

Universidade do Estado do Pará

Centro de Ciências Sociais e Educação

Departamento de Matemática, Estatística e Informática

Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino Fundamental



THIAGO JACOB MACIEL MODESTO

A Gênese Instrumental e sua interação com o Geogebra:
uma proposta de ensino de Polinômios

BELÉM/PA
2019

THIAGO JACOB MACIEL MODESTO

A Gênese Instrumental e sua interação com o Geogebra:
uma proposta de ensino de Polinômios

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Ensino Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves.

BELÉM/PA
2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Modesto, Thiago Jacob Maciel

A gênese instrumental e sua interação com o geogebra: uma proposta de ensino de polinômios: /Thiago Jacob Maciel Modesto, orientação de Fábio José da Costa Alves, 2019.

Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

1.Matemática-Ensino auxiliado por computador. 2.Geogebra. 3. Polinômios. I. Alves, Fábio José da Costa (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed.371.334

Bibliotecária: Regina Ribeiro CRB-2 739

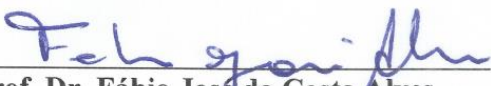
THIAGO JACOB MACIEL MODESTO

A GÊNESE INSTRUMENTAL E SUA INTERAÇÃO COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE POLINÔMIOS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.
Orientador: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

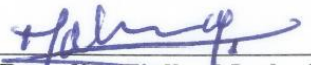
Data de aprovação: 26/04/2019

Banca examinadora

 Orientador
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Doutor em Geofísica – Universidade Federal do Pará
Universidade do Estado do Pará

 Examinadora Interna
Prof. Dr.ª Cinthia Cunha Maradei Pereira
Doutora em Bio Informática – Universidade Federal do Pará
Universidade do Estado do Pará

 Examinadora Externa
Prof. Dr.ª Acylena Coelho Costa
Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Externo
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Doutor em Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará
Secretaria de Estado de Educação do Pará

Aos meus avós Hilton Palmerion (in memoriam), Alba Santos (in memoriam), Ozéias
Jacob Modesto (in memoriam) e Maria José Gaia.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pois direciono toda a minha fé e gratidão por conceder a força para o desenvolvimento de minha trajetória de vida.

Aos meus pais que me direcionaram a seguir sempre com respeito e educação para com os outros, bem como a perseguir meus objetivos.

À Maria José Maciel, à Carolina, ao Valdivino, à Lívia, ao Igor, à Maria José Gaia, à Laura, à Maitê, a todos da família Modesto e da família Santos pelo companheirismo, respeito, entendimento, sabedoria, paciência, compreensão e alegria vivenciados sempre.

Aos familiares da cidade de Tocantinópolis-To, em especial à “Dona Maria do Doca”, que sempre me receberam em suas casas e domicílios de uma maneira hospitaleira, em momentos de lazer e de passeio, quando escapo das aflições e tensões do urbanismo da cidade de Belém-PA.

Ao meu orientador Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves, por disponibilizar competência, criatividade acadêmica, sabedoria e paciência, desde o início do curso, principalmente nas orientações e nas entregas dos artigos para “outro livro”.

Aos professores Cinthia Maradei, Acylena Coelho e Benedito Fialho, que contribuíram não somente com críticas a este trabalho, mas também com inúmeras sugestões para o seu aperfeiçoamento.

Aos professores do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, por todas as trocas de conhecimentos, contribuições, acolhimento, dedicação e seriedade, sempre com a finalidade de melhorar a nossa formação profissional.

Aos colegas de classe que sempre serviram como suporte para trocas de experiência e ampliação de conhecimentos, tanto no âmbito acadêmico quanto no âmbito informal.

Ao amigo Gleidson Marques, pela disponibilidade e paciência na ajuda com a formatação dos trabalhos acadêmicos do curso de mestrado.

Ao Prof. Pedro Sá, que contribuiu para o fortalecimento da motivação para enfrentar as adversidades inerentes a um curso de pós-graduação.

A todos que perguntaram: “e aí Thiago, como anda o mestrado?”.

“Só não muda de idéia quem nada aprendeu.”

(NEWTON)

RESUMO

MODESTO, Thiago Jacob Maciel. **A gênese instrumental e sua interação com o geogebra**: uma proposta de ensino de polinômios. Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

A presente pesquisa tem a intenção de responder a seguinte questão: qual a potencialidade de uma sequência didática, que faz uso de um objeto de aprendizagem construído por meio do *software* Geogebra, no ensino e na aprendizagem de Polinômios? O lócus da pesquisa foi uma escola pública no município de Belém-Pa. Os sujeitos foram estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Os dados obtidos a partir de registros escritos e gravações de áudio foram analisados segundo as teorias da Análise Microgenética e da Semiótica de Duval (1995). Usamos a Teoria de Rabardel (1995) como subsídio para as construções das atividades e como guia para análises das mesmas. A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática. A sequência de atividade, antes de ser aplicada no Ensino Fundamental, foi avaliada e validada por estudantes do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA, que são docentes da rede pública estadual do Pará. A sequência didática proposta apresenta doze atividades voltadas ao ensino de Polinômios. Com o resultado da pesquisa e da coleta de dados, concluímos por meio das análises feitas que os alunos se mostraram mais entusiasmados em aprender o assunto abordado, a aprendizagem desse assunto foi potencializada com a nossa proposta, pois os alunos expressaram a compreensão do objeto matemático em pelo menos duas linguagens diferentes, segundo as teorias de análise. Verificamos também um considerável desenvolvimento da autonomia desses estudantes, além de um melhor desempenho nas resoluções das questões, ambos em um ambiente colaborativo e participativo.

Palavras-chave: Polinômios. Ensino. Geogebra. Instrumentação. Instrumentalização.

ABSTRACT

MODESTO, Thiago Jacob Maciel. **The instrumental genesis and its interaction with geogebra**: a proposal of teaching polynomials. Dissertation of the Professional Master's Program in Teaching Mathematics - University of Pará State, Belém, 2019.

The present research intends to answer the following question: what is the potentiality of a didactic sequence, which makes use of a learning object built through Geogebra software, in the teaching and learning of Polynomials? The locus of the research was a public school located in Belém-Pa. The subjects were students of the 8th grade of Elementary School. The data obtained from written records and audio recordings were analyzed according to the theories of Microgenetic Analysis and Semiotics of Duval (1995). We used Rabardel's Theory (1995) as a subsidy for the construction of activities and as a guide for their analysis. The methodology used was Didactic Engineering. The activity sequence, before being applied in Elementary School, was evaluated and validated by students of the UEPA Mathematics Teaching Professional Course, who are teachers of the state public network of Pará. The proposed didactic sequence presents twelve activities focused on the teaching of Polynomials. With the result of the research and the data collection, we concluded through the analyzes made that the students were more enthusiastic in learning the subject addressed, the learning of this subject was potentiated with our proposal, since the students expressed the understanding of the mathematical object in at least two different languages, according to the theories of analysis. We also verified a considerable development of the autonomy of these students, besides a better performance in the resolutions of the questions, both in a collaborative and participative environment.

Keywords: Polynomials. Teaching. Geogebra. Instrumentation. Instrumentalization.

Lista de Figuras

Figura 1 - Modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.).....	25
Figura 2 - Modelo S.A.I de nossa proposta	26
Figura 3 - Processos cognitivos importantes no ensino de matemática.....	28
Figura 4 - Distâncias horizontais atingidas pelos aeromodelos.....	50
Figura 5 - Distâncias horizontais de alguns grupos.....	50
Figura 6 - Velocidades de lançamento	51
Figura 7 - Tempos de voo dos aeromodelos de alguns grupos.....	51
Figura 8 - Superfície de Revolução plotada utilizando o Geogebra	52
Figura 9 - Superfície de Revolução utilizando o Winplot	52
Figura 10 - Taça plotada usando o Winplot.....	53
Figura 11 - Taça plotada usando o Winplot.....	53
Figura 12 - Resultado apresentado no Geogebra por alunos.....	55
Figura 13 - Gráfico de $P(x)$	55
Figura 14 - Gráfico de $L(x)$	56
Figura 15 - Comportamento das respectivas alturas no Geogebra.....	57
Figura 16 - Comportamento das respectivas notas no Geogebra.....	58
Figura 17 - IMC dos alunos	59
Figura 18 - Gráficos dos IMC no Excel.....	59
Figura 19 - Página inicial do blog de Peixoto (2015)	62
Figura 20 - Interface do objeto de aprendizagem.....	68
Figura 21 - Primeira atividade realizada pela autora	69
Figura 22 - Registro inicial do estudante acerca da quarta atividade proposta	70
Figura 23 - Representação das figuras que compõem o Algeplan.....	71
Figura 24 - Representação com o Algeplan da expressão $x^2 - 2x$	72
Figura 25 - Representação no isopor da expressão $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$	72
Figura 26 - Composição das figuras geométricas	74
Figura 27 - Ditado algébrico	75
Figura 28 - Desenho de sentenças algébricas usando desenhos geométricos	75
Figura 29 - Fichas construídas pelos professores no quadro da aula	76
Figura 30 - Formação de quadrados com as fichas	77

Figura 31 - Construção de quadrados com colagens de fichas	77
Figura 32 - Construção de quadrados com colagens de fichas	78
Figura 33 - Atividade envolvendo área e perímetro de figuras geométricas	79
Figura 34 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 01	119
Figura 35 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 01	120
Figura 36 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 02	123
Figura 37 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 02	123
Figura 38 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 03	126
Figura 39 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 03	126
Figura 40 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 04	128
Figura 41 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 05 .	130
Figura 42 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 06 .	131
Figura 43 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 07 .	133
Figura 44 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 08 .	135
Figura 45 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 09 .	136
Figura 46 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 10 .	138
Figura 47 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 11 .	139
Figura 48 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 12 .	141
Figura 49 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 01	164
Figura 50 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 02	165
Figura 51 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 03	166
Figura 52 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 04	167
Figura 53 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 05	168
Figura 54 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 06	169
Figura 55 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 07	170
Figura 56 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 08	171
Figura 57 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 09	172
Figura 58 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 10	173
Figura 59 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 11	174
Figura 60 - Registro escrito do aluno H1 na atividade 01	175
Figura 61 - Registro escrito do aluno L1 na atividade 02	176

Figura 62 - Registro escrito do aluno D2 na atividade 03.....	177
Figura 63 - Registro escrito do aluno E1 na atividade 04.....	178
Figura 64 - Registro escrito do aluno D2 na atividade 05.....	179
Figura 65 - Registro escrito do aluno N1 na atividade 06.....	180
Figura 66 - Registro escrito do aluno C2 na atividade 07.....	181
Figura 67 - Registro escrito do aluno K2 na atividade 08.....	182
Figura 68 - Registro escrito do aluno M2 na atividade 09	183
Figura 69 - Registro escrito do aluno O2 na atividade 10	184
Figura 70 - Registro escrito do aluno K2 na atividade 11.....	185

Lista de Quadros

Quadro 1 - Cronograma das atividades realizadas na escola	39
Quadro 2 - Opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo Polinômios .	112
Quadro 3 - Resultado de acertos e/ou erros acerca das questões do teste...	113
Quadro 4 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 01.....	143
Quadro 5 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 01.....	145
Quadro 6 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 02.....	146
Quadro 7 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 03.....	147
Quadro 8 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 03.....	148
Quadro 9 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 04.....	149
Quadro 10 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 04.....	150
Quadro 11 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 05.....	152
Quadro 12 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 06.....	153
Quadro 13 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 06.....	153
Quadro 14 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 07.....	154
Quadro 15 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 08.....	156
Quadro 16 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 09.....	157
Quadro 17 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 10.....	158
Quadro 18 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 10.....	159
Quadro 19 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 11.....	160

Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Resultado do Teste 1.....	47
Gráfico 2 - Resultado do Teste 2.....	48
Gráfico 3 - Percentual dos 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas	108
Gráfico 4 - Percentual de 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas	108
Gráfico 5 - Percentual de 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas	109
Gráfico 6 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos	110
Gráfico 7 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos	110
Gráfico 8 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos	111

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1. PERCURSO TEÓRICO E METODOLÓGICO.....	23
1.1. A GÊNESE INSTRUMENTAL DE RABARDEL	23
1.2. OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL	26
1.3. ANÁLISE MICROGENÉTICA	29
1.4. O CAMINHO METODOLÓGICO ADOTADO.....	33
1.4.1. A ENGENHARIA DIDÁTICA	33
1.4.2. OS PROCEDIMENTOS ADOTADOS	37
2. ESTUDOS PRELIMINARES	40
2.1. A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	40
2.2. REVISÃO DE LITERATURA.....	42
2.2.1. ESTUDOS EXPERIMENTAIS	45
2.2.2. ESTUDOS DIAGNÓSTICOS	79
2.2.3. PESQUISAS QUE ENVOLVEM ANÁLISES DE LIVROS	85
2.3. BASE TEÓRICA DOS POLINÔMIOS	90
2.3.1. POLINÔMIO OU FUNÇÃO POLINOMIAL	90
2.3.2. VALOR NUMÉRICO	91
2.3.3. GRAU DE UM POLINÔMIO.....	91
2.3.4. POLINÔMIO NULO	92
2.3.5. POLINÔMIOS IGUAIS	92
2.3.6. OPERAÇÕES POLINOMIAIS	93
3. EXPERIMENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	106
3.1. CONSULTA A DISCENTES	106
3.1.1. ETAPAS DA CONSULTA E SEUS RESULTADOS	107
3.2. EXPERIMENTO DIDÁTICO	115
3.3. A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	116
3.4. ANÁLISE <i>A PRIORI</i> E <i>A POSTERIORI</i>	141
3.4.1. ANÁLISES SOBRE OS REGISTROS DE VOZ	141
3.4.2. ANÁLISES SOBRE OS REGISTROS ESCRITOS.....	162
3.4.3. UMA ANÁLISE GERAL	188
CONSIDERAÇÕES FINAIS	190
REFERÊNCIAS.....	193

INTRODUÇÃO

No início de minha vida estudantil, em uma simples escola de apenas duas salas no Conjunto Jardim Maguari, atualmente conhecido como Conjunto Maguari, na cidade de Belém-PA, minha mãe e minha professora da época já afirmavam que eu tinha grandes habilidades para o entendimento de números, significados de letras e sílabas. Minha mãe sempre achava importante uma pequena ajuda nos deveres de casa, mas sempre que investigava o meu caderno para saber se havia alguma atividade a ser feita, verificava que todas as atividades já haviam sido previamente respondidas. Achava simples efetuar contas de tabuada e escrita do famoso “ditado”, atividades educacionais bem presentes antes de 1990. Minhas professoras dessa época consideravam importante para o aprendizado, o que facilitou a lidar com as resoluções das operações, bem como no desenvolvimento da leitura e da escrita. Estas habilidades facilitaram na minha progressão imediata para a série denominada na época de “primeira forte”. As escolas “Disneylândia” e E.E.E.F.M. Prof. Maria Gabriela Ramos de Oliveira foram os lares do meu antigo “primeiro grau”, correspondente ao Ensino Fundamental de hoje

Anos depois ao cursar o antigo “segundo grau”, equivalente hoje ao Ensino Médio, concomitantemente com o curso técnico de Agrimensura na antiga Escola Técnica Federal do Pará (ETFPA), onde hoje funciona como o Instituto Federal do Pará (IFPA), o gosto e a dedicação pela matemática ganharam ênfase. Ao reforçar o ensino dos meus colegas de classe que tinham dificuldades em práticas de cálculo, a idéia de que isso estava definindo a minha futura carreira no magistério era cada vez mais presente. Assim, a escolha pelo magistério foi arrebatadora.

Não hesitei e aproveitei a oportunidade de prestar o concurso de vestibular no ano de 2000, onde obtive a aprovação no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado do Pará (UEPA). Após dois anos de curso, ingressei no programa de monitoria da disciplina Fundamentos da Matemática Elementar I (FME I) da UEPA, na qual ajudava o professor Miguel Chaquiam em suas atividades acadêmicas. Paralelo à atividade de monitoria havia o Estágio Supervisionado no último ano da graduação, onde o mesmo ocorreu na escola E.E.E.F.M. Deodoro de

Mendonça. Ambas atividades de magistério realçaram o meu prazer no processo de ensino e aprendizagem de matemática .

Após ter sido graduado no curso, fui chamado no ano de 2005 para trabalhar na UEPA, campus de Marabá, para ensinar o conteúdo programático da disciplina Cálculo I para uma turma de Ciências Naturais. Fui recebido de braços abertos pela universidade local e realizei um bom trabalho com os alunos, e o resultado dessa prática me motivou ainda mais dentro do magistério e do ambiente acadêmico. Ser chamado de professor favorecia minha continuidade nesse ambiente educacional. Foi quando ingressei em 2006 no curso de especialização em Matemática do Ensino Superior, na Universidade Federal do Pará (UFPA).

Minha monografia de especialização foi digitada na época com o uso do *software Latex*. Isso me intrigou e me fez observar uma gama de programas e *softwares* que poderiam contribuir para uma melhoria no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Devido à escassez de computadores e laboratórios de informática nas escolas públicas e particulares na época, o uso desses meios dentro do ensino e aprendizagem em matemática ainda era algo distante de ser vivenciado. Porém, com a entrada do uso de redes sociais no cotidiano das pessoas, principalmente com o uso do antigo *Orkut*, o uso de ferramentas tecnológicas se fez necessário cada vez mais no dia a dia de todos os brasileiros. E a escola não ficou fora dessa situação.

A entrada de aparelhos tecnológicos no ambiente escolar ocorreu por meio do uso de computadores em salas e laboratórios de informática, além da posse de celulares e *smartphones* com os alunos. No decorrer da minha *práxis*, achava inadequado o uso do aparelho dentro das escolas. Com o advento de novas pesquisas com uso de tecnologias para ensino e aprendizagem, verifiquei que tais aparelhos poderiam sair da posição de simples instrumentos de diversão ou necessidade na mão dos estudantes e se tornar um bom instrumento de ensino e aprendizagem de conteúdos escolares, principalmente na matemática.

A pesquisa em vigor proporcionou explorar assuntos matemáticos sobre o ensino de Polinômios a partir do uso de um objeto de aprendizagem do *software* Geogebra, pois, de acordo com as experiências vivenciadas no decorrer da nossa prática docente

nas escolas públicas, constatamos dificuldades no que tange o aprendizado de Polinômios, tanto no aspecto conceitual como também na utilização dos conhecimentos prévios para resolução de exercícios ou problemas os quais envolvem o conteúdo, isto é, possivelmente o modelo tradicional de ensino que nos direciona à prática essas duas situações não está provocando o devido resultado desejado dentro da nossa docência escolar. Isso despertou o anseio de propor algo no sentido de sanar as dificuldades observadas durante as aulas.

Outra situação que despertou nossa atenção foi a falta de acesso aos recursos dispostos em salas de informática, porque os professores em sua maioria não a frequentam, e a alegação dos mesmos é a de que possuem pouco ou nenhum domínio em relação aos artefatos da informática educativa e, por isso, é freqüente a solicitação de formações continuadas direcionadas para esse fim.

No ano de 2016 a classificação ao programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, cujo curso teve início em fevereiro de 2017, possibilitou-me a oportunidade de estudar em uma das disciplinas a criação de aplicativos para o Ensino de Matemática no *App Inventor*, no Geogebra e no *Scratch*. Ao criar um aplicativo para *smartphones* e um *software* para computadores, vislumbrei e conectei os conhecimentos acumulados no decorrer da carreira como professor por intermédio do uso de celulares e de computadores, manipulando e criando algoritmos matemáticos para a resolução de atividades, isto é, a junção do artefato tecnológico da informática às Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e o pensamento matemático para a solução de um problema matemático proposto.

Com a referida disciplina do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA, no Centro de Ciências Sociais e Educação, senti um grande incentivo para propor um projeto para ensinar Polinômios no Ensino Fundamental através do uso de *softwares*. Com a aprovação do artigo *Redescobrimos Operações Com Polinômios No 8º Ano Do Ensino Fundamental Utilizando APP Inventor 2 Como Recurso Didático* no XI Encontro Paraense de Educação Matemática (XI EPAEM), a motivação para continuar com a ideia do projeto foi ainda maior.

Tal disciplina ampliou e melhorou os meus conhecimentos sobre a utilização dos artefatos tecnológicos como recursos, que podem fazer parte da nossa prática docente na ampliação e na melhoria de nossa *práxis*, a fim de atender as necessidades apresentadas por cada classe a qual trabalho e alcançar os objetivos traçados a cada início de ano letivo. A dificuldade encontrada no início do curso da disciplina aos poucos desapareceu por conta de todo esse processo de envolvimento e motivação para o uso dessas ferramentas tecnológicas.

A ampliação dos conhecimentos da informática educativa e suas utilizações deixaram-me bastante motivado por querer observar o entusiasmo dos alunos quando houver a utilização dos recursos da informática nas atividades, ou seja, a conciliação do ensino de conteúdos de matemática com os artefatos da informática e das TICs, conforme verificava por meio da leitura de diversos artigos e trabalhos voltados para essa área de atuação.

A facilidade de manuseio, a gratuidade, o ambiente virtual de aprendizagem, a programação visual no ambiente do Geogebra foram pontos elencados que despertaram nosso interesse para utilizá-lo como recurso a partir da Teoria de Rabardel (1995), na qual o(s) estudante(s), que é/são o Sujeito segundo a teoria, usará/usarão o Geogebra como instrumento para encontrar cada solução na sequência de atividades propostas acerca de Polinômios, no qual esse último é o Objeto que o Sujeito pretende tomar posse. Para tanto, faz-se necessário o uso dos conhecimentos matemáticos de maneira ordenada, correta, verificando-se a ocorrência de fato da aprendizagem a cada momento do uso do *software*, bem como a Instrumentalização do Sujeito (RABARDEL, 1995).

A criação do *software* foi decisiva, pois o mesmo servirá para proporcionar a solução desejada de uma atividade, além de reforçar o entendimento por parte do estudante que está na fase de aprendizagem ao relacionar todos os conhecimentos prévios com os conhecimentos inerentes ao ano de estudo durante as aulas.

Assim, com o olhar voltado para os aspectos aqui elucidados, pretendemos obter como produto dessa proposta uma abordagem e contribuição diferenciadas para suprir as deficiências na aprendizagem de Polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental, a

título que tal abordagem e contribuição se transformem em novos caminhos metodológicos para os professores de matemática da Educação Básica.

Pode-se acarretar um grande desperdício no ensino e aprendizagem ao se deixar de utilizar tecnologias como auxílio durante esse processo, pois o acesso ao computador e à *internet* fora de sala de aula também tem aumentado nessas últimas duas décadas, e isso facilita o trabalho dos alunos com *softwares* matemáticos e a comunicação do professor com a turma (DOMINGUES, 2013; HEITMANN, 2013; SOBRINHO, 2013).

Esperamos provocar nas atividades propostas deste trabalho um maior interesse no aluno pelo estudo de Polinômios, de modo que possamos estender esse interesse para vários outros conteúdos da disciplina, pois, nas palavras de Machado (2001, p. 57):

É muito fácil compreender a ausência de uma maior interesse pela Matemática em numerosos indivíduos intelectualmente bem dotados, notáveis mesmo em suas áreas de atuação, que parecem ter poucos pontos de contato com esse assunto. Apesar de essa ser uma postura insólita entre filósofos e de ser muito difícil indicar um só setor das atividades humanas que prescindam completamente de Matemática, não é de se estranhar que a crescente fragmentação do saber em segmentos cada vez mais específicos conduza com tanta frequência tantos indivíduos a um afastamento consciente de certos assuntos. Parece razoável, no entanto, interpretar tal ocorrência como uma questão de opção entre diversas alternativas e não como um impedimento em função de uma incompetência congênita.

Segundo Araújo e Marquesi (2009), os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) podem ser definidos, na perspectiva do usuário, como ambientes que simulam os ambientes presenciais de aprendizagem com o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs). Ainda, de acordo com esses autores, esses ambientes permitem apresentar informações de maneira organizada, utilizar mídias diversas e ferramentas que possibilitam estabelecer interações entre pessoas e compartilhar produções, tendo em vista atingir determinados objetivos.

As reflexões pertinentes sobre a utilização deste recurso e as dificuldades verificadas ao longo da prática docente do autor desse trabalho, que são de onze anos na rede pública do Estado do Pará, concomitantes com 6 anos como professor do Ensino Fundamental nas escolas municipais de Belém, valores completados em 2019,

contribuíram para elencar a proposta de ensino que envolvesse a plataforma do Geogebra, que é totalmente grátis, ou seja, o acesso é livre para qualquer usuário, de modo apenas que o usuário tenha acesso à *internet*. Nestes parâmetros, a finalidade principal é a de reverter a situação de falta de compreensão sobre Polinômios, além de mostrar o quanto de matemática há para o desenvolvimento dos recursos computacionais e seu funcionamento.

Segundo Machado (2012), a Educação Matemática está nas confluências das tentativas de busca por metodologias que possibilitem o alcance de entusiasmos em querer conhecer ou se apropriar dos conhecimentos da matemática para a explicação dos acontecimentos da vida. O autor afirma que mais do que despertar o interesse pelas aplicações práticas da matemática, também é fundamental desvelar sua beleza intrínseca, sua vocação para a apreensão de padrões e das regularidades.

Diante do que foi exposto propomos a Teoria de Rabardel (1995) como subsídio para o desenvolvimento de nossas atividades propostas e para nos guiar nas análises dos resultados por meio da Gênese Instrumental, que por sua vez consiste no processo de transformação do artefato em Instrumento pelo Sujeito (RABARDEL, 1995). Além disso, analisaremos, com base nas ações do Sujeito, a Gênese Instrumental do *software* Geogebra no processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático Polinômios. A Abordagem Instrumental fornecerá os elementos teóricos adequados para esta investigação.

As Análises dos Registros de Representação Semiótica, disposta por Duval (2009), nos auxiliará nas análises de avanços cognitivos, pois a linguagem matemática dispõe de diversas formas de representatividade, o que possibilita verificar os avanços ou não relativos ao entendimento, de forma que as mudanças de registros necessitam de consistência do entendimento, podendo ou não serem congruentes. Para Duval (2009), a questão de coordenação dos registros e os fatores suscetíveis de favorecer esta coordenação aparecem então como questões centrais para as aprendizagens intelectuais.

Por sua vez, a Análise Microgenética subsidiará na análise das modificações existentes entre professor e alunos e nas relações entre alunos, durante o processo de envolvimento em grupo e suas apresentações para toda a classe. Acreditamos que este

tipo de análise é de suma importância para detectar as modificações de forma detalhada, de modo a propor as intervenções necessárias por parte do professor que auxiliará os estudantes, bem como mediará, com a finalidade de alcançar os objetivos traçados e a criação das atividades executadas.

Então, diante do que propomos, a questão essencial é: **qual a potencialidade de uma sequência didática com o uso do Geogebra no ensino e na aprendizagem de Polinômios?**

Assim, a questão de pesquisa suscitará ao objetivo geral de verificar as potencialidades de uma sequência didática sobre o ensino e a aprendizagem de Polinômios com o uso do Geogebra. E para alcançarmos este objetivo traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Resolver atividades propostas acerca do estudo de Polinômios por meio de uma sequência didática subsidiada pela Teoria de Rabardel;
- Avaliar a sequência didática proposta, com auxílio das teorias de Análise Microgenética e Semiótica de Duval;

Em suma, a metodologia utilizada para a nossa pesquisa será a Engenharia Didática; o ensino terá como subsídio a Teoria de Rabardel e para as análises serão a Semiótica e a Microgenética.

Os dados analisados serão os registros escritos por cada grupo nas folhas de registros que serão entregues durante as atividades realizadas com os alunos, onde as mesmas servirão para as análises semióticas; as gravações de áudio para as análises microgenéticas serão obtidas durante a execução das atividades.

No primeiro capítulo trataremos com mais afinco a Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), a qual subsidiará no processo de ensino-aprendizagem, no intuito de contemplar os conteúdos pertinentes para o ano de estudo por meio de suas interações entre Sujeito, Objeto e Instrumento; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995) como um dos recursos para analisar os diversos registros de representação semiótica e seus respectivos métodos de análises; a Análise Microgenética como mais um recurso de análise da pesquisa; o caminho metodológico que adotamos, junto com a apresentação da Engenharia Didática como metodologia de

pesquisa usada para o desenvolvimento das fases de nossa pesquisa e os demais procedimentos adotados para o início da experimentação.

No segundo capítulo abordamos três tópicos importantes responsáveis pela construção da proposta e dos objetivos deste trabalho: a Revisão Bibliográfica, composta por informações pertinentes sobre pesquisas realizadas no âmbito do ensino e aprendizagem de Polinômios com diferentes abordagens metodológicas, atribuindo suporte e subsídios para o delinear de nossa pesquisa; a Base Nacional Comum (BNCC), que nos referenciou de uma maneira formalizada dentro do currículo do Ensino Fundamental, e uma detalhada contribuição teórica sobre os Polinômios em um nível acadêmico, com o propósito de enriquecimento de idéias e compreensão desse assunto.

No terceiro capítulo relatamos uma consulta feita a alunos de uma escola pública do estado do Pará, que foi o nosso lócus de pesquisa, cuja finalidade foi averiguar e diagnosticar possíveis obstáculos que os estudantes apresentam quanto ao estudo de Polinômios. Além do mais, apresentaremos nesse capítulo a avaliação da sequência didática feita com professores da rede pública e/ou mestrandos em Ensino de Matemática por meio do experimento didático, seguindo de sua validação. Por último trataremos de nossa Sequência de Atividades, construída para atingir os objetivos desse trabalho, junto com as Análises *A Priori* e *A Posteriori*, chegando à Análise Geral e às Considerações Finais, onde essas duas últimas seções relatam o resultado alcançado após a realização do nosso experimento com os sujeitos participantes.

1. PERCURSO TEÓRICO E METODOLÓGICO

A seguir abordaremos tópicos sobre as teorias que nos serviram como embasamento para fundamentar a sequência de desenvolvimento de nossa pesquisa: a Engenharia Didática, como metodologia de pesquisa que nos proporcionará organização das fases da pesquisa, do momento inicial até o final; a Semiótica e a Microgenética, que nos servirão de suporte para analisar os dados obtidos durante a execução da sequência didática, além de tecer as considerações; a Teoria de Rabardel, que nos servirá como subsídio, além de nos auxiliar por meio da Instrumentação e da Instrumentalização a desenvolvermos a sequência didática nos moldes estabelecidos desde a detecção do problema ao momento de suas resoluções.

1.1. A Gênese Instrumental de Rabardel

A teoria da instrumentação ampliada de Pierre Rabardel encontra-se em sua obra de 1999 intitulada **Le langage comme instrument, éléments pour une théorie instrumentale élargie**, ou seja, “Linguagem como instrumento, elementos para uma teoria instrumental expandida” (RABARDEL, 1999, tradução nossa), na qual, com base na Ergonomia do Trabalho, ele revisita sua própria teoria e apresenta o que denomina de *teoria instrumental ampliada*. A seguir, faremos referência às citações do texto original de Rabardel (1995).

A Teoria da Instrumentação de Rabardel se fundamenta na mediação da atividade humana proposta por Vigotsky (1998), que apresenta em seu quadro teórico que a relação do homem com o mundo é uma relação mediada e complexa, mas não é uma relação direta. A referida teoria parte do pressuposto de que um artefato entendido como um objeto material (lápis, esquadro, computador, telefone celular, etc.) ou simbólico (gráfico, mapas, aplicativos e etc.), não é automaticamente um instrumento eficaz e prático para o desenvolvimento de determinada atividade, sendo necessário uma apropriação e uma ação por parte do Sujeito sobre ele. Neste contexto ele propõe compreender o processo pelo qual um artefato transforma-se progressivamente num instrumento eficaz para o desenvolvimento de uma atividade, de modo que esse Instrumento é considerado como uma unidade mista, composta:

[...] por um lado, o artefato material ou simbólico, produzido pelo sujeito ou por outros sujeitos; por outro lado, de esquemas de utilização associados, resultado de uma construção própria do sujeito, ou de uma apropriação de esquemas sociais de utilização já existentes. (RABARDEL, 1995, p. 95, tradução nossa).

Por essa definição proposta por Rabardel (1995), o Instrumento é composto pelo artefato e pelos esquemas de utilização do Sujeito na ação sobre o artefato. Os esquemas de utilização são vinculados à utilização do artefato pelo Sujeito para a realização de uma atividade, ademais eles provocam sempre uma reorganização da atividade, pois são gerados a partir da necessidade do Sujeito, tendo em vista seus conhecimentos e o meio em que ele está inserido.

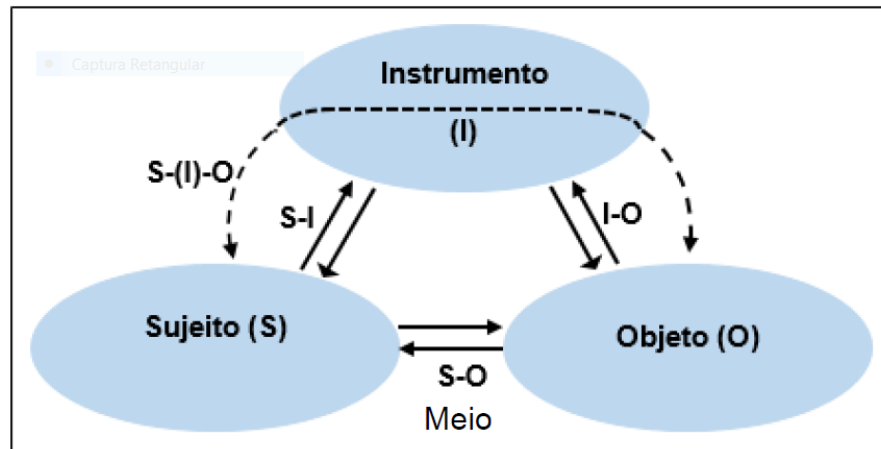
Rabardel (1995) propõe como esquemas de utilização: esquemas de uso relacionados à gestão das características e propriedades particulares do artefato; esquemas de ação instrumental por meio dos quais há uma recomposição da atividade dirigida para o objetivo principal do Sujeito em virtude da inserção do Instrumento; e esquemas de atividade coletiva instrumental referindo-se aos esquemas de utilização individuais que se integram no meio coletivo para atender aos objetivos comuns.

Além dos conceitos acima expostos, Rabardel (1995) também propôs investigar como se dá a transformação do artefato em Instrumento, o que ele denominou por Gênese Instrumental, isto é, um processo complexo, que alia, por um lado as características do artefato com suas potencialidades e limitações e, por outro lado, as ações dos Sujeito. Para ele a Gênese se desenvolve em duas dimensões, a saber: (i) Instrumentação que é orientada para o próprio Sujeito, o qual ele constrói esquemas ou desenvolve esquemas pré-existentes e acomoda-os, valendo-se dos seus conhecimentos para a utilização do artefato com o objetivo de realizar a atividade proposta; (ii) Instrumentalização que se refere ao enriquecimento das propriedades do artefato, posto que o Sujeito tendo o artefato em mãos, vale-se das possibilidades e restrições do mesmo para desempenhar as atividades.

Para conhecer a Gênese Instrumental, Rabardel (1995) propôs o Modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.) com três pólos: Sujeito da atividade, Instrumento mediador e Objeto de estudo.

Para analisar a Gênese, Rabardel (1995) propôs o modelo das Situações de Atividade Instrumentadas (S.A.I.), apresentado na figura 1.

Figura 1 - Modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.)



Fonte - Rabardel (1995, p. 53)

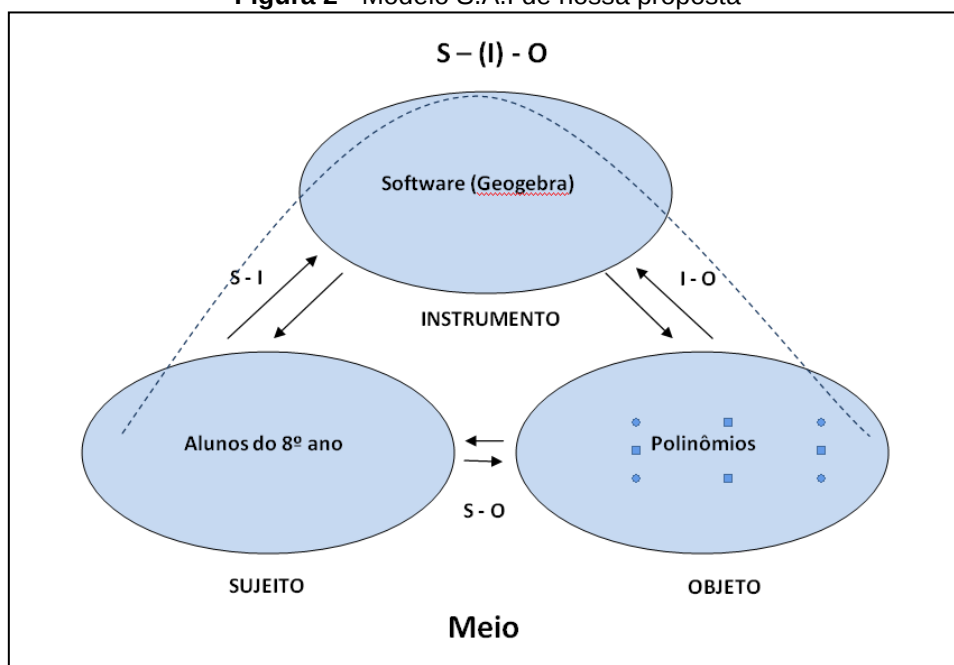
Para Rabardel (1995), este modelo S.A.I., além do meio formado pelo conjunto de condições que são apresentadas ao Sujeito para a realização da atividade, retrata uma multiplicidade de relações e interações entre os três pólos representados por: **Sujeito (S)**, usuário, operador, empregado, agente, etc.; **Objeto (O)**, ao qual a ação de usar o Instrumento é dirigida, portanto a matéria, objeto da atividade, de trabalho, etc.; **Instrumento (I)**, ferramenta, máquina, sistema, utensílio, produto, etc.

A partir do Modelo são consideradas as seguintes relações sempre em dois sentidos: Sujeito e Instrumento [S-I]; Instrumento e Objeto [I-O]; Sujeito e Objeto [S-O], as quais são consideradas relações diretas e a interação Sujeito-Objeto mediada pelo Instrumento [S-(I)-O].

Tomando por base estas relações, Rabardel (1995) propõe a utilização da relação [S-I] para conhecer o processo de Instrumentação da Gênese Instrumental e das relações [I-O] e [S-(I)-O] o processo de Instrumentalização.

Tendo feito estas considerações apresentamos a seguir na figura 2 o Modelo S.A.I. organizado para atender ao nosso objetivo.

Figura 2 - Modelo S.A.I de nossa proposta



Fonte: o próprio autor

Conforme a figura 2 acima ilustra nossa proposta, nosso pólo **Sujeito (S)** será composto por alunos de uma escola pública do município de Belém- PA que estejam cursando o 8º ano do Ensino Fundamental. Nosso pólo **Objeto (O)** é concernente ao estudo de Polinômios referente ao 8º ano do Ensino Fundamental abordado a partir de uma sequência didática que apresentaremos em um capítulo posterior. Nosso pólo **Instrumento (I)** será representado pelo *software* Geogebra, que nos auxiliará nas tarefas de nossa proposta.

Portanto, o nosso objetivo quanto ao uso da Teoria de Rabardel foi o de subsidiar a elaboração das atividades de nossa sequência didática, além de contribuir como um guia para nossas análises após a experimentação.

1.2. Os Registros de Representação Semiótica de Duval

A princípio vamos justificar a escolha da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como recurso para as análises do desempenho dos participantes de nossa pesquisa no momento de seus registros e representações obtidas por meio da aplicação do instrumento de pesquisa, que serão entregues no decorrer das atividades.

A semiótica foi escolhida como suporte de análise por propiciar, segundo Santaella (1983) a investigação de todas as manifestações de linguagens, a partir de qualquer fenômeno e atitudes produzidas com significado e sentidos próprios. Duval (2011) sustenta que os signos tornaram-se objeto de estudos a partir das manifestações científicas que se manifestam de diversas formas com representações simbólicas ao fornecer os suportes necessários para a efetivação da comunicação.

Duval (2003; 2009), por meio de seus trabalhos voltados aos registros de representação semiótica, evidencia sua relevância por propiciar a descrição dos avanços cognitivos ao fornecer ao estudante o controle e a autonomia, sobre os possíveis tratamentos matemáticos inerentes a cada situação mencionada por uma atividade e ao permitir o entendimento, desencadeado por análises cognitivas visto que os registros são manifestações simultâneas a cada um dos momentos de exposição dos seus entendimentos.

Os processos cognitivos regidos por Duval (2009) mostram que a representação de um objeto não é necessariamente o objeto em si, mas, a interpretação sugerida em relação ao objeto em questão, caracterizando-o em relação ao modo como cada indivíduo é capaz de representá-lo a sua maneira. A “representação” pode acontecer por meio de palavras e símbolos, designando ou expressando denotações. Pode ser representado, matematicamente, por meio de símbolos, em se tratando de números ou letras para designar numerais e valores desconhecidos, em uma equação ou expressões algébricas.

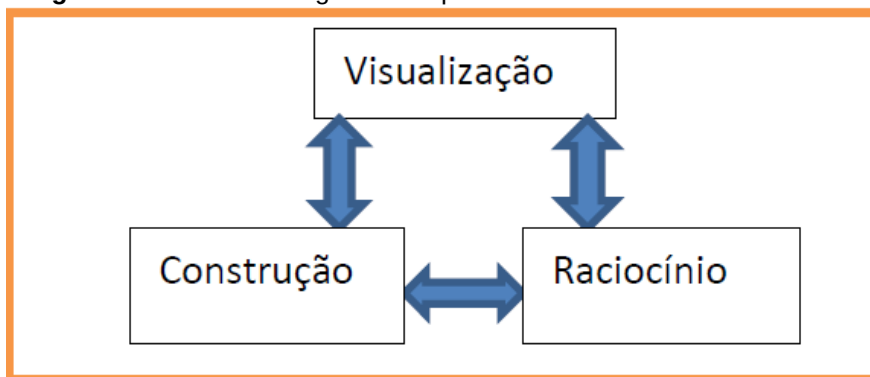
Para Duval (2009), o verbo “representar” em matemática pode ser entendido como a maneira de exteriorizar um objeto matemático de diferentes formas como: representação pictórica, símbolos, geometricamente e gráficos. No entanto sua interpretação está intrinsecamente relacionada ao conhecimento que cada um possui durante o processo de verificação da representação manifestada, ou seja, as representações e os efeitos causados em suas interpretações estão diretamente atrelados ao conhecimento delas e das linguagens, indicado por Duval (2009) de representações semióticas. Para este autor, nem sempre há um entendimento considerado fácil por parte dos estudantes da maneira como o professor espera que

aconteça, pois, durante o processo de entendimento, as conexões cognitivas do sujeito são acionadas, e isso torna os resultados diferentes para cada um especificamente.

Portanto, todo e qualquer forma de registro que foi manifestado por cada um dos participantes da pesquisa em seus grupos serviu de dados para as análises e de configuração para o delineamento de seus entendimentos no processo de ensino e aprendizagem, com a indicação ou não de avanços sobre determinado tipo de entendimento que se pretendia averiguar.

Os aspectos relevantes da Teoria de Duval utilizados em nossa pesquisa seguiram os preceitos de verificação das dificuldades, das descrições, do desenvolvimento do raciocínio mediante o seguinte processo, representado na figura 3 a seguir.

Figura 3 - Processos cognitivos importantes no ensino de matemática



Fonte - Fainguelent (1999, p. 54), adaptada por Pinheiro (2017, p. 65)

As dificuldades mencionadas por Duval (2009) estão relacionadas ao raciocínio quanto às manifestações, de explicação, ao descrever uma situação, desenvolvimento de um cálculo ou durante a resolução de um problema. Todas essas manifestações, segundo o autor, perpassam por representações semióticas e quando acontecem conversões entre as representações, há aquisição de conhecimento, ou seja, aprendizagem.

As integrações dessas ações cognitivas em uma atividade de matemática contribuem para viabilizar o entendimento e, conseqüentemente, o aprendizado e o desenvolvimento matemático. Para Duval (2009), a visualização é o ponto primordial que pode trilhar por caminhos diversificados, promovendo reflexões sobre as

observações, além de transformações e o raciocínio para então a objetivação da consistência do conhecimento desejado.

Os meios pelos quais é possível verificar a aprendizagem depende, segundo Duval (2009), das transformações de Conversão e Tratamento de representações semióticas disponibilizadas. O Tratamento caracteriza-se quando as transformações semióticas acontecem apenas em um sistema semiótico, ou seja, durante a descoberta do valor de uma ou mais incógnita no processo de resolução de uma equação, suas etapas de desenvolvimento acontecem somente pelas representações algébricas e pela sua simplificação.

Para Duval (1995), a Conversão é uma operação cognitiva, porém, de outra natureza que compreende a transformação de uma dada representação em outra, pertencente a um outro sistema semiótico, de modo a conservar a totalidade ou parte da representação inicial, sendo necessária ser efetuada pelo sujeito aprendente, sem caracterizar uma tradução ou decodificação. Essa operação não é uma operação trivial e nem cognitivamente neutra, segundo nos alerta Duval (1995). Exemplo: “um número positivo” (língua materna) e “ $x > 0$ ” (linguagem algébrica). De acordo com esse teórico, é na Conversão das representações de um sistema semiótico a outro que haverá uma operação cognitiva que pode ser descrita como uma mudança de forma, que possibilitará a conceitualização dos objetos matemáticos pelos sujeitos aprendentes.

