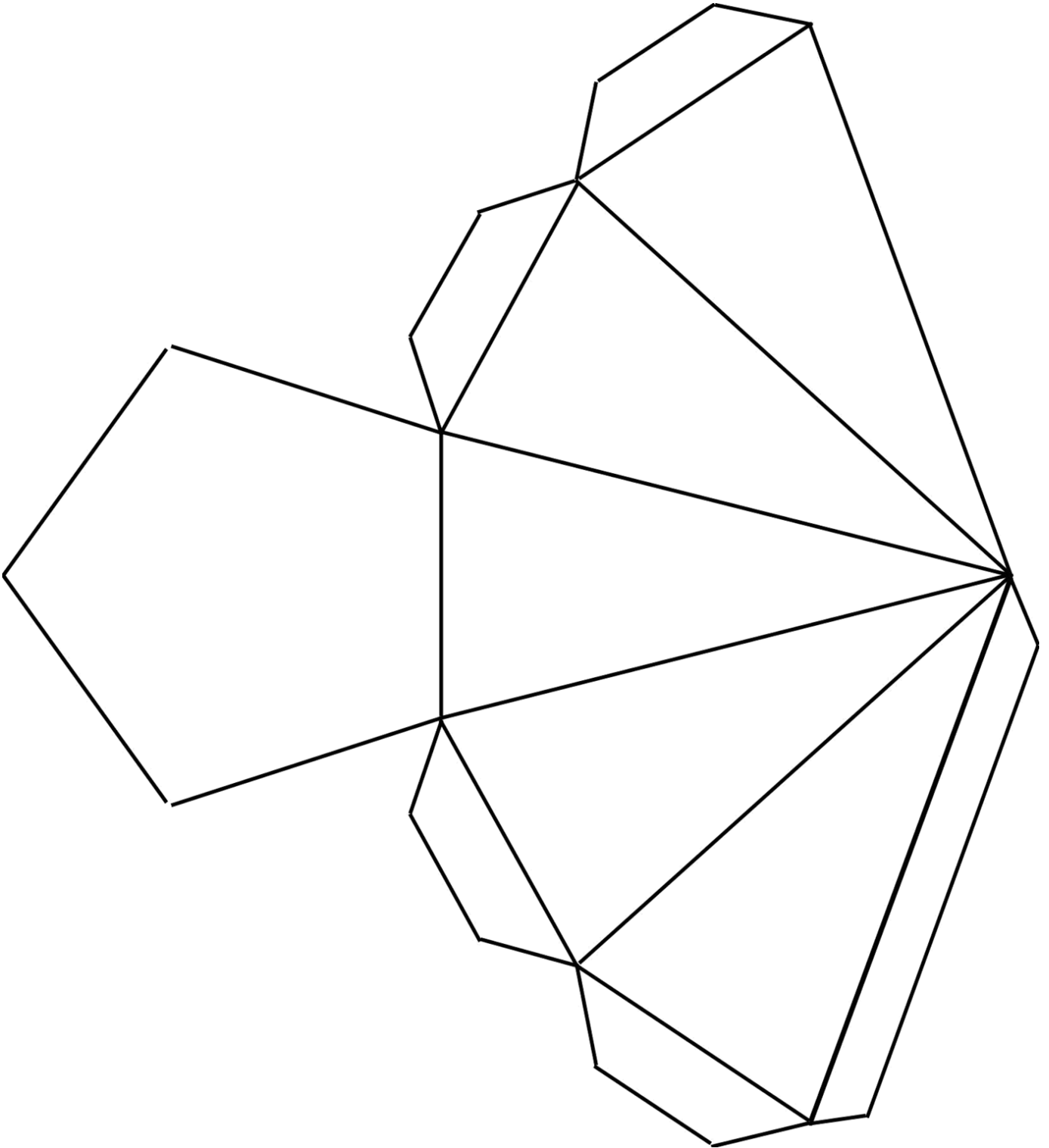


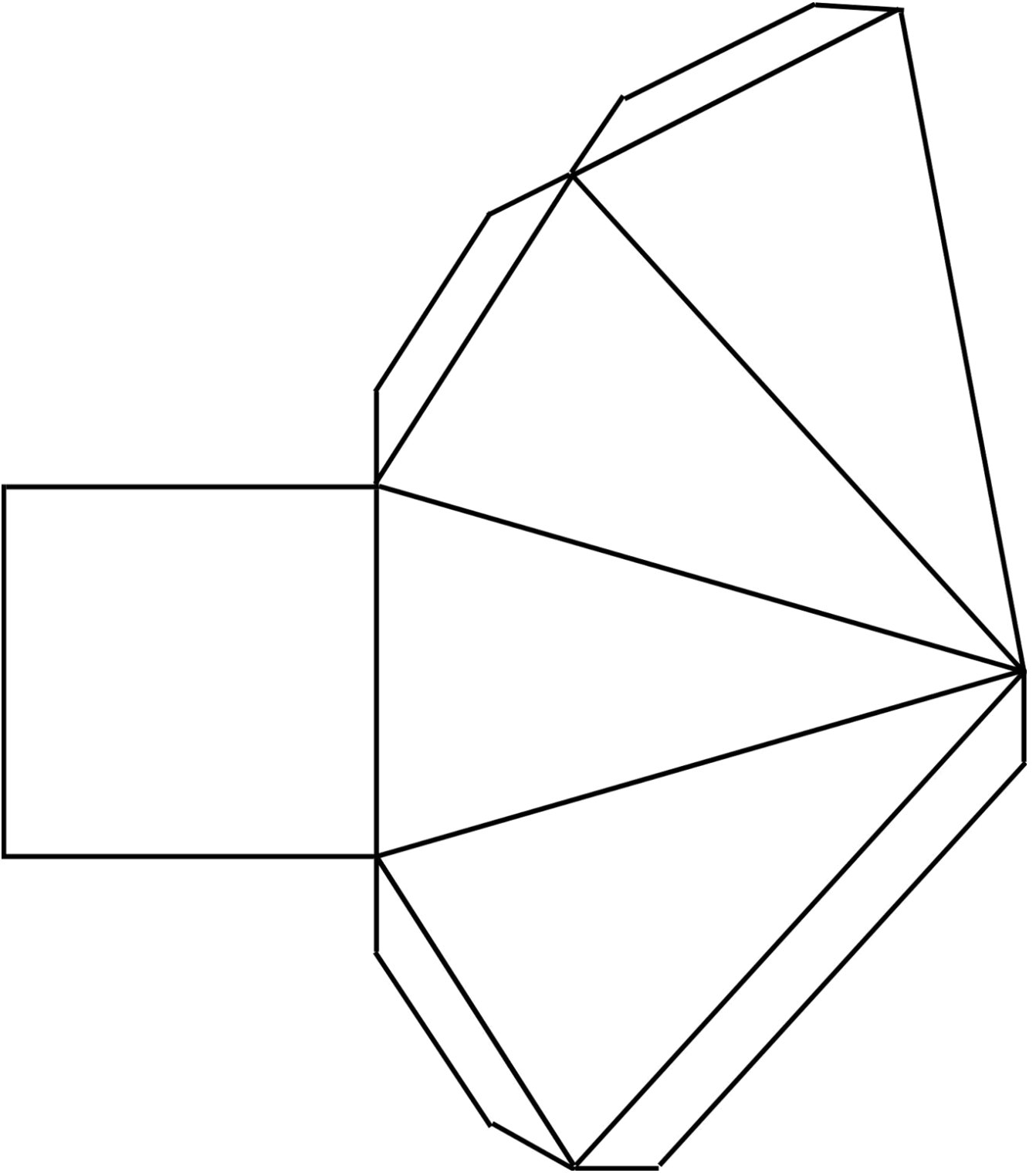


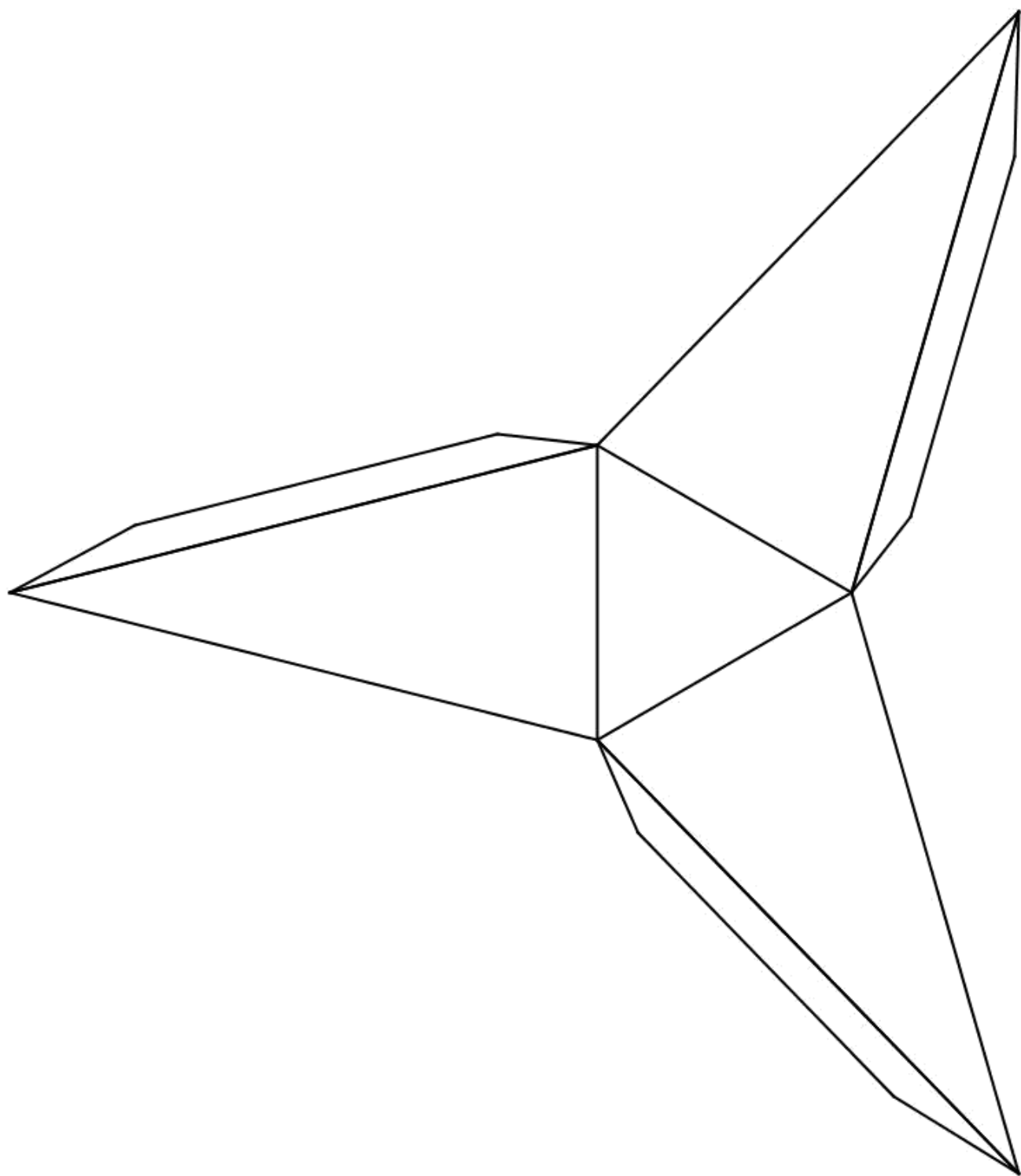


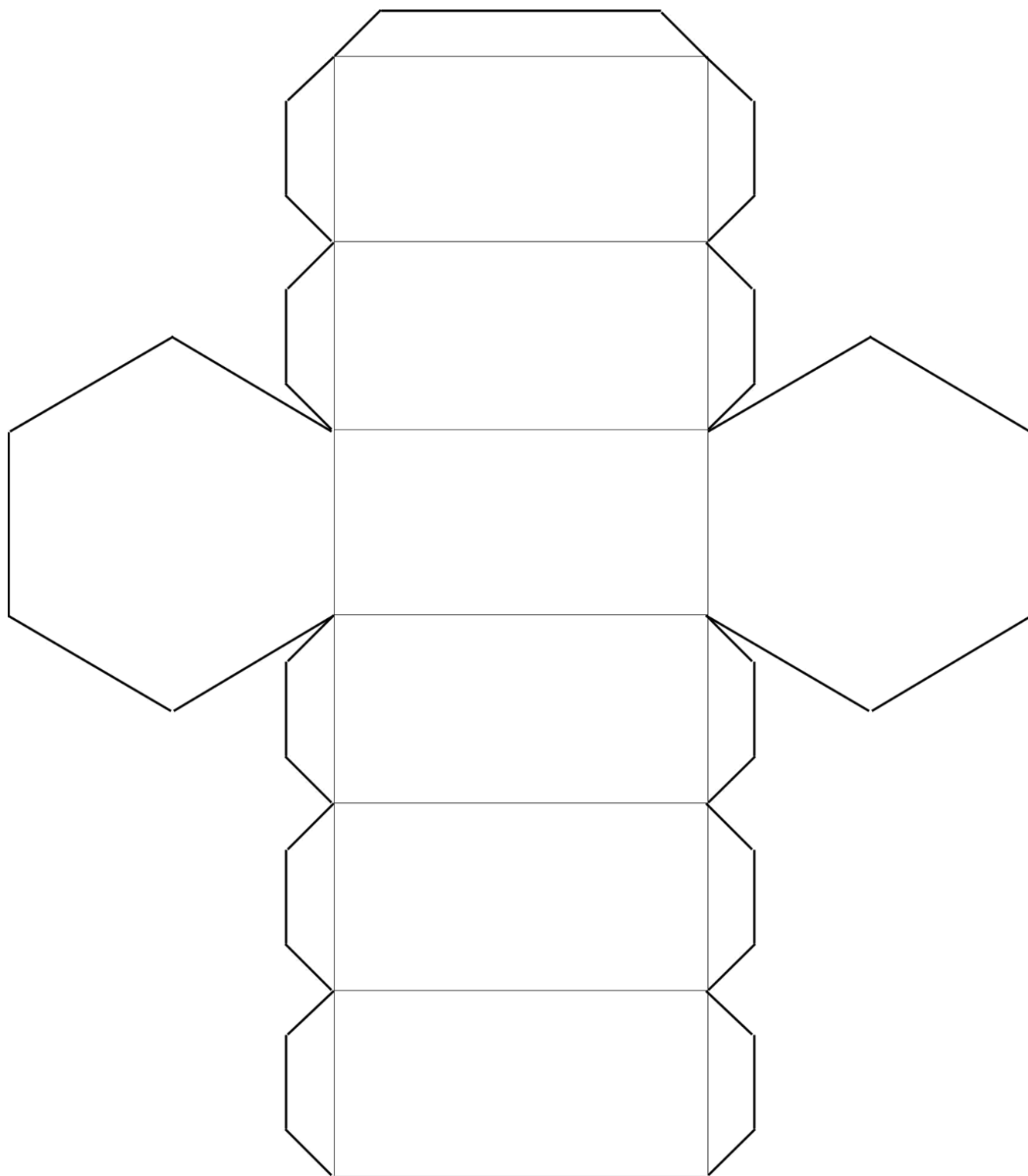


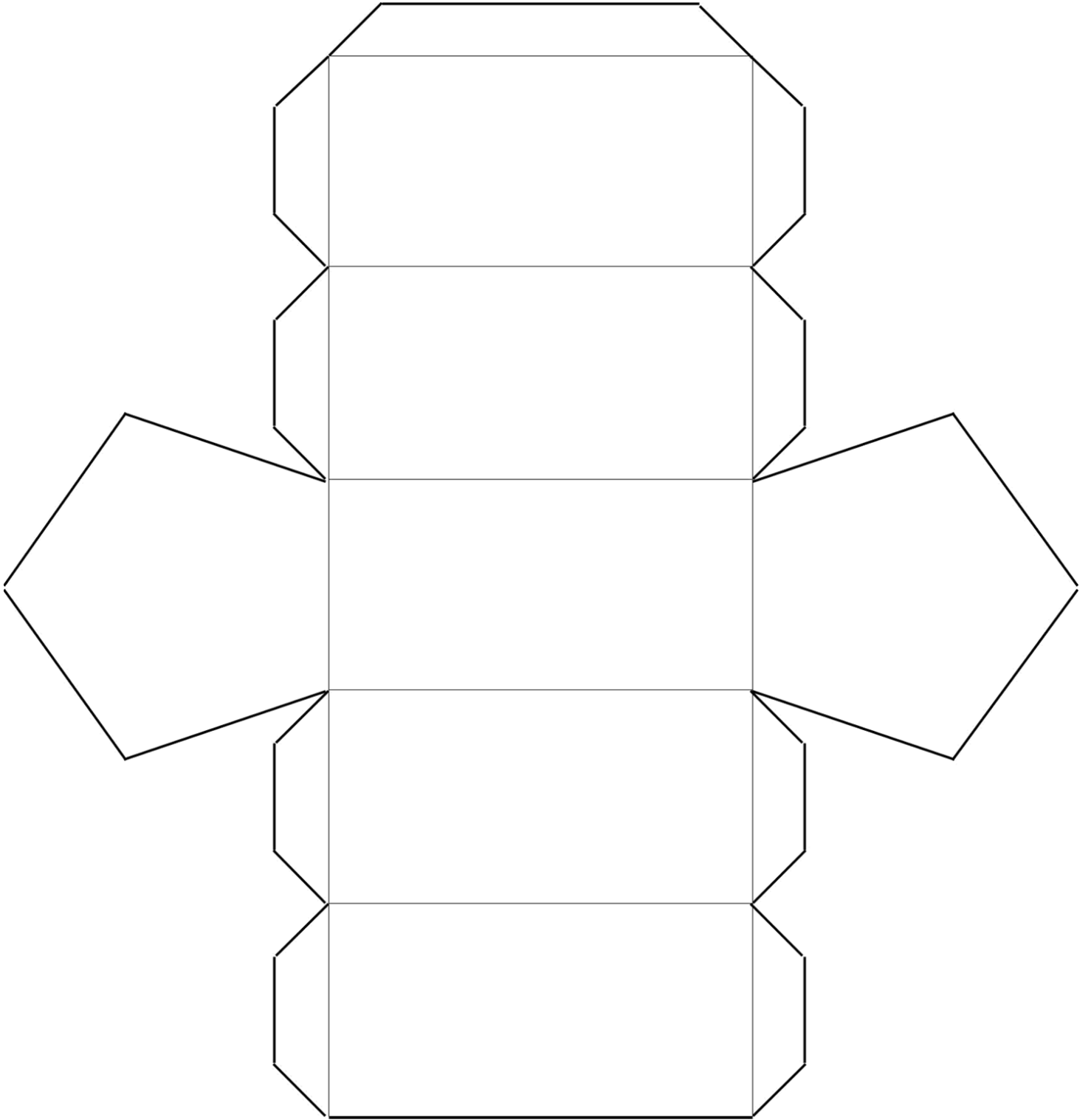


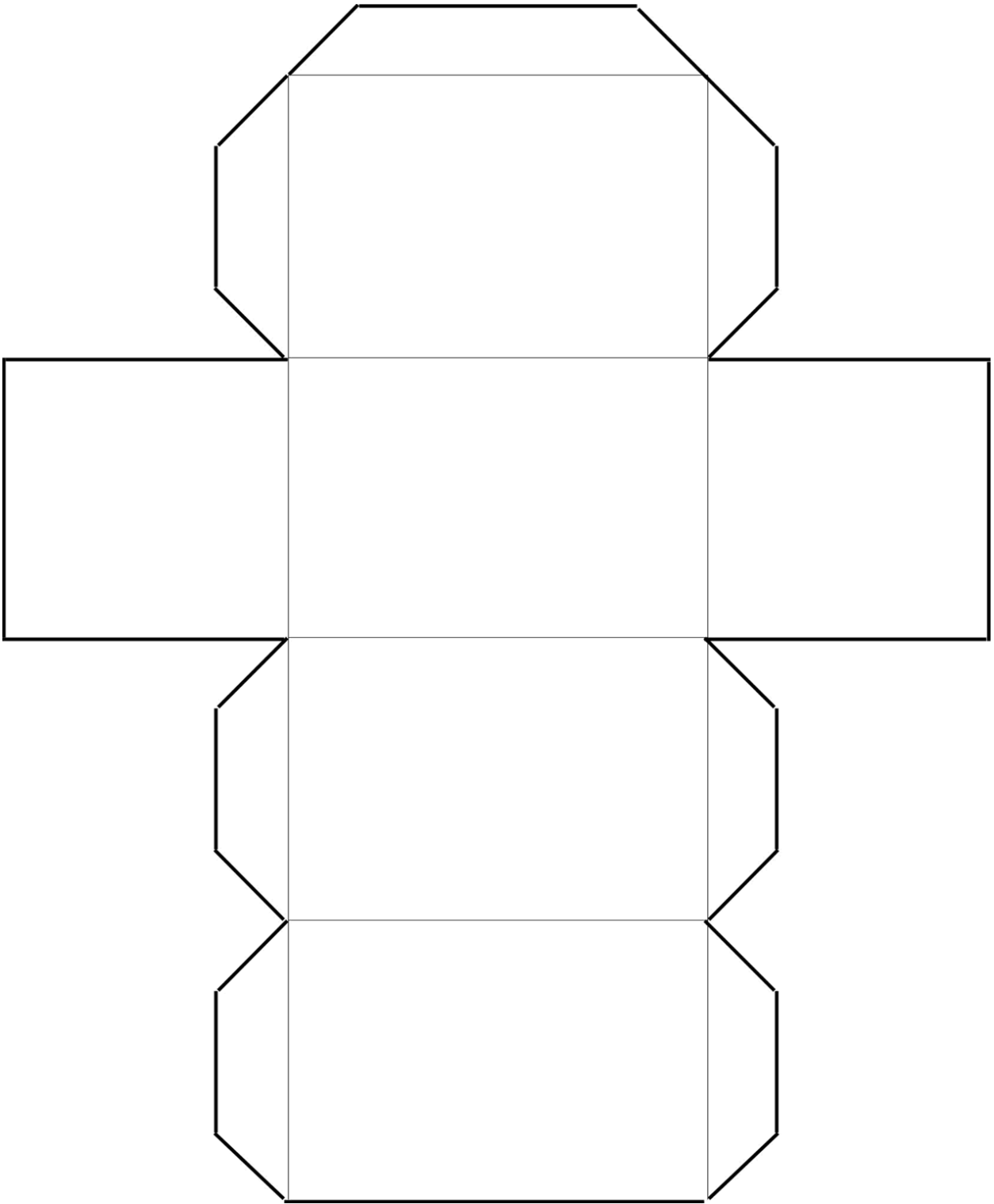


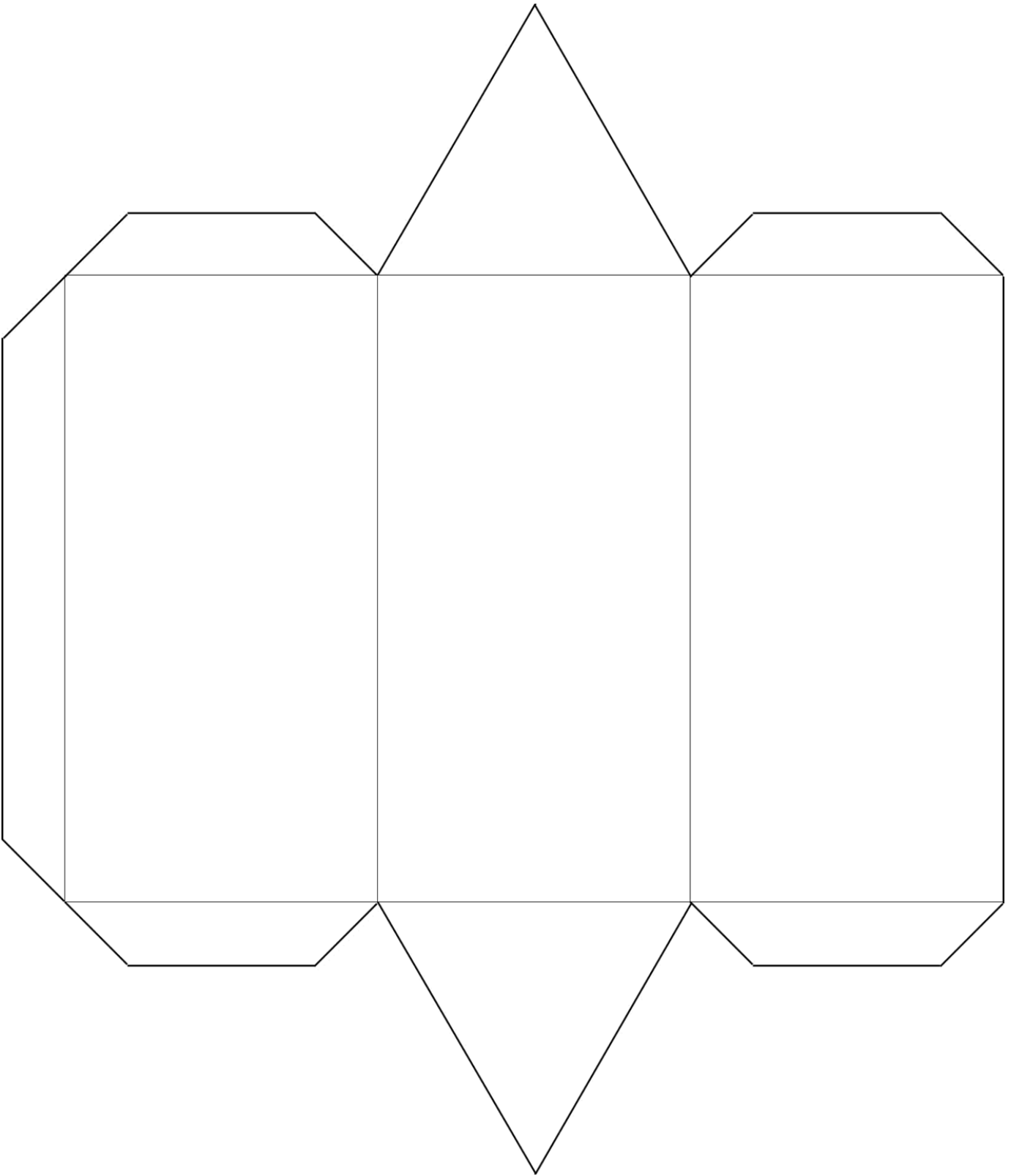