Portanto, a Semiótica de Duval (1995) é de grande auxílio para nossas análises dos dados obtidos a partir dos registros escritos para nos direcionar a uma conclusão a respeito de ocorrência de aprendizagem por parte do nosso Sujeito.

1.3. Análise Microgenética

Como já citamos na introdução deste trabalho, a utilidade da Análise Microgenética nessa pesquisa será enfática para a nossa análise das modificações existentes entre professor/pesquisador e alunos e nas interações entre os estudantes, durante o processo de envolvimento em grupo e em suas apresentações para toda a classe durante a execução das atividades. Afirmamos que esta análise é de grande relevância para detectar as modificações de forma bem minuciosa, com o objetivo de propor as intervenções necessárias por parte do professor/pesquisador que, nas suas

possíveis intervenções, prestará auxílio aos estudantes bem como mediará ações entre os mesmos, com o propósito de alcançar os objetivos traçados e a criação das atividades executadas. Para nossas referências consideraremos as idéias de Goes (2000) e Cabral (2004), bem como as referências citadas por esses autores em seus trabalhos.

Para Cabral (2004), a Análise Microgenética é uma forma de construção de dados que exige a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, isto é, uma análise orientada para o funcionamento dos sujeitos, das relações intersubjetivas e das condições sociais da situação. O autor também afirma que se trata efetivamente de um relato minucioso que demanda normalmente uso de videogravação, estratégias para filmagem e transcrição de falas interativas.

Goes (2000) afirma que a Análise Microgenética pode ser o caminho exclusivo de uma investigação ou articulação a outros procedimentos, para compor, por exemplo, um estudo de caso ou uma pesquisa participante, e uma questão importante a ser destacada é o delineamento das características peculiares à Análise Microgenética, em sua vinculação com a matriz histórico-cultural. A autora complementa que é preciso distingui-la de outras análises de microeventos referenciadas em correntes teóricas diferentes, bem como ressalta o caráter profícuo desse caminho metodológico que envolve estudos referentes à subjetivação em sua necessária relação com o funcionamento intersubjetivo.

Goes (2000, p.11) diferencia a Análise Microgenética de outras análises de microeventos: é que estas não assumem a centralidade do entrelaçamento das dimensões cultural, histórica e semiótica no estudo do funcionamento humano, como o faz a Análise Microgenética. Em suas palavras:

À primeira vista, nota-se uma proximidade da análise microetnográfica com a microgenética, pois esta última está igualmente orientada para os detalhes das ações; para as interações e cenários socioculturais; para o estabelecimento de relações entre microeventos e condições macrosociais. Por outro lado, uma primeira característica distintiva pode ser identificada, não no termo *micro* em si, mas na sua qualificação como *genética*, o que parece estabelecer um contraste com o aporte etnográfico. A visão genética aí implicada vem das proposições de Vygotsky (1981, 1987a) sobre o funcionamento humano, e, dentre as diretrizes metodológicas que ele explorou, estava incluída a análise minuciosa de um processo, de modo a configurar sua gênese social e as transformações

do curso de eventos. Essa forma de pensar a investigação foi denominada por seus seguidores como “análise microgenética”.

Para Goes (2000), a proposta de Piaget (entrevista clínica) teve repercussão sobre o próprio trabalho ontogenético de Vygotsky, embora tenha mudado muito a proposta original que era de uma busca cuidadosa das respostas “espontâneas” da criança, não influenciadas pelo adulto. Vygotsky introduziu deliberadamente pistas, auxílios ou obstáculos, com o objetivo de estudar os processos de interesse.

Assim, para Cabral (2004), tal mudança na forma de conduzir as sessões decorre da tese fundamental de Vygotsky, onde os processos humanos têm gêneses nas relações com o outro e com a cultura. E são essas relações que devem ser investigadas quando for examinado o curso da ação do Sujeito. Nesta perspectiva, Cabral (2004, p.104) define análise microgenética como:

aquela que envolve o acompanhamento minucioso da formação de um processo, detalhando as ações dos sujeitos e as relações interpessoais, dentro de um curto espaço de tempo. Essa duração corresponde a uma ou poucas sessões, em delineamentos planejados ou a curtos segmentos interativos em situações naturais.

Wertsch (1985), baseando-se nas proposições e pesquisas de Vygotsky, define a Análise Microgenética como aquela que envolve o acompanhamento minucioso da formação de um processo, detalhando as ações dos sujeitos e as relações interpessoais, dentro de um curto espaço de tempo. Goes (2000, p.15) enfatiza que essa duração corresponde a uma ou poucas sessões em delineamentos planejados ou a curtos segmentos interativos em situações naturais, ou seja:

é uma espécie de “estudo longitudinal de curto prazo” e uma forma de identificar transições genéticas, ou seja, a transformação nas ações dos sujeitos e a passagem do funcionamento intersubjetivo para o intra-subjetivo. Portanto, desse ponto de vista, é destacado o exame de processos interativos e de pistas de internalização.

Rojó (1997), ao discutir as formas de estudo minucioso de processos interativos, distingue três orientações: a cognitivista, que focaliza o plano intrapessoal durante os eventos interativos; a interacionista, que examina as relações interpessoais e o jogo conversacional como condição para a formação do funcionamento intrapessoal; e a

discursiva ou enunciativa, que privilegia a dimensão dialógica e relaciona interação, discurso e conhecimento.

Na visão de Goes (2000), esta última orientação tem um caráter promissor na medida em que pode ser identificada pela busca de compor o estudo da microgênese com um conjunto de contribuições da análise do discurso e da teoria da anunciação.

Enfim, o autor supracitado, ao reafirmar o valor da Análise Microgenética, considera que a característica mais importante desta análise está na forma de conhecer que está orientada para as minúcias, detalhes e ocorrências residuais, como indícios, pistas, signos de aspectos relevantes num processo em curso, que permitem interpretar o fenômeno de interesse.

Desta forma, a Análise Microgenética está centrada na intersubjetividade e no funcionamento enunciativo-discursivo dos sujeitos, e é guiada por uma visão individual e interpretativo-conjectural (CABRAL, 2004, p. 105).

Goes (2000) assegura que boa parte dos argumentos apresentados em seu trabalho sobre a Análise Microgenética, com a contribuição de diferentes autores, não estava nas considerações de Vygotsky ao realizar o estudo de minúcias no plano da microgênese. Mas, segundo a autora, é preciso reconhecer que é da obra de Vygotsky que se desdobram essas novas possibilidades e que nela pode-se ler o propósito talvez mais característico dessa análise: construir uma micro-história de processos, interpretável somente numa perspectiva semiótica e numa remissão a condições mais amplas da cultura e da história.

Vygotsky (1996) argumenta que muitas ciências não podem depender da observação direta, e compara a psicologia a campos de conhecimento que dependem de pistas e documentos para estudar fatos. Nesse sentido, ele diz que psicólogo se encontra com frequência na mesma situação do historiador e do arqueólogo, além de atuar como o detetive que investiga um crime que não presenciou.

Portanto, em resumo, nas palavras de Cabral (2004):

a análise microgenética constitui-se em um poderoso instrumento metodológico de investigação sobre a construção de conhecimento quando pensamos no encontro de sujeitos em situações do ensino no ambiente escolar. A sala de aula, palco das interações dialógicas, proporciona ao professor um ambiente de investigação pedagógica (p. 106).

Desse modo, consideramos que a utilização da Análise Microgenética como instrumento metodológico viabiliza a investigação da nossa prática docente numa atividade de ensino típica de sala de aula. Utilizaremos este instrumento metodológico para viabilizar nossa prática docente para nossa proposta de atividades numa turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Além da grande relevância que teremos com o uso desse instrumento metodológico, sua utilidade também nos possibilitará a adoção de nova postura de ensino que considere em relevo o papel das interações verbais na construção de conhecimento (CABRAL, 2004, p. 106).

Portanto, a Análise Microgenética será presente durante todo o processo de análise de um problema real e a partir dele construir possíveis maneiras de resolvê-lo, sob a consideração dos conhecimentos prévios de matemática dos alunos, envolvendo assuntos anteriores e, por meio desses, construir conhecimentos novos, com as interpretações que surgem entre grupos de estudos, assim como em suas interações. Com o uso do *software* trataremos de conhecimentos específicos de Polinômios, além de outros assuntos provenientes para resolver e/ou reforçar a solução do problema e suas verificações com questões propostas pelo professor/pesquisador para constatar a validade do *software*. A Análise Microgenética servirá para a verificação das ações que ocorrerá durante a efetivação da sequência didática.

1.4. O Caminho Metodológico Adotado

1.4.1. A Engenharia Didática

A Engenharia Didática em nossa pesquisa servirá de suporte para todos os momentos de desenvolvimento, pois consideramos relevante a sua utilização no processo de desenvolvimento de pesquisas com o foco na *práxis* do professor, assim como em sua investigação da didática.

Para Sarrazy (1995), a Engenharia Didática é entendida hoje como um meio de ação sobre o sistema de ensino, bem como uma metodologia de pesquisa. Nesse mesmo sentido, Márquez (1997, apud D'AMORE, 2007) afirma que a Engenharia Didática se constitui como uma metodologia de pesquisa que se aplica tanto aos produtos de ensino baseados ou derivados dela própria; bem como para guiar as experimentações em classe.

Oliveira (2013) afirma que a Engenharia Didática é configurada como uma metodologia de pesquisa, tendo surgido na França no início dos anos de 1980 no campo específico da Didática da Matemática. A autora afirma que Yves Chevallard e a pesquisadora francesa Michèle Artigue são considerados os mais importantes colaboradores quanto à sistematização dessa metodologia. Artigue (1992, apud OLIVEIRA, 2013, p. 132) afirma que:

A Engenharia Didática é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apóia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.

Para Oliveira (2013), o que se pode aprender da definição de Artigue (1992) é que a Engenharia Didática associa pesquisa com ação didática no contexto de sala de aula. O autor afirma mais precisamente que a *Engenharia Didática como metodologia de pesquisa* é caracterizada por um *esquema experimental* de sequências de atividades didáticas no ensino, além de que na Engenharia Didática existem dois problemas difíceis, levando-se em conta o desenvolvimento da Didática da Matemática, que são:

- As relações entre pesquisa e ações no sistema de ensino.
- A função a ser desempenhada pela “sequência didática” na sala de aula, dentro das *Metodologias em Didática da Matemática*.

Oliveira (2013) afirma que essas duas questões foram trabalhadas de forma contundente por Yves Chevallard durante a Segunda Escola de Verão em Didática da Matemática, realizada em Orleans, em 1982. Segundo Oliveira (2013), em relação ao primeiro ponto, esse autor recomenda perceber a Engenharia Didática relacionada com o desenvolvimento do presente e do futuro da Didática da Matemática ao se estudar o *problema da ação e do significado* da Engenharia Didática no sistema de ensino. Quanto ao segundo ponto, Oliveira (2013) afirma que Yves Chevallard trata do lugar da pesquisa das sequências didáticas no contexto da sala de aula ao enfatizar dois pontos:

- Metodologias, que são denominadas de “externas” por serem trabalhadas fora do contexto de sala de aula.

- As sequências didáticas, como mecanismos de produção.

Para Oliveira (2013), com apoio em Artigue (1992), as principais características da Engenharia Didática são:

- Sendo uma metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática privilegia a *sequencia didática* como esquema experimental para analisar as diferentes etapas de ensino. Segundo Oliveira (2013), essa primeira característica compreende a *microengenharia*: entendida como toda complexidade de aula, e a *macroengenharia* que vai além dos resultados da microengenharia, compreendendo outros fenômenos ligados ao processo de ensino e da aprendizagem. Esses dois tipos se complementam e são indispensáveis, complementa Oliveira (2013).
- Diferente de outros tipos de pesquisa baseados em experiências, a Engenharia Didática está fundamentada em “estudo de caso”, em que o processo de validação se processa por meio de análises *a priori* e *a posteriori*.
- Os objetivos de pesquisa na Engenharia Didática são diversos, dada a complexidade da sala de aula, que conforme Doudy (1987) faz a distinção entre o processo de aprendizagem de determinado contexto e a complexidade da escola.

Oliveira (2013) destaca a *pesquisa experimental*, enquanto metodologia, como sendo um grande diferencial na Engenharia Didática, que para validação faz análises *a priori* e *a posteriori*, ao fugir do padrão clássico das demais metodologias que trabalham com pré-teste e pós-teste.

Para Oliveira (2013), ainda com base em Artigue (1992), a Engenharia Didática, como uma metodologia de pesquisa, compreende quatro fases:

- Primeira fase: análise preliminar.
- Segunda fase: estruturação da sequência didática e análise *a priori*.
- Terceira fase: experimentação.
- Quarta fase: avaliação *a posteriori*.

Na primeira fase, conforme Oliveira (2013), a *análise preliminar* está relacionada com a fundamentação teórica do conhecimento já existente quanto ao estudo a ser

realizado, e que perpassa por outros conceitos que possam interagir no desenho epistemológico, segundo a autora, de acordo com Artigue (1992), compreende:

- a) Análise epistemológica dos conceitos de ensino.
- b) Análise do ensino atual e os seus efeitos.
- c) Análise das concepções dos estudantes, dificuldades e obstáculos que caracterizam o desenvolvimento delas.
- d) Análise do campo de limites na qual a produção didática efetivamente ocorrerá.
- e) Levar em conta os objetivos específicos da pesquisa.

Para Artigue (1992), é recomendável que seja analisado cada um desses tópicos inerentes à análise preliminar que servirá de subsídios para uma análise *a posteriori*.

Para Oliveira (2013), o pesquisador, para estruturação da sequência didática e análise *a priori* (fase dois), deverá estabelecer as chamadas *variáveis de comando* que estão relacionadas com a *macrodidática, compreendendo a organização geral e/ou planejamento globais da Engenharia Didática* e a *microdidática* que, por sua vez, está relacionada com os conteúdos didáticos em que se planeja cada sessão ou fase da sequência didática.

Quanto à *experimentação*, Oliveira (2013) afirma que é a realização da sequência didática propriamente dita, com participação ativa do professor e alunos, por meio de observações sobre cada sessão e identificação das concepções/representações sobre o conteúdo de ensino e a aprendizagem. Para a autora, nessa fase são feitos registros que ajudam na quarta fase da Engenharia Didática.

Quanto à análise *a posteriori* e validação, Oliveira (2013) a descreve como quarta fase, a qual é focada em todo processo da sequência didática: as observações, os registros das observações e representações professor/alunos até a análise dos resultados, ou seja, dos dados construídos durante esse processo.

Finalmente, conforme afirma Oliveira (2013), após vivenciar cada uma dessas fases, é chegada a hora de fazer o relatório final dos resultados obtidos na Engenharia Didática vivenciada em um determinado contexto escolar. Para a autora, nesse relato é necessário fazer um confronto entre as expectativas iniciais, a análise *a priori*, a

experimentação e a análise da construção didática. A autora finaliza que, assim procedendo, é feita a validação ou não da hipótese inicial quanto ao planejamento das diferentes sessões de uma Engenharia Didática para desenvolver um determinado conteúdo no contexto de uma sala de aula.

1.4.2. Os Procedimentos Adotados

Nossa pesquisa é de cunho qualitativo. Para Rocha e Barreto (2008), nesse tipo de pesquisa não existe a preocupação de quantificar dados, mas de interpretá-los e compreendê-los na busca por solucionar o problema que motivou o desenvolvimento da pesquisa. Além disso, Minayo (2004) afirma na abordagem qualitativa que os pesquisadores ficam imersos num universo de significados, motivos, valores e atitudes, os quais correspondem a um espaço profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que contribuirão para uma interpretação mais profunda dos fatos observados.

Para Oliveira (2013), experimentação é a realização da sequência didática propriamente dita, com participação ativa do professor e dos alunos, por meio de observações sobre cada sessão e identificação das concepções/representações sobre o conteúdo de ensino e a aprendizagem, sendo que é nessa fase que são feitos registros que ajudam na quarta fase da Engenharia. Neste sentido, foram utilizados recortes das fichas de atividades dos alunos para descrever transparentemente a realidade do experimento, bem como trechos dos registros em áudio feitos durante as sessões de ensino, de modo a relatar a interação entre os alunos e o professor/pesquisador em cada atividade de nossa Sequência Didática proposta.

As atividades apresentadas no quarto capítulo dessa dissertação foram trabalhadas durante 4 dias não consecutivos, de modo que em cada um dos três primeiros dias foram utilizados duas aulas de 45 minutos cada, e quatro aulas no último dia de encontro. Neste último dia foi realizado um lanche depois da segunda aula e, em seguida, finalizado o trabalho nas duas aulas restantes, todas também em torno de 45 minutos cada uma.

A experimentação ocorreu no período compreendido entre os dias 13 de dezembro de 2018 e 12 de janeiro de 2019 em uma turma do 8º ano do Ensino

Fundamental no turno da manhã, numa escola pública da rede estadual de ensino localizada no município de Belém, do estado do Pará. O período de nossa experimentação foi extenso devido à escola estar em um período de reforma estrutural e física, onde os alunos de todas as séries frequentavam dias alternados da semana. O motivo da escolha pelo 8º ano do Ensino Fundamental se deu de acordo com as recomendações da versão final da Base Nacional Comum Curricular, a qual preconiza o ensino de operações com termos algébricos para esse ciclo da Educação Básica. A opção pela escola escolhida deve-se ao desempenho satisfatório da referida escola em avaliações externas como SisPAE e Prova Brasil.

O contato com a escola se deu primeiramente com a direção por meio de uma conversa informal sobre a possibilidade do desenvolvimento da pesquisa na escola. Posteriormente, encaminhamos um ofício à direção para que nos encaminhassem aos professores de matemática lotados no 8º ano. O contato mais próximo com um dos docentes possibilitou a aplicação do experimento em uma de suas turmas.

Em conversa com o docente da turma, decidimos pela aplicação da atividade em uma turma na qual não havia distorções em relação à idade e ao ano escolar, para que não houvesse tendenciosidade na avaliação dos resultados coletados *a posteriori*. O docente nos informou que a turma estava com muita dificuldade na disciplina Matemática, pois afirmou que mais de 50% dos alunos já estavam possivelmente destinados à prova de recuperação final, ou seja, não conseguiriam aprovação imediata na disciplina após a realização da última avaliação da mesma, ou seja, a 4ª avaliação do ano letivo.

Assim, nossa proposta passou a ser não somente uma experimentação para se obter resultados, mas sim algo que pudesse propiciar um novo olhar àqueles alunos em relação ao ensino de matemática, principalmente para despertar um novo sentido para a disciplina e mais especificamente ao nosso objeto de ensino, de modo a tornar a aprendizagem mais significativa do que estávamos propondo a ensinar.

O cronograma a seguir ilustra o andamento do nosso experimento em contato com o nosso *lócus*. Damos início às sessões para o ensino de Polinômios por meio da Sequência Didática proposta no dia 13 de dezembro de 2018.

Quadro 1 - Cronograma das atividades realizadas na escola

Data	Atividades
19/10/2018	Primeiro contato com a direção da escola
02/11/2018	Entrega do ofício à escola
06/11/2018	Recebimento do ofício
07/11/2018	Direcionamento para o início da experimentação
11/12/2018	Primeiro contato com a turma sobre a experimetação
13/12/2018	Primeiro dia da experimentação
17/12/2018	Segundo dia da experimentação
19/12/2018	Terceiro dia da experimentação
12/01/2019	Último dia da experimentação
14/01/2019	Agradecimentos aos alunos, ao docente e à direção da escola

Fonte: Autor (2019)

O capítulo seguinte é abrangido por três itens importantes que nos direcionaram para a construção da proposta e dos objetivos de nossa pesquisa: a Revisão Bibliográfica, onde mostraremos informações relevantes sobre pesquisas praticadas no âmbito do ensino e aprendizagem de Polinômios com abordagens metodológicas diversas, servindo de suporte e subsídios necessários para o desenvolvimento da nossa pesquisa; a Base Nacional Comum (BNCC), que nos localizou e direcionou de uma maneira mais oficial e técnica dentro do currículo que norteia o Ensino Fundamental, e um minucioso estudo teórico acerca dos Polinômios em um nível acadêmico, no sentido de contribuir para o enriquecimento de idéias e compreensão desse assunto.

2. ESTUDOS PRELIMINARES

2.1. A Base Nacional Comum Curricular

Ao analisarmos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), verificamos uma significativa tendência do currículo na centralização da aprendizagem, pois o documento indica e destaca conhecimentos e competências que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade, mesmo havendo muitas diferenças específicas de uma região para outra, ou seja, a busca é uma equidade na educação, podendo, os currículos, serem diferenciados e adequados a cada sistema, rede e instituição escolar.

O currículo valoriza a participação do aluno ao levar em conta as necessidades, possibilidades, interesses, identidades linguísticas, etnias, culturas e gênero do estudante. A valorização do professor como facilitador ocorre quando é criado e disponibilizado materiais de orientação para o mesmo, direcionando também os professores em processos permanentes de desenvolvimento docente, que possibilitam contínuo aperfeiçoamento da gestão do ensino e aprendizagem. Processos contínuos de aprendizagem sobre gestão pedagógica e curricular são direcionados para os demais educadores, no âmbito das escolas e sistemas de ensino.

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) estão dentro de um conjunto de decisões que a BNCC caracteriza o currículo em ação, ou seja, ao selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender.

O documento cita o artigo 210 enfatizando uma abertura para regionalização, ou seja, serão fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais (BRASIL, 1988).

A BNCC (2016) retrata vários objetivos propostos para o ensino da matemática no Ensino Fundamental nos anos finais. Em suma, todos eles convergem para um objetivo principal, que é o de criar situações nas quais os educandos possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Tais

situações citadas criadas precisam também articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.

As orientações metodológicas para o trabalho em sala de aula com a disciplina matemática incluem o uso de diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica. É importante também incluir a História da Matemática como recurso que possa despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar matemática. Esses recursos precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, e que possa contribuir para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos.

No que se refere às competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental apresentados na BNCC (2016), podemos destacar as que envolvem matemática e tecnologias, que são, respectivamente, as competências 4 e 5:

- enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens: gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna;
- utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Em relação ao nosso objeto de estudo, ou seja, os Polinômios, a inserção deste conteúdo na BNCC (2016) ocorre dentro da unidade temática **Álgebra** relacionada ao 8º ano do Ensino Fundamental, que tem como objetos de conhecimento:

- valor numérico de expressões algébricas;
- associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano;
- sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano;
- equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$;

- variação de grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais.

A unidade temática **Álgebra**, no 8º ano do Ensino Fundamental, além de seus objetos de conhecimentos citados previamente, aponta as seguintes habilidades:

- resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações;
- associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano;
- resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso;
- resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$;
- identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano;
- resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

2.2. Revisão de Literatura

Ao iniciar qualquer pesquisa, é importante tomarmos conhecimento sobre que caminhos devemos nos delinear. Nesse sentido, nosso objetivo com esta seção é se familiarizar com as pesquisas e, por meio delas, reconhecer os autores que estudaram o processo de ensino e aprendizagem de Polinômios, quais foram suas contribuições e aonde ainda se deve caminhar.

Na elaboração de um trabalho científico é indispensável a revisão de estudos do tema a ser pesquisado. É fundamental a realização desse levantamento, pois norteará o pesquisador sobre o problema a ser resolvido. Para Trentini e Paim (1999, apud ECHER, 2001), a seleção criteriosa de uma revisão de literatura pertinente ao problema

é familiarizar-se com textos e, por intermédio deles, reconhecer os autores e o que eles estudaram anteriormente sobre o problema a ser estudado. Echer (2001, p.07) ratifica tal importância ao dizer que:

A revisão de literatura é importante, também, para casos em que temos o assunto, mas não o problema. A partir da revisão da literatura poderemos ter ideia do que já foi e do que ainda precisa ser investigado. O problema pode, da mesma forma, surgir a partir de outros trabalhos, como nas recomendações apontadas em pesquisas, artigos, livros, periódicos e outros, o que não deixa de ser uma revisão. Conversar com pesquisadores da área específica e examinar outros projetos pode, igualmente, ajudar o pesquisador na resolução de suas dúvidas.

Nossas reflexões a respeito da revisão de literatura vão ao encontro de tais pensamentos. Em concordância com as palavras de Vosgerau e Romanowski (2014, p. 168):

As revisões são necessárias para pesquisadores iniciantes em uma determinada área do conhecimento. Esses estudos podem conter análises destinadas a comparar pesquisas sobre temas semelhantes ou relacionados; apontar a evolução das teorias, dos aportes teórico metodológicos e sua compreensão em diferentes contextos, indicar as tendências e procedimentos metodológicos utilizadas na área, apontar tendências das abordagens das práticas educativas.

Nosso objetivo principal foi verificar as metodologias utilizadas em cada trabalho consultado. Entretanto, não descartamos a análise dos resultados, quando houverem, e dos objetivos, bem como as considerações finais dos autores, em cada trabalho consultado.

Apresentamos uma revisão de literatura a respeito de publicações nos últimos anos sobre ensino e aprendizagem de Polinômios. Como não encontramos uma considerada variedade de publicações do assunto, filtramos nossas buscas com base em dissertações defendidas no Brasil, em artigos nacionais e anais de congressos nacionais, todos provenientes dos últimos quinze anos. Nosso levantamento foi realizado no período de 01 de novembro de 2017 a 31 de janeiro de 2018. O tempo de três meses foi necessário por conta das disciplinas Ensino de Matemática I e Ensino de Matemática II, cujo cursar de ambas nos deu grande contribuição e aperfeiçoamento para o critério de seleção dos trabalhos que iremos descrever a respeito.

Para dissertações, utilizamos o método de busca com o emprego do navegador de *internet Google Chrome*, por meio da ferramenta de busca *Google*. Foi inserido nessa primeira busca a seguinte sequência de palavras: ensino + polinômio + “dissertação”, com o foco em trabalhos somente no campo de pesquisa educacional dos últimos quinze anos. Os resultados encontrados foram as dissertações de Dierings (2014), Souza (2016), Daniel (2016), Casaroto (2013), Peixoto (2015), Borges (2007) e Silva (2016).

Em relação a artigos e trabalhos publicados em eventos, encontros nacionais, seminários, congressos, etc., ainda fizemos uso do método de busca utilizando o navegador de *internet Google Chrome*, através da ferramenta de busca *Google*. Foi inserido numa segunda busca a palavra “sbem”, que nos direcionou para o endereço eletrônico <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>, onde o nosso foco foram os anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática, ou seja, do XII ENEM. Foram selecionados por intermédio do critério de identificação da palavra “polinômio” no título de cada trabalho. Os trabalhos encontrados foram:

- as comunicações científicas de Amorim e Lima (2016), Barbosa e Ceolim (2016), Almeida e Peixoto (2016);
- os relatos de experiência de Santana e Proença (2016) e de Aguiar (2016).

Com o mesmo procedimento de busca anterior, inserimos no espaço de busca do navegador de *internet Google Chrome* a palavra “ciem”, que nos direcionou para o endereço eletrônico <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii>, onde nosso propósito foi a busca de trabalhos somente com a palavra “polinômios” como conteúdo da referência no espaço de pesquisa. Os resultados encontrados foram:

- as comunicações científicas de Bertoli e Schuhmacher (2013), Langwinski (2017);
- os relatos de experiência de Schwade e Battisti (2017) e Santos et al (2017).

Os trabalhos foram separados em três categorias, a saber: estudos experimentais, estudos diagnósticos e pesquisas que envolvem análise de livros. Essas três categorias foram escolhidas porque apresentavam alguma espécie de elo com

ensino ou aprendizagem de Polinômios, divergente de outras possíveis categorias, as quais apresentavam características não muito interligadas ou relacionadas com os aspectos educacionais de nossa proposta.

Na primeira categoria, estudos experimentais, abordaremos 13 pesquisas que testaram ou apresentaram novas metodologias para o ensino e aprendizagem de Polinômios com os estudantes em sala de aula. Nessa categoria há trabalhos como similaridades à nossa proposta.

Na categoria estudos diagnósticos, apresentaremos um trabalho que se propôs a identificar possíveis fatores influenciadores das dificuldades de aprendizagem e de ensino concernente ao estudo dos Polinômios. Esse trabalho atribuiu sustentação à nossa razão para a elaboração de nossa sequência didática.

Na última categoria, pesquisas que envolvem análise de livros, apresentaremos dois trabalhos cujo objetivo foi analisar livros didáticos quanto à apresentação do conteúdo Polinômios aos estudantes. Evidenciamos ser importante tal categoria, pois o livro didático é considerado um significativo instrumento de trabalho do professor em sala de aula, exercendo forte influência no processo de ensino-aprendizagem, merecendo assim uma atenção de pesquisadores quanto sua organização metodológica e didática. Para a nossa proposta essa categoria é complementar para que possamos atribuir uma possível deficiência quanto à apresentação do assunto Polinômios, quando tal problemática na abordagem do assunto pode ser um fator que dificulta o ensino ou a aprendizagem de Polinômios. Não obstante, não nos aprofundaremos nas discussões a respeito dessa categoria.

2.2.1. Estudos Experimentais

Nesta categoria estão revisados trabalhos que testaram novas metodologias para o ensino de Polinômios com os estudantes em sala de aula ou fora dela, em espaços alternativos como laboratórios de informática, os arredores da escola, etc.

O trabalho de Dierings (2014) teve como objetivo propor uma nova forma de abordagem no ensino de Polinômios, oferecendo uma proposta focada no ensino superior por meio de uma forma investigativa e intuitiva, usando recursos tecnológicos, dando ênfase às definições e teoremas.

Foram aplicadas atividades como traçado de gráficos e cálculo de valor numérico com a utilização de recursos tecnológicos como o *software* Geogebra e planilha de cálculo *Excel* em uma turma de terceiro ano técnico em informática do IFRS – Campus Ibirubá. A aplicação foi parcial em função da carga horária, três períodos semanais durante um mês apenas, de modo a considerar o final do ano letivo e o período de provas. Os gráficos foram trabalhados no Geogebra.

Ao desenvolver as atividades, o autor começou os trabalhos do estudo de Polinômios pela definição de Polinômio e Valor Numérico. Os demais conceitos e teoremas foram introduzidos por alguma das oito atividades aplicadas posteriormente. Após a aplicação de tais atividades, foi proposto que os alunos resolvessem os exercícios que constavam nos livros didáticos, bem como questões de vestibular. Foi observado que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. Também não houve necessidade por parte do autor de mais tempo que o habitual para a execução das atividades.

Dierings (2014) concluiu diante do que foi trabalhado com um pouco de leitura complementar por parte dos estudantes que os mesmos apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo, comparados às outras turmas onde foi trabalhado de forma tradicional. Dierings (2014) salientou que os alunos demonstraram mais interesse no estudo do conteúdo em questão, ressaltando que o fato de que os alunos que realizaram as atividades, por estarem participando de uma nova proposta de ensino, tiveram uma assimilação de forma positiva.

O autor considerou perante esses resultados que a sua proposta foi viável e contribuiu significativamente com o que já é recomendado atualmente, acreditando que terá um aluno concludente do Ensino Médio bem preparado e um graduando muito mais habilitado para prosseguir seus estudos nas ciências exatas e tecnológicas. Assim, sua conclusão foi que o ensino básico precisa ser repensado em todos os seus aspectos, dos quais destaca o tempo para as atividades, que precisa ser maior, a seleção de conteúdos e sua abordagem.

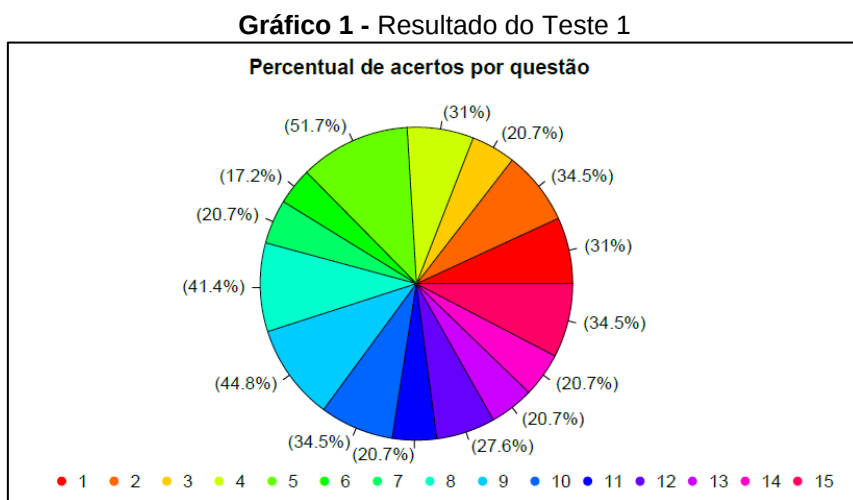
Souza (2016), em seu trabalho, teve como um dos seus objetivos a apropriação da História da Matemática como recurso didático para o ensino e aprendizagem de Polinômios. O outro objetivo foi o de elaborar um material de apoio didático para ser

utilizado na sala de aula. Os seguintes motivos são a causa da escolha do conteúdo Polinômios por Souza (2016):

Devido à sua importância dentro do conhecimento matemático; para verificar se os alunos da 1ª série do ensino médio compreenderam esse assunto, visto que eles o estudaram no 8º ano do ensino fundamental; e porque esse assunto é revisto na 3ª série do ensino médio, o que deveria resultar em um bimestre com as maiores notas e sem necessidade de se aplicar a recuperação bimestral, porém não é o que ocorre na prática (p. 23).

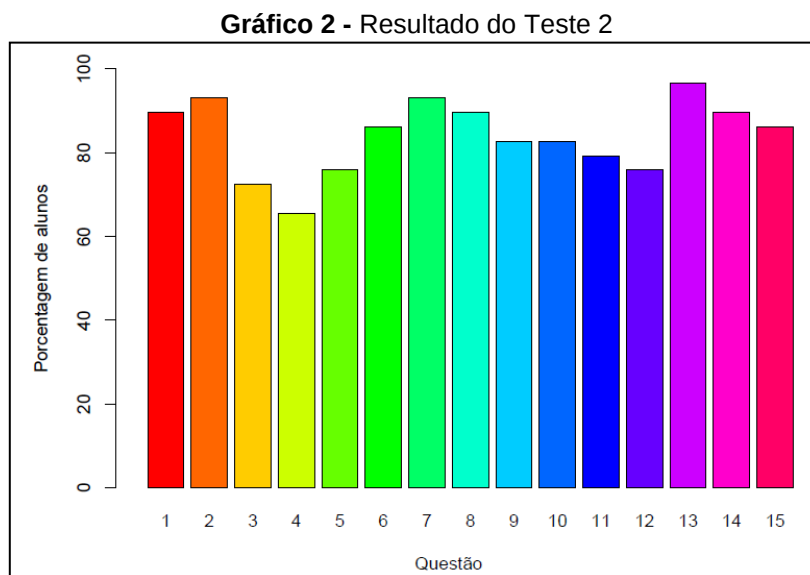
A metodologia constou de uma pesquisa com alunos da 1ª série do Curso Técnico em Informática para Internet Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, localizado no estado do Ceará, na cidade de Crato, o IFCE - Campus Crato, por meio da aplicação de um primeiro questionário, o qual foi chamado por Souza (2016) de Teste 1, com o objetivo de verificar as dificuldades dos alunos na resolução de questões envolvendo o conceito de Polinômios. Em seguida, o autor realizou uma oficina cujo tema foi “O estudo de Polinômios com relatos de História da Matemática”, com utilização de uma apostila elaborada para tal ocasião.

Souza (2016) expôs no gráfico 1 abaixo o resultado do percentual de alunos (de um total de 29 participantes) que acertaram cada questão do Teste 1. O percentual médio de acertos por questão foi de aproximadamente 30,1%.



Fonte - Souza (2016, p.36)

Para finalizar, Souza (2016) aplicou um segundo teste, denominado de Teste 2 para verificar se houve algum avanço na aprendizagem dos alunos, cujos resultados são apresentados no gráfico 2 abaixo, com o percentual de alunos (de um total de 29 participantes) que acertaram cada questão do Teste 2. O percentual médio de acertos por questão foi de aproximadamente 84%.



Fonte - Souza (2016, p.83)

De posse dos resultados após a aplicação dos testes, o autor fez uma análise comparativa entre os mesmos. Após tal análise, Souza (2016) observou que houve um avanço significativo em relação aos percentuais de acertos dos alunos em 15 questões. No Teste 1 os alunos erraram muitas questões de nível básico, confundiram ou esqueceram alguns conceitos e não efetuaram quase nenhum tipo de cálculo para resolverem as questões. No Teste 2 esses erros tiveram uma redução drástica e a maioria tentou de algum modo fazer o cálculo para solucionar as questões. O autor considera que, observando a análise do Teste 2, houve um avanço na compreensão dos conceitos de Polinômios e uma leitura melhor do enunciado das questões mesmo sendo um nível um pouco mais elevado do que as do Teste 1. Isso decorreu, segundo o autor, das aulas com explanação oral e escrita dos assuntos utilizando o material didático, tópicos de História da Matemática e recursos audiovisuais. A média de acertos aproximadamente no Teste 1 foi de 30,1%, enquanto no Teste 2 a média foi

aproximadamente de 84%, o que mostrou para Souza (2016) que essa metodologia de ensino pode ser utilizada com êxito.

Nesses termos, Souza (2016), por mão dos resultados encontrados, percebeu que a maioria dos alunos conseguiu compreender os conceitos que envolvem Polinômios. Além da evolução que os alunos tiveram no seu conhecimento, o autor ressaltou que eles gostaram das aulas e esse fato foi constatado pela participação, por vontade própria, em todas as atividades propostas e comparecendo as aulas até em dias que não havia aula normal para os mesmos.

Com os resultados obtidos nesse trabalho, o autor verificou o quanto é necessário e essencial um ensino com o auxílio de um material didático específico para o assunto estudado e uma aula de matemática diferente do comum, embora as mudanças feitas nas aulas sejam bem simples, mas o suficiente para despertar o interesse dos alunos e fazer com que eles compreendam o assunto ministrado e não meramente memorização de fórmulas.

Souza (2016) concluiu que esse tipo de abordagem matemática é esperado de modo a se tornar uma forma constante na atuação do professor de matemática dos Ensinos Fundamental e Médio, e que eles, os professores, utilizem a História da Matemática para que os discentes percebam que a matemática evolui com a evolução da sociedade e é essencial para o mundo tecnológico em que vivemos.

Daniel (2016) apresentou em seu trabalho duas propostas de atividades de modelagem polinomial inseridas em projetos que foram desenvolvidas pelos alunos, cada uma relacionada à uma aplicação e envolvendo o uso de recursos computacionais. Por meio desses projetos, o autor propôs aplicações diferentes do tema Polinômios, cujo objetivo foi de levar os alunos a uma percepção de que um conteúdo, ensinado num âmbito bastante formal, estabelece conexões com outras áreas, bem como em aplicações diversas.

A primeira proposta foi trabalhada com alunos do Ensino Médio e tem relação com as disciplinas de Física e Química. Trata-se da construção de um foguete (aeromodelo), seu lançamento e a modelagem de sua trajetória através de uma Função Polinomial de segundo grau. O autor realizou essa primeira atividade através de modelagem matemática, e a constituiu de duas partes: a construção e lançamento de

um aeromodelo no formato de um foguete feito com garrafa PET, e a elaboração de um relatório onde o estudo de sua trajetória é realizado detalhadamente. O trabalho foi proposto aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio no momento em que a matéria de Polinômios estava sendo estudada, o que os auxiliou na fixação dos conteúdos abordados. Foram utilizados materiais como garrafas PET, tubos e conexões de PVC, válvula de pneu de bicicleta, bexigas, presilhas de náilon, etc. Por fim, o autor fez uma análise dos dados coletados no desenvolvimento dessa atividade aplicada na E.E. Prof. Aníbal de Freitas em Campinas-SP.

A seguir apresentamos os quadros com resultados obtidos após o experimento por cada grupo de alunos:

Figura 4 - Distâncias horizontais atingidas pelos aeromodelos

<i>3ºA</i>		<i>3ºB</i>		<i>3ºC</i>	
Grupo	Distância (m)	Grupo	Distância (m)	Grupo	Distância (m)
1	58,30	1	59,90	1	76,60
2	38,70	2	60,70	2	59,00
3	54,30	3	24,30	3	70,80
4	38,70	4	22,00	4	59,90
5	35,00	5	102,60	5	96,70
6	40,30	6	91,00	6	29,00
7	52,50	7	67,80	7	45,40

Fonte - Daniel (2016, p.98)

Figura 5 - Distâncias horizontais de alguns grupos

Grupo	Distância (m)
A	22,00
B	59,90
C	70,80
D	102,60
Média	56,36

Fonte - Daniel (2016, p.99)

Figura 6 - Velocidades de lançamento

Grupo	Velocidade (m/s)	Velocidade (km/h)
A	14,68	52,85
B	24,27	87,37
C	26,34	94,82
D	31,71	114,16
Média	23,59	84,60

Fonte – Daniel (2016, p.100)

Figura 7 - Tempos de voo dos aeromodelos de alguns grupos

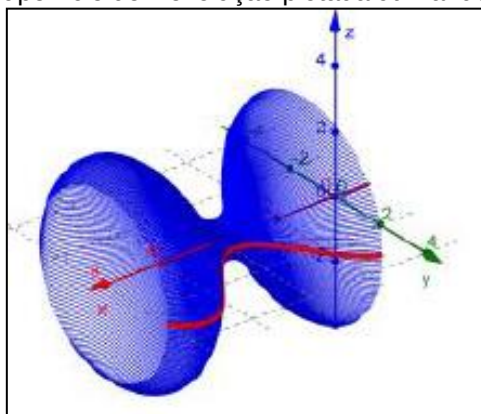
Grupo	Tempo de voo (s)
A	2,12
B	3,49
C	3,80
D	4,58
Média	3,39

Fonte - Daniel (2016, p.100)

Segundo Daniel (2016), os resultados esperados foram alcançados e os problemas encontrados serviram de base para que a atividade fosse melhor trabalhada no ano seguinte. Foi possível comunicar aos alunos erros previstos (que haviam ocorrido no ano anterior) para que os mesmos pudessem se empenhar em não cometer os mesmos erros. A conclusão do autor sobre essa atividade foi uma perspectiva de que a aplicação e realização da atividade possa ser melhorada a cada ano.

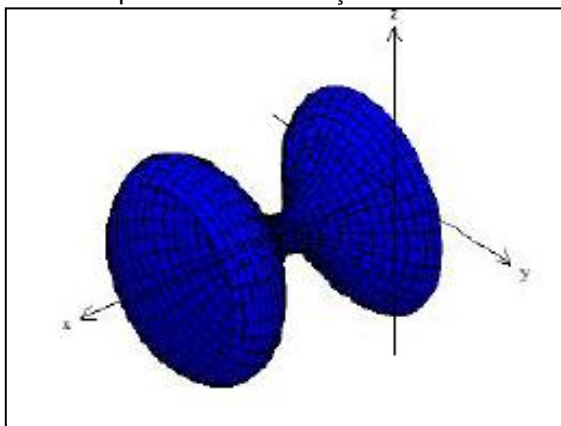
A segunda atividade foi a modelagem no computador de uma superfície de revolução através do estudo de Polinômios e Matrizes de Rotação. O objetivo dessa atividade foi o de reproduzir no computador um objeto físico real (sólido de revolução) da forma mais aproximada possível. A modelagem foi feita a partir do gráfico de um Polinômio (ou mais) que seria a curva geratriz, e depois, a rotação deste em torno de um eixo gerando uma superfície denominada Superfície de Revolução. Para a modelagem, o autor propôs o uso de dois programas computacionais: o GeoGebra, para cálculos algébricos e simulações e o *Winplot*, para a plotagem das superfícies, ambos de acesso livre.