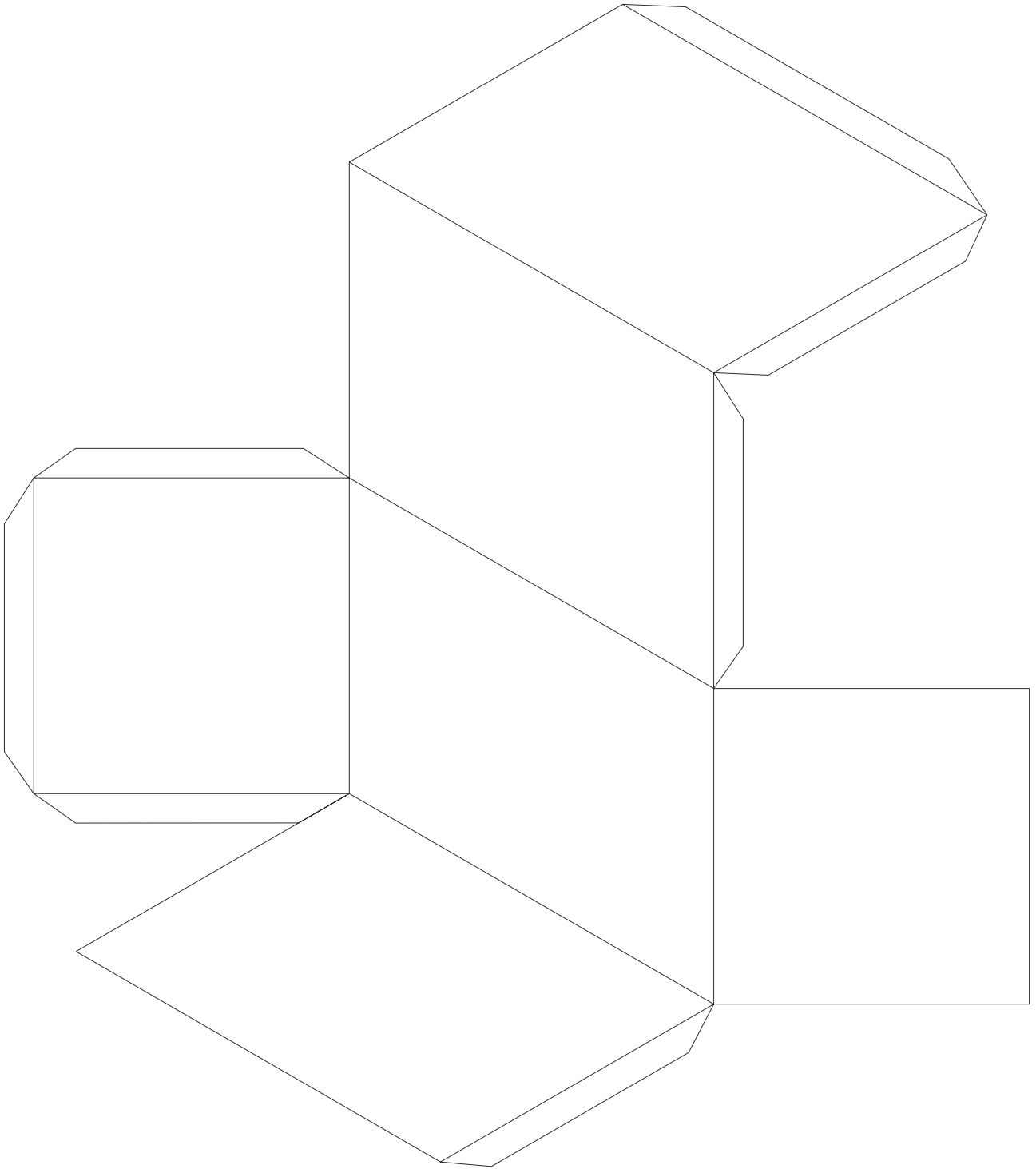


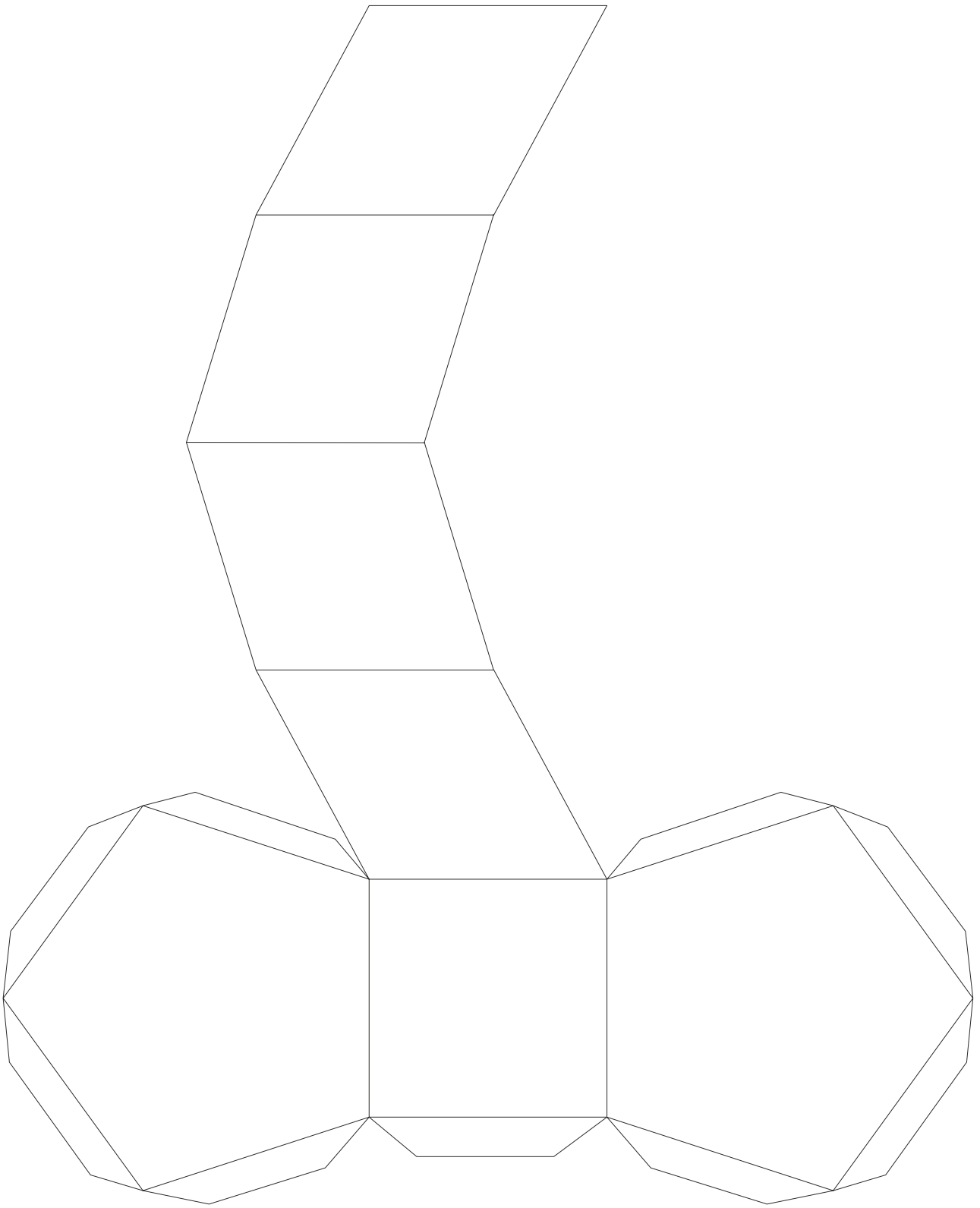


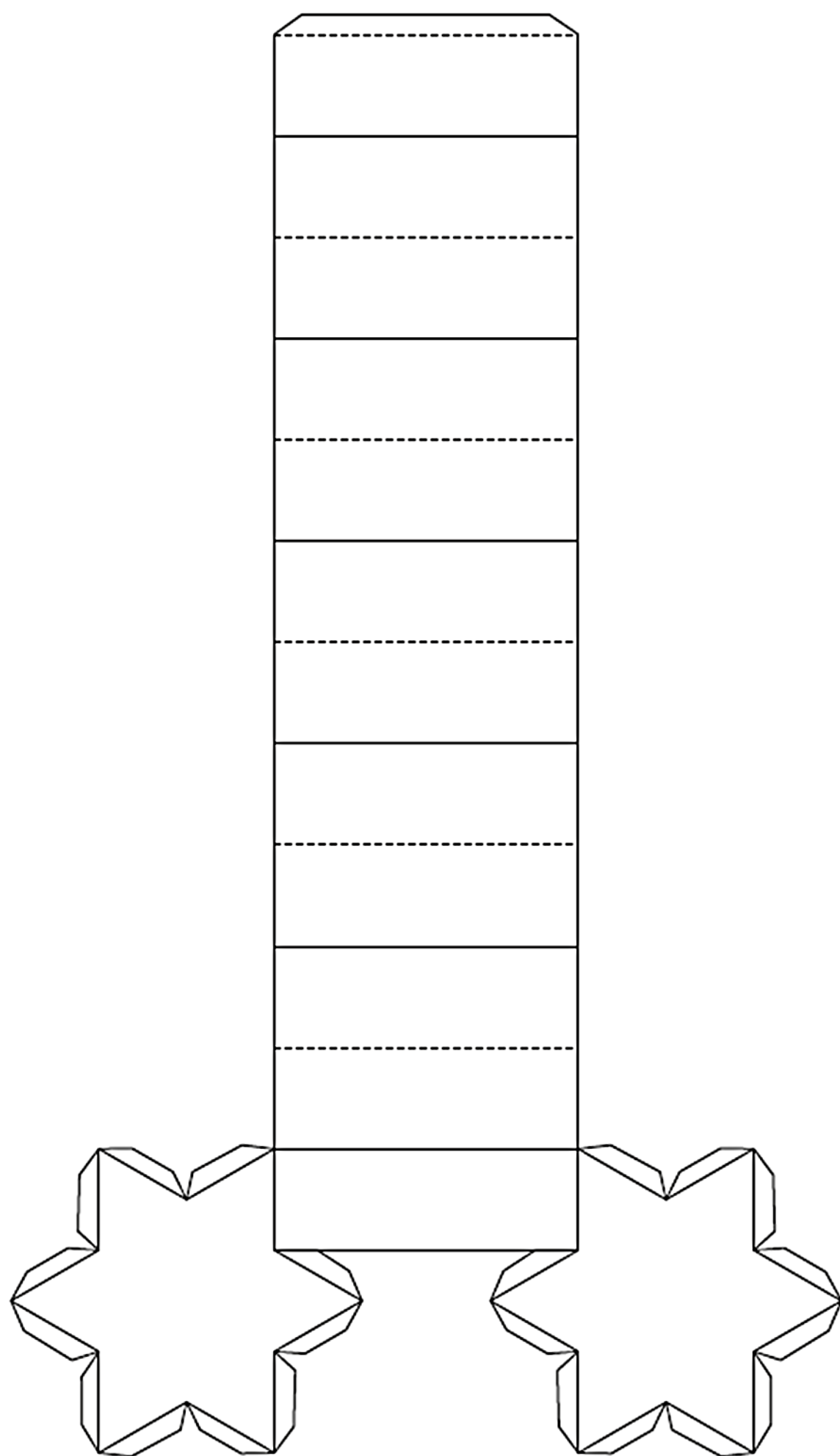


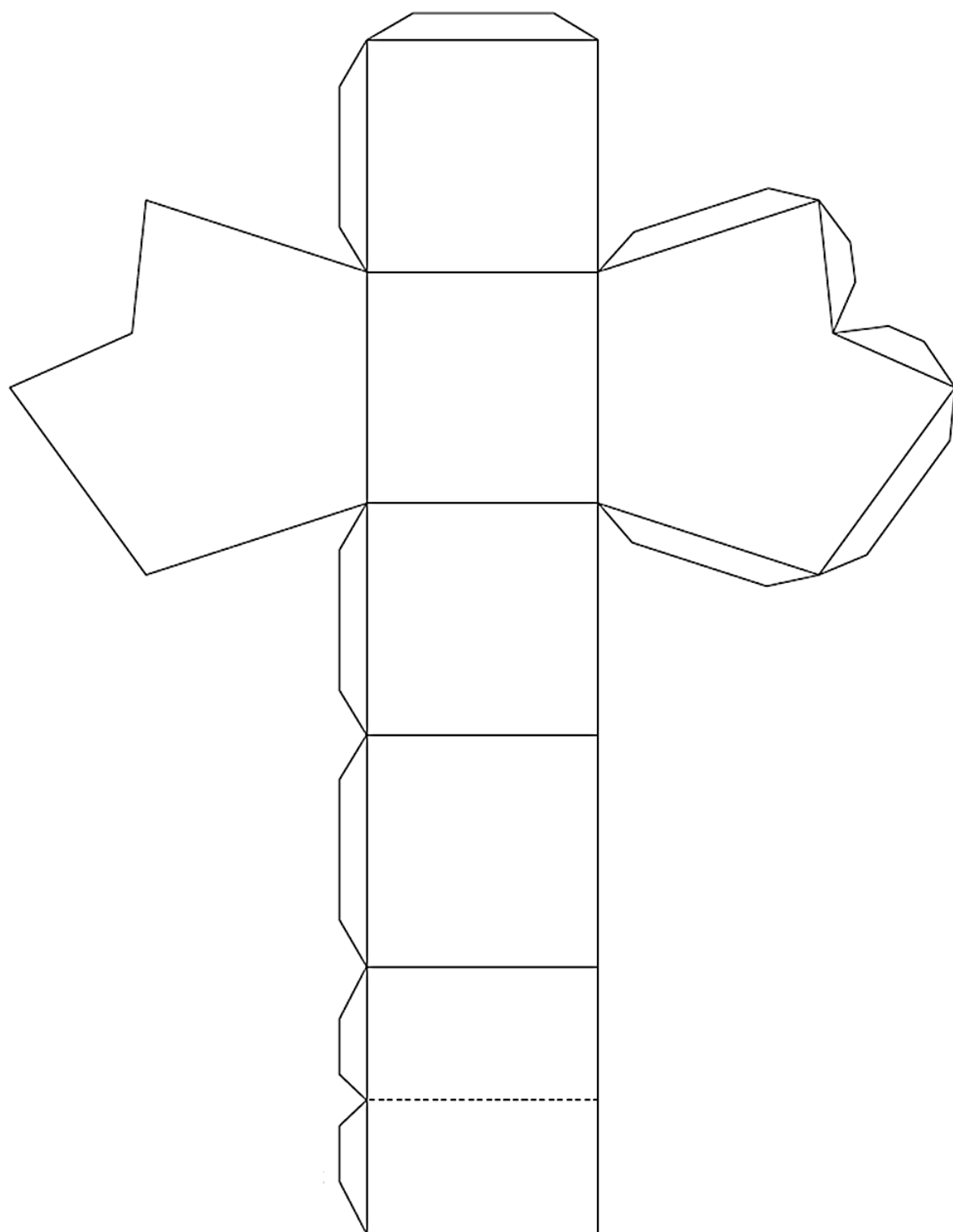


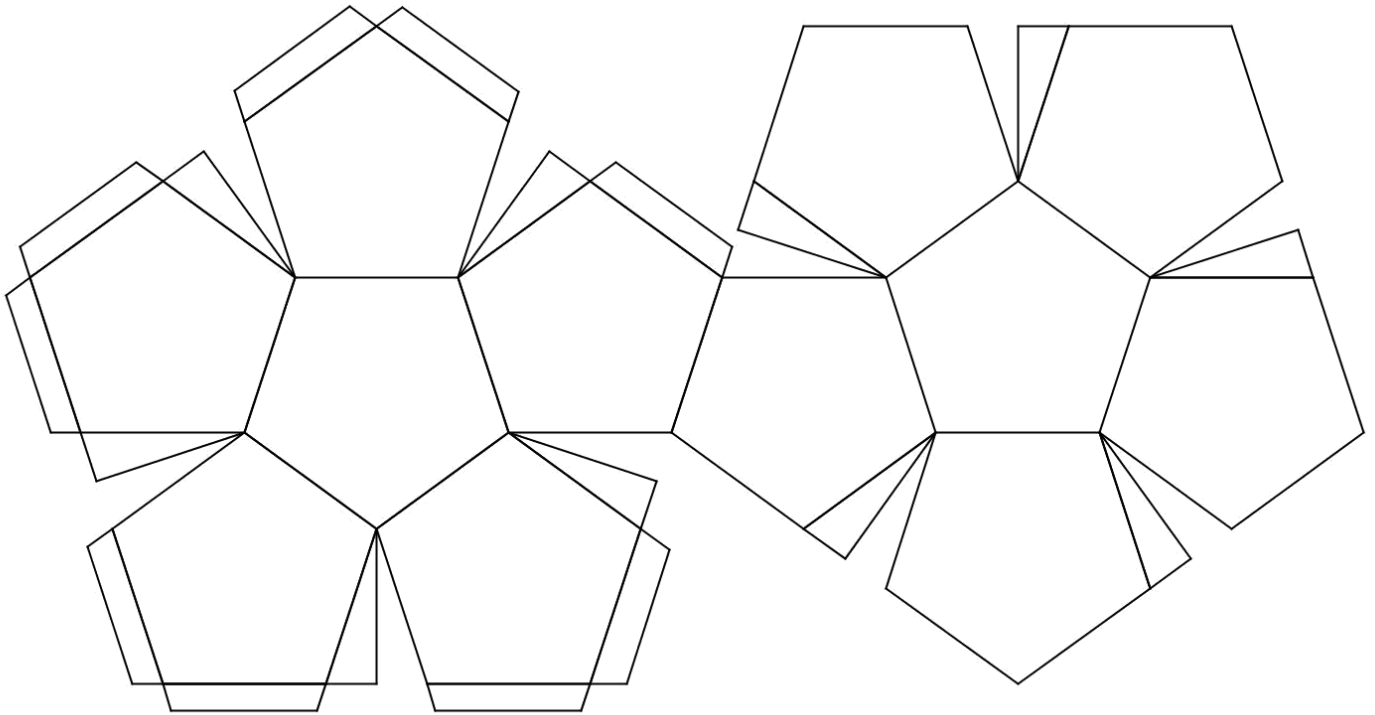
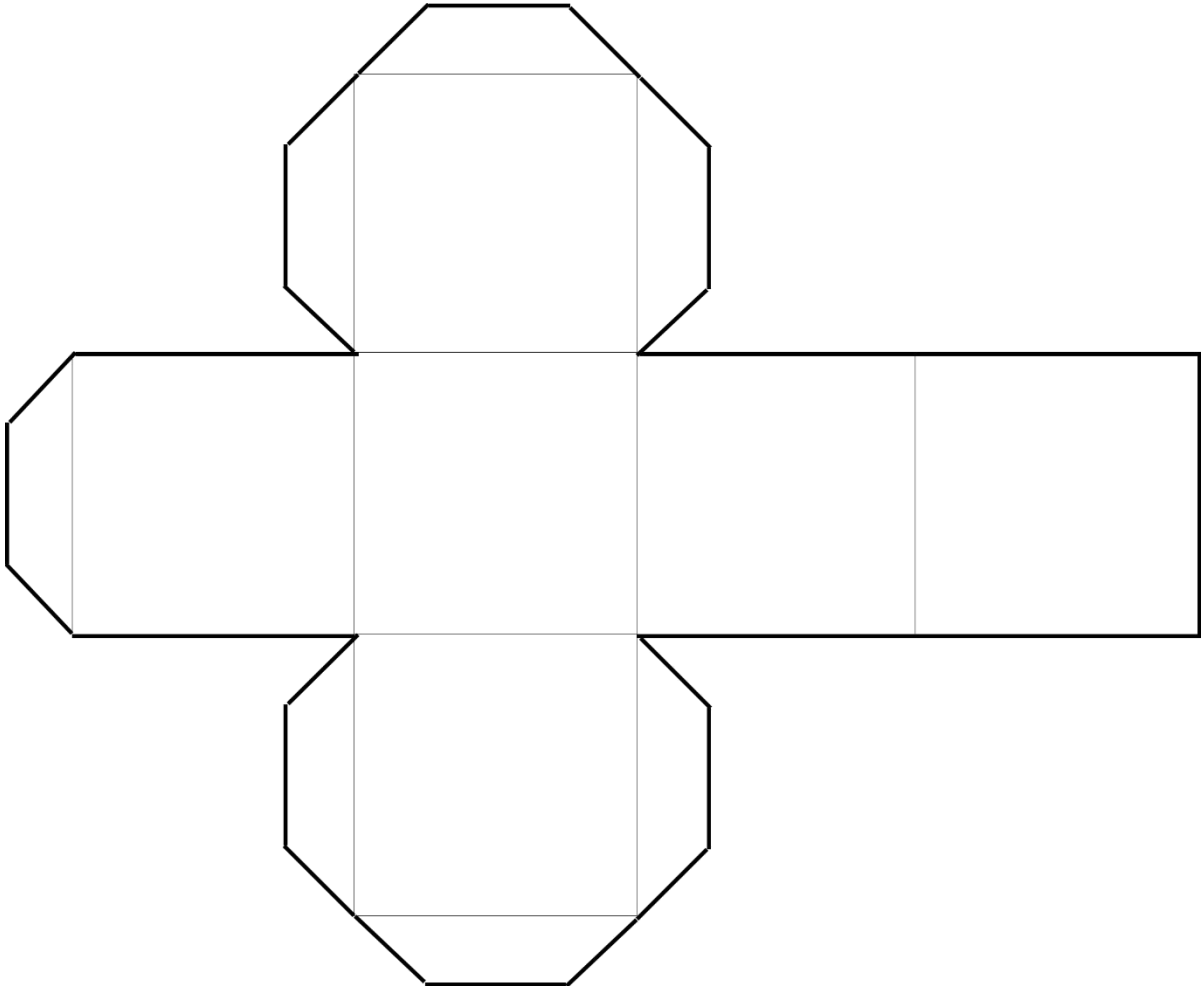


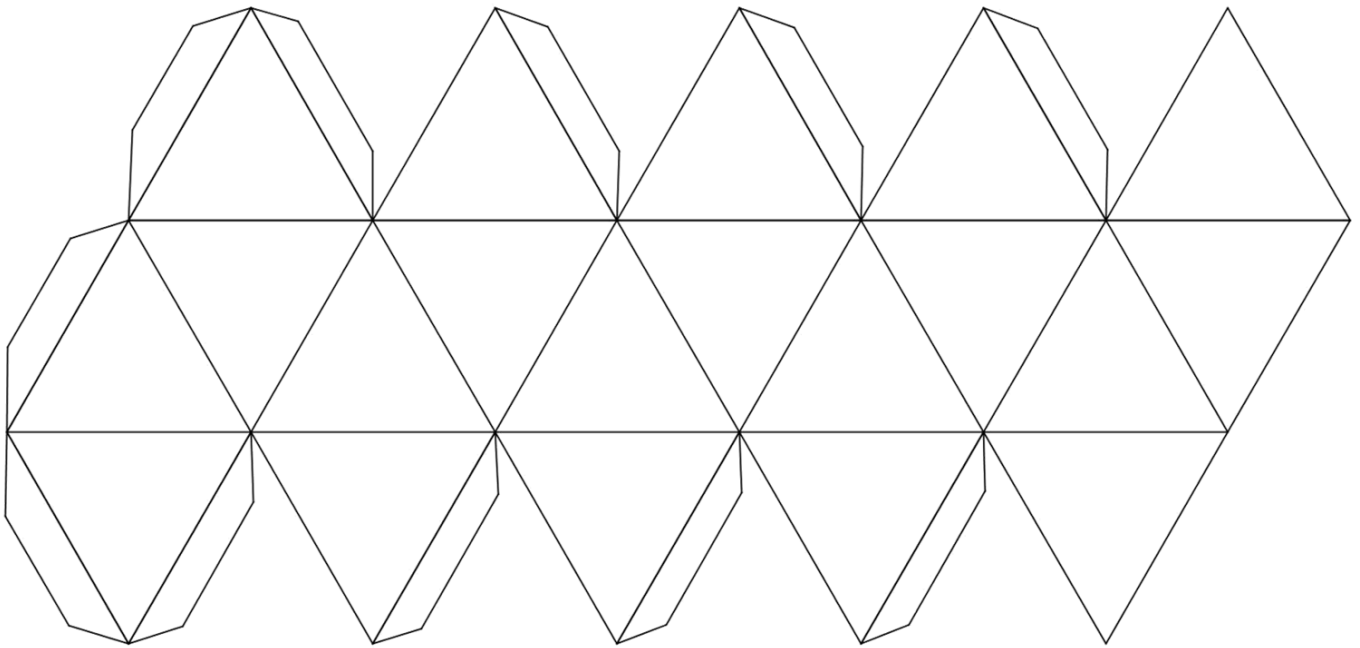
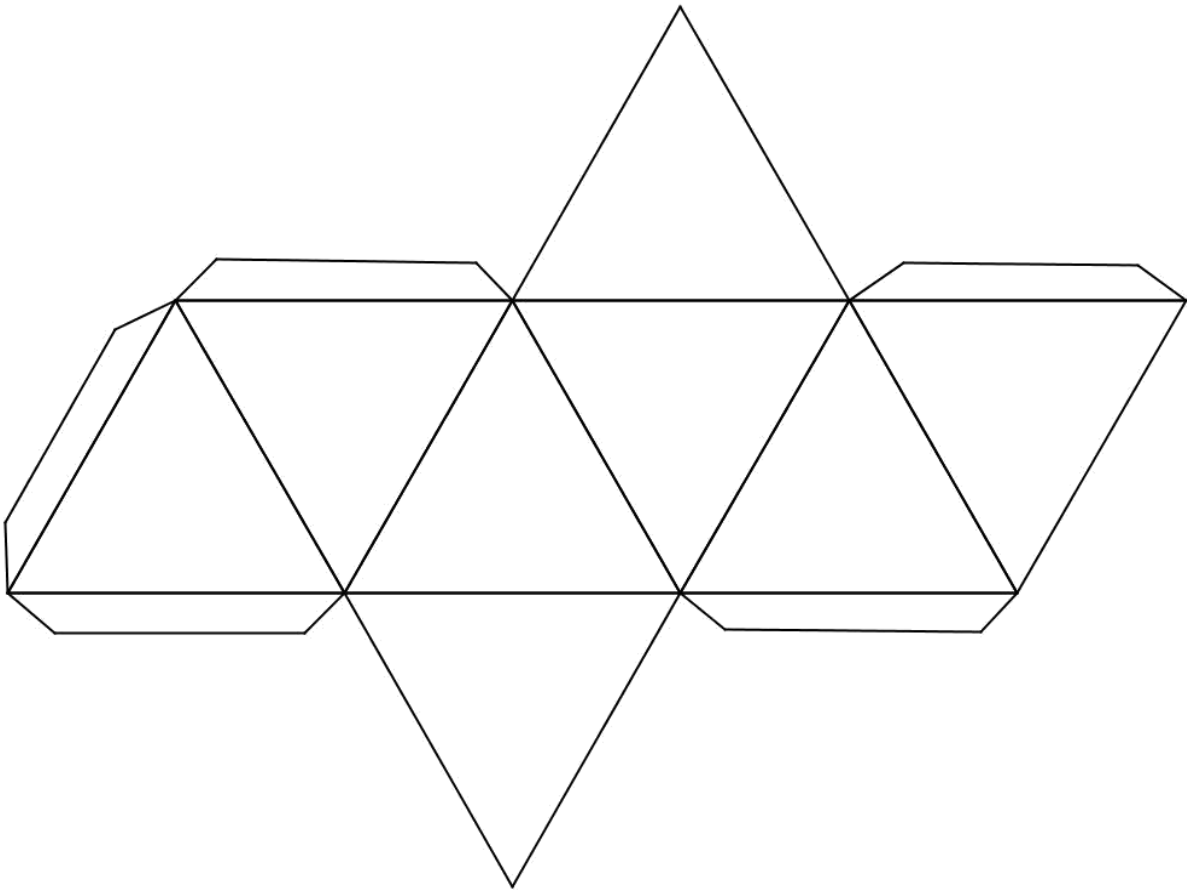