Figura 8 - Superfície de Revolução plotada utilizando o Geogebra



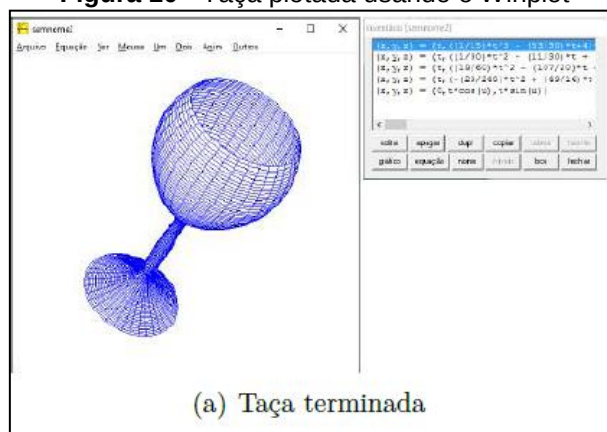
Fonte - Daniel (2016, p.102)

Figura 9 - Superfície de Revolução utilizando o Winplot

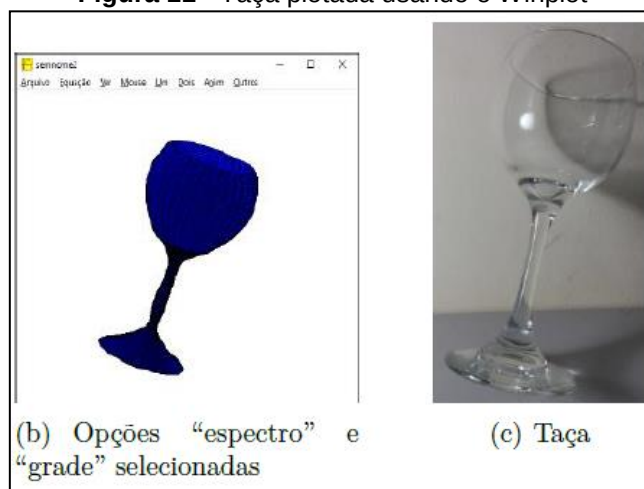


Fonte – Daniel (2016, p.102)

Os tópicos de matemática envolvidos contemplaram Sistemas de Equações Lineares, Matrizes, Funções Polinomiais, Trigonometria, Equações Paramétricas e Geometria Analítica. Um dos propósitos do autor foi o de disponibilizar material para abordagem em sala de aula e em projetos a serem desenvolvidos pelos alunos do Ensino Médio e de disciplinas introdutórias da Licenciatura em Matemática. Para o autor, a atividade dos aeromodelos trouxe uma nova perspectiva da prática aos alunos, levando-os para fora da sala de aula e fazendo-os trabalhar em grupo, em um projeto que envolveu diferentes disciplinas.

Figura 10 - Taça plotada usando o Winplot

Fonte - Daniel (2016, p.119)

Figura 11 - Taça plotada usando o Winplot

Fonte - Daniel (2016, p.119)

Quanto à atividade da superfície de revolução, por requerer uma base um pouco maior dos conteúdos matemáticos, não foi aplicada em sala de aula devido à falta de tempo, principalmente, pois os alunos dos terceiros anos realizavam, fora do horário escolar, outras atividades como cursos técnicos, trabalhos e outras atividades de que a escola participava. Essa atividade, segundo o autor, trouxe uma percepção muito maior aos alunos de como os assuntos matemáticos, que eles estudam de forma separada no ensino médio, estão relacionados.

Daniel (2016) concluiu que as atividades visaram também a inserção de recursos computacionais no contexto escolar, além da abordagem prática que, em conjunto,

propuseram trazer métodos interessantes para se trabalhar o conteúdo de Polinômios, fazendo com que o aluno tivesse uma visão um pouco do imediatismo gerado pela internet.

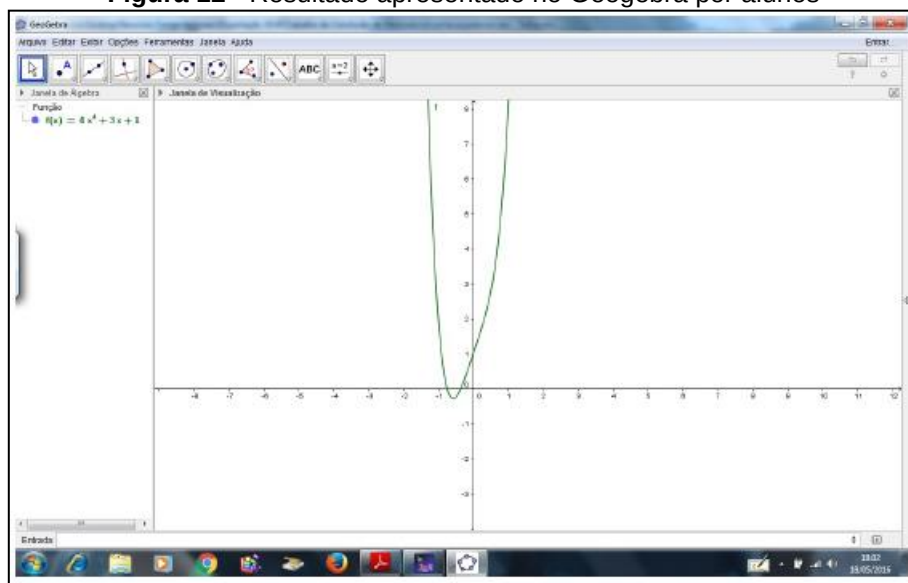
Silva (2016) teve como objetivo apresentar a Modelagem Matemática como uma alternativa no resgate de um ensino de matemática no Ensino Médio. Por meio de uma proposta de aula, foram realizadas atividades para que os estudantes pudessem conhecer a Interpolação de Lagrange, bem como aprender a utilizá-la e aplicá-la desde situações simples até problemas interdisciplinares envolvendo, por exemplo, Biologia, Física e Geografia. As atividades tiveram início no 2º trimestre do ano letivo de 2016 com uma turma de 31 alunos voluntários do 3º ano do Ensino Médio de 2016 do Colégio Militar de Manaus como parte da programação do Clube de Matemática, e foram continuadas no 2º trimestre de 2016. Os encontros ocorreram no turno invertido das aulas, das 14 às 16 horas, uma vez na semana, totalizando 10 encontros.

Foi utilizada como metodologia a Modelagem Matemática, e como suporte teórico para o desenvolvimento de tal metodologia a concepção de Reis (2013). Para os conceitos que envolvem Polinômio foram utilizadas a abordagem apresentada por Guide no trato com a formação do conceito, bem como as contribuições de Lima. Os materiais utilizados foram quadro, *pilot*, computadores que tinham os *softwares* Geogebra e *Excel* disponíveis.

A primeira atividade proposta consistiu em trabalhar os principais conceitos de Polinômios para melhor assimilação das propriedades e características que regem tal conteúdo, bem como suas aplicações no cotidiano.

A atividade foi iniciada com a questão “Para que valores de k a expressão polinomial $(k^2 - 4)x^5 + (k + 2)x^4 - 3x + 1$ tem grau 4?” Os alunos apresentaram o seguinte resultado no Geogebra, representado pela figura 12.

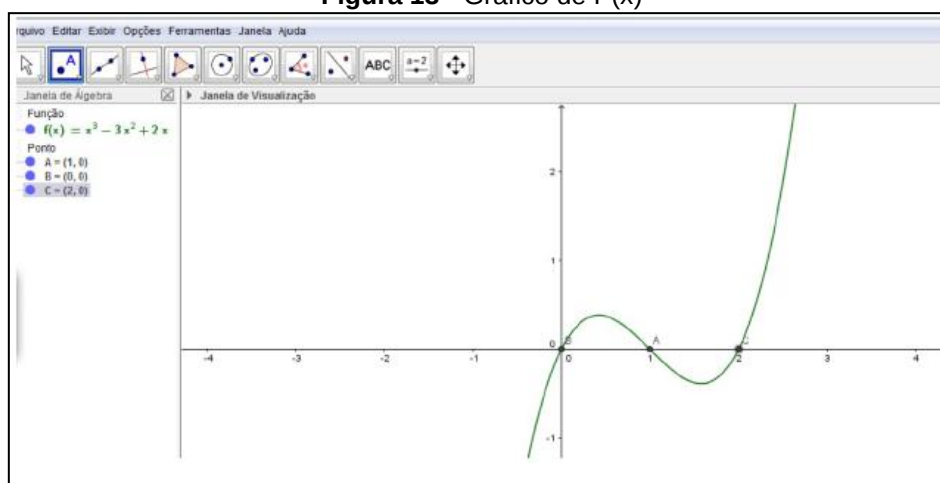
Figura 12 - Resultado apresentado no Geogebra por alunos



Fonte - Silva (2016, p.27)

A atividade seguinte foi determinar as raízes do Polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ e, em seguida, construir o gráfico de $P(x)$. Foi discutido, ainda, a questão de crescimento/decrescimento do Polinômio em questão, bem como o comportamento do sinal de $P(x)$.

Figura 13 - Gráfico de $P(x)$



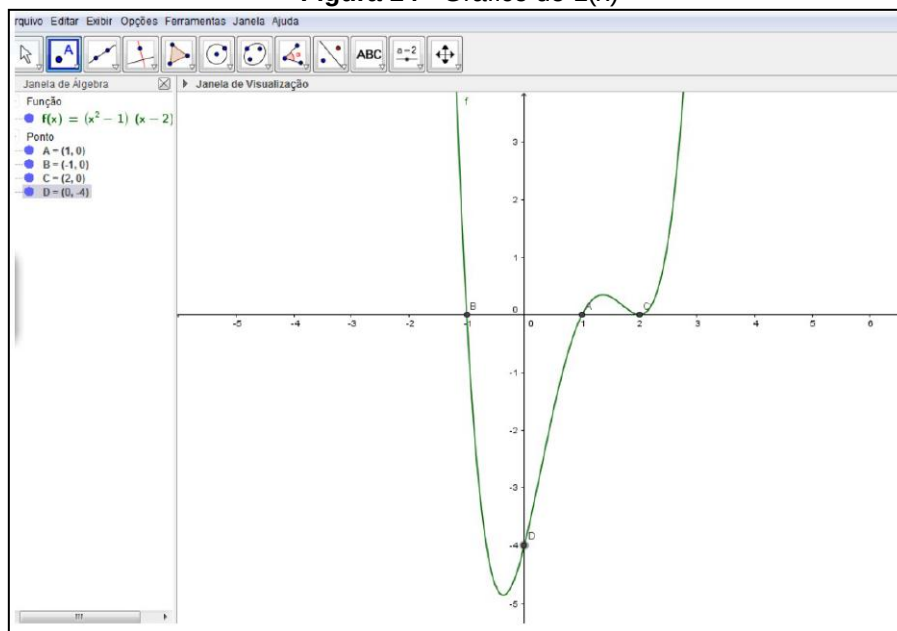
Fonte - Silva (2016, p.28)

Ainda neste tópico, Silva (2016) explorou a seguinte questão: "sabendo-se que certa fábrica de chocolate produz x milhares de unidades e que o lucro desta fábrica se

comporta de acordo com o Polinômio $L(x) = (x^2 - 1)(x - 2)^2$, para que quantidades de chocolates a empresa teria prejuízo?"

Segundo Silva (2016), o objetivo nesta questão era o de explorar o conceito de decomposição, estudo das raízes e sinal da Função Polinomial, bem como a determinação do gráfico do Polinômio $L(x)$. O gráfico desta questão construído pelos alunos está na figura 14.

Figura 14 - Gráfico de $L(x)$



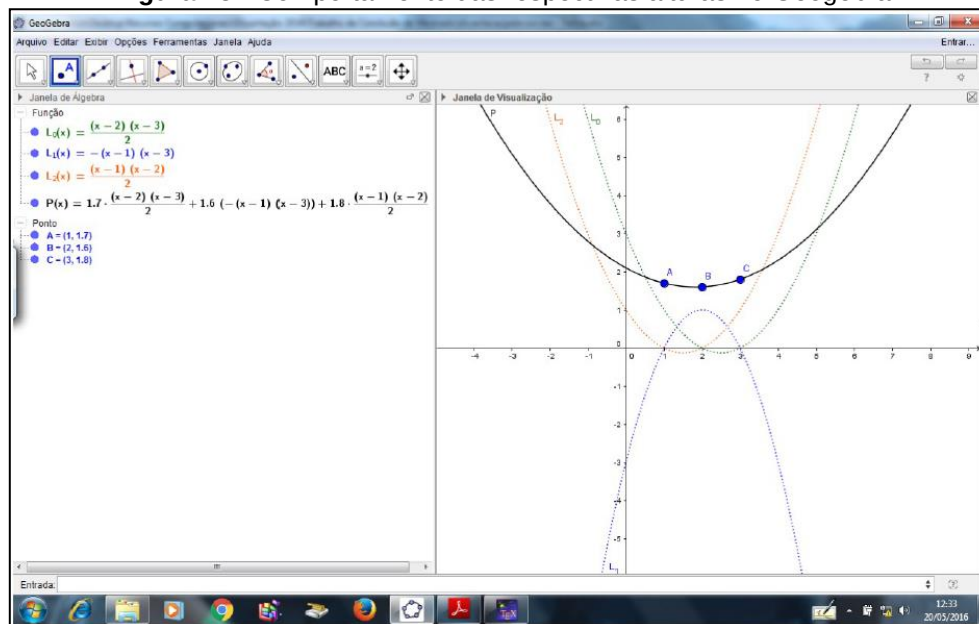
Fonte - Silva (2016, p.29)

A segunda atividade tratou da aplicação da Interpolação de Lagrange para a construção dos gráficos de Polinômios. Em seu trabalho, Silva (2016) apresentou os resultados das atividades no *Excel* e no *Geogebra*, numa sequência ordenada de questões, de modo a direcionar o aluno a formar e consolidar o conceito de Polinômio.

A atividade consistiu inicialmente na aplicação da Interpolação de Lagrange para a construção dos gráficos de Polinômios. Inicialmente foi apresentada uma breve biografia do matemático Joseph Louis Lagrange. Em seguida, foi definido os principais elementos para a aplicação da interpolação. Inicialmente foi escolhido de forma aleatória 3 alunos e obtido as suas respectivas alturas, obtendo-se os pontos $A(1,1.7)$, $B(2,1.6)$ e $C(3,1.8)$. A partir desses dados, o autor, juntamente com os alunos, explorou a ideia dos Polinômios auxiliares, de modo a se obter a modelagem do Polinômio que

continha os pontos apresentados anteriormente, ou seja, o Polinômio $P_1(x) = 1,7L_0(x) + 1,6L_1(x) + 1,8L_2(x)$, em que sua representação gráfica, obtida pelos alunos, está na figura 15.

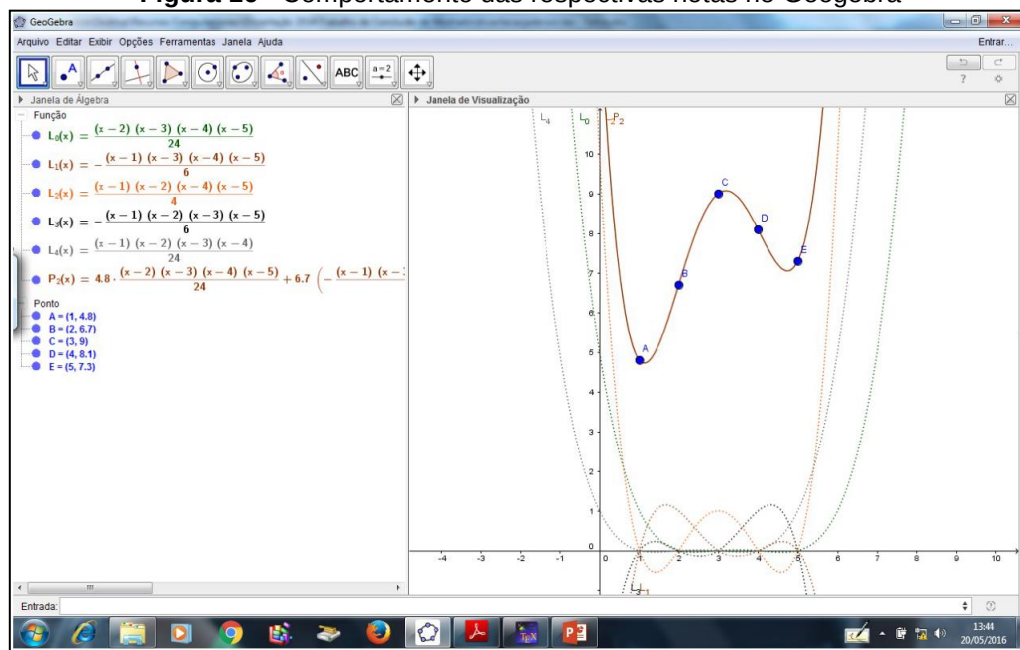
Figura 15 - Comportamento das respectivas alturas no Geogebra



Fonte - Silva (2016, p.31)

Os alunos observaram que para três pontos o gráfico obtido seria um Polinômio quadrático. Daí então sugeriu calcular, por meio da Interpolação de Lagrange, um Polinômio que representasse o comportamento das notas de Física no primeiro trimestre de cinco alunos do grupo, o que causou uma curiosidade entre os alunos. Os pares ordenados obtidos pelos alunos foram (1,4.8), (2,6.7), (3,9), (4,8.1) e (5,7.3). Em seguida os alunos calcularam os Polinômios auxiliares, de modo a se chegar em $P_2(x) = 4,8L_0(x) + 6,7L_1(x) + 9L_2(x) + 8,1L_3(x) + 7,3L_4(x)$, cujo gráfico, construído pelos alunos, está representado pela figura 16.

Figura 16 - Comportamento das respectivas notas no Geogebra



Fonte - Silva (2016, p.32)

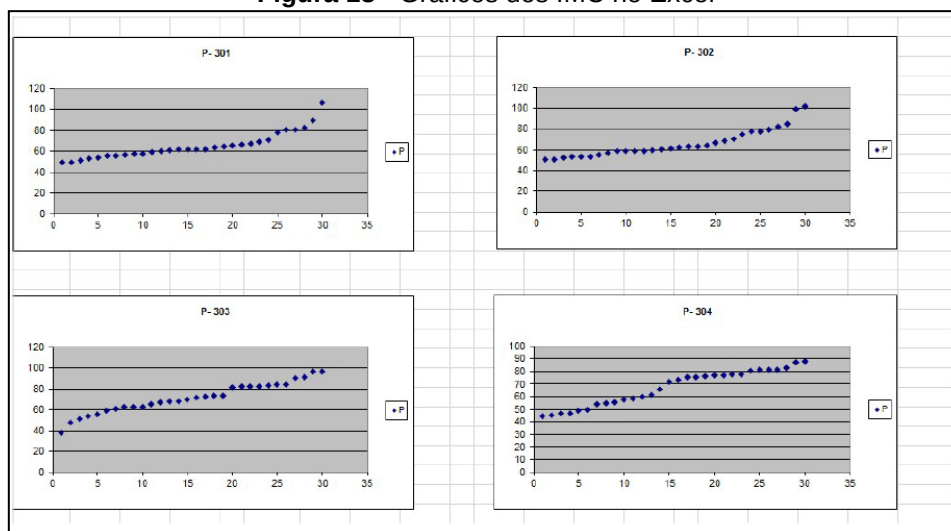
Para concluir a atividade, Silva (2016) colocou a disposição dos alunos os valores dos respectivos IMC dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio do ano de 2016, com a apresentação dos respectivos gráficos no *Excel*, dando assim a oportunidade de se continuar a construção de gráficos por meio da Interpolação de Lagrange com o objetivo de enriquecer o estudo das Funções Polinomiais. O resultado está representado nas figuras 17 e 18.

Figura 17 - IMC dos alunos

Turma 301				Turma 302				Turma 303				Turma 304			
Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC
1	49	1,7	18,0	1	50,3	1,6	19,2	1	37,6	1,6	15,5	1	44,8	1,6	16,9
2	49,2	1,6	19,5	2	50,4	1,6	19,9	2	47,5	1,5	20,0	2	45,4	1,6	18,0
3	51,3	1,6	19,1	3	52,6	1,7	18,6	3	51,3	1,7	17,3	3	46,7	1,5	20,5
4	53,2	1,7	18,0	4	53,1	1,7	18,6	4	54	1,7	19,1	4	47	1,5	20,9
5	53,4	1,5	22,8	5	53,2	1,7	18,2	5	55,9	1,5	23,9	5	49,1	1,6	18,5
6	55,4	1,8	18,1	6	53,2	1,6	22,1	6	58,7	1,5	25,1	6	50	1,6	18,8
7	55,8	1,6	22,9	7	55,2	1,7	19,3	7	61,1	1,6	24,8	7	53,8	1,6	21,6
8	56,2	1,5	24,0	8	57	1,7	20,4	8	62,4	1,7	22,9	8	54,8	1,7	19,2
9	57,1	1,7	20,7	9	58,4	1,7	21,5	9	62,4	1,6	24,7	9	55,3	1,7	19,8
10	57,4	1,7	20,3	10	58,4	1,6	23,7	10	62,9	1,6	24,3	10	57,4	1,7	19,2
11	58,9	1,6	22,7	11	58,5	1,7	19,5	11	65,2	1,7	23,7	11	58,5	1,7	20,2
12	60,3	1,7	20,9	12	58,7	1,6	24,1	12	67	1,6	26,2	12	60,2	1,7	20,6
13	60,7	1,7	22,3	13	59,2	1,8	19,3	13	67,6	1,6	26,4	13	61,6	1,6	25,6
14	61,6	1,7	20,6	14	60,4	1,6	24,8	14	68,2	1,6	27,3	14	65,7	1,8	19,4
15	61,9	1,6	24,2	15	61,7	1,6	23,8	15	69,5	1,7	25,5	15	71,5	1,7	23,9
16	62,1	1,7	20,5	16	62,2	1,9	18,0	16	71,7	1,7	24,5	16	73	1,6	28,5
17	62,2	1,6	23,4	17	63,2	1,6	24,7	17	72,3	1,6	29,0	17	75,4	1,8	24,1
18	63,4	1,6	23,9	18	63,3	1,7	21,6	18	73,2	1,7	24,5	18	75,6	1,6	28,1
19	64,7	1,7	22,7	19	63,9	1,7	22,1	19	73,2	1,7	24,7	19	76,1	1,8	24,8
20	65,2	1,8	21,3	20	66,8	1,7	23,4	20	81,7	1,7	27,6	20	76,5	1,8	23,6
21	65,8	1,6	24,8	21	68,5	1,8	21,6	21	81,8	1,8	24,7	21	76,5	1,7	27,4
22	66,7	1,6	25,7	22	70	1,7	25,1	22	81,8	1,7	28,6	22	77,6	1,6	29,2
23	69,2	1,6	26,0	23	74,4	1,8	23,0	23	81,8	1,6	32,8	23	77,8	1,7	26,0
24	70,3	1,8	22,4	24	77,1	1,8	24,3	24	82,9	1,7	27,7	24	80,7	1,7	26,7
25	77,6	1,8	23,9	25	77,7	1,6	29,6	25	83,9	1,7	28,7	25	81	1,8	26,1
26	80,2	1,7	26,8	26	79,6	1,8	24,8	26	84,3	1,7	28,8	26	81,4	1,7	27,8
27	80,7	1,7	29,6	27	81,6	1,8	26,6	27	90,4	1,7	30,2	27	81,5	1,7	29,6
28	82,4	1,5	35,2	28	84,7	1,8	27,0	28	91,1	1,8	28,4	28	82,8	1,7	27,3
29	89,1	1,8	26,9	29	99,3	1,6	36,9	29	96,2	1,7	34,5	29	87,5	1,8	26,4
30	106,2	1,7	35,5	30	101,3	1,8	32,7	30	96,2	1,6	38,1	30	88	1,9	25,4

Fonte - Silva (2016, p.33)

Figura 18 - Gráficos dos IMC no Excel



Fonte – Silva (2016, p.33)

Silva (2016) afirmou que os alunos permaneceram motivados em todas as etapas do desenvolvimento das atividades, saindo da condição de passividade ao se tornarem mais ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Ainda, nas palavras do autor:

Percebemos que os alunos superaram algumas dificuldades relativas ao conceito de polinômios e perceberam a aplicabilidade da Matemática, mais especificamente da Interpolação de Lagrange, em situações do cotidiano. A temática escolhida serviu como uma fonte de oportunidades não apenas para o aprendizado da Matemática, como também para a formação crítica dos alunos, ajudando-os a estabelecer metas de saúde, dado que todos precisam cuidar desta área em suas vidas (p. 35).

A conclusão do autor foi de que seu trabalho possa encorajar outros professores a ensinar através da Modelagem Matemática e servir como tema motivador para futuras ações.

Casaroto (2013) teve como objetivo estimular a curiosidade e incentivar o conhecimento sobre os conceitos básicos de Polinômios e sobre as técnicas para resolver Equações Polinomiais. Para atingir tais propósitos o autor propôs um plano de aula com situações-problema envolvendo Física, Administração e Economia.

A metodologia utilizada em seu trabalho foi a de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas propostas por Allevatoe Onuchic (2009). O público alvo foram alunos dos Ensinos Fundamental e Médio, de modo que esses alunos apresentassem pré-requisitos em conceitos de Matemática Financeira e Noções de Informática. Foram utilizados materiais como calculadora e computador, além do recurso computacional *Winplot* como tecnologia. O tempo previsto para Casaroto (2013) foi de 8 aulas.

Peixoto (2015) escreveu seu trabalho para que seus colegas professores, iniciantes ou veteranos, tivessem uma orientação para que pudessem se tornar facilitadores da matemática. Seu trabalho teve como objetivo orientar, dar ideias e um roteiro, de modo a tornar dinâmicas as aulas de matemática para alunos, professores em início de carreira e trocar experiências com antigos colegas professores do autor, conforme já foi citado pelo mesmo. Peixoto (2015), com o uso do *software* Geogebra, colocou sugestões, propondo uma sequência didática para o professor administrar aulas de Polinômios do primeiro grau, Polinômios do segundo grau, Funções Polinomiais, Funções Exponenciais, Função Logarítmica e Funções Trigonométricas. Em cada capítulo foi mostrado um planejamento onde apareceram os conteúdos

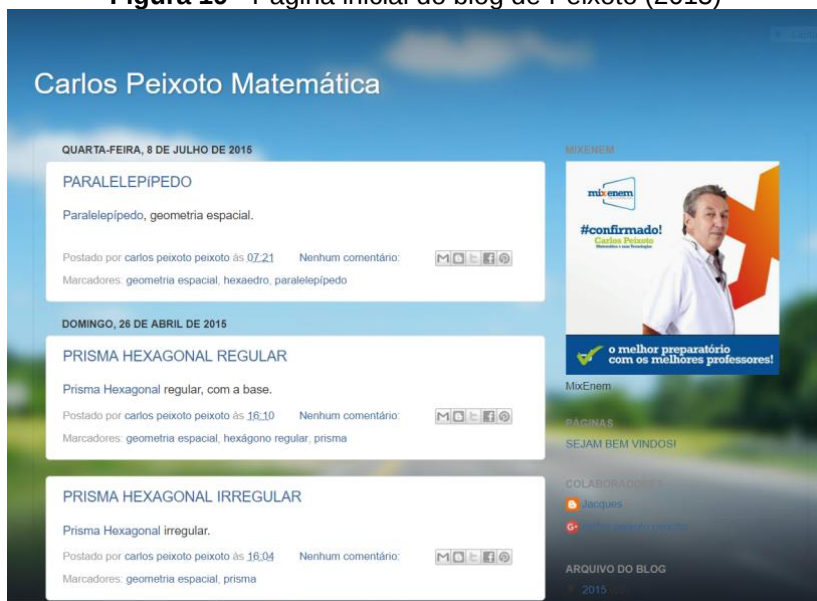
principais que devem ser fixados para o aluno, priorizando os gráficos dinâmicos que podem ser construídos com o Geogebra.

Peixoto (2015) seguiu a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, através das etapas propostas por Allevatoe Onuchic (2009). São elas:

- Preparação do Problema: Selecionar o problema que desenvolve o conteúdo a ser ensinado.
- Leitura individual: Solicitar que o aluno faça uma leitura individual detalhada.
- Leitura Coletiva: Solicitar que os alunos formem grupos, com até quatro alunos, e façam uma leitura coletiva.
- Observar e incentivar: Nesta etapa, o professor é mediador e incentiva os alunos a pensar e trocar ideias entre eles.
- Registro das resoluções na lousa: Os grupos podem apresentar as suas soluções sejam elas certas ou erradas para que todos possam analisar e discutir os caminhos.
- Discussão dos resultados: O professor deve guiar as discussões de forma que os alunos apresentem suas dúvidas.
- Formalização do conteúdo: Neste momento, o professor apresenta um registro "formal" do conteúdo de forma organizada, estruturada e na linguagem matemática, padronizando os conceitos e os procedimentos construídos através da resolução dos problemas, destacando as diferentes técnicas operatórias e demonstrando as propriedades.

Como o foco principal era o aluno, o autor, por meio de sua metodologia, conduziu os alunos de modo que pudessem trabalhar e descobrir propriedades e conceitos matemáticos através do *software* Geogebra, esperando contribuir para melhorar a aprendizagem de tais propriedades e conceitos. Como produto de seu trabalho, o autor criou um blog (www.carlospeixotomat.blogspot.com.br) conforme ilustrado na figura, com a pretensão de postar todos os seus trabalhos com o Geogebra.

Figura 19 - Página inicial do blog de Peixoto (2015)



Fonte: <http://carlospeixotomat.blogspot.com/>

Amorim e Lima (2016) visaram refletir sobre a abordagem dialógica e investigativa como uma alternativa para a sala de aula de matemática, relacionando geometria e álgebra, que possibilitasse um envolvimento ativo do aluno em seu processo de aprendizagem.

Para tal finalidade foi desenvolvido uma pesquisa de cunho qualitativo cujo material para análise foram as falas dos alunos, gravadas em áudio, registros no caderno de campo do primeiro autor e registros dos alunos em folhas de papel. A atividade foi realizada com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública da Cidade de Goiás, no interior do estado de Goiás. Foi trabalhado o conteúdo matemático Polinômios por meio do cálculo de área de quadrados e de retângulos utilizando o material concreto denominado Cartões de Polinômios. O material era constituído por um envelope que tinha dentro: 10 cartões quadrados com 8 cm de lado; 14 retângulos com medidas de 8 cm de altura por 2 cm de largura; 20 quadrados com 2 cm de lado. Metade dessa quantidade era azul e a outra vermelha.

Após as atividades os autores entenderam como bem sucedida a mudança de um ambiente de aprendizagem com estudantes passivos para um espaço de diálogo, de expressão de ideias e de dúvidas dentre outras, ou seja, com alunos envolvidos na

aula de matemática. O resultado obtido foi o envolvimento dos alunos ativamente no processo, que foi demonstrado por meio de:

- respostas às perguntas ao professor;
- questionamentos realizados sobre a tarefa, experimentações do material disponibilizado;
- tentativas e erros buscando responder aos questionamentos do professor/pesquisador;
- defesa de ideias com argumentações matemáticas.

Para Amorim e Lima (2016), as reflexões derivadas desse momento possibilitaram perceber a importância do professor sair do papel de transmissor de informações e se ver como mediador, criador de condições para que os alunos construam o conhecimento do objeto de estudo. Os autores concluíram que esse tipo de atividade contribuiu também para a formação profissional, pois mostra que alternativas para um ensino de matemática, como a abordagem dialógica e investigativa, podem ser bem recebidas por alunos da educação básica, além de promover sujeitos que constroem conhecimento, com um posicionamento crítico sobre o objeto de estudo.

O trabalho de Santana e Proença (2016) teve como objetivo investigar se por meio da observação e generalização de padrões era possível compreender a substituição de um padrão matemático por uma letra.

Santana e Proença (2016) trabalharam a partir de problemas a construção do significado de como e porque se usa letras em matemática e buscaram sanar dificuldades trazidas pelos alunos, advindas da aritmética. Participaram 34 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com faixa etária média de 12 a 13 anos, de uma escola pública da rede estadual do município de Maringá, do estado do Paraná. A questão destacada foi: “quais contribuições e desafios no ensino de Equações Polinomiais de primeiro grau podem ser identificados quando em sala de aula, trabalhamos na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem?”

Para tal, foram selecionados 20 problemas, desenvolvidos num período de 10 horas-aula. A aplicação da atividade foi realizada com os estudantes agrupados de 3 ou 4 alunos, aos quais foram disponibilizados problemas possíveis de serem resolvidos por

diferentes estratégias. Foram solicitadas a leitura dos problemas, a elaboração de estratégias e a exposição destas. Posteriormente, a validação plausível da solução. A professora atuou circulando entre os grupos e atendendo quando questionamentos eram levantados, ou elaborando questões que instigava o aluno a pensar.

O propósito dos problemas elaborados era o de conduzir o aluno a representar um padrão numérico por uma letra. A dificuldade ficava em substituir de alguma forma essa situação. Os alunos questionavam: *uma quantidade qualquer pode ser qualquer valor, mas qual valor?* Os autores indagaram sobre como resolver quando o cálculo era referente a *uma quantidade qualquer, ou seja, generalizar?* Os autores afirmaram que esta questão permaneceu em aberto em todas as atividades até que os alunos depois de algumas conversas, discussões, erros e acertos, perceberam que a matemática se utiliza de recursos que não são os números nem os sinais. O seguinte diálogo ocorre quando os autores reescrevem a questão: *Quantos elementos têm uma figura numa posição qualquer?* O diálogo é sobre uma situação que remete a quantidade de elementos em relação a posição da figura numa sequência apresentada no trabalho dos autores:

Aluno: Professora vamos abreviar posição da figura por pf?

Professora: Mas pf, quer dizer por favor?

Aluno: Não, pf quer dizer uma quantidade qualquer de elementos.

Professora: Ah! Então pf representa uma quantidade, mas como representar uma quantidade em Matemática?

Aluno: Em Matemática, uma quantidade é representada por um número

Professora: Neste caso, não estamos identificando quanto é a quantidade.

Aluno: Então professora, quantidade qualquer, poderia ser: número de mesas, número de nozes, número de palitos, número de espaços, número de retas, número de faixas, número de cubos?(referindo-se a estes e outros problemas). E no lugar desta quantidade tem letras?

Professora: Sim, a representação desta quantidade (padrão matemático) em Matemática, é representada por uma letra. Mas qual letra, se no alfabeto temos 26 letras?

Aluno: Vi num jogo de cartas, que uma carta tinha um poder x , daí perguntei ao meu amigo, quanto era o poder x , e ele disse que o tanto do poder x , poderia ser qualquer tanto.

Assim, Santana e Proença (2016) afirmaram que os alunos concluíram, com a mediação da professora, que as *letras* podem ser usadas em matemática para representar um padrão numérico que, conforme a linguagem do aluno, se referiam dizendo que era *uma quantidade qualquer*, e que por convenção foi utilizado a letra x .

Para Santana e Proença (2016), a partir deste ponto foi possível seguir para as expressões literais. Segundo os autores, a diferença deste encaminhamento foi que a questão resolvida é entendida em seu processo e não diretamente no resultado final. Foi ressaltado que todos os problemas apresentados e discutidos foram significativos e contribuíram com aprendizagem do conteúdo proposto.

Segundo Santana e Proença (2016), os procedimentos de resolução favoreciam a interpretação das fases do processo histórico da álgebra, primeiro a escrita em linguagem verbal, seguida da sincopada e finalmente a linguagem algébrica, possíveis pela observação e generalização de padrões.

A conclusão foi que por meio dessas atividades e discussões, os alunos construíram os conceitos necessários sobre a linguagem algébrica, tendo o problema como ponto de partida e o professor como mediador do conhecimento.

Almeida e Peixoto (2016) tiveram como objetivo geral analisar se a convenção entre o registro gráfico e o algébrico, e vice-versa, influenciam no processo de ensino e aprendizagem de Polinômios. Os autores, propositalmente, não fizeram distinção entre Polinômio e Função Polinomial, sendo representados pelo mesmo símbolo. Para fundamentar a importância da interpretação geométrica das Funções Polinomiais, Almeida e Peixoto (2016) utilizaram a teoria de Raymond Duval, os registros de representações semióticas, em que enfatiza a importância das diversidades de registros e a articulação entre eles nas atividades matemáticas.

Foi trabalhado uma pesquisa qualitativa baseada na Engenharia Didática, ou seja, desenvolveram uma sequência didática baseada na Teoria da Situação Didática, com atividades investigativas que utilizassem o aplicativo para *tablets*, denominado *xGraphing*. Segundo Duval (2011, apud ALMEIDA; PEIXOTO, 2016), o referido

aplicativo é um plotador gráfico gratuito que permite o traçado de gráficos de forma rápida, dinâmica e com inúmeras potencialidades. Os instrumentos de coleta de dados foram observação participante, questionários, avaliação diagnóstica e registros da sequência didática.

A experimentação ocorreu em quatro encontros de 100 minutos cada um, de novembro a dezembro de 2014, com 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual situada na zona urbana de Campos dos Goytacazes, sendo que 19 alunos estiveram presentes em todos os encontros.

A Atividade 1 foi estruturada em cinco partes, totalizando 23 questões. A atividade propiciou realizar transformações em que se fazia variar o grau do Polinômio, um momento par, outro momento ímpar, o sinal do coeficiente dominante, o termo independente, ora positivo, negativo ou nulo. Os autores consideram que a Atividade 1 favoreceu o aluno a identificar a paridade e o sinal do coeficiente do termo de maior grau de um Polinômio a partir da análise do comportamento do gráfico quando x assumia valores muito pequenos ou muito grandes, assim como identificar o comportamento gráfico do termo independente de um Polinômio, obtendo-se um aproveitamento de 94% das observações obtidas.

A Atividade 2 foi estruturada em três partes com quatro questões contendo seis subitens cada um. Essa atividade proporcionou aos alunos a experimentação de situações de transformação em que se fazia variar a multiplicidade das raízes reais, ora par ora ímpar. Os autores destacaram que não se explorou a diferença entre o comportamento do gráfico nas raízes reais quando de multiplicidade simples e quando de multiplicidade ímpar superior a 1. Os autores consideraram que a Atividade 2 possibilitou ao aluno reconhecer o comportamento do gráfico de um Polinômio em relação às suas raízes reais e, na vizinhança de suas raízes reais, quando estas tinham multiplicidade par ou ímpar, uma vez que se obteve um aproveitamento de 96% das observações obtidas.

A Atividade 3 foi estruturada em três partes com oito questões no total. Essa atividade favoreceu o aluno a reconhecer o comportamento do gráfico de um Polinômio em relação às suas raízes complexas, já que todos os alunos identificaram que o grau de um Polinômio é o mesmo valor da quantidade de raízes e que as multiplicidades

destas são levadas em consideração. A Atividade 3 ainda favoreceu o reconhecimento de duas importantes propriedades dos Polinômios Complexos com coeficientes reais: as raízes não reais ocorrem aos pares e os Polinômios de grau ímpar possuem um número ímpar de raízes reais, já que obtiveram um aproveitamento de 99% das observações.

Segundo Almeida e Peixoto (2016), os alunos obtiveram um aproveitamento de 71% nas questões de Concursos Vestibulares propostas na Atividade 4 e resolvidas durante a aplicação. A Atividade 4 teve por objetivo aglutinar todas as unidades significantes de forma a realizar uma avaliação global dos elementos da pesquisa. Os mesmos destacaram que as questões com maior aproveitamento, 88%, 94% e 100%, que foram as questões 1, 3 e 6, respectivamente, compreendiam apenas as transformações de conversão. Almeida e Peixoto (2016) observaram que o mau rendimento dos alunos nas questões 2 e 4 não estava associado à conversão e, sim, à outra atividade cognitiva, o tratamento. Nas referidas questões, a produção de uma conversão era antecidida de uma operação interna ao registro algébrico, no qual o aluno deveria substituir as expressões algébricas dadas em novas expressões, e estas deveriam possibilitar a identificação das variáveis cognitivas necessárias à conversão.

Pela análise dos dados os autores sinalizaram que o uso do plotador gráfico *xGraphing* contribuiu de forma significativa para a compreensão do comportamento gráfico das Funções Polinomiais, acelerando os tratamentos que envolvem as produções das representações semióticas, exibindo os registros tão rapidamente quanto a produção mental e permitindo um potencial ilimitado de tratamentos, manipulações, por meio de deslocamentos, ampliações ou reduções, propiciando uma aprendizagem heurística. A conclusão foi que a conversão entre os registros algébricos e gráficos e vice-versa influenciou positivamente a aprendizagem de Polinômios a partir da compreensão integrativa.

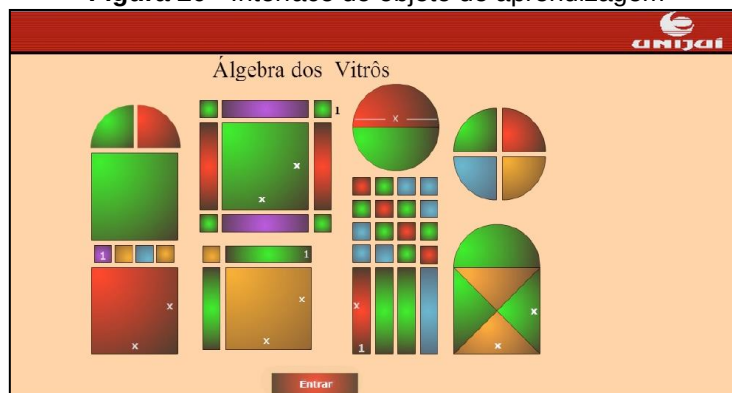
Aguiar (2016) teve como objetivo em seu trabalho relatar e analisar uma experiência vivida por uma professora de matemática em uma pesquisa realizada com um estudante do oitavo ano do Ensino Fundamental no município de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul. A autora utilizou na experiência o objeto de aprendizagem virtual “A Álgebra dos Vitrôs” a fim de auxiliar e possibilitar oportunidades

de compreensão do conteúdo de monômios algébricos a um estudante que demonstrava dificuldades em sala de aula.

A autora utilizou a concepção de Ponte (2006) a respeito de estudos de caso para fins de classificação de sua pesquisa quanto ao tipo, pois percebera que a proposta se enquadra nas descrições do autor, onde o mesmo define como sendo uma investigação que volta suas observações a um contexto específico para facilitar a compreensão de algum aspecto do tal contexto. As observações e análises foram voltadas às eventuais generalizações realizadas pelo estudante durante a realização das atividades, no que tange as transições entre o contexto geométrico - proporcionado pelo Objeto - e o algébrico.

A coleta e a análise de dados foram realizadas com ênfase no objetivo de sua proposta, ou seja, a tentativa de promover possibilidades diferenciadas de compreensão da álgebra por meio da geometria. A coleta se deu de modo qualitativo, isto é, interessou o modo com que o aluno se envolveu na busca pelas respostas às perguntas colocadas pelo Objeto de Aprendizagem. Os dados da pesquisa constituíram-se através do diário de campo redigido pela professora durante o desenvolvimento da proposta, tomando nota das percepções e questões que surgiram na observação do envolvimento dos estudantes no projeto. Também foram tiradas fotografias e *printscreen* das telas de resolução das atividades por parte do aluno. Para análise dos dados, Aguiar (2016) utilizou a teoria das representações semióticas de Duval (2003), a qual serviu para interpretação das transições entre os diferentes registros feitos pelo aluno durante a atividade.

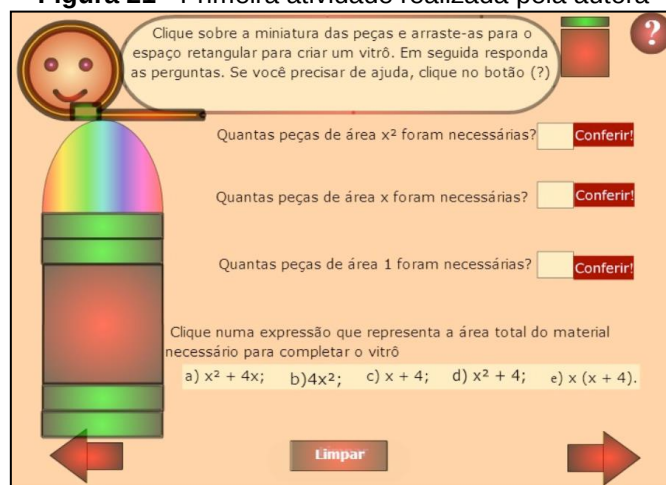
Figura 20 - Interface do objeto de aprendizagem



Fonte - Aguiar (2016, p.03)

Aguiar (2016) descreveu que foi possível durante a atividade observar o avanço do aluno no que se refere às dificuldades de aprendizagem apresentadas. Isto ocorreu devido às diferentes representações e registros (algébrico e geométrico) possibilitados pelo objeto de aprendizagem virtual, o que fez com que ocorresse, por parte do aluno, a percepção do monômio em mais de um sistema de representações semióticas. Para a autora, o principal objetivo da professora, naquele estudo de caso, mostrava-se alcançado: o aluno realizou generalizações geométricas que lhe permitiram realizar operações algébricas de forma correta e natural, sem recorrer a algoritmos mecanizados.

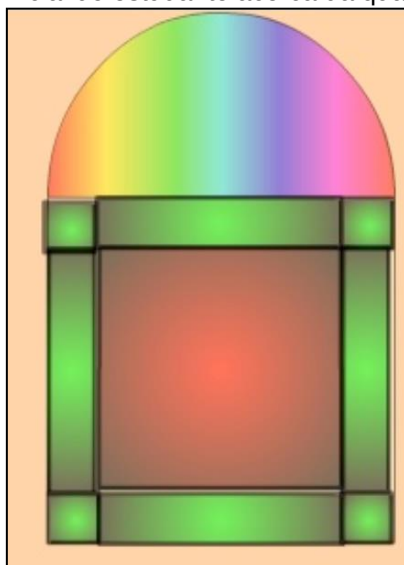
Figura 21 - Primeira atividade realizada pela autora



Fonte - Aguiar (2016, p.06)

Entretanto, em suas considerações finais, Aguiar (2016) afirmou que não foi possível ocorrer o acontecimento da noesis, descrita por Duval (2003) como sendo a compreensão conceitual de um objeto. Ao considerar o objeto como sendo os monômios algébricos e as operações matemáticas a serem realizadas com os mesmos concluiu, no decorrer do seu estudo de caso, que o aluno avançou devido à transição entre diferentes representações, mas a compreensão total do objeto ainda continua como um aspecto que necessita de um maior aprofundamento para que se possa garantir a sua ocorrência.