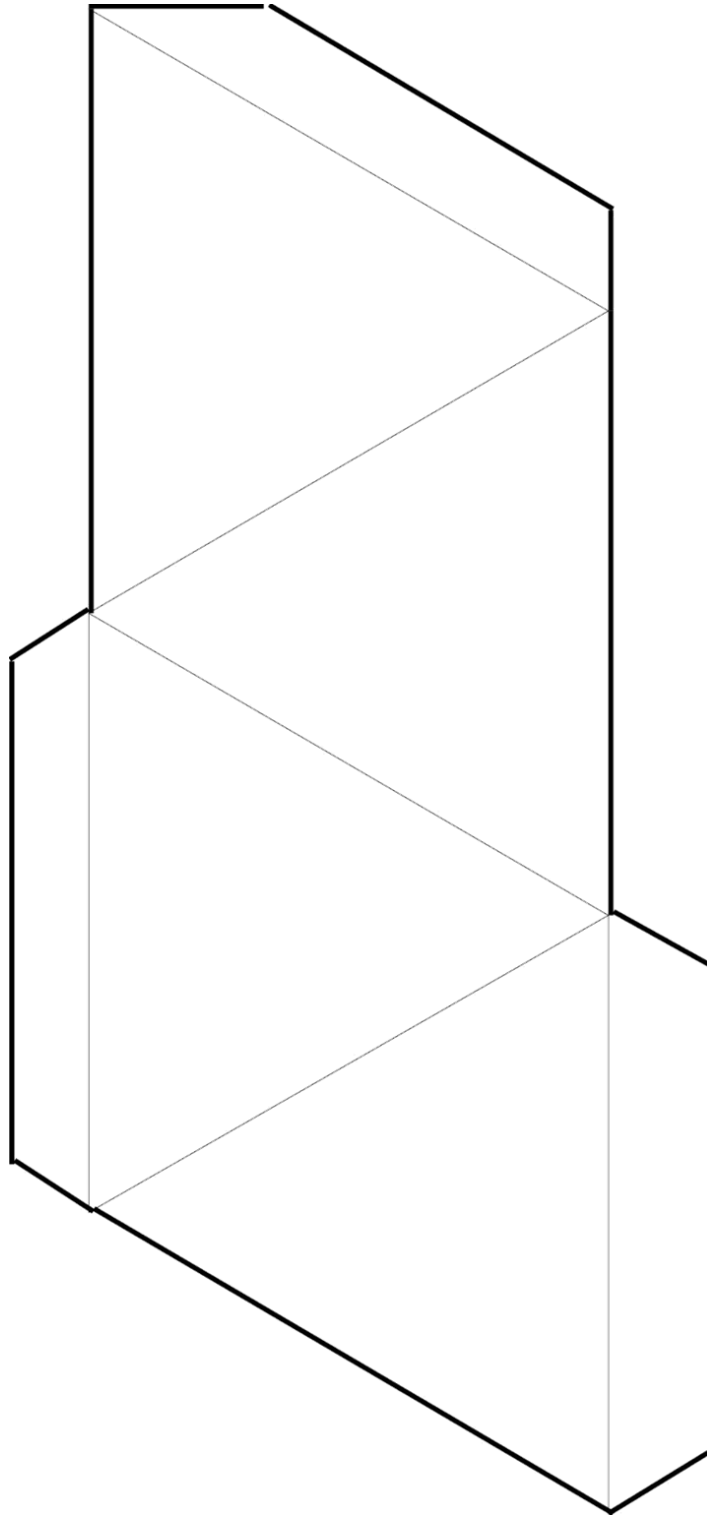


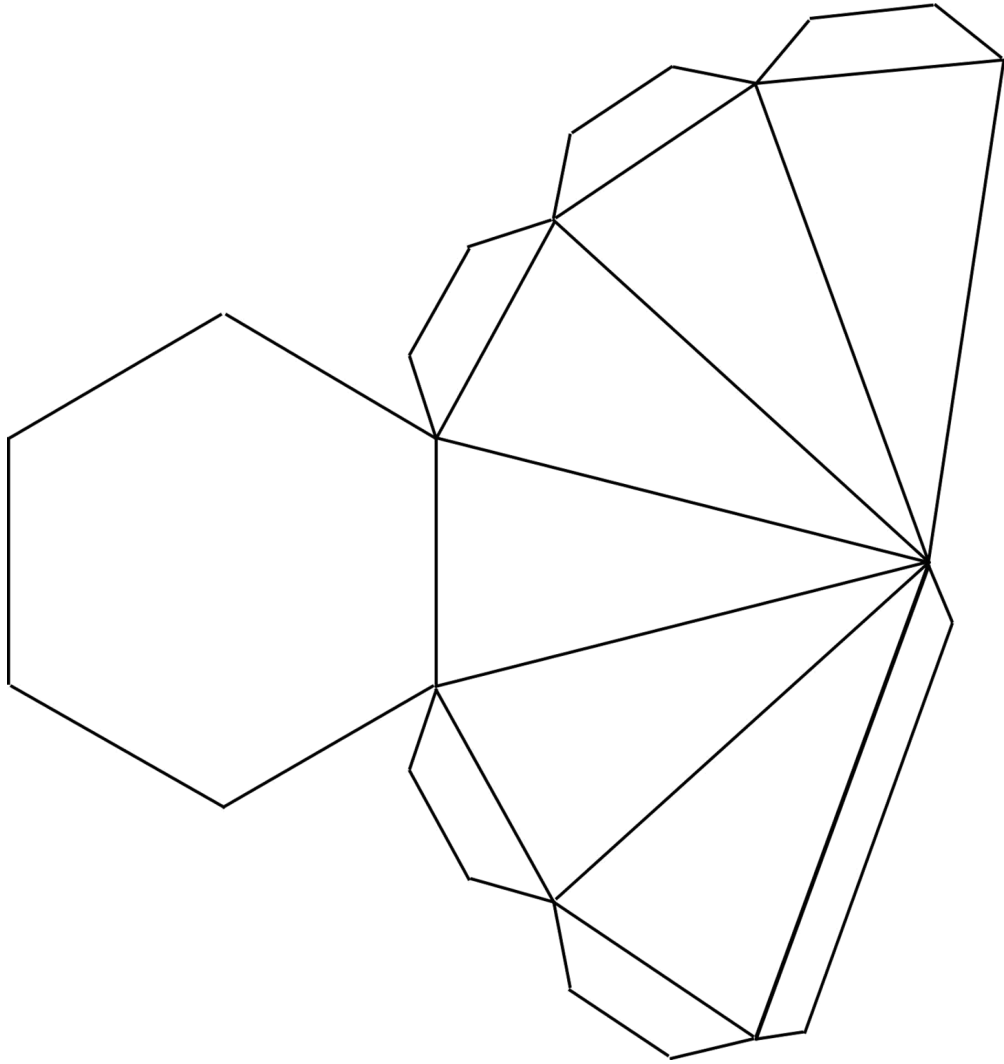


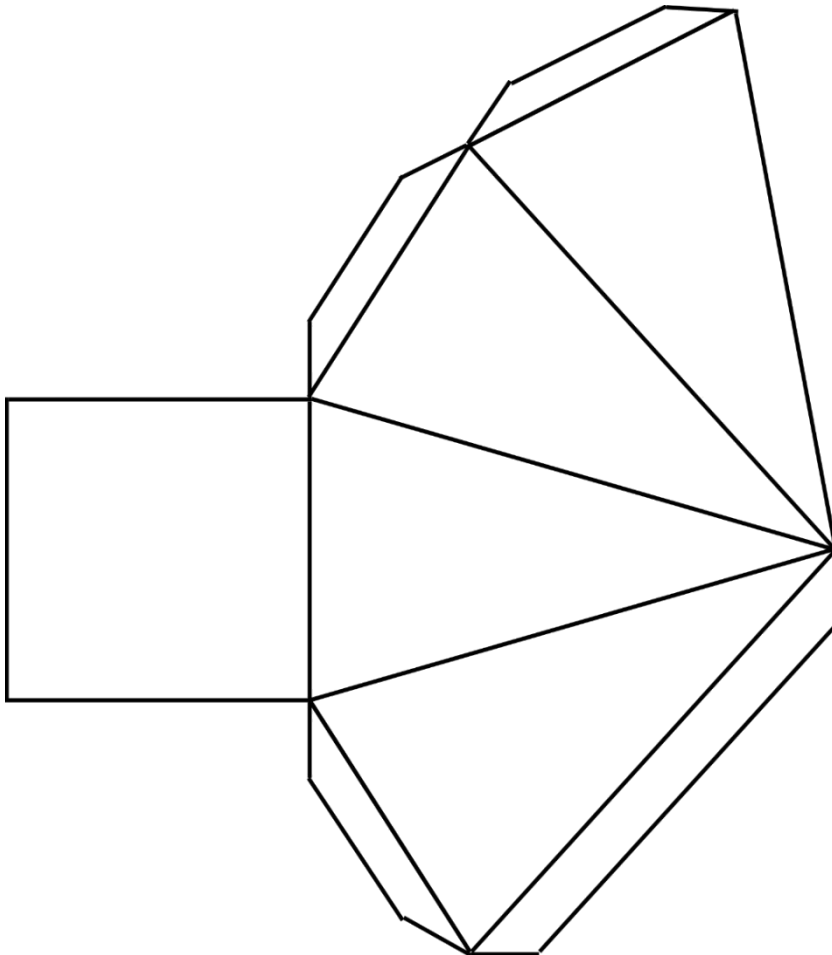
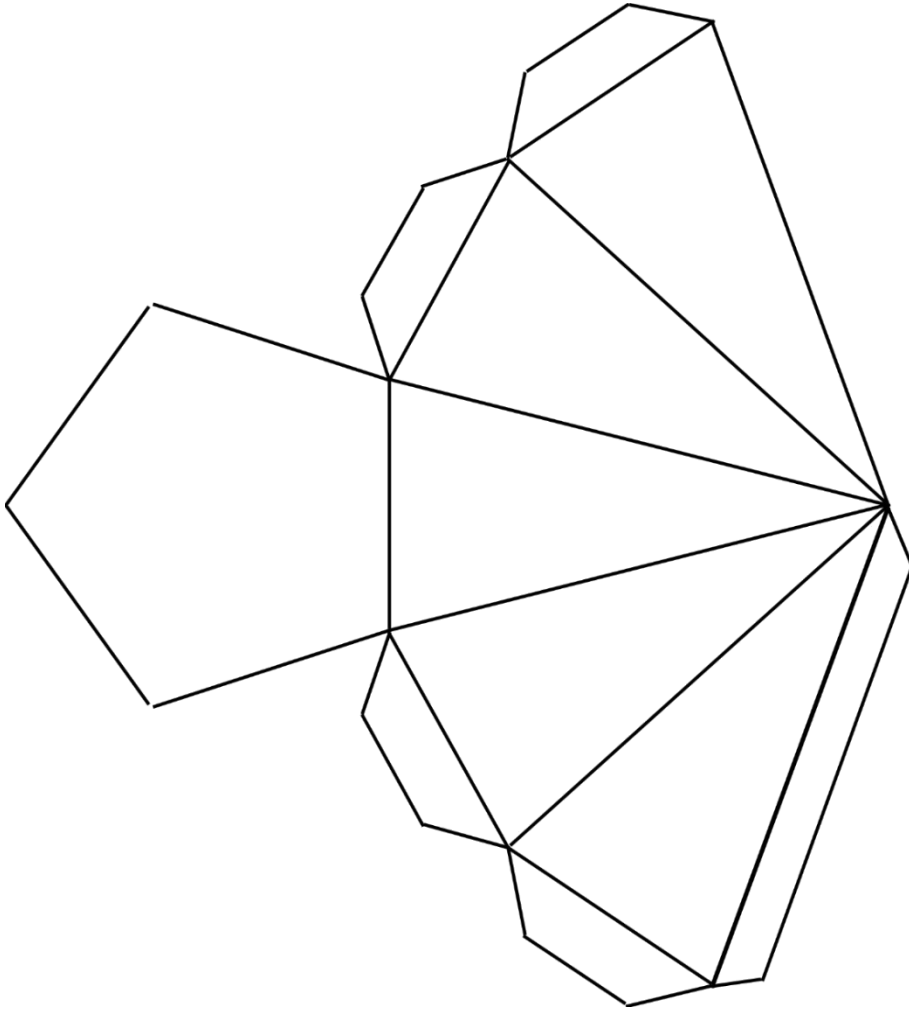


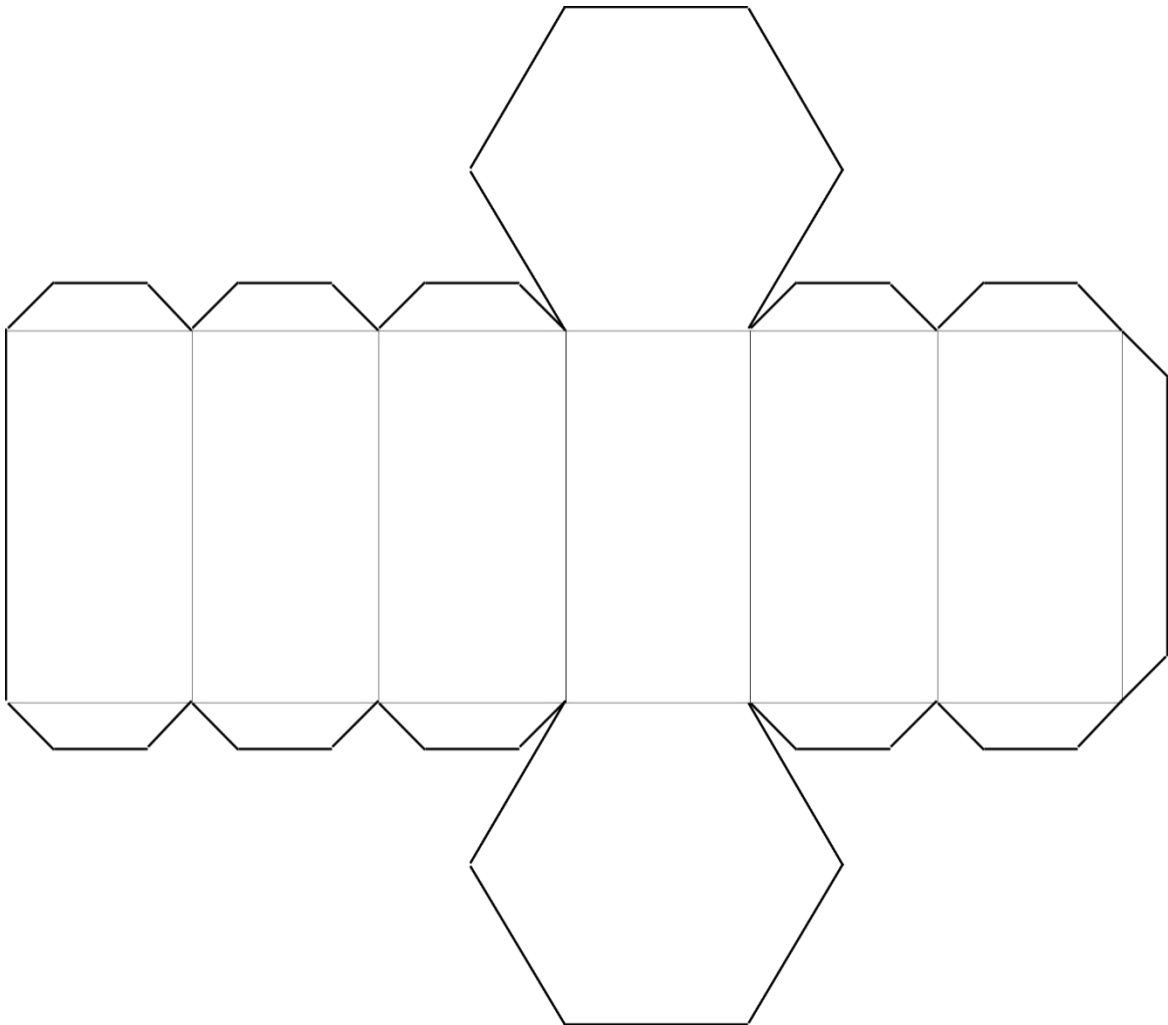
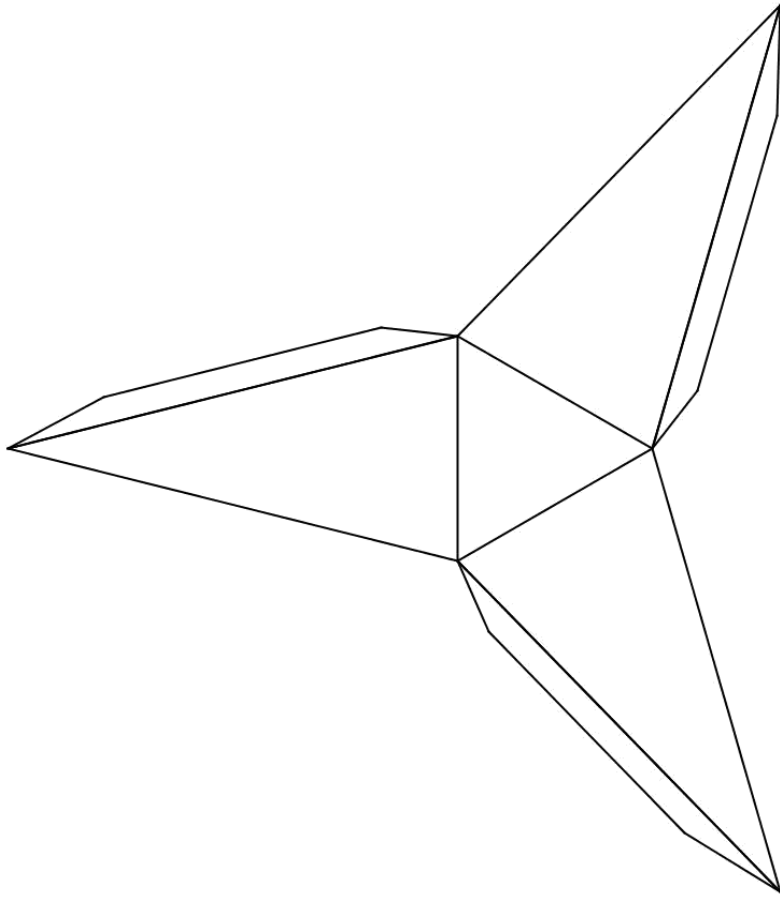


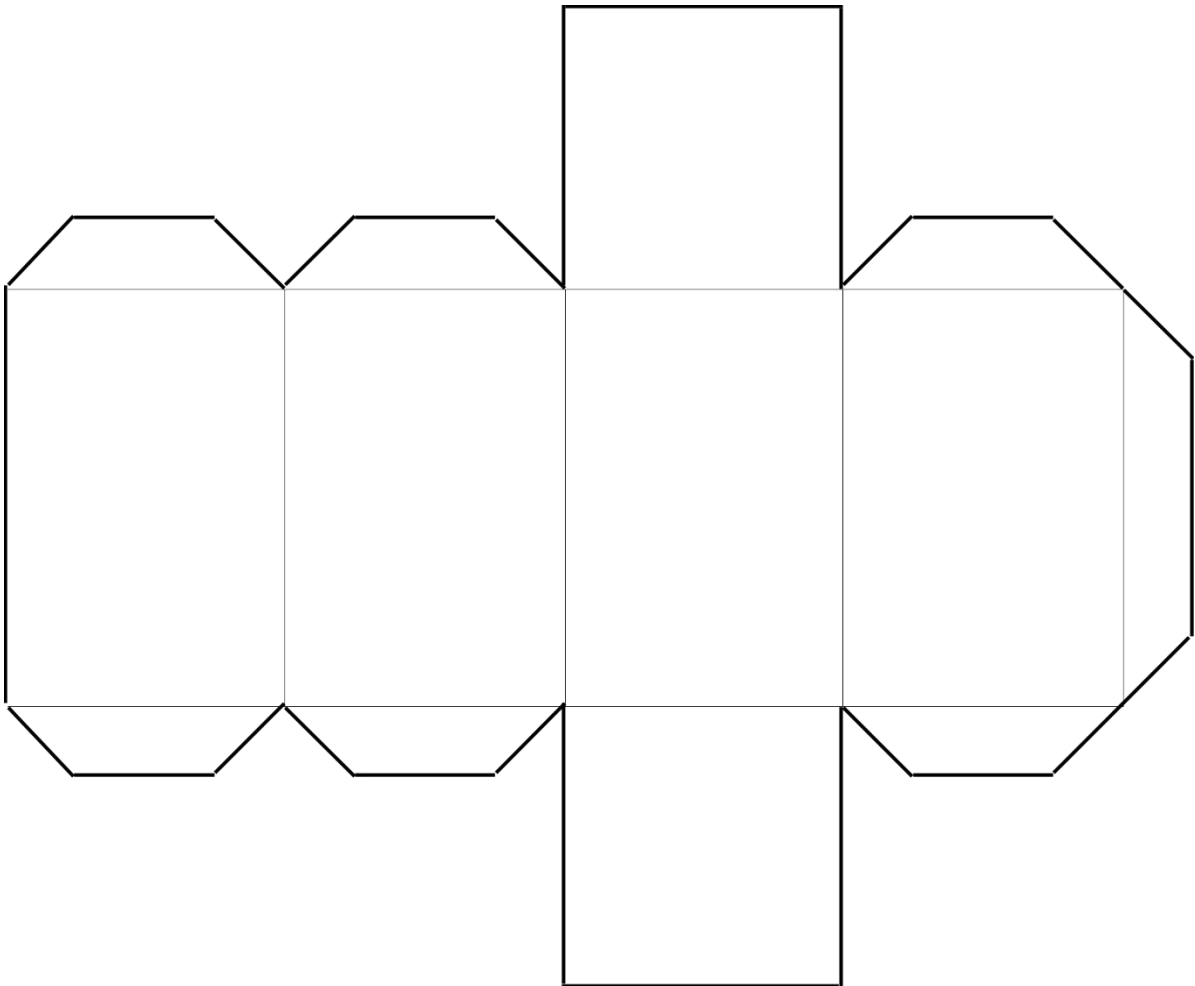
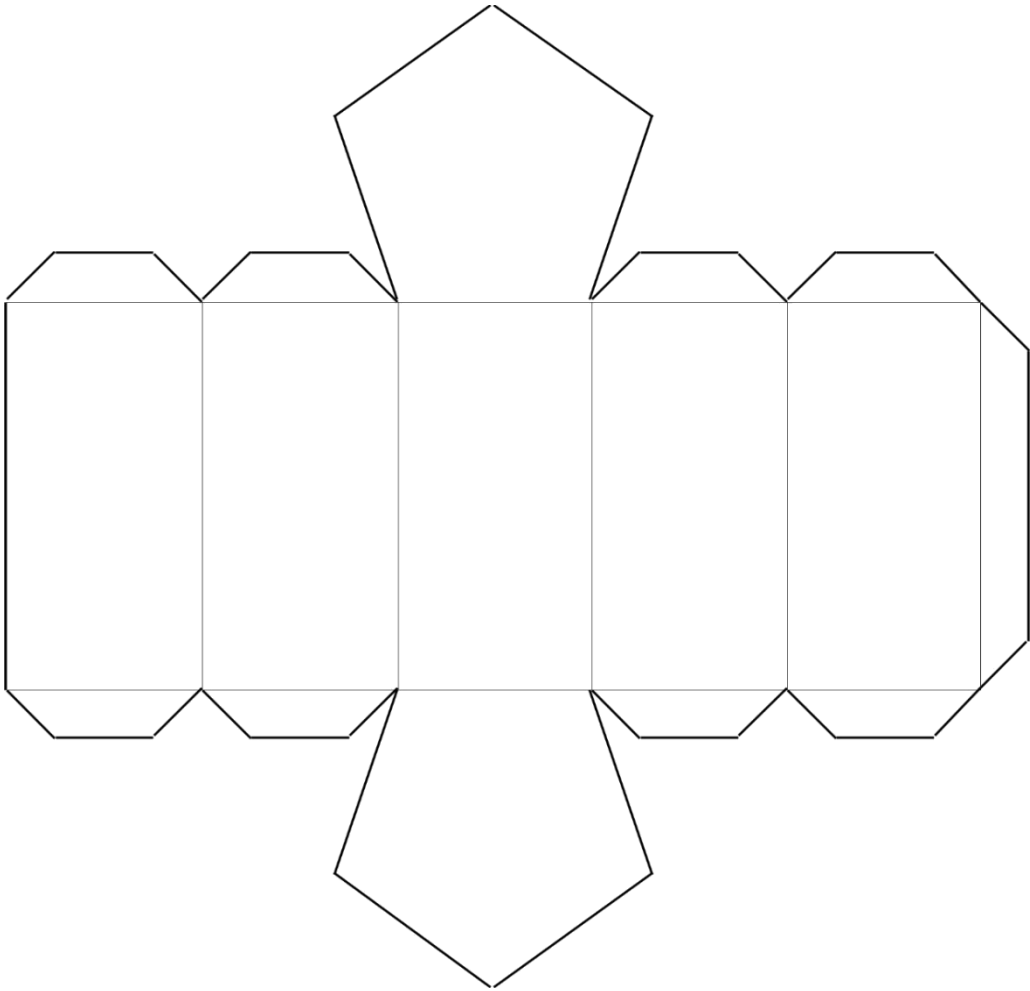