Figura 22 - Registro inicial do estudante acerca da quarta atividade proposta



Fonte - Aguiar (2016, p.07)

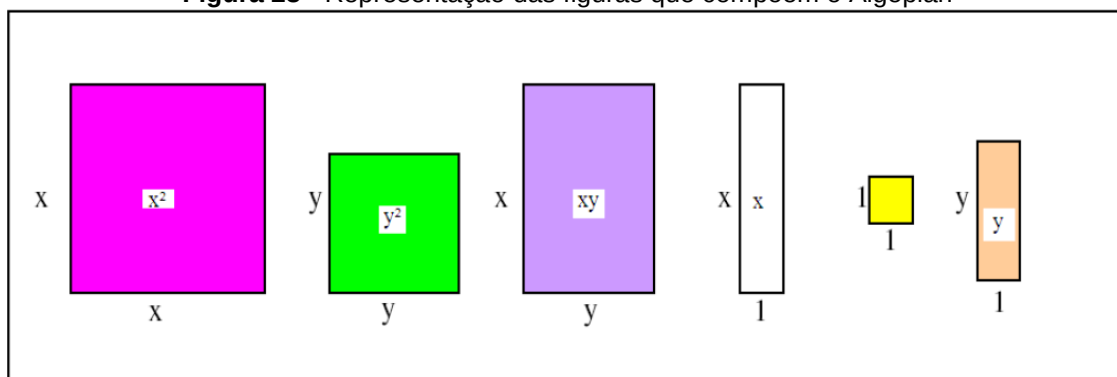
Assim, a autora finalizou com uma sugestão de uma possível continuidade para o seu trabalho: a proposição de uma sequência didática que permita ao pesquisador a percepção da ocorrência da noesis, isto é, uma atividade que transcendam o domínio das diferentes representações semióticas e exija do aluno o domínio conceitual do objeto estudado.

Bertoli e Schuhmacher (2013) abordaram uma breve descrição sobre algumas questões importantes para a prática educacional matemática. A pesquisa consistiu em analisar o potencial didático de uma atividade prática experimental com o uso do Algeplan. Desenvolvido com uso de materiais recicláveis, ou de baixo custo, cujo objetivo é auxiliar no processo de ensino de polinômios para o 8º ano do ensino fundamental. Para Bertoli e Schuhmacher (2013, p. 3),

No 8º ano os alunos já têm conhecimento de equação de 1º grau, e possuem formação suficiente para relacionar letras a valores numéricos. O ensino de polinômios se torna muito importante, pois neste período os estudantes passam a utilizar a abstração matemática para resolver situações algébricas. No entanto, este tem sido o grande desafio da educação matemática do 8º ano, os estudantes sentem muita dificuldade em operar letras cujos valores não estão associados a algo manipulável.

O que foi proposto foi justamente uma prática que auxilia o aluno a relacionar letras e formas geométricas manipuláveis, relacionando teoria e prática. Como sugestão utilizaram o Algeplan, que consiste na utilização de figuras geométricas planas (quadrados e retângulos), confeccionados com papel. Com papel e régua, os alunos construíram seu jogo, ou seja, o Algeplan.

Figura 23 - Representação das figuras que compõem o Algeplan

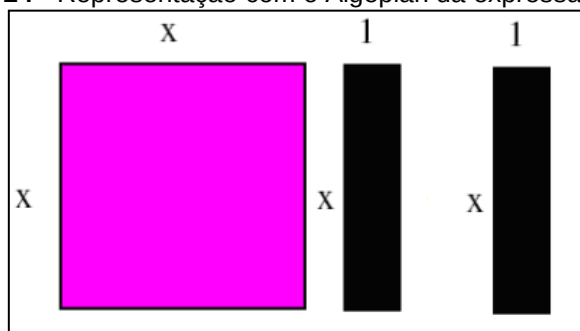


Fonte - Bertoli e Schuhmacher (2013, p.07)

Os autores fizeram uso da Teoria da Aprendizagem Significativa com delineamento da pesquisa, e com a hipótese de que a utilização de uma atividade experimental, nas aulas de matemática, poderá favorecer a aprendizagem significativa nos alunos. A pesquisa utilizada foi de cunho qualitativa bibliográfica, com referencial em livros e artigos sobre o assunto, e relato de experiência, pois os autores aplicaram, de fato, o projeto.

A álgebra foi abordada nesse trabalho enquanto conteúdo e também apresentada num breve relato histórico de sua construção, pois Bertoli e Schuhmacher (2013) acreditaram que quando se utiliza a história ligada ao conteúdo, a aula se torna mais significativa e envolvente para o estudante. O artigo não apresentou um plano de aula, mas contemplou uma atividade aplicada em sala de aula, que está descrita de modo mais geral, pois os planos de aula seriam muito extensos, e tal sequência pode ser adequada a cada realidade, segundo os autores.

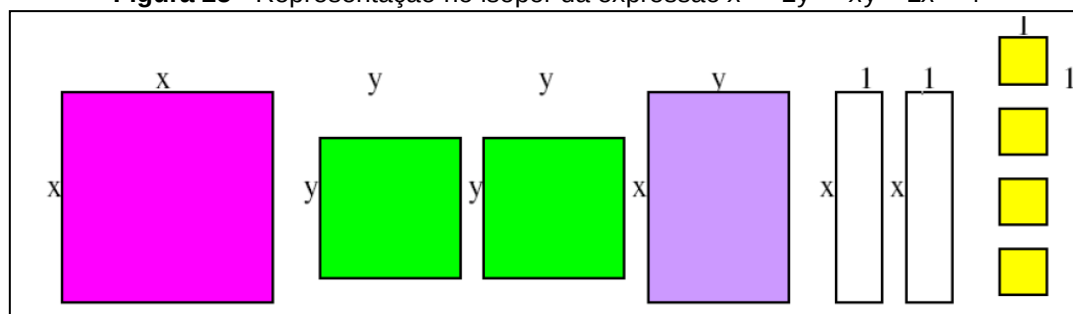
Figura 24 - Representação com o Algeplan da expressão $x^2 - 2x$



Fonte - Bertoli e Schuhmacher (2013, p.07)

Como resultado os autores perceberam que, durante a aplicação da atividade, os alunos sentiram-se motivados e conseguiram operar os Polinômios. Para Bertoli e Schuhmacher (2013), a atividade com Algeplan foi um excelente recurso didático, pois se bem explorado com base no que descreveram no artigo, trará resultados positivos.

Figura 25 - Representação no isopor da expressão $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$



Fonte - Bertoli e Schuhmacher (2013, p.10)

A pretensão com esse trabalho foi a de atribuir subsídios aos docentes da área de matemática, para que possam utilizar esta estratégia no ensino de Polinômios, descrita pela prática do Algeplan. Além disso, servirá de apoio pedagógico aos profissionais da área que queiram utilizar a aprendizagem significativa, Teoria de Ausubel, em sua prática.

O trabalho de Langwinski (2017) teve como objetivo apresentar uma ideia para iniciar o ensino de álgebra para os alunos do 8º ano no conteúdo de Monômios e Polinômios. A atividade denominada como *piquenique algébrico*, foi resultado das

observações em sala de aula de um dos sujeitos de pesquisa do mestrado, que ainda encontra-se em desenvolvimento.

Se tratando de uma pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) para a coleta de dados, a pesquisadora estava fazendo uso de instrumentos como filmagens das aulas, entrevistas semi estruturadas gravadas e transcritas, além de diário de campo. Os sujeitos da pesquisa foram os professores de matemática do 8º ano, lotados nos colégios estaduais do município de Santa Terezinha de Itaipu, Paraná.

Segundo Langwinski (2017, p. 01),

Para um ensino eficaz de matemática, entre outros princípios estão a interação entre professor e aluno e, a clareza nas explicações. O ensino de matemática, mais especificamente no conteúdo de álgebra tem sido um assunto significativo nas pesquisas em educação, que tem buscado maneiras de contribuir para o desenvolvimento do conhecimento do aluno, também com um olhar para a prática do professor.

Assim, a autora mostrou em seu trabalho saberes dos professores em sala de aula. Considerou ser importante dar ênfase ao modo como a professora conduziu a sua aula e instigou os alunos. Por meio da atividade *piquenique algébrico*, a pesquisadora pôde perceber o entusiasmo dos alunos e o interesse na participação da aula.

Os objetivos do trabalho de Santos et al (2017), que associa conteúdos da álgebra e da geometria, foram, segundo os próprios autores:

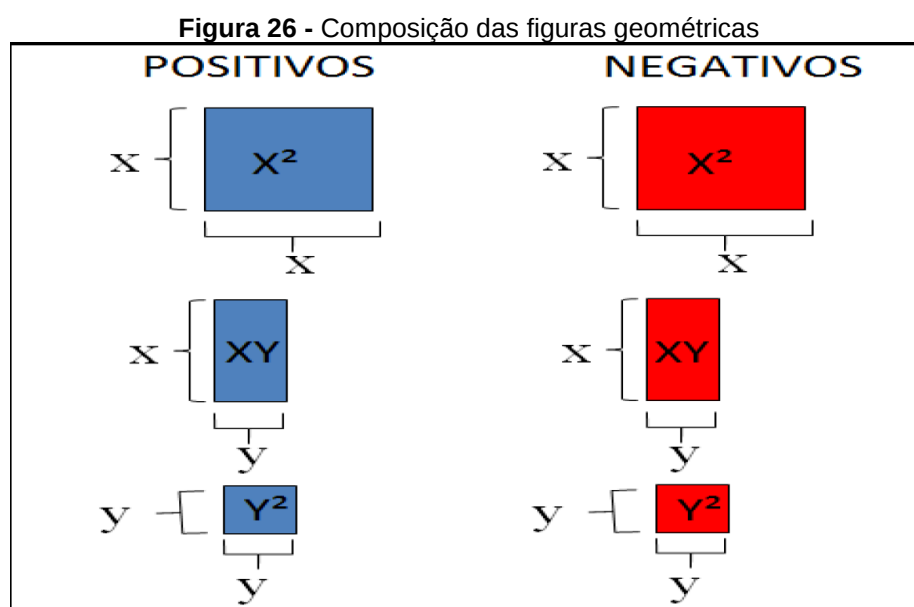
- apresentar e discutir figuras planas, especialmente retângulos e quadrados;
- desenvolver conceitos e propriedades de figuras planas, bem como as noções de área e perímetro;
- promover atividades que integrem as noções de área e perímetro envolvendo o trabalho com Escala e Polinômios.

A metodologia empregada pelos autores foi uma sequência de trabalhos aplicados em uma turma de EJA na Escola de Ensino Fundamental Irmão Pedro, localizada na cidade de Canoas/RS, no bairro Estância Velha. O trabalho pedagógico teve como objetivo desenvolver atividades que despertassem o interesse dos estudantes da EJA para o estudo da álgebra envolvendo conceitos geométricos com material manipulativos e visuais. O projeto teve uma abordagem qualitativa que traduziu

a subjetividade dos envolvidos com o tema e necessitou, por parte dos pesquisadores, de uma interpretação das ideias que surgiram no decorrer das análises.

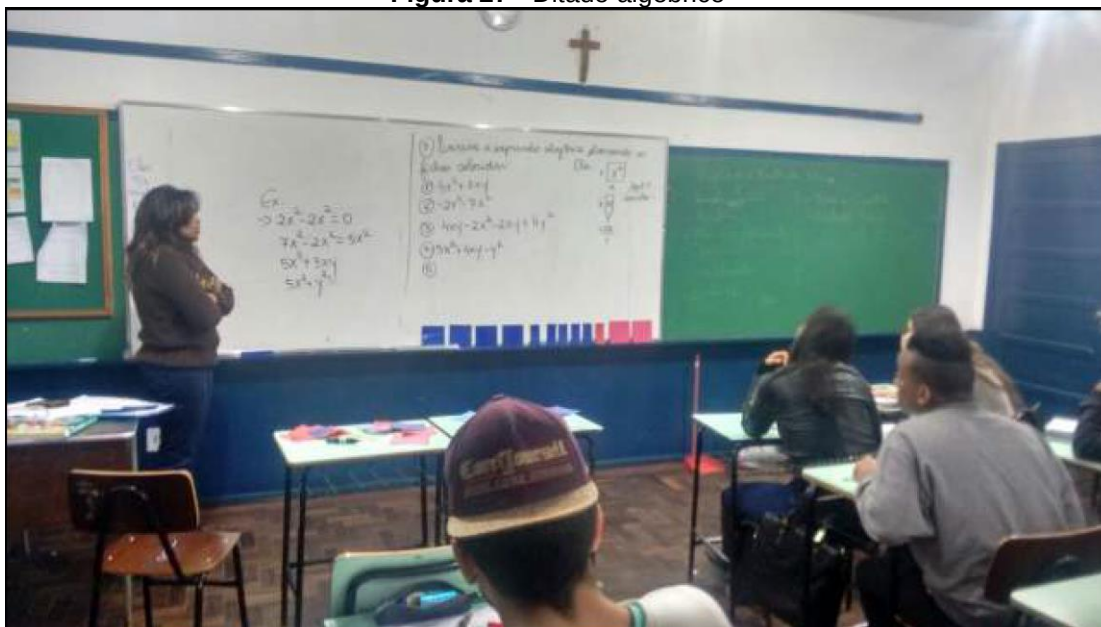
Foram inicialmente realizadas uma pesquisa e uma seleção de atividades manipulativas envolvendo Álgebra e Geometria. Em seguida, uma confecção dos materiais; e, por conseguinte, a aplicação das atividades nas turmas da EJA.

Os resultados estão apresentados nas figuras 26 a 33.



Fonte - Santos et al (2017, p. 05)

Santos et al (2017) apresentaram na figura 26 acima as figuras geométricas relacionadas aos conceitos algébricos. Foram construídos três tipos de figuras, dois quadrados e um retângulo. Ao quadrado maior foi dada a medida X de altura e X de comprimento, portanto seu nome, ou seja, sua área é X^2 ; ao quadrado menor foi dada a medida Y de altura e Y de comprimento, portanto seu nome, ou seja, sua área é Y^2 ; e ao retângulo foi dada a medida X de altura e de Y de comprimento, portanto seu nome, ou seja, sua área é XY . Segundo os autores, foi acordado também com os estudantes que as figuras na cor azul seriam os termos algébricos positivos e as figuras na cor vermelha seriam os termos algébricos negativos. A partir dessas áreas, foram desenvolvidas as atividades.

Figura 27 - Ditado algébrico

Fonte - Santos et al (2017, p. 06)

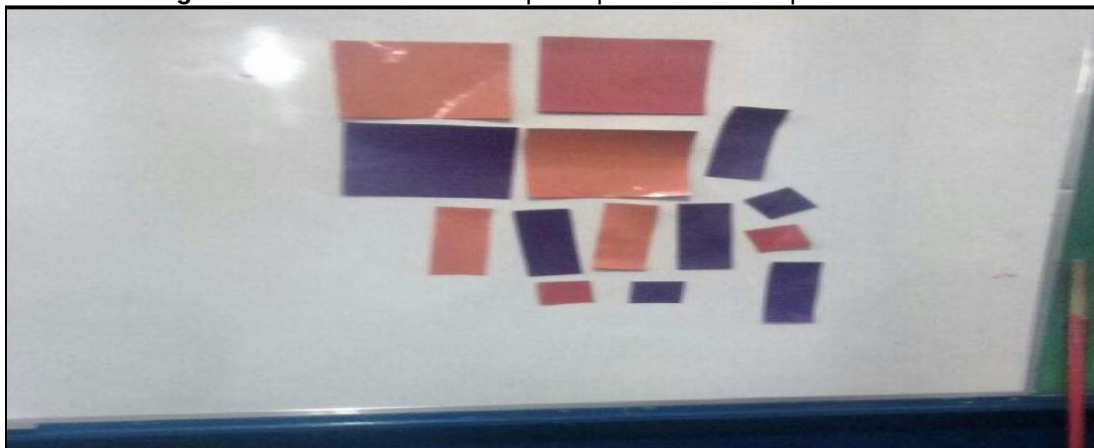
Foi apresentado na figura 27 um Ditado Matemático no qual a professora colocou as figuras no quadro e os estudantes iam respectivamente escrevendo as sentenças algébricas no caderno e efetuando as reduções algébricas necessárias. Para os autores, figuras iguais são semelhantes entre si e figuras iguais com cores diferentes poderiam ser subtraídas, com a operacionalização das reduções algébricas.

Figura 28 - Desenho de sentenças algébricas usando desenhos geométricos

Fonte - Santos et al (2017, p. 06)

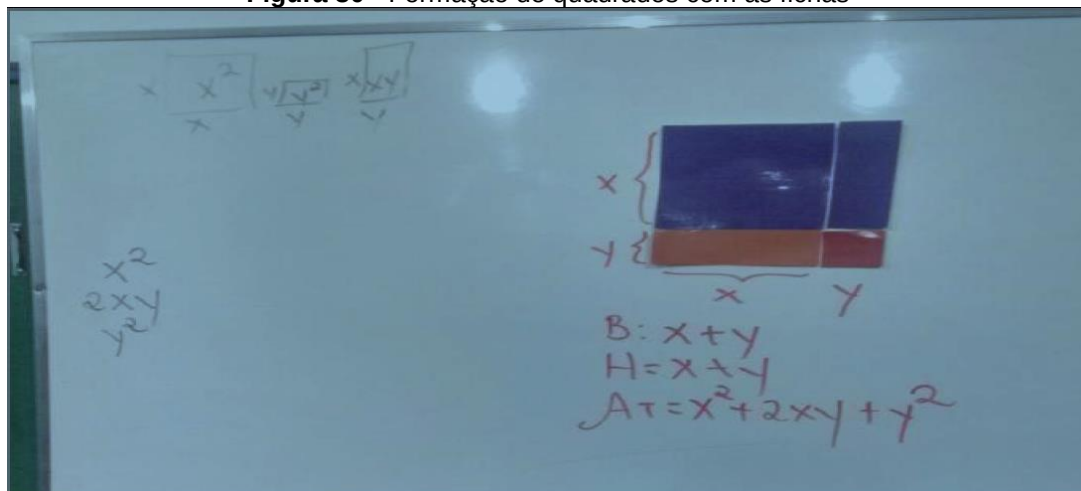
Na figura 28 acima os autores apresentaram a correspondência entre os elementos geométricos, as fichas azuis e vermelhas, com termos algébricos. Para os autores, os estudantes deveriam representar através de desenho as sentenças algébricas, respeitando as representações positivas e negativas.

Figura 29 - Fichas construídas pelos professores no quadro da aula



Fonte - Santos et al (2017, p. 07)

A figura 29 ilustra a construção coletiva de áreas no quadro da sala de aula. Para tal atividade foram confeccionados pelos professores fichas maiores que poderiam ser vistos por todos. Os autores combinaram com os estudantes que as fichas seriam todas positivas, independente da cor apresentada pelos professores. Segundo Santos et al (2017), foi proposto que os estudantes montassem quadrados com as figuras apresentadas pelos professores e, desta forma, reforçava-se o conceito de área e de perímetro de quadrados.

Figura 30 - Formação de quadrados com as fichas

Fonte - Santos et al (2017, p. 07)

Santos et al (2017) apresentaram na figura 30 a formação de quadrados com as fichas no quadro da sala de aula. Os autores observaram a composição da base, da altura e da área do quadrado formado no quadro. Os estudantes deveriam passar o desenho do quadro para uma folha quadriculada, respeitando as medias dos lados.

Figura 31 - Construção de quadrados com colagens de fichas

Fonte - Santos et al (2017, p. 08)

Na figura 31 os autores apresentaram a construção em grupos de estudantes de áreas de quadrados. Cada grupo recebeu pequenas fichas coloridas que

representavam o X^2 , Y^2 e o XY . Os estudantes foram desafiados a construir quadrados a partir de uma área dada.

Na figura 32 seguinte Santos et al (2017) apresentaram outra construção de quadrados realizados pelos estudantes.

Figura 32 - Construção de quadrados com colagens de fichas



Fonte - Santos et al (2017, p. 08)

Na figura 33 seguinte foi apresentado uma atividade de revisão onde os estudantes deveriam destacar a área e o perímetro de retângulos e quadrados e encontrar o perímetro de figuras geométricas quaisquer.

Figura 33 - Atividade envolvendo área e perímetro de figuras geométricas



Fonte - Santos et al (2017, p. 09)

Após a aplicação das atividades, os autores concluíram que o estudante observou que a aprendizagem pode mudar sua vida e a sociedade em que ele vive. Os autores afirmaram também que atividades como as propostas neste projeto, quando trabalhados com estudantes da EJA, contribuíram para que os esses mesmos alunos pudessem compreender, aplicar e dar significado aos conceitos matemáticos, onde esses estudantes, sendo da EJA, possam procurar, nessa modalidade, uma forma diferente e mais dinâmica de aprender matemática.

2.2.2. Estudos Diagnósticos

Apresentaremos neste item um trabalho que se propôs a identificar possíveis fatores influenciadores das dificuldades de aprendizagem e de ensino a acerca de Polinômios.

O objetivo do trabalho de Barbosa e Ceolim (2016) foi o de investigar as percepções de estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual situada no Centro-Oeste do Paraná, quanto aos principais motivos que os levaram a cometer erros em atividades de operações com Monômios e Polinômios, onde os alunos representaram suas próprias histórias, marcando seus erros

predominantes nas duas avaliações realizadas no decorrer do trimestre, em forma de narrativas, que posteriormente foram utilizadas para coleta e organização dos dados.

Para os autores, tratou-se de uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, na qual se almejou compreender os principais motivos que levaram os alunos ao erro. Para tais propósitos, a opção metodológica foi pela Análise Textual Discursiva. Além dos alunos do oitavo ano, a pesquisa envolveu também como sujeitos a professora regente da disciplina de matemática e, ainda, a pesquisadora no papel de pesquisadora-observadora. Da análise dos dados emergiram três categorias, a saber:

- concepções dos alunos referentes à disciplina de matemática;
- estrutura organizacional e o planejamento das aulas de matemática;
- o domínio deficiente de conteúdos considerados pré-requisitos.

Foi elaborado um código formado por dois momentos analisados, com a finalidade de manter a relação cronológica e contextual entre os fragmentos retirados das produções escritas, sendo estes (M1 e M2, considerando o *primeiro momento* e o *segundo momento*, respectivamente), e os estudantes foram identificados por A2, A4, A7, A9, A13, A14, A15, A19, A20, A22, A23, A25, A28, A29, A30, considerando a produção escrita de 15 alunos os quais atenderam o propósito da narrativa, no qual os autores utilizaram o código de identificação formado pela letra A (aluno) seguido de uma numeração arbitrária do 1 ao 33, sorteada pela pesquisadora anteriormente à facção das narrativas.

Segundo Barbosa e Ceolim (2016), considerando a aversão à disciplina, 3 alunos (A4, A9 e A15), dentre os 15 alunos considerados destacaram como fator, no qual 2 deles (A4 e A15) relataram que sua aversão também é resultado da falta de atenção ao conteúdo e nas conversas durante a explicação do conteúdo e, ainda, para A9 o fato de não gostar da disciplina gera uma certa dificuldade de aprendizagem, conforme os autores observaram nos seguintes fragmentos:

A4M1 - [...] Eu como aluno sou: bagunceiro mas faço as tarefas que os professor dão. [...] Minha relação com a disciplina de matemática não é boa sou ruim nessa matéria [...].

A4M2 – [...] Os meus erros são provenientes, por que eu não presto atenção. Eu como aluno sou, meio bagunceiro. [...] Minha relação com a disciplina de matemática é péssima, não gosto de matemática [...].

A9M1 – [...] Meus erros foram, quase tudo porque eu tenho dificuldade de fazer contas [...].

A9M2 – [...] Nesta segunda avaliação meus erros foram, explicar que eu odeio a matéria de matemática. [...] Eu em sala de aula sou boa aluna quando a professora ta explicando eu presto atenção e tudo. [...] Eu me esforço pra conseguir uma nota melhor “evoluir” [...].

A15M1 – Nesta avaliação eu errei em não prestar muita atenção em que a professora explicava. Meus erros vieram de mim conversar bastante. [...] Minha relação com a disciplina é meio tensa porque eu odeio matemática [...].

A15M2 – Meus erros foram que não prestei atenção nas explicações que a professora passou no quadro. Eu errei porque eu não colei. [...] Só não gosto de matemática, odeio conta [...].

Para Barbosa e Ceolim (2016), a segunda categoria, *estrutura organizacional e o planejamento das aulas de Matemática*, contemplou as unidades de significados referentes à dificuldade de aprendizagem, a falta de atenção devido às conversas no momento da explicação do conteúdo, a falta de atenção/concentração no momento da avaliação, bem como a professora regente explicar rápido/mal o conteúdo. Os autores ressaltaram que a unidade de significado que contempla os relatos dos alunos que destacaram que a professora regente explica rápido/mal foi considerada somente no *primeiro momento*, pois no *segundo momento* houve a troca de professora. Assim, nos relatos de 8 alunos (A2, A4, A9, A13, A14, A19, A23, A29), dos 15 considerados, foram explicitados como principal fator a professora explicar rápido/mal o conteúdo, deixando claro que ela fica nervosa e se atrapalha ou, ainda, que explica de um jeito que não dá para entender (o jeito dela), evidenciando assim, com a explicação muito rápida eles não compreendem o conteúdo, conforme os autores observaram nos seguintes fragmentos:

A2M1 – [...] Eu gosto muito da professora ela me explica muito bem, mas quando fica nervosa não sabe como explicar [...].

A4M1 – [...] A professora da disciplina de Matemática não é muito boa, ela não explica direito [...].

A9M1 – [...] A professora de Matemática quando eu tenho uma dificuldade fala pra mim tirar satisfação só que eu não entendo a professora às vezes porque ela explica do jeito dela e a maioria não entende [...].

A19M1 – [...] A professora de Matemática ela é uma boa professora mas em alguns momentos ela explica mal a matéria do jeito dela [...].

A13M1 – [...] A professora de Matemática é muito boa, ela explica direito, só acho que ela explica muito rápido e as vezes não compreendo [...].

A14M1 – [...] Em relação a professora: muitos alunos não conseguem entender o que ela explica, até mesmo ela não entende o que ela diz [...].

A23M1 – [...] A professora da disciplina de Matemática é enrolada nas explicações [...].

A29M1 – [...] A professora da disciplina de Matemática eu creio que saiba explicar, mas as vezes se atrapalha [...].

Os depoimentos dos alunos mostraram que, para os alunos, a professora fica nervosa, atrapalha-se e explica rápido. Barbosa e Ceolim (2016), por meio do diário de campo, consideraram a falta de planejamento das aulas de Matemática pela professora regente, perceberam que a aula demorava em ser iniciada devido à falta de atenção dos alunos advinda das conversas. Segundo os autores, são estes mesmos alunos, que conversam e não prestam atenção na aula, que colocam a culpa na professora regente ou, ainda, que possuíam dificuldade de aprendizagem. Os autores observaram esse fato nos seguintes fragmentos:

A2M1 – [...] Meus erros são provenientes da aprendizagem e comportamento [...]. Eu gosto da professora ela me explica muito bem, mas quando fica nervosa não sabe explicar [...].

A7M1 – Nesta avaliação meus erros foram por falta de atenção e desentendimento sobre o conteúdo. Eu como aluna sou mais ou menos porque as vezes eu converso e não consigo entender o que a professora está falando [...].

A9M1 – [...] Meus erros foram, quase tudo porque eu tenho uma certa dificuldade de fazer as contas [...]. A professora de Matemática quando eu tenho uma dificuldade fala pra mim tirar satisfação só que eu não entendo a professora as vezes porque ela explica do jeito dela e a maioria não entende [...].

A13M1 – [...] Eu sou atenciosa tento prestar atenção no máximo, mas as vezes não consigo entender. A professora de Matemática é muito boa, ela explica direito, só acho que ela explica muito rápido e as vezes não compreendo [...].

A25M1 – Meus erros foram [...] porque a prova estava muito difícil, errei também porque não presto atenção nas aulas. Eu como aluno sou um pouco bagunceiro, faço quase todas as tarefas [...].

Os autores, na terceira categoria, *domínio deficiente de conteúdos considerados pré-requisitos* contemplaram as unidades de significado referentes à dificuldade de aprendizagem, a falta de atenção no conteúdo devido conversas no momento das explicações e, ainda, a falta de atenção/concentração no momento da avaliação. Barbosa e Ceolim (2016) destacaram que 6 alunos (A2, A7, A9, A13, A25 e A30) relataram como principal motivo que os levaram aos erros a dificuldade de aprendizagem, no qual A7, A13 e A25 destacaram ainda sua falta de atenção/concentração no momento da avaliação, conforme foi observados pelos autores nos seguintes fragmentos:

A2M1 – [...] Meus erros são provenientes a aprendizagem e comportamento [...].

A9M1 – [...] Meus erros foram, quase tudo porque eu tenho certa dificuldade de fazer as contas [...].

A7M1 – Nesta avaliação meus erros foram por falta de atenção e desentendimento sobre o conteúdo. Eu como aluna sou mais ou menos porque as vezes eu converso e não consigo entender o que a professora está falando [...].

A7M2 – [...] Meus erros foram provenientes porque não consegui entender a explicação da professora e não consegui resolver os problemas corretamente. [...] E a professora explica, explica e eu não entendo [...].

A13M1 – [...] Os meus erros foram por falta de atenção e por não conseguir focar-me nesses exercícios de x e y . Eu sou atenciosa tento prestar atenção no máximo, mais as vezes não consigo entender [...].

A13M2 – [...] Sobre meus erros a culpa foi minha, de não ter perguntado quando eu não entendi. Sou calma, paciente, inteligente só com algumas dificuldades em matemática [...].

A25M1 – Meus erros foram [...] porque a prova estava muito difícil, errei também porque não presto atenção nas aulas. Eu como aluno sou um pouco bagunceiro, faço quase todas as tarefas [...].

A30M1 – Meus erros na prova foram porque eu não entendi a matéria que ela passou. Eu sou um aluno meio quieto mais tem um pouco de dificuldade para aprender as matérias de Matemática e Português [...].

A30M2 – Meus erros foram não prestar atenção na ora de responder. Meus erros foram provenientes por que eu copiei e errado [...].

Como resultado, Barbosa e Ceolim (2016) identificaram como principais motivos que levam o aluno ao erro: a dificuldade de aprendizagem dos alunos; a falta de atenção no conteúdo devido às conversas durante a aula e a falta de atenção/concentração no momento da avaliação de aprendizagem. Os autores ressaltaram também que nada adianta o professor tratar do processo de evitar o erro, se não busca corrigir a raiz do erro, pois, para os autores, o erro é um instrumento para identificar dificuldades comuns da aprendizagem, mostrando ao aluno a maneira correta.

A conclusão dos autores foi a de que quando o professor percebe o motivo do erro cometido pelo aluno, fica mais fácil saber como trabalhar com o propósito de sanar as dificuldades que impedem o aluno de avançar no processo de aprendizagem da matemática.

2.2.3. Pesquisas que Envolvem Análises de Livros

Nesta categoria trouxemos estudos que se propuseram a analisar livros didáticos quanto à apresentação do conteúdo Polinômio a alunos e professores.

Borges (2007), em seu trabalho, investigou se os tópicos Polinômios e Funções são articulados, em livros didáticos de matemática destinados ao Ensino Médio brasileiro. Para tal propósito, o autor pesquisou o tema na literatura didática disponível, em documentos oficiais, em dissertações e teses defendidas no Brasil e em artigos de congressos internacionais. Em sua análise, Borges (2007) investigou três das onze coleções de matemática aprovadas em 2005 pelo Programa Nacional do Livro Para o Ensino Médio do Ministério da Educação e Cultura. São elas:

- Matemática: uma atividade humana, de Adilson Longen, Base Editora e Gerenciamento Pedagógico, 2003.
- Matemática, de Oscar Augusto Guelli Neto, Editora Ática, 2004.
- Matemática Ensino Médio, de Kátia Cristina StoccoSmole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz, Saraiva Livresiros Editores S/A, 2003.

Foram examinados o tratamento expositivo e o corpo de exercício dessas três coleções. Quanto ao tratamento expositivo, Borges (2007) investigou como os assuntos Polinômios e Função Polinomial são tratados, e relacionados, se este for o caso. Quanto ao corpo de exercícios, o autor buscou observar se as coleções davam a cada exercício o tratamento de Polinômio ou de Função Polinomial.

Borges (2007), em sua investigação, revelou que nos livros 1 não se faz a articulação entre Polinômios e Funções.

A coleção A não faz relação das funções afim e quadrática com nenhum tipo de Polinômio, não menciona a palavra *Polinômio*, nem a expressão *Função Polinomial*.

A coleção B, segundo Borges (2007), não cita o termo *Polinômio* e menciona a expressão *Função Polinomial* somente para nomear as Funções Afim e Quadrática, que são apresentadas como Função Polinomial de 1º grau e Função Polinomial de 2º grau, respectivamente.

A coleção C é a única que esboça uma tentativa de articulação que, no entanto, segundo Borges (2007), é marginal. Suas autoras mencionam que existe uma relação entre Função Afim e Polinômio do 1º grau, mas não chegam a desenvolver essa

relação e fazem uso confuso das expressões *Função do 1º grau*, *Polinômio do 1º grau*, *Função Polinomial do 1º grau* e *Função do 2º grau*.

Borges (2007) observou que os livros 2 de todas as coleções selecionadas não abordam o conteúdo Polinômios.

Quanto aos livros 3, a coleção A utiliza frequentemente o termo Polinômio e, apesar de citar várias vezes que *todo Polinômio é uma Função*, não explica como fazer a associação entre Polinômio e Função. A expressão *Função Polinomial* ocorre de modo isolado, no final do livro, na seção *gráfico de uma Função Polinomial*, que ocupa somente três páginas; apenas nesse momento a expressão é definida, segundo o autor.

Segundo Borges (2007), a coleção B desenvolve o assunto em sua unidade 3, titulada de *Números Complexos, Funções Polinomiais e Cálculo Informal*, sugerindo no título a intenção de promover a articulação dos dois conceitos. Borges (2007) afirmou porém que essa coleção acaba fazendo um uso isolado da expressão *Funções Polinomiais*, pois o livro a utiliza pela primeira vez no início do assunto e partir daí passa a usar o termo *Polinômio*. Borges (2007) afirmou que nesse momento do texto a relação com as funções é explicitada apenas para o cálculo de valores particulares de Polinômios com o auxílio do algoritmo da divisão de Polinômios. O autor afirmou que o termo *Função Polinomial* somente ressurge no final do livro 3, na seção AULA 16 – Limite no Infinito de uma Função Polinomial, no contexto do cálculo informal.

A coleção C, segundo Borges (2007) faz uma articulação parcial dos temas Polinômios e Funções, pois identifica as expressões *Polinômio* e *Função Polinomial* de início quando define esses dois conceitos. Porém, segundo o autor, também faz uso isolado da expressão *Função Polinomial*, pois na sequência a coleção afirma que o estudo dos Polinômios permite aprofundar o conceito de Função para as de grau maior que 2, mas limita-se a apresentar os esboços dos gráficos de apenas uma Função Polinomial de grau 3 e de outra de grau 4, somente voltando a usar a expressão *Função Polinomial* após ter desenvolvido os temas Números Complexos e Equações Polinomiais, na seção Flash Matemático. O autor ressaltou que apenas essa coleção reconhece as Funções Afim e Quadrática como Funções Polinomiais, ainda que num único momento do texto, ao definir Função Polinomial.

A partir das análises anteriores, o autor concluiu que as coleções A e B não relacionam os termos nem articulam os conceitos de Polinômio e Função Polinomial. Além disso, de acordo com Borges (2007), A coleção C explicita tal relação ao identificar as expressões *Polinômio* e *Função Polinomial* quando define Função Polinomial e esboça a articulação investigada pelo autor, embora pouco explorada.

Quanto ao corpo de exercício das coleções, Borges (2007) analisou apenas para os livros 3, pois a análise do tratamento expositivo revelou que nos livros 1 não se faz a articulação entre Polinômios e Funções, ao contrário dos livros 3, onde é feito um esboço de tal articulação.

Quanto ao tratamento expositivo, Borges (2007), em sua pesquisa, afirmou que as coleções A e B não fazem a articulação entre Polinômios e Funções, muito menos em seus respectivos corpos de exercícios. Segundo o autor, a coleção A apresenta 28 exercícios com o tratamento de Polinômio, mas nenhum desses exercícios trata de Função Polinomial, e a coleção B traz um total de 12 exercícios, sendo 11 deles com o tratamento de Polinômios e apenas um de Função Polinomial. O autor afirmou também que enquanto que na coleção C esboça, em seu tratamento expositivo, sem explorar a articulação entre Polinômios e Funções, as coleções A e B destacam-se quanto ao corpo de exercícios, pois do total de 59 exercícios apresentados, 48 têm o tratamento de Polinômios, ou seja, 81,4%, e os outros 11 são de Função Polinomial, ou seja, 18,6% do total. Borges (2007) revelou também que os exercícios da coleção envolvem Funções Polinomiais como contexto: cálculo de perímetros, áreas, volumes, preço, receita, lucro, os quais certamente, segundo o autor, contribuem para dar um sentido prático ao ensino dos Polinômios.

Portanto, o autor concluiu que as coleções A e B não articulam os temas Polinômios e Funções no tratamento expositivo nem no corpo de exercícios, enquanto que a coleção C esboça a referida articulação no plano expositivo e desenvolve-a com algum detalhe em seu corpo de exercícios.

O trabalho de Schwade e Battisti (2017) teve como objetivo ampliar entendimentos acerca da matemática, de currículo e do processo de ensinar e de aprender matemática por meio da identificação de concepções e de características de um livro didático. Tal objetivo é delimitado pela questão: quais indícios podem ser

observados em um livro didático, da década de 60, que configuram uma tendência pedagógica da Educação Matemática, considerando o proposto para o estudo de Produto Notável? Para tanto, a obra selecionada foi “Matemática Curso Moderno, volume 3” de Osvaldo Sangiorgi, de 1966.

Nesse trabalho, os autores realizaram alguns procedimentos metodológicos. Dentre os quais, destacam:

- a seleção de um livro didático da década de 60;
- estudo teórico acerca do ensino da matemática considerando contextos históricos, culturais e sociais;
- seleção de um tema/conteúdo do livro didático;
- análise de excertos do livro didático que tratam do referido conteúdo.

A obra selecionada foi “Matemática – Curso Moderno, volume 3”, de Osvaldo Sangiorgi, publicado no ano de 1966. O livro é organizado em quatro capítulos e é dirigido à terceira série do curso ginasial. Os autores procuraram, através de recortes deste livro didático, identificar indícios das ou de uma tendência pedagógica em matemática. Optaram em realizar a análise de um conteúdo específico: Produto Notável.

Os autores realizaram, ainda, um estudo teórico acerca das tendências pedagógicas da Educação Matemática para que pudessem ampliar as condições de análise. As análises, segundo Schwade e Battisti (2017), visaram identificar características explícitas ou não no livro didático, considerando o contexto histórico e social em que o livro fora publicado, percebendo indícios das ou de uma tendência pedagógica. As análises foram desenvolvidas a partir de proposições apresentadas por Sangiorgi (1966), Fiorentini (1995), Abe (1989), Machado (1998) e Possani (2011), Silva, Zucoltoto(2011), considerando duas unidades de análise: os aspectos gerais da obra e as peculiaridades do estudo proposto para o conteúdo Produtos Notáveis.

Como resultado, foi possível indicar que o autor busca ressaltar as propriedades estruturais dos Polinômios, enfatizando o uso preciso da linguagem matemática e o rigor, não tendo preocupação com a contextualização em outras áreas para além da matemática. Porém, os autores perceberam articulações entre os campos da álgebra, da aritmética e da geometria, e citam também que a análise dos excertos, do livro de

Oswaldo Sangiorgi, apresenta indicativos de características da tendência pedagógica da Educação Matemática formalista moderna.

Nossa finalidade foi de apresentar os resultados das pesquisas realizadas acerca de ensino e aprendizagem de Polinômios, no contexto de propor meios e/ou métodos, com o intuito de sanar problemas identificados no decorrer das vivências profissionais, tendo como propósito o ensino de Polinômios, verificando o que já temos na literatura a respeito do conteúdo, e aonde ainda se deve caminhar, na perspectiva de busca por novas metodologias de ensino aliadas a novos instrumentos didáticos, recursos didáticos, etc. Realizamos tal levantamento de estudos para que pudéssemos nos delinear a respeito de nossa proposta.

O produto dessa revisão de literatura nos remete a uma visão panorâmica a respeito das pesquisas nacionais em relação ao ensino e aprendizagem de Polinômios, contribuindo assim para um vasto campo de idéias sobre o que já foi publicado, e o que ainda se pode pesquisar a respeito de tal objeto. Visamos livrar o tratamento dado aqui de qualquer possibilidade de viés, justamente para contribuir de uma forma mais neutra possível para o nosso conhecimento e aprimoramento acerca do tratamento dado ao ensino e à aprendizagem de Polinômios. Enfatizamos que o nosso foco principal foi a verificação de cada metodologia adotada em cada pesquisa consultada bem como as teorias utilizadas para as análises de cada resultado ou experimento, de modo que pudéssemos abrir caminhos e dar sugestões para que novas metodologias e abordagens possam ser utilizadas durante o ensino e aprendizagem de Polinômios.

É importante ressaltar que ainda há muito a se propor. As tecnologias têm sido muito utilizadas em meio a novas metodologias. Não obstante, verificamos a escassez do uso de *smartphones*, uso de computadores, *tablets*, bem como aplicativos para celulares, recaindo sempre na utilização de materiais simples e variados como instrumento didático de um modo geral. Observamos também poucas com a utilização da Engenharia Didática e nenhuma atividade subsidiada com a Teoria de Rabardel (1995) ou com as análises da Análise Microgenética, cujas teorias e técnicas fazem parte de nossa proposta com o objeto Polinômios. Em contrapartida, a Teoria das Representações Semióticas de Duval (1995), que também será uma teoria usada em nossas análises, foi bem utilizada como análise dos resultados de alguns experimentos,

Uma possível consulta aos nossos paradigmas atuais, à nossa modernidade, bem como a algumas metodologias apresentadas nesta revisão de literatura nos guiarão para uma possível reflexão: não há mais motivos para o não uso das tecnologias de informação em sala de aula, no sentido de uma melhoria da aprendizagem dos estudantes. A entrada das tecnologias no ambiente escolar nos oferece como garantia uma alternativa metodológica que conduzirá a bons resultados tanto no campo do conhecimento matemático como na capacidade de expressar e registrar observações e conclusões a respeito de qualquer conteúdo em um ensino de matemática.

2.3. Base Teórica dos Polinômios

Toda a teoria produzida nesta seção está contida nas seguintes obras consultadas: Villela (2012), Janos (2010), Iezzi (2001) e Dante (2012). Não faremos uma unicidade quanto a notação e os símbolos utilizados para descrever os termos matemáticos, porquanto gostaríamos de explicitar a teoria de um modo mais geral, sem direcionar necessariamente para uma ou outra obra. Por exemplo, para expressar um Polinômio utilizaremos símbolos como f , $f(x)$, P , $P(x)$, A , $A(x)$, etc., mas sempre com boas caracterizações e denominações em cada simbologia de modo a não gerar equívocos.

2.3.1. Polinômio ou Função Polinomial

Dada uma seqüência de número complexo $(a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0)$, definimos como *função polinomial*, ou simplesmente *polinômio*, toda função definida pela relação $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, onde:

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ são números reais chamados *coeficientes*;

n é um número natural e x é um número complexo, onde x é a *variável*.

Assim, podemos escrever $P(x)$ em formato de uma função f , de modo que

$$f(x) = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n, \text{ ou ainda } f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

Exemplo: $f(x) = 5 + x + 3x^2$

2.3.2. Valor Numérico

O valor numérico de um polinômio $P(x)$ para $x = a$ é o número que se obtém substituindo x por a e efetuando todas as operações indicadas pela relação que define o polinômio.

Exemplo: Se $P(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$, o valor numérico de $P(x)$, para $x = 2$, é:

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$$

$$P(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 2 - 4$$

$$P(2) = 14$$

Observação: Se $P(a)=0$, o número a é chamado *raiz* ou *zero* de $P(x)$. Por exemplo, no polinômio $P(x) = x^2 - 3x + 2$ temos $P(1) = 0$; logo, 1 é raiz ou zero desse polinômio.

2.3.3. Grau de Um Polinômio

Seja $f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ um polinômio não nulo. Chamamos *grau de f* e representamos por ∂f ou $\text{gr}(f)$, o número natural p tal que $a_p \neq 0$ e $a_i = 0$ para todo $i > p$.

$$\partial f = p \iff \begin{cases} a_p \neq 0 \\ a_i = 0, \forall i > p \end{cases}$$

Assim, o grau do polinômio f é o índice do “último” termo não nulo de f .

Exemplos:

$$\text{a) } f(x) = 4 + 7x + 2x^3 \Rightarrow \partial f = 3$$

$$\text{b) } f(x) = -1 + 2x + 5x^2 \Rightarrow \partial f = 2$$

$$\text{c) } f(x) = 1 + 5x - 3x^2 + (a - 4)x^3 \Rightarrow \begin{cases} \partial h = 2, & \text{se } a = 4 \\ \partial h = 3, & \text{se } a \neq 4 \end{cases}$$

Em relação ao grau, podemos classificar os polinômios como:

- Grau 0 - *polinômio constante*;
- Grau 1 - *função afim (polinômio linear, caso $a_0 = 0$)*;
- Grau 2 - *polinômio quadrático*;
- Grau 3 - *polinômio cúbico*.

Se o grau do polinômio f é n , então a_n é chamado de *coeficiente dominante de f* .
No caso do coeficiente dominante ser a_n igual a 1, f é chamado de *polinômio unitário*.

Podemos estender a definição de polinômio para incluir $f(x) = 0$, chamado *polinômio nulo*. O polinômio nulo não possui grau definido.

2.3.4. Polinômio Nulo

Dado o polinômio $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, se $a_i = 0, \forall i \in (1, 2, 3, \dots, n)$, definimos $f(x)$ como um *polinômio nulo*.

Exemplo: $f(x) = 0 + 0x + 0x^2$

2.3.5. Polinômios Iguais

Dizemos que dois polinômios $f(x)$ e $g(x)$ são *iguais* ou *idênticos* (e indicamos $f(x) = g(x)$) quando assumem valores numéricos iguais para qualquer valor comum atribuído à variável x . A condição para que dois polinômios sejam iguais ou idênticos é que os *coeficientes dos termos correspondentes sejam iguais*, ou seja:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sum_{i=0}^n a_i x^i \text{ e } g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i \\
 f(x) &= g(x) \Rightarrow a_i = b_i \forall i \in (1, 2, 3, \dots, n) \\
 a_i &= b_i \\
 a_i - b_i &= 0 \\
 (a_i - b_i)x^i &= 0 \\
 \sum_{i=0}^n (a_i - b_i)x^i &= 0 \\
 \sum_{i=0}^n (a_i x^i - b_i x^i) &= 0 \\
 \sum_{i=0}^n a_i x^i - \sum_{i=0}^n b_i x^i &= 0 \\
 \sum_{i=0}^n a_i x^i &= \sum_{i=0}^n b_i x^i \\
 f(x) &= g(x)
 \end{aligned}$$

2.3.6. Operações Polinomiais

2.3.6.1. Adição

2.3.6.1.1. Definição

Dados dois polinômios: $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e $g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$, chamamos de *soma de f e g*, o único polinômio S , tal que $S(x) = f(x) + g(x)$. Podemos também representar esse polinômio por $S(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$, onde $c_i = a_i + b_i \forall i \in (1, 2, 3, \dots, n)$.

2.3.6.1.2. Propriedade

Sendo A , B e C três polinômios quaisquer, são válidas as seguintes propriedades:

1ª) *Comutativa*: $f(x) + g(x) = g(x) + f(x)$

Demonstração:

$$\begin{aligned} \text{Dados } f(x) &= \sum_{i=0}^n a_i x^i \text{ e } g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i. \text{ Daí, } f(x) + g(x) = \sum_{i=0}^n (a_i + b_i) x^i = \sum_{i=0}^n (b_i + a_i) x^i \\ &= \sum_{i=0}^n (b_i x^i + a_i x^i) = \sum_{i=0}^n b_i x^i + \sum_{i=0}^n a_i x^i = g(x) + f(x). \end{aligned}$$

2ª) *Associativa*: $f(x) + (g(x) + h(x)) = (f(x) + g(x)) + h(x)$

Demonstração:

$$\begin{aligned} \text{Dados } f(x) &= \sum_{i=0}^n a_i x^i, g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i \text{ e } h(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i. \text{ Daí, temos que} \\ f(x) + [g(x) + h(x)] &= f(x) + \sum_{i=0}^n [b_i + c_i] x^i = \sum_{i=0}^n [a_i + (b_i + c_i)] x^i = \sum_{i=0}^n [(a_i + b_i) + c_i] x^i = \\ &= \sum_{i=0}^n (a_i + b_i) x^i + \sum_{i=0}^n c_i x^i = [f(x) + g(x)] + h(x). \end{aligned}$$

3ª) *Elemento neutro*: $f(x) + e(x) = f(x)$, onde $e(x)$ indica o polinômio nulo.

Demonstração:

Dados $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e $e(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$. Então, $a_i + b_i = a_i \Rightarrow b_i = 0, \forall i \in (1, 2, \dots, n)$

Logo, $e(x) = \sum_{i=0}^n 0x^i$.

4ª) *Elemento oposto*: $f(x) + (-f(x)) = 0$

Demonstração:

$$f(x) + (-f(x)) = \sum_{i=0}^n a_i x^i + \left(-\sum_{i=0}^n a_i x^i\right) = \sum_{i=0}^n a_i x^i - \sum_{i=0}^n a_i x^i = 0$$

Observação: A partir da quarta propriedade, podemos definir a *diferença* entre dois polinômios A e B como sendo a adição de A com o oposto de B , ou seja, sendo $A = f(x)$ e $B = g(x)$, temos que $A - B = f(x) - g(x) = f(x) + [-g(x)] = A + (-B)$.

2.3.6.2. Subtração

2.3.6.2.1. Definição

Da álgebra elementar temos que somente podemos somar e/ou subtrair *termos semelhantes*, ou seja, termos que possuam expoentes iguais.

Tendo em vista a operação anterior, sendo $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e $g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$, chamamos de diferença $f(x) - g(x)$ o polinômio $f(x) + (-g(x))$, conforme já definimos anteriormente, isto é,

$$f(x) + (-g(x)) = \sum_{i=0}^n a_i x^i + \left(-\sum_{i=0}^n b_i x^i\right) = \sum_{i=0}^n a_i x^i - \sum_{i=0}^n b_i x^i = f(x) - g(x).$$

2.3.6.3. Multiplicação de Dois Polinômios

2.3.6.3.1. Definição

Dados dois polinômios $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e $g(x) = \sum_{i=0}^m b_i x^i$, chamamos de *produto* de f e g o único polinômio P , tal que $P(x) \equiv f(x) \cdot g(x)$. Este polinômio é obtido multiplicando cada termo de f por todos os termos de g , isto é, o produto:

$$f(x) \cdot g(x) = P(x), \text{ onde } P(x) = \sum_{i=0}^{n+m} c_i x^i, \text{ sendo } C_k = \sum_{i=0}^k a_i b_{k-i}.$$

2.3.6.3.2. Propriedades

Sendo $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, $g(x) = \sum_{i=0}^m b_i x^i$ e $h(x) = \sum_{i=0}^t c_i x^i$ três polinômios quaisquer, são válidas as seguintes propriedades:

1ª) *Comutativa*: $f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x)$

Demonstração:
$$f(x) \cdot g(x) = \sum_{k=0}^{n+m} \left(\sum_{i=0}^{n+m} a_i b_{k-i} \right) x^k = \sum_{k=0}^{n+m} \left(\sum_{l=0}^{n+m} a_{k-l} b_l \right) x^k = g(x) \cdot f(x), \quad \text{onde}$$

$$k-i=l \Rightarrow i=k-l.$$

2ª) *Associativa*: $f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x)$

3ª) *Distributiva*: $f(x) \cdot (g(x) + h(x)) = f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot h(x)$

Demonstração: Sejam $f(x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i$, $g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$ e $h(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$. Daí, temos que

$$\begin{aligned} f(x)[g(x) + h(x)] &= \\ f(x) \left[\sum_{i=0}^n (b_i + c_i) x^i \right] &= \\ \sum_{k=0}^{m+n} \left[\sum_{i=0}^{m+n} a_i (b_{k-i} + c_{k-i}) \right] x^k &= \\ \sum_{k=0}^{m+n} \left[\sum_{i=0}^{m+n} (a_i b_{k-i} + a_i c_{k-i}) \right] x^k &= \\ \sum_{k=0}^{m+n} \left[\sum_{i=0}^{m+n} a_i b_{k-i} + \sum_{i=0}^{m+n} a_i c_{k-i} \right] x^k &= \\ \sum_{k=0}^{m+n} \left(\sum_{i=0}^{m+n} a_i b_{k-i} \right) x^k + \sum_{k=0}^{m+n} \left(\sum_{i=0}^{m+n} a_i c_{k-i} \right) x^k &= \\ f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot h(x) \end{aligned}$$

2.3.6.4. Multiplicação de Um Polinômio por Um Escalar

2.3.6.4.1. Definição

Seja o polinômio $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e um escalar $\alpha \in \mathbb{R}$. Temos que $\alpha f(x) = h(x)$,

onde $h(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$, em que $c_i = \alpha a_i \forall i \in (1, 2, \dots, n)$.

2.3.6.4.2. Propriedades

Dados $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ e $g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$, temos as seguintes propriedades:

$$1^o) \alpha(f(x) + g(x)) = \alpha f(x) + \alpha g(x) =$$

$$\alpha(f(x) + g(x)) =$$

$$\alpha\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i + \sum_{i=0}^n b_i x^i\right) =$$

$$\alpha \sum_{i=0}^n (a_i x^i + b_i x^i) =$$

$$\sum_{i=0}^n (\alpha a_i x^i + \alpha b_i x^i) =$$

$$\sum_{i=0}^n \alpha a_i x^i + \sum_{i=0}^n \alpha b_i x^i =$$

$$\alpha \sum_{i=0}^n a_i x^i + \alpha \sum_{i=0}^n b_i x^i =$$

$$\alpha f(x) + \alpha g(x)$$

$$2^o) (\alpha + \beta) f(x) = \alpha f(x) + \beta f(x)$$

$$\begin{aligned}
 (\alpha + \beta) f(x) &= (\alpha + \beta) \sum_{i=0}^n a_i x^i \\
 &= \sum_{i=0}^n [(\alpha + \beta) a_i x^i] \\
 &= \sum_{i=0}^n (\alpha a_i x^i + \beta a_i x^i) \\
 &= \alpha \sum_{i=0}^n a_i x^i + \beta \sum_{i=0}^n a_i x^i \\
 &= \alpha f(x) + \beta f(x)
 \end{aligned}$$

2.3.6.5. Divisão

2.3.6.5.1. Definição

Dados dois polinômios $A(x)$ e $B(x)$, $B(x)$ não-nulo, existe um único par de polinômios $Q(x)$ e $R(x)$ em que se verificam as condições:

$$1^a) A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$2^a) \deg R < \deg B \text{ ou } R(x) = 0$$

Podemos também representar a divisão de dois polinômios $A(x)$ e $B(x)$ na seguinte forma:

$$\begin{array}{r} A(x) \overline{) B(x)} \\ R(x) Q(x) \end{array}$$

Os polinômios $A(x)$ e $B(x)$ são chamados, respectivamente, de *dividendo* e *divisor* e os polinômios $Q(x)$ e $R(x)$ de *quociente* e *resto*, respectivamente.

Quando $R(x) = 0$, dizemos que a divisão é *exata*, ou que $A(x)$ é *divisível* por $B(x)$.

2.3.6.5.2. O Método da Chave

Quando dividimos o polinômio $A(x)$ pelo polinômio $B(x)$ não-nulo, determinamos o quociente $Q(x)$ e o resto $R(x)$, ou seja, $A(x) = Q(x) \cdot B(x) + R(x)$.

Exemplo: Vamos dividir o polinômio $A(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5$ por $B(x) = x^2 - 2x + 3$, pelo método da chave.

1ª etapa: Dividimos inicialmente $2x^3$ por x^2 , encontrando $2x$.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 \overline{) x^2 - 2x + 3} \\ 2x \end{array}$$

2ª etapa: Multiplicamos $2x$ por $x^2 - 2x + 3$ e verificamos “quanto falta para $2x^3 - 8x^2 + 7x - 5$ ”, isto é, subtraímos $2x^3 - 4x^2 + 6x$ de $2x^3 - 8x^2 + 7x - 5$.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 \quad \bigg| \quad x^2 - 2x + 3 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2 - 6x} \\ -4x^2 + x - 5 \end{array}$$

3ª etapa: Enquanto o grau do resto for maior ou igual ao grau do divisor, continuamos a divisão. Dividimos então $-4x^2$ por x^2 , encontrando -4 .

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 \quad \bigg| \quad x^2 - 2x + 3 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2 - 6x} \\ -4x^2 + x - 5 \end{array}$$

4ª etapa: Multiplicamos -4 por $x^2 - 2x + 3$ e verificamos “quanto falta para $-4x^2 + x - 5$ ”.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 \quad \bigg| \quad x^2 - 2x + 3 \\ \underline{-2x^3 + 4x^2 - 6x} \\ -4x^2 + x - 5 \\ \underline{+4x^2 - 8x + 12} \\ -7x + 7 \end{array}$$

Nesse ponto terminamos a divisão, pois o grau de $-7x + 7$ é menor que o grau do divisor. Portanto, temos:

$$\text{Quociente: } Q(x) = 2x - 4$$

$$\text{Resto: } R(x) = -7x + 7$$

2.3.6.5.3. Considerações Sobre O Grau

Sendo A e B dois polinômios não-nulos, o grau do quociente $Q(x)$ é a diferença entre os graus dos polinômios A e B , e o resto, se não for nulo, terá grau menor que o grau de $B(x)$.

2.3.6.5.4. O Método de Descartes

Este método, também conhecido como o *método dos coeficientes a determinar*, baseia-se nos fatos seguintes:

(I) $\partial q = \partial f - \partial g$, o que é consequência da definição;

(II) $\partial r < \partial g$ (ou $r = 0$).

O método de Descarte é aplicado da seguinte forma:

1º) calculam-se ∂q e ∂r ;

2º) constroem-se os polinômios q e r deixando incógnitos seus coeficientes;

3º) determinam-se os coeficientes impondo a igualdade $qg + r = f$.

Demonstração do método.

Dados os polinômios $f = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m$ ($a_m \neq 0$) e $g = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$ ($b_n \neq 0$), existem um único polinômio q e um único polinômio r tais que $f = qg + r$ e $\partial r < \partial g$ (ou $r = 0$).

Se fizermos

$$\begin{array}{r|l} f & g \\ \hline r_1 & q_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} f & g \\ \hline r_2 & q_2 \end{array}$$

$$f = g \cdot q_1 + r_1$$

$$f = g \cdot q_2 + r_2$$

$$f = f \Rightarrow g \cdot q_1 + r_1 = g \cdot q_2 + r_2 \Rightarrow (q_2 - q_1) \cdot g = r_1 - r_2$$

Como $\partial[(q_2 - q_1) \cdot g] = \partial(q_2 - q_1) + \partial g \geq \partial g$ e $\partial[r_1 - r_2] \leq \max\{\partial r_1, \partial r_2\} < \partial g$, isso implica que

$$\partial[(q_2 - q_1) \cdot g] \neq \partial(r_1 - r_2)$$

Com o resultado anterior temos que $q_2 = q_1$ e $r_1 = r_2$.

Vamos fazer $\frac{a_m}{b_n} = q_0$. Daí, $r_1 = f - (q_0 x^{m-n}) \cdot g$

$$r_1 = (a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots) - \frac{a_m}{b_n} x^{m-n} (b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots)$$

$$r_1 = c_\alpha x^\alpha + c_{\alpha-1} x^{\alpha-1} + c_{\alpha-2} x^{\alpha-2} + \dots + c_1 x + c_0$$

Onde foram suprimidos os termos $a_m x^m$ e $\partial r_1 = \alpha < m$

Fazendo agora $\frac{c_\alpha}{b_n} = q_1$, temos que $r_2 = r_1 - (q_1 x^{\alpha-n}) \cdot g$

$$r_1 = (a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots) - \frac{a_m}{b_n} x^{m-n} (b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots)$$

$$r_1 = c_\alpha x^\alpha + c_{\alpha-1} x^{\alpha-1} + c_{\alpha-2} x^{\alpha-2} + \dots + c_1 x + c_0$$

Onde foram suprimidos os termos $a_m x^m$ e $\partial r_1 = \alpha < m$, e, portanto, concluímos a demonstração.

Em outra representação simbólica, a título de simplicidade, podemos escrever o método de Descartes da seguinte maneira:

Sejam os polinômios $A(x)$ e $B(x)$ chamados, respectivamente, de *dividendo* e *divisor* e os polinômios $Q(x)$ e $R(x)$ de *quociente* e *resto*, respectivamente. Este método se baseia nos fatos seguintes:

- (I) $G_Q = G_A - G_B$, consequência da definição;
- (II) $G_R < G_B$ (ou $R(x) = 0$).

O método de Descarte é aplicado da seguinte forma:

- 1º) calculam-se G_Q e G_R ;
- 2º) constroem-se os polinômios $Q(x)$ e $R(x)$ deixando incógnitos seus coeficientes;
- 3º) determinam-se os coeficientes impondo a igualdade $Q(x) \cdot B(x) + R(x) = A(x)$;
- 4º) determinam-se $Q(x)$ e $R(x)$.

Como exemplo ilustrativo, faremos a divisão do polinômio $A(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 5$ por $B(x) = x^2 - 2x + 3$ pelo *método de Descartes*, ou *método dos coeficientes a determinar*.

1ª etapa: Estimamos quem serão o quociente $Q(x)$ e o resto $R(x)$ da divisão, lembrando que $G_Q = G_A - G_B = 1$, e, se o resto não for nulo, $G_R < G_B$. Assim: $Q(x) = ax + b$ e $R(x) = cx + d$.

2ª etapa: Como $A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$, temos:

$$2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 = (x^2 - 2x + 3) \cdot (ax + b) + cx + d$$

$$2x^3 - 8x^2 + 7x - 5 = ax^3 + (-2a + b)x^2 + (3a - 2b + c)x + (3b + d)$$

3ª etapa: Estabelecemos a igualdade dos coeficientes dos termos correspondentes.

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \\ -2a + b = -8 \\ 3a - 2b + c = 7 \\ 3b + d = -5 \end{array} \right\}$$

4ª etapa: Resolvemos o sistema e encontramos $a = 2$; $b = -4$; $c = -7$ e $d = 7$.

Então, $Q(x) = 2x - 4$ e $R(x) = -7x + 7$.

2.3.6.6. Divisão por $(x - a)$

2.3.6.6.1. Teorema do Resto

O resto r da divisão de um polinômio $P(x)$ por $x - a$ é igual ao valor numérico de $P(x)$ em a , ou seja, $P(a) = r$.

Demonstração.

Na divisão de um polinômio $P(x)$ por $(x - a)$, observamos que o resto, se não for nulo, terá grau zero, isto é, será sempre um número real r . Então:

$P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + r$, em que $Q(x)$ é o quociente dessa divisão. Calculando o valor numérico de $P(x)$ para $x = a$, temos:

$$P(a) = (a - a) \cdot Q(a) + r$$

$$\text{Logo, } P(a) = r$$

Verificamos assim que o resto da divisão de $P(x)$ por $(x - a)$ é $r = P(a)$.

Exemplos.

1º) Calcular o resto da divisão de $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ por $x - 2$.

Resolução

$$r = P(2) = 2^4 - 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 1 = 16 - 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 - 1$$

$$\text{Assim, } r = 7$$

2º) Calcular o resto da divisão de $P(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 6$ por $x + 2$.

Resolução

$$x + 2 = x - (-2)$$

$$\text{Então, } r = P(-2)$$

$$r = (-2)^4 + 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 6$$

$$r = 6$$

2.3.6.6.2. Teorema de D'Alembert

Para que um polinômio seja divisível por $(x - a)$ é preciso que o resto seja igual a zero, ou seja, $P(a) = 0$. Em outras palavras, $P(x)$ é divisível por $(x - a)$ se, e somente se, $P(a) = 0$. Essa propriedade é conhecida como *Teorema de D'Alembert*, [Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783)].

Demonstração.

De acordo com o *teorema do resto* anterior, temos $r = P(a)$. Então, $r = 0$, explicitando uma divisão exata, implica que $P(a) = 0$, ou seja, que a é raiz de $P(x)$, como queríamos demonstrar.

Exemplo: Determine k para que o polinômio $P(x) = kx^3 + 2x^2 + 4x - 2$ seja divisível por $(x + 3)$.

Resolução

Devemos ter $P(-3) = 0$. Assim:

$$k \cdot (-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 + 4 \cdot (-3) - 2 = 0$$

$$\text{Então, } k = \frac{4}{27}$$

2.3.6.6.3. Algoritmo de Briot-Ruffini

Dividindo um polinômio $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ pelo binômio $(x - a)$, o quociente será um polinômio $Q(x) = q_{n-1} x^{n-1} + q_{n-2} x^{n-2} + \dots + q_2 x^2 + q_1 x + q_0$; tal que:

$$P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + r$$

Assim:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$(x - a)(q_{n-1} x^{n-1} + q_{n-2} x^{n-2} + \dots + q_2 x^2 + q_1 x + q_0)$$

Ou, então:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$q_{n-1} x^n + (q_{n-2} - a q_{n-1}) x^{n-1} + \dots + (q_1 - a q_2) x^2 + (q_0 - a q_1) x + r - a q_0$$

Daí, obtemos:

$$q_{n-1} = a_n$$

$$q_{n-2} - a q_{n-1} = a_{n-1} \Rightarrow q_{n-2} = a q_{n-1} + a_{n-1}$$

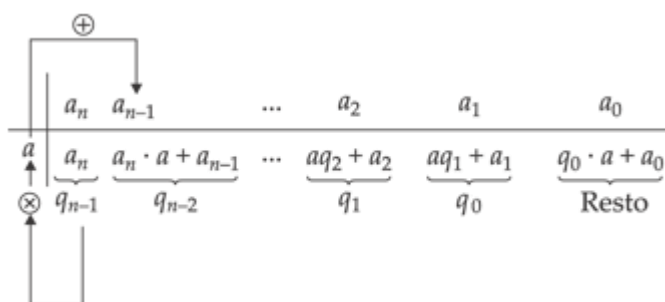
.....

$$q_1 - aq_2 = a_2 \Rightarrow q_1 = aq_2 + a_2$$

$$q_0 - aq_1 = a_1 \Rightarrow q_0 = aq_1 + a_1$$

$$r - aq_0 = q_0 \Rightarrow r = aq_0 + a_0$$

Esses cálculos podem ser efetuados aplicando-se o seguinte esquema, conhecido como dispositivo de Briot-Ruffini:



Há também a situação que podemos usar o algoritmo de Briot-Ruffini para o binômio $ax + b$ (sendo $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $a \neq 1$):

$$P(x) = (ax + b) \cdot Q(x) + r$$

$$P(x) = a \cdot \left(x + \frac{b}{a}\right) \cdot Q(x) + r$$

$$P(x) = \left(x + \frac{b}{a}\right) \cdot a \cdot Q(x) + r$$

Fazendo $Q_1(x) = a \cdot Q(x)$, temos:

$$P(x) = \left(x + \frac{b}{a}\right) \cdot Q_1(x) + r$$

Assim, aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini para $\left(x + \frac{b}{a}\right)$, obtemos $Q_1(x)$ e r , em

que r também é o resto na divisão por $(ax + b)$ e $\frac{1}{a} \cdot Q_1(x)$ é o quociente na divisão por $(ax + b)$.

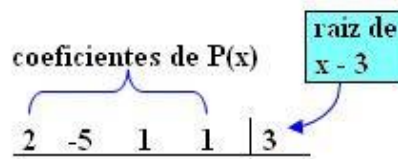
2.3.6.7. Divisão pelo Produto $(x - a)(x - b)$

Se um polinômio $P(x)$ é divisível por $x - a$ e também por $x - b$, sendo $a \neq b$, então $P(x)$ é divisível pelo produto $(x - a)(x - b)$.

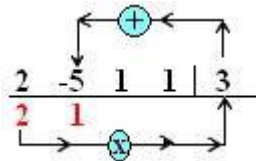
E se um polinômio $P(x)$ é divisível por $(x - a)(x - b)$, sendo $a \neq b$, então $P(x)$ é divisível por $x - a$ e também por $x - b$, isoladamente.

2.3.6.8. Divisões Sucessivas

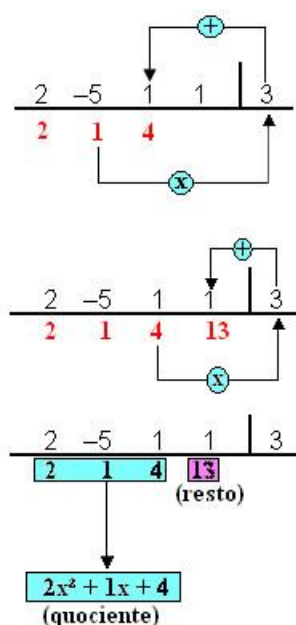
Se um polinômio $P(x)$ é divisível por $x - a$ e o quociente obtido é divisível por $x - b$, então, $P(x)$ é divisível pelo produto $(x - a)(x - b)$, dando como resultado o último quociente obtido.



Descemos o primeiro coeficiente de $P(x)$. Multiplicamos esse coeficiente pela raiz de $x - 3$ e somamos o produto obtido com o próximo coeficiente de $P(x)$, descendo o resultado.



Repetimos o procedimento anterior até obter os coeficientes do quociente e o resto da divisão;



Para aplicar o dispositivo de Briot-Ruffini na divisão de um polinômio $P(x)$ por $ax + b$, $a \neq 0$, devemos utilizar o esquema a seguir:



O capítulo seguinte traz uma consulta feita a discentes de uma escola pública do estado do Pará que foi o nosso lócus nessa pesquisa, cujo objetivo foi de sondar e levantar possíveis dificuldades de aprendizagem que os estudantes têm quanto ao estudo de Polinômios. Além disso o capítulo também mostrará a avaliação da sequência didática junto aos professores da rede pública e/ou mestrando em Ensino de Matemática por meio do experimento didático, junto com a validação das mesmas. Na sequência temos a nossa Sequência de Atividades para atingir os objetivos desse trabalho, junto com as Análises *A Priori* e *A Posteriori*, culminado com uma Análise Geral e as Considerações Finais no último capítulo, onde essas duas últimas seções descrevem o resultado que alcançamos após a aplicação do nosso experimento junto aos sujeitos participantes.

3. EXPERIMENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

3.1. Consulta a Discentes

Nesta seção tivemos como objetivo contribuir com uma análise para um possível diagnóstico de sugestão, com a tentativa de identificar possíveis causas que possam nos levar a reflexão sobre dificuldades em relação ao estudo de Polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental, por razões didáticas ou epistemológicas acerca do mesmo.

É conveniente ressaltarmos que o domínio básico do conteúdo Polinômios auxiliará o estudante para o estudo de conteúdos posteriores na Educação Básica, e, possivelmente, no Ensino Superior, fazendo parte do currículo de alguns cursos acadêmicos. Para Eisenberg e Dreyfus (1988), os tipos de modelo de raciocínio desenvolvidos ao se trabalhar com Equações Polinomiais podem ser generalizados para outras situações, exemplificando que com o uso dos Polinômios é possível introduzir noções de nível superior sobre Funções.

Eisenberg e Dreyfus (1988) enfatizam que a solução de problemas que, à primeira vista, parecem não ter ligação com Polinômios acaba dependendo muito deles, ou seja, os Polinômios são onipresentes em matemática, e é importante que os alunos os dominem com segurança.

Assim, tomando por base as idéias de Eisenberg e Dreyfus (1988), a nossa experiência em sala de aula e as diversas dificuldades de aprendizagem que encontramos com a nossa prática, com a pretensão de atingir o objetivo dessa seção, tomamos como lócus uma escola pública do estado do Pará, localizada em um bairro periférico de Belém, com uma amostra de 100 alunos matriculados regularmente no 9º ano do Ensino Fundamental. Essa escola funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, e atende aos alunos do 6º ano ao 9º ano do Ensino Fundamental, assim como do 1º ano ao 3º ano do Ensino Médio, os quais, em sua maioria, circunvizinham a referida escola. O Ensino Fundamental funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, sendo que no turno da noite a escola atende a estudantes da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). O Ensino Médio está inserido nos turnos da tarde e noite, porém a escola não oferta a modalidade de EJA para alunos do Ensino Médio.

Quanto à autorização com a direção da escola, assim como dos pais ou responsáveis dos alunos, elaboramos um termo de Consentimento Livre e Esclarecido¹ onde explicitamos todas as nossas intenções para com os alunos, a direção da escola e as famílias. De natureza exploratória, empírico e social, desenvolvemos essa pesquisa de campo com abordagem quanto-qualitativa, onde foi aplicado aos alunos um questionário² sobre as dificuldades do ensino de Polinômios, e uma atividade³ com 10 questões sobre o objeto de estudo para a coleta de dados, tendo em vista que os questionários constituem um recurso essencial para compreender detalhadamente a prática que está sendo usada, com a visão de uma possível intervenção em trabalhos posteriores.

3.1.1. Etapas da Consulta e Seus Resultados

Apresentaremos os resultados do questionário e da sequência de dez perguntas. Foi investigado no questionário uma classificação de grau de dificuldade encontrado pelos alunos em relação a alguns tópicos do conteúdo Polinômios. As dez questões específicas do assunto foram abordadas posteriormente e/ou concomitantemente com o preenchimento do grau de dificuldades, conforme cada situação individualizada apresentada pelo aluno.

Vale ressaltar que houve certa dificuldade na concentração dos alunos no momento de responder ao questionário, pois, devido, possivelmente, a dificuldades em interpretação e análise de textos simples, inúmeras dúvidas foram ouvidas e, em seguida, solucionadas de imediato no momento da execução das respostas.

Dividimos a análise em três partes. A primeira parte trata de possíveis elementos responsáveis por dificuldades de aprendizagens em qualquer conteúdo de matemática. Já a segunda parte diz respeito à opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo Polinômios. Finalmente, a terceira parte exhibe o resultado de acertos acerca das questões apresentadas.

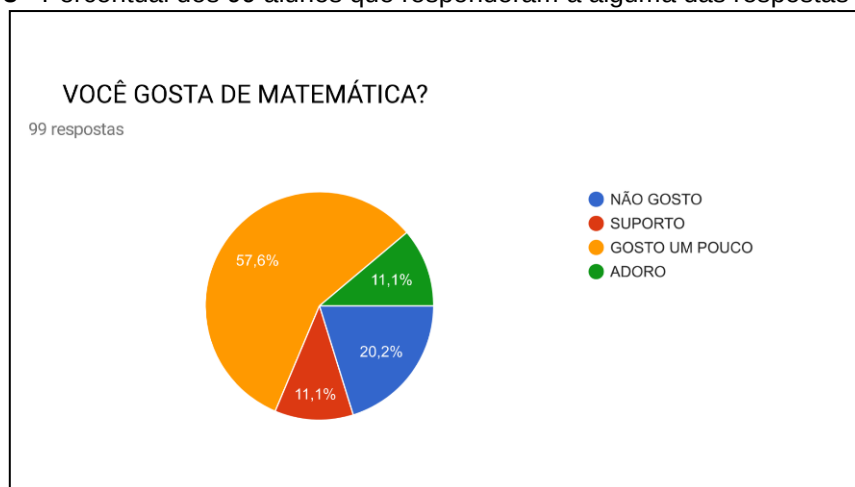
¹Consta nos anexos deste trabalho.

²Consta nos anexos deste trabalho.

³Consta nos anexos deste trabalho.

1ª parte – Possíveis elementos responsáveis por dificuldades de aprendizagens em qualquer conteúdo de matemática.

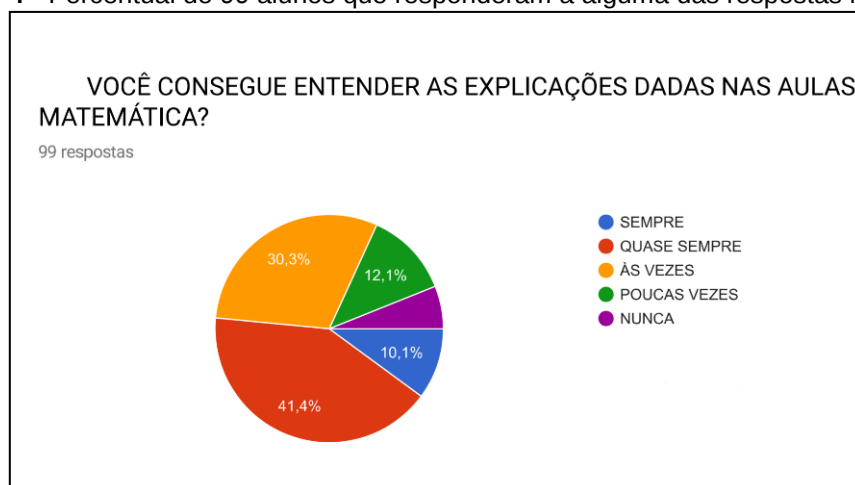
Gráfico 3 - Percentual dos 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas



Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

As respostas dadas pelos alunos num universo de 99 que responderam quanto ao gosto pela matemática foram significativas, mesmo diante de todas as questões problemáticas de cunho epistemológico e didático da mesma. 57,6% afirmaram, mesmo diante dessas questões, que gostam um pouco de matemática; enquanto que 11,1% afirmaram que suportam a disciplina; 11,1% disseram que adoram a matemática e somente 20,2% afirmaram que não gostam da disciplina.

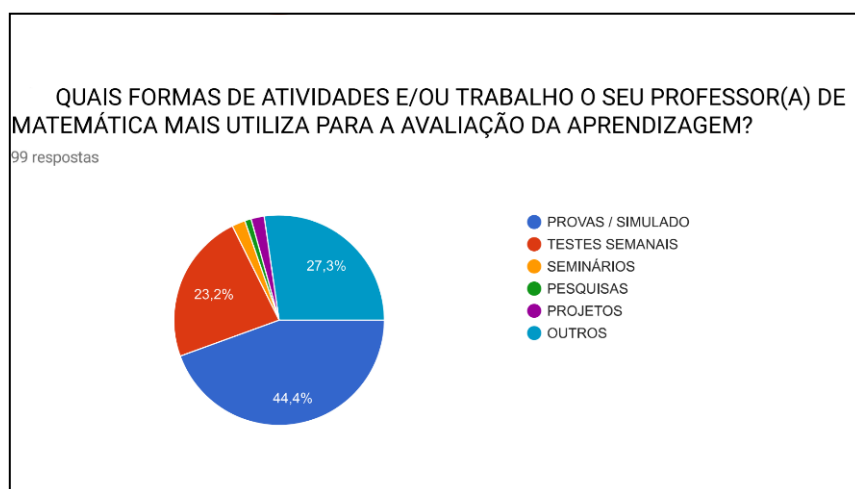
Gráfico 4 - Percentual de 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas



Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

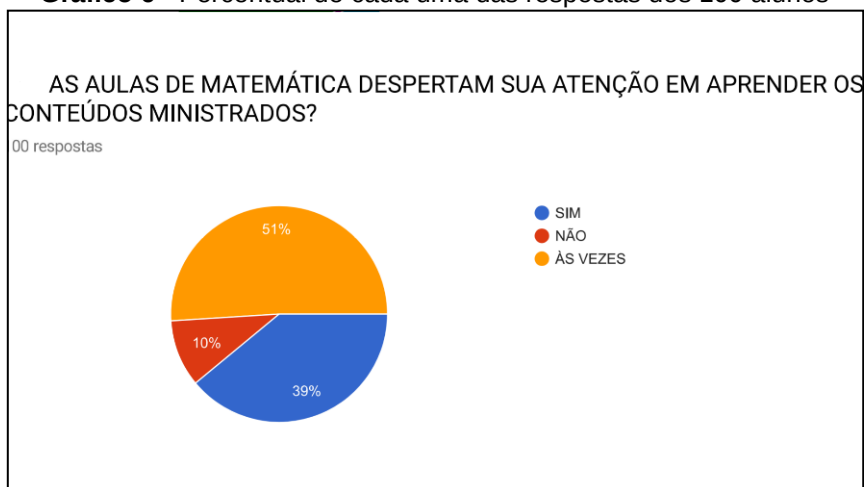
O gráfico 4 nos informa que 51,5% de 99 alunos conseguem entender sempre ou quase sempre as explicações dadas nas aulas de matemática. São números significativos perante grandes problemáticas encontradas no dia a dia da escola pública, entre elas o fato de o que professor especialista de disciplinas tenha que trabalhar em duas, três escolas, para completar sua carga de trabalho, sem tempo para contato com os alunos (MELLO, 2015).

Gráfico 5 - Percentual de 99 alunos que responderam a alguma das respostas ilustradas



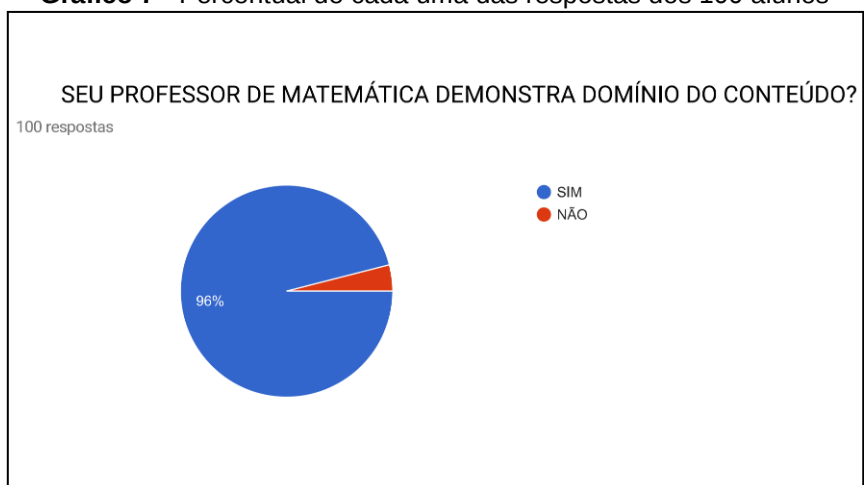
Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

De acordo com o gráfico 5, 44,4% de 99 alunos responderam que provas ou simulados ainda são os instrumentos de avaliação que o professor mais utiliza para a avaliação da aprendizagem. Em menos de 10% verificamos o emprego de outros instrumentos de avaliação como seminários, pesquisas e projetos.

Gráfico 6 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos

Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

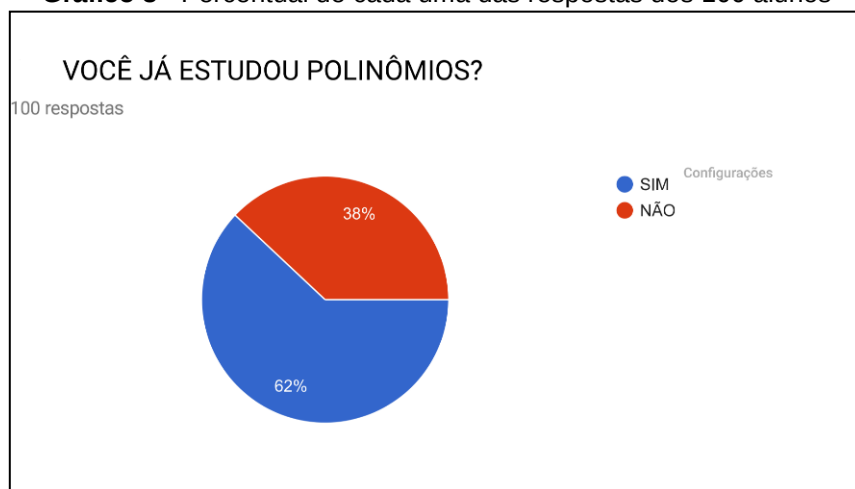
De acordo com o gráfico 6 acima, para 39% de um universo de 100 alunos as aulas de matemática despertam a atenção em aprender os conteúdos ministrados, enquanto que 51% afirmaram que isso ocorre “às vezes” somente, e 10% responderam que as aulas não despertam a atenção para aprender os conteúdos ministrados na sala de aula. Vários fatores podem ser a causa do não despertar essa atenção, porém, para Santos (2008), cabe ao professor desenvolver um bom nível de motivação no aluno, condição necessária para que aconteça aprendizagem, e criar condições favoráveis à aprendizagem de cada aluno.

Gráfico 7 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos

Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

No gráfico 7 temos que, para 96% dos 100 alunos, o professor demonstra domínio do conteúdo. É um bom índice apesar de 4% dos alunos entrevistados declararem que o professor não demonstre domínio do conteúdo que ensina em sala de aula.

Gráfico 8 - Percentual de cada uma das respostas dos 100 alunos



Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

Nossa prática escolar nos condiz que o conteúdo Polinômios, ao menos em suas abordagens bem elementares, é estudado desde o final do 7º ano até o final do 8º ano do Ensino Fundamental. Uma grande porcentagem de alunos que nunca estudaram esse conteúdo, ou seja, 38% dos 100 que responderam nos conduzem aos seguintes questionamentos: seria uma problemática relacionada a uma inadequação do currículo escolar? ou dentro desse percentual de 38% há também alunos que não aprenderam como deveriam e por isso não lembram?

Mello (2015) afirma que até hoje temos no Ensino Fundamental duas culturas escolares e curriculares justapostas, sendo que uma favorece os vínculos entre professor, aluno e escola; a outra estabelece padrões e os exige de todos os alunos, desconsiderando sua história escolar anterior.

Rodrigues (1999) elucida que em função do fenômeno referido como influência social, os alunos tendem a copiar as atitudes dos pais e dos professores em razão de os terem como modelos, ou ainda, por serem permanentemente convencido por eles no

curso do processo de integração social, pela tentativa dos outros lhes mudar o comportamento através da recompensa, da referência, do conhecimento, da legitimidade, da informação e da coerção.

2ª parte – Opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo polinômios.

O quadro seguinte mostra a opinião ou a classificação do nível de dificuldade na opinião de cada um dos 100 alunos que responderam o questionário, em relação a cada subtópico do conteúdo Polinômios. As colunas mostram o conceito indicado para cada tópico pelo aluno, e estão representadas através de siglas, sendo MF indicando *muito fácil*, F indicando *fácil*, R indicando *regular*, D indicando *difícil*, e MD indicando *muito difícil*.

Quadro 2 - Opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo Polinômios

Conteúdo	Nunca estudou tal subtópico	MF	F	R	D	MD
Calcular o valor numérico de expressões algébricas	38%	3%	11%	25%	8%	15%
Definir polinômio	38%	5%	5%	28%	6%	18%
Efetuar a adição de polinômios	38%	4%	8%	20%	10%	20%
Efetuar a subtração de polinômios	38%	4%	9%	20%	9%	20%
Efetuar a multiplicação de monômio por monômio	38%	5%	2%	21%	10%	24%
Efetuar a multiplicação de monômio por polinômio	38%	3%	4%	20%	12%	23%
Efetuar a multiplicação de polinômio por polinômio	38%	3%	4%	17%	14%	24%
Efetuar a divisão de monômio por monômio	38%	5%	5%	18%	8%	26%
Efetuar a divisão de polinômio por monômio	38%	4%	4%	20%	7%	27%
Efetuar a divisão de polinômio por polinômio	38%	2%	3%	22%	10%	25%
Efetuar a potenciação de monômios	38%	2%	7%	18%	8%	27%
Efetuar a raiz quadrada de monômios	38%	3%	4%	17%	11%	27%

Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

3ª parte – Resultados de acertos acerca das questões apresentadas.

O quadro seguinte mostra o percentual em relação à avaliação de acerto ou de erro de cada uma das questões que contam no teste aplicado. As classificações de avaliação são *acertou*, *acertou mais que errou*, *errou mais que acertou* e *não acertou ou não fez a questão*.

Quadro 3 - Resultado de acertos e/ou erros acerca das questões do teste

Questões	Acertou	Acertou mais que errou	Errou mais que acertou	Não acertou ou não fez a questão
Seja $A = 3x^2 + 5$. Se $x = 2$, qual o valor de A?	12%	0%	11%	77%
Seja $B = 2x - 10$. Se $x = 5$, qual o valor de B?	22%	0%	0%	78%
Sejam $A = 3x + 7$ e $B = 2x + 5$. Calcule o valor de $A + B$.	2%	4%	4%	90%
Sejam $A = 5y + 4$ e $B = 3y + 1$. Calcule o valor de $A - B$.	0%	2%	3%	95%
Determine o valor de $5x^2y \cdot 4xy^2$.	3%	1%	2%	94%
Determine o valor de $5x \cdot (2x^2 + 3x - 4)$.	1%	1%	4%	94%
Determine o valor de $(2x - 3)(3x^2y + 4x - 5)$.	0%	0%	1%	99%
Qual o valor do resultado de $(-3x^5y)^3$?	0%	0%	0%	100%
Determine o valor de $(10x^2 - 23x + 12) : (5x - 4)$	0%	0%	0%	100%
Calcule o resultado de $\sqrt{64a^2b^4c^8}$	0%	0%	0%	100%

Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017

Segundo Vygotsky (apud MORAIS, 2008), a criança possui o conceito, mas não tem consciência do seu ato de pensamento, ou seja, teria o conceito sem consciência. Durante todo o processo de aplicação do questionário e do teste, alunos apresentaram várias dificuldades na interpretação de conceitos. Tais conceitos dependem fortemente da capacidade de utilizar vários registros de representação semiótica dos mesmos (D'AMORE, 2005, p.62).

Eisenberg e Dreyfus (1988) apresentam uma preocupação com o ensino de Polinômios no Ensino Fundamental. Esses autores apontam que, nos últimos 20 anos antes de 1988, parece ter havido uma nítida redução nos tópicos relacionados com Polinômios na etapa que corresponde ao nosso Ensino Fundamental.

Segundo Azevedo (2002), as Equações Algébricas ou Polinomiais são praticamente ignoradas nas escolas públicas. Essa falta de ajuste poderia ser incumbindo à escola, porquanto cada escola apresenta uma realidade social diferente. Podemos concluir essa linha de raciocínio com as palavras de Gody e Santos (2012, p. 275):

Se a escola não o faz, então não vemos saída para a Babel que se tornou o desenvolvimento do conhecimento matemático nas escolas brasileiras, de um modo geral. Babel, pois os documentos curriculares oficiais propõem caminhos para se desenvolver a Matemática escolar que, muitas vezes, são dissonantes dos pretendidos pela comunidade de professores e pesquisadores do ensino da Matemática. Neste sentido, quando as portas das salas de aula se fecham, cada professor de Matemática entende ser o melhor para ele e para os seus alunos, contudo, se o professor faz ao fechar a porta da sua sala é bom ou ruim, não sabemos.

No momento em que nos propusemos a realizar a pesquisa de campo nas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, tivemos uma grande preocupação quanto ao entendimento e compreensão do texto por parte do aluno, bem como quanto ao esclarecimento de possíveis dúvidas em relação a alguma linguagem matemática desconhecida dentro do conteúdo que, conforme foi verificado, muitos não haviam estudado em uma série anterior ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Após a aplicação dos procedimentos iniciais de comunicação à escola e aos pais ou responsáveis dos alunos, observamos que os estudantes, em um número considerável, apresentaram dificuldades na interpretação textual de questões do questionário aplicado, bem como obstáculos didáticos para a resolução das questões relacionadas ao estudo de Polinômios, onde tais dificuldades, conforme foram explanadas, podem estar relacionadas a uma distorção ou inadequação do currículo escolar em relação a cada realidade vivenciada pelo aluno ou pelo ensino de matemática no Ensino Fundamental. Nessas condições, simples intervenções por parte do professor pesquisador foram realizadas a título de esclarecimento, sem direcionar a

qualquer tipo de tendenciosidade ou manipulação para a coleta dos dados dessa pesquisa. Salientamos que todos os alunos se envolveram de forma satisfatória para contribuir com os resultados dessa pesquisa, embora muitos destes não relutaram em deixar de responder uma ou mais questões por motivos pessoais ou particulares em relação ao questionário e às questões propostas.

Essa consulta feita aos estudantes nos ajudou no bom direcionamento da nossa proposta, nos orientando na possibilidade de um ensino mais proveitoso e um educando mais envolvido e habilitado para a aprendizagem de Polinômios por meio da metodologia que empregaremos condizente com uma realidade apresentada, prosseguindo assim seus estudos em séries posteriores que necessitarão de tal aprendizado como requisito básico ou prévio para conteúdos programáticos consequentes.

Assim, trazemos mais adiante a nossa proposta de atividades para que todos os objetivos desse trabalho sejam devidamente alcançados por todos os sujeitos envolvidos dentro de cada ação a se desenvolver.

3.2. Experimento Didático

Para o nosso experimento didático solicitamos a participação de 4 mestrandos do nosso mesmo programa que também são professores da rede pública de alguma rede municipal, estadual ou federal do Brasil. O experimento didático, ocorrido no dia 27 de outubro de 2018, foi apresentado a todos os participantes, e em seguida fizemos a seguinte pergunta a cada um deles: *o que você acha da nossa atividade proposta?* Todas as respostas e opiniões individuais foram gravadas sobre o processo. Algumas sugestões, críticas ou contribuições, de um modo geral, merecem ser destacadas:

Sugestão do mestrando/professor 1: entre muitas contribuições, críticas e sugestões dadas por esse participante do experimento didático, podemos relatar a que sugere as atividades de multiplicação com uma demanda maior de tempo em suas execuções para que houvesse uma fixação mais significativa, e que também essas atividades fossem revisadas no *software* no momento da apresentação das atividades de divisão.

Sugestão do mestrando/professor 2: entre muitas contribuições, críticas e sugestões dadas por esse participante do experimento didático, podemos destacar a de que o grau de dificuldade seja crescente em cada item de cada atividade e também da atividade 01 até a atividade 12.

Sugestão do mestrando/professor 3: entre muitas contribuições, críticas e sugestões dadas por esse participante do experimento didático, podemos destacar a sugestão dada que o desenvolver das atividades que envolvem divisão seja feito junto com as atividades de multiplicação, para que os alunos possam perceber a relação inversa entre essas propriedades também com os Polinômios.

Sugestão do mestrando/professor 4: entre muitas contribuições, críticas e sugestões dadas por esse participante do experimento didático, podemos destacar a contribuição de que os resultados não ficassem apenas nas fichas de atividades, mas também na lousa ou quadro branco de modo que houvesse uma formalização após uma revisão de todos os itens de cada atividade, e esses itens estariam escrito na lousa ou quadro branco.

Além dos relatos acima e de outras contribuições, críticas, sugestões ou dicas atribuídas às atividades pelos participantes, evidenciamos também a unanimidade em relação à atividade 12: que essa atividade seja trabalhada de modo a recapitular todas as atividades desenvolvidas anteriormente, mesmo a título de revisão, e não como uma atividade de caráter isolado como as anteriores, devido à sua complexidade. Este relato condiz com nossas análises *a priori* da referida atividade.

Assim, de posse de todos esses resultados e com os devidos ajustes feitos, podemos ter nesse presente momento a validação de nossa proposta de atividades, que apresentaremos a seguir com os devidos ajustes feitos, seguidas de suas análises *a priori*.

3.3. A Sequência de Atividades

O Geogebra é um *software* educativo de representação dinâmica, gratuito e de multiplataforma por estar escrito em linguagem Java, que é uma linguagem de programação orientada a objetos desenvolvida na década de 90 por uma equipe de programadores chefiada por James Gosling, na empresa Microsystems. Esse *software*

dispõe de recursos visuais e interativos que podem servir como ferramenta para a aprendizagem de qualquer objeto matemático em todos os níveis de ensino, combinando Geometria, Álgebra, Tabelas, Gráficos, Estatística e Cálculo em uma única aplicação.

Nossa proposta visou por meio do Geogebra a construção de um objeto de aprendizagem para o ensino de Polinômios para que o Sujeito por meio de nossa sequência de atividades propostas tivesse êxito na aprendizagem do Objeto por meio de uma experimentação, de modo que possa redescobrir conceitos e propriedades acerca do assunto Polinômios.

Nesses parâmetros, os seguintes tópicos serão abordados em nossa sequência didática para o ensino de Polinômios:

- Coeficiente numérico e parte literal
- Classificação dos polinômios
- Termos semelhantes
- Adição e subtração de polinômios
- Multiplicação de um monômio por outro monômio
- Multiplicação de um monômio por um polinômio
- Multiplicação de dois polinômios
- Divisão de monômios
- Divisão de um polinômio por um monômio
- Divisão de um polinômio por outro polinômio

Nessas atividades faremos o uso da Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), em que o Instrumento será o *software* Geogebra, o Sujeito serão os alunos e o Objeto serão os tópicos do conteúdo Polinômios utilizado em cada atividade a ser executada com o auxílio do *software*.

A atividade 01 inicia o momento da sequência didática em que começamos a apresentar as operações com Polinômios com a correlação de geometria e álgebra, a qual permite descobrir uma maneira prática de adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x , que estão relacionados geometricamente a múltiplos do comprimento x .

ATIVIDADE 01

Título: Adição e subtração de Polinômios semelhantes a x

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de efetuar a adição e a subtração de Polinômios semelhantes a x

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as operações seguintes

1) $x + 3x =$

2) $3x + x =$

3) $3x + 5x =$

4) $6x + 2x =$

5) $2x + 7x =$

6) $3x - x =$

7) $x - 3x =$

8) $7x - 5x =$

9) $3x - 9x =$

10) $-2x - 5x =$

11) $-5x - x =$

12) $x + x + 2x =$

13) $3x - x + 4x =$

14) $3x - x - 7x + 5x =$

15) $3x + x + 7x - 3x =$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para adicionar dois desses Polinômios.

--

Conclusão:

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para subtrair dois desses Polinômios.

Conclusão:

Sem o uso do *software*, sendo $A = 5x - 3x + 2x$, $B = 7x - 5x + 3x$ e $C = 4x - 6x$, efetue:

a) $A + B + C =$

b) $A - B - C =$

Figura 34 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 01

Valor de P =
 Valor de Q =
 (coloque valores até 20)
 ☒ P + Q
 ☐ P - Q
 ☐ P * Q

x

x

x

x

x

x

x

x

Fonte: O próprio autor

Figura 35 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 01

Valor de P = 3 Valor de Q = 9 (coloque valores até 20) ☐ P + Q ☒ P - Q ☐ P * Q

Row 1: 3 black bars, each with an 'x' below it.

Row 2: 9 black bars, each with an 'x' below it.

Row 3: 6 red bars, each with an 'x' below it.

Fonte: O próprio autor

Análise *a priori* da Atividade 01: Nesta atividade esperamos que, a partir do uso do Geogebra, os alunos percebam inicialmente a relação do Polinômio x e seus semelhantes com o comprimento x e seus múltiplos. Em seguida, deverá haver a socialização sobre as regras práticas para adição e subtração de Polinômio cuja parte literal é x depois do registro escrito. Após a socialização, o professor/pesquisador questionará aspectos necessários do conteúdo, de modo que haja uma melhor compreensão do mesmo. Caso haja dificuldades por parte do aluno em responder de modo formal, seguiremos então com a formalização. Atribuiremos também significado para o que já é de domínio do aluno. Após a conclusão, os papeis com as atividades serão recolhidos. No caso da atividade 01, esperamos que os alunos possam identificar uma regra prática para adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x sem o uso do *software* Geogebra. Para o desenvolvimento dessa atividade, os alunos deverão efetuar a adição e a subtração de termos semelhantes a x , até obterem como resultado um Polinômio cuja parte literal é x . Avaliamos que a operacionalidade com termos positivos e negativos represente um obstáculo durante a resolução. Porém, neste momento o aluno já estudou os números relativos em uma série anterior e, portanto, a subtração já é vista como uma situação de adição de números com sinais diferentes. No *software*, os termos geométricos relacionados a Polinômios com sinais negativos serão representados pela cor vermelha, e os positivos pela cor preta. Se necessário, poderemos promover uma discussão sobre o conteúdo para uma melhor interpretação para as devidas conclusões da atividade.

A seguir apresentaremos a atividade 02 a qual permite descobrir uma maneira prática de adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x^2 , que estão relacionados geometricamente a múltiplos da área x^2 .

ATIVIDADE 02

Título: Adição e subtração de Polinômios semelhantes a x^2

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de efetuar a adição e a subtração de Polinômios semelhantes a x^2

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as operações seguintes

1) $2x^2 + 3x^2 =$

2) $3x^2 + 2x^2 =$

3) $4x^2 + 5x^2 =$

4) $6x^2 + x^2 =$

5) $2x^2 + 8x^2 =$

6) $7x^2 - x^2 =$

7) $x^2 - 7x^2 =$

8) $8x^2 - 5x^2 =$

9) $3x^2 - 10x^2 =$

10) $-2x^2 - 9x^2 =$

11) $-9x^2 - x^2 =$

12) $3x^2 + x^2 + 2x^2 =$

13) $2x^2 - x^2 + 4x^2 =$

14) $5x^2 - x^2 - 7x^2 + 4x^2 =$

15) $8x^2 + x^2 + 7x^2 - 6x^2 =$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para adicionar dois desses Polinômios.

Conclusão:

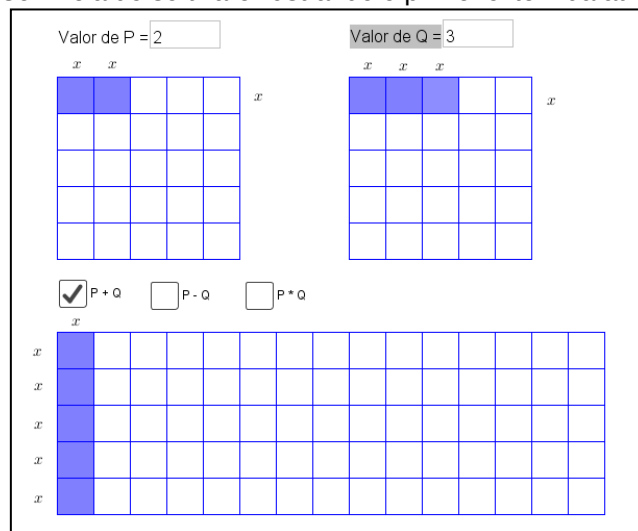
Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para subtrair dois desses Polinômios.

Conclusão:

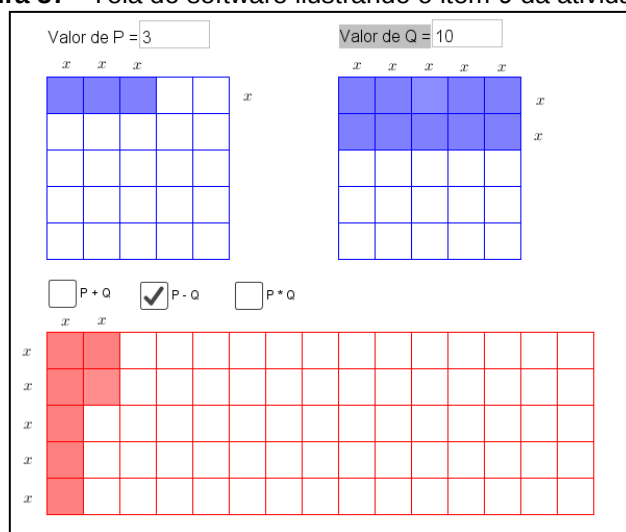
Sem o uso do *software*, sendo $A = 6x^2 - 2x^2 + 3x^2$, $B = 8x^2 - 4x^2 + x^2$ e $C = 3x^2 - 7x^2$, efetue:

a) $A + B + C =$

b) $A - B - C =$

Figura 36 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 02

Fonte: O próprio autor

Figura 37 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 02

Fonte: O próprio autor

Análise *a priori* da Atividade 02: Nesta atividade esperamos que, a partir do uso do Geogebra, os alunos percebam inicialmente a relação do Polinômio x^2 e seus semelhantes com a área x^2 e seus múltiplos, socializando sobre as regras práticas para adição e subtração de Polinômio cuja parte literal é x^2 depois do registro escrito. Após a socialização, o professor/pesquisador questionará aspectos necessários do conteúdo, de modo que haja uma melhor compreensão do mesmo. Após o aluno responder de modo formal, seguiremos com a formalização. Novamente, após a conclusão, os papeis

com as atividades serão recolhidos. No caso da atividade 02, esperamos que os alunos possam identificar uma regra prática para adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x^2 sem o uso do *software*. Para o desenvolvimento dessa atividade, os alunos deverão efetuar a adição e a subtração de termos semelhantes a x^2 , até obterem como resultado um Polinômio cuja parte literal é x^2 . No *software*, os termos geométricos relacionados a Polinômios com sinais negativos serão representados pela cor vermelha, e os positivos pela cor azul.

A atividade 03 permite descobrir uma maneira prática de adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x^3 , que estão relacionados geometricamente a múltiplos do volume x^3 .

ATIVIDADE 03

Título: Adição e subtração de Polinômios semelhantes a x^3

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de efetuar a adição e a subtração de Polinômios semelhantes a x^3

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as operações seguintes

1) $2x^3 + 5x^3 =$

2) $5x^3 + 2x^3 =$

3) $3x^3 + 5x^3 =$

4) $8x^3 + x^3 =$

5) $x^3 + 5x^3 =$

6) $7x^3 - 4x^3 =$

7) $4x^3 - 7x^3 =$

8) $9x^3 - 6x^3 =$

9) $4x^3 - 9x^3 =$

10) $-2x^3 - 6x^3 =$

11) $-10x^3 - x^3 =$

12) $4x^3 + 2x^3 + x^3 =$

13) $5x^3 - x^3 + 8x^3 =$

14) $9x^3 - x^3 - 6x^3 + 3x^3 =$

15) $10x^3 + x^3 + 6x^3 - 5x^3 =$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para adicionar dois desses Polinômios.

Conclusão:

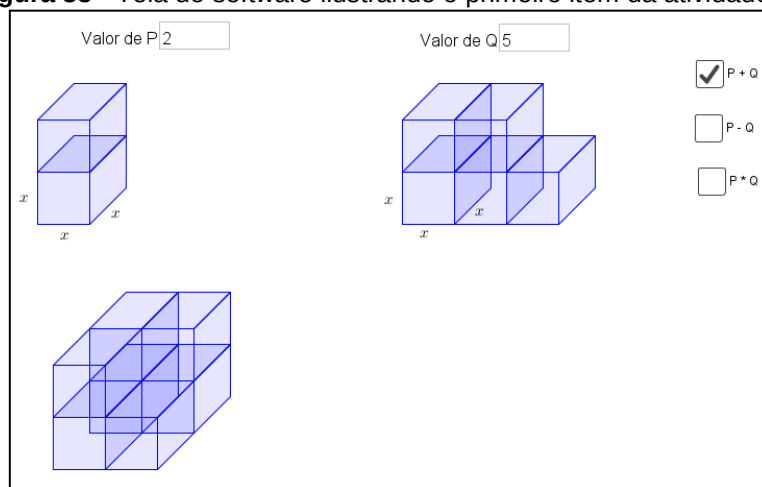
Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software* para subtrair dois desses Polinômios.

Conclusão:

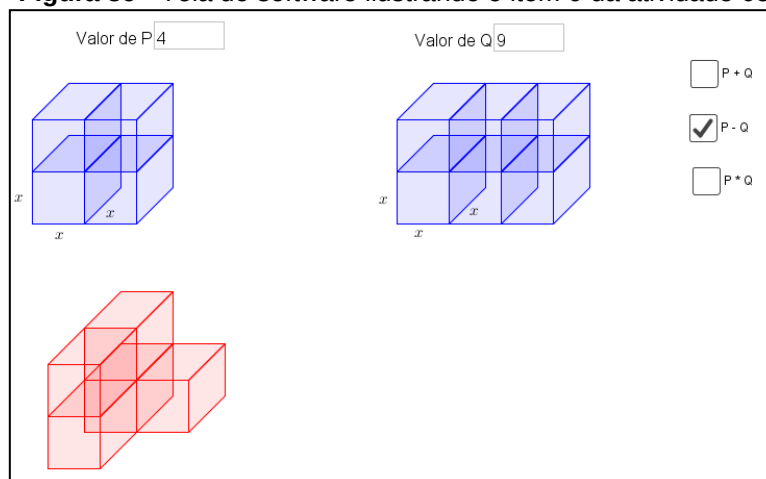
Sem o uso do *software*, sendo $A = 5x^3 + x^3 - 4x^3$, $B = 3x^3 - 5x^3 + 7x^3$ e $C = 5x^3 + 11x^3$, efetue:

a) $A + B + C =$

b) $A - B - C =$

Figura 38 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 03

Fonte: O próprio autor

Figura 39 - Tela do software ilustrando o item 9 da atividade 03

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 03: Esperamos que, a partir do uso do Geogebra, os alunos percebam inicialmente a relação do Polinômio x^3 e seus semelhantes com o volume x^3 e seus múltiplos, socializando sobre as regras práticas para adição e subtração de Polinômio cuja parte literal é x^3 depois do registro escrito. Depois da socialização, o professor/pesquisador questionará aspectos necessários do conteúdo. Após o aluno responder de modo formal, seguiremos com a formalização. Novamente, após a conclusão, os papéis com as atividades serão recolhidos. Na atividade 03 esperamos que os alunos possam identificar uma regra prática para adicionar e subtrair

Polinômios semelhantes a x^3 sem o uso do *software*. Para o desenvolvimento dessa atividade, os alunos deverão efetuar a adição e a subtração de termos semelhantes a x^3 , até obterem como resultado um Polinômio cuja parte literal é x^3 . No *software*, os termos geométricos relacionados a Polinômios com sinais negativos serão representados pela cor vermelha, e os positivos pela cor azul.

A atividade 04 inicia o momento da sequência didática em que começamos a apresentar as operações com Polinômios com parte literal x , x^2 , x^3 , x^4 , x^5 , etc, ou seja, de modo que possamos generalizar as operações para diversos Polinômios além dos que têm somente a parte literal x , x^2 ou x^3 . Essa atividade permite descobrir uma maneira prática de adicionar termos semelhantes de uma forma algébrica mais generalizada.

ATIVIDADE 04

Título: Adição de Polinômios

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de efetuar a adição de Polinômios

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as operações seguintes

1) $x + 3x =$

2) $x^2 + 3x^2 =$

3) $3x^4 + 5x^4 =$

4) $6x^5 + 2x^5 =$

5) $2x^7 + 7x^7 =$

6) $3x - x =$

7) $x^2 - 3x^2 =$

8) $7x^4 - 5x^4 =$

9) $3x^5 - 9x^5 =$

10) $-2x^7 - 5x^7 =$

11) $-5x^3 - x^3 =$

12) $x + x^2 + 2x + 6x^2 =$

13) $3x - x^5 + 4x - 6x^5 =$

14) $3x^2 - x^5 - 7x^2 + 5x^5 =$

15) $3x^3 - x^4 - 7x^4 - 3x^3 =$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Sem o uso do *software*, sendo $A = 5x^4 - 3x^2 + 2x$, $B = 7x^2 - 5x + 3$ e $C = 4x^2 - 6$, efetue:

a) $A + B + C =$

b) $A - B - C =$

Figura 40 - Tela do software ilustrando o primeiro item da atividade 04

Entradas :

A =

B =

$A = x$

$B = 3x$

$A + B = 4x$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 04: Espera-se a partir do uso do Geogebra que os alunos socializem sobre as regras práticas para adição e subtração de Polinômio cuja parte literal é x , x^2 , x^3 , x^4 , x^5 , etc., depois do registro escrito. Após a socialização, o professor/pesquisador questionará aspectos necessários do conteúdo, de modo que haja uma melhor compreensão do mesmo. Caso haja dificuldades por parte do aluno

em responder de modo formal, seguiremos então com a formalização. Atribuiremos também significado para o que já é de domínio do aluno. Após a conclusão, os papéis com as atividades serão recolhidos. No caso da atividade 04, espera-se que os alunos possam identificar uma regra prática para adicionar Polinômios sem o uso do *software* Geogebra. Para o desenvolvimento dessa atividade, os alunos deverão efetuar a adição de termos semelhantes, até obter como resultado um Polinômio onde não haja mais termos semelhantes. Novamente avaliamos que a operacionalidade com termos positivos e negativos possa ser um obstáculo durante a resolução. Porém, neste momento o aluno já estudou a adição e a subtração de Polinômios com a parte literal x , x^2 e x^3 e, possivelmente, já tem um considerado domínio com a adição e subtração desses Polinômios semelhantes a x , x^2 e x^3 , além de que a subtração já é vista como uma situação de adição de números com sinais diferentes. Sobre isto, caso seja necessário, poderemos promover uma discussão sobre o conteúdo se necessário.

A atividade 05 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular o produto entre um número real e um monômio.

ATIVIDADE 05

Título: Multiplicação de um número real por um monômio

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de multiplicar um número real e um monômio

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Utilizando o *software* Geogebra, calcule os produtos.

1) $-1 \cdot (2x^2) =$

2) $-3 \cdot (5x^3) =$

3) $-3 \cdot (-2x^3) =$

4) $7 \cdot (-3x^5) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

--

Conclusão:

Sem o uso do *software*, efetue:

- a) $3 \cdot 4x^3 =$
- b) $32 \cdot 2x^2 =$
- c) $10 \cdot 2x^4 =$
- d) $12 \cdot 4x =$

Figura 41 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 05

Entradas :

A =

B =

$A = -1$

$B = 2 x^2$

$A * B = -2 x^2$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 05: Esperamos que os alunos possam construir adequadamente uma regra prática para o cálculo do produto de um número real e um monômio. A regra prática que esperamos é algo similar à linguagem escrita *multiplicam-se os coeficientes numéricos e repete-se a parte literal*.

A atividade 06 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular o produto de um monômio por outro monômio.

ATIVIDADE 06

Título: Multiplicação de um monômio por outro monômio

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de multiplicar dois monômios

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Utilizando o *software* Geogebra, calcule os produtos entre os monômios.

1) $x \cdot x^2 =$

2) $x^2 \cdot x^3 =$

3) $2x^2 \cdot 3x^2 =$

4) $4x^3 \cdot 5x =$

5) $7x^3 \cdot 2x^3 =$

6) $(3x^4) \cdot (-8x^2) =$

7) $(-6x^3) \cdot 7x^2 =$

8) $(-3x^5) \cdot (-4x^6) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Figura 42 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 06

Entradas :

A =

B =

$A = x$

$B = x^2$

$A * B = x^3$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 06: Esperamos que os alunos possam construir adequadamente uma regra prática para o cálculo do produto de dois monômios. Para resolver a atividade 06, os alunos utilizarão uma propriedade fundamental da potenciação, que é o **produto de potências de mesma base**. Possíveis dificuldades com o manuseio do *software* ainda poderão ser percebidas nessa atividade, que serão intermediadas e solucionadas pela intervenção do professor/pesquisador, se necessário. É possível também que haja dificuldades na aplicação dessa propriedade fundamental da potência.

A atividade 07 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular o produto de um monômio por um Polinômio.

ATIVIDADE 07

Título: Multiplicação de um monômio por um Polinômio

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de multiplicar um monômio por um Polinômio

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Utilizando o *software* Geogebra, calcule os seguintes produtos.

1) $x \cdot (x + 2) =$

2) $2x^2 \cdot (3x^2 + 4x) =$

3) $(3x^2) \cdot (4x - 8x^2) =$

4) $(-3x) \cdot (-4x^3 + 3) =$

5) $(x^2 + 2) \cdot x =$

6) $(4x^3 - 2) \cdot 5x =$

7) $(7x^2 + 2x) \cdot 2x^2 =$

8) $(-6x^3 + 5x) \cdot 7x^2 =$

9) $5 \cdot (8x^2 + 3x + 2) =$

10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot 5 =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Figura 43 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 07

Entradas :

A =

B =

$A = x$

$B = x + 2$

$A * B = x^2 + 2x$

Fonte: O próprio autor

Análise *a priori* da Atividade 07: Esperamos que os alunos possam construir adequadamente uma regra prática para o cálculo do produto de um monômio por um Polinômio. Para resolver a atividade 07, os alunos utilizarão uma propriedade fundamental da potenciação, que é o **produto de potências de mesma base**, além da adição e subtração de Polinômios, realizada na atividade 04, bem como o produto de monômios, realizado na atividade 06. Há possibilidades de dificuldades na aplicação da propriedade fundamental da potência, ou nas operações de adição e subtração de Polinômios, assim como no produto de monômios. Porém, numa possível dificuldade de elaboração da regra prática, usaremos no lugar de monômios os números reais, de modo que possamos obter mais esclarecimento, compreensão e ajuda na construção da regra prática.

A atividade 08 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular o produto de dois Polinômios.

ATIVIDADE 08

Título: Multiplicação de dois Polinômios

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de multiplicar dois Polinômios

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Utilizando o *software* Geogebra, calcule os seguintes produtos.

1) $(x + 3) \cdot (x + 2) =$

2) $(x^2 + 2) \cdot (x - 2) =$

3) $(2x^2 + 3) \cdot (3x^2 + 4x) =$

4) $(4x^3 - 2) \cdot (5x - 4x^2) =$

5) $(3x^2 + 2x) \cdot (4x - 8x^2) =$

6) $(-3x^2 - x) \cdot (-4x^2 + 3) =$

7) $(7x + 2) \cdot (2x + x^2 + 3) =$

8) $(-6x^3 + 5x) \cdot (7x^2 + x^3 + x) =$

9) $(5 + x + x^2) \cdot (8x^2 + 3x + 2) =$

10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot (5x + 2x^2 - 3x^3) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Figura 44 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 08

Entradas :

A =

B =

$A = x + 3$

$B = x + 2$

$A * B = x^2 + 5x + 6$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 08: Esperamos que os alunos possam construir adequadamente uma regra prática para o cálculo do produto de dois Polinômios. Para resolver a atividade 08, os alunos utilizarão uma propriedade fundamental da potenciação, que é o **produto de potências de mesma base**, além da adição de Polinômios, realizada na atividade 04, bem como o produto de monômios, realizado na atividade 06. Nessa etapa não consideramos dificuldades na aplicação da propriedade fundamental da potência, nem na operação de adição de Polinômios, tampouco no produto de monômios. Entretanto, é bem provável que haja várias intervenções do professor/pesquisador para a construção ou mesmo para a descoberta da regra prática para a multiplicação de dois Polinômios.

A atividade 09 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular a divisão de monômios por um número real diferente de zero.

ATIVIDADE 09

Título: Divisão de monômios por um número real diferente de zero

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de dividir monômios por um número real diferente de zero

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as seguintes divisões.

1) $20x^5 : 2 =$

2) $25x^2 : 5 =$

3) $12x^5 : 4 =$

4) $(-200x^4) : (-10) =$

5) $(-21x^3) : 7 =$

6) $24x^5 : 6 =$

7) $100x^2 : 20 =$

8) $4x^3 : (-2) =$

9) $(-11x^4) : 11 =$

10) $(-15x^6) : (-3) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Figura 45 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 09

Entradas :

A =

B =

$A = 20 x^5$

$B = 2$

$A/B = 10 x^5$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 09: Para resolver as questões da atividade 09, os alunos deverão relembrar que em uma divisão, o divisor nunca pode assumir o valor zero. Pode ser que a atividade seja desenvolvida em menor tempo se comparada com a atividade de produto de monômios, devido à Instrumentalização que possivelmente já terá ocorrido pelo uso constante do *software* (RABARDEL, 1995).

A atividade 10 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular a divisão de monômios.

ATIVIDADE 10

Título: Divisão de monômios

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de dividir monômios

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as seguintes divisões.

1) $10x^5 : 2x^3 =$

2) $25x^7 : 5x^4 =$

3) $12x^5 : 4x^3 =$

4) $(-20x^3) : (-10x^2) =$

5) $(-21x^3) : 7x =$

6) $18x^4 : 6x^2 =$

7) $100x^5 : 20x^3 =$

8) $4x^3 : (-2x) =$

9) $(-11x^3) : x^3 =$

10) $(-15x^5) : (-3x^2) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

--

Conclusão:**Figura 46** - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 10

Entradas :

A =

B =

$A = 10 x^5$

$B = 2 x^3$

$A/B = 5 x^2$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 10: Para resolver as questões da atividade 10, os alunos deverão relembrar novamente que em uma divisão, o divisor nunca pode assumir o valor zero, além da propriedade de potência de quociente. Acreditamos que a atividade seja desenvolvida em um tempo menor ainda que a atividade 09, devido à Instrumentalização que já terá ocorrido com o aluno pelo uso constante do *software* (RABARDEL, 1995).

A atividade 11 permite aos alunos descobrir uma maneira prática de calcular a divisão de um Polinômio por um monômio.

ATIVIDADE 11**Título:** Divisão de um Polinômio por um monômio

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de dividir um Polinômio por um monômio

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $(10x^5 + 4x^4) : 2x^3 =$
- 2) $(25x^7 - 10x^5) : 5x^4 =$
- 3) $(12x^5 + 4x^3) : 4x^3 =$
- 4) $(-20x^3 + 20x^2) : (-10x^2) =$
- 5) $(-21x^3 + 14x^2) : 7x =$
- 6) $(18x^4 + 12x^3 - 6x^2) : 6x^2 =$
- 7) $(100x^5 + 40x^3) : 20x^3 =$
- 8) $(2x^3 - 4x^2 - 4x^4) : (-2x) =$
- 9) $(x^3 + x^2 + x) : x =$
- 10) $(x^4 - x^3 + x^2) : (-x^2) =$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do *software*.

Conclusão:

Figura 47 - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 11

Entradas :

A =

B =

$A = 10 x^5 + 4 x^4$

$B = 2 x^3$

$A/B = 5 x^2 + 2 x$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 11: Para resolver as questões da atividade 11, os alunos deverão relembrar que em uma divisão, o divisor nunca pode assumir o valor zero, além

da propriedade de potência de quociente, além da divisão de monômios, realizada na atividade 10. Não descartamos a possibilidade de ocorrer obstáculos no momento de escrita do polinômio-quociente, pois o aluno poderá por simples descuido confundir os sinais dos termos algébricos que compõem o polinômio-quociente. Sobre isto, podemos promover alguns esclarecimentos sobre tal dificuldade quando necessário.

Na atividade 12 teremos um procedimento diferente das demais atividades que já apresentamos até o presente momento, pelo fato de que o algoritmo da divisão de dois Polinômios não ser de simples compreensão para ser trabalhado numa atividade de redescoberta ou de ensino por atividades. Usaremos o *software* Geogebra com o objetivo de melhor Instrumentalizar o aluno (RABARDEL, 1995), bem como utilizar as operações de Polinômios vistas em atividades anteriores neste trabalho, com o objetivo de revisá-las e torná-las mais familiares para o nosso Sujeito.

ATIVIDADE 12

Título: Divisão de um polinômio por outro Polinômio

Objetivo: Calcular a divisão de um Polinômio por outro Polinômio

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta, *software* Geogebra

Procedimento:

Com o auxílio do *software* Geogebra, seguindo passo a passo as orientações do professor, efetue as seguintes divisões.

$$1) (x^2 - 7x + 10):(x - 2) =$$

$$2) (2x^2 - x - 15):(x - 3) =$$

$$3) (12x^2 + 7x - 8):(4x + 5) =$$

$$4) (3x^3 - 8x^2 + 13x - 8):(x - 1) =$$

$$5) (12x^3 - 2x^2 + 3x - 2):(4x^2 - 6x + 9) =$$

Agora, sem o uso do *software*, efetue as seguintes divisões.

$$6) (6x^3 - 25x^2 + 25x + 7):(3x^2 - 5x + 1) =$$

$$7) (x^2 - 9x + 20):(x - 5) =$$

$$8) (6x^2 + x - 40):(3x + 8) =$$

$$9) (5x^2 + 11x - 3):(5x + 1) =$$

$$10) (6x^3 - 5x^2 - 9x + 5):(3x + 2) =$$

Conclusão:**Figura 48** - Tela do software ilustrando o primeiro exemplo da atividade 12

Entradas :

A = $x^2 - 7x + 10$

B = $x - 2$

$A = x^2 - 7x + 10$

$B = x - 2$

$A/B = x - 5$

Fonte: O próprio autor

Análise a priori da Atividade 12: Para resolver as questões da atividade 12, os alunos aplicarão todas as regras práticas e propriedades utilizadas nas atividades de 01 a 11. Ressaltamos que, não sendo uma atividade de redescoberta ou de ensino por atividade, essa atividade necessitará de bastante ajuda por parte do professor/pesquisador, bem como esclarecimentos a respeito do algoritmo de divisão de dois Polinômios. Dificuldades serão possíveis a respeito de qual operação utilizar em cada momento, mas é possível que com várias atividades de cunho algébrico similar já resolvidas e elucidadas, o aluno não levará muito tempo a se esclarecer sobre qualquer obstáculo que venha a ser apresentado.

3.4. Análise A Priori e A Posteriori

3.4.1. Análises Sobre Os Registros de Voz

Os registros de voz foram realizados com o uso de um aplicativo para *smartphone* denominado *gravador de voz*, lançado em 04 de novembro de 2016, versão 3 (34.0), que pode ser encontrado e baixado de modo gratuito na *play store*,

oferecido por *quality apps (recorder, weather, music)*. Optamos pelo uso deste aplicativo em decorrência das inúmeras avaliações positivas encontradas em sua página para *download* e atualização.

Utilizamos o mesmo *smartphone* durante todo o experimento para os registros de voz. O aparelho ficou sobre a mesa do professor/pesquisador, direcionado a captar o máximo de expressões verbais produzidas durante o dinamismo das atividades propostas.

Alguns trechos dos registros de voz recolhidos durante a aplicação dos instrumentos de coleta de dados nos auxiliaram a ter uma visão panorâmica do comportamento e das interações como um todo, segundo à ótica da Análise Microgenética. Durante a realização de cada atividade, o professor/pesquisador foi responsável em direcionar o andamento do processo até o preenchimento por escrito total das atividades no papel A4. No decorrer da execução das atividades, ocorreu a discussão com o objetivo de provocar as interações e discussões sobre o Objeto, com a mínima intervenção por parte do professor/pesquisador. Após a execução dos registros escritos, os mesmos foram retirados, com a sucessão de formalizações sobre o objeto tratado anteriormente em cada atividade, sempre com o foco no papel das interações verbais no processo.

Ao analisarmos trechos dos registros de voz realizados durante a execução das atividades, podemos identificar indícios de aprendizagem de cada um dos conceitos contidos na sequência didática. Os alunos participantes do experimento foram denominados de A1, A2, B1, B2, C1, C2, D1, D2, E1, E2, F1, F2, G1, G2, H1, H2, I1, I2, J1, J2, K1, K2, L1, L2, M1, M2, N1, N2, O1, O2, P1 e P2. É importante ressaltarmos que mesmo com várias provocações por parte do professor/pesquisador em diversas etapas da aplicação das atividades, alguns estudantes não se pronunciavam de forma oral. Isso não representou um obstáculo ou problema, pois seus registros escritos coletados ulteriormente evidenciavam que o resultado da aprendizagem desses estudantes era significativo comparado ao resultado geral da turma toda como Sujeito de nossa pesquisa.

Portanto, demos início às nossas análises das atividades no âmbito das interações, com o auxílio de trechos dos registros de voz recolhidos, de acordo com a ação executada em cada dia de nossa experimentação.

3.4.1.1. Primeiro Dia da Experimentação

No primeiro dia da experimentação, ocorrido no dia 13 de dezembro de 2018 (quinta-feira) das 10h45min às 12h15min, esclarecemos aos alunos os objetivos daquele momento da pesquisa e ainda as orientações para a realização das atividades com o uso do *software*.

As atividades 01 e 02 foram distribuídas em folhas de papel A4 para que os alunos a preenchessem com o auxílio do *software* Geogebra, dando-se início ao ensino de Polinômios por meio do *software*, tal como o começo da Instrumentação do Objeto de ensino, com o objetivo de nosso Sujeito tomar posse de tal Objeto. É a etapa que Rabardel (1995) propõe investigar como se dá a transformação do artefato em Instrumento, denominado pelo mesmo de Gênese Instrumental.

Ao iniciarmos a atividade 01, verificamos uma grande dificuldade por parte dos alunos quanto ao manuseio do computador e ao uso do objeto de aprendizagem, bem como na compreensão do assunto Polinômios, obstáculos que também apontados nos trabalhos de Souza (2016), Silva (2016), Santana e Proença (2016), Almeida e Peixoto (2016), Aguiar (2016) e Barbosa e Ceolim (2016). Após algumas orientações por parte do professor/pesquisador e de alguns alunos que apresentavam um certo domínio quanto ao manuseio do computador mas não do *software*, ocorreram indícios de aprendizagem, e os alunos relataram o fato com entusiasmo e motivação. Logo após um tempo de manuseio verificamos um envolvimento com a resolução da atividade sem o uso do Geogebra, que pode ser evidenciado no trecho a seguir:

Quadro 4 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 01

Professor/Pesquisador: Agora a gente vai concluir como é que a gente faz essas operações. O que vocês entenderam quando a gente faz assim: quatro x mais cinco x ? (registro na tela do *software*: $4x + 5x$).

Alunos: Nove x (registro escrito na ficha: $9x$).

Professor/Pesquisador: O que você entendeu?

Aluno A1: Que 4 mais 5 são 9.

Professor/Pesquisador: Aí o x ? O que você faz?

Aluno A1: Conserva

Aluno H1: Põe do lado direito.

Professor/Pesquisador: Esses termos que ele falou, quando a gente faz quatro x mais cinco x (registro na tela do software: $4x + 5x$), ou seja, esses termos 4 e 5 a gente chama de quê? Alguém sabe?

Alunos: Não, não estudamos ainda.

Professor/Pesquisador: Vamos chamá-los de “coeficiente numérico”, certo? E o x que estamos falando tanto, a gente vai chamar de “parte literal”. Assim, vamos concluir o procedimento.

Fonte: Autor (2019)

Acima podemos observar uma formalização quanto ao nome dos termos matemáticos apresentados. Os parênteses não fazem parte do discurso oral dos agentes envolvidos. Optamos por assim registrar porque verificamos que houve um aprendizado significativo também na Conversão do registro escrito do aluno para a linguagem algébrica. Não esperávamos tal acontecimento de uma maneira tão rápida e eficiente. Assim, entendemos essa Conversão adquirida pelo nosso Sujeito como um resultado satisfatório de nossa proposta.

Quanto ao previsto em nossa análise *a priori* da atividade 01, surgiram algumas dificuldades em relação à operacionalidade com termos positivos e negativos, mesmo com a relação geométrica do x como o comprimento de um traço apresentado no programa. Nesse momento intervimos com exemplos possivelmente estudados em séries anteriores a respeito de crédito e débito em situações financeiras simples. Tais exemplos foram esclarecedores para sanar as dificuldades em operações de adição de números inteiros com sinais diferentes, pois como já relatamos anteriormente, consideramos nesse trabalho que a subtração é uma adição de números inteiros com sinais diferentes, como mostrado no trecho a seguir:

Quadro 5 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 01

Professor/Pesquisador: Na próxima, qual seria a resposta?

Aluno D1: Seis negativo e x

Professor/Pesquisador: Vamos ver. “Menos x menos cinco x ”.

Aluno C1: Quatro negativo.

Aluno E1: Seis negativo.

Aluno F1: Seis negativo x , né professor?

Professor/Pesquisador: Isso, seis x negativo

Aluno C1: Por quê? Ah tá, sinais diferentes é soma.

Fonte: Autor (2019)

Portanto, a atividade 01 foi responsável por entusiasmo, envolvimento, motivação e satisfação por parte dos estudantes ao encontrar e discutir o resultado de cada item da atividade e confirmar com o uso do *software*, que são características de uma imediata Instrumentação. Após a formalização e a anotação da conclusão da atividade 01, demos início à atividade 02.

Na atividade 02, como previsto em sua análise *a priori*, os alunos perceberam a relação do Polinômio x^2 e seus semelhantes com a área x^2 e seus múltiplos, e que as operações com os termos semelhantes a x^2 eram semelhantes às operações realizadas anteriormente com x , com a diferença apenas em suas representações geométricas, que agora, na atividade 02, o x^2 estava relacionado à área de um quadrado de comprimento x . Novamente, por meio do uso do *software*, os alunos perceberam facilmente que os termos geométricos relacionados a Polinômios com sinais negativos eram representados pela cor vermelha, e os positivos pela cor azul. Desse modo foi percebido o algoritmo da adição e subtração de polinômios semelhantes a x^2 , evidenciado no trecho a seguir:

Quadro 6 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 02

Professor/Pesquisador: Olhem aí. Dois x ao quadrado mais três x ao quadrado (registro na tela do software: $2x^2 + 3x^2$)?

Aluno G1: 5.

Professor/Pesquisador: Cinco x ao quadrado (registro na tela do software: $5x^2$).

Aluno L1: Eu não disse?

Aluno B1: Por que deu cinco x ao quadrado?

Professor/Pesquisador: Oi?

Aluno B1: Por que deu cinco x ao quadrado (registro na tela do software: $5x^2$)?

Professor/Pesquisador: Lembra da nossa primeira atividade? Por quê? O programa está acusando cinco x ao quadrado (registro na tela do software: $5x^2$).

Aluno B1: Ah, então é só repetir, é?

Professor/Pesquisador: Sim. Repete-se a parte literal. Agora vamos trocar. Três x ao quadrado mais dois x ao quadrado...(registro na tela do software: $3x^2 + 2x^2$)

Aluno L1: Vai dar o mesmo resultado.

Professor/Pesquisador: O que você falou aí?

Aluno L1: Vai dar o mesmo valor.

Fonte: Autor (2019)

Ao final da atividade 02 verificamos um grande entusiasmo na turma por conseguir relatar os resultados de cada item da atividade, provocado pelas interações durante a execução da mesma. Os dados coletados no registro de voz evidenciaram grandes indícios de aprendizagem, além de uma iniciativa maior na participação oral para relatar os procedimentos da experimentação. Logo, os resultados obtidos na aplicação das atividades 01 e 02 no primeiro dia de experimentação, verbalizados pelo Sujeito de nossa pesquisa, foram convincentes e satisfatórios para evidenciarmos a aprendizagem desse Sujeito.

3.4.1.2. Segundo Dia da Experimentação

No segundo dia da experimentação, ocorrido no dia 17 de dezembro de 2018 (segunda-feira) das 10h45min às 12h15min, houve uma rapidez na aplicação das

atividades 03 e 04. Essa otimização na realização dessas atividades foi possivelmente uma consequência do primeiro dia de experimentação.

A maioria dos alunos já apresentava domínio nas operações com Polinômios semelhantes a x e a x^2 , que foram realizados nas primeira e segunda atividades, além de uma boa absorção na ideia do objeto matemático x^3 relacionado com o volume de um cubo de aresta medindo x .

As atividades 03 e 04 foram novamente distribuídas em folhas de papel A4 para que os alunos a preenchessem com o auxílio do *software* Geogebra. Durante a realização de tais atividades, o professor/pesquisador foi responsável em direcionar o andamento do processo até o preenchimento por escrito total das atividades no papel A4. No decorrer da execução das atividades, novamente direcionamos uma discussão com o objetivo de provocar as interações e envolvimento com o Objeto, que são os Polinômios, com a mínima intervenção por parte do professor/pesquisador. Como feito nas atividades 01 e 02, após a execução dos registros escritos, os mesmos foram retirados para que ocorressem formalizações sobre o que foi tratado anteriormente em cada atividade, sempre focalizando o papel das interações no processo.

Novamente, trechos dos registros de voz realizados durante a realização das atividades 03 e 04 nos direcionaram para que pudéssemos perceber e identificar os indícios de aprendizagem.

Os alunos, já familiarizados com as operações de adição e subtração de Polinômios semelhantes com parte literal x ou x^2 , elucidaram a atividade 03 com indícios de Instrumentalização, ou seja, com um bom manuseio do *software*, conforme relatado no trecho a seguir:

Quadro 7 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 03

Professor/Pesquisador: O resultado de dois x ao cubo mais cinco x ao cubo (registro na tela do software: $2x^3 + 5x^3$)?

Alunos: Sete x ao cubo (registro escrito na folha de atividades: $7x^3$).

Aluno 11: Ah, entendi. O “3” repete.

Professor/Pesquisador: Próximo. Agora você digita “ao contrário”, aqui é o 5 e aqui é o 2. Digite o 5, dá o “enter”, e em seguida digite o “2”, e dê o “enter”. Quanto vai dar?

Alunos: Sete x ao cubo (registro escrito na folha de atividades: $7x^3$).

Professor/Pesquisador: Ela trocou. A ordem das parcelas...

Aluno D2: ... não altera a soma.

Fonte: Autor (2019)

Ainda sobre a atividade 03, quanto à subtração:

Quadro 8 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 03

Professor/Pesquisador: Sete x ao cubo menos quatro x ao cubo (registro na tela do software: $7x^3 - 4x^3$)?

Alunos: Três x ao cubo (registro na folha de atividades: $3x^3$).

Professor/Pesquisador: Isso. Preencham direitinho o que está faltando. Próximo. Agora o “aluno L1” vai fazer uma parecida com a que vocês tiveram dificuldade no início: quatro x ao cubo menos sete x ao cubo (registro na tela do software: $4x^3 - 7x^3$)?

Aluno L1: Três negativo.

Aluno I1: Menos três x ao cubo (registro escrito na ficha de atividades: $-3x^3$).

Professor/Pesquisador: Isso.

Fonte: Autor (2019)

Conforme previsto na análise *a priori* da atividade 03 os alunos, já com um bom manuseio do *software*, caracterizando indícios de Instrumentalização, perceberam inicialmente a relação do Polinômio x^3 e seus semelhantes com o volume x^3 e seus múltiplos, e isso foi constatado na socialização do que entenderam depois do registro escrito. Os alunos, após mais uma formalização com ajuda do professor/pesquisador conseguiram identificar a regra prática para adicionar e subtrair Polinômios semelhantes a x^3 sem o uso do *software*, e conseguiram obter como resultado um Polinômio cuja parte literal é x^3 . No *software*, os termos geométricos relacionados a Polinômios com sinais negativos foram também identificados pela cor vermelha, e os positivos pela cor azul.

Após a realização da atividade 03, houve a conclusão e a formalização das propriedades e nomenclaturas apresentadas durante a execução da mesma. Percebemos ao finalizar essa atividade que os alunos se encontravam em um clima de competição caracterizado pelas frases “vamos ver quem acerta mais na próxima” e “na

próxima eu vou certar mais que tu”. Essas frases evidenciaram entusiasmo, motivação e um grande envolvimento com o Objeto e com a experimentação até então, sendo possivelmente resultado das interações durante a realização da atividade.

Na atividade 04 não houve uma dificuldade na generalização das operações de adição e subtração com termos semelhantes a x^4 , x^5 , x^6 , etc, pois os alunos, já familiarizados com as operações de adição e subtração de Polinômios semelhantes com parte literal x , x^2 ou x^3 , estenderam facilmente a regra prática para Polinômios com outras partes literais, conforme podemos verificar no diálogo a seguir:

Quadro 9 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 04

Professor/Pesquisador: Como é que fica três x à quarta mais cinco x à quarta (registro mostrado na tela do software: $3x^4 + 5x^4$)?

Aluno M1: Não sei.

Aluno L1: Oito x à quarta?

Professor/Pesquisador: Isso. Se você observar no programa, três x à quarta mais cinco x à quarta (registro feito na tela do software: $3x^4 + 5x^4$)?

Alunos: Oito x à quarta (registro feito na folha de atividades: $8x^4$).

Professor/Pesquisador: Quando a gente tem a mesma parte literal, recebe um nome especial. Seis x à quinta mais dois x à quinta (registro na tela do software: $6x^5 + 2x^5$)?

Aluno L1: Oito x à quinta (registro escrito na folha de atividades: $8x^5$).

Aluno E1: Oito x à quinta (registro escrito na folha de atividades: $8x^5$).

Professor/Pesquisador: Se você observar no programa, fica seis x à quinta mais dois x à quinta (registro na tela do software: $6x^5 + 2x^5$). Aí, olha so: seis x à quinta mais dois x à quinta (registro na tela do software: $6x^5 + 2x^5$)?

Alunos: Oito x à quinta (registro na folha de atividades: $8x^5$).

Professor/Pesquisador: A próxima.

Alunos: Nove x à sétima!

Professor/Pesquisador: Exatamente. Você já está entendendo direitinho a idéia e já escreveu isso! E já consegue ir direto!

Fonte: Autor (2019)

O aluno L1 falou “oito x à quarta” sem apresentar o registro escrito e sem utilizar o *software*, assim como vários alunos com um perceptível entusiasmo responderam “nove x à sétima”, também sem o uso do *software* para a confirmação da resposta. São evidências de aprendizagem provocadas possivelmente pelas interações e pela Instrumentação do Sujeito.

Ainda durante a atividade 04, verificamos também a facilidade com relação à subtração, que era cada vez mais presente, além de uma considerável Instrumentalização do Sujeito, como se constata no trecho a seguir:

Quadro 10 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 04

Professor/Pesquisador: x ao quadrado menos três x ao quadrado (registro na tela do software: $x^2 - 3x^2$)?

Aluno M1: Dois x ao quadrado (sem registro algum, apenas descrição oral)?

Aluno L1: Menos dois x ao quadrado (sem registro algum, apenas descrição oral)!

Professor/Pesquisador: Menos dois x ao quadrado (registro escrito na lousa: $-2x^2$). Vamos nos certificar: “ x circunflexo ao quadrado, menos três x ao quadrado”.

Alunos: Menos dois x ao quadrado (registro na tela do software: $-2x^2$).

Professor/Pesquisador: Isso vocês não vão errar nunca mais. Vai ser muito bom. Quando você aprende, é igual como andar de bicicleta... Próxima: sete x à quarta menos dois x à quarta (registro na tela do software: $7x^4 - 2x^4$)?

Aluno L1 : Cinco x à quarta (registro escrito na folha de atividades: $5x^4$).

Aluno M1: Cinco x à quarta (registro escrito na folha de atividades: $5x^4$).

Aluno E1: Cinco x à quarta (registro escrito na folha de atividades: $5x^4$).

Aluno N1: Cinco x à quarta (registro escrito na folha de atividades: $5x^4$).

Fonte: Autor (2019)

No trecho anterior da atividade 04 os alunos L1 e M1 falaram a linguagem algébrica de $-2x^2$ e $2x^2$ sem apresentar o registro escrito e sem utilizar o Geogebra, como o fizeram alguns alunos na mesma atividade em relação à adição. Podemos novamente evidenciar indícios de ocorrência de aprendizagem por meio das interações e pela Instrumentação do Sujeito.

Portanto, conforme previsto na análise *a priori*, os alunos socializaram a generalização das operações de adição e subtração de Polinômios, sempre mediante alguns questionamentos do professor/pesquisador, sempre seguindo uma formalização *a posteriori*. Essa atividade, apesar de ter demandado bastante tempo para que se houvesse o entendimento da generalização das propriedades das operações de adição e subtração tratada na atividade, a operacionalidade com termos positivos e negativos não foi um obstáculo significativo durante a resolução, pois nesse momento o aluno já possuía uma certa familiaridade com a adição e a subtração de Polinômios com a parte literal x , x^2 e x^3 . Concluimos que a atividade 04 consolidou as operações de adição e subtração com Polinômios.

3.4.1.3. Terceiro Dia da Experimentação

No terceiro dia da experimentação, ocorrido no dia 19 de dezembro de 2018 (quarta-feira) das 7h30min às 9h00min, havendo uma mudança no estudo das operações, houve uma rapidez na aplicação das atividades 05 e 06. Entretanto, na atividade 07 devido à uma possível complexidade na regra prática da mesma, foi necessário um maior tempo de aula para a execução e formalização de tal regra e propriedades dessa atividade, mesmo com o domínio dos alunos nas operações de adição e subtração de Polinômios.

Ao darmos início às atividades 05 e 06 percebemos de um modo geral o entusiasmo de todos os participantes do experimento, ou seja, de toda a turma em querer solucionar mais atividades propostas similares às anteriormente realizadas, de modo que as atividades 05 e 06 foram solucionadas quase que de forma instantânea, pois nosso objetivo era justamente fazer o aluno perceber, respectivamente, uma regra prática para o cálculo do produto de um número real e um monômio e, em seguida, ampliar essa estratégia prática para o cálculo do produto de dois monômios de posse de uma propriedade da potenciação, ou seja, o **produto de potências de mesma base**, conforme as análises *a priori* de cada atividade, nessa ordem.

Os alunos, já de posse do possível exercício desafiador de encontrar uma regra prática que solucionasse as atividades propostas, além de uma perceptível Instrumentação com o objeto matemático Polinômios estudado em atividades

anteriores, perceberam a regra prática da atividade 05 de imediato logo na execução do segundo item da atividade, conforme podemos verificar no relato do seguinte trecho:

Quadro 11 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 05

Professor/Pesquisador: A segunda: menos três vezes cinco x ao cubo (registro na tela do software: $-3 \cdot 5x^3$)?

Aluno N1: Menos quinze (sem registro algum, apenas descrição oral).

Professor/Pesquisador: Olha quanto deu: menos quinze x ao cubo (registro na tela do software: $-15x^3$).

Aluno D2: Já entendi, já entendi...

Aluno O1: Aprendi!

Aluno P1: Continua negativo?

Professor/Pesquisador: Sim. Vamos a próxima. Menos três vezes menos dois x ao cubo (registro na lousa: $-3 \cdot -2x^3$)?

Professor/Pesquisador: Está dando: seis x ao cubo (registro na tela do software: $6x^3$).

Aluno D2: Eu disse, eu disse...

Aluno O1: Mas fica positivo, não é?

Professor/Pesquisador: Isso, fica positivo.

Fonte: Autor (2019)

Podemos considerar a atividade 05 como a atividade que consolida a ocorrência da aprendizagem da linguagem algébrica dos termos, conforme mais uma vez evidenciamos no trecho anterior, ou seja, a descrição somente oral por parte dos estudantes da linguagem algébrica em cada item tratado. Novamente elucidamos que tal aprendizagem funcionou como um bônus dentro dos nossos resultados esperados.

Quanto à atividade 06, percebemos que a turma toda foi quase unânime quanto à percepção e à formação da propriedade da multiplicação de potência. O primeiro indício dessa percepção está no trecho a seguir:

Quadro 12 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 06

Professor/Pesquisador: x ao quadrado vezes x ao cubo (registro na lousa: $x^2 \cdot x^3$)?

Aluno N1: x à quinta. (registro na folha de atividades: x^5).

Professor/Pesquisador: x à quinta potência. Anotem aí, pois acho que já vamos descobrir a propriedade.

Aluno A2: Acho que já sei como é.

Fonte: Autor (2019)

Logo após mais alguns itens resolvidos, sempre com uma grande interação entre os participantes do nosso experimento, houve a explanação da propriedade pelos alunos, embora ainda com pequenos equívocos em relação à nomenclatura dos termos. Possivelmente o aluno queria dizer *coeficiente numérico* ao invés de *base*. Consideramos esse momento como um grande avanço na Instrumentação da turma com a explicação de tal propriedade:

Quadro 13 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 06

Professor/Pesquisador: Olha, dois x ao quadrado vezes três x ao quadrado dá seis x à quarta (registro na tela do software: $2x^2 \cdot 3x^2 = 6x^4$).

Aluno N1: Te falei, dá seis x elevado à quarta. Ei, professor, essa aqui é soma, mas naquela lá que o senhor estava ensinando repete o número, não é?

Aluno A2: Multiplica só as bases, mas os expoentes somam.

Fonte: Autor (2019)

A turma realizou e executou as atividades 05 e 06 com grande entusiasmo e motivação. A situação evidencia essa possibilidade devido ao rápido domínio das regras práticas e à consolidação das propriedades aplicadas, sempre com a intervenção do professor/pesquisador quando necessário, mas maximizando as interações e o diálogo entre os alunos.

A atividade 07, conforme já relatamos, mesmo com o domínio conceitual e de propriedade até agora apresentada pela turma, demandou um tempo maior para a sua realização e sua execução. Várias intervenções por parte do professor/pesquisador foram realizadas com o objetivo de que os alunos pudessem construir adequadamente

uma regra prática para o cálculo do produto de um monômio por um Polinômio. A intervenção foi feita utilizando-se a propriedade do **produto de potências de mesma base**, além da adição e subtração de Polinômios, consolidada na atividade 04, bem como o produto de monômios, realizado na atividade 06 com êxito. Após muitos exemplos empregando números reais somente, além de bastante tentativas, erros e acertos, consolidamos a escrita da regra prática, com um considerável auxílio do professor/pesquisador. O trecho a seguir descreve tal consolidação:

Quadro 14 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 07

Professor/Pesquisador: Você vai fazer o quê na sétima, para escrever na conclusão? Vamos lá. Olhem o resultado da sétima e me digam.

Aluno A2: Soma e multiplica...

Professor/Pesquisador: Oi? Vou pegar uma parte da resposta dele. Está correto. Multiplicam-se os coeficientes numéricos...

Aluno C2: Repete a parte literal...

Aluno B2: Somas os expoentes...

Professor/Pesquisador: Olhem o que foi feito, por exemplo, aqui na primeira: x vezes x mais dois (registro na lousa: $x \cdot (x + 2)$), eu multipliquei o quê? O x pelo x e o x por 2, depois somei. Mas lembrem das aulas anteriores, que a gente só soma ou subtrai quando eles forem semelhantes. Quando são semelhantes, a gente soma ou subtrai. Mas quando não é, a gente mantém

Fonte: Autor (2019)

Assim, ao finalizar as atividades 05, 06 e 07, percebemos que os alunos passaram a ter mais empatia não somente pelo assunto Polinômios, mas pela matemática, pois realizavam as atividades sempre com alta motivação para encontrar a regra prática, além de não hesitarem em ter um tempo demandado para encontrar soluções, algo diferente do ensino tradicional que já vivenciavam. Nesses termos, não tivemos dificuldade ou empecilho para que o nosso último dia de experimentação fosse num sábado, pois os estudantes já apresentavam uma grande satisfação no envolvimento com o experimento, que foi relatado à coordenação e à direção da escola pelos mesmos por meios diretos e indiretos, e isso facilitou e otimizou nossa satisfação em continuar e provocar mais interações durante as atividades.

3.4.1.4. Quarto Dia da Experimentação

Nosso quarto e último dia de experimentação ocorreu no dia 12 de janeiro de 2019 (sábado) das 8h00min às 12h00min. Optamos por esse dia para não haver desencontros e obstáculos na questão de bom direcionamento das atividades, já que havia terminado os dias de aulas letivos, e na segunda feira consequente dar-se-ia o começo do período de recuperação escolar dos alunos que estavam com pendência de aprovação em alguma disciplina.

O início a partir da atividade 08 já evidenciava que mesmo após um tempo sem a prática das atividades com a ajuda do objeto de aprendizagem, os alunos ainda mostravam o domínio na manipulação do *software*, isto é, apresentavam características de Instrumentalização, além de um bom entendimento do conteúdo que estava sendo trabalhado desde a nossa primeira atividade, caracterizando altos indícios de Instrumentação. Ambas ocorrências fazem parte dos nossos objetivos neste trabalho de modo que haja a consolidação da aprendizagem das operações com Polinômios.

Na atividade 08 foram necessárias diversas intervenções do professor/pesquisador na construção da regra prática em vários momentos de sua execução. Achamos pertinente fazê-lo até a consolidação da mesma devido a operação *multiplicação de polinômios* ser de difícil compreensão em um primeiro momento de apresentação.

Ao darmos início às atividades desse último dia, foi possível verificar que a motivação e a vontade de executar as atividades do experimento por meio das interações persistiam nos estudantes. Tais estudantes relataram que foi possível uma aprendizagem por um “jeito diferente” do que já vivenciavam em sala de aula. Assim podemos enfatizar o quanto é importante cada vez mais a utilização de ferramentas de Tecnologia de Informação e Comunicação como instrumento didático nas aulas de Matemática para a ocorrência não somente da aprendizagem de Objetos Matemáticos, mas também para que esse processo durante essa aprendizagem se torne cada vez mais significativo.

Assim, quanto ao domínio das demais operações realizadas em atividades anteriores, verificamos logo no primeiro item da atividade que os alunos apresentaram

um bom domínio dessas operações e, portanto, classificamos como satisfatória a aprendizagem das mesmas, conforme relatamos no trecho a seguir:

Quadro 15 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 08

Professor/Pesquisador: Você digitou essa multiplicação x mais três vezes x mais dois (registro na lousa: $(x + 3) \cdot (x + 2)$) e o resultado deu “esse” (registro na lousa: $x^2 + 5x + 6$). Se eu multiplicar, se eu fizer x vezes x , quanto é que dá?

Aluno L2: $x...$

Professor/Pesquisador: $x...$ quem lembra?

Aluno M2: x ao quadrado?

Professor/Pesquisador: x ao quadrado. Então vamos lembrar: x vezes x dá x ao quadrado. Se eu multiplicar x vezes dois, como é que eu posso representar?

Aluno K2: Dois x ?

Professor/Pesquisador: Dois x (registro na lousa: $2x$). Muito bem! Agora se eu multiplicar três por x ?

Aluno N2: Três x ?

Professor/Pesquisador: Três x (registro na lousa: $3x$). Muito bem. Se eu multiplicar três por dois?

Aluno K2: Seis.

Professor/Pesquisador: Isso. Agora comparem. Eu multipliquei “um por um dos termos”. Comparem. Como posso achar “esse resultado” (registro na lousa: $5x$) vindo “daqui” (registro na lousa: $3x + 2x$)?

Aluno L2: Somando o dois x com o três x .

Professor/Pesquisador: Exatamente. O que são esses dois x (registro na lousa: $2x$) e três x (registro na lousa: $3x$)? São termos o quê?

Aluno O2: Iguais?

Professor/Pesquisador: Não são iguais. Nós usamos outra palavra...

Aluno O2: Ah, sim, “semelhantes”.

Professor/Pesquisador: Então, eu multipliquei termo por termo, aí os semelhantes eu agrupei, eu adicionei...

O relato acima é uma parte de um longo diálogo que evidencia, conforme previsto na análise *a priori* dessa atividade, que os alunos, com uma necessária e devida intervenção do professor/pesquisador, construíram adequadamente uma regra prática para o cálculo do produto de dois Polinômios, utilizando o **produto de potências de mesma base e o produto de potência de bases diferentes**, além da adição de Polinômios, realizada na atividade 04, e do produto de monômios, realizado na atividade 06.

É importante destacar também a permanência do domínio da linguagem algébrica na representação dos termos do polinômio ao se efetuar as operações e ao se representar o resultados dessas operações.

A atividade 09 demandou pouco tempo para sua execução. Supomos que isso foi devido à simplicidade na percepção da regra prática da mesma e também à Instrumentalização dos alunos já ocorrida pelo uso constante do *software* (RABARDEL, 1995). Desse modo, seguirmos na resolução das demais atividades com uma otimização em seu período de resolução. Foi importante ressaltar com os alunos que em uma divisão, o divisor nunca deve assumir o valor zero, conforme previsto na análise *a priori*.

Logo de imediato na resolução do primeiro item dessa atividade, os alunos se manifestaram a respeito da regra prática. O trecho a seguir elucida essa situação:

Quadro 16 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 09

Professor/Pesquisador: Vinte x à quinta dividido por dois (registro na tela do software: $20x^5 : 2$)?

Aluno M2: Dividido para dois dá dez x à quinta (registro na folha de atividades: $10x^5$) ...

Professor/Pesquisador: Vamos ver. Vinte x à quinta dividido por dois dá dez x à quinta (registro na tela do software: $20x^5 : 2 = 10x^5$).

Aluno M2: Ah, tá. Ei, professor, é só para dividir o vinte por dois e colocar o x elevado a cinco aqui?

Professor/Pesquisador: Você vai dividir o vinte por dois. Lembra o que é o vinte, é o coeficiente numérico, não é? Você dividiu o coeficiente numérico por dois e a parte literal...

Alunos: ...repete.

Aluno P2: Só isso?

Professor/Pesquisador: Vamos verificar se é isso mesmo? Vamos ao segundo item.

Aluno K2: Vinte e cinco x ao quadrado dividido para cinco (registro na tela do software: $25x^2 : 5$)...

Professor/Pesquisador: Vinte e cinco x ao quadrado dividido para cinco (registro na lousa: $25x^2 : 5$)?

Aluno O2: Cinco x elevado a dois?

Professor/Pesquisador: Isso. Cinco x elevado ao quadrado (registro na lousa: $5x^2$).

Fonte: Autor (2019)

Nessa atividade, além do domínio da linguagem algébrica, apesar de uma pequena dificuldade apresentada pelo aluno O2 na caracterização da nomenclatura *elevado ao quadrado*, foi perceptível o domínio dos alunos em relação à divisão de termos com sinais diferentes ou sinais iguais. Essa eficiência provém, conforme a situação evidencia, das atividades de multiplicação anteriores em situações semelhantes em relação aos sinais dos termos.

Os alunos perceberam a atividade 10 como se fosse uma continuação da atividade 09, pois o algoritmo utilizado na regra de resolução era semelhante, onde se diferenciava apenas na parte literal do resultado. A redescoberta da regra prática foi tão imediata quanto na atividade 09, e o seu tempo de resolução foi similar ao utilizado na atividade 09. Analisemos a trecho a seguir:

Quadro 17 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 10

Professor/Pesquisador: Nossa colega aqui (aluna) vai fazer a primeira que é dez x à quinta dividido por dois x ao cubo (registro na lousa: $10x^5 : 2x^3$). Vamos verificar o que o programa acusa. Deu cinco x ao quadrado (registro na tela do software: $5x^2$).

Aluno O2: Mas por quê?

Professor/Pesquisador: Pois é. Vamos perceber alguma regularidade aí. Dez x à quinta dividido por dois x ao cubo deu cinco x ao quadrado (registro na lousa: $10x^5 : 2x^3 = 5x^2$).

Aluno P2: Por quê?

Professor/Pesquisador: Vamos fazer a segunda...

Aluno O2: Ah, então a gente ...entendi, entendi.

Professor/Pesquisador: O que seria? Pode falar.

Aluno O2: Aí em cima não tem o...

Professor/Pesquisador: ... o expoente?

Aluno O2: Isso. Aí a gente subtrai no caso?

Professor/Pesquisador: Vamos verificar no segundo exemplo. Vinte e cinco x à sétima dividido por cinco x à quarta (registro na lousa: $25x^7 : 5x^4$)... olha quanto deu: cinco x ao cubo (registro na tela do software: $5x^3$)!

Aluno M2: De sete tira quatro. Subtrai os coeficientes numéricos!

Aluno P2: Expoente...

Aluno M2: Foi do jeito que eu pensei. U-hu!

Professor/Pesquisador: Coeficiente numérico você divide como na atividade anterior, e a parte literal você não vai repetir, você vai...

Alunos: Subtrair!

Professor/Pesquisador: Subtrair os expoentes.

Aluno O2: Isso.

Alunos: U-hu!

Fonte: Autor (2019)

Novamente, em relação à questão dos sinais no resultado, a dificuldade foi menor do que na atividade 09, porque os alunos, conforme situações evidenciadas, já estavam envolvidos para solucionar tais problemas com os sinais, dificuldade proveniente desde a atividade 05.

Ainda em relação à atividade 10, consideramos válido relatar uma percepção importante por parte dos alunos em relação ao caso x *elevado a zero*:

Quadro 18 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 10

Professor/Pesquisador: Menos onze x ao cubo dividido por x ao cubo (registro na lousa: $-11x^3 : x^3$). Bora ver quanto é que dá isso aí.

Aluno O2: O coeficiente numérico do x é um, não é?

Professor/Pesquisador: É. Exatamente. Quando aparece somente o x é porque o coeficiente numérico é um.

Aluno O2: Então é menos onze. Não...

Aluno N2: Olha, é onze.

Aluno P2: Menos onze!.

Professor/Pesquisador: Agora pergunto pra vocês. Aqui na verdade é um caso particular. Deu menos onze, Por quê?

Aluno O2: Porque foi dividido pra um. Onze dividido para um, dá onze. E como tem o menos na frente, vai negativo.

Professor/Pesquisador: Pois é. E por que o x “sumiu” daí?

Aluno O2: Porque a gente diminuiu. Três menos três dá zero. Por isso “tira” o x .

Professor/Pesquisador: E aí x elevado a zero...

Aluno O2: É, porque o expoente de x é um. Aí com o zero não aparece o x ...

Professor/Pesquisador: Ele está bem aqui. Só que é um. x elevado a zero é um.

Aluno N2: Peraí, peraí. Então ele some?

Professor/Pesquisador: Na verdade ele não some. Ele está aqui. Ele está bem aqui. “Menos onze” vezes um vai dar “menos onze”. Só que em geral a gente omite ele.

Fonte: Autor (2019)

Na atividade 11 houve uma otimização no tempo de elaboração da regra prática. Verificamos uma boa motivação com a aprendizagem do conteúdo, além de uma boa autonomia na descrição do algoritmo da divisão, que elucidamos no trecho a seguir. O item a ser resolvido é o $(10x^5 + 4x^4) : 2x^3$, ou seja, o primeiro item:

Quadro 19 - Diálogo pesquisador/aluno na atividade 11

Aluno O2: Vamos olhar aqui. É dez x à quinta dividido para dois x ao cubo (registro na tela do software: $10x^5 : 2x^3$), que dá cinco. Aí depois se divide por quatro?

Aluno P2: Não. Aí divide o quatro por dois de novo.

Aluno K2: E o x ? Como fica o x ?

Aluno P2: Entendeu?

Professor/Pesquisador: Pode falar.

Aluno P2 (apontando para a tela do computador, ajudando outros alunos): Primeiro você faz esse aqui ($10x^5$) junto com esse ($2x^3$). Esquece esse aqui ($4x^4$). Dez dividido para dois é cinco. Agora pega esse cinco aqui (do expoente de x^5) e subtrai esse aqui (expoente do x^3) que dá 2.

Alunos: Ah, agora sim.

Aluno P2: E esse daqui ($4x^4$), pega e faz com esse ($2x^3$). Aí quatro dividido para dois dá dois, e o quatro menos três dá um...

Aluno O2: Entendi agora.

Aluno K2: Aaahhh...

Aluno N2: Entendi.

...

Fonte: Autor (2019)

Como previsto na análise *a priori* da atividade 10 e 11, os alunos caracterizaram bem as situações que envolvem uma divisão: o divisor nunca pode assumir o valor zero. Além disso, foi levantada a discussão com êxito também a respeito da propriedade de potência do quociente, além da divisão de monômios, realizada na atividade 10. Quanto aos obstáculos que relatamos na análise *a priori* da atividade 11, a escrita do polinômio-quociente foi bastante simples, pois acreditamos que o próprio envolvimento do aluno com o *software* para com o objeto de aprendizagem facilitou o cuidado com os sinais dos termos algébricos que compõem o polinômio-quociente.

O procedimento que utilizamos na atividade 12 conforme já previsto em sua análise *a priori* foi de caráter de revisão das demais atividades apresentadas anteriormente, pois, acreditamos ser o algoritmo da *divisão de dois polinômios* de difícil compreensão para ser trabalhado numa atividade de redescoberta ou de ensino por atividades em um tempo restrito e limitado.

Na atividade 12 usamos todo o aprendizado de atividades anteriores, pois, como já falamos em sua análise *a priori*, essa atividade necessitaria de bastante ajuda por parte do professor/pesquisador, como também esclarecimentos a respeito do algoritmo de *divisão de dois polinômios*. Constatamos que houve dificuldades em seu entendimento, mesmo depois de algumas tentativas utilizando o *software*. Entretanto, houve um considerado avanço na utilização de operações e propriedades das atividades de 01 a 11, pois a Instrumentação do aluno com o objeto de aprendizagem até o presente momento foi, como mostram os dados, eficiente, além da Instrumentalização dos alunos com o Geogebra, que consideramos também satisfatória.

3.4.2. Análises Sobre Os Registros Escritos

Para essa análise utilizamos os registros escritos em folhas de papel A4 distribuídos aos alunos em cada atividade para que fizessem os registros referentes à cada atividade.

Por meio de uma visão panorâmica dos registros escritos das atividades, foi possível verificar que a Teoria de Rabardel teve um impacto positivo na aprendizagem dos estudantes, pois melhorou as transformações de Conversão e Tratamento e, segundo Duval (2009), a aprendizagem do aluno depende de ambas transformações de representações semióticas disponibilizadas.

Para que tenhamos a percepção de êxito na aprendizagem dos alunos por meio de seus registros escritos, faremos essa análise mediante o nosso Modelo proposto inicialmente, em que consideramos as seguintes relações em dois sentidos: Sujeito e Instrumento [S-I] e Instrumento e Objeto [I-O], que são relações diretas, e a interação Sujeito-Objeto, que é uma relação indireta mediada pelo Instrumento [S-(I)-O].

Não esqueçamos ainda da proposta de Rabardel (1995) sobre a utilização da relação [S-I] para conhecer o processo de Instrumentação da Gênese Instrumental e das relações [I-O] e [S-(I)-O] para o processo de Instrumentalização.

3.4.2.1. Sujeito e Instrumento

Nesta investigação utilizamos a interação [S-I] para investigar sobre o manuseio do *software* (I) pelos alunos (S). Assim, tomando por base os pressupostos da Análise Instrumental de Rabardel (1995) investigaremos com esta relação o processo de Instrumentação da Gênese Instrumental que poderá ocorrer entre os alunos que participaram do nosso experimento e o Geogebra.

Ao considerarmos as interações do modelo S.A.I. que foram descritas, as quais estão de acordo com a Teoria da Instrumentação e que possibilitarão investigar elementos nas ações dos alunos do 8º ano que sinalizem a presença da Gênese Instrumental ao longo da execução das 12 atividades propostas no contexto Geogebra, faremos as análises de acordo com os seguintes objetivos específicos:

- investigar as interações entre os alunos que participaram do experimento e o estudo dos Polinômios mediados pela Geogebra, isto é, a relação [S-(I)-O];

- analisar as interações entre os alunos (S) e o *software* Geogebra (I), ou seja a relação [S-I];
- verificar o resultado das duas relações anteriores por meio dos registros escritos de modo a produzir indícios de aprendizagem acerca do Objeto Polinômios, bem como caracterizar o aprendizado do referido Objeto.

No início do experimento foi possível perceber a dificuldade do manuseio do *software* por parte dos alunos, bem como a dificuldade em fazer os registros escritos dos resultados de cada atividade. Verificamos ao longo do processo que, conforme cada estudante se apropriava e interagiu com o Geogebra, ele ou ela aos poucos melhoravam ambas transformações de Tratamento e de Conversão em seus registros escritos.

A título de visualização e evidência, com o objetivo de elucidar a evolução da aprendizagem de um modo geral da turma, faremos a amostra de alguns registros escritos utilizados por cada aluno durante as atividades. Adotamos a aleatoriedade como metodologia de escolha dos alunos cujos registros escritos serão analisados.

Os registros escritos mostrados nas figuras 48 a 58 são do aluno P2. Consideraremos a Transformação Tratamento a linguagem algébrica e a Transformação Conversão a linguagem escrita, sendo essa última feita para registrar a regra prática que foi proposta a ser descoberta em cada atividade. Por efeito de simplicidade, a partir de agora chamaremos tais transformações simplesmente como Tratamento ou Conversão. Evidenciamos também possíveis erros no Tratamento e na Conversão do aluno P2, mas não serão relevantes para nosso efeito de análise como um todo.

Verificamos uma melhoria no registro escrito do aluno P2 quanto ao Tratamento logo na passagem da atividade 01 para a atividade 02:

Figura 49 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 01

ATIVIDADE 01

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $x + 3x = 4x$
- 2) $3x + x = 4x$
- 3) $3x + 5x = 8x$
- 4) $6x + 2x = 8x$
- 5) $2x + 7x = 9x$
- 6) $3x - x = 2x$
- 7) $x - 3x = -2x$
- 8) $7x - 5x = 2x$
- 9) $3x - 9x = -6x$
- 10) $-2x - 5x = -7x$
- 11) $-5x - x = -6x$
- 12) $x + x + 2x = 4x$
- 13) $3x - x + 4x = 6x$
- 14) $3x - x - 7x + 5x = 0x$
- 15) $3x + x + 7x - 3x = 8x$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

Pega o número somar ~~o resultado~~ e acha o resultado

Fonte: O próprio autor

Nesse primeiro momento o aluno P2 realiza os registros algébricos da atividade 01 com letra maiúscula, caracterizando uma possível falta de domínio quanto ao Tratamento.

Figura 50 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 02

ATIVIDADE 02

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x^2

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $2x^2 + 3x^2 = 5x^2$
- 2) $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$
- 3) $4x^2 + 5x^2 = 9x^2$
- 4) $6x^2 + x^2 = 7x^2$
- 5) $2x^2 + 8x^2 = 10x^2$
- 6) $7x^2 - x^2 = 6x^2$
- 7) $x^2 - 7x^2 = -6x^2$
- 8) $8x^2 - 5x^2 = 3x^2$
- 9) $3x^2 - 10x^2 = -7x^2$
- 10) $-2x^2 - 9x^2 = -11x^2$
- 11) $-9x^2 - x^2 = -10x^2$
- 12) $3x^2 + x^2 + 2x^2 = 6x^2$
- 13) $2x^2 - x^2 + 4x^2 = 5x^2$
- 14) $5x^2 - x^2 - 7x^2 + 4x^2 = -1x^2$
- 15) $8x^2 + x^2 + 7x^2 - 6x^2 = 10x^2$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

Adicionando e achando o resultado

Fonte: O próprio autor

Na figura 50 acima verificamos a escrita da linguagem algébrica com letra minúscula, caracterizando um indício de aprendizagem quanto ao Tratamento.

Quanto à Conversão, verificamos ainda uma possível falta de domínio no registro da linguagem escrita para elucidar a regra prática das atividades 01 e 02. Podemos evidenciar segundo as informações dos registros que houve uma melhoria na Conversão a partir da quarta atividade, como mostram as figuras 51 e 52.

Figura 51 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 03

ATIVIDADE 03

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x^3

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $2x^3 + 5x^3 = 7x^3$
- 2) $5x^3 + 2x^3 = 7x^3$
- 3) $3x^3 + 5x^3 = 8x^3$
- 4) $8x^3 + x^3 = 9x^3$
- 5) $x^3 + 5x^3 = 6x^3$
- 6) $7x^3 - 4x^3 = 3x^3$
- 7) $4x^3 - 7x^3 = -3x^3$
- 8) $9x^3 - 6x^3 = 3x^3$
- 9) $4x^3 - 9x^3 = -5x^3$
- 10) $-2x^3 - 6x^3 = -8x^3$
- 11) $-10x^3 - x^3 = -11x^3$
- 12) $4x^3 + 2x^3 + x^3 = 7x^3$
- 13) $5x^3 - x^3 + 8x^3 = 12x^3$
- 14) $9x^3 - x^3 - 6x^3 + 3x^3 = 5x^3$
- 15) $10x^3 + x^3 + 6x^3 - 5x^3 = 12x^3$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

Primeiro soma e depois acha o result
todo

Fonte: O próprio autor

Como afirmamos anteriormente, ainda é perceptível na figura 51 uma possível dificuldade na Conversão. Foi constatado de uma maneira geral, não somente por esse aluno, que a aprendizagem do Tratamento foi consolidada antes da Conversão.

Figura 52 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 04

ATIVIDADE 04

Título: Adição de polinômios

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $x + 3x = 4x$
- 2) $x^2 + 3x^2 = 4x^2$
- 3) $3x^4 + 5x^4 = 8x^4$
- 4) $6x^5 + 2x^5 = 8x^5$
- 5) $2x^7 + 7x^7 = 9x^7$
- 6) $3x - x = 2x$
- 7) $x^2 - 3x^2 = -2x^2$
- 8) $7x^4 - 5x^4 = 2x^4$
- 9) $3x^5 - 9x^5 = -6x^5$
- 10) $-2x^7 - 5x^7 = -7x^7$
- 11) $-5x^3 - x^3 = -6x^3$
- 12) $x + x^2 + 2x + 6x^2 = 7x^2 + 3x$
- 13) $3x - x^5 + 4x - 6x^5 = -7x^5 + 7x$
- 14) $3x^2 - x^5 - 7x^2 + 5x^5 = -4x^2 + -4x^5$
- 15) $3x^3 - x^4 - 7x^4 - 3x^3 = -8x^4$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software.

faz as somas/subtração e acha o resultado porém a parte literal tem que ser iguais

Fonte: O próprio autor

Apesar de possivelmente o aluno P2 ainda não estabelecer um domínio total na Conversão, verificamos uma melhoria na sua linguagem escrita para descrever a regra prática que deve ser utilizada na atividade 04.

Como já elucidamos anteriormente, a formalização de cada regra prática ocorreu na passagem de uma atividade para outra. Assim, constatamos a aprendizagem o Objeto como um todo de forma gradativa, na medida em que ocorria o processo de Instrumentação da Gênese Instrumental caracterizada aqui pela relação [S-I].

De posse de uma análise mais abrangente por meio dos registros do aluno P2 até então, foi perceptível uma Instrumentação do Sujeito conforme apresentação de melhoria no Tratamento e na Conversão, embora em diferentes ritmos de aprendizagem.

Figura 53 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 05

ATIVIDADE 05

Título: Multiplicação de um número real por um monômio

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os produtos.

1) $-1 \cdot (2x^2) = -2x^2$

2) $-3 \cdot (5x^3) = -15x^3$

3) $-3 \cdot (-2x^3) = 6x^3$

4) $7 \cdot (-3x^5) = -21x^5$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

multiplicando os números e achando o resultado

Fonte: O próprio autor

Na atividade 05 acima, o aluno P2 demonstra cada vez mais um bom domínio em seu Tratamento e em sua Conversão, mas com uma elevação qualitativa mais lenta nesta última. Lembramos que todas essas manifestações, segundo Duval (2009), dos alunos através de seus registros escritos perpassam por representações semióticas, e quando acontecem Conversões entre as representações, há aquisição de conhecimento, ou seja, aprendizagem.

Até então os registros escritos do aluno P2 nos evidenciaram notável domínio quanto ao seu Tratamento e a sua Conversão. Apresentaremos as demais atividades feitas por esse aluno para que possamos exemplificar de modo qualitativo a evolução da Conversão em relação ao Sujeito como um todo, ou seja, todos os alunos envolvidos no experimento.

A figura 54 seguinte dá continuidade à nossa exemplificação.

Figura 54 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 06

ATIVIDADE 06

Título: Multiplicação de um monômio por outro monômio

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os produtos entre os monômios.

- 1) $x \cdot x^2 = 3x^3$
- 2) $x^2 \cdot x^3 = x^5$
- 3) $2x^2 \cdot 3x^2 = 6x^4$
- 4) $4x^3 \cdot 5x = 20x^4$
- 5) $7x^3 \cdot 2x^3 = 14x^6$
- 6) $(3x^4) \cdot (-8x^2) = -24x^6$
- 7) $(-6x^3) \cdot 7x^2 = 42x^5$
- 8) $(-3x^5) \cdot (-4x^6) = -32x^{11}$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Multiplicamos os números e achamos o resultado

Fonte: O próprio autor

Tanto na atividade 06 anterior quanto na atividade 07 seguinte percebemos um bom desenvolvimento quanto ao Tratamento, mas com uma certa dificuldade na questão da Conversão. Podemos então supor uma possível dificuldade quanto à nomenclatura dos termos, ou seja, coeficiente numérico e parte literal, pois os mesmos não aparecem em seus registros escritos dessas duas atividades.

Figura 55 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 07

ATIVIDADE 07

Título: Multiplicação de um monômio por um polinômio

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os seguintes produtos.

- 1) $x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$
- 2) $2x^2 \cdot (3x^2 + 4x) = 6x^4 + 8x^3$
- 3) $(3x^2) \cdot (4x - 8x^2) = -24x^4 + 12x^3$
- 4) $(-3x) \cdot (-4x^3 + 3) = 12x^4 - 9x$
- 5) $(x^2 + 2) \cdot x = x^3 + 2x$
- 6) $(4x^3 - 2) \cdot 5x = 20x^4 + 10x$
- 7) $(7x^2 + 2x) \cdot 2x^2 = 14x^4 + 4x^3$
- 8) $(-6x^3 + 5x) \cdot 7x^2 = -42x^5 + 35x^3$
- 9) $5 \cdot (8x^2 + 3x + 2) = 40x^2 + 15x + 10$
- 10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot 5 = 10x^2 + 40x - 15$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

multiplica e acha o resultado

Fonte: O próprio autor

Na atividade 08 seguinte já é possível uma boa manifestação de Conversão em seu registro escrito.

Figura 56 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 08

ATIVIDADE 08

Título: Multiplicação de dois polinômios

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os seguintes produtos.

- 1) $(x + 3) \cdot (x + 2) = x^2 + 5x + 6$
- 2) $(x^2 + 2) \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$
- 3) $(2x^2 + 3) \cdot (3x^2 + 4x) = 6x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 12x$
- 4) $(4x^3 - 2) \cdot (5x - 4x^2) = -36x^5 + 20x^4 + 8x^2 - 10x$
- 5) $(3x^2 + 2x) \cdot (4x - 8x^2) = -24x^4 + 4x^3 + 8x^2$
- 6) $(-3x^2 - x) \cdot (-4x^2 + 3) = 12x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 3x$
- 7) $(7x + 2) \cdot (2x + x^2 + 3) = 7x^3 + 16x^2 + 25x + 6$
- 8) $(-6x^3 + 5x) \cdot (7x^2 + x^3 + x) = -6x^6 - 42x^5 - x^4 + 35x^3 + 5x^2$
- 9) $(5 + x + x^2) \cdot (8x^2 + 3x + 2) = 8x^4 + 13x^3 + 45x^2 + 17x + 10$
- 10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot (5x + 2x^2 - 3x^3) = -6x^5 - 20x^4 + 35x^3 + 34x^2 - 15x$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

*Primeiro somamos os primeiros 2 dois Polinômios
Pelos outros dois polinômios, depois reduzimos os
termos iguais*

Fonte: O próprio autor

Ao observar a atividade 08 acima, notamos um pequeno equívoco em seu registro escrito na Conversão, ao trocar a palavra *multiplicamos* por *somamos*. Entretanto, como os dois tipos de transformação foram executados somente pelos alunos, com o mínimo de intervenção por parte do professor/pesquisador, e tal ocorrência se deu mais no momento da formalização, ou seja, ao final de cada atividade antes de se iniciar a atividade conseguinte, temos a evidência que o processo de Instrumentação já se faz consistente nessa atividade, facilitando a aprendizagem ao melhorar cada vez mais o Tratamento e a Conversão, mesmo que os indícios de aparição dessas duas transformações sejam em momento não necessariamente concomitantes. Erros similares também foram relatados nos trabalhos de Souza (2016), Daniel (2016), Silva (2016), Santana e Proença (2016), Almeida e Peixoto (2016), Aguiar (2016), e Barbosa e Ceolim (2016).

Os dados evidenciam ocorrência de aprendizagem na atividade 09 após a mudança de operação através da mesma, pois seus registros escritos acusam um bom uso no Tratamento e na Conversão, apesar de haver a falta de uma melhor arrumação na pontuação e na coesão da frase do registro escrito, conforme podemos verificar na figura 57:

Figura 57 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 09

ATIVIDADE 09

Título: Divisão de monômios por um número real diferente de zero

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $20x^5 : 2 = 10x^5$
- 2) $25x^2 : 5 = 5x^2$
- 3) $12x^5 : 4 = 3x^5$
- 4) $(-200x^4) : (-10) = 20x^4$
- 5) $(-21x^3) : 7 = -3x^3$
- 6) $24x^5 : 6 = 4x^5$
- 7) $100x^2 : 20 = 5x^2$
- 8) $4x^3 : (-2) = -2x^3$
- 9) $(-11x^4) : 11 = -x^4$
- 10) $(-15x^6) : (-3) = 5x^6$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Dividimos os números e chamamos os resultados e repetimos os ~~mesmos~~ partes ~~iguais~~ literal

Fonte: O próprio autor

Na figura 58 seguinte verificamos falta de um esclarecimento mais detalhado quanto ao uso da propriedade, além de um pequeno erro de ortografia, mas já podemos verificar uma aprendizagem consolidada na questão da regra prática que descreve o algoritmo da divisão de monômios, como apresentado no registro escrito do aluno P2:

Figura 58 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 10

ATIVIDADE 10

Título: Divisão de monômios

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $10x^5 : 2x^3 = 5x^2$
- 2) $25x^7 : 5x^4 = 5x^3$
- 3) $12x^5 : 4x^3 = 3x^2$
- 4) $(-20x^3) : (-10x^2) = 2x$
- 5) $(-21x^3) : 7x = -3x^2$
- 6) $18x^4 : 6x^2 = 3x^2$
- 7) $100x^5 : 20x^3 = 5x^2$
- 8) $4x^3 : (-2x) = -2x^2$
- 9) $(-11x^3) : x^3 = -11$
- 10) $(-15x^5) : (-3x^2) = 5x^3$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Dividimos os polinômios e subtraímos os expoentes

Fonte: O próprio autor

Finalmente, podemos verificar a aquisição da aprendizagem do nosso Objeto pelo Sujeito por meio do nosso Instrumento, ou seja, o Geogebra, na atividade 11, conforme sugere Duval (2009), ou seja, quando acontecem Conversões entre as representações:

Figura 59 - Registro escrito do aluno P2 na atividade 11

ATIVIDADE 11

Título: Divisão de um polinômio por um monômio

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $(10x^5 + 4x^4) : 2x^3 = 5x^2 + 2x$
- 2) $(25x^7 - 10x^5) : 5x^4 = 5x^3 - 2x$
- 3) $(12x^5 + 4x^3) : 4x^3 = 3x^2 + 1$
- 4) $(-20x^3 + 20x^2) : (-10x^2) = 2x - 2$
- 5) $(-21x^3 + 14x^2) : 7x = -3x^2 + 2x$
- 6) $(18x^4 + 12x^3 - 6x^2) : 6x^2 = 3x^2 + 2x - 1$
- 7) $(100x^5 + 40x^3) : 20x^3 = 5x^2 + 2$
- 8) $(2x^3 - 4x^2 - 4x^4) : (-2x) = -x^2 + 2x + 2x^3$
- 9) $(x^3 + x^2 + x) : x = x^2 + x + 1$
- 10) $(x^4 - x^3 + x^2) : (-x^2) = -x^2 + x - 1$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

*Divida os Polinômios Pelos monômios,
& subtraia os expoentes e Popete a letra*

Fonte: O próprio autor

Já afirmamos anteriormente que a atividade 12 foi apresentada no caráter de revisão das demais atividades e, portanto, serviu como recapitulação de todas as regras e propriedades estudadas da atividade 01 à atividade 11.

A seguir mostraremos outros registros escritos apresentados por outros alunos do experimento cujo objetivo é dar um suporte com mais afinco às nossas conclusões e considerações finais. Como o resultado do nosso experimento tem caráter qualitativo, novamente faremos uma seleção de modo aleatório na apresentação dos registros escritos nas fichas de atividade. Novamente, evidenciamos erros no Tratamento e na Conversão dos alunos selecionados, mas que não serão relevantes para nosso efeito de análise como um todo.

A figura 60 exemplifica uma Conversão e um tratamento na atividade 01.

Figura 60 - Registro escrito do aluno H1 na atividade 01

ATIVIDADE 01

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $x + 3x = 4x$
- 2) $3x + x = 4x$
- 3) $3x + 5x = 8x$
- 4) $6x + 2x = 8x$
- 5) $2x + 7x = 9x$
- 6) $3x - x = 2x$
- 7) $x - 3x = -2x$
- 8) $7x - 5x = 2x$
- 9) $3x - 9x = -6x$
- 10) $-2x - 5x = -7x$
- 11) $-5x - x = -6x$
- 12) $x + x + 2x = 4x$
- 13) $3x - x + 4x = 6x$
- 14) $3x - x - 7x + 5x = 0$
- 15) $3x + x + 7x - 3x = 8x$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

A maneira é somando os os números e em seguida representa o x

Ex:

$$3x + 2x = 3 + 2 = 5 \rightarrow 5x$$

Fonte: O próprio autor

O registro escrito acima exemplifica um bom acerto quanto ao tratamento e quanto à Conversão, inclusive com um exemplo de ilustração na descrição da propriedade, caracterizando um elevado nível de aprendizagem nessa atividade por demonstrar domínio em ambos no Tratamento e na Conversão logo na primeira atividade.

A figura 61 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 02.

Figura 61 - Registro escrito do aluno L1 na atividade 02

ATIVIDADE 02

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x^2

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $2x^2 + 3x^2 = 5x^2$
- 2) $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$
- 3) $4x^2 + 5x^2 = 9x^2$
- 4) $6x^2 + x^2 = 7x^2$
- 5) $2x^2 + 8x^2 = 10x^2$
- 6) $7x^2 - x^2 = 6x^2$
- 7) $x^2 - 7x^2 = -6x^2$
- 8) $8x^2 - 5x^2 = 3x^2$
- 9) $3x^2 - 10x^2 = -7x^2$
- 10) $-2x^2 - 9x^2 = -11x^2$
- 11) $-9x^2 - x^2 = -10x^2$
- 12) $3x^2 + x^2 + 2x^2 = 6x^2$
- 13) $2x^2 - x^2 + 4x^2 = 5x^2$
- 14) $5x^2 - x^2 - 7x^2 + 4x^2 = -1x^2$
- 15) $8x^2 + x^2 + 7x^2 - 6x^2 = 10x^2$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

É só lembrar da atividade 1 fazer normalmente e depois botar a resposta com 2 em cima.

Fonte: O próprio autor

O registro escrito acima exemplifica um bom domínio quanto ao Tratamento e à Conversão, embora possamos verificar alguns erros no Tratamento que possivelmente foi uma questão de equívoco e não uma falta de domínio na propriedade, já que observamos em sua Conversão um indício forte de aprendizagem, inclusive por relacionar as atividades 02 e 01. Mesmo com esses equívocos em seu registro escrito quanto ao Tratamento, classificamos a aprendizagem desse aluno como satisfatória nessa atividade pelo domínio no registro de Tratamento e de Conversão.

A figura 62 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 03.

Figura 62 - Registro escrito do aluno D2 na atividade 03

ATIVIDADE 03

Título: Adição e subtração de polinômios semelhantes a x^3

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $2x^3 + 5x^3 = 7x^3$
- 2) $5x^3 + 2x^3 = 7x^3$
- 3) $3x^3 + 5x^3 = 8x^3$
- 4) $8x^3 + x^3 = 9x^3$
- 5) $x^3 + 5x^3 = 6x^3$
- 6) $7x^3 - 4x^3 = 3x^3$
- 7) $4x^3 - 7x^3 = -3x^3$
- 8) $9x^3 - 6x^3 = 3x^3$
- 9) $4x^3 - 9x^3 = -5x^3$
- 10) $-2x^3 - 6x^3 = -8x^3$
- 11) $-10x^3 - x^3 = -11x^3$
- 12) $4x^3 + 2x^3 + x^3 = 7x^3$
- 13) $5x^3 - x^3 + 8x^3 = 12x^3$
- 14) $9x^3 - x^3 - 6x^3 + 3x^3 = 5x^3$
- 15) $10x^3 + x^3 + 6x^3 - 5x^3 = 12x^3$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software para adicionar dois desses polinômios.

lembrando os coeficientes numéricos e repetindo o x^3

Fonte: O próprio autor

O registro escrito acima exemplifica um domínio quanto ao Tratamento e à Conversão do aluno D2. Ainda que sua Conversão na escrita da propriedade esteja de modo sucinto, ou seja, sem descrever o x^3 como parte literal, isso não evidencia uma falta de compreensão na propriedade, pois verificamos também um possível domínio conceitual ao escrever somente “somando”, ou seja, este aluno deve possuir a compreensão de que a subtração é uma adição da primeira parcela com o oposto da

segunda. Concluimos que com um Tratamento e uma Conversão satisfatória, temos um indício de ocorrência de sua aprendizagem na atividade em questão.

A figura 63 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 04.

Figura 63 - Registro escrito do aluno E1 na atividade 04

ATIVIDADE 04

Título: Adição de polinômios

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as operações seguintes

- 1) $x + 3x = 4x$
- 2) $x^2 + 3x^2 = 4x^2$
- 3) $3x^4 + 5x^4 = 8x^4$
- 4) $6x^5 + 2x^5 = 8x^5$
- 5) $2x^7 + 7x^7 = 9x^7$
- 6) $3x - x = 2x$
- 7) $x^2 - 3x^2 = -2x^2$
- 8) $7x^4 - 5x^4 = 2x^4$
- 9) $3x^5 - 9x^5 = -6x^5$
- 10) $-2x^7 - 5x^7 = -7x^7$
- 11) $-5x^3 - x^3 = -6x^3$
- 12) $x + x^2 + 2x + 6x^2 = 7x^2 + 3x$
- 13) $3x - x^5 + 4x - 6x^5 = 7x - 5x^5$
- 14) $3x^2 - x^5 - 7x^2 + 5x^5 = -4x^2 + 4x^5$
- 15) $3x^3 - x^4 - 7x^4 - 3x^3 =$

Descubra uma maneira prática de obter o resultado sem o uso do software.

Que só podem ser somados termos semelhantes

Fonte: O próprio autor

Acima temos um registro escrito como exemplo de domínio quanto ao Tratamento e à Conversão do aluno E1. Ainda que a sua Conversão na escrita da propriedade tenha sido feita de modo resumido, isso caracteriza um satisfatório domínio

conceitual quanto a *termos semelhantes*, além de uma boa compreensão de que a subtração é uma adição da primeira parcela com o oposto da segunda. Com o Tratamento e a Conversão desse aluno, temos a caracterização de sua aprendizagem na atividade considerada.

A figura 64 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 05.

Figura 64 - Registro escrito do aluno D2 na atividade 05

ATIVIDADE 05

Título: Multiplicação de um número real por um monômio

Procedimento:
Utilizando o software Geogebra, calcule os produtos.

1) $-1 \cdot (2x^2) = -2x^2$

2) $-3 \cdot (5x^3) = -15x^3$

3) $-3 \cdot (-2x^3) = 6x^3$

4) $7 \cdot (-3x^5) = -21x^5$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Multiplicamos os coeficientes numéricos e repetimos a parte literal

Fonte: O próprio autor

O registro escrito acima exemplifica domínio quanto ao Tratamento e à Conversão do aluno D2. Sua Conversão caracteriza uma boa aprendizagem principalmente quanto aos nomes dados aos termos, ou seja, *coeficiente numérico* e *parte literal*. Constatamos, com essa amostra satisfatória de domínio ambos no Tratamento e na Conversão, uma aprendizagem significativa por parte desse aluno na referida atividade.

A figura 65 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 06.

Figura 65 - Registro escrito do aluno N1 na atividade 06

ATIVIDADE 06

Título: Multiplicação de um monômio por outro monômio

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os produtos entre os monômios.

- 1) $x \cdot x^2 = x^3$
- 2) $x^2 \cdot x^3 = x^5$
- 3) $2x^2 \cdot 3x^2 = 6x^4$
- 4) $4x^3 \cdot 5x = 20x^4$
- 5) $7x^3 \cdot 2x^3 = 14x^6$
- 6) $(3x^4) \cdot (-8x^2) = -24x^6$
- 7) $(-6x^3) \cdot 7x^2 = -42x^5$
- 8) $(-3x^5) \cdot (-4x^6) = 12x^{11}$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

multiplica os coeficientes numéricos e
repete-se as variáveis com letra e
soma os expoentes

Fonte: O próprio autor

O registro escrito acima exemplifica domínio quanto ao Tratamento e à Conversão do aluno N1. Sua Conversão, embora com a expressão *variáveis com letras* e com um equívoco na escrita da palavra *expoente*, ilustra que esse aluno obteve o entendimento da regra prática da atividade em questão, ou seja, caracteriza aprendizagem na atividade em questão.

A figura 66 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 07.

Figura 66 - Registro escrito do aluno C2 na atividade 07

ATIVIDADE 07

Título: Multiplicação de um monômio por um polinômio

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os seguintes produtos.

- 1) $x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$
- 2) $2x^2 \cdot (3x^2 + 4x) = 6x^4 + 8x^3$
- 3) $(3x^2) \cdot (4x - 8x^2) = 12x^3 - 24x^4$
- 4) $(-3x) \cdot (-4x^3 + 3) = 12x^4 - 9x$
- 5) $(x^2 + 2) \cdot x = x^3 + 2x$
- 6) $(4x^3 - 2) \cdot 5x = 20x^4 - 10x$
- 7) $(7x^2 + 2x) \cdot 2x^2 = 14x^4 + 4x^3$
- 8) $(-6x^3 + 5x) \cdot 7x^2 = -42x^5 + 35x^3$
- 9) $5 \cdot (8x^2 + 3x + 2) = 40x^2 + 15x + 10$
- 10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot 5 = 10x^2 + 40x - 15$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

multiplica os monômios por cada termo do polinômio

Fonte: O próprio autor

O aluno C2, em sua Conversão, escreveu “multiplica os monômios por cada termo do polinômio”, e isso evidencia um domínio em sua Conversão. Podemos constatar também que o seu Tratamento foi satisfatório, ainda que feito de uma maneira não muito bem organizada quanto à colocação adequada de cada termo. Em tais condições, ainda podemos afirmar como válida sua aprendizagem na referida questão, porque o aluno demonstra domínio quanto ao Tratamento e à Conversão.

A figura 67 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 08.

Figura 67 - Registro escrito do aluno K2 na atividade 08

ATIVIDADE 08

Título: Multiplicação de dois polinômios

Procedimento:

Utilizando o software Geogebra, calcule os seguintes produtos.

- 1) $(x + 3) \cdot (x + 2) = x^2 + 5x + 6$
- 2) $(x^2 + 2) \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$
- 3) $(2x^2 + 3) \cdot (3x^2 + 4x) = 6x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 12x$
- 4) $(4x^3 - 2) \cdot (5x - 4x^2) = -16x^5 + 20x^4 + 8x^2 - 10x$
- 5) $(3x^2 + 2x) \cdot (4x - 8x^2) = -24x^4 + 4x^3 - 8x^2$
- 6) $(-3x^2 - x) \cdot (4x^2 + 3) = 12x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 3x$
- 7) $(7x + 2) \cdot (2x + x^2 + 3) = 7x^3 + 16x^2 + 25x + 6$
- 8) $(-6x^3 + 5x) \cdot (7x^2 + x^3 + x) = -6x^6 - 42x^5 - 4 + 35x^3 + 5x^2$
- 9) $(5 + x + x^2) \cdot (8x^2 + 3x + 2) = 8x^4 + 11x^3 + 45x^2 + 17x + 10$
- 10) $(8x + 2x^2 - 3) \cdot (5x + 2x^2 - 3x^3) = -6x^5 - 20x^4 + 35x^3 + 34x^2 - 15x$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Conclusão: Multiplica com os primeiros polinômios de cada questão e ~~depois~~ fazer a mesma coisa com o segundo termo.

Fonte: O próprio autor

Já relatamos anteriormente que para a elaboração da regra prática da atividade 08 foram necessárias algumas intervenções do professor/pesquisador em sua construção, e que até a consolidação, não classificamos como exageradas ou desnecessárias tais intervenções, porquanto a operação *multiplicação de polinômios* é de difícil compreensão em uma primeira apresentação.

Observamos que não somente o aluno K2 acima, mas os demais alunos apresentaram uma dificuldade na escrita de seu algoritmo de resolução, mas como já apresentado em um exemplo de registro de voz anterior, a dificuldade na escrita da maneira prática de resolver a questão 08 não caracterizou uma falta de compreensão da atividade. Assim, para efeitos de simplicidade, consideramos a Conversão do aluno

K2 como válida, pois seu Tratamento e registro de voz assinalam o entendimento da regra prática, apesar de sua Conversão estar de forma não muito esclarecedora quanto ao nome dos termos usados e o detalhe do procedimento. Assim, caracterizamos a aprendizagem como válida.

A figura 68 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 09.

Figura 68 - Registro escrito do aluno M2 na atividade 09

ATIVIDADE 09

Título: Divisão de monômios por um número real diferente de zero

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $20x^5 : 2 = 10x^5$
- 2) $25x^2 : 5 = 5x^2$
- 3) $12x^5 : 4 = 3x^5$
- 4) $(-200x^4) : (-10) = 20x^4$
- 5) $(-21x^3) : 7 = -3x^3$
- 6) $24x^5 : 6 = 4x^5$
- 7) $100x^2 : 20 = 5x^2$
- 8) $4x^3 : (-2) = -2x^3$
- 9) $(-11x^4) : 11 = -x^4$
- 10) $(-15x^6) : (-3) = 5x^6$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Divido a parte numérica e repeto a parte literal

Fonte: O próprio autor

Na atividade 09 acima do aluno M2, verificamos um bom domínio quanto ao Tratamento e à sua Conversão, sendo essa última apresentada de forma simplificada, porém compreensível, demonstrando o domínio do aluno quanto à forma de registrar em linguagem escrita a regra prática, apesar desse estudante escrever “parte numérica”

para o que definimos como *coeficiente numérico*. Assim, consideramos uma aprendizagem satisfatória da atividade 09 por parte desse estudante.

A figura 69 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 10.

Figura 69 - Registro escrito do aluno O2 na atividade 10

ATIVIDADE 10

Título: Divisão de monômios

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $10x^5 : 2x^3 = 5x^2$
- 2) $25x^7 : 5x^4 = 5x^3$
- 3) $12x^5 : 4x^3 = 3x^2$
- 4) $(-20x^3) : (-10x^2) = 2x$
- 5) $(-21x^3) : 7x = -3x^2$
- 6) $18x^4 : 6x^2 = 3x^2$
- 7) $100x^5 : 20x^3 = 5x^2$
- 8) $4x^3 : (-2x) = -2x^2$
- 9) $(-11x^3) : x^3 = -11$
- 10) $(-15x^5) : (-3x^2) = 5x^3$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

dividimos os coeficientes numéricos e repetimos a parte literal

Fonte: O próprio autor

O registro escrito anterior da atividade 10 evidencia indícios de domínio no Tratamento e na Conversão do aluno O2, apesar de haver uma falta no enunciado escrito da regra prática dessa atividade, que é a possível informação e *subtraem-se os expoentes*. Como sempre no final de cada atividade ocorre a formalização, então é possível que essa falta de informação em seu registro escrito não defina uma falta de

aprendizagem, ou seja, podemos afirmar a ocorrência da aprendizagem por parte desse estudante na atividade 10.

A figura 70 exemplifica uma Conversão e um Tratamento na atividade 11.

Figura 70 - Registro escrito do aluno K2 na atividade 11

ATIVIDADE 11

Título: Divisão de um polinômio por um monômio

Procedimento:

Com o auxílio do software Geogebra, efetue as seguintes divisões.

- 1) $(10x^5 + 4x^4) : 2x^3 = 5x^2 + 2x$
- 2) $(25x^7 - 10x^5) : 5x^4 = 5x^3 + 2x$
- 3) $(12x^5 + 4x^3) : 4x^3 = 3x^2 + 1$
- 4) $(-20x^3 + 20x^2) : (-10x^2) = 2x - 2$
- 5) $(-21x^3 + 14x^2) : 7x = 3x^2 + 2x$
- 6) $(18x^4 + 12x^3 - 6x^2) : 6x^2 = 3x^2 + 2x - 1$
- 7) $(100x^5 + 40x^3) : 20x^3 = 5x^2 + 2$
- 8) $(2x^3 - 4x^2 - 4x^4) : (-2x) = -x^2 + 2x + 2x^3$
- 9) $(x^3 + x^2 + x) : x = x^2 + x + 1$
- 10) $(x^4 - x^3 + x^2) : (-x^2) = -x^2 + x + 1$

Descubra uma maneira prática de obter um resultado sem o uso do software.

Divide os Coeficiente, Repete A letra e Subtrai os expoentes.

Divide os Coeficiente Numero.

Fonte: O próprio autor

O registro escrito da atividade 11 elucida um domínio no Tratamento e na Conversão por parte do aluno K2, embora a expressão “repete a letra” possa ter gerado um pequeno conflito na formalização da regra prática. Porém, acreditamos não ser um obstáculo para a formalização da mesma, conforme pudemos observar durante a aplicação do experimento na referida atividade, principalmente pela mesma apresentar uma forma de combinar os termos para a aplicação da divisão idêntica à forma de combinar os termos para a aplicação da multiplicação na atividade 07. Concluimos que

houve uma aprendizagem satisfatória por parte do estudante K2 pelo mesmo apresentar um considerável domínio na Conversão e um bom domínio no Tratamento.

Já relatamos anteriormente que a atividade 12 foi usada para que pudéssemos nos certificar da ocorrência da aprendizagem de atividades anteriores, assim como a título de revisão de quase todas as regras construídas anteriormente em cada atividade. Assim, destacamos que não seria prático, nem viável, uma análise dos seus registros escritos para verificar as situações de Tratamento e Conversão para a ocorrência de aprendizagem em pouco tempo de aula devido o algoritmo de *divisão de dois polinômios* não ser de fácil compreensão para pouco tempo de experimentação.

Assim, com base nos resultados e análises dos registros escritos acima apresentados, podemos verificar o resultado satisfatório da relação [S-I] na potencialização da aprendizagem dos alunos envolvidos no experimento, onde o resultado dessa aprendizagem se deu no momento da ocorrência da Conversão e do Tratamento por parte do Sujeito.

Deste modo, podemos caracterizar no nosso experimento a relação [S-I] e o processo de Instrumentação da Gênese Instrumental como eficientes na ocorrência da aprendizagem do Sujeito sob a análise de seus registros escritos, com o auxílio de forma indireta da relação [S-(I)-O] que direcionou o processo de Instrumentalização durante todo o experimento.

3.4.2.2. Instrumento e Objeto

O objetivo dessa nossa relação é identificar as interações entre o Geogebra e o estudo dos Polinômios, isto é, a relação (I-O).

A utilização do *software* Geogebra para a construção de um objeto de aprendizagem sobre Polinômios, nosso Instrumento, e o assunto Polinômios, nosso Objeto, tiveram uma relação bem favorável à aprendizagem do aluno. Verificamos que, em princípio, houve uma certa estranheza por parte do nosso Sujeito no manuseio do *software*, pois, conforme constatamos em nossa vivência escolar, poucas são os ambientes escolares equipados com computadores, ou laboratórios de informática, ou salas de multimídias que possam estar disponíveis para uma metodologia diferenciada para o ensino de qualquer disciplina do currículo escolar, em especial a matemática.

Assim, a interação entre o *software* (I) e o assunto Polinômios (O) em nossas 12 atividades propostas contribuíram para uma melhor abordagem no Ensino de Polinômios, onde tal abordagem foi feita e apresentada de forma coerente durante todo o nosso experimento na turma em questão.

Além disso, os alunos (S) sentiram-se motivados e bastante envolvidos ao realizarem os registros escritos, pois não vinham necessariamente de um comando tradicionalmente presenciado pelos mesmos possivelmente durante os demais dias do ano letivo, ou seja, não era simplesmente uma ordem para que algo pudesse ser registrado em uma folha de papel A4. Havia todo um processo a ser considerado para apropriação do nosso Objeto, mediado pelo *software* Geogebra (I), onde foi notável a relação [S-(I)-O], de modo que através dessa relação foi possível verificarmos a eficiência do papel mediador e eficaz do *software* Geogebra nas ações dos registros escritos do Sujeito (S) no desenvolvimento das transformações de Conversão e de Tratamento de suas representações semióticas disponibilizadas, onde, segundo Duval (2009), são os meios dependentes pelos quais é possível verificar a aprendizagem.

Portanto, a relação Instrumento-Objeto criada para investigar as relações entre o *software* (I) e o assunto Polinômios (O) contribuiu de uma forma indireta por meio da relação [S-(I)-O], potencializando o aprendizado do nosso Sujeito por meio de seus registros escritos realizados ao longo da execução das 12 atividades de nossa sequência didática proposta sobre Polinômios, caracterizando a Instrumentalização da Gênese Instrumental no contexto Geogebra.

3.4.2.3. Sujeito e Objeto

A relação [S-O] se caracterizou de forma indireta durante todo o experimento por meio da relação [S-(I)-O], e os resultados dessa relação já foram apresentados anteriormente por meio das duas relações diretas [S-I] e [I-O].

Assim podemos concluir que as relações diretas S-I e I-O e a relação indireta S-O mediada pela relação S-I-O provocaram a aprendizagem esperada do Sujeito, já que, de um modo qualitativo, o Sujeito conseguiu descrever o Objeto nos registros escritos por meio de duas transformações diferentes, ou seja, o Tratamento e a Conversão em todo o experimento realizado.

3.4.3. Uma Análise Geral

Durante a aplicação de nossa sequência de atividades verificamos a mudança de comportamento no sentido positivo dos alunos ao realizarem diversas descobertas e redescobertas de propriedades e de diversos algoritmos que utilizamos relacionados às operações com Polinômios, além de muita motivação envolvida, pois a aula foi caracterizada como diferente do modo tradicional a qual vivenciam no dia a dia escolar. A partir do nosso segundo encontro, alguns alunos relataram que as nossas atividades propostas estavam ajudando a entender o conteúdo de matemática ensinado pelo professor da turma em questão. Após uma conversa com o professor da turma ao final do nosso segundo dia de atividades, verificamos e constatamos a afirmação feita por esses alunos, pois o mesmo identificou uma melhoria no aprendizado dos mesmos durante o Ensino de Perímetro e Área de Figuras Planas.

Não podemos esquecer que a aprendizagem não é padronizada em todos os estudantes. Tomamos como exemplo as atividades 01 e 03. Houve momentos em que alguns alunos perceberam com muita rapidez a regra prática ou o algoritmo que se usa para realizar a operação considerada na atividade 01. Porém, na atividade 03, esses mesmos alunos apresentaram uma dificuldade no entendimento ou captação do processo de resolução, que foi compensado pela facilidade de compreensão por parte de outros alunos. E isso foi um acontecimento contínuo não somente nas atividades 01 e 03, mas durante todo o nosso tempo de aplicação, onde prevaleceu o papel das interações de modo significativo, com a validação positiva do rendimento dos alunos pelo aspecto qualitativo.

Durante todo o experimento foi constatado também o aproveitamento do conhecimento de uma atividade anterior em uma atividade que estava sendo feita, principalmente nas últimas atividades, que requereram o uso de vários algoritmos e regras práticas utilizados desde a primeira atividade, fazendo sempre uma sequência lógica do raciocínio.

Assim, consideramos o resultado do nosso experimento como satisfatório na mudança de comportamento do aluno, nosso sujeito, com o destaque de sua aprendizagem e de seu envolvimento com o nosso objeto de estudo em questão.

Portanto, como foi possível captar registros de Conversão para a linguagem algébrica feita de modo verbalizada, que foi resultado das interações verbais, e a possibilidade de representação das transformações de Tratamento e Conversão num mesmo registro de representação semiótica, as duas teorias de análise se complementam e caracterizam mutuamente a ocorrência significativa de aprendizagem por parte do Sujeito em todas as manifestações realizadas neste trabalho, ou seja, segundo Duval (2009), todas essas manifestações perpassam por representações semióticas e quando acontecem Conversões entre as representações, há aquisição de conhecimento, ou seja, aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa foi construída a partir de reflexões sobre a nossa *práxis* vivenciada na escola pública de um modo geral. Como o ensino de Polinômios não é algo simples de ser trabalhado em sala de aula mediante nossas considerações em decorrência de nossa vivência no ambiente escolar da Educação Básica, as experiências praticadas no decorrer deste tempo sobre Polinômios nos causaram indagações e incertezas ao despertar nosso interesse em propor situações relevantes, com a finalidade de contribuir não somente para a ciência e para a pesquisa, mas também aos demais docentes que se encontram no mesmo contexto truçulento entre a prática docente e os resultados inconsistentes, resultantes de propostas docentes durante o processo de ensino e aprendizagem.

As pesquisas desenvolvidas na área de ensino da matemática, além da vontade de inovar o modelo tradicional que se apresenta dentro das escolas públicas brasileiras, nos provocaram inquietações para a vontade de criar algo novo e trazer tal novidade para o ambiente escolar. E aliar a tecnologia à doze atividades propostas em uma sequência didática não foi algo simples de ser realizado. Entretanto, seus resultados após o nosso experimento foram convincentes.

Então, mediante a pergunta norteadora de nossa pesquisa que foi: o uso de uma sequência didática no ensino de Polinômios potencializa a aprendizagem desse assunto? A questão de pesquisa nos motivou ao seguinte objetivo geral: analisar a construção de um objeto de aprendizagem no ambiente Geogebra em uma sequência didática para que houvesse o entendimento e resolução de atividades a respeito de Polinômios. E para alcançarmos este objetivo traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Resolver atividades propostas acerca do estudo de Polinômios por meio de uma sequência didática subsidiada pela Teoria de Rabardel;
- Avaliar a sequência didática proposta, com auxílio das teorias de Análise Mirogenética e Semiótica de Duval.

A pesquisa foi fundamentada na metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, de maneira que para fazer as análises dos registros escritos, nos embasamos na Teoria de Análise Semiótica de Duval (1995), e para os registros de voz junto com as gravações fizemos uso da Teoria de Análise Microgenética. A Teoria de Rabardel (1995) ofereceu um aparato e um embasamento para nossa sequência didática de modo que pudéssemos proporcionar o envolvimento e o aprendizado dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem durante o decorrer as atividades.

Para que todo esse processo fosse realizado e consolidado antes da experimentação construímos as análises *a priori* com base no processo de sugestão, na experiência de docência e no cotidiano com os alunos sobre as mais valiosas experiências de trocas de saberes e informações a respeito de vários objetos matemáticos.

No momento da apresentação da primeira atividade de nossa sequência didática concomitantemente com o uso do objeto de aprendizagem feito a partir do *software* considerado para o ensino do nosso Objeto, foi perceptível no semblante dos estudantes uma sensação de surpresa, pois esses mesmo estudantes, inseridos em uma realidade local, mas não muito diferente da realidade das escolas públicas brasileiras. E essa sensação de espanto ou surpresa veio acompanhada logo a seguir por sensações de entusiasmos e motivação praticamente até o fim de nossa experimentação pois, pela nossa percepção, muitos não tinham idéia que era possível aliar artefatos tecnológicos e aprendizagem dentro do ambiente educacional.

Logo após as duas primeiras atividades apresentadas aos alunos percebemos um aumento na autonomia e nas interações de um modo geral, principalmente nas verbais, algo característico de um ensino mais interativo e mais centralizado no aluno conforme fomos guiados pela proposta da BNCC (2016). Essas interações foram tão significativas que em alguns momentos viraram uma disputa sadia no modo “quem responde mais ou quem responde primeiro”, de modo a ter algum tipo de premiação entre eles durante o andamento do processo.

Em ambos registros escritos e de voz foi perceptível o entusiasmo do Sujeito como um todo. No momento de nossas análises dos registros de voz não esperávamos que o aluno fosse expressar verbalmente tão rápido e de uma maneira tão clara a

linguagem algébrica de cada item de cada atividade. Evidenciamos que em decorrência dessa possibilidade que estava além de nossas propostas, a vontade de se expressar verbalmente sem o medo de errar aumentou drasticamente de modo que a fala do professor/pesquisador foi minimizada após as três primeiras atividades.

Além dessa ocorrência de entusiasmo nas etapas de aprendizagem do assunto abordado, na qual essa aprendizagem foi potencializada com a nossa proposta, com a decorrência de uma expressão e de uma compreensão do Objeto pelo Sujeito em pelo menos duas linguagens diferentes segundo as teorias de análise, foi notório também o aumento da autonomia desses estudantes, a qual ocasionou um melhor desempenho nas resoluções das atividades e nas descobertas de suas regras práticas, ambos em um ambiente colaborativo e participativo.

Os resultados produzidos com a nossa proposta são similares aos que encontramos nas dissertações de Dierings (2014), Souza (2016), Silva (2016) e Peixoto (2015); nas comunicações científicas de Amorim e Lima (2016), Almeida e Peixoto (2016), Bertoli e Schuhmacher (2013) e Langwinski (2017); e nos relatos de experiência de Santana e Proença (2016), Aguiar (2016) e Santos et al (2017). Desta forma, nosso objetivo alcançado de modo satisfatório foi fruto de uma nova proposta que apresentamos com a finalidade de fortalecer e consolidar uma aprendizagem significativa.

Desse modo, esperamos que nossa sequência didática proposta possa também contribuir com um enriquecimento quantitativo e qualitativo para os docentes da educação básica com sua utilização em sala de aula. Assim, desejamos que em estudos futuros haja uma melhoria dessas atividades para futuras propostas, ou seja, que antes de uma aplicação de atividades similares à nossa envolvendo qualquer assunto, em especial a álgebra, o pesquisador encontre meios que provoquem entusiasmo e motivação em um ambiente cooperativo, de modo que todo esse conjunto incentive a participação de todos os sujeitos envolvidos, para que o resultado apresente sempre uma aprendizagem significativa.

REFERÊNCIAS

ABBONDATI, Mario. **Um ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de tópicos de matemática do ensino fundamental**. 2013. 181 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

AGUIAR, Mariana Braun. Polinômios e geometria: a semiose possibilitada por um objeto de aprendizagem virtual. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-9.

ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L.R. **Pesquisa em resolução de problemas**: caminhos, avanços e novas perspectivas, Boletim de Educação Matemática n 41, p. 73-98, 2011.

ALMEIDA, Ana Mary Fonseca Barreto de; PEIXOTO, Gilmar Teixeira Barcelos. Registros de representações semióticas no estudo de polinômios usando aplicativos em *tablet*. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

AMORIN, Marcos Vinícius dos Santos; LIMA, Luciano Feliciano de. Abordagem dialógica e investigativa: uma possibilidade de trabalho com polinômios. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-11.

ARAÚJO JUNIOR, Carlos Fernandes de; MARQUESI, Sueli Cristina. Atividades em ambientes virtuais de aprendizagem: parâmetros de qualidade. *In*: LITTO, Fredric M.; FORMIGA, Marcos (Org). **Educação a distância**: o estado da arte. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009. p. 358-368.

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique**: recherches em didactique des Mathématiques. v.9. n.3. Paris: La Pensée Sauvage, 1992.

AZEVEDO, E.Q. **Ensino aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas**. 2002. 176 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus Rio Claro.

BARBOSA, Karina Dorneles; CEOLIM, Amauri Jersi. Narrativas de alunos do oitavo ano: percepções referentes aos principais motivos que os levaram ao erro nas operações com monômios e polinômios. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

BERTOLI, Vaneila; SCHUHMACHER, Elcio. Aprendendo polinômios utilizando o algeplan: uma prática no ensino da matemática para o ensino fundamental. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. **Anais** do VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas: 2013.

BORGES, Antônio José. **Polinômios no ensino médio**: uma investigação em livros didáticos. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 01 de junho de 2017.

CABRAL, Natanael Freitas. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. 151 f. Dissertação. Belém - Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, 2004.

CASAROTO, Patrícia. **Um estudo sobre equações polinomiais dedicado ao ensino básico**. 2013. 71 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da matemática**. São Paulo: Escrituras, 2005. 160 p.

_____. **Elementos de didática da matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007, 456 p.

DANIEL, Douglas. **Modelagem por polinômios no ensino médio**. 2016. 127 f. Dissertação (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris**: matemática. 8º ano. São Paulo: Ática, 2012. p. 118-153.

DIERINGS, André Ricardo. **Ensino de polinômios no ensino médio**: uma nova abordagem. 2014. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

DOMINGUES, Nilson Silveira; HEITMANN, Felipe Pereira; SOBRINHO, Geraldo Aparecido de Lima. Vivências e pesquisas: compondo uma das tecnologias em 20 anos de GPIMEM. *In*: BORBA, Marcelo C. & CHIARI, Aparecida. **Tecnologias digitais e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2013. Cap. 6, p. 113-140.

DUVAL, Raymond. **Semíosis et Pensée Humaine; registres sémiotiques et**

apprentissagesintellectuels. Berna: Peter Lang, 1995.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

_____. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**. São Paulo: PROEM, 2011.

ECHER, Isabel Cristina. **A revisão da literatura na construção do trabalho científico**. *Revista Gaúcha de Enfermagem*. Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 5 – 20, julho 2001.

EISENBERG, T.; DREYFUS, T. Os polinômios no currículo da escola média. *In*: CONFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org). **As idéias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. Primeira publicação 1988 pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). p. 127-134.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Disponível em: <<http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/1590/1462>>. Acesso em: 01 de julho de 2017.

GOES, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico cultural**: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. v.20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**. v.6. 6 ed. São Paulo: Atual, 2001. 242 p.

JANOS, Michel. **Matemática e natureza**. São Paulo: Livraria da Física, 2010 460 p.

LANGWINSKI, Luani Griggio. Piquenique algébrico: uma idéia para iniciar o ensino de álgebra. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais** do VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas: 2017.

LÜDKE, M.; ANDRÉ M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001. 169 p.

_____, Nilson José. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias, jogo, poesia. 6 ed. Cortez, São Paulo, 2012.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica no Brasil**. Disponível em: <http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em: 01 de julho de 2017.

MINAYO, M. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 9-29, 2004.

MORAIS, Rosilda dos Santos. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. 2008. 248 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequencia didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013,

PEIXOTO, Carlos Antônio Ferreira. **O uso do geogebra no ensino de polinômios e outras funções**. 2015. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

PINHEIRO, Antonio C. da S. **O Ensino de função polinomial do 1º e 2º grau por construção de aplicativos**: uma análise semiótica. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Belém - Universidade do Estado do Pará, Centro de Ciências Sociais e Educação, 2017.

PONTE, João Pedro da. **Estudo de caso em educação matemática**. *Bolema*, nº 25, p. 105 – 132, 2006.

RABARDEL, Pierre. **Les Hommes et Les Technologies**: une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995, 239 p. Disponível em: <<http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/Groupes/Modele/Articles/Public/ART372105503765426783.PDF>>. Acesso em: 18 dez. 2017.

REIS, Júlio César dos. **Estudo das raízes polinomiais**. Cálculo: Matemática para todos. 23 ed. São Paulo: Segmento, 06/2013.

ROCHA, N. M. F.; BARRETO, M. O. Metodologias qualitativas de pesquisa. In: ROCHA, N. M. F.; LEAL, R. S.; BOAVENTURA, E. M. (Org.). **Metodologias Qualitativas de Pesquisa**. Salvador: Fast Design, p. 13-26, 2008.

RODRIGUES, Aroldo. **Psicologia social para principiantes**. 5 ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 1999.

ROJO, R.H.R. Enunciação e interação na ZPD: do *non sense* à construção

dos gêneros de discurso. *In*: ENCONTRO SOBRE TEORIA E PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS – LINGUAGEM, CULTURA E COGNIÇÃO, 1997, Belo Horizonte. **Anais do Encontro Sobre Teoria e Pesquisa em Ensino de Ciências – Linguagem, Cultura e Cognição**. Belo Horizonte: UFMG, 1997. p. 95-109.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1983.

SANTANA, Geralda de Fátima Neri; PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

SANTOS, Jonata Souza dos et al. Álgebra e geometria: uma combinação nas aulas de matemática na educação de jovens e adultos. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais do VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática**. Canoas: 2017.

SARRAZY, B. **Le contrat didactique**. *Revue française de pédagogie*. 112, 85-118. 1995.

SCHWADE, Aline; BATTISTI, Isabel Koltermann. Análise de um livro didático da década de 1960: indícios de uma tendência pedagógica da educação matemática. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais do VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática**. Canoas: 2017.

SILVA, Clício Freire da. **A interpolação de Lagrange**: uma proposta ao ensino médio para a modelagem matemática de polinômios. 2016. 46 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

SILVA, Francisco Hermes Santos da; TRINDADE, Patrícia de Campos Corrêa. As atitudes dos professores das séries iniciais em relação à matemática. *In*: ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de; GONÇALVES, Tadeu Oliver; GONÇALVES, Terezinha Valim Oliver (orgs.). **Formação e inovação curricular no ensino de ciências e matemática**: pesquisando ideias, saberes e processos. Belém: CEJUP ED, 2007. Cap. 8, p. 167-182.

SOUZA, Francisca Alves de. **O ensino de polinômios utilizando a história da matemática como recurso didático**. 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

TRENTINI, M.; PAIM, L. **Pesquisa em Enfermagem**: uma modalidade convergente - assistencial. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

VILLELA, Maria Lúcia Torres & HEFEZ, Abramo. **Polinômios e equações algébricas**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 269 p.

VOSGERAU, Dilmeire Sant'Anna Ramos; ROMANOWSKI, Joana Paulin. **Estudos de revisão**: implicações conceituais e metodológicas. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165-189, 2014.

VYGOTSKY, L.S. **Teoria e método em psicologia**. São Paulo: Martins Fontes, 1996, cap. 1 (texto de 1926).

WERTSCH, J.V. **Vygotsky and the social formation of mind**. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1985.

ANEXOS

ANEXO A – QUESTIONÁRIO DO ALUNO JUNTO COM AS ATIVIDADES PROPOSTAS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1- **Idade:** _____ anos

2- **Gênero:** ☐ Masculino ☐ Feminino

3- **Série:** _____ Ano

4- **Tipo de escola que estuda?**

☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Conveniada

5- **Você já ficou em dependência?**

☐ Não ☐ Sim. Em quais disciplinas? _____

6- **Você gosta de Matemática?**

☐ Não gosto ☐ Suporto ☐ Gosto um pouco ☐ Adoro

7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**

☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou

8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**

☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou

9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**

☐ Professor particular ☐ Família ☐ Ninguém ☐ Outros. Quem? _____

10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**

☐ Todo dia ☐ Somente nos finais de semana ☐ No período de prova ☐ Só na véspera da prova ☐ Não estudo fora da escola.

11- Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?

☐ Sempre ☐ Quase sempre ☐ Às vezes ☐ Poucas vezes ☐ Nunca

12- Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?

☐ Provas/simulado ☐ Testes semanais ☐ Seminários ☐ Pesquisas ☐ Projetos ☐ Outros.

Quais? _____

13- Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?

☐ Contente ☐ Tranquilo ☐ Com medo ☐ Preocupado ☐ com Raiva ☐ com Calafrios

14- As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?

☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes

15- Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?

☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes

16- Seu professor de matemática demonstra domínio do conteúdo?

☐ Sim ☐ Não

17. Como você avalia as explicações do seu professor de matemática?

☐ Ruim ☐ Regular ☐ Boa ☐ Excelente

18- Você já estudou polinômios?

☐ Sim ☐ Não

19- Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano/ série?

20- Quando você estudou polinômios, a maioria das aulas:

- ☐ Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;
- ☐ Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;
- ☐ Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- ☐ Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
- ☐ Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.

21- Para praticar o conteúdo de polinômios, seu professor costumava:

- ☐ Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- ☐ Apresentar jogos envolvendo o assunto;
- ☐ Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;
- ☐ Não propunha questões de fixação;
- ☐ Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

22- Com base na sua experiência **quando você estudou polinômios, preencha o quadro a seguir.**

(**MF**: Muito Fácil; **F**: Fácil; **R**: Regular; **D**: Difícil; **MD**: Muito difícil)

Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Calcular o valor numérico de expressões algébricas							
Definir polinômio							
Efetuar a adição de polinômios							
Efetuar a subtração de polinômios							
Efetuar a multiplicação de monômio por monômio							
Efetuar a multiplicação de monômio por polinômio							
Efetuar a multiplicação de polinômio por polinômio							
Efetuar a divisão de monômio por monômio							
Efetuar a divisão de polinômio por monômio							
Efetuar a divisão de polinômio por polinômio							
Efetuar a potenciação de monômios							
Efetuar a raiz quadrada de monômios							

Resolva as questões a seguir a respeito de do assunto polinômios.

1) Seja $A = 3x^2 + 5$. Se $x = 2$, qual o valor de A?

2) Seja $B = 2x - 10$. Se $x = 5$, qual o valor de B?

3) Sejam $A = 3x + 7$ e $B = 2x + 5$. Calcule o valor de $A + B$.

4) Sejam $A = 5y + 4$ e $B = 3y + 1$. Calcule o valor de $A - B$.

5) Determine o valor de $5x^2y \cdot 4xy^2$.

6) Determine o valor de $5x \cdot (2x^2 + 3x - 4)$.

7) Determine o valor de $(2x - 3)(3x^2y + 4x - 5)$.

8) Qual o valor do resultado de $(-3x^5y)^3$?

9) Determine o valor de $(10x^2 - 23x + 12) : (5x - 4)$

10) Calcule o resultado de $\sqrt{64a^2b^4c^8}$

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARCIDO



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada Diagnóstico do ensino de-----, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva e orientando**-----

,vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos traçar um diagnóstico do **Ensino de**----- a partir da opinião dos estudantes.

A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma.

Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.Você não terá gasto ou ganho financeiro por sua participação.Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **ensino de** -----

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos e/ ou Ana Kely Martins da Silva e orientando** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação(CCSE) da Universidade do Estado do Pará(UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n.Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

_____,de -----de 2017.

Assinatura do pesquisador

Eu, _____
 aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Participante da pesquisa



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor (a) responsável, você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada “Diagnóstico do Ensino de Polinômios”, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva, Thiago Jacob Maciel Modesto**, vinculados à Universidade do Estado do Pará.

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar o ensino de polinômios a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola, sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica, gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o ensino de polinômios.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva e Thiago Jacob Maciel Modesto**, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA) : Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

_____,de-----de 2017.

Assinatura do pesquisador

Eu, _____
 autorizo _____ que _____ meu/minha
 filho(a) _____ a participar do projeto
 citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/pmpem