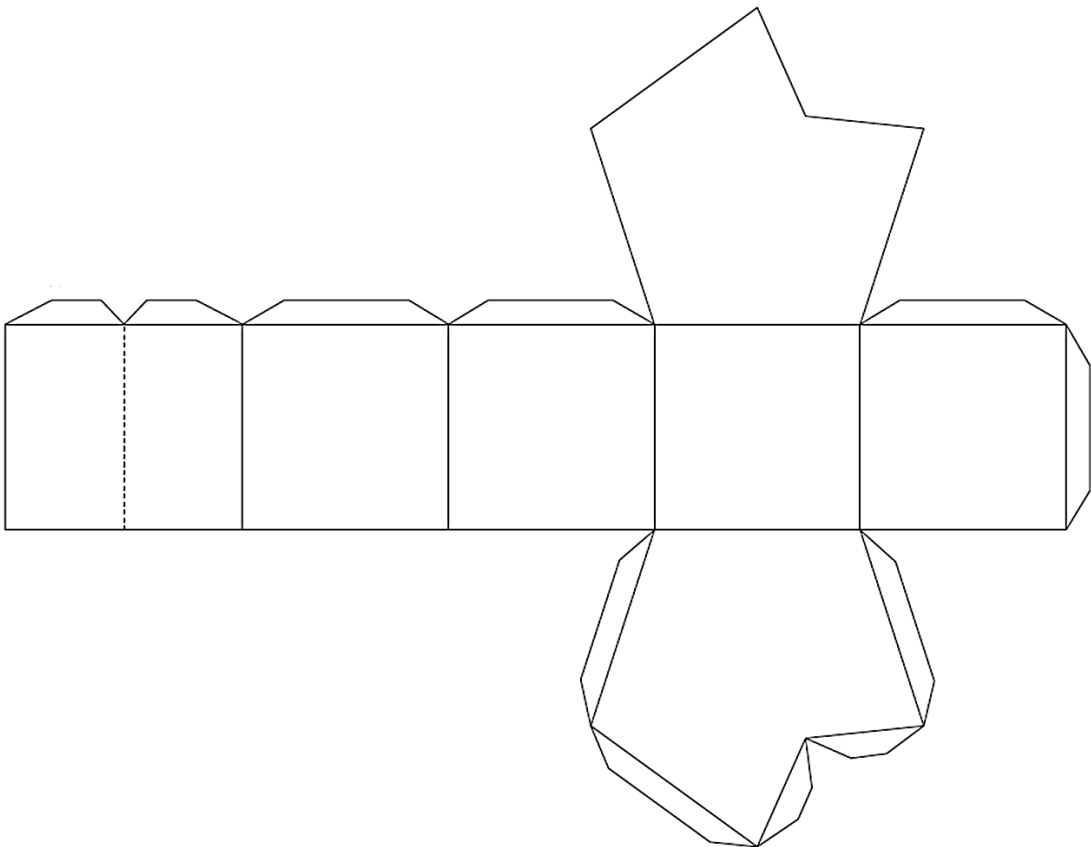
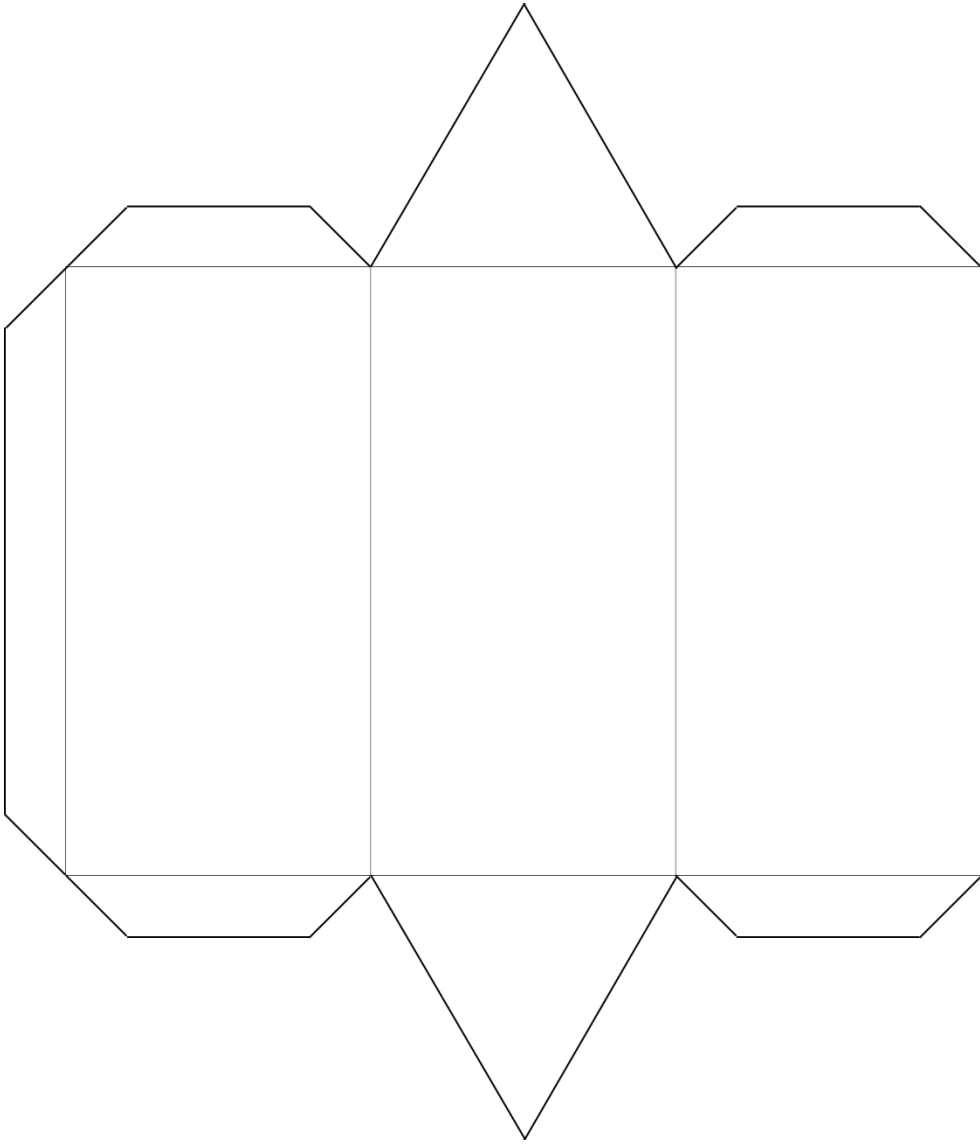


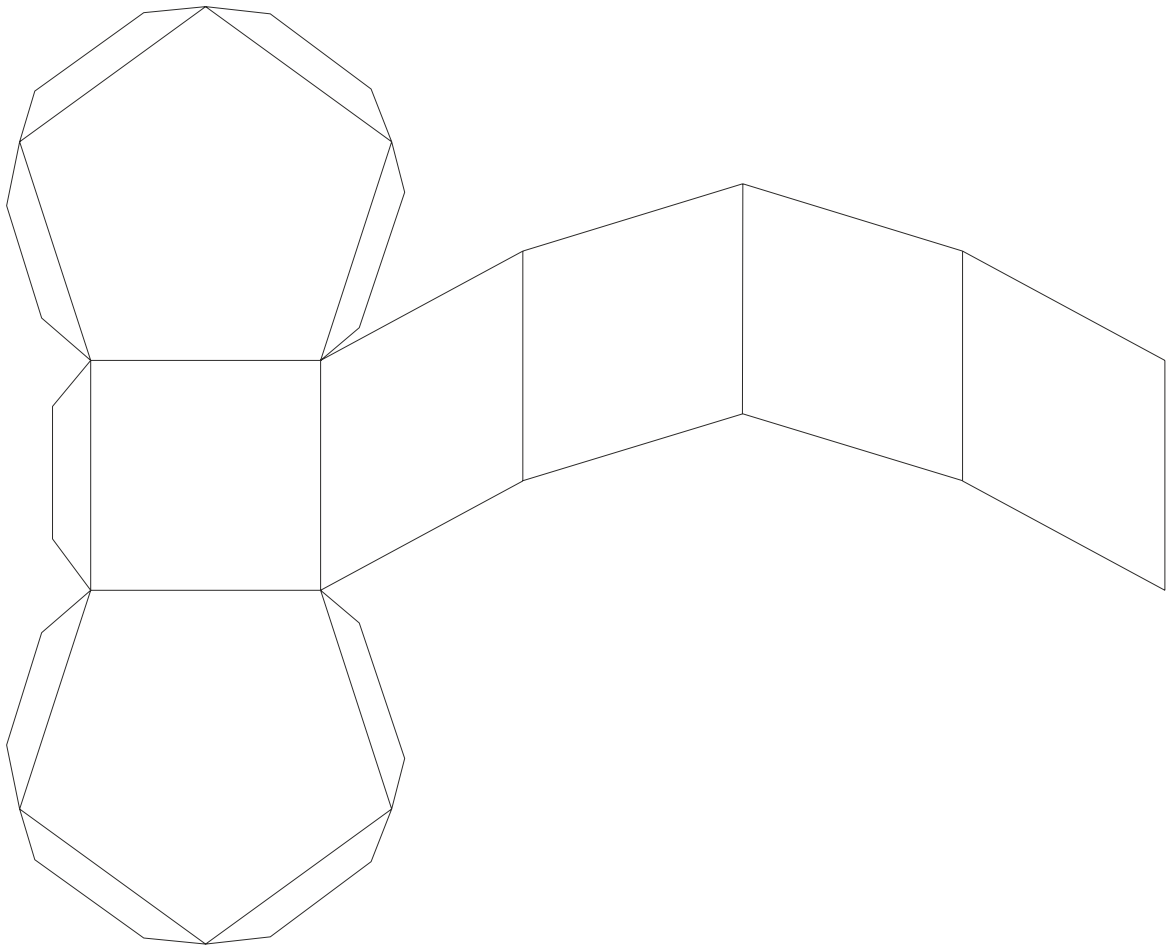
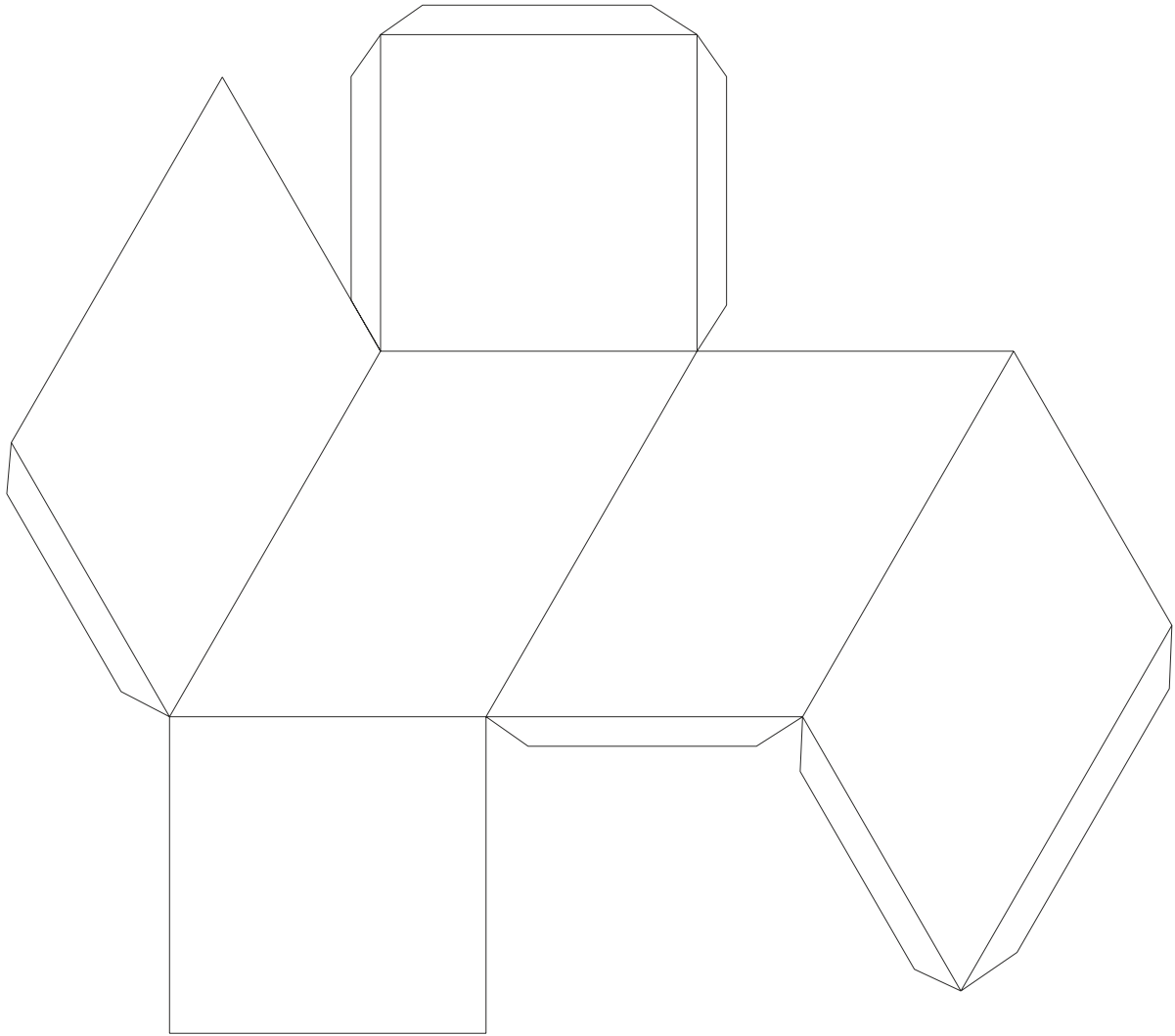


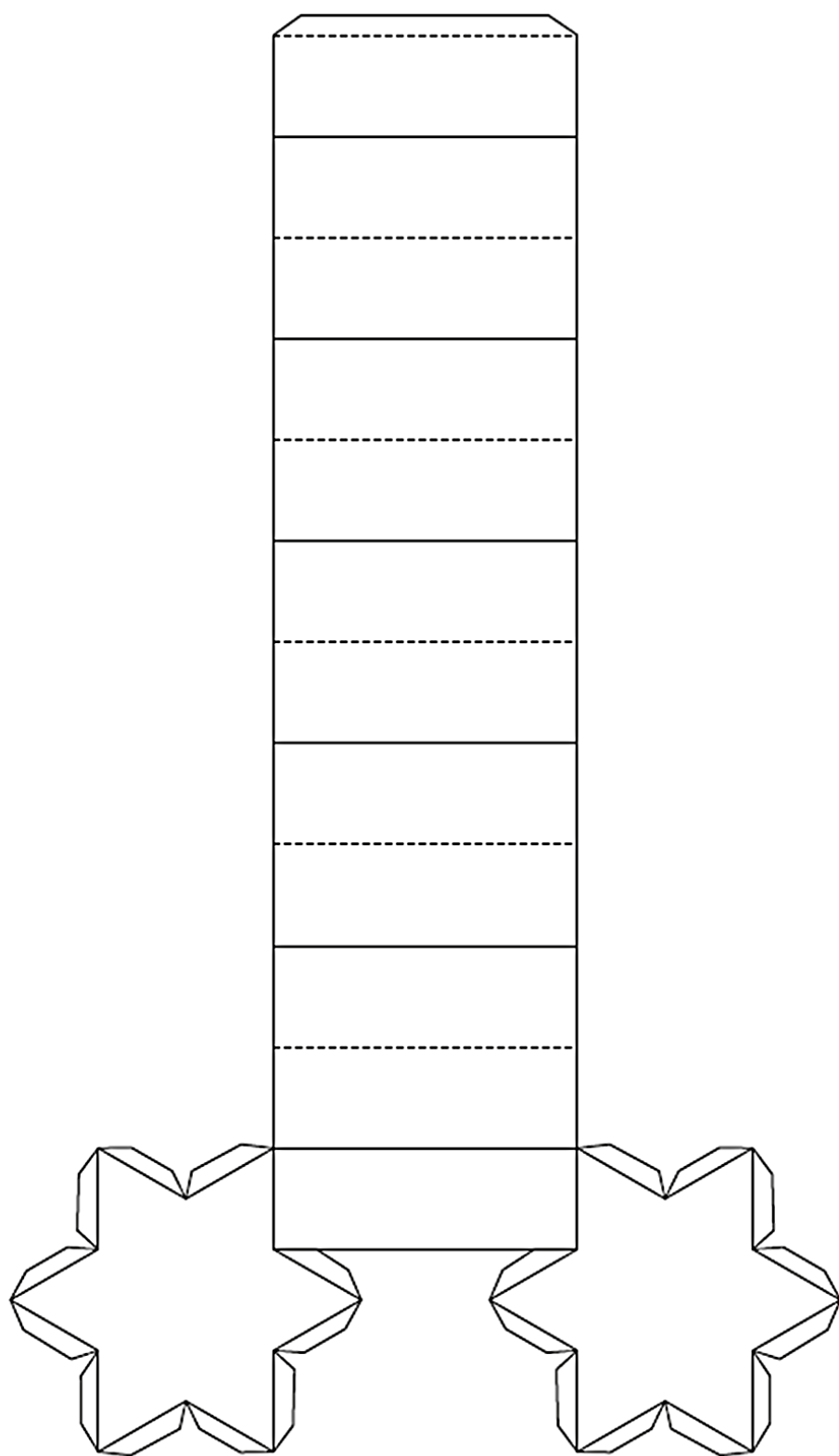


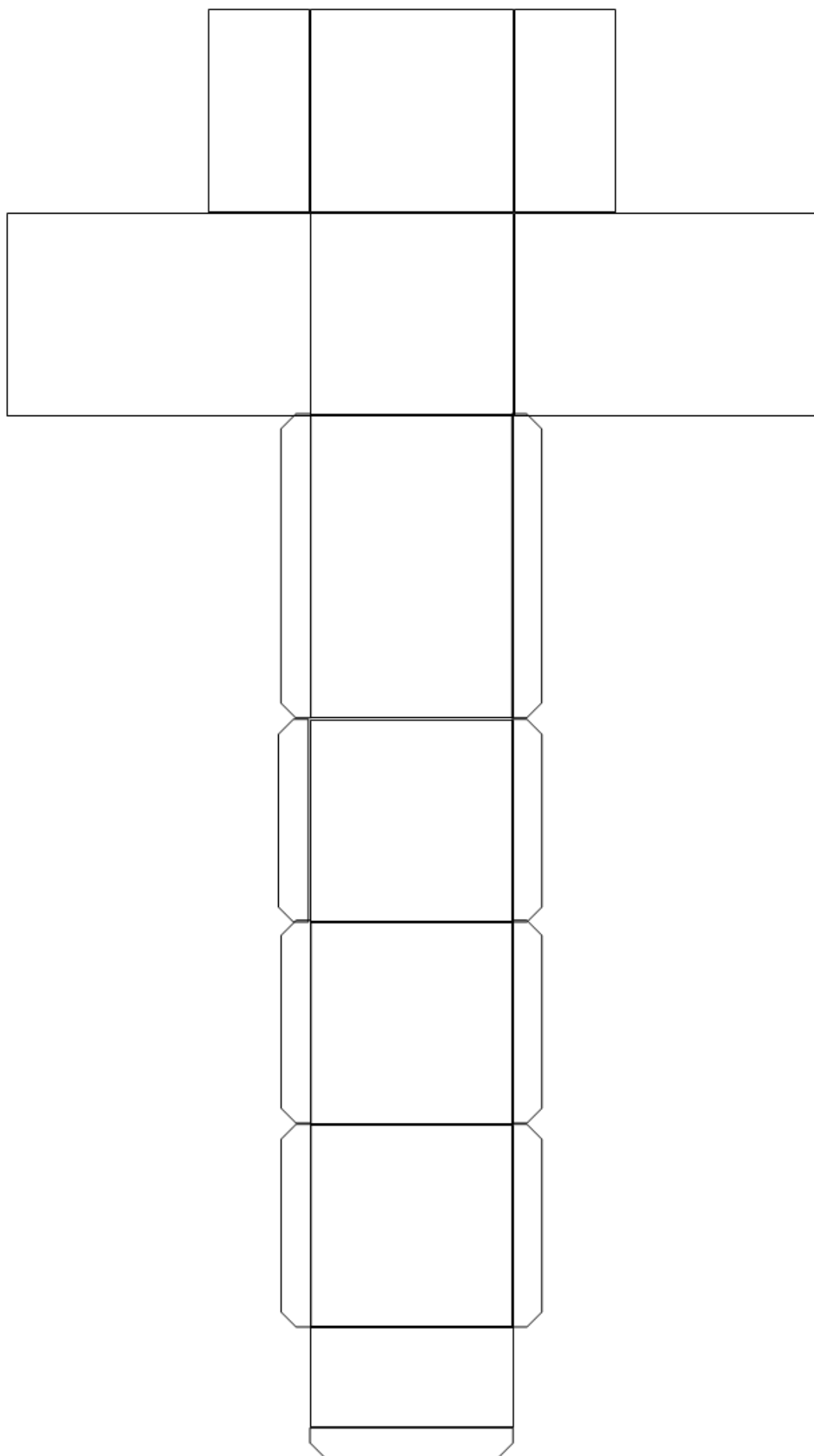


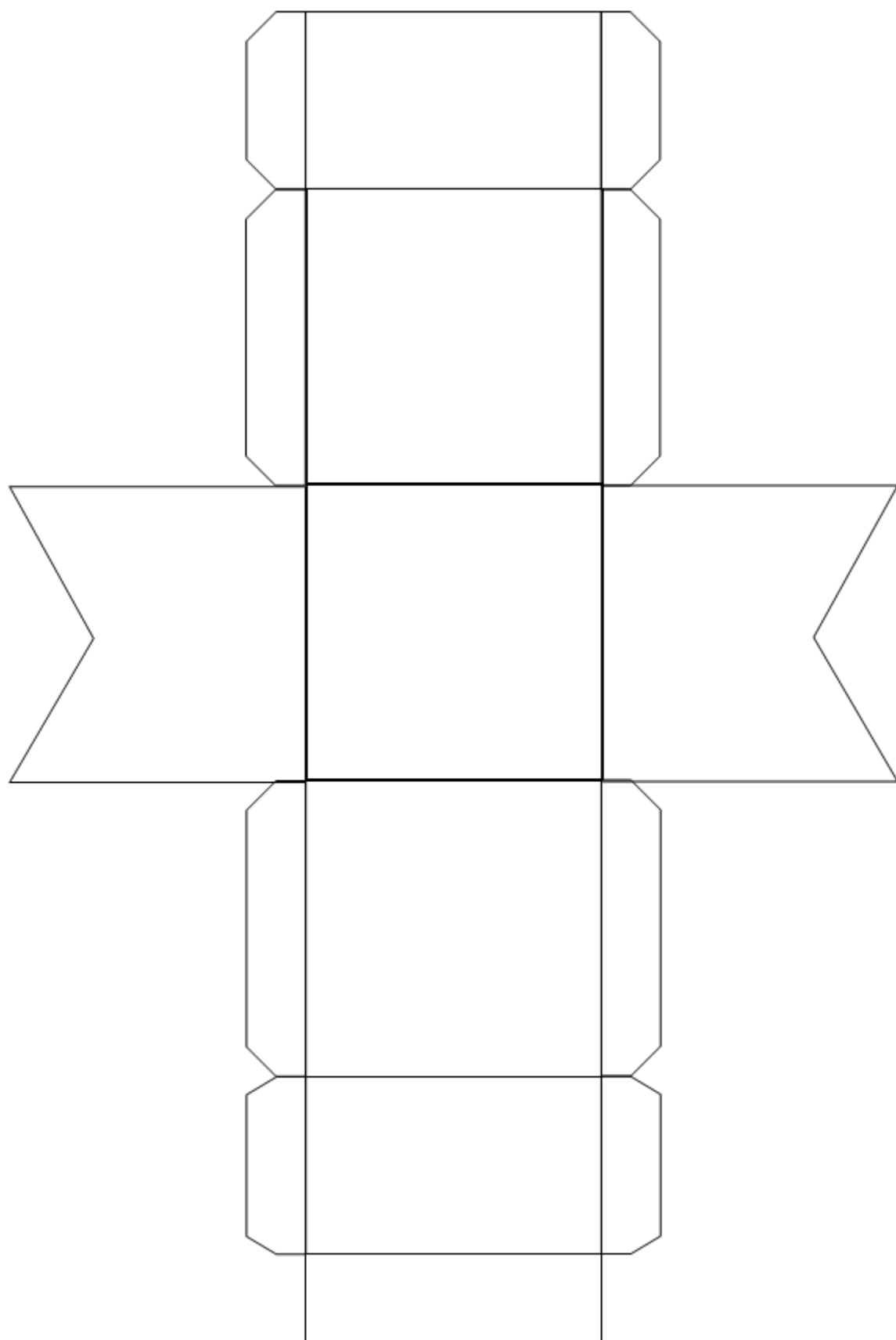














Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66113-010 Belém-PA
www.uepa.